

PRÁCTICA 1: MUELLE

Jordi Beltran Querol y Alberto Játiva Nueda
UNIVERSITAT DE VALÈNCIA Simulación

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS.....	3
RESUMEN	4
PRUEBA 1a. SIN ROZAMIENTO.....	4
DATOS DE ENTRADA.....	4
RESULTADOS.....	5
Euler explícito.....	5
Euler simpléctico.....	6
Heun.....	6
RK2.....	7
RK4.....	7
CONCLUSIONES.....	8
PRUEBA 1b. CON ROZAMIENTO	9
DATOS DE ENTRADA.....	9
RESULTADOS.....	9
Euler Explícito.....	9
Euler simpléctico.....	10
Heun.....	10
RK2.....	11
RK4.....	11
Comparativa.....	12
CONCLUSIONES.....	12
AUMENTANDO LA MASA	13
DATOS DE ENTRADA	13
RESULTADOS	13
CONCLUSIONES	16
PRUEBA 2. VARIACIÓN DEL PASO DE SIMULACIÓN	17
RESULTADO EN EULER EXPLÍCITO	17
RESULTADOS EN EULER SIMPLÉCTICO	17
RESULTADOS EN HEUN	18
RESULTADOS EN RK2	18
RESULTADOS EN RK4	19
CONCLUSIONES.....	19
APÉNDICE.....	20

ÍNDICE DE FIGURAS

Tabla 1. Prueba 1a: EULER EXPLÍCITO	5
Tabla 2. Prueba 1a: EULER SIMPLÉCTICO	6
Tabla 3. Prueba 1a: HEUN	6
Tabla 4. Prueba 1a: RK2	7
Tabla 5. Prueba 1a: RK4	7
Tabla 6. Prueba 1a: Comparativa	8
Tabla 7. Prueba 1b: EULER EXPLÍCITO	9
Tabla 8. Prueba 1b: EULER SIMPLÉCTICO	10
Tabla 9. Prueba 1b: HEUN	10
Tabla 10. Prueba 1b: RK2	11
Tabla 11. Prueba 1b: RK4	11
Tabla 12. Prueba 1b: Comparativa	12
Tabla 13. Prueba 1b: EULER EXPLÍCITO CON M=30KG	13
Tabla 14. Prueba 1b: EULER SIMPLÉCTICO CON M=30KG	14
Tabla 15. Prueba 1b: HEUN CON M=30KG	14
Tabla 16. Prueba 1b: RK2 CON M=30KG	15
Tabla 17. Prueba 1b: RK4 CON M=30KG	15
Tabla 18. Prueba 1b: COMPARATIVA CON M=30KG	16
Tabla 19. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. EULER EXPLÍCITO	17
Tabla 20. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. EULER SIMPLÉCTICO	17
Tabla 21. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. HEUN	18
Tabla 22. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. RK2	18
Tabla 23. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. RK4	19

RESUMEN

El trabajo presenta un estudio sobre la simulación de un muelle con y sin rozamiento utilizando diferentes métodos numéricos: Euler Explícito, Euler Simplético, Heun, RK2 y RK4.

En esta práctica, se ponen a prueba los diferentes métodos de integración vistos en clase mediante un sistema de muelle en el que actúan diferentes fuerzas.

A continuación, se presenta un resumen de cada caso:

- **PRUEBA 1A:** Sin Rozamiento. Se analizan los resultados de energía obtenidos para cada método, destacando la estabilidad y precisión de cada uno.
- **PRUEBA 1B:** Con Rozamiento. Se repiten los métodos anteriores, utilizando otros datos y además considerando un coeficiente de rozamiento específico.

Se comparan los resultados con y sin rozamiento, observando cómo afecta este factor a la dinámica del sistema.

- **PRUEBA 2:** Sin rozamiento. Se analizan los resultados de energía máxima en cada método para diferentes pasos de simulación: 0.002, 0.004 y 0.008

PRUEBA 1a. SIN ROZAMIENTO

DATOS DE ENTRADA

Paso de simulación	0.004 s
Distancia	200 m
Aceleración gravitatoria	9.801 m/s ²
Masa	2 kg
Constante elástica	10000 N/m
Distancia de reposo	50 m
Coeficiente de rozamiento	0 kg/s

RESULTADOS

EULER EXPLÍCITO

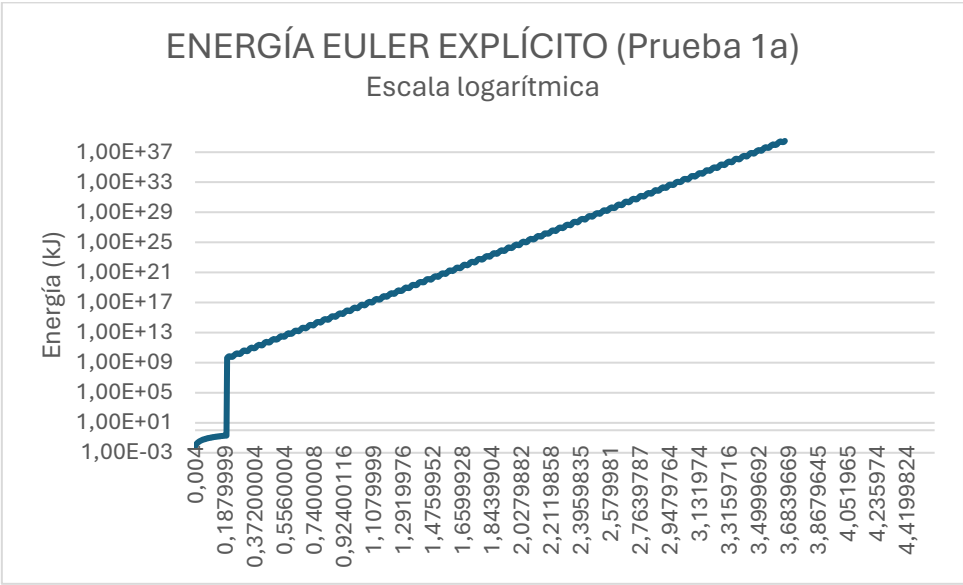
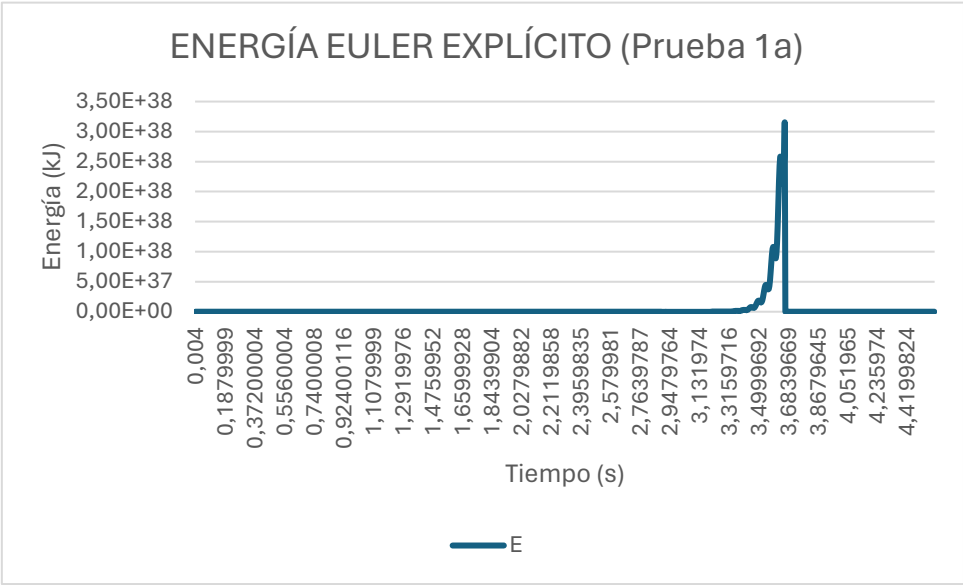


Tabla 1. Prueba 1a: EULER EXPLÍCITO

Adjuntamos dos tablas que representan los mismos datos sobre las energías obtenidas utilizando el método de Euler Explícito. La diferencia entre estas radica en que en una de ellas utilizamos escala logarítmica para ver con claridad el aumento de energía en cada instante de la simulación.

