

4. Berechnung von Energieübertragungsanlagen und -netzen

4.1. Aufbereitung des Netzes

Es wird eine symmetrische Betriebsweise des Netzes vorausgesetzt. Dies ist erfüllt, wenn sämtliche Betriebsmittel im Netz und Verbraucher in ihrem dreiphasigen Aufbau vollkommen symmetrisch sind. Es genügt dann die einphasige Nachbildung des Netzes, wie in Kapitel 2 beschrieben.

4.1.1. Netzauftrennung

Das gesamte westeuropäische Hochspannungsnetz ist zusammengeschaltet \Rightarrow Verbundnetz. An der Leistungsflußverteilung (Lastfluß) sind deshalb alle Kraftwerke, Netze und Verbraucher beteiligt. Für die Berechnung wird ein Ausschnitt des Netzes mit sinnvoller Trennung an den Übergabestellen gewählt. Für abgetrennte Netzteile wird die Übergabeleistung S_i vorgegeben (Netzeinspeisung) nach Abbildung 4.1.

4.1.2. Topologie und Elemente des Netzes

Die Topologie des Netzes bzw. der Übertragungsanlage wird folgendermaßen in die Berechnung eingeführt:

1. Knotenpunkte

werden eingeführt und durchnummeriert: Einspeisepunkte, Abnahmepunkte, Übergabestellen, Verbindung von Netzelementen, Sammelschienen.

2. Netzelemente

werden durch Ersatzschaltungen dargestellt und als per-unit-Werte auf eine Spannungsebene umgerechnet:

- Leitungen: π -Glieder nach 2.1
- Transformatoren: T-Glieder mit Übersetzung nach 2.2

- Drosselspulen: Impedanzen nach 2.3
- Kondensatoren: nach 2.4

3. Kraftwerke und Netzeinspeisungen (siehe 2.5 und 2.6):

Generatoren werden, soweit möglich, zusammengefaßt und ihre Einspeiseleistungen S_i angegeben. Für Netzeinspeisungen wird ihre Leistung S_i angesetzt. Da die Spannung nur wenig von der Nennspannung abweicht, wird diese Leistung über den Strom I_i dieses Knotenpunktes berechnet (keine Ersatzspannungsquelle).

4. Verbraucher (siehe 2.7):

Einzelne Verbraucher werden zu Netzlasten in Knotenpunkten zusammengefaßt (evtl. durch Verwerfen) und durch die aufgenommene Leistung gekennzeichnet.

Die über den Transformator abgenommene Netzlast eines Niederspannungsnetzes kann unterschiedlich von der Spannung abhängen, zumal noch der Spannungsregler des Transformators eingreift. Es wird deshalb bei der Lastflußberechnung mit einer abgenommenen Leistung gerechnet, die unabhängig von der Spannung ist. Diese läßt sich am besten durch einen Belastungsstrom am Knotenpunkt darstellen, also nicht als Ersatzimpedanz.

Knotenpunktströme werden gleichartig angesetzt für Netzlast (Verbraucher) und Einspeisung. Verwendet wird das Verbraucherzählpfeilsystem:

- positiver Strom für Netzlast
- negativer Strom für Einspeisung

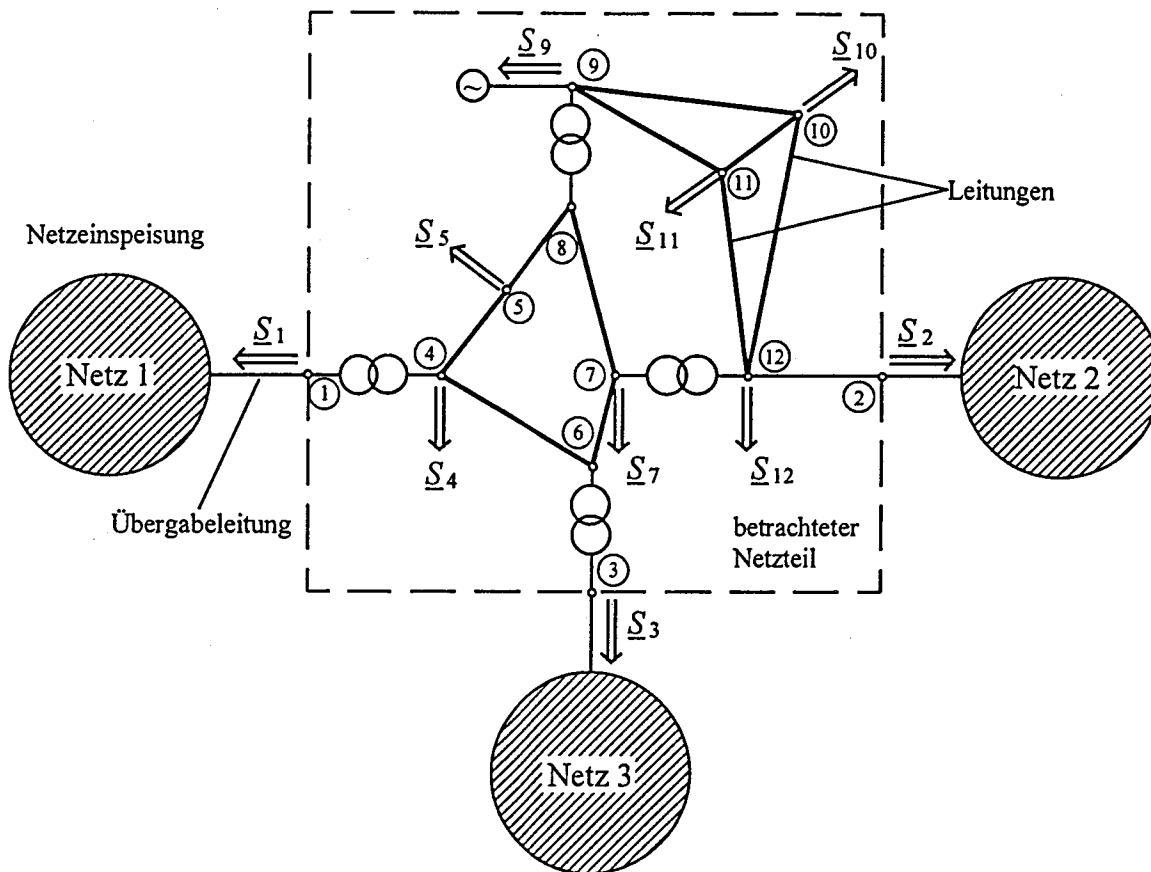


Abbildung 4.1: Netzausschnitt mit Größen zur Lastflußberechnung

4.2. Knotenpunkt-Verfahren (Potential-Verfahren)

4.2.1. Vollständige Knotenpunkt-Admittanz-Matrix (KAM)

1. Aus den Streckenimpedanzen $\underline{z}_{jk}^{(s)}$ der Netzelemente werden Streckenadmittanzen $\underline{y}_{jk} = 1/\underline{z}_{jk}^{(s)}$ gebildet und zwischen Knoten j und k geschaltet.
2. Die Queradmittanzen \underline{y}_Q aller an den Knoten j angrenzenden Leitungen und Transformatoren werden zu einer Queradmittanz \underline{y}_{j0} des Knotens j zusammengefaßt. Dies ergibt ein Vierpolnetz. Das Zweipolnetz entsteht, wenn diese Queradmittanzen vernachlässigt werden.
3. Bei den Transformatoren wird zunächst $\underline{t} = 1$ gesetzt, so daß die idealen Übertrager entfallen können. Die Berücksichtigung der Übersetzung wird in Abschnitt 4.2.3 gezeigt.
4. Die Neutrale ist der Bezugsknoten 0 mit dem Potential 0. Die Spannung \underline{u}_j ist die Potentialdifferenz zwischen dem Knotenpunkt j und dem Bezugsknoten 0. Durch diesen Ansatz der Spannungen ist die Bedingung für die Maschen von selbst erfüllt. Es muß dann noch die

