

PSS[®]SINCAL 10.5

Dynamik

Beschreibung der Berechnung von elektromechanischen und elektromagnetischen Vorgängen in elektrischen Netzen

Vorbemerkung

Die PSS SINCAL Handbücher bestehen aus drei Teilen:

- Benutzerhandbuch PSS SINCAL Bedienung
- Fachhandbücher für Elektronetze und Strömungsnetze
- Systemhandbuch Datenbankbeschreibung

Allgemeine Grundsätze der Bedienung und der Grafikoberfläche von PSS SINCAL können dem **Benutzerhandbuch PSS SINCAL Bedienung** entnommen werden.

Die **Fachhandbücher für Elektronetze** beinhalten detaillierte Beschreibungen der verschiedenen Berechnungsverfahren für Elektronetze (Lastfluss, Kurzschluss, etc.) sowie deren Eingabedaten.

Die **Fachhandbücher für Strömungsnetze** beinhalten detaillierte Beschreibungen der verschiedenen Berechnungsverfahren für Strömungsnetze (Wasser, Gas und Wärme/Kälte) sowie deren Eingabedaten.

Das **Systemhandbuch Datenbankbeschreibung** beinhaltet eine vollständige Beschreibung der Datenmodelle für Elektronetze und Strömungsnetze.

Urheber- und Verlagsrechte

Das Handbuch und alle in ihm enthaltenen Informationen und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt.

Die Rechte, insbesondere die Rechte zur Veröffentlichung, Wiedergabe, Übersetzung, zur Vergabe von Nachdrucken, zur elektronischen Speicherung in Datenbanken, zur Herstellung von Sonderdrucken, Fotokopien und Mikrokopien liegen bei SIEMENS.

Für jede Wiedergabe oder Verwendung außerhalb der durch das Urhebergesetz erlaubten Grenzen ist eine vorherige schriftliche Zustimmung von SIEMENS unerlässlich.

Gewährleistung

Trotz sorgfältiger Ausarbeitung könnten in diesem Handbuch Fehler enthalten sein. Es wird keinerlei Haftung für Fehler und deren Folgen übernommen. Änderungen des Textes und der Funktion der Software werden im Rahmen der Pflege ständig durchgeführt.

1.	Einleitung Dynamik	1
1.1	Allgemeines	3
1.2	Zustandsgleichungen	4
1.3	Frequenzbereich bei elektrischen Simulationsrechnungen	6
1.4	Modellbildung	7
2.	Verfahren Stabilität und Elektromagnetische Transienten	9
2.1	Differenzenleitwertverfahren	9
2.1.1	Integrationsverfahren	9
2.1.2	Differenzenleitwertverfahren bei kontinuierlicher Integration	15
2.1.3	Differenzenleitwertverfahren an Unstetigkeitsstellen	16
2.1.4	Diskussion des Verfahrens	21
2.1.5	Berechnung nichtlinearer Netzelemente	22
2.1.6	Anfangsbedingungen	28
2.1.7	Literatur	30
2.2	Integrationsverfahren	32
2.2.1	Mehrschrittverfahren	34
2.2.2	Runge-Kutta-Verfahren	36
2.2.3	Einfluss der Schrittweite Δt	37
2.3	Synchronmaschine	41
2.3.1	Differentialgleichungen	41
2.3.2	Lösung des Differentialgleichungssystems	51
2.3.3	Sättigung	59
2.3.4	Anfangsbedingungen	61
2.3.5	Vereinfachung für Stabilitätsuntersuchungen	64
2.3.6	Literatur	66
2.4	Regler	66
2.4.1	Blockorientierte Simulationssprache	66
2.4.2	Integrationsverfahren	70
2.4.3	Algebraische Schleifen	71
2.4.4	Grenzen bei integrierenden Blöcken	73
2.4.5	Kopplung Regler – Netz	74
2.4.6	Anfangsbedingungen	76

Inhalt

2.5	Frequenzgang linearisierter Differentialgleichungssysteme elektrischer Netze	78
2.5.1	Aufbau des Programms	79
2.5.2	Kopplung der Teilsysteme	88
2.5.3	Anwendungsbeispiel	89
2.5.4	Literatur	90
2.6	Erregersysteme, Turbine und Turbinenregelung	91
2.6.1	Erregersysteme	91
2.6.2	Turbine und Turbinenregelung	100
2.6.3	Literatur	109
2.7	Ausgleichsvorgänge auf Leitungen	109
2.7.1	Ableitung der Wellengleichungen	110
2.7.2	Lösung der Wellengleichungen für den allgemeinen Fall	117
2.7.3	Mehrleitsysteme	131
2.7.4	Leitungsnachbildung durch konzentrierte Elemente	136
2.7.5	Nachbildung der Korona	139
2.7.6	Anhang 1: Wellenausbreitung	140
2.7.7	Anhang 2: Vierpole	142
2.7.8	Anhang 3: Rekursive Faltung	143
2.7.9	Anhang 4: Zusammenstellung der Leitungsparameter	144
2.7.10	Anhang 5: Fouriertransformation und Faltungssatz	145
2.7.11	Anhang 6: Leitungsdarstellung in Matrizenform	146
2.7.12	Anhang 7: Beispiel einer 2x2-Matrix	147
2.7.13	Anhang 8: Herleitung der Transformationsbeziehungen	148
2.7.14	Literatur	150
2.8	Torsionsschwingungen	151
2.8.1	Differentialgleichungssystem	151
2.8.2	Bestimmung von Dämpfungswerten	154
2.8.3	Literatur	156
2.9	Transformatoren	156
2.9.1	Ersatzschaltung für Magnetisierungsvorgänge	157
2.9.2	Modell eines Transformatorschenkels	162
2.9.3	Ersatzschaltung für Stoßvorgänge	164
2.9.4	Literatur	166