En la primera tabla, se destaca claramente el intervalo de tiempo en el que se observa el mayor aumento de energía, que se encuentra entre 3.3159716 y 3.6839669. Después de este punto, la energía comienza a aumentar indefinidamente, lo que resulta en la desaparición del muelle y fin de nuestra simulación.

Por otro lado, la segunda tabla muestra los valores de energía en cada momento de la simulación. Desde el inicio mismo de la simulación, se puede apreciar una tendencia hacia la inestabilidad.

En resumen, mientras que la primera tabla resalta los intervalos de tiempo en los que la energía experimenta un aumento significativo, la segunda proporciona una visión detallada de cómo los valores de energía evolucionan a lo largo de la simulación, dejando ver la inestabilidad de utilizar este método.

EULER SIMPLÉCTICO

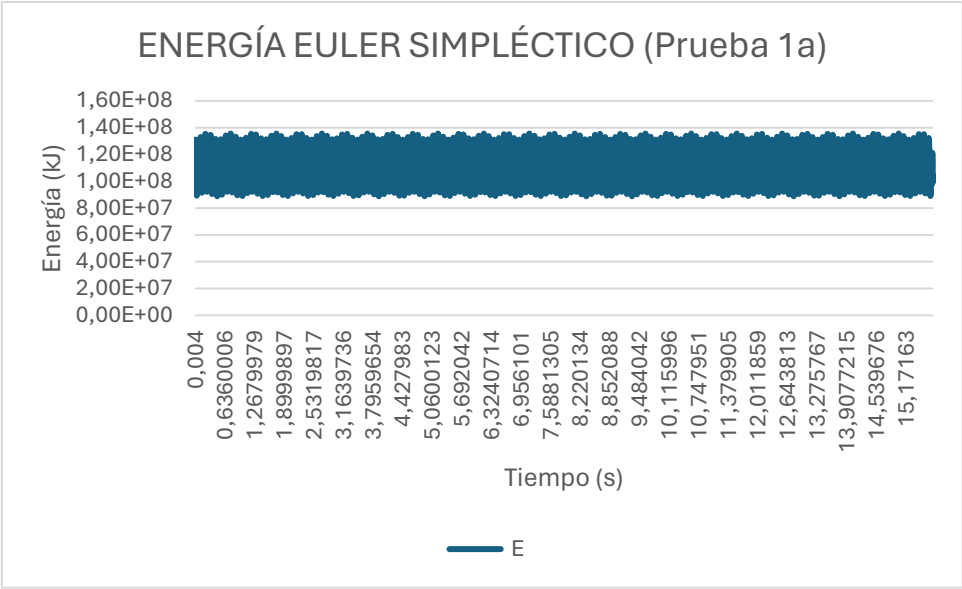


Tabla 2. Prueba 1a: EULER SIMPLÉCTICO

En la gráfica de energía obtenida para Euler simpléctico, podemos ver como los valores de energía fluctúan todo el rato en el mismo intervalo $[8,89E+07, 1,36E+08]$. Podemos decir que se trata de un método estable, aunque no preciso, ya que es bastante conservador, calculando la tangente en la curva al final del intervalo, permitiendo así cambiar su dirección antes de tiempo, impidiendo su divergencia.

HEUN

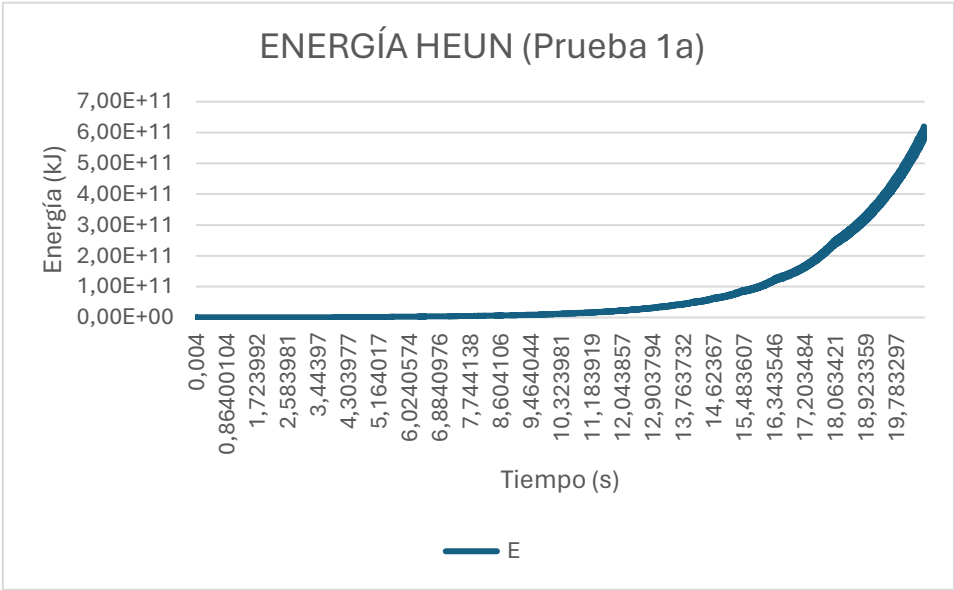


Tabla 3. Prueba 1a: HEUN

RK2

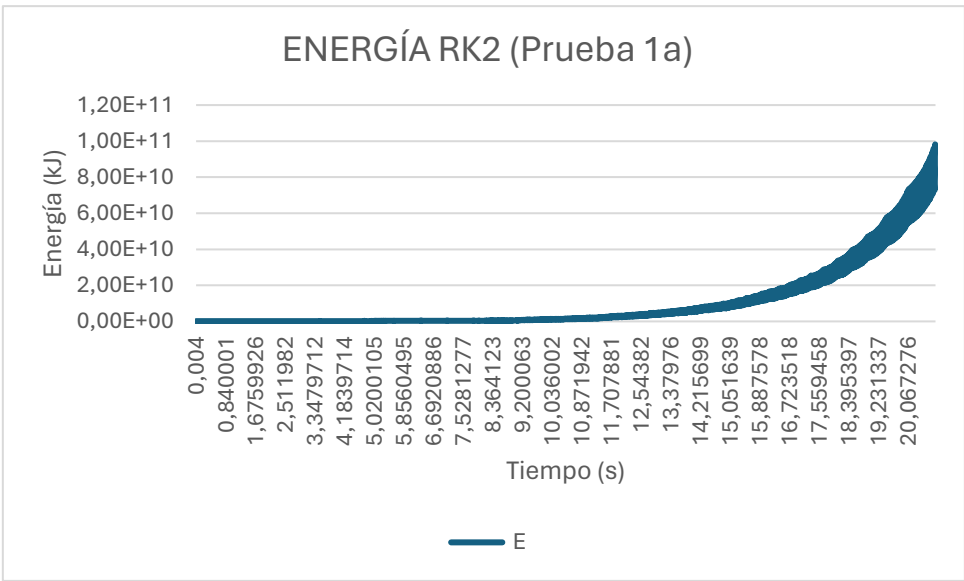


Tabla 4. Prueba 1a: RK2

En cuanto al método de integración de RK2, podemos observar como también tiende a divergir, aumentando su energía con el paso del tiempo. Este aumento de la energía es claramente inferior a Heun, por lo que divergirá más tarde y, por tanto, es más preciso, pero, lamentablemente, terminará divergiendo.