Stromsumme an den Knoten gebildet werden. Die inneren Ströme i_{jk} im Netzwerk lassen sich durch die Spannungen u_j, u_k und die Admittanzen y_{jk} ausdrücken, treten also im Gleichungssystem nicht auf.

5. An sämtlichen Knoten werden abfließende Ströme i_j (Knotenpunktströme) eingetragen. Lastströme sind positiv, einspeisende Ströme negativ einzusetzen. Die Stromsummen für die Knoten werden gebildet und ergeben die Knotenpunkt-Gleichungen.

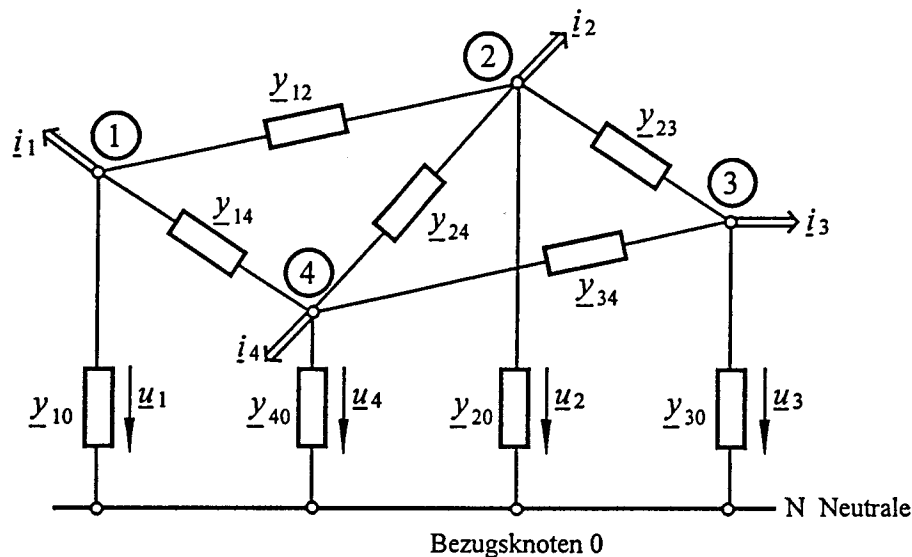


Abbildung 4.2: Beispielnetz

Die Knotenpunkt-Gleichungen:

| u_1 | u_2 | u_3 | u_4 | | |
|-------------------------------|--|-------------------------------|---------------------------------------|-------|-------|
| $-(y_{10} + y_{12} + y_{14})$ | y_{12} | 0 | y_{14} | i_1 | |
| y_{12} | $-(y_{20} + y_{12} + y_{23} + y_{24})$ | y_{23} | y_{24} | i_2 | (4.1) |
| 0 | y_{23} | $-(y_{30} + y_{23} + y_{34})$ | y_{34} | i_3 | |
| y_{14} | y_{24} | y_{34} | $(y_{40} + y_{14} + y_{24} + y_{34})$ | i_4 | |

Der Zusammenhang zwischen den Knotenpunkt-Spannungen und den Knotenpunkt-Strömen für ein Netz mit n Knoten lautet in Matrizenform geschrieben:

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Kurzschreibweise: $(y) \cdot (u) = (i) \quad (4.3)$

Dabei ist (y) die Knotenpunkt-Admittanz-Matrix KAM.

Ihr Bildungsgesetz lautet:

- Außenelement der Matrix (\underline{y}): Koppeladmittanz \underline{y}_{jk} = Admittanz, die die jeweiligen Knoten j und k miteinander verbindet.
- Diagonalelement der Matrix (\underline{y}): Eigenadmittanz \underline{y}_{jj} = negative Summe aller Admittanzen, die mit dem Knoten j verbunden sind.

$$\underline{y}_{jj} = - \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j}}^n \underline{y}_{jk} \quad (4.4)$$

4.2.2. Verkürzte Knotenpunkt-Admittanz-Matrix

Beim Zweipolnetz, bei dem die Verbindungen zum Bezugspunkt 0 nicht vorhanden sind (Admittanzen $\underline{y}_{j0} = 0$), ist die Matrix singulär (Determinante = 0, Gleichungssystem überbestimmt). In den Netzen der elektrischen Energieversorgung sind die Verbindungen zwar vorhanden (Vierpolnetz), aber die Admittanzen \underline{y}_{j0} sind klein gegenüber allen übrigen Admittanzen. Die Matrix ist daher fast singulär (Determinante ≈ 0). Deshalb wird an einem Knotenpunkt die Spannung \underline{u}_j (Referenzspannung) vorgegeben. Damit reduziert sich das Gleichungssystem, und es tritt die verkürzte Knotenpunkt-Admittanz-Matrix (\underline{y}_v) auf, die nicht singulär ist und deshalb invertiert werden kann.

An dem Knoten mit der Referenzspannung, dem Potentialknoten, kann keine Leistung vorgegeben werden, sondern diese ergibt sich aus der Lastflußberechnung. Man wählt deshalb hierfür einen Knoten mit einem leistungsfähigen Kraftwerk als Bilanzkraftwerk (Slack-Generator), damit dieses die Leistungsbilanz des Netzes erfüllen kann.

Im obigen Beispiel sei am Knotenpunkt n dieser Slack-Generator angeschlossen. Damit wird eine Unbekannte (hier die Spannung \underline{u}_n) festgelegt.

Aus Gleichung (4.2) bzw. (4.3) wird herausgenommen:

$$\underline{i}_n = \underline{y}_{n1} \underline{u}_1 + \underline{y}_{n2} \underline{u}_2 + \dots + \underline{y}_{nn} \underline{u}_n \quad (4.5)$$

und es bleibt mit $m = n-1$

$$\begin{pmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} & \dots & \underline{y}_{1m} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} & \dots & \underline{y}_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{y}_{m1} & \underline{y}_{m2} & \dots & \underline{y}_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{u}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \\ \vdots \\ \underline{i}_m \end{pmatrix} - \underline{u}_n \cdot \begin{pmatrix} \underline{y}_{1n} \\ \underline{y}_{2n} \\ \vdots \\ \underline{y}_{mn} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Kurzschriftweise: $(\underline{y}_v) \cdot (\underline{u}_{1,m}) = (\underline{i}_{1,m}) - \underline{u}_n \cdot (\underline{y}_n)$ (4.7)

(\underline{y}_v) ist die verkürzte Knotenpunkt-Admittanz-Matrix.