2.10	Stromrichterventile	166
2.10.1	Frequenzbereich < 1000 Hz	166
2.10.2	Frequenzbereich > 1000 Hz	170
2.10.3	Literatur	171
2.11	Überspannungsableiter	171
2.11.1	SiC-Ventilableiter	172
2.11.2	ZnO-Ableiter	176
2.11.3	Zusammenfassung	178
2.11.4	Literatur	179
3.	Verfahren Stabilitätsgrenze	180
4.	Eigenwertanalyse	181
5.	Anwendungsbeispiele	182
5.1	Anwendungsbeispiel für Stabilität	182
5.1.1	Voreinstellen der Berechnungsparameter	184
5.1.2	Erfassen von Fehleruntersuchungen	184
5.1.3	Definieren von Elementschaltzeiten	186
5.1.4	Zuweisen von Modellen	188
5.1.5	Zuweisen von Sättigungen	190
5.1.6	Festlegen des Ausgabeumfangs	191
5.1.7	Starten der Stabilitätsberechnung	193
5.1.8	Darstellen und Auswerten der Ergebnisse	193
5.2	Anwendungsbeispiel für Stabilitätsgrenze	196
5.2.1	Voreinstellen der Berechnungsparameter	197
5.2.2	Starten der Berechnung der Stabilitätsgrenze	198
5.2.3	Darstellen und Auswerten der Ergebnisse	199

1. Einleitung Dynamik

Die PSS SINICAL Dynamik Berechnungsmodule sind ein wirkungsvolles und effizientes Werkzeug zur Simulation von elektromechanischen und elektromagnetischen Vorgängen in elektrischen Netzen.

Dieses Handbuch enthält folgende Kapitel:

- [Verfahren Stabilität und Elektromagnetische Transienten](#)
- [Verfahren Stabilitätsgrenze](#)
- [Eigenwertanalyse](#)
- [Anwendungsbeispiele](#)

Lastfluss

Vor der eigentlichen dynamischen Berechnung wird automatisch eine Lastflussberechnung durchgeführt, die den Zustand des Netzes für den Startzeitpunkt der dynamischen Berechnung widerspiegelt.

Im Ausgangszustand werden alle eingegebenen Schalthandlungen, die die Netztopologie zum Zeitpunkt Null beeinflussen, in diese Lastflussberechnung miteinbezogen.

Zusätzlich berücksichtigte Daten:

- Elementschaltzeiten
- Einschaltzeitpunkt von Asynchronmaschinen
- Einschaltzeitpunkt von Synchronmaschinen

Stabilität

Mit der Stabilitätsberechnung wird das Verhalten des Netzes beim Auftreten von Störungen analysiert. Ein Netz gilt als stabil, wenn es nach einer Störung in einen stabilen oder Gleichgewichtszustand zurückkehrt.

In der Stabilitätsberechnung erfolgt die Nachbildung des Netzes nur mit komplexen Impedanzen, die Regler und Maschinen werden aber als Differentialgleichungen modelliert. D.h. das zu untersuchende System wird symmetrisch nachgebildet.

Um neben symmetrischen Fehlern, wie z. B. 3-poligen Kurzschlüssen, auch unsymmetrische Fehler berücksichtigen zu können, ist mit Hilfe von symmetrischen Komponenten (Mit-, Null- und Gegensystem) eine universelle Fehlerschaltung möglich. Die im Netz auftretenden Fehler und die damit verbundenen Schalthandlungen können detailliert modelliert werden.

Elektromagnetische Transienten (EMT)

Bei diesem Berechnungsverfahren erfolgt die Modellierung von Netz, Maschinen und Reglern mit Differentialgleichungen.

Dieses Simulationsverfahren bietet die vollständige Lösung aller elektromechanischer und elektromagnetischer Phänomene, einschließlich unsymmetrischer und nichtlinearer Vorgänge.

Der Haupteinsatzbereich ist die Auslegung von Betriebsmitteln unter Berücksichtigung transienter Phänomene. Ein Beispiel hierfür ist die Bestimmung der Belastung der Ventile eines statischen Kompensators während und nach Kurzschlüssen im Netz. Auch die Berechnung von komplexen, elektromagnetischen Vorgängen im Zusammenspiel mit HGÜ und FACTS ist möglich, wie z. B. die Ermittlung von Zwischenharmonischen bei HGÜs.

