

El látigo y las ondas de choque

Luis A. Núñez
Escuela de Física
Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga, Colombia

3 de junio de 2022

1. Introducción

Los látigos son objetos famosos y asociados a dos de los mas connotados héroes de mi infancia y adolescencia: el Zorro e Indiana Jones ¹.

El chasquido de este instrumento nos recuerda su uso como arma o como elemento de tortura. Pero es impresionante que ese chasquido ocurre cuando el extremo del látigo se mueve más rápido que la velocidad del sonido creando un pequeño estampido sónico [1, 2]. El análisis del movimiento del extremo de este implemento ha sido objeto de estudio desde los tiempos de Galileo y, constituye un terreno ideal para la aplicación de técnicas de solución de ecuaciones diferenciales con valores de frontera [3, 4].

Pueden ver un par de videos ilustrativos del problema

- <https://www.youtube.com/watch?v=3HABgm-UUi0>
- https://www.youtube.com/watch?v=AnaASTBn_K4&feature=youtu.be

2. El problema

El problema consiste en calcular la velocidad (y el desplazamiento) de un extremo de una cuerda de longitud L , que reacciona un impulso que se le imprime en el otro extremo. Los látigos son un sistema (una cuerda inextensible) de masa variable, donde la masa por unidad de longitud en un extremo m_0 es mucho mayor que la masa por unidad de longitud en el otro extremo: $m_0 \gg m_L$.

3. Aproximaciones al problema

Quizá antes de abordar el problema mas general valga la pena analizar algunos casos mas simplificados:

¹<https://mappingignorance.org/2014/09/29/whip-electric-jet/>

1. Considere primero el caso de una cuerda con la misma *masa por unidad de longitud* a la cual se le imprime un pulso en uno de sus extremos y el otro extremo está fijo. Calcular la velocidad y el desplazamiento del otro extremo. Para darse una idea puede utilizar alguno de los simuladores que hay disponibles en la red. El de la Universidad de Colorado ² es particularmente bueno.
2. A continuación, libere el extremo del ejemplo anterior. Es decir, considere una cuerda a la cual se le imprime un pulso en un extremo, tiene el otro libre y queremos saber cuál va a ser su desplazamiento. Otra vez, utilice el simulador de la Universidad de Colorado ² para hacerse una idea de cuán buena es la solución que plantean.
3. Seguidamente considere la misma cuerda pero un cambio de la función masa (digamos en $L/2$) de una masa m_1 antes de $L/2$ y otra m_2 para después de $L/2$ [5]. Para esta cuerda, repita los puntos anteriores: pulso en un extremo y el otro fijo y, pulso en un extremo y el otro móvil.
4. Para finalizar, considere el problema de masa variable y calcule la velocidad del extremo mas delgado. Este problema lo debe considerar tanto desde el punto de vista analítico como numérico, resolviéndolo mediante diferencias finitas.
5. Discuta como cambiarían los resultados si la cuerda fuera extensible.

Referencias

- [1] B. Bernstein, D.A. Hall, and H.M. Trent. On the dynamics of a bull whip. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 30(12):1112–1115, 1958.
- [2] A. Goriely and T. McMillen. Shape of a cracking whip. *Physical review letters*, 88(24):244301, 2002.
- [3] S.C. Preston. The motion of whips and chains. *Journal of Differential Equations*, 251(3):504–550, 2011.
- [4] A. Telciyan. On the existence of the solutions for the inextensible string equations. Master thesis, Graduate School of Engineering and Natural Sciences, Sabanci University, Istambul, Turkey, 2018.
- [5] G Rodríguez Zurita, Ramón Alvarado Bustos, Rubén Alvarado Bustos, and LE Zavala Ramírez. Modos de oscilación en cuerdas homogéneas por tercios. *Revista mexicana de física*, 48(5):463–474, 2002.

² https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_en.html