Spannungsdifferenzen eingeführt:

1. Zeile aus Gleichung (4.2) mit Spannungsdifferenz gegen \underline{u}_n :

$$\begin{aligned}
 & \underline{y}_{11} \cdot (\underline{u}_1 - \underline{u}_n) + \underline{y}_{12} \cdot (\underline{u}_2 - \underline{u}_n) + \dots + \underline{y}_{1n} \cdot (\underline{u}_n - \underline{u}_n) \\
 &= \underline{i}_1 - (\underline{y}_{11} + \underline{y}_{12} + \dots + \underline{y}_{1n}) \cdot \underline{u}_n \\
 &= \underline{i}_1 - \sum_{v=1}^n \underline{y}_{1v} \cdot \underline{u}_n \\
 &= \underline{i}_1 - (-\underline{y}_{10} - \underline{y}_{12} - \dots - \underline{y}_{1n} + \underline{y}_{12} + \dots + \underline{y}_{1n}) \cdot \underline{u}_n \\
 &= \underline{i}_1 + \underline{y}_{10} \cdot \underline{u}_n
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Damit Spannungsdifferenzen mit verkürzter Knotenpunkt-Admittanz-Matrix (Transformatorübersetzungen $\underline{\epsilon} = 1$):

$$\begin{pmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} & \dots & \underline{y}_{1m} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} & \dots & \underline{y}_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{y}_{m1} & \underline{y}_{m2} & \dots & \underline{y}_{mm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}_1 - \underline{u}_n \\ \underline{u}_2 - \underline{u}_n \\ \vdots \\ \underline{u}_m - \underline{u}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \\ \vdots \\ \underline{i}_m \end{pmatrix} + \underline{u}_n \cdot \begin{pmatrix} \underline{y}_{10} \\ \underline{y}_{20} \\ \vdots \\ \underline{y}_{m0} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Kurzschriftweise: $(\underline{y}_v) \cdot (\underline{u}_{1,m} - \underline{u}_n) = (\underline{i}_{1,m}) + (\underline{y}_0) \cdot \underline{u}_n$ (4.10)

4.2.3. Transformatoren mit Übersetzungsverhältnis $\underline{\epsilon}$

a) Beschreibungsgleichung

Halbidealer Transformator mit bezogener Kurzschlußspannung \underline{u}_k und komplexem Übersetzungsverhältnis $\underline{\epsilon} = \underline{U}_{n1}/\underline{U}_{21}$ (Leerlaufspannungen).

Kurzschlußimpedanz $\underline{Z}_T = \underline{u}_k \cdot \frac{U_{n1}^2}{S_{nT}}$

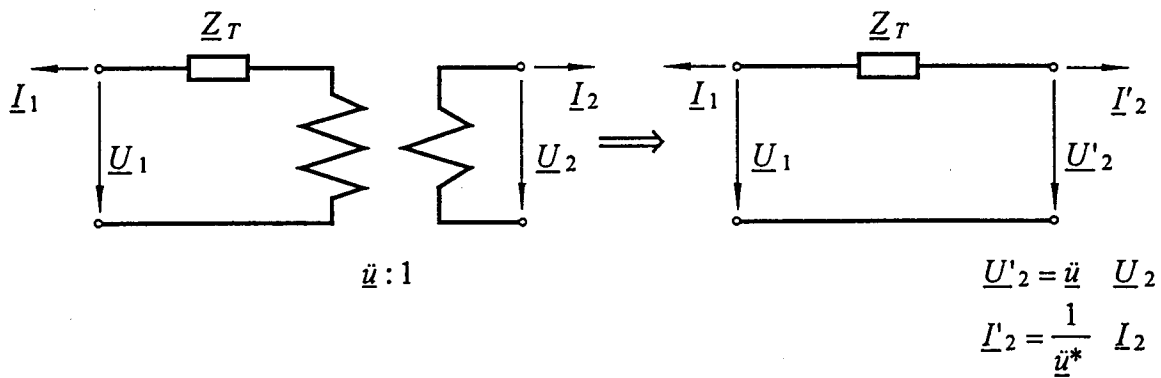


Abbildung 4.3: Transformator-Ersatzschaltbild

Knotenpunkt-Admittanz-Matrix: $\underline{Y}_T = 1/\underline{Z}_T$

$$\begin{pmatrix} -\underline{Y}_T & \underline{Y}_T \\ \underline{Y}_T & -\underline{Y}_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Übersetzung in Matrix übernommen: $\underline{u} \cdot \underline{u}^* = \underline{u}^2$

$$\begin{pmatrix} -\underline{Y}_T & \underline{u} \cdot \underline{Y}_T \\ \underline{u}^* \cdot \underline{Y}_T & -\underline{u}^2 \cdot \underline{Y}_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

b) Beschreibungsgleichung in per-unit-Werten

Mit den Bezugsspannungen U_{B1} und U_{B2} der angrenzenden Spannungsebenen wird die per-unit-Übersetzung:

$$\underline{t} = \underline{u} \cdot \frac{U_{B2}}{U_{B1}}$$

und damit die Knotenpunkt-Admittanz-Matrix:

$$\begin{pmatrix} -\underline{y}_T & \underline{t} \cdot \underline{y}_T \\ \underline{t}^* \cdot \underline{y}_T & -\underline{t}^2 \cdot \underline{y}_T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

c) Anwendung im Netz

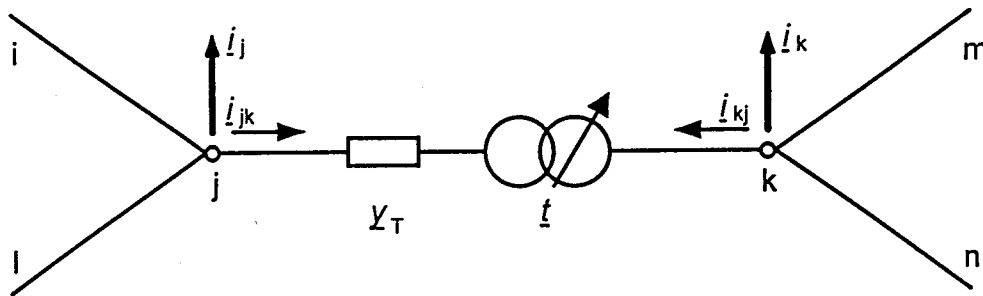


Abbildung 4.4: Netzausschnitt mit Stelltransformator

Ausschnitt aus der Knotenpunkt-Admittanz-Matrix des Netzes:

$$\begin{array}{cccc|c}
 \dots & \underline{u}_j & & \underline{u}_k & \dots \\
 \dots & \dots & & \dots & \dots \\
 \dots & -(\underline{y}_{ji} + \underline{y}_{jl} + \underline{y}_T) & & \underline{t} \cdot \underline{y}_T & \dots \\
 \dots & \underline{t}^* \cdot \underline{y}_T & & -(\underline{y}_{km} + \underline{y}_{kn} + \underline{t}^2 \cdot \underline{y}_T) & \dots \\
 \dots & \dots & & \dots & \dots
 \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ i_j \\ i_k \\ \dots \end{array} \quad (4.13)$$