Stabilitätsgrenze

Mit diesem Simulationsverfahren kann untersucht werden, ob das Netz beim Auftreten eines Fehlers stabil bleibt. Hierzu werden benutzerdefinierte Grenzwerte für die minimalen und maximalen Polradwinkel der Synchronmaschinen vorgegeben.

Die Endzeit des Fehlers wird variiert und es wird immer wieder eine Stabilitätsberechnung durchgeführt. Dabei werden die Polradwinkel der Synchronmaschinen automatisch überwacht.

Sobald bei einer Synchronmaschine einer der beiden Winkel überschritten wird, wird die aktuelle Endzeit der Fehleruntersuchung als Grenze für den stabilen Betrieb des Netzes gewertet.

Eigenwerte

Mit der Eigenwertanalyse kann das elektromechanische Verfahren elektrischer Energieversorgungsnetze analysiert werden. Die Eigenwertanalyse zeigt das Kleinsignalverhalten eines Netzes, also das um den Betriebspunkt linearisierte Verhalten, ohne dabei das unlineare Verhalten von Reglern und Netzstörungen zu berücksichtigen.

Mittels Eigenwertanalyse betrachtet man das dynamische Verhalten eines Netzes bei verschiedenen charakteristischen Frequenzen (Modes). In einem elektrischen Energieversorgungsnetz müssen alle Modes stabil sein. Anhand der Eigenwertanalyse können instabile Zustände identifiziert werden und mit geeigneten Dämpfungsstrategien (Schlupfstabilisatoren, thyristergesteuerte statische Kompensatoren usw.) behoben werden.

Vorgehensweise Dynamik

Um eine Stabilitäts-, EMT-Berechnung und Eigenwertanalyse durchführen bzw. spezielle Daten dafür eingeben zu können, muss zuerst die Berechnungsmethode **Dynamik** aktiviert werden.

Die folgenden Schritte sind notwendig:

- Festlegen der Randbedingung bei Dynamik Berechnungsparametern
- Eingeben des zeitabhängigen Verhaltens der Synchronmaschinen
- Eingeben von Plottdefinitionen
- Erfassen und Parametrieren von Fehleruntersuchungen
- Erfassen und Parametrieren von Elementschaltzeiten

1.1 Allgemeines

Simulation ist das Experimentieren mit Modellen, die Systeme beschreiben, deren Eigenschaften untersucht werden sollen.

Vorteile der Simulation gegenüber realen Experimenten

- Kosten
- ungefährlich, z.B. Netzstörungen
- schneller bei Parameteränderungen
- Messung beeinflusst Experiment nicht

Nachteile

- Modellbeschreibung kompliziert, oft unmöglich
- (unbekannte) Vernachlässigungen können Ergebnisse beeinflussen

Die Simulation spielt in vielen Bereichen der Technik, aber auch der Biologie, der Sozialwissenschaften, Meteorologie, eine große Rolle. Dabei kommt sie zu folgenden Einsatzgebieten:

- Entwicklung (neue Verfahren ohne reales Modell, neue Regelsysteme, keine Berücksichtigung von Vorsichtsmaßnahmen)
- Forschung (Modellentwicklung, Verhalten einer biologischen Population)
- Ausbildung (Verhalten von dynamischen Systemen)
- Training (Flugsimulator, Bedienung von Kernkraftwerken)
- Echtzeitsimulation
- Spiele (Schach)

Die Simulation lässt sich unterteilen in:

Analoge Simulation

- **Analoge Modelle:**

Bei analogen Modellen wird das Systems durch ein verkleinertes Modell dargestellt. Dabei müssen die Modellgesetze beachtet werden. Analoge Modelle haben fast immer eine zu große Dämpfung.

- **Analogrechner:**

Bei Analogrechnern wird das Systems durch Nachbildung des Gleichungssystems mit speziellen elektronischen Rechenschaltungen dargestellt.

Digitale Simulation

Bei der digitalen Simulation wird das System durch numerische Integration des mathematischen Gleichungssystems berechnet.

Hybride Simulation

Die hybride Simulation ist eine Kombination der analogen und digitalen Simulation.

Die folgende Tabelle zeigt den Vergleich zwischen diesen drei Verfahren.

Digital	Analog/Hybrid
	Genauigkeit der Bauelemente 0,01 bis 0,05%
Hardware wird immer billiger	teuer wegen genauer Bauelemente
	Anzahl der Bauelemente klein
	Vorbereitung, Skalierung, Austesten kompliziert
	Dokumentation eingeschränkt
Ausgabe besser steuerbar	
	Anschaulicher
Optimierung, Statistik, automatische Parameteranpassung	bei Hybridrechnern möglich
10 bis 1000 langsamer als Hybridrechner	
Mehrfachbenutzung möglich	
	keine Laufzeitglieder nachbildbar (hom. Leitung)
Simulationssprachen	

Tabelle: Vergleich zwischen Analog/Hybrid- und Digital-Simulation

1.2 Zustandsgleichungen

Der augenblickliche Zustand jedes beliebigen Systems lässt sich mit Hilfe so genannter Zustandsvariablen vollständig beschreiben. Dabei soll keine Einschränkung über die Art des Systems – mechanisch, elektrisch, biologisch, chemisch – getroffen werden.

