

Exemple de programme Mona

Vu en TD : Je veux écrire une formule $\phi(X_a, X_b)$ qui soit vraie si les variables X_a et X_b modélisent bien un mot de la forme a^*b . Dans un fichier *monProgramme.mona*, je saisis la formule suivante :

```
#Déclaration des variables libres :  
# - var1 pour les variables du premier ordre  
# - var2 pour les variables du second ordre  
  
var2 Xa, Xb;  
  
#Déclaration et définition du prédicat  
  
pred formeDesMotsAcceptes(var2 X, Y) =  
ex1 y: y in Y & y notin X  
  & all1 x: (  
    ((x < y) => (x in X))  
    &  
    ((x > y) => (x notin (Xa union Xb)))  
  )  
  & X inter Y = empty;  
  
#Appel du prédicat donnant toutes les valeurs possibles de Xa et Xb  
formeDesMotsAcceptes(Xa, Xb);  
  
#Appel du prédicat pour des valeurs données. Dans le cas ci-dessous  
#la formule n'est pas valide, car il manque 0.  
formeDesMotsAcceptes(Xa, Xb) & Xa={1,2} & Xb={3} ;
```

Je teste ensuite sa validité dans un *invite de commande* avec la commande *mona <options> monProgramme.mona*. Vous pouvez accéder à la liste des options de Mona en tapant simplement *mona*.

Quelques petits essais – un air de déjà vu

Exercice 1.

Écrire en mona les formules correspondant aux problèmes ci-dessous :

1. Soit X et Y deux ensembles finis d'entiers, $\phi(X, Y)$ est vraie ssi le plus grand élément de X est plus petit que le plus petit élément de Y .
2. Soit X et Y deux ensembles finis d'entiers, $\phi(X, Y)$ est vraie ssi pour chaque élément de X , il existe un élément plus grand dans Y .
3. $(ab)^+$
4. $b(a)^+b$

Comme pour l'exercice précédent, testez vos formules en donnant des valeurs aux paramètres X et Y et construisez les automates.

Programmation de problèmes logiques en Mona

Exercice 2. Le but de cet exercice est de modéliser le jeu du morpion. Sur une grille de 3 par 3, les joueurs placent tour à tour un pion (\times pour le joueur 1 et \bigcirc pour le joueur 2). Le joueur 1 (resp. 2) gagne s'il parvient à aligner verticalement ou horizontalement ou en diagonale trois symboles \times (resp. \bigcirc).

Une modélisation possible du jeu est de considérer les coups des joueurs comme étant les entiers de 0 à 8. En particulier nous considérerons les entiers pairs comme étant les coups du joueur 1 et les entiers impairs comme étant les coups du joueur 2. Ainsi, le premier coup du joueur 1 sera 0, puis son deuxième sera 2, son troisième 4, ... Symétriquement, pour le joueur 2, son premier coup sera 1, son deuxième 3, ...

Maintenant, considérons la grille du morpion. Cette grille est composée de 9 cases. Une case est vide ou alors elle contient un seul symbole (\times ou \bigcirc). Donc nous pouvons représenter chacune de ces cases comme une variable C_i de type *ensemble* avec $i = 0 \dots 8$ (voir Fig. 1). Une case vide est l'ensemble vide, une case remplie est un singleton contenant un entier de 0 à 8.

C_0	C_1	C_2
C_3	C_4	C_5
C_6	C_7	C_8

FIGURE 1 – Modélisation du Morpion

1. Définir la formule $\phi_{unCoupUneCase}(C_0, \dots, C_8)$ qui soit vraie ssi si un coup est joué, alors il est joué que dans une seule case.
2. Définir la formule $\phi_{caseCorrecte}(C)$ qui soit vraie ssi C contient un seul élément ou C est vide.
3. Définir la formule $\phi_{plateauCorrect}(C_0, \dots, C_8)$ qui soit vraie ssi toutes les cases sont *correctes* et que tous les entiers présents dans les singletons sont bien compris entre 0 et 8.
4. Définir la formule $\phi_{pasDeTricherie}(C_0, \dots, C_8)$ qui soit vraie ssi si le coup n est joué, alors tous les coups de 0 à $n - 1$ ont été joués également.
5. Définir la formule $\phi_{caseDuJoueur1}(C)$ qui soit vraie ssi la case contient un pion du joueur 1.
6. Définir la formule $\phi_{caseDuJoueur2}(C)$ qui soit vraie ssi la case contient un pion du joueur 2.
7. Définir la formule $\phi_{joueur1Gagne}(C_0, \dots, C_8)$ qui soit vraie ssi le joueur 1 a gagné avant le joueur 2 dans la configuration donnée.
8. Définir la formule $\phi_{joueur2Gagne}(C_0, \dots, C_8)$ qui soit vraie ssi le joueur 2 a gagné avant le joueur 1 dans la configuration donnée.
9. Définir la formule $\phi_{niGagnantNiPerdant}(C_0, \dots, C_8)$ qui représente le fait que le morpion est rempli correctement et qu'aucun des deux joueurs n'a gagné.
10. Définir la formule $\phi_{partiesGagnantesduJoueur1}(C_0, \dots, C_8)$ représentant toutes les parties correctes, sans tricherie et gagnantes pour le joueur 1.

Exercice 3. Le but de cet exercice est de modéliser en Mona le problème des 4 reines. Le but est de placer 4 reines sur un plateau de 4×4 sans que celles-ci puissent se menacer entre elles. Contrairement à l'exercice précédent où je vous imposais une modélisation, vous avez carte blanche pour la modélisation (en espérant que ce ne soit pas le carton rouge ;-) ... qu'est ce que c'est drôle la logique).