Die Elemente der Knotenpunkt-Admittanz-Matrix sind beim Transformator entsprechend Gleichung (4.11) zu bilden. Dann kann mit der Matrix normal weitergerechnet werden.

d) Verkürzte KAM mit Spannungsdifferenzen beim Transformator

Nach 4.2.2 sind die Elemente \underline{y}_{j0} im Spaltenvektor (\underline{y}_0) der Gleichungen (4.9) und (4.10) zu berechnen aus:

$$\underline{y}_{j0} = -\sum_{v=1}^n \underline{y}_{jv}$$

Transformator im Netz zwischen Knoten j und k : Knoten j (nicht stellbar), geändertes Element

$$\begin{aligned}
 \underline{y}_{j0}' &= -\left[\underline{y}_{j1} + \underline{y}_{j2} + \dots + \underbrace{\left(-\underline{y}_{j0} - \underline{y}_{j1} - \underline{y}_{j2} - \dots - \underline{y}_T - \dots - \underline{y}_{jn} \right)}_{\underline{y}_{jj}} \right. \\
 &\quad \left. + \underline{t} \cdot \underline{y}_T + \dots + \underline{y}_{jn} \right] \\
 \underline{y}_{j0}' &= \underline{y}_{j0} + (1 - \underline{t}) \cdot \underline{y}_T
 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Knoten k (stellbar), geändertes Element

$$\begin{aligned}
 \underline{y}'_{k0} &= -\left[\underline{y}_{k1} + \underline{y}_{k2} + \dots + \underline{t}^* \cdot \underline{y}_T + \dots + (-\underline{y}_{k0} - \underline{y}_{k1} - \underline{y}_{k2} - \dots - |\underline{t}|^2 \cdot \underline{y}_T - \dots - \underline{y}_{kn}) \dots + \underline{y}_{kn} \right] \\
 \underline{y}'_{k0} &= \underline{y}_{k0} + \underline{t}^* \cdot (\underline{t} - 1) \cdot \underline{y}_T
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Nach Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses $\underline{t} \neq 1$ in diesem Knoten am Transformator kann mit Gleichung (4.9) und (4.10) normal weitergerechnet werden.

e) Strom im Transformatorzweig

$$\begin{aligned}
 \text{ab Knoten } j: \quad \underline{i}_{jk} &= \underline{y}_T \cdot (\underline{u}_j - \underline{t} \cdot \underline{u}_k) \\
 \text{ab Knoten } k: \quad \underline{i}_{kj} &= \underline{y}_T \cdot (|\underline{t}|^2 \cdot \underline{u}_k - \underline{t}^* \cdot \underline{u}_j) = -\underline{t}^* \cdot \underline{i}_{jk}
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

4.2.4. System-Impedanz-Matrix (\underline{z})

Die gesuchten Spannungen ($\underline{u}_{1,m}$) erhält man aus Gleichung (4.6) bzw. (4.7) zu

$$(\underline{u}_{1,m}) = (\underline{y}_v)^{-1} \cdot \left[(\underline{i}_{1,m}) - \underline{u}_n \cdot (\underline{y}_n) \right] \tag{4.17}$$

oder die Spannungsdifferenzen aus Gleichung (4.9) bzw. (4.10)

$$(\underline{u}_{1,m} - \underline{u}_n) = (\underline{y}_v)^{-1} \cdot \left[(\underline{i}_{1,m}) + \underline{u}_n \cdot (\underline{y}'_0) \right] \tag{4.18}$$

Die verkürzte Knotenpunkt-Admittanz-Matrix (\underline{y}_v) muß dazu invertiert werden. Ein Verfahren hierzu wird im Seminar gezeigt. Die damit berechnete Matrix ist die System-Impedanz-Matrix (\underline{z})

$$(\underline{z}) = (\underline{y}_v)^{-1}$$

System-Impedanz-Matrix zur Berechnung der Knotenpunktspannungen:

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1 \\ \underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{u}_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} & \cdots & \underline{z}_{1,n-1} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} & \cdots & \underline{z}_{2,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{z}_{n-1,1} & \underline{z}_{n-1,2} & \cdots & \underline{z}_{n-1,n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{i}_1 - \underline{y}_{1n} \cdot \underline{u}_n \\ \underline{i}_2 - \underline{y}_{2n} \cdot \underline{u}_n \\ \vdots \\ \underline{i}_{n-1} + \underline{y}_{n-1,n} \cdot \underline{u}_n \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

oder zur Berechnung der Differenzspannungen

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1 - \underline{u}_n \\ \underline{u}_2 - \underline{u}_n \\ \vdots \\ \underline{u}_{n-1} - \underline{u}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{z}_{11} & \underline{z}_{12} & \cdots & \underline{z}_{1,n-1} \\ \underline{z}_{21} & \underline{z}_{22} & \cdots & \underline{z}_{2,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{z}_{n-1,1} & & \cdots & \underline{z}_{n-1,n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{i}_1 + \underline{y}_{10} \cdot \underline{u}_n \\ \dot{i}_2 + \underline{y}_{20} \cdot \underline{u}_n \\ \vdots \\ \dot{i}_{n-1} + \underline{y}_{n-1,n} \cdot \underline{u}_n \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Diese kennzeichnet das Netz, weil sie angibt, wie die einzelnen Knotenpunktströme die Spannungen beeinflussen. Die Elemente \underline{z}_{jk} der System-Impedanz-Matrix haben negative Vorzeichen und die Dimension einer Impedanz. Der Wert der Elemente entspricht im allgemeinen nicht einer im Netz vorkommenden Impedanz, sondern einer Ersatzimpedanz in Bezug auf das betrachtete Klemmenpaar.

Auch andere Verfahren, zum Beispiel das Maschenverfahren (Kreisströme), führen auf dieselbe System-Impedanz-Matrix des Netzes.

Beachten: \underline{y}'_{j0} muß die Transformatorübersetzung \underline{t} nach Gleichung (4.14) und Gleichung (4.15) enthalten. Die nach Gleichung (4.13) in die KAM eingeführten Übersetzungen sind in die Werte der Elemente \underline{z}_{jk} eingegangen.