Das dynamische Verhalten der Systeme kann mit Hilfe von Zustandsübergangsmodellen beschrieben und vorhergesagt werden.

Unter der Annahme, dass der Wert einer Zustandsvariablen y zurzeit t bekannt ist, beschreibt dieses Zustandsübergangsmodell den Wert von y zu dem zukünftigen Zeitpunkt $t+\Delta t$ durch die Zustandsgleichung

$$y(t + \Delta t) = f(y(t), t, \Delta t)$$

1-1

Der zukünftige Zustand eines Systems $y(t+\Delta t)$ ist eine vorgegebene Funktion des gegenwärtigen Zustandes $y(t)$, der momentanen Zeit und des Zeitinkrementes Δt .

Ausgehend von dem Anfangswert $y(0)$ können die Zustandsvariablen für alle Werte t rekursiv berechnet werden

$$y(t) = f(y(0), 0, \Delta t)$$

$$y(t + \Delta t) = f(y(t), t, \Delta t)$$

1-2

$$y(t + 2\Delta t) = f(y(t + \Delta t), (t + \Delta t), \Delta t) \text{ usw.}$$

In den wichtigsten Zustandsmodellen, die vor allem aus dem Bereich der Physik stammen, wird mit kontinuierlichen Werten für t und y gearbeitet, daher spricht man von kontinuierlichen Systemen.

Die Zustandsgleichungen für kleine Δt lassen sich schreiben

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta y(t) = y(t) + \Delta t f(y(t), t)$$

1-3

Für den Grenzfall $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta y \rightarrow 0$ gehen die Zustandsgleichungen in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung über.

$$dy / dt = f(y(t), t)$$

1-4

Im Folgenden soll nur über die Nachbildung und Simulation elektrischer Netzwerke gesprochen werden. Die vorgestellten Lösungsverfahren eignen sich, bei entsprechender Systembeschreibung durch Differentialgleichungen, auch für nichtelektrische Probleme.

1.3 Frequenzbereich bei elektrischen Simulationsrechnungen

Bild 1.1 zeigt den Frequenzbereich bei Netzuntersuchungen, er reicht von 10^{+6} Hz (Blitzvorgänge) bis 10^{-2} Hz (Regelvorgänge von Dampferzeugern). Dementsprechend variieren die zu untersuchenden Vorgangszeiten von μs bis zu Minuten.

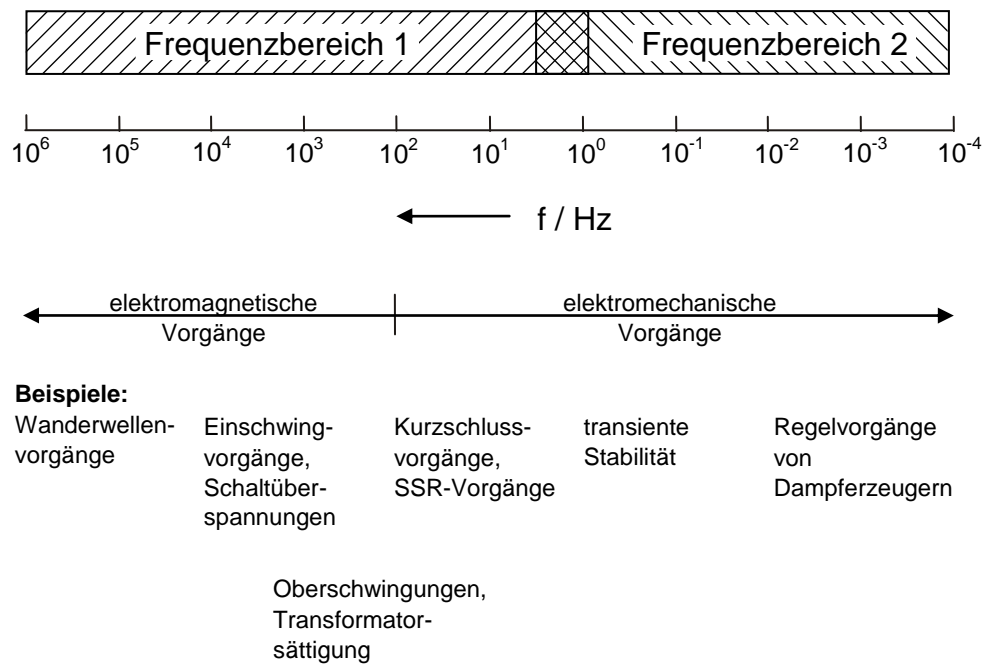


Bild 1.1: Frequenzbereiche der Netzuntersuchungen (SSR subsynchronous resonance)

Offensichtlich ist das Netz nicht im gesamten Frequenzbereich mit einem einzigen Modell nachbildbar. So ist es z.B. unsinnig (und i.a. falsch) bei Stabilitätsuntersuchungen, bei denen es auf die "langsamen" elektromechanischen Pendelungen ankommt, das Netz entsprechend Untersuchungen für Blitzvorgänge (kapazitive Übertragungsmodelle) nachzubilden. Genauso ist es unnötig bei Blitzvorgängen Bewegungsgleichungen der Maschine zu berücksichtigen.

