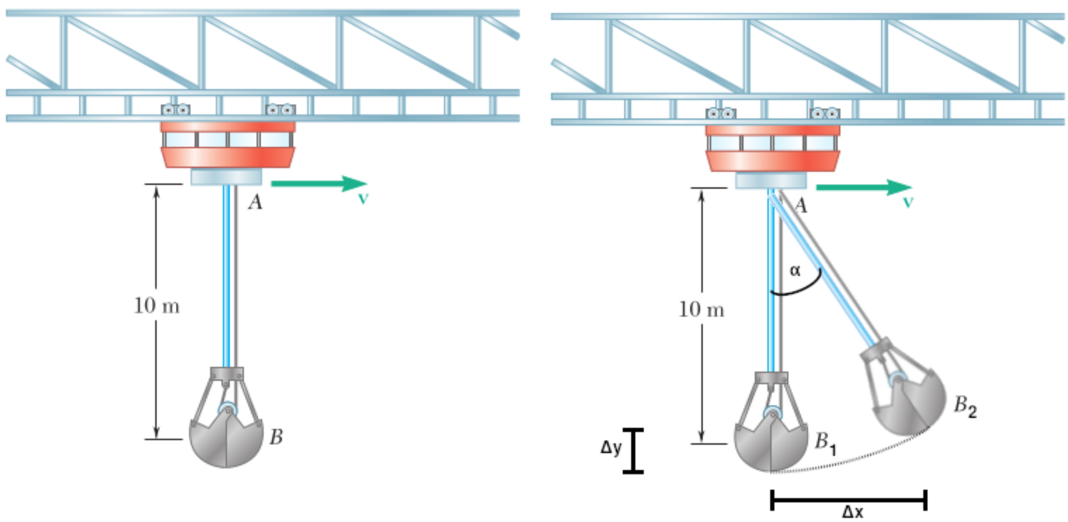
Trabajo práctico 3

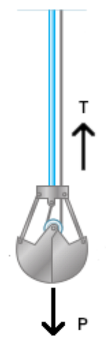
Martín Rossi

13.8 En una operación para mezclar minerales, un perol lleno de material está suspendido de una grúa móvil que se traslada a lo largo de un puente estacionario. La grúa se mueve a una rapidez de 3 m/s cuando se detiene de súbito. Determine la máxima distancia horizontal a través de la cual oscilará el perol.



B_1 es cuando se frena la grúa y el perol tiene una rapidez de $v = 3\ m/seg$. B_2 cuando llega al punto máximo en la oscilación y $v = 0$.

La energía cinética en $B1$ es $T_1 = \frac{1}{2} * m * 3^2 = \frac{9}{2} * m$ J. Y en $B2$, $T_2 = 0$.
Por lo tanto por el principio de trabajo y energía $U_{1 \to 2} = T_2 - T_1 = -\frac{9}{2} * m$ J. (1)



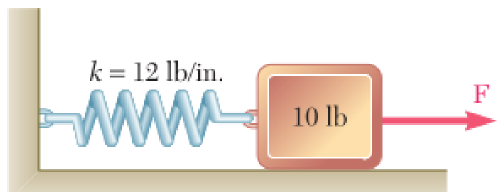
Las fuerzas que actúan sobre el perol son el peso P y la tensión del cable T.

T no realiza trabajo porque es perpendicular a la trayectoria. La única fuerza que lo realiza es P que es siempre vertical y se calcula como $U_{1\to 2} = P * \Delta y = m * g * \Delta y$ J. (2)

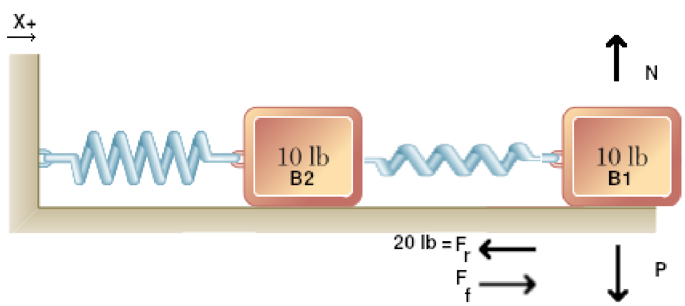
Igualando (1) y (2) queda $m * g * \Delta y = -\frac{9}{2} * m \implies \Delta y = -0.4592$ m.