4.2.5. Leitungsströme und Leistungsfluß

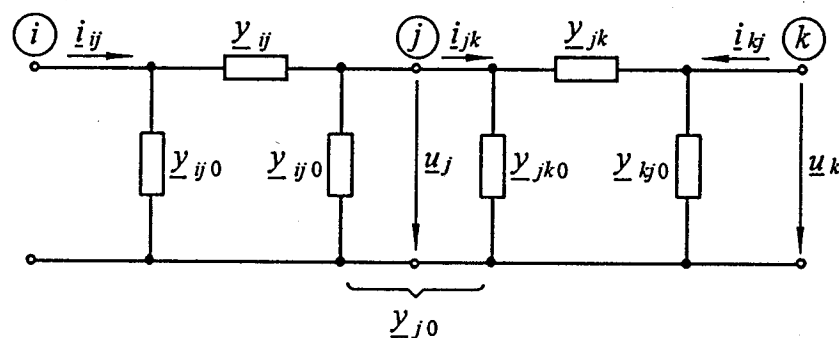


Abbildung 4.5: Beispiel für zwei Leitungen: $\underline{y}_{j0} = \underline{y}_{ji0} + \underline{y}_{jk0}$

Wenn die Spannungen ($\underline{u}_{l,m}$) berechnet sind, können daraus die weiteren gewünschten Größen bestimmt werden. Da für die Leitungen die Vierpoldarstellung in π -Schaltung gewählt wird, setzt sich die Queradmittanz \underline{y}_{j0} aus den Anteilen mehrerer Leitungen zusammen.

Der Leitungsstrom zwischen den Knoten j und k ist

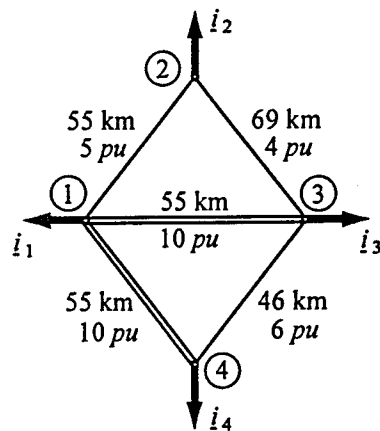
$$\dot{i}_{jk} = \underline{y}_{jk} \cdot (\underline{u}_j - \underline{u}_k) + \underline{y}_{jk0} \cdot \underline{u}_j \quad (4.21)$$

im allgemeinen ist $\dot{i}_{jk} \neq \dot{i}_{kj}$

Ströme über Transformatorzweige sind nach Gleichung (4.16) in 4.2.3 zu berechnen. Der Leistungsfluß zwischen den Knoten ist dann

$$\underline{S}_{jk} = \underline{u}_j \cdot \underline{i}_{jk}^* \quad (4.22)$$

4.2.6. Zahlenbeispiel für Leitungsnetz



- Knotenpunkte und Leitungen: $U_n = 110 \text{ kV}$
- - Einfachleitung
- = Doppelleitung
- Y_Q vernachlässigt
- Leiterseile Al/St 185/30
- Bezugsknoten (4)

4.6: Abbildung Beispielnetz

Leiterimpedanz: $\underline{Z}_l' = (0,157 + j \cdot 0,410) \frac{\Omega}{\text{km}} = 0,439 \angle 69^\circ \frac{\Omega}{\text{km}}$

Bezogene Admittanz: $\underline{U}_B = 110 \text{ kV}, \underline{S}_B = 100 \text{ MVA} \Rightarrow \frac{U_B^2}{S_B} = 121 \Omega$

$$\underline{y} = \frac{1}{\underline{Z}_l' \cdot l} \cdot \frac{U_B^2}{S_B} = \frac{275,6}{l/\text{km}} \cdot e^{-j \cdot 69^\circ}$$

Vollständige Knotenpunkt-Admittanz-Matrix:

$$\underline{(y)} = \begin{pmatrix} -25 & 5 & 10 & 10 \\ 5 & -9 & 4 & 0 \\ 10 & 4 & -20 & 6 \\ 10 & 0 & 6 & -16 \end{pmatrix} \cdot e^{-j \cdot 69^\circ}$$

Verkürzte Knotenpunkt-Admittanz-Matrix:

$$\begin{pmatrix} -25 & 5 & 10 \\ 5 & -9 & 4 \\ 10 & 4 & -20 \end{pmatrix} \cdot e^{-j \cdot 69^\circ} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}_1 - \underline{u}_4 \\ \underline{u}_2 - \underline{u}_4 \\ \underline{u}_3 - \underline{u}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \\ \underline{i}_3 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

4.3. Lastflußberechnung

⇒ Leistungsfluß im Netz bei gegebenen Einspeise- und Verbraucherleistungen, wobei zunächst die Spannungen \underline{u}_j berechnet werden.

4.3.1. Gleichungen für Leistungen

Die an den Knotenpunkten abgegebenen Leistungen (negativ bei Einspeisung) sind

$$\underline{s}_j = \underline{u}_j \cdot \underline{i}_j^* \quad (4.24)$$

mit der vollständigen Knotenpunkt-Admittanz-Matrix nach Gleichung (4.2) bzw. (4.3)

$$(\underline{i}) = (\underline{y}) \cdot (\underline{u}) \quad (4.25)$$

wird das Gleichungssystem für die Leistungen:

$$\begin{pmatrix} \underline{s}_1 \\ \underline{s}_2 \\ \vdots \\ \underline{s}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{u}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{u}_2 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & \underline{u}_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{y}_{11}^* & \underline{y}_{12}^* & \cdots & \underline{y}_{1n}^* \\ \underline{y}_{21}^* & \underline{y}_{22}^* & \cdots & \underline{y}_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{y}_{n1}^* & \underline{y}_{n2}^* & \cdots & \underline{y}_{nn}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}_1^* \\ \underline{u}_2^* \\ \vdots \\ \underline{u}_n^* \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Kurzschreibweise: $(\underline{s}) = (\underline{u}_{diag}) \cdot (\underline{y}^*) \cdot [\underline{u}^*]$

Zeile j :
$$\underline{s}_j = \underline{u}_j \cdot \sum_{k=1}^n \underline{y}_{jk}^* \cdot \underline{u}_k^* = \underline{u}_j \cdot \sum_{k=1}^n y_{jk} \cdot u_k \cdot e^{j(\vartheta_j - \vartheta_k - \alpha_{jk})} \quad (4.27)$$

$$\underline{u}_j = u_j \cdot e^{j\vartheta_j}$$

mit:
$$\underline{y}_{jk} = y_{jk} \cdot e^{j\alpha_{jk}} \quad (4.28)$$

$$\underline{s}_j = p_j + j \cdot q_j$$

Leistungen an den Knotenpunkten:

$$\left. \begin{aligned} p_j &= u_j \cdot \sum_{k=1}^n y_{jk} \cdot u_k \cdot \cos(\vartheta_j - \vartheta_k - \alpha_{jk}) \\ q_j &= u_j \cdot \sum_{k=1}^n y_{jk} \cdot u_k \cdot \sin(\vartheta_j - \vartheta_k - \alpha_{jk}) \end{aligned} \right\} \text{für } j = 1 \dots n \quad (4.29)$$

4.3.2. Aufgabe der Lastflußberechnung

Gegeben: Leistungen der Einspeisungen und Verbraucher an den Knoten j .
 Sollwert der Wirkleistungen $p_{j,soll}$
 Sollwert der Blindleistungen $q_{j,soll}$ } für $j = 1 \dots n-1$
 (Statt q_j kann auch der Betrag der Spannung u_j angegeben werden).
 Spannung am Potentialknoten $\underline{u}_n = u_n \cdot e^{j\vartheta_n}$ mit $\vartheta_n = 0$

Gesucht: Spannungen \underline{u}_j der Knoten $j = 1 \dots n-1$.