1.4 Modellbildung

Für die qualitative Untersuchung eines dynamischen Systems gibt es folgende Möglichkeiten:

- Rechnersimulation
- Theoretische Analyse seiner Eigenschaften
- Reglerentwurf

Ein geeignetes mathematisches Modell des Systems (Differentialgleichungen) muss 2 Forderungen erfüllen. Es muss zum einen Wirklichkeitsnähe haben, d.h. es muss das Systemverhalten für die durch die Aufgabenstellung gegebenen Bedingungen hinreichend beschreiben. Zum anderen muss es möglichst einfach sein, um die Bearbeitung und den Einblick in das Systemverhalten zu erleichtern.

Um diesen beiden sich widersprechenden Forderungen nahe zu kommen, können folgende Methoden angewendet werden:

- Modellvereinfachung
- Linearisierung um den Arbeitspunkt, da die Mehrzahl der Modelle nichtlinear ist.
- Zeitabhängige Parameter, Totzeit
- Partielle Differentialgleichungen (Leitung)
- Reduktion der Modellordnung
- Physikalische Ordnungsreduktion (sachgemäße Vernachlässigung physikalischer Gesetze)
Mathematische Ordnungsreduktion

Die Aufteilung des Gesamtsystems in mehrere einfache Funktionen (modularer Aufbau) hat folgende Vorteile:

- einfacher bei Beschreibung
- einfacher austestbar
- blockweise Nachbildung
- einfach erweiterbar

Bild 1.2 zeigt ergänzend, wie die verschiedenen Betriebsmittel in verschiedenen Frequenzbereichen nachgebildet werden können.

Einleitung Dynamik

		Regelvorgänge Sättigung, Harmonische Temporäre Überspannungen 0 ... 300 Hz	Schaltüberspannungen 50 Hz ... 20 kHz	Blitzüberspannungen 10 kHz ... 1 MHz	Wiederzündungen 0,5 MHz ... 50 MHz
Leitung Kabel					
Transformator unbelastet					
Transformator belastet					
Generator		Generator Dgl. Erregung Turbine Welle Sättigung			
Netz					
Sammel- schiene					
Schalter Einschalten			Statistische Vorüberschläge	Abnahme Spannungsfestigkeit über der Zeit	Abnahme Spannungsfestigkeit über der Zeit
Schalter Ausschalten				Unterbrechung bei hohen Frequenzen	Unterbrechung bei hohen Frequenzen
Ableiter SiC		Überschlagsspannung u_{qst} Restspannung $u = u(i) + u$	Überschlagsspannung u_{si} Restspannung $u = u(i) + u(t)$	Überschlagsspannung $u = u(t)$ Restspannung $u = u(i)$	Überschlagsspannung $u = u(t)$ Restspannung $u = u(i)$
Ableiter ZnO		Restspannung $u = u(i)$	Restspannung $u = u(i)$	Restspannung $u = u(i)$	Restspannung $u = u(i, t)$
Wandler		Induktiver Spannungswandler $L = L()Psi$	Vernachlässigbar	Vernachlässigbar	 Stromwandler Spannungswandler
Drossel					
Statischer Kompensator			Erzeugung von I_v $v = 2 \dots 11$		uninteressant
Ventile					uninteressant

Bild 1.2: Betriebsmittel und ihre Nachbildung in verschiedenen Frequenzbereichen

Die Netzmodellierung erfolgt in PSS SINICAL ausschließlich für Frequenzbereiche bis 300 Hz. Diese sind im Bild mit blauer Farbe hinterlegt.

2. Verfahren Stabilität und Elektromagnetische Transienten

Die folgenden Kapitel erläutern die Grundlagen der Netzmodellierung für die Simulationsverfahren Stabilität und elektromagnetische Transienten:

- Differenzenleitwertverfahren
- Integrationsverfahren
- Synchronmaschine
- Regler
- Frequenzgang linearisierter Differentialgleichungssysteme elektrischer Netze
- Erregersysteme, Turbine und Turbinenregelung
- Ausgleichsvorgänge auf Leitungen
- Torsionsschwingungen
- Transformatoren
- Stromrichterventile
- Überspannungsableiter

2.1 Differenzenleitwertverfahren

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- Integrationsverfahren
- Differenzenleitwertverfahren bei kontinuierlicher Integration
- Differenzenleitwertverfahren an Unstetigkeitsstellen
- Diskussion des Verfahrens
- Berechnung nichtlinearer Netzelemente
- Anfangsbedingungen
- Literatur

2.1.1 Integrationsverfahren

Eine Integrationsmethode ist die Trapezregel. Dabei wird der Differentialquotient

$$\frac{dy}{dt} = k y + x(t)$$

2-1

in einen Differenzenquotient (Gl. 2-2) umgewandelt.

$$y(t + \Delta t) - y(t) = \frac{\Delta t}{2} (x(t) + x(t + \Delta t)) + \frac{\Delta t}{2} k (y(t) + y(t + \Delta t))$$

2-2

Im Weiteren wird für $t + \Delta t$ Index 1 und für t Index 0 gesetzt.