RK4

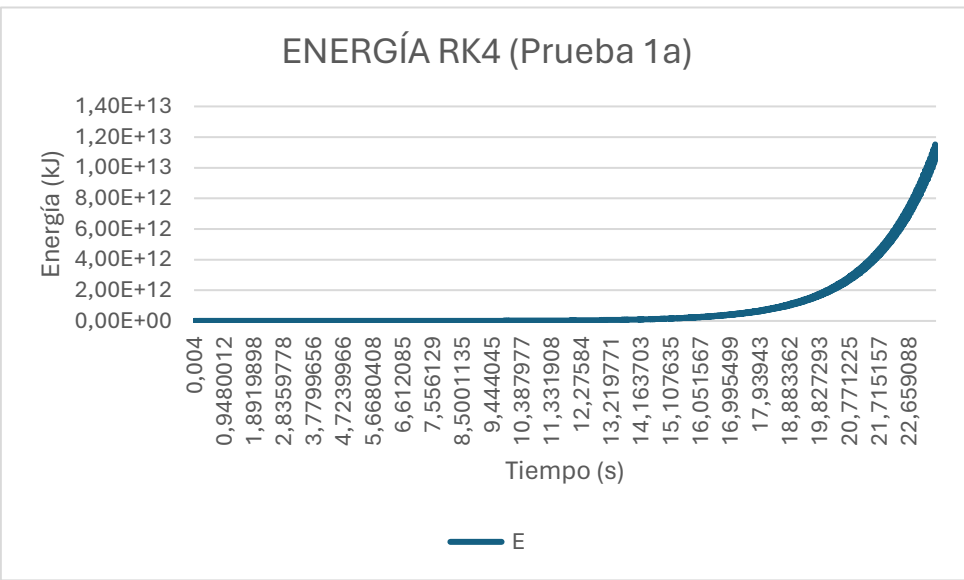


Tabla 5. Prueba 1a: RK4

Por último, en la gráfica obtenida al simular el problema con el integrador RK4, podemos observar esa divergencia y falta de precisión debido al aumento constante de la energía a lo largo del tiempo, a pesar de ser más estable que Heun y Euler Explícito.

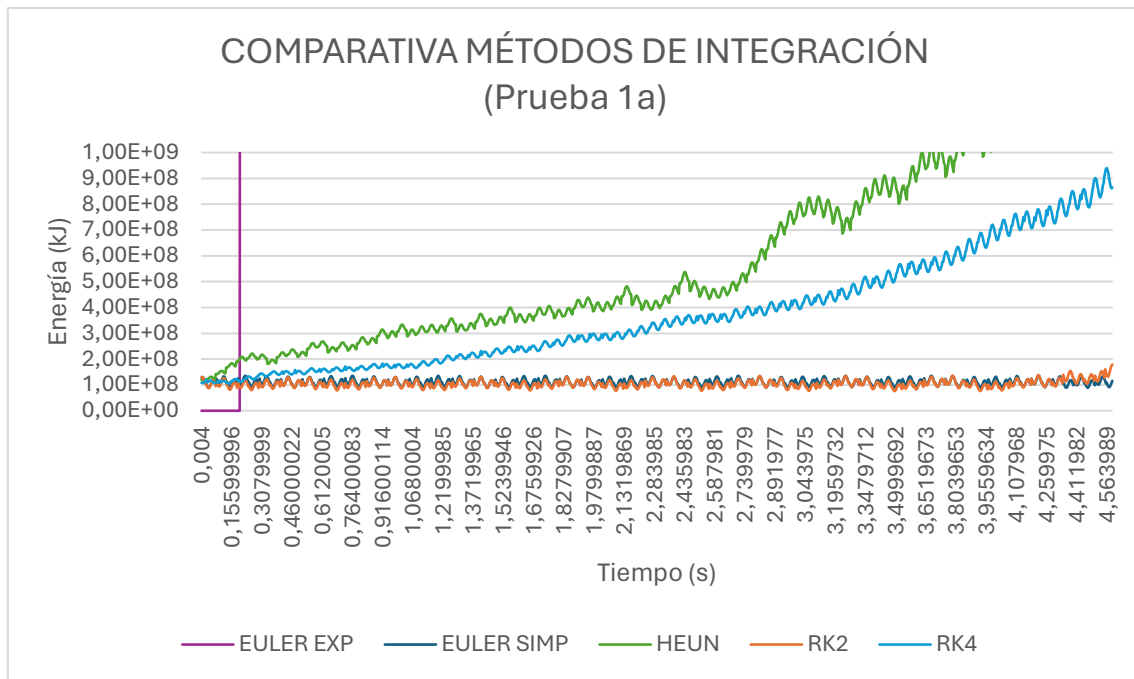


Tabla 6. Prueba 1a: Comparativa

CONCLUSIONES

Tras analizar las gráficas anteriores, podemos concluir que el mejor método en este caso será el de “Euler Simplético”. Esto se debe a que, el comportamiento real de un muelle sin fuerza de rozamiento se trata de una oscilación permanente entre sus extremos. Dicho efecto lo consigue el método de Euler Simplético a pesar de su imprecisión, siendo el más conservador, ya que no llegará a divergir nunca.

PRUEBA 1b. CON ROZAMIENTO

DATOS DE ENTRADA

Paso de simulación	0.005 s
Distancia	200 m
Aceleración gravitatoria	9.801 m/s ²
Masa	5 kg
Constante elástica	10000 N/m
Distancia de reposo	50 m
Coefficiente de rozamiento	40 kg/s