Bestimmungsgleichungen:

$$\underbrace{\left. \begin{array}{l} p_j(u_j, \vartheta_j) - p_{j,soll} = 0 \\ q_j(u_j, \vartheta_j) - q_{j,soll} = 0 \end{array} \right\}}_{\text{nach Gl. 4.29}} \text{ für } j = 1 \dots n-1 \quad (4.30)$$

4.3.3. Stromiteration

Nicht Gleichung (4.30) gelöst, sondern Strom i_j als Zwischengröße verwendet. Dazu i_j über Gleichung (4.24) näherungsweise berechnet mit geschätzter Spannung bzw. derjenigen aus dem letzten Iterationsschritt. Dann mit Gleichung (4.19) bzw. (4.20) die zugehörigen neuen Spannungen berechnet. Die Ströme werden iterativ verbessert, bis sie sich nicht mehr ändern, also Sollleistungen erreicht sind.

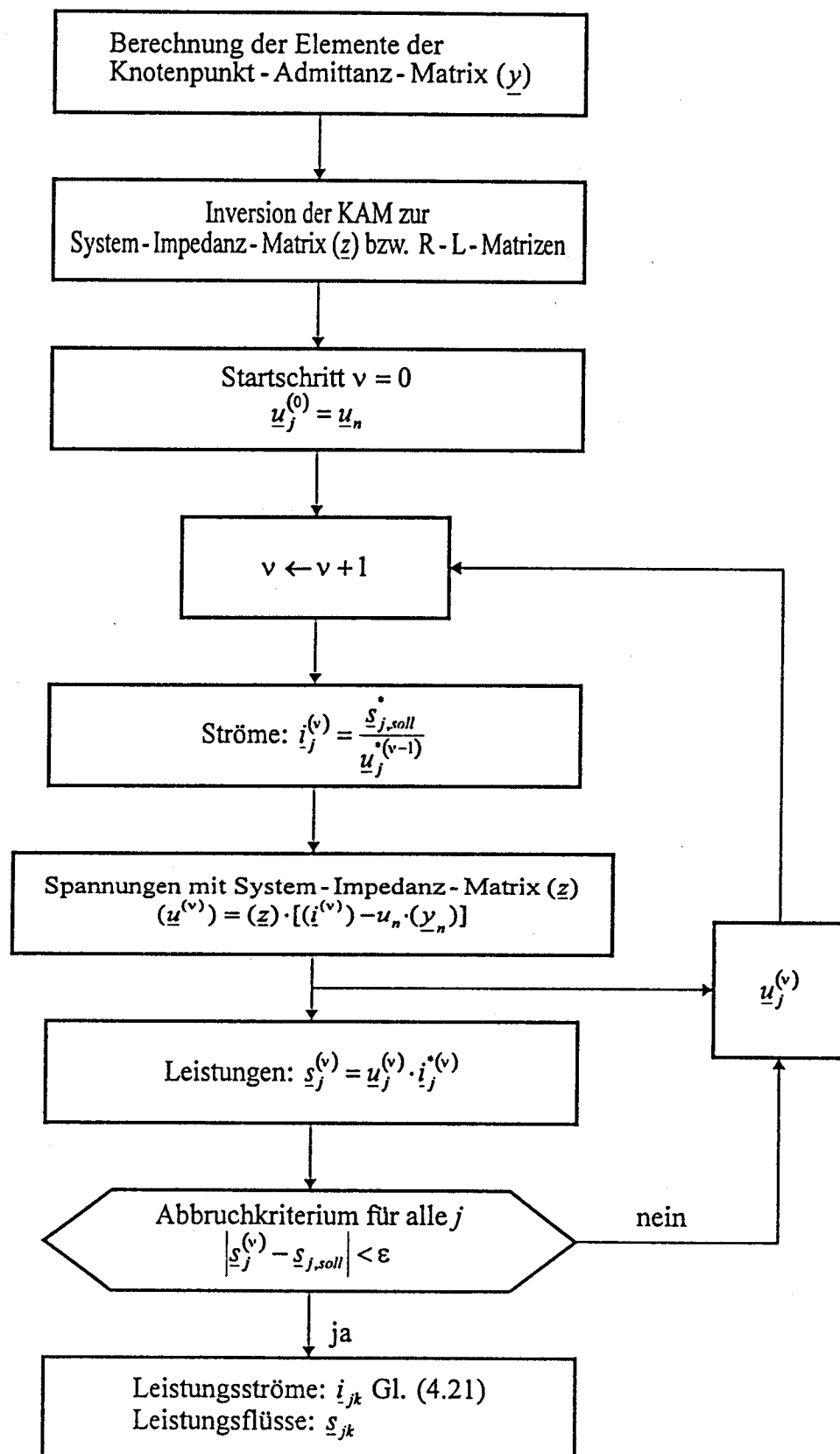


Abbildung 4.7: Flußbild der Stromiteration

Konvergenzverhalten:

Zeile aus System-Impedanz-Matrix:

$$\underline{u}_j - \underline{u}_n = \underline{z}_{jj} \cdot \underline{i}_j + \underbrace{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{n-1} \underline{z}_{jk} \cdot \underline{i}_k}_{\underline{u}_v}$$