So lässt sich Gleichung 2-2 wie folgt schreiben:

$$y_1 - y_0 = \frac{\Delta t}{2}(x_0 + x_1) + \frac{\Delta t}{2}k(y_0 + y_1)$$

2-3

Da es sich nun um eine reine algebraische Gleichung und nicht mehr um eine Differentialgleichung handelt, kann die linke und die rechte Seite zusammengefasst und nach y_1 aufgelöst werden.

$$y_1(1 - \frac{\Delta t}{2}k) = y_0(1 + \frac{\Delta t}{2}k) + \frac{\Delta t}{2}(x_0 + x_1)$$

2-4

$$y_1 = y_0 * \frac{1 + \frac{\Delta t}{2}k}{1 - \frac{\Delta t}{2}k} + \frac{\Delta t}{2(1 - \frac{\Delta t}{2}k)}(x_0 + x_1)$$

2-5

Diese rekursive Beziehung ist direkt lösbar, wenn $x_1 = f(y_1)$ ist.

Ansonsten muss die Lösung iterativ im Prediktor-Korrektor-Verfahren gefunden werden. Dabei wird y_1 extrapoliert zum Prediktor und Gleichung 2-5 zum Korrektor.

Differentialgleichung einer Induktivität

Zur Lösung der Differentialgleichung einer Induktivität kann die Trapezregel angewendet werden. Es gilt:

$$L \frac{di}{dt} = u$$

2-6

$$\Rightarrow i_1 - i_0 = L^{-1} \frac{\Delta t}{2}(u_1 + u_0)$$

2-7

Ein passiver Zweig kann, wie in Bild 2.1 dargestellt, durch eine Ersatzspannungsquelle oder eine Ersatzstromquelle ersetzt werden.

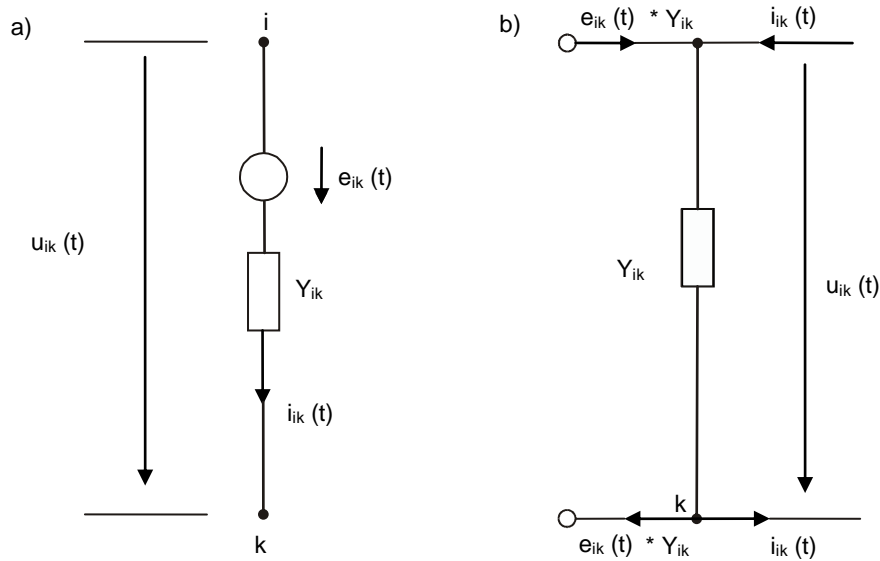


Bild 2.1: Darstellung eines linearen Zweipols durch eine
a) Ersatzspannungsquelle
b) Ersatzstromquelle

Die mathematische Beschreibung der Ersatzspannungsquelle lautet:

$$i = Y(u - e)$$

2-8

Diese kann nun in Gleichung 2-7 eingesetzt werden.

$$Y(u_1 - e_1) - Y(u_0 - e_0) = L^{-1} \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0)$$

2-9

$$(Y - \frac{\Delta t}{2} L^{-1}) u_1 - Y e_1 = (Y + \frac{\Delta t}{2} L^{-1}) u_0 - Y e_0$$

2-10

Nun kann bei konstanter Induktivität der folgende Teil der Gleichung 2-10 Null gesetzt werden,

$$Y - \frac{\Delta t}{2} L^{-1} = 0$$

2-11

und somit die Abhängigkeit von u_1 eliminiert werden.