RESULTADOS

EULER EXPLÍCITO

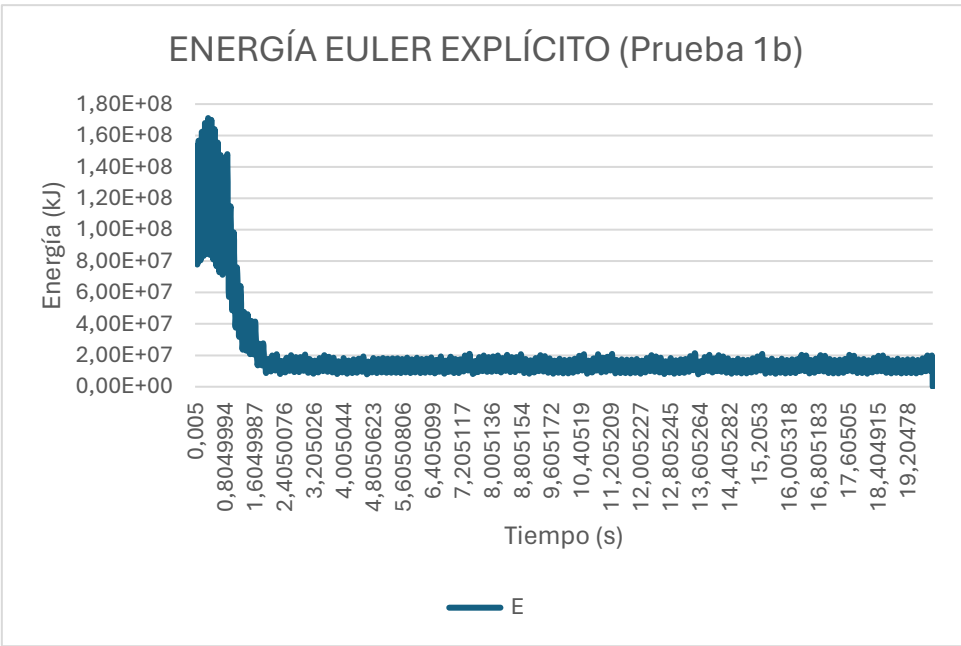


Tabla 7. Prueba 1b: EULER EXPLÍCITO

EULER SIMPLÉCTICO

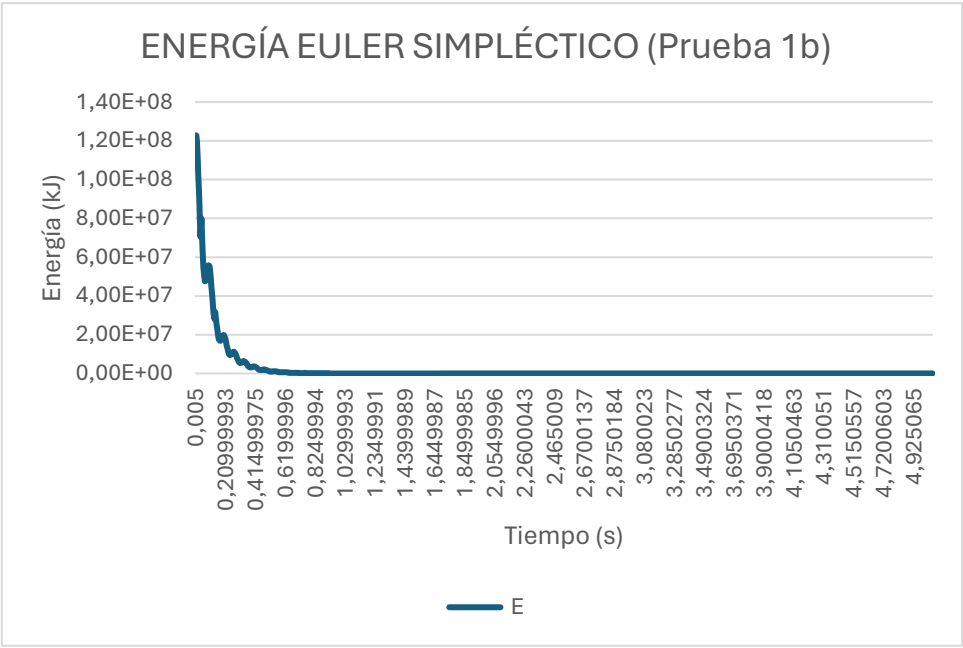


Tabla 8. Prueba 1b: EULER SIMPLÉCTICO

HEUN

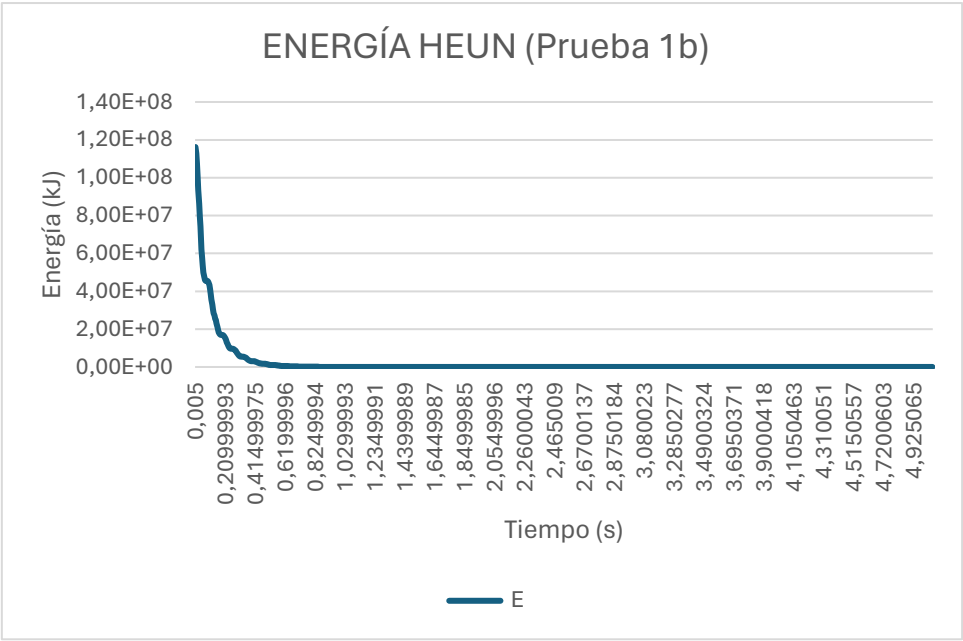


Tabla 9. Prueba 1b: HEUN

RK2

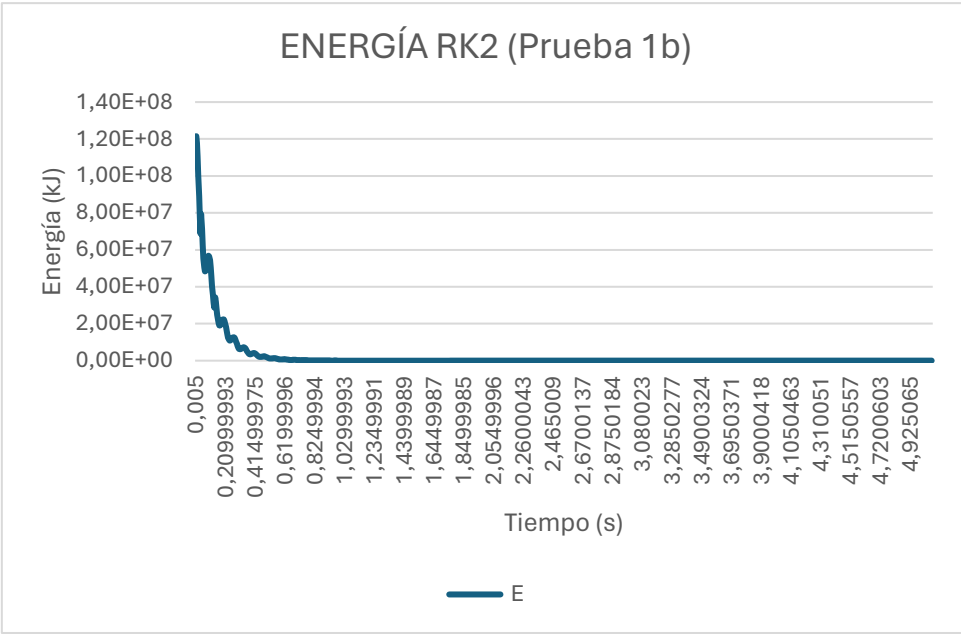


Tabla 10. Prueba 1b: RK2

RK4

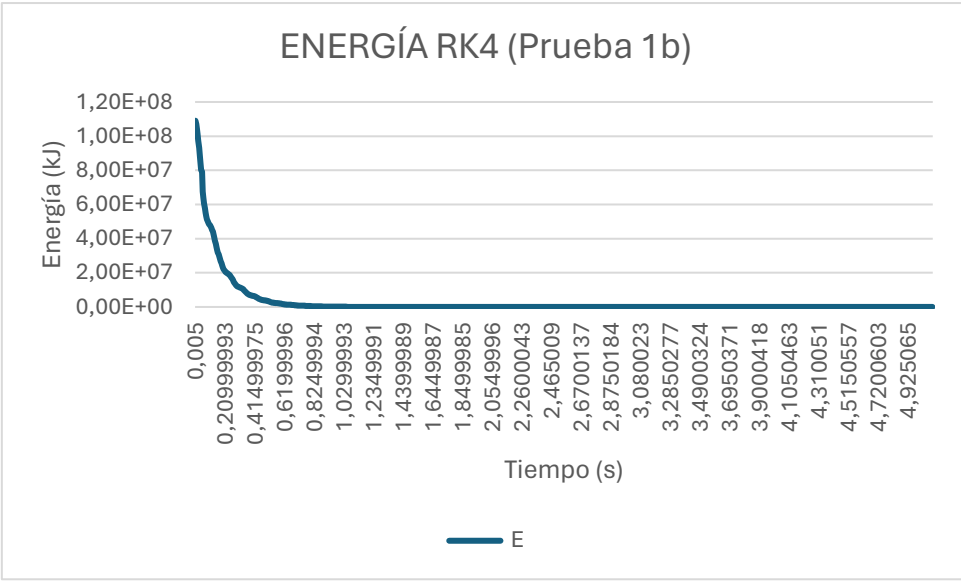


Tabla 11. Prueba 1b: RK4

COMPARATIVA

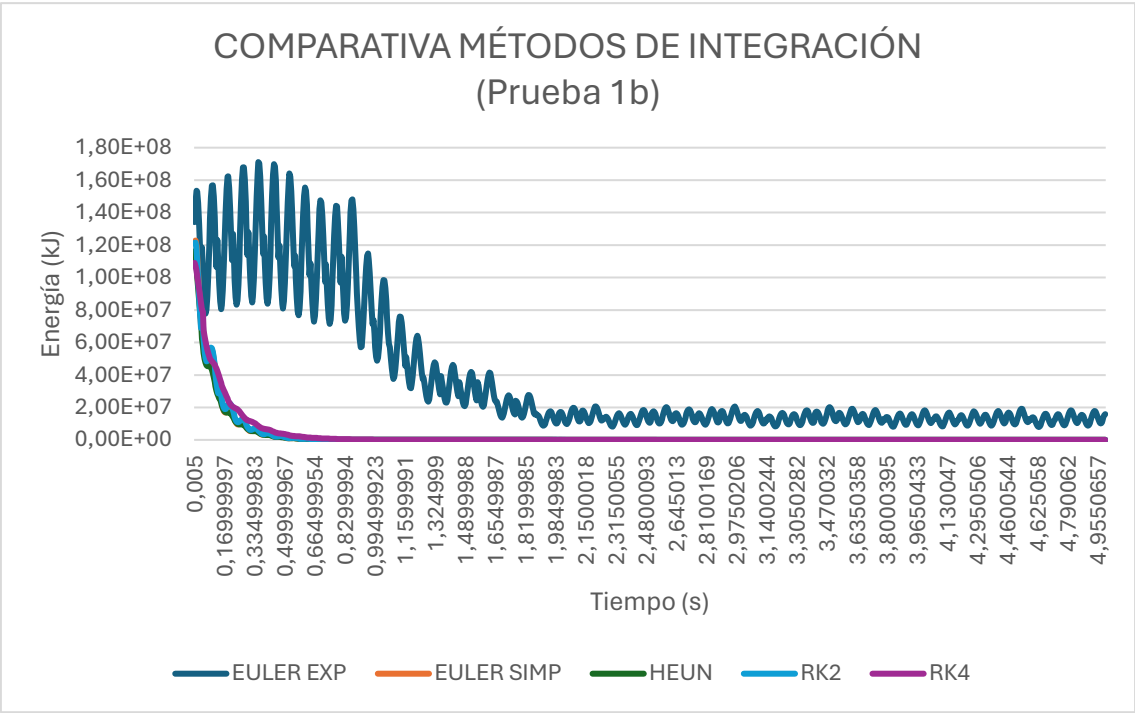


Tabla 12. Prueba 1b: Comparativa

CONCLUSIONES

Observando las gráficas obtenidas en el apartado anterior, podemos ver como los métodos de Euler Simplético, Heun, RK2 y RK4 son estables a la vez que precisos para los datos del problema, siendo mínima la diferencia entre estos.

En cuanto a Euler Explícito podemos declarar una precisión menor que a los anteriormente mencionados. También hay que destacar su inestabilidad, ya que no llegará a converger nunca.

Como no se observa claramente la diferencia entre Euler Simplético, Heun, RK2 y RK4 hemos decido realizar pruebas con diferentes parámetros, en los siguientes apartados, se podrán observar los resultados al aumentar la masa.

AUMENTANDO LA MASA

DATOS DE ENTRADA

Paso de simulación	0.005 s
Distancia	200 m
Aceleración gravitatoria	9.801 m/s ²
Masa	30 kg
Constante elástica	10000 N/m
Distancia de reposo	50 m
Coeficiente de rozamiento	40 kg/s