Sabiendo el desplazamiento en el eje vertical se calcula en el horizontal:
$\cos(\alpha) = \frac{10-0.4592}{10} = 0.95408$
$\sin(\alpha) = 0.2996 = \frac{\Delta x}{10} \implies \mathbf{\Delta x = 2.996\ m}$

13.26 Un bloque de 10 lb está unido a un resorte sin estirar con una constante k = 12 lb/in. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el bloque y el plano son 0.60 y 0.40, respectivamente. Si se aplica lentamente una fuerza **F** al bloque hasta que la tensión en el resorte alcance 20 lb y luego, de manera súbita, se retira la fuerza determine *a*) la rapidez del bloque cuando regresa a su posición inicial, *b*) la rapidez máxima alcanzada por el bloque.



a)



La tensión del resorte F_r se calcula como $F_r = k * x$, con k la constante del resorte y x la deformación. Entonces $20 = F_r = 12 * x \implies x = \frac{5}{3}$ in

Fuerza del resorte:

El resorte tiene una tensión de 20 lb cuando se suelta y llega hasta la posición inicial donde la tensión es 0.

Usando la fórmula para el trabajo $U_{1\to2} = \frac{1}{2} * k * x_1^2 - \frac{1}{2} * k * x_2^2$ se obtiene:

$(U_{1\to2})_r = \frac{1}{2} * 12 * \frac{5}{3}^2 - \frac{1}{2} * 12 * 0 = \frac{50}{3}$ lb*in

Fuerza de fricción:

$F = N * \mu_k = 10 * 0.4 = 4$ lb

$(U_{1\to2})_f = F * x = 4 * (-\frac{5}{3}) = -\frac{20}{3}$ lb*in

El trabajo total es $U_{1\to 2} = (U_{1\to 2})_f + (U_{1\to 2})_r = \frac{50}{3} - \frac{20}{3} = 10$ lb*in (1)

Por el principio de trabajo y energía $U_{1\to 2} = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} * m * v_2^2$ (2), donde v_2 será la rapidez con la que pasa por la posición inicial.

Igualando (1) y (2):
$\frac{1}{2} * m * v_2^2 = 10 \implies \frac{10}{386.088} * v_2^2 = 20 \implies \mathbf{v_2 = 27.79}$ **in/seg= 2.32 ft/seg**

b)

El punto de rapidez máxima será cuando la aceleración sea 0. Se calcula la posición de este bloque B_3 con la segunda ley de Newton:

$$\begin{aligned} F &= m * a \\ F &= 0 && \text{(a=0)} \\ F_r + F_f &= 0 && \text{(Fuerzas de fricción y del resorte)} \\ -k * x + N * \mu_k &= 0 \\ -12 * x + 10 * 0.4 &= 0 \\ x &= \frac{1}{3} \text{ in} \end{aligned}$$

Fuerza del resorte:
$(U_{1\to 3})_r = \frac{1}{2} * 12 * \frac{5}{3}^2 - \frac{1}{2} * 12 * \frac{1}{3}^2 = 16$ lb*in

