ALGEBRA

Primer Cuatrimestre Tec.Sup.en Análisis y Desarrollo de Sis.Informáticos

Profesor: Álvaro Saldivia Obando

TRABAJO PRÁCTICO 2: POLINOMIOS

1.- Indique cual de las siguientes expresiones son polinomios, detallando: grado, coef.ppal. y término independiente. Si existen casos que no corresponden a polinomios, justificar.

a) p(x) = $3x^2 + 2x + 5$

b) q(x) = $-2x^3 - 4x^5 + x - 1$

c) p(x) = $\frac{2}{3}x$

d) f (x) = $2\frac{1}{x^5} + 3x^4 + 1$

e) s(x) = $5x^{-2} - 2x + 3$

f) q(y) = $\sqrt{3}y^2 + 3y$

g) p(x) = 10

h) p(x) = 9 $x^{\sqrt{2}} - 7\sqrt{x} + 3$

2.- Efectúe las siguientes operaciones con los polinomios:

p(x)= $3x^2 + 2x$ y q(x) = $x^3 - 5x^2 - 3x$

a) p(x) + q(x)
b) q(x)−p(x)
c) 3 p(x) − 2 q(x)
d) – p(x) – q(x)
e) p(x) −2 q(x)

3.- Encontrar el cociente c(x) y el resto r(x) al dividir p(x) por q(x)

a) p(x) = $8x^3 + 2x^2 + x - 2$ y q(x) = $4x^2$ −x + 2

b) p(x) = $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ y q(x)= $x - 3$

c) p(x)= $x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 + x$ y q(x)= $x - 1$

d) p(x) = $x^5 + 3x^2 - 7$ y q(x) = $3x^3 - 8x^2 - x + 1$

e) p(x) = $2x^5 - x^3 - 3x^2 + x - 2$ y q(x)= $2x^2 + x + 1$

4.- Realizar p(x) / q(x) aplicando la Regla de Ruffini. Determine si p(x) es divisible por q(x)

a) p(x) = $x^3 + x^2 + 9x - 4$ y q(x)= x −3

b) p(x)= $7x^2 + 9x - 6$ y q(x)= x −2

c) p(x)= $x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 4x^2 + x$ y q(x)= $x - 1$ (corroborar resultado con 3c)

d) p(x)= $x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32$ y q(x)= $x - 2$

e) p(x) = $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$ y q(x)= $x - 3$ (corroborar resultado con 4b)

f) p(x)= $x^2 + 5x + 6$ y q(x)= x + 3

5.- Verificar si los siguientes valores de x son raíces de p(x). Verificar con Geogebra

a) x=2, $x = \frac{1}{2}$ ó $x = \frac{-1}{2}$ con p(x) = $2x^3 - 3x^2 - 8x - 3$

b) $x = -1$,$x = -2$ ó $x = \frac{1}{3}$ con p(x)= $3x^2 + 5x - 2$

c) $x = -2, x = -1, x = \frac{1}{2}$ ó $x = 0$ con p(x) = $8x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 9x - 2$

d) $x = 3$, $x = \frac{1}{4}$ o $x = -3$ con $p(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 9x - \frac{9}{2}$

6.- Encontrar las raíces de los siguientes polinomios. Hacer uso de la regla de Ruffini,Teorema de Báscara y Gauss. Verificar con Geogebra

a) $p(x)$ = $3x^2 + 15x + 18$

b) $p(x)$ = $-2x^3 + 4x^2 + 2x - 4$, sí x = 1 es raíz (Sugerencia: Aplicar Ruffini)

c) $p(x)$ = $-4x^3 - 2x^2 + 4x + 2$

d) $p(x)$ = $x^3 - 4x^2 + x + 6$

e) $p(x)$ = $x^4 - 5x^2 + 4$

f) $p(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$

Anexo Teórico

Forma Gral.de un polinomio (en una variable)

(x) = $an.xn$ + an−1.xn−1 + ⋯+ a1.x + a0

Donde:

n : Es un entero positivo o incluso cero, es el grado del polinomio

x: Es la variable del polinomio

an,−1,…..a1,ao son números reales denominados coeficientes del polinomio.

an (≠ 0) es el coeficiente ppal.del polinomio y a0 es el termino independiente

División de polinomios

- Sí p(x) es un polinomio llamado dividendo y q(x) es otro llamado divisor y cumpliéndose que q(x) ≠0 y grado q(x) ≤ grado p(x) , entonces existen dos polinomios únicos c(x) (cociente) y r(x)(resto) que cumplen: p(x) = q(x) . c(x) + r(x)

- grado r(x) < grado q(x)

Regla de Ruffini

Permite dividir dos polinomios pero sólo cuando el polinomio q(x) = x – a, es decir, es de grado 1, mediante esta regla se determinan c(x) y r(x), donde r(x) es un número Real.

• Sí r(x) es cero, se dice que p(x) es divisible por q(x)

Teorema del Resto

El resto r(x) al dividir p(x) por q (x)= x-a es igual a p(a) (r(x) = p(a) ;es un número Real)

Raíces de p(x)

Un número "s" es una raíz de un polinomio si se cumple que: p(s) = 0

•Por T. del Resto si p(a) = 0 entonces "a" es raíz de p(x)

•Sí al aplicar Ruffini obtengo resto cero y q(x) = x-a entonces "a" es raíz de p(x)

Teorema de Gauss (permite encontrar las raíces de un polinomio "particular")

Sí tenemos un polinomio cuyos coeficientes son números enteros, entonces, para encontrar sus raíces, hay que buscar primero los divisores del término independiente del polinomio y del coeficiente principal. Por ejemplo, en el polinomio: 2x3 -3x2 - 11x + 6, el término independiente es 6, y el coeficiente principal es 2. Tengo que buscar los divisores de 6 y los divisores de 2. Por lo tanto:

Divisores de 6: 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6. (En general los denomino con la letra "k")

Divisores de 2: 1, -1, 2, -2. (En general los denomino con la letra "a")

Entonces, las posibles raíces del polinomio son todas las fracciones "k/a", es decir:

1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6, 1/2, -1/2, 3/2 y -3/2

Para encontrar cuales de todas éstas son raíces, reemplazo cada uno de estos valores en p(x) y cuando p(x)=0 estoy en presencia de una raíz.