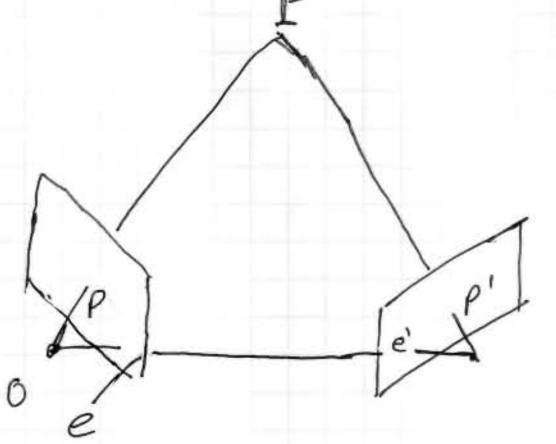
21/11/16

נושאים מתקדמים בראיה חישובית הרצאה #4:

נושאים:

גאומטריה:
- Epipolar Geometry
- Essential Matrix - מצלמות מכוילות
- Fundamental Matrix - מצלמות לא מכוילות
- 8 Point Algorithm

Haris Corner Detector - מוצא נק' עניין בתמונה



$$P' = t + RP$$

$$P'^T \underbrace{[t]_x R}_{E} P = 0 \Rightarrow \boxed{P'^T \underbrace{[t]_x R}_{E} P = 0}$$

$$[t]_x = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix}$$

עבור ה- E (Essential) ו- F (Fundamental):

בפיקסלים $\rightarrow$ $P_{im} = K \underset{\text{על החיישן}}{\overset{\uparrow}{p}}$ $\qquad$ $P_{im} \cong K[R\ t] \underset{\text{נק' בעולם}}{\overset{\uparrow}{P}}$

$$\Downarrow$$

$$p = K^{-1} P_{im}$$

נציב ב: $p'^T E p = 0$

$$p'^T_{im} \underbrace{(K^{-1})^T E K^{-1}}_{F} P_{im} = 0$$

$$\boxed{p'^T_{im} F P_{im} = 0}$$

21/11/16

8 - Point Algorithm

איך לחשב את F מנקודות בתמונה.

Input: $\{P_{im}, P'_{im}\}_{i=1}^{n}$

output: F

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x'x & x'y & x' & y'x & y'y & y' & x & y & 1 \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \end{pmatrix}}_{n \times 9} \underbrace{\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}}_{9 \times 1} = \underbrace{\bar{0}}_{n \times 1}$$

ניתן לפתור ע"י SVD או ע"י הוספת שורה נוספת שמאלצת את איבר F_{33} להיות שווה ל-1. הבעיה בכך הוא שע"י אילוץ $F_{33}=0$ אנחנו יכולים לדחוף נק' אחרות לאפס ואת המטריצה לאי יציבות.

בפועל: מנרמלים את ערכי הנקודות ל-Zero Mean Unit Variance לפני שמריצים את אלג' 8 Points.

בהנתן $\{P_{im}\}_{i=1}^{n}$ אני רוצה:

$$\text{Zero Mean}\begin{cases} \sum x_i = 0 \\ \sum y_i = 0 \end{cases} \qquad \text{Unit Variance}\begin{cases} \sum \tilde{x}_i^2 = 1 \\ \sum \underset{\uparrow}{\tilde{y}_i}^2 = 1 \end{cases}$$

