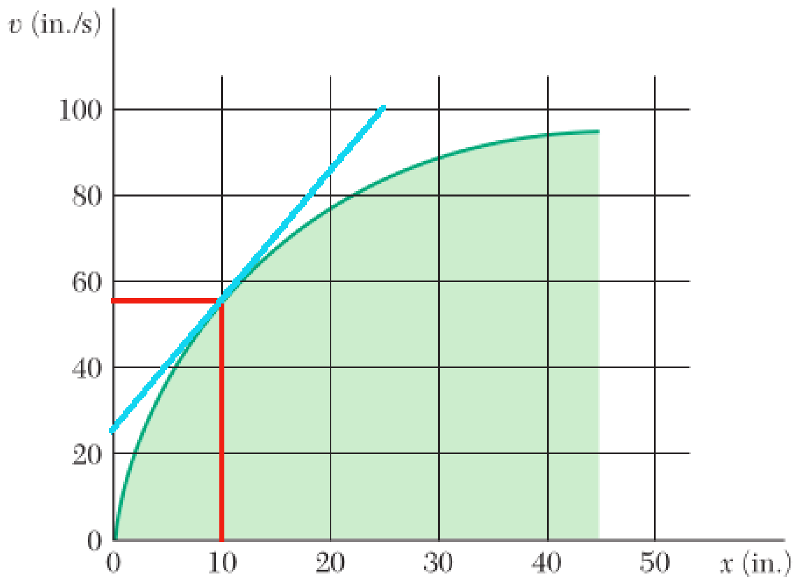
Trábajo práctico 1

Franco Ferretti, Martín Rossi

11.84

a)



En el punto $x = 10in$, la velocidad es aproximadamente $v = 56in/s$. Se traza la pendiente en ese punto y se obtiene el segmento que va desde $(0, 26)$ hasta $(25, 100)$. El gráfico no usa la misma escala para el eje x e y, la pendiente no tendrá ese ángulo pero estos dos puntos siguen siendo los mismos. El vector correspondiente a la pendiente sería $(25, 74)$, y su vector normal $(74, -25)$.

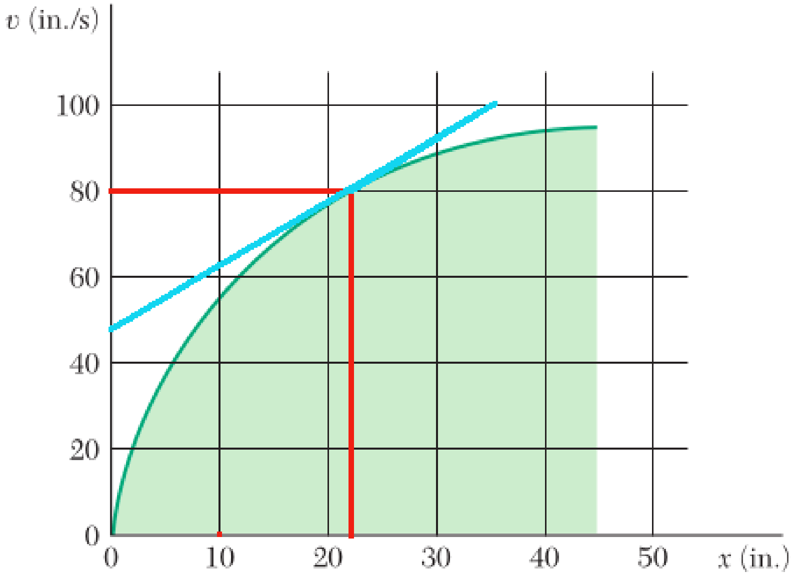
Ahora se busca el punto punto $(C, 0)$ tal que $(10, 56) + \alpha(74, -25) = (C, 0)$

$56 + \alpha * -25 = 0 \implies \alpha = 56/25 = 2.24$

$C = 10 + \alpha * 76 = 10 + 2.24 * 76 = 186$

Por lo tanto $a = 186 - 10 = 176in/s^2$

b)



Se hace lo mismo para $v = 80in/s$, donde x es aproximadamente $22in$. La pendiente va desde $(0, 50)$ hasta $(35, 100)$, el vector $(35, 50)$ y la normal $(50, -35)$.