RESULTADOS

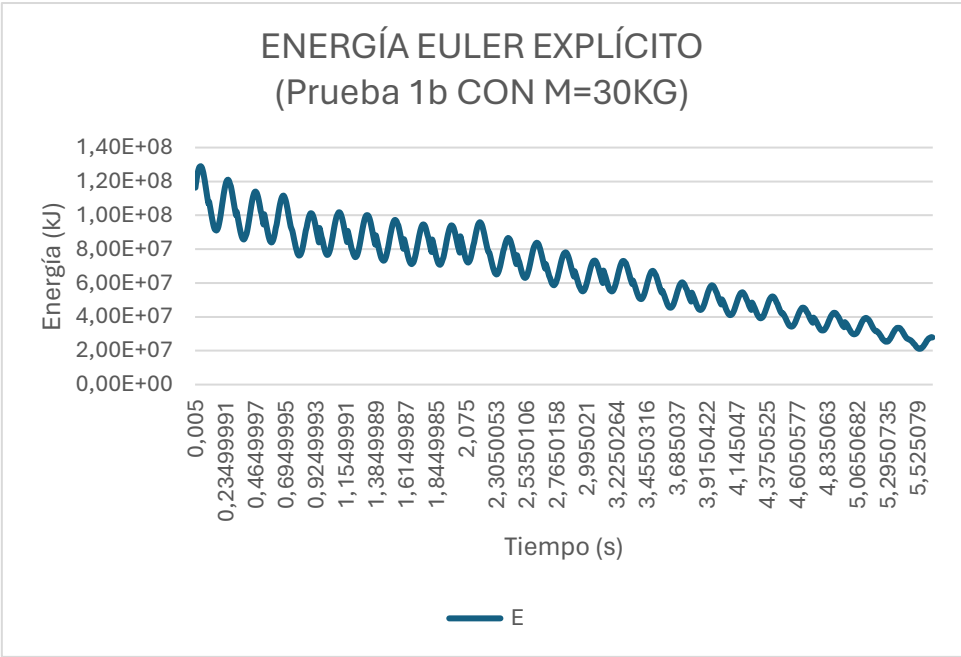


Tabla 13. Prueba 1b: EULER EXPLÍCITO CON M=30KG

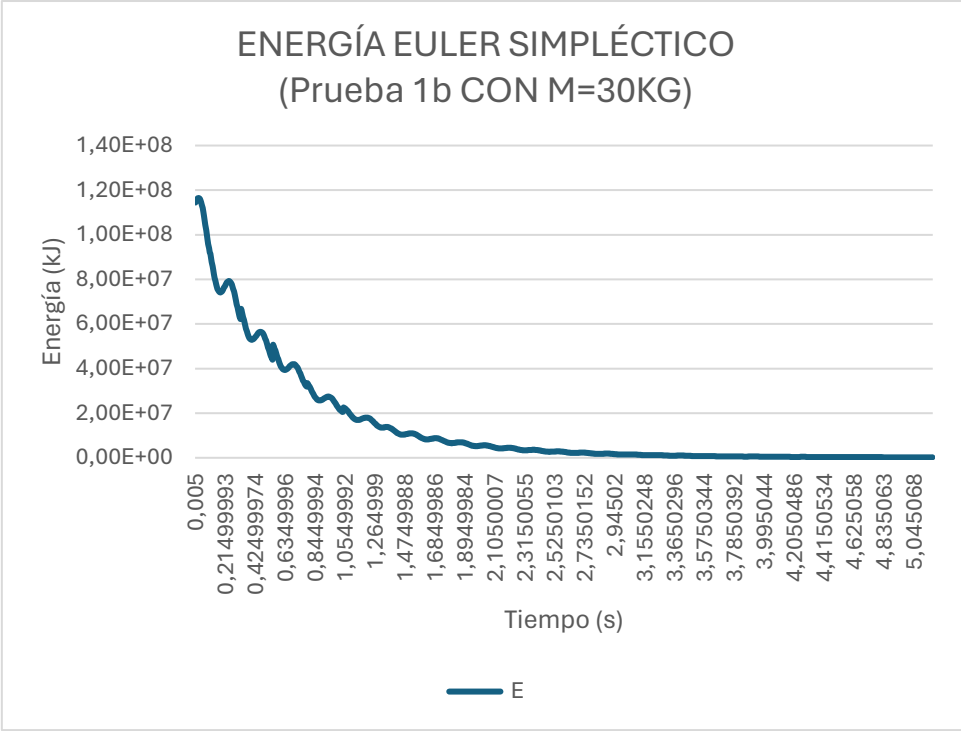


Tabla 14. Prueba 1b: EULER SIMPLÉCTICO CON M=30KG

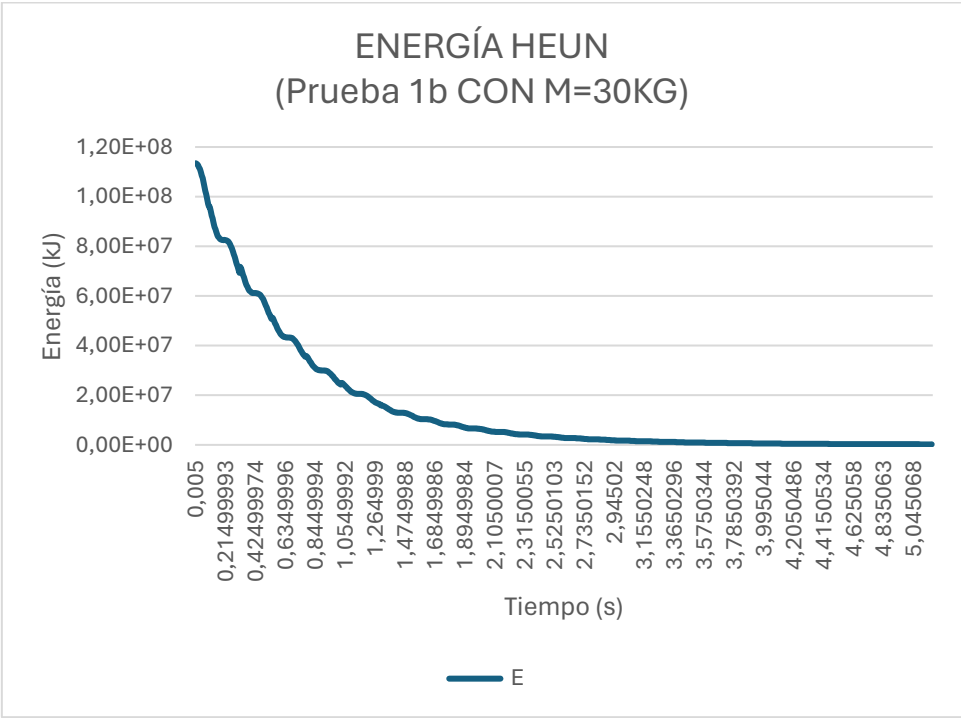


Tabla 15. Prueba 1b: HEUN CON M=30KG

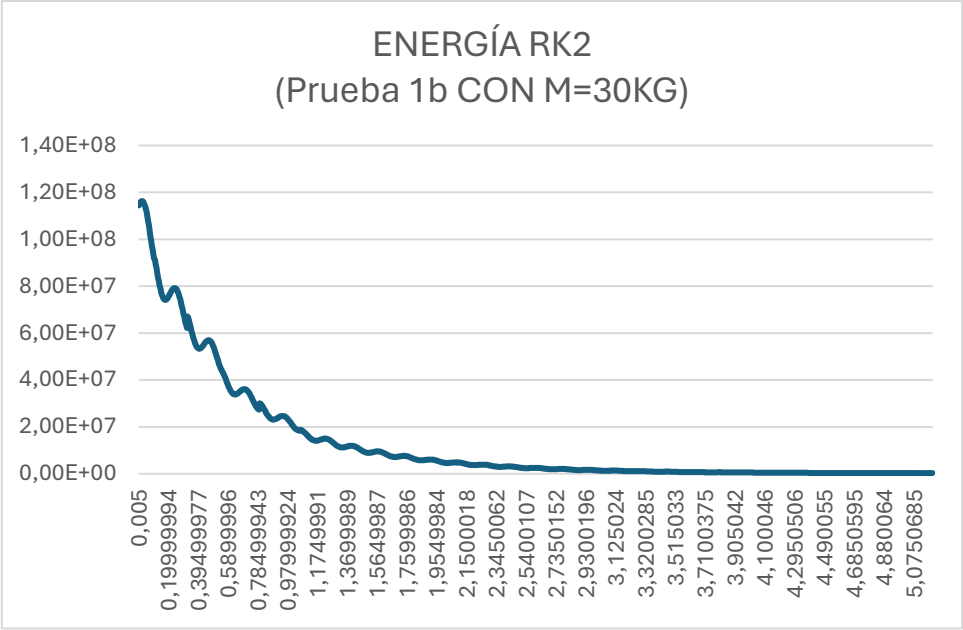


Tabla 16. Prueba 1b: RK2 CON M=30KG