"~" מנורמל

$\boxed{\text{Normelized 8 Point Algo.}}$

$$\tilde{P}_{im} = \underset{\uparrow}{T} P_{im}$$

התמרה אפינית

$$\tilde{P}'_{im} = T' P'_{im}$$

$$P_{im} = T^{-1} \tilde{P}_{im}$$

$$P'_{im} = T^{-1} \tilde{P}'_{im}$$

התמרה מקואורדינטות תמונה לקואורדינטות מנורמלות

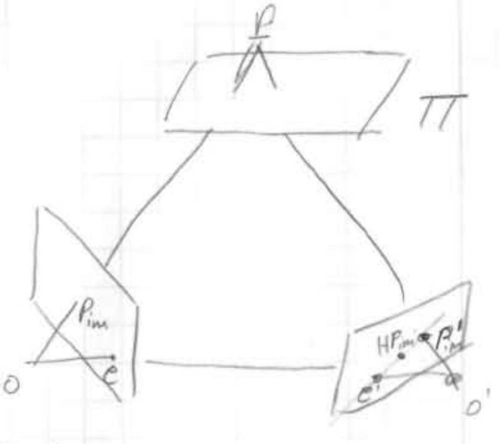
קואורדינטות מנורמלות

$$\Rightarrow \quad P'^{T}_{im} \underbrace{T^{-T} \tilde{F} T}_{F} P_{im} = 0$$

21/11/16

דרך אחרת להסתכל על F היא:

$$F = \underbrace{[e']_x}_{\text{epipole}} \underbrace{H}_{\text{Homograpy}}$$



$$\underbrace{P'^{T}_{im}}_{\text{נק' 3}} \underbrace{[e']_x}_{\text{נק' 2}} \underbrace{H P_{im}}_{\text{נק' 1}} = 0$$

עבור נקודות הומוגניות

cross Product of two points => Line
Dot Product Point & line => Point on line
cross Product of two lines => Point of intersection

<u>טענה</u>: אם $F \cong [e']_x H$ אזי, לכל $G = \underset{3x3}{H} + \underset{1x1}{\lambda} \underset{3x1}{e'} \underset{1x3}{v^T}$

מתקיים: $F \cong [e']_x G$

<u>הוכחה</u>:

$$F = [e']_x G = [e']_x (H + \lambda e' v^T) =$$
$$= [e']_x H + \lambda \underbrace{[e']_x e'}_{=0} v^T = [e']_x H$$

נזכיר כי הומוגרפיה תפעל רק כאשר:

1) הסצנה מישורית (אין הבדלי עומקים או לפחות לא הרבה).
או כאשר
2) המצלמה רק מסתובבת סביב ציר.

21/11/16

Haris Corner Detector

נק' עניין היא נק' ששונה מהסביבה שלה.

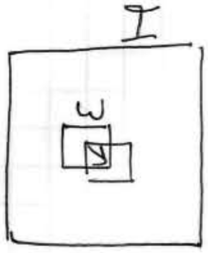
באופן מתמטי:

$$E(u,v) = \sum_{(x,y)\in W} \left[I(x+u, y+v) - I(x,y) \right]^2 \quad (*)$$

פונק' שגיאה

תמונה מוזזת   תמונה מקורית

ההפרש בגודל חלון.



נרצה למצוא מקום בתמונה בו $\min_{\|(u,v)\|^2=1} E(u,v)$ גדול

נשתמש בקירוב טור טיילור:

$$I(x+u, y+v) = I(x,y) + I_x(x,y)\cdot u + I_y(x,y)\cdot v + h.o.t \approx$$

$$\approx I(x,y) + [I_x \;\; I_y] \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

נציב ב-(*) ונקבל:

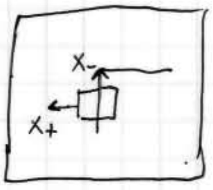
$$E(u,v) \approx \sum_{(x,y)\in W} \left[I(x,y) + [I_x \; I_y]\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} - I(x,y) \right]^2 =$$

$$= \sum_{(x,y)\in W} \left[[I_x \; I_y] \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \right]^2$$

וקיבלנו:

$$E(u,v) \approx (u \;\; v) \underbrace{\begin{pmatrix} \sum I_x^2 & \sum I_x I_y \\ \sum I_x X_y & \sum I_y^2 \end{pmatrix}}_{H} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

$\binom{u}{v}$ עם שגיאה מינימלית/מקסימלית הם הו"ע של H.



X_+, λ_+ ו"ע ו-ע"ע עם מקסימום שינוי.

X_-, λ_- ו"ע וע"ע עם מינימום שינוי.