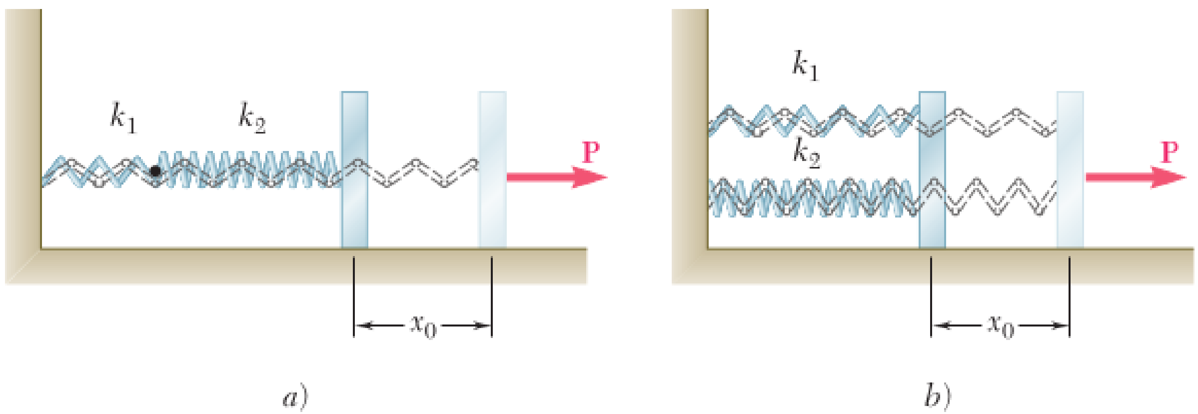
Fuerza de fricción:
$F = N * \mu_k = 10 * 0.4 = 4$ lb
$(U_{1\to 3})_f = F * x = 4 * (\frac{1}{3} - \frac{5}{3}) = -\frac{16}{3}$ lb*in

El trabajo total es $U_{1\to 3} = (U_{1\to 3})_f + (U_{1\to 3})_r = \frac{32}{3}$ lb*in (1)

Por el principio de trabajo y energía $U_{1\to 3} = T_3 - T_1 = \frac{1}{2} * m * v_3^2$ (2)

Igualando (1) y (2):
$\frac{1}{2} * m * v_3^2 = \frac{32}{3} \implies \mathbf{v_3 = 28.69}$ **in/seg= 2.39 ft/seg**

13.55 Una fuerza **P** se aplica lentamente a una placa que está unida a dos resortes y provoca una deflexión x_0. En cada uno de los dos casos indicados, obtenga una expresión para la constante k_e, en términos de k_1 y k_2, del resorte único equivalente al sistema dado, esto es, de un resorte que experimentaría la misma deformación x_0 si se sometiera a la misma fuerza **P**.



a)

Los dos resortes están enganchados. Si sus deformaciones son x_1 y x_2 para el resorte con k_1 y k_2, entonces $x_1 + x_2 = x_0$. (1)

La fuerza del resorte equivalente F_e es igual a P.
$F_e = -k_e * x_0 = P \implies x_0 = -\frac{P}{k_e}$

P es también igual a F_1 y a F_2, las tensiones de cada uno de los resortes.
$F_1 = -k_1 * x_1 = P \implies x_1 = -\frac{P}{k_1}$
$F_2 = -k_2 * x_2 = P \implies x_2 = -\frac{P}{k_2}$

Por lo tanto reemplazando los valores de x_0, x_1 y x_2 en (1):

$$\frac{P}{k_e} = \frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2}$$
$$\frac{1}{k_e} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$
$$\frac{1}{k_e} = \frac{k_2 + k_1}{k_1 * k_2}$$
$$\mathbf{k_e} = \frac{\mathbf{k_1 * k_2}}{\mathbf{k_1 + k_2}}$$

b)

Cada resorte se alarga x_0. La fuerza F_e del resorte equivalente es P, y ahora la suma de los resortes en paralelo es $F_1 + F_2 = P$.

$$\begin{aligned} P &= F_1 + F_2 \\ -k_e * x_0 &= -k_1 * x_0 - k_2 * x_0 \\ -k_e * x_0 &= -(k_1 + k_2) * x_0 \\ \mathbf{k_e} &= \mathbf{k_1} + \mathbf{k_2} \end{aligned}$$