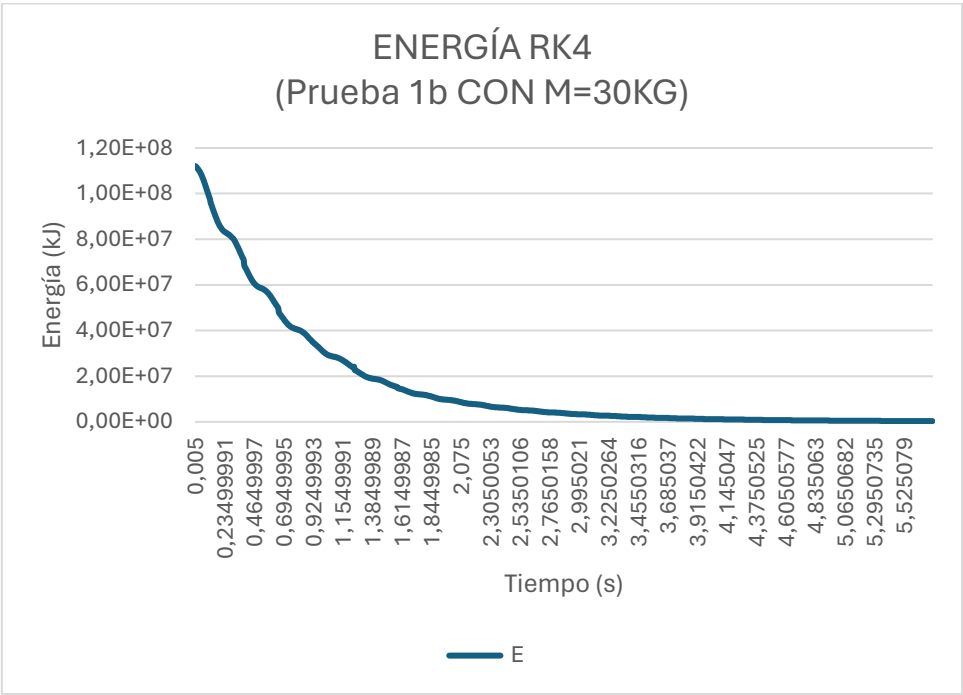


Tabla 17. Prueba 1b: RK4 CON M=30KG

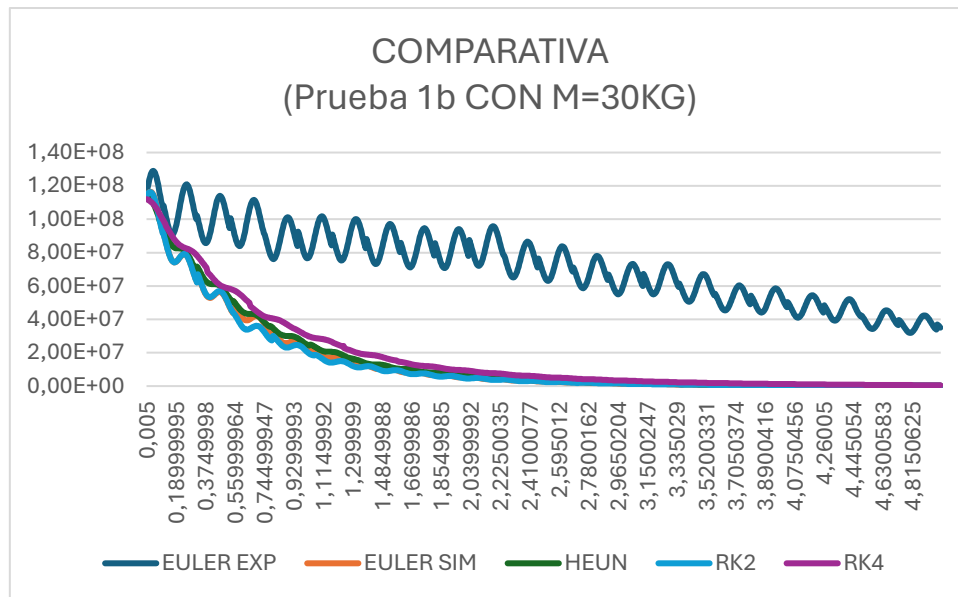


Tabla 18. Prueba 1b: COMPARATIVA CON M=30KG

CONCLUSIONES

Al aumentar la masa, podemos observar una pequeña variación en los resultados obtenidos con Euler Simpléctico, Heun, RK2 y RK4, permitiendo observar sus diferencias, siendo el más preciso y estable RK4.

