Grand nombre

Soit F(n) la formule suivante constituant un produit

$$F(n) = \prod_{i=1}^{n} i^i$$

Grâce à l'arithmétique modulaire, il est simple de calculer les quelques derniers chiffres du nombre immense généré par cette fonction sans toutefois atteindre le nombre final. Il suffit d'utiliser l'opérateur modulo à chaque opération. Par contre, dans le cas de cette fonction, le résultat se termine par un grand nombre de zéros. En effet, il suffit de penser que 10^{10} est dans les produits pour n>=10, donc il y a au moins dix zéros dans ce cas.

Même si les derniers chiffres sont généralement faciles à obtenir sans calculer le résultat complet, les premiers chiffres d'un grand nombre demandent plus de réflexion pour les trouver.

Nous sommes intéressés dans ce problème aux trois caractéristiques qui ont été mentionnées. Plus précisément, nous cherchons à trouver les 5 premiers chiffres, les 10 derniers chiffres (sans compter les zéros) ainsi que le nombre de zéros finaux dans le résultat de F(n).

Bien évidemment, c'est résultats devront être trouvés sans calculer complètement la valeur de F(n). En effet, F(10) contient déjà 45 chiffres et requiert près de 150 bits en mémoire alors que F(500) atteint presque 1Mo.

Voici par exemple le résultat attendu pour n=10 :

F(10) = 215779412229418562091680268288000000000000000

5 premiers chiffres : 21577

10 derniers chiffres (sans compter les zéros) : 1680268288

Nombre de zéros finaux : 15

Entrée : Un entier positif pour la valeur de n.

Sortie : Dans l'ordre, les 5 premiers chiffres, les 10 derniers chiffres (sans compter les zéros) et le nombre de zéros finaux dans F(n). Si la taille de F(n) ne permet pas assez de chiffres pour les premiers et/ou derniers chiffres, donnez-en le plus possible (voir exemples 5 et 6).

Exemples :

Entrée	Sortie
5	864 864 5
6	40310 40310784 5
10	21577 1680268288 15
100	34553 2335187968 1300