

Trabajo práctico: unidad 3

Probabilidad y estadística

Martín Rossi

1) Se definen los sucesos:

T_0 : “se emite un 0”

T_1 : “se emite un 1”

R_0 : “se recibe un 0”

R_1 : “se recibe un 1”

Se tiene que:

$$P(T_0) = 0.5$$

$$P(T_1) = 0.5$$

Entonces se define el suceso E : “se comete un error en la transmisión” como:

$$E = (T_0 \cap R_1) \cup (T_1 \cap R_0)$$

Y se calcula la probabilidad:

$$\begin{aligned} P(E) &= P((T_0 \cap R_1) \cup (T_1 \cap R_0)) \\ &= P(T_0 \cap R_1) + P(T_1 \cap R_0) - P(T_0 \cap R_1 \cap T_1 \cap R_0) \\ &= P(T_0 \cap R_1) + P(T_1 \cap R_0) && (T_0 \text{ y } T_1 \text{ excluyentes}) \\ &= P(T_0|R_1)P(R_1) + P(T_1|R_0)P(R_0) \\ &= P(T_0)P(R_1) + P(T_1)P(R_0) && (\text{si se asume independencia entre } R \text{ y } T) \\ &= 0.5 * P(R_1) + 0.5 * P(R_0) \end{aligned}$$

2) Se definen los sucesos:

I_1 : “error importante en la primer prueba”

I_2 : “error importante en la segunda prueba”

M_1 : “error menor en la primer prueba”

M_2 : “error menor en la segunda prueba”

N_1 : “ningún error en la primer prueba”

N_2 : “ningún error en la segunda prueba”

Se tiene que:

$$P(I_1) = 0.6$$

$$P(M_1) = 0.3$$

$$P(N_1) = 0.1$$

a) Usando estas probabilidades junto con la fórmula de probabilidad condicional $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$ se forma la tabla de intersecciones:

		Tipo de error segunda prueba		
		Importante	Menor	Ninguno
Tipo de error primera prueba	Importante	0.18	0.3	0.12
	Menor	0.03	0.09	0.18
	Ninguno	0	0.02	0.08

b) Se puede condicionar la probabilidad por el resultado de la primer prueba. Como I_1, M_1, N_1 forman una partición de S , se calcula $P(I_2)$ con los valores de la tabla:

$$\begin{aligned}
 P(I_2) &= P(I_2|I_1)P(I_1) + P(I_2|M_1)P(M_1) + P(I_2|N_1)P(N_1) \\
 &= 0.3 * 0.6 + 0.1 * 0.3 + 0 * 0.1 \\
 &= 0.21
 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
 P(M_1|I_2) &= P(M_1 \cap I_2)/P(I_2) \\
 &= 0.03/0.21 \\
 &= 0.1429
 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
 P(M_2) &= P(M_2|I_1)P(I_1) + P(M_2|M_1)P(M_1) + P(M_2|N_1)P(N_1) \\
 &= 0.5 * 0.6 + 0.3 * 0.3 + 0.2 * 0.1 \\
 &= 0.41
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(N_2) &= P(N_2|I_1)P(I_1) + P(N_2|M_1)P(M_1) + P(N_2|N_1)P(N_1) \\
 &= 0.2 * 0.6 + 0.6 * 0.3 + 0.8 * 0.1 \\
 &= 0.38
 \end{aligned}$$

		Tipo de error primera prueba		
		Importante	Menor	Ninguno
Tipo de error segunda prueba	Importante	0.8571	0.1429	0
	Menor	0.7317	0.2195	0.0488
	Ninguno	0.3158	0.4737	0.2105

Ningún resultado de la primera es independiente al de la segunda, una vez hechas las dos pruebas.

3) Se definen los sucesos:

E : “una persona tiene la enfermedad”

A : “el test da positivo”

Tenemos los siguientes datos:

$$P(A|E) = 0.9$$

$$P(A|\overline{E}) = 0.05$$

$$P(E) = 0.12$$

$$P(\overline{E}) = 0.88$$

Se calcula $P(\overline{E}|A)$:

$$\begin{aligned} P(\overline{E}|A) &= \frac{P(A|\overline{E})P(\overline{E})}{P(A)} && \text{(Teorema de Bayes)} \\ &= \frac{0.05 * 0.88}{P(A|E)P(E) + P(A|\overline{E})P(\overline{E})} \\ &= \frac{0.05 * 0.88}{0.9 * 0.12 + 0.05 * 0.88} \\ &= 0.2895 \end{aligned}$$