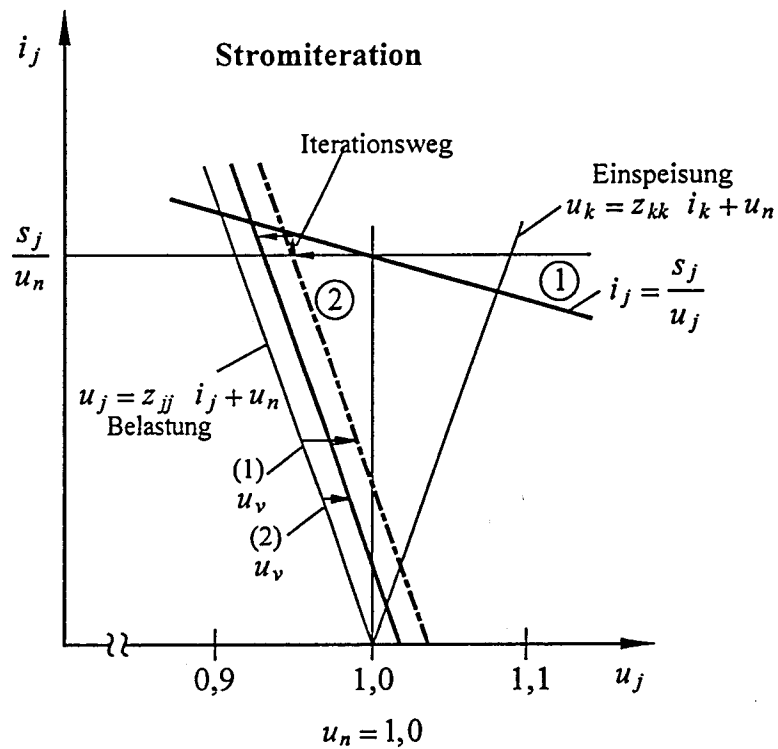


Abbildung 4.8: Konvergenz der Stromiteration

Erläuterungen zu Abbildung 4.8:

- $u_j = f(i_j)$ ist eine Gerade durch $u_n = 1$, verschoben durch u_v .
- Iterationsweg zwischen Kurve 1 und Gerade 2.
- Konvergenzfaktor des Schrittes v :

$$k_v = \frac{|x^{(v+1)} - x^{(v)}|}{|x^{(v)} - x^{(v-1)}|} \quad (4.31)$$

mit: $x^{(v)}$: Ergebnis beim Iterationsschritt v
 \bar{x} : genauer Wert

- Abbrechfehler: $|x^{(v)} - \bar{x}| \leq \frac{k_v}{1 - k_v} \cdot |x^{(v)} - x^{(v-1)}| \quad (4.32)$

Nur für $k_v < 0,5$ ist der Abbrechfehler kleiner als die letzte Korrektur.

- Keine Konvergenz:
 1. Es existiert keine Lösung, meist wegen ungünstiger Vorgabe der Blindleistungen.
 2. Lösung existiert, wird aber wegen ungünstiger Startbedingungen nicht gefunden.

Beispiel für Lastflußberechnung durch Stromiteration

- Gleichungen:

$$\underline{i}_j^{(v)} = \frac{p_j - j \cdot q_j}{\underline{u}_j^{*(v-1)}}$$

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_1 - \underline{u}_4 \\ \underline{u}_2 - \underline{u}_4 \\ \underline{u}_3 - \underline{u}_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{100} \cdot \begin{pmatrix} -7,131 & -6,087 & -4,783 \\ -6,087 & -17,391 & -6,522 \\ -4,783 & -6,522 & -8,696 \end{pmatrix} \cdot e^{j69^\circ} \cdot \begin{pmatrix} \underline{i}_1 \\ \underline{i}_2 \\ \underline{i}_3 \end{pmatrix}$$

- Bezugswerte:

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$U_B = 110 \text{ kV}$$

- Vorgegebene Leistungen:

$$P_1 = 150 \text{ MW}$$

$$P_2 = 75 \text{ MW}$$

$$P_3 = -180 \text{ MW} \quad \cos\varphi = 0,93$$

$$\underline{s}_1 = 1,5 + j \cdot 0,59$$

$$\underline{s}_2 = 0,75 + j \cdot 0,30$$

$$\underline{s}_3 = -1,8 - j \cdot 0,71$$

$$U_4 = 110 / \sqrt{3} \text{ kV}$$

$$u_4 = 1,0$$

4.3. Lastflußberechnung

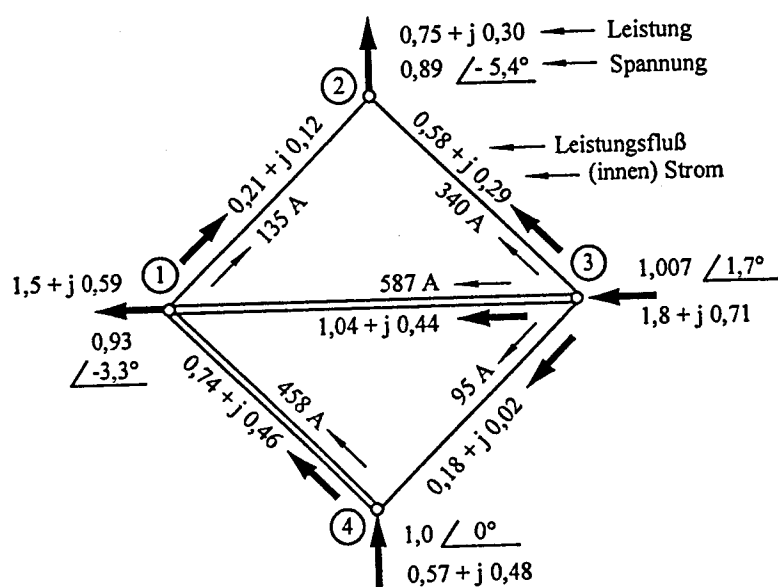
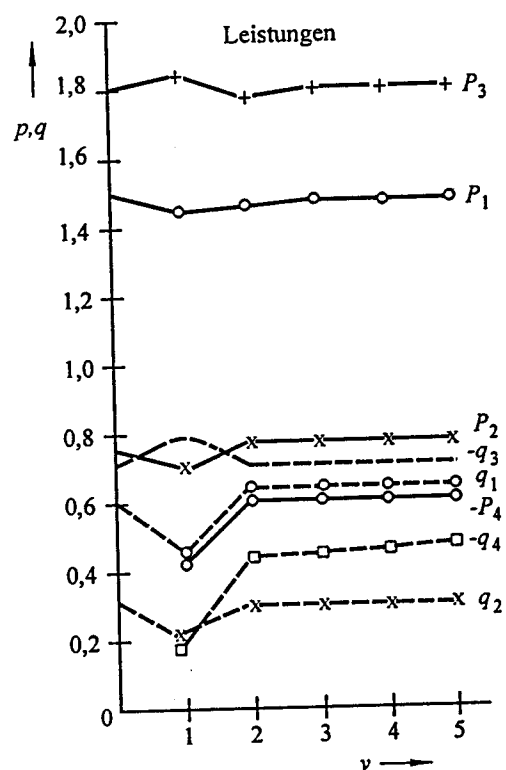
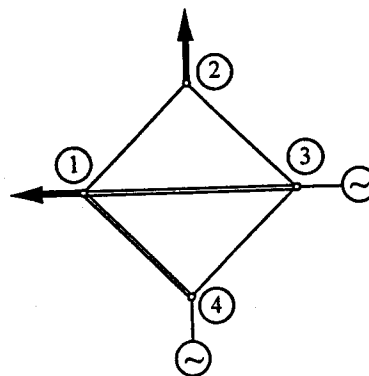
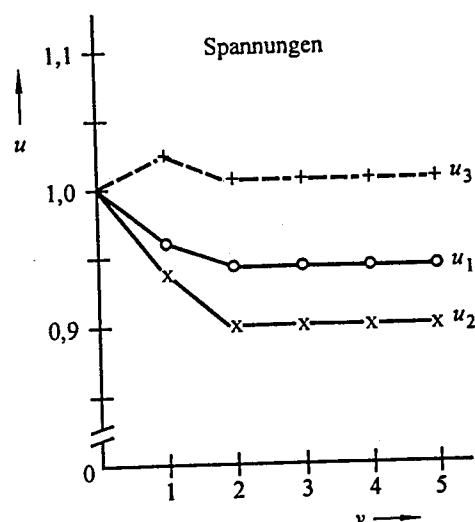