$(22, 80) + \alpha(50, -35) = (C, 0)$

$80 + \alpha * -35 = 0 \implies \alpha = 80/35 = 2.28$

$C = 22 + \alpha * 50 = 22 + 2.28 * 50 = 136$

$a = 136 - 22 = 124in/s^2$

11.80

$D = 1.6mi = 8448ft$

$-4ft/s^2 \leq a \leq 4ft/s^2$

$-0.8ft/s^3 \leq \frac{\delta a}{\delta t} \leq 0.8ft/s^3$

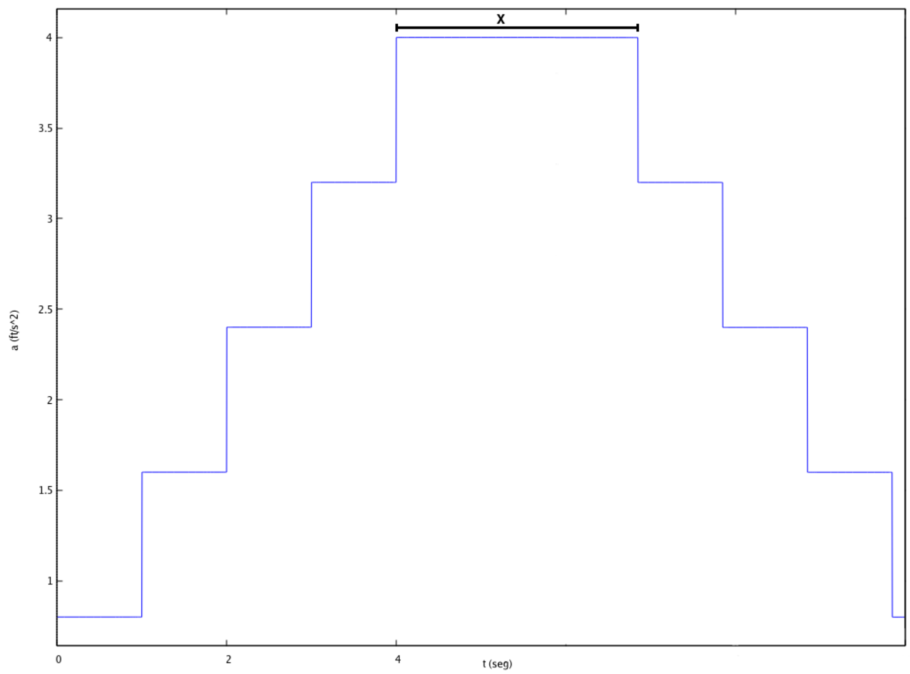
$0 \leq v \leq 20mi/h = \frac{88}{3}ft/s$

a)

Para llegar lo más rápido posible el tren deberá ir a su rapidez máxima de $\frac{88}{3}ft/s$ el mayor tiempo que pueda.

Como parte del reposo deberá ir aumentando su velocidad hasta llegar al máximo. Para eso tiene que acelerar, pero esa aceleración no puede variar más de $0.8ft/s^2$ por segundo.

Entonces la aceleración va a ir subiendo hasta cierto punto, y después va a bajar hasta 0 dejando al tren en la velocidad máxima. El tren recorre una distancia en velocidad máxima y después para frenarlo hace el proceso inverso.



El área bajo la curva de aceleración es igual a la velocidad, y como se sabe la velocidad máxima se busca el tiempo con la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
0.8 + 1.6 + 2.4 + 3.2 + 4x + 3.2 + 2.4 + 1.6 + 0.8 &= \frac{88}{3} \\
0.8(20 + 5x) &= \frac{88}{3} \\
x &= \frac{10}{3}
\end{aligned}$$

El tren tarda $\frac{10}{3} + 8 = \frac{34}{3} s$ en llegar a la velocidad máxima, y recorre $\frac{440}{3} ft$. Hará la misma distancia para bajar después hasta 0 de nuevo.

Entonces le faltan $8448 - 2 * \frac{440}{3} = \frac{24464}{3} ft$ a $\frac{88}{3} ft/s$, que lo hace en $278s$.

Por lo tanto tarda $2 * \frac{34}{3} + 278 = \frac{902}{3} \approx 300.6s = 5.01min$.

b)

La velocidad promedio es distancia sobre tiempo: $\frac{8448}{\frac{902}{3}} = \frac{1152}{41} ft/s = 19.15 mi/h$.

11.160

Cálculo de las componentes normales de la aceleración de los satélites con $a_n = g(R/r)^2$:
$a_A = 9.8(\frac{3960}{3960+120})^2 = 9.23m/s^2$
$a_B = 9.8(\frac{3960}{3960+200})^2 = 8.88m/s^2$

Conversión de millas a metros:
$3960 + 120 = 4080mi = 6566124m$
$3960 + 200 = 4160mi = 6694871m$

Cálculo de la velocidad tangencial con $a_n = \frac{v^2}{\rho}$:
$9.23 = \frac{v_A^2}{6566124} \implies v_A = 7784.94m/s$
$8.88 = \frac{v_B^2}{6694871} \implies v_B = 7710.41m/s$

Circunferencia de las órbitas:
$C_A = (2\pi * 6566124)m \approx 41256173m$
$C_B = (2\pi * 6694871)m \approx 42065115m$

El satélite A tarda $\frac{41256173}{7784.94} \approx 5300s$ en dar una vuelta. B $\frac{42065115}{7710.41} \approx 5456s$
Entonces las velocidad angular son $\omega_A = \frac{360}{5300} = \frac{18}{265} grado/s$ y $\omega_B = \frac{360}{5456} = \frac{45}{682} grado/s$

Hay que buscar el mínimo t tal que $\frac{18}{265}t = \frac{45}{682}t$ pero módulo 360 para ver en qué ángulo se vuelven a encontrar.
$\frac{18}{265}t = \frac{45}{682}t \iff \frac{351}{18730}t = 0$
Es decir que $\frac{351}{18730}t$ es múltiplo de 360. Por lo tanto $t = \frac{7229200}{39}$.

Hasta que se vuelvan a alinear van a tardar $\frac{7229200}{39} \approx 185364.10s = 51.49h$