PRUEBA 2. VARIACIÓN DEL PASO DE SIMULACIÓN

RESULTADO EN EULER EXPLÍCITO

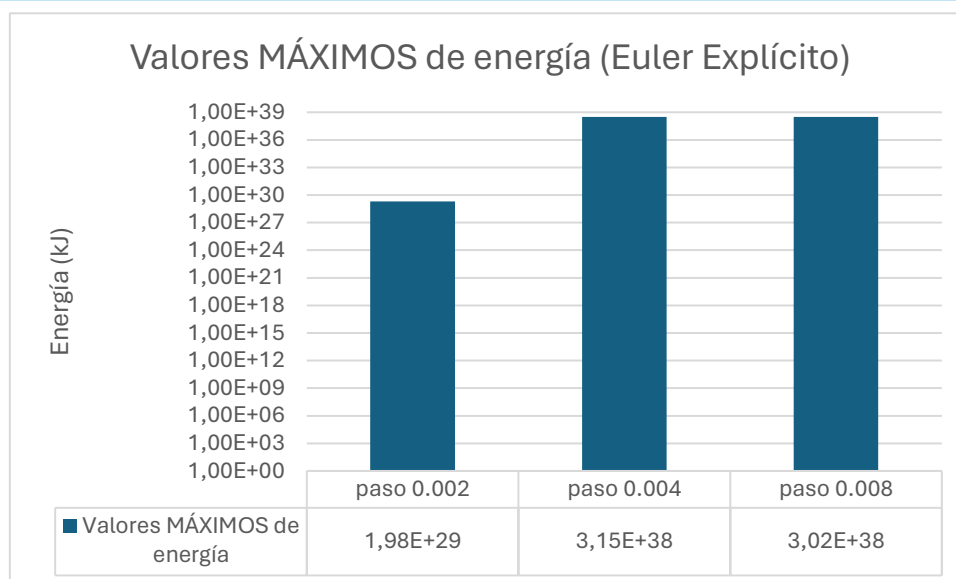


Tabla 19. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. EULER EXPLÍCITO

RESULTADOS EN EULER SIMPLÉTICO

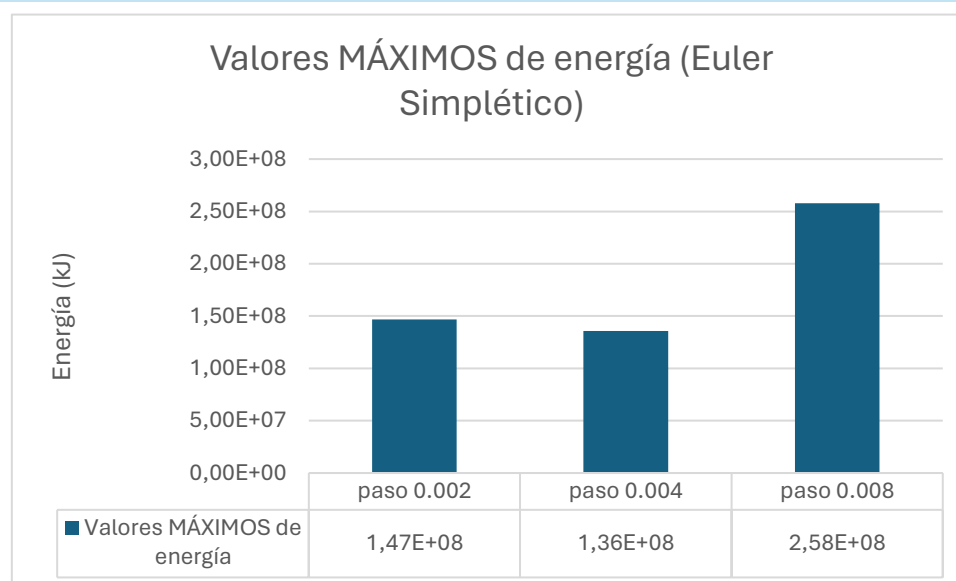


Tabla 20. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. EULER SIMPLÉTICO

RESULTADOS EN HEUN

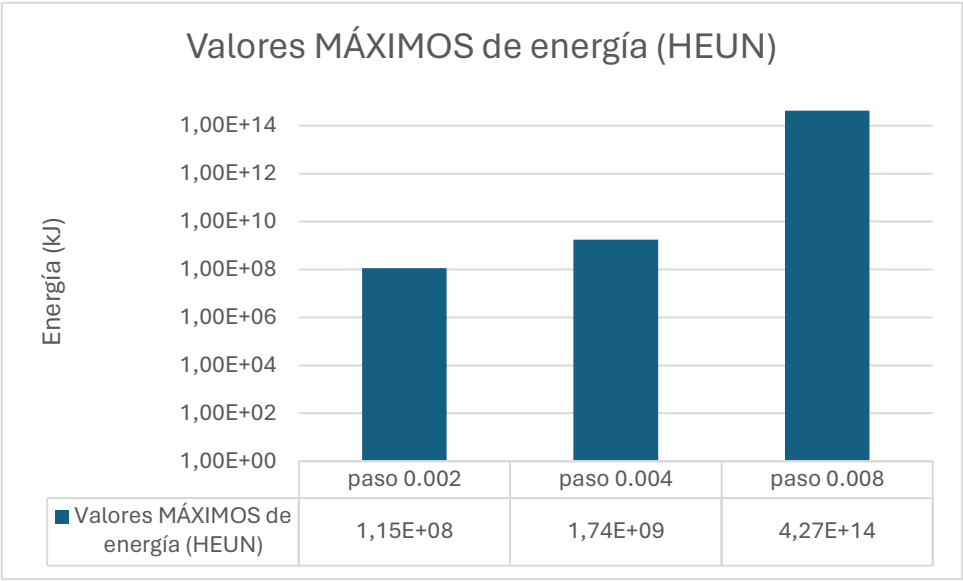


Tabla 21. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. HEUN

RESULTADOS EN RK2

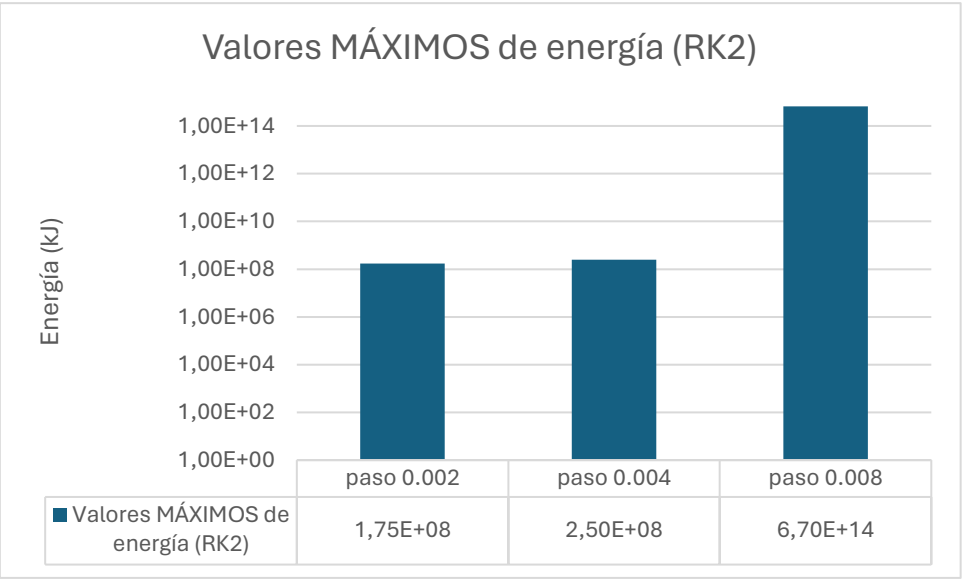


Tabla 22. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. RK2

RESULTADOS EN RK4

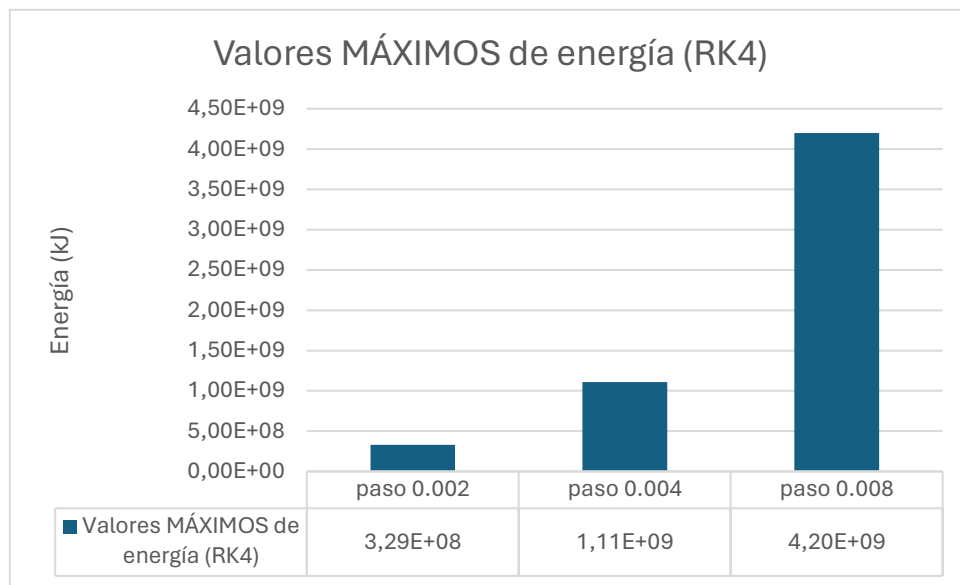


Tabla 23. Prueba 2. VALOR MÁXIMO DE ENERGÍA. RK4

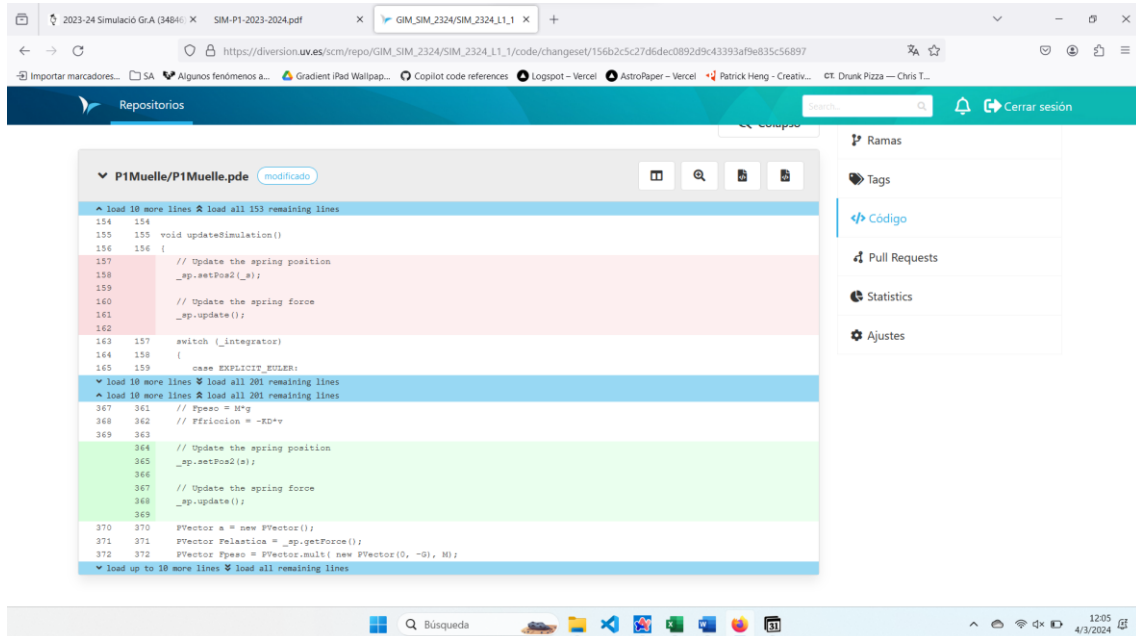
CONCLUSIONES

Variando el paso de simulación, podemos observar cómo varía la energía máxima en un intervalo de tiempo de 5 segundos. Por tanto, podemos concluir que este parámetro afecta a la estabilidad y precisión del sistema, obteniendo mejores resultados con pasos de simulación bajos.

También podemos apreciar que, cuanto más preciso es el método de integración, mayor es la diferencia entre los diferentes pasos. Vemos como en los métodos de Euler, los valores de energía máximos son desproporcionados al paso de simulación, pero en los demás métodos no.

APÉNDICE

Se han realizado correcciones en el código para el correcto funcionamiento de las simulaciones, por lo tanto, la versión de código en el Aula Virtual y en Diversion no es la misma. Se ha realizado la siguiente corrección:



Estábamos actualizando la posición del Spring en `updateSimulation`, en lugar de en `calculateAcceleration`. Además, el valor de posición que le establecíamos al Spring era `_s`, cuando tenía que ser `s`.