ALGEBRA

Primer Cuatrimestre　　　　Tec.Sup.en Análisis y Desarrollo de Sis.Informáticos

Profesor: Álvaro Saldivia

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Breve historia de las ecuaciones lineales

En los primeros tiempos, que comprende el período de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de estas. Dentro de esta etapa encontramos un álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para resolver ecuaciones algebraicas.
Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación ax + b = c han pasado más de 3 000 años. Los egipcios dejaron en sus papiros (sobre todo en el de Rhid -1.650 a. de C-) multitud de problemas matemáticos resueltos, donde se encuentran algunos que se pueden clasificar como algebraicos, pues no se refieren a ningún objeto concreto. En éstos, de una forma retórica, obtenían una solución realizando operaciones con los datos de forma análoga a como hoy se resuelven dichas ecuaciones.
Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma:
x+ax=b
x + ax + bx = 0
*Donde a, b y c son números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban **aha** o **montón**.*
Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhid responde al problema siguiente: "Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24".
En notación moderna, la ecuación sería: x + 1/7 x = 24

Definición

Son aquellas donde sólo aparece una variable elevada al exponente 1. Puede usarse cualquier letra para denotar la incógnita y los coeficientes son números reales. Toda ecuación es una expresión de igualdad (=).Cada lado de la igualdad se denomina miembro de la ecuación. La solución de la ecuación es un valor numérico que hace cumplir la igualdad de ambos miembros.

Ejemplo: $\overbrace{2x + 9}^{\text{Primer Miembro}} = \overbrace{4x - 11}^{\text{Segundo Miembro}}$

Incógnita o variable

El método para resolver una ecuación de primer grado se logra transformando
la ecuación dada en otra equivalente, hasta lograr despejar la incógnita,
quedando en el otro miembro el valor numérico de la solución. Cabe señalar, ecuaciones equivalentes poseen la misma solución.

Propiedades utilizadas para obtener ecuaciones equivalentes:

a) Propiedad Cancelativa : a+c= b+c, entonces a=b

Sí $c \neq 0$ y a.c = b.c entonces a=b

b) Propiedad Uniforme: Sí a=b, entonces a+c = b+c
(Al sumar c en ambos lados se obtiene otra ecuación equivalente)

Sí a=b, entonces a.c = b.c
(Al multiplicar por c en ambos lados se obtiene otra ecuación equivalente)

Ejemplo: Despejar la incógnita x en la ecuación de primer grado:

a) 5x + 2 = 17 (resto 2 en ambos lados). Prop. Uniforme
5x+2-2 = 17 – 2 (Cancelo el 2)
5x = 15 (multiplico por $\frac{1}{5}$ en ambos lados). Prop. Uniforme
$5 \cdot \frac{1}{5} x = 15 \cdot \frac{1}{5}$ (Simplifico el 5)
x = 3 (Resultado)

Observación: Se puede comprobar fácilmente si es correcto el resultado, al remplazarlo en la ecuación inicial debe cumplir la igualdad.

b) 3 - 3x = -6 (Resto -3)
3 – 3x -3 = -6 – 3
-3x = -9 (Multiplico por $-\frac{1}{3}$)
$-3 \cdot -\frac{1}{3} x = -9 \cdot -\frac{1}{3}$
x = 3

Comprobación:
3-3.3 = -6 (Remplazo x por 3)
3-9 = -6
-6 = -6 (Verifica ecuación)

c) 7 = -x+8 (resto 8)
7-8 = -x+8-8
-1 = -x (Multiplico por -1)
-1 . -1 = -x. -1
1 = x , que es lo mismo que escribir: **x = 1**

d) 3x – 1 = 2x +5 (Resto -2x)
3x – 2x-1 = 2x – 2x+5
x – 1 = 5 (Sumo 1)
x-1+1 = 5+1
x = 6

Problemas con una incógnita

a) Si un número se divide por 0,3 resulta 60, ¿Cuál es el número?

A) 0,18 B) 1,8 C) 18 D) 20 E) 200

Procedimiento:

Este ejercicio se resuelve a través del planteamiento de una **<u>ecuación sencilla de primer grado</u>**, el número desconocido lo asociamos a la incógnita **x** y a continuación decodificamos el texto literal a una expresión matemática.

x : 0,3 = 60, o en forma fraccionaria, $\frac{x}{0,3} = 60$, de donde se deduce que

x = 60 • 0,3 = 18, que corresponde a la opción C.

b) Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte?

A) 250 cm y 50 cm B) 175 cm y 125 cm C) 150 cm y 150 cm

D) 200 cm y 100 cm E) Ninguna de las medidas anteriores.

Procedimiento:

En esta pregunta el alumno debe comprender el enunciado y a partir de los datos entregados en él debe plantear y resolver una **ecuación de primer grado** con una incógnita.

Del enunciado se tiene que la tabla que mide 3 metros, que equivalen a 300 cm, se divide en dos partes, si la parte más corta es **x**, la otra es **300 – x**.

Además, se sabe que una de ellas es 50 cm más larga que la otra, entonces se puede concluir que:

$x + 50 = 300 - x$ (Sumo x)

$2x + 50 = 300$ (Resto 50)

$2x = 250$ (Multiplico por $\frac{1}{2}$)

$x = 125$

Así, las medidas de cada parte de la tabla son 125 cm y 175 cm, valores que se encuentran en la opción B).

c) Un vendedor recibe un sueldo base de \$ 21.500, al mes, más 8% de las ventas por comisión. ¿Cuánto debe vender para ganar \$ 31.700 en el mes?

A) \$ 25.462 B) \$ 53.200 C) \$ 127.500 D) \$ 181.250 E) \$ 396.250

Procedimiento:

En efecto, si el sueldo base es de \$ 21.500 debe vender **\$ x**, para que el 8% de comisión más el sueldo base llegue a \$ 31.700, lo que matemáticamente se escribe como:

$21.500 + \frac{8}{100}.x = 31.700$

$\frac{8}{100}.x = 31.700 - 21.500$

$\frac{8}{100}. x = 10.200$

$x = 10.200 . \frac{100}{8}$

$x = 127.500$

Luego, la solución es x=\$127.500 opción C)