Aus Gleichung 2-11 ergibt sich dann die Bestimmungsgleichung für den vorerst freien Parameter Y .

$$Y = \frac{\Delta t}{2} L^{-1}$$

2-12

Damit ergibt sich aus Gleichung 2-10

$$e_1 = e_0 - 2v_0$$

2-13

Die Vorausrechnung der Zweigspannung $e_1 = e(t + \Delta t)$ erfolgt nur mit von der Zeit t her bekannten Werten, so dass eine Iteration nicht nötig ist.

Differentialgleichungen für gekoppelte Systeme

Auch gekoppelte Systeme lassen sich auf diese Weise lösen.

$$L \frac{di}{dt} = -Ri + u$$

2-14

Dabei gilt:

$$i^T = (i_1 \dots i_j \dots i_k \dots i_n)$$

2-15

$$u^T = (u_1 \dots u_j \dots u_k \dots u_n)$$

2-16

$$L = \begin{pmatrix} L_{11} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & L_{jj} & \dots & M_{jk} \\ & & \vdots & & \vdots \\ & & M_{ki} & \dots & L_{kk} & \dots \\ & & & & & \ddots & L_{nn} \end{pmatrix}$$

2-17

L_{jj} ... Selbstinduktivität

$M_{jk} = M_{ki}$... Gegeninduktivität zwischen den Zweigen j und k

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & R_{ii} & \dots & R_{ik} \\ & & \vdots & & \vdots \\ & & R_{ki} & \dots & R_{kk} \\ & & & \ddots & \\ & & & & R_{nn} \end{pmatrix}$$

2-18

R_{ii} ... Eigen-Widerstand
 $R_{ik} = R_{ki}$... Kopplungswiderstand

Wird nun in Gleichung 2-14 die Trapezregel angewendet, so ergibt sich:

$$L (i_1 - i_0) = -\frac{\Delta t}{2} R (i_1 + i_0) + \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0)$$

2-19

mit

$$i = Y(u - e)$$

folgt:

$$LY(u_1 - e_1) - LY(u_0 - e_0) = -\frac{\Delta t}{2} RY(u_1 - e_1) - \frac{\Delta t}{2} RY(u_0 - e_0) + \frac{\Delta t}{2} (u_1 - u_0)$$

2-20

Diese Gleichung kann nun nach u_1 sortiert und der Term vor u_1 Null gesetzt werden.

$$\left(LY + \frac{\Delta t}{2} RY - \frac{\Delta t}{2} \right) u_1 + c_1 e_1 = c_2 e_0 + c_3 u_0$$

2-21

$$LY + \frac{\Delta t}{2} RY - \frac{\Delta t}{2} = 0$$

$$Y = \frac{\Delta t}{2} \left(L + \frac{\Delta t}{2} R \right)^{-1}$$

2-22

$$c_1 = -LY - \frac{\Delta t}{2} RY = -\frac{\Delta t}{2}$$

2-23

$$c_2 = -L Y + \frac{\Delta t}{2} R Y = - \left(L - \frac{\Delta t}{2} R \right) \frac{\Delta t}{2} \left(L + \frac{\Delta t}{2} R \right)$$

2-24

$$c_3 = \frac{\Delta t}{2} + L Y - \frac{\Delta t}{2} R Y = \frac{\Delta t}{2} - c_2$$

2-25

Werden nun die Gleichungen 2-22 bis 2-25 in Gleichung 2-21 eingesetzt, so ergibt sich als Vorausrechnung:

$$e_1 = \left(\frac{\Delta t}{2} L - R \right) \left(\frac{\Delta t}{2} L + R \right)^{-1} (e_0 - u_0) - u_0$$

2-26

Auch hier erfolgt die Integration nur mit vom vorherigen Zeitschritt bekannten Werten.

Zusammenstellung der Integrationsverfahren

Die Rechenvorschriften für die Zweigquellenspannungen $e(t+\Delta t)$ lassen sich in Matrixform zusammenfassen.

$$e(t+\Delta t) = F_e e(t) + F_u u(t)$$

2-27

Für die verschiedenen nicht gekoppelten Zweigtypen sind die Rechenvorschriften in Tabelle 2.1 angegeben.

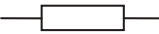

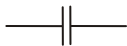




Element	Leitwert Y	f_e	f_u	Bemerkung
	$1/R$	0	0	
	$\frac{\Delta t}{2L}$	1	-2	
	$\frac{2C}{\Delta t}$	-1	2	
	$\frac{1}{R(1+1/T)}$	$-\frac{T-1}{T+1}$	$-\frac{2}{T+1}$	$T = \frac{R}{L} * \frac{\Delta t}{2}$
	$\frac{1}{R(1+1/T)}$	$+\frac{T-1}{T+1}$	$+\frac{2}{T+1}$	$T = \frac{2}{\Delta t} * RC$
	$\frac{1}{R}(1+T)$	1	$-\frac{2}{1+1/T}$	$T = \frac{R}{L} * \frac{\Delta t}{2}$
	$\frac{1}{R}(1+T)$	-1	$\frac{2}{1+1/T}$	$T = \frac{2}{\Delta t} * RC$

Tabelle 2.1: Rechenvorschriften für die Zweigquellenspannung

2.1.2 Differenzenleitwertverfahren bei kontinuierlicher Integration

Die Lösung des Differentialgleichungssystems des Netzes erfolgt mit Hilfe des Differenzenleitwertverfahrens. Jeder passive Netzzweig des Netzes, der durch eine Differentialgleichung 1. Ordnung zu beschreiben ist, kann entsprechend Abschnitt 2.1.1 infolge der Anwendung der Trapezregel zur numerischen Integration durch einen reellen, zeitschrittabhängigen (Δt) Leitwert Y und eine in Reihe geschaltete Quellenspannung e ersetzt werden.

