المكتسبات القبلية في الرياضيات

الكسور • القوى • الجذور التربيعية

دليل شامل للمكتسبات القبلية – بكالوريا 2027

الأستاذ: بن الدين بويعقوب

تاريخ الإصدار: جويلية 2026

المحتويات

1 الكسور **4**

1.1 تعريف الكسر 4

1.1.1 تساوي الكسور 4

2.1.1 تبسيط الكسور 4

3.1.1 جمع وطرح الكسور 5

4.1.1 ضرب الكسور. 5

5.1.1 قسمة الكسور 6

6.1.1 قسمة الكسور 6

2.1 أمثلة مع الحلول الكاملة 6

1.2.1 مثال 1: جمع الكسور بنفس المقام 6

2.2.1 مثال 2: طرح الكسور 7

3.2.1 مثال 3: ضرب الكسور. 7

4.2.1 مثال 4: قسمة الكسور 8

5.2.1 مثال 5: جمع كسور بمقامات مختلفة. 8

2 القوى **9**

1.2 تعريف القوى 9

1.1.2 حالات خاصة 9

2.2 قواعد الإشارات في القوى 10

3.2 عمليات القوى 10

4.2 الكتابة العلمية 11

1.4.2 أمثلة مع الحلول الكاملة 12

2.4.2 مثال 1: قاعدة الضرب 12
3.4.2 مثال 2: قاعدة القسمة 12
4.4.2 مثال 3: قوة على قوة 13
5.4.2 مثال 4: القوى السالبة 13
6.4.2 مثال 5: الكتابة العلمية (عدد كبير) 13
7.4.2 مثال 6: الكتابة العلمية (عدد صغير) 14

3 الجذور التربيعية 15
1.3 تعريف الجذر التربيعي 15
2.3 جدول المربعات التامة 15
3.3 خواص الجذور التربيعية 16
4.3 استخراج المربعات التامة 17
5.3 تبسيط التعابير مع الجذور التربيعية 18
1.5.3 مثال 1: جمع الجذور المتشابهة 18
2.5.3 مثال 2: تبسيط قبل الجمع 19
3.5.3 مثال 3: طرح الجذور 19
4.5.3 مثال 4: ضرب الجذور 20
5.5.3 مثال 5: كتابة عدد بمقام ناطق 20
6.5.3 مثال 6: كتابة عدد بمقام ناطق 21
7.5.3 مثال 7: معادلة بسيطة مع جذور 21
8.5.3 مثال 8: كسر مع جذور 21

باب 1

الكسور

§1.1 • تعريف الكسر

التعريف

الكسر هو عدد يُكتب على شكل $\frac{a}{b}$، حيث a هو البسط و b هو المقام، مع $b \neq 0$.

$\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$

1.1.1 تساوي الكسور

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff a \times d = b \times c$$

2.1.1 تبسيط الكسور

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$$

الخاصية

3.1.1 جمع وطرح الكسور

جمع وطرح الكسور ذات نفس المقام:
عند جمع أو طرح كسور لها نفس المقام، نجمع أو نطرح البسط ونبقي نفس المقام:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

الخاصية

جمع وطرح الكسور ذات مقامات مختلفة:
نوحد المقامات ثم نجمع:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+b\times c}{b\times d}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-b\times c}{b\times d}$$

4.1.1 ضرب الكسور

الخاصية

ضرب الكسور:
نضرب البسوط معاً والمقامات معاً:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

الخاصية

5.1.1 قسمة الكسور

6.1.1 قسمة الكسور

قسمة الكسور:
لقسمة كسر على آخر، نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

§2.1 • أمثلة مع الحلول الكاملة

1.2.1 مثال 1: جمع الكسور بنفس المقام

تطبيق: أوجد ناتج: $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

الحل:
بما أن المقام نفسه (7)، نجمع البسوط:

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$$

الإجابة: $\frac{5}{7}$

2.2.1 مثال 2: طرح الكسور

تطبيق: أوجد ناتج: $\frac{8}{9} - \frac{3}{9}$

الحل:

بما أن المقام نفسه (9)، نطرح البسوط:

$$\frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$$

الإجابة: $\frac{5}{9}$

3.2.1 مثال 3: ضرب الكسور

تطبيق: أوجد ناتج: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

الحل:

نضرب البسوط معاً والمقامات معاً:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{2 \times 5}{3 \times 8} = \frac{10}{24}$$

نبسط بقسمة البسط والمقام على 2:

$$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

الإجابة: $\frac{5}{12}$

4.2.1 مثال 4: قسمة الكسور

تطبيق: أوجد ناتج: $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$

الحل:

نضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني:

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10}$$

نبسط بقسمة البسط والمقام على 2:

$$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

الإجابة: $\frac{6}{5}$

5.2.1 مثال 5: جمع كسور بمقامات مختلفة

تطبيق: أوجد ناتج: $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

الحل:

نجد المقام المشترك الأصغر (المضاعف المشترك الأصغر للعددين 4 و 6):

المضاعف المشترك الأصغر لـ 4 و 6 هو 12.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$$

الآن نجمع:

$$\frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

الإجابة: $\frac{11}{12}$

باب 2

القوى

§1.2 • تعريف القوى

التعريف

القوة هي عملية رياضية يتم فيها ضرب عدد في نفسه عدد معين من المرات:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{ مرة}}$$

حيث a تسمى الأساس و n تسمى الأس.

1.1.2 حالات خاصة

الخاصية

الحالات الخاصة للقوى:

$a^1 = a$ (أي عدد مرفوع للقوة 1 يساوي نفسه)

$a^0 = 1$ (أي عدد مرفوع للقوة 0 يساوي 1)

$0^n = 0$ حيث $(n > 0)$

$1^n = 1$ (الواحد مرفوع لأي قوة يساوي 1)

§2.2 • قواعد الإشارات في القوى

تحذير

الفرق بين: $(-3)^4$ و -3^4
هناك فرق كبير جداً!

- $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
- $-3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81$

في الأولى، الإشارة السالبة داخل الأقواس وترفع للقوة.
في الثانية، الإشارة السالبة خارج القوة.

§3.2 • عمليات القوى

الخاصية

قاعدة الضرب:
عند ضرب قوتين لهما نفس الأساس، نجمع الأس:

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

مثال: $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$

الخاصية

قاعدة القسمة:
عند قسمة قوتين لهما نفس الأساس، نطرح الأس:

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

مثال: $\frac{5^7}{5^3} = 5^{7-3} = 5^4 = 625$

الخاصية

قاعدة القوة على القوة:
عند رفع قوة لقوة أخرى، نضرب الأس:

$$(a^n)^p = a^{n\times p}$$

مثال: $(2^3)^4 = 2^{3\times 4} = 2^{12} = 4096$

الخاصية

قوة الضرب:

$$(a\times b)^n = a^n \times b^n$$

مثال: $(2\times 3)^3 = 2^3\times 3^3 = 8\times 27 = 216$

الخاصية

القوى السالبة:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

مثال: $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

§4.2 • الكتابة العلمية

التعريف

االكتابة العلمي هو طريقة لكتابة الأعداد الحقيقية الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً على الشكل:

$$a\times 10^n$$

حيث $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح.

1.4.2 أمثلة مع الحلول الكاملة

2.4.2 مثال 1: قاعدة الضرب

تطبيق: بسط: $3^4 \times 3^2$

الحل:

نستخدم قاعدة الضرب: نجمع الأسس

$$3^4 \times 3^2 = 3^{4+2} = 3^6$$

نحسب القيمة:

$$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$$

الإجابة: $3^6 = 729$

3.4.2 مثال 2: قاعدة القسمة

تطبيق: بسط: $\frac{7^8}{7^5}$

الحل:

نستخدم قاعدة القسمة: نطرح الأسس

$$\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$$

نحسب القيمة:

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

الإجابة: $7^3 = 343$

4.4.2 مثال 3: قوة على قوة

تطبيق: بسط: $(2^3)^2$

الحل:
نستخدم قاعدة القوة على القوة: نضرب الأسس

$$(2^3)^2 = 2^{3\times 2} = 2^6$$

نحسب القيمة:

$$2^6 = 64$$

الإجابة: $2^6 = 64$

5.4.2 مثال 4: القوى السالبة

تطبيق: بسط: $2^{-3} \times 2^5$

الحل:
نستخدم قاعدة الضرب:

$$2^{-3} \times 2^5 = 2^{-3+5} = 2^2 = 4$$

الإجابة: 4

6.4.2 مثال 5: الكتابة العلمية (عدد كبير)

تطبيق: أكتب 234500 في الكتابة العلمية

الحل:
نحرك الفاصلة العشرية 5 مراتب لليسار:

$$234,500 = 2.345 \times 10^5$$

نتحقق: $2.345 \times 10^5 = 2.345 \times 100000 = 234500$ ▯
الإجابة: 2.345×10^5

7.4.2 مثال 6: الكتابة العلمية (عدد صغير)