Abbildung 4.9: Zahlenbeispiel für das Konvergenzverhalten der Stromiteration

Rechnerausdruck für Beispiel Stromiteration:

DEMO-BEISPIEL FÜR VORLESUNG NETZE
 BEISPIEL.BIK
 4-KNOTEN-NETZ - 6 LEITUNGEN
 MIT BLINDLEISTUNGEN

ZWISCHENKNOTENDATEN

| ART | NAELNUEL | VON | NACH | R PER-UNIT | X PER-UNIT | G PER-UNIT | B PER-UNIT | TAP (P-U) | ANGLE DEGR. |
|-----|----------|----------|----------|------------|------------|------------|------------|-----------|-------------|
| LIN | | KNOTEN 1 | KNOTEN 2 | 0.0714 | 0.1864 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 1 | KNOTEN 4 | 0.0714 | 0.1864 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 3 | KNOTEN 4 | 0.0597 | 0.1559 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 2 | KNOTEN 3 | 0.0895 | 0.2338 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 1 | KNOTEN 3 | 0.0714 | 0.1864 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 1 | KNOTEN 3 | 0.0714 | 0.1864 | 0.0000 | 0.0000 | | |
| LIN | | KNOTEN 1 | KNOTEN 4 | 0.0714 | 0.1864 | 0.0000 | 0.0000 | | |

KNOTENDATEN

| NAME | ART | G/L | NAELNUEL | U P-U | T DEGR. | P P-U | Q P-U | P MIN P-U | P MAX P-U | Q MIN P-U | Q MAX P-U | U MIN P-U | U MAX P-U |
|----------|-----|-----|----------|-------|---------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| KNOTEN 1 | PQ | LOA | | | | 1.500 | 0.590 | | | | | 0.700 | 1.300 |
| KNOTEN 2 | PQ | LOA | | | | 0.750 | 0.300 | | | | | 0.700 | 1.300 |
| KNOTEN 3 | PQ | GEN | | | | -1.800 | -0.710 | -1.980 | -1.620 | -0.781 | -0.639 | 0.700 | 1.300 |
| KNOTEN 4 | SL | GEN | | 1.000 | 0.000 | | | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.700 | 1.300 |

| SPANNUNGEN AN DEN KNOTEN | | | | | LEISTUNGEN | | AN DEN KNOTEN | | BILANZ | |
|--------------------------|---------|---------|--------|---------|------------|--------|---------------|--------|----------|---------|
| KNOTEN | ELEMENT | BETRAG | WINKEL | PROZENT | BELASTUNG | | EINSPEISUNG | | MW | MVAR |
| NAME | NAME | KV | GRAD | | MW | MVAR | MW | MVAR | | |
| SPANNUNGSEBENE 1 110 KV | | | | | | | | | | |
| KNOTEN 1 | | 102.583 | -3.265 | 93.257 | 150.000 | 59.000 | 0.000 | 0.000 | 150.000 | 59.000 |
| KNOTEN 2 | | 98.292 | -5.363 | 89.357 | 75.000 | 30.000 | 0.000 | 0.000 | 75.000 | 30.000 |
| KNOTEN 3 | | 110.731 | 1.676 | 100.665 | 0.000 | 0.000 | 180.000 | 71.000 | -180.000 | -71.000 |
| *PK KNOTEN 4 | | 110.000 | 0.000 | 100.000 | 0.000 | 0.000 | 56.612 | 48.324 | -56.612 | -48.324 |

ERGEBNISSE - LEITUNGS-LEISTUNGEN UND -STROME

| VON | | KNOTEN | ELEMENT | EBENE | WIRKLEISTUNG | | BLINDLEISTUNG | | LAENGSLEISTUNG | | QUERLEISTUNG | | STROM IN A | | AUSL |
|-------------------------|----------|--------|---------|---------|--------------|---------|---------------|-------|----------------|-------|--------------|---------|------------|-------|------|
| | | NACH | NAME | KV | MW | MW | MVAR | MVAR | MW | MVAR | MW | MVAR | MAXWERT | GRNZW | PRZT |
| I | | K | | | I - K | K - I | I - K | K - I | | | | | | | |
| SPANNUNGSEBENE 1 110 KV | | | | | | | | | | | | | | | |
| KNOTEN 1 | KNOTEN 2 | | 110. | 20.891 | -20.419 | 11.816 | -10.582 | 0.473 | 1.234 | 0.000 | 0.000 | 135.085 | 535 | 25.2 | |
| KNOTEN 1 | KNOTEN 4 | | 110. | -35.852 | 37.210 | -19.202 | 22.746 | 1.357 | 3.545 | 0.000 | 0.000 | 228.901 | 535 | 42.8 | |
| KNOTEN 1 | KNOTEN 4 | | 110. | -35.852 | 37.210 | -19.202 | 22.746 | 1.357 | 3.545 | 0.000 | 0.000 | 228.901 | 535 | 42.8 | |
| KNOTEN 2 | KNOTEN 3 | | 110. | -54.581 | 58.344 | -19.410 | 29.245 | 3.763 | 9.827 | 0.000 | 0.000 | 340.284 | 535 | 63.6 | |
| KNOTEN 1 | KNOTEN 3 | | 110. | -49.593 | 51.827 | -16.206 | 22.040 | 2.234 | 5.833 | 0.000 | 0.000 | 293.644 | 535 | 54.9 | |
| KNOTEN 1 | KNOTEN 3 | | 110. | -49.593 | 51.827 | -16.206 | 22.040 | 2.234 | 5.833 | 0.000 | 0.000 | 293.644 | 535 | 54.9 | |
| KNOTEN 3 | KNOTEN 4 | | 110. | 18.002 | -17.808 | -2.324 | 2.831 | 0.194 | 0.507 | 0.000 | 0.000 | 94.639 | 535 | 17.7 | |

VERLUSTE

| | | |
|--------------------|------------|--------------|
| LAENGS | 11.612 MW | 30.324 MVAR |
| QUER - LTG.-TRAFO | 0.000 MW | 0.000 MVAR |
| QUER - KONST.-IMP. | 0.000 MW | 0.000 MVAR |
| GESAMT | 11.612 MW | 30.324 MVAR |
| KNOTENPUNKTBILANZ | -11.612 MW | -30.324 MVAR |

Abbildung 4.10: Rechnerausdruck für Beispiel Stromiteration