Mit Hilfe der zum Zeitpunkt t her bekannten Zweigquellenspannungen e(t), lässt sich die Potentialverteilung des Netzes mit

$$u^+(t) = Y_{ad}^{-1} K Y e(t)$$

2-28

berechnen.

Dabei sind:

- Y ... Admittanzmatrix (zeitschrittabhängig)
- Y_{ad}^{-1} ... Knotenpunktadmittanzmatrix (zeitschrittabhängig)
- K ... Knotenpunkt-Zweig-Inzidenzmatrix

Die in Gleichung 2-27 benötigten Zweigspannungen $u(t)$ ergeben sich aus den Potentialen

$$u(t) = K^T u^+(t)$$

2-29

Die fortgesetzte Anwendung der Gleichungen 2-28, 2-29 und 2-27 führt zur schrittweisen Integration der Differentialgleichungen des Netzes. Bild 2.2 zeigt das dazugehörige Ablaufschema.

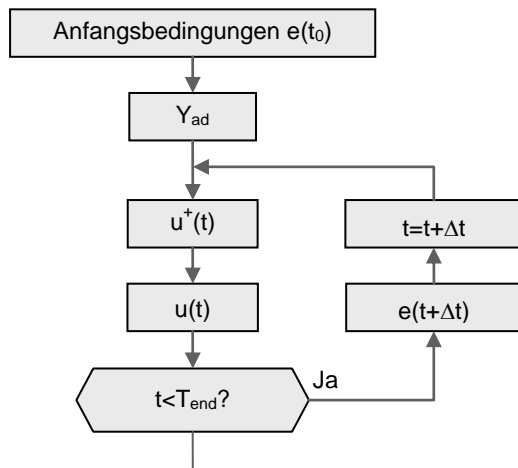


Bild 2.2: Ablaufschema des Differenzenleitwertverfahrens bei kontinuierlicher Integration

2.1.3 Differenzenleitwertverfahren an Unstetigkeitsstellen

Bei der Simulation elektromagnetischer und -mechanischer Ausgleichsvorgänge treten immer wieder Schaltvorgänge auf. Jeder Schaltvorgang stellt eine Unstetigkeitsstelle im Verlauf der kontinuierlichen, numerischen Integration dar. Wird über diese Unstetigkeitsstelle hinweg integriert, kann es zu unkontrollierbar falschen Ergebnissen kommen. Es sind vielmehr an der Sprungstelle die jeweiligen neuen Startwerte, d.h. die rechtsseitigen Grenzwerte, aus den Stetigkeitsbedingungen für die Zustandsvariablen des Netzes zu bestimmen. Die Ströme durch die Induktivitäten und die Spannungen über den Kapazitäten dürfen zwar einen Knick aufweisen, dürfen jedoch nicht springen, während die Spannungen über den Induktivitäten und die Ströme durch die Kapazitäten springen dürfen und im allgemeinen auch springen müssen.

Das Differentialgleichungssystem des Netzes lässt sich nach der Methode der Zustandsvariablen /5/ unter Zuhilfenahme der Maschen- und Schnittmengengleichungen oder mit Hilfe des Differenzenleitwertverfahrens (Kapitel 2.1 und 2.2) aufstellen und integrieren. Bei der Integration wird fortwährend geprüft, ob in einem Integrationsintervall eine Unstetigkeitsstelle aufgetreten ist. Aus den Anfangs- und Endwerten für dieses Intervall können die linksseitigen Grenzwerte an der Sprungstelle interpoliert werden. Da die rechtsseitigen und linksseitigen Grenzwerte der Zustandsvariablen an der Sprungstelle gleich sind, kann bei Verwendung der Methode der Zustandsvariablen ohne zusätzliche Berechnungen mit den linksseitigen Grenzwerten als Anfangswert die Integration fortgesetzt werden. Dabei gilt natürlich nach der Unstetigkeitsstelle ein neues Differentialgleichungssystem. Bei der Methode der Zustandsvariablen treten also keine Probleme hinsichtlich der Einhaltung der Stetigkeitsbedingungen auf.

Das Differenzenleitwertverfahren führt jedoch bei der Bestimmung der rechtsseitigen Grenzwerte an der Sprungstelle zu Schwierigkeiten. Die Ermittlung der neuen Startwerte der Zweigquellenspannungen e wäre prinzipiell durch Einsatz von Maschen- und Schnittmengengleichungen lösbar. Das bedeutet