تطبيق: أكتب 0.000456 في الكتابة العلمية

الحل:
نحرك الفاصلة العشرية 4 مراتب لليمين:

$$0.000456 = 4.56 \times 10^{-4}$$

نتحقق: $4.56 \times 10^{-4} = 4.56 \times 0.0001 = 0.000456$ □
الإجابة: 4.56×10^{-4}

باب 3

الجذور التربيعية

§1.3 • تعريف الجذر التربيعي

التعريف

الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي إذا ضربناه في نفسه نحصل على a:

$$\sqrt{a} = b \quad \Rightarrow \quad b^2 = a$$

حيث $a \geq 0$

أمثلة:

- $\sqrt{9} = 3$ لأن $3 \times 3 = 9$
- $\sqrt{16} = 4$ لأن $4 \times 4 = 16$
- $\sqrt{25} = 5$ لأن $5 \times 5 = 25$
- $\sqrt{2} \approx 1.414...$

§2.3 • جدول المربعات التامة

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	n
100	81	64	49	36	25	16	9	4	1	n^2
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	$\sqrt{n^2}$

§3.3 • خواص الجذور التربيعية

الخاصية

ضرب الجذور:

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

مثال: $\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \sqrt{36} = 6$

الخاصية

قسمة الجذور:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال: $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$

الخاصية

مربع الجذر:

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

مثال: $(\sqrt{7})^2 = 7$

الخاصية

جذر المربع:

$$\sqrt{a^2} = |a| = a \quad \text{عندما} \quad a \geq 0$$

مثال: $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$

تحذير

تنبيه مهم:

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$$

مثال خاطئ: $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$

لكن: $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\neq 7$

لا تجمع الأعداد تحت الجذر قبل حساب الجذر!

§4.3 • استخراج المربعات التامة

عندما يكون العدد تحت الجذر ليس مربعاً تاما، نحاول استخراج أكبر مربع تام:

مثال 1: بسط $\sqrt{12}$

الحل:

نجد أكبر مربع تام يقسم 12:

$$12=4\times 3$$

حيث $4=2^2$ مربع تام:

$$\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

الإجابة: $2\sqrt{3}$

مثال 2: بسط $\sqrt{50}$

الحل:

$$50=25\times 2$$

حيث $25=5^2$ مربع كامل:

$$\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

الإجابة: $5\sqrt{2}$

مثال 3: بسط $\sqrt{72}$

الحل:

$$72 = 36 \times 2$$

حيث $36 = 6^2$ مربع كامل:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

الإجابة: $6\sqrt{2}$

§5.3 • تبسيط التعابير مع الجذور التربيعية

1.5.3 مثال 1: جمع الجذور المتشابهة

المسألة: بسط: $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

الحل:
عندما تكون الجذور متشابهة، نجمع المعاملات:

$$3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = (3+2)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

الإجابة: $5\sqrt{5}$

2.5.3 مثال 2: تبسيط قبل الجمع

تطبيق: بسط: $\sqrt{8}+\sqrt{2}$

الحل:

أولاً نبسط $\sqrt{8}$:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$$

الآن نجمع:

$$2\sqrt{2}+\sqrt{2}=(2+1)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$$

الإجابة: $3\sqrt{2}$

3.5.3 مثال 3: طرح الجذور

المسألة: بسط: $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

الحل:

عندما تكون الجذور متشابهة، نطرح المعاملات:

$$5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(5-2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$$

الإجابة: $3\sqrt{3}$

4.5.3 مثال 4: ضرب الجذور

المسألة: بسط: $2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6}$

الحل:
نضرب المعاملات والجذور بشكل منفصل:

$$2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = (2 \times 4) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{6})$$

$$= 8 \times \sqrt{3 \times 6} = 8\sqrt{18}$$

الآن نبسط $\sqrt{18}$:

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$= 8 \times 3\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

الإجابة: $24\sqrt{2}$

5.5.3 مثال 5: كتابة عدد بمقام ناطق

المسألة: بسط: $\frac{1}{\sqrt{2}}$

الحل:
نضرب البسط والمقام في $\sqrt{2}$:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

الإجابة: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6.5.3 مثال 6: كتابة عدد بمقام ناطق

المسألة: بسط: $\frac{5}{2\sqrt{3}}$

الحل:
نضرب البسط والمقام في $\sqrt{3}$:

$$\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

الإجابة: $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

7.5.3 مثال 7: معادلة بسيطة مع جذور

تطبيق: حل المعادلة: $x^2 = 25$

الحل:
نأخذ الجذر التربيعي للطرفين:

$$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

الإجابة: $x = 5$ أو $x = -5$

8.5.3 مثال 8: كسر مع جذور

تطبيق: بسط: $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

الحل:
نستخدم قاعدة قسمة الجذور:

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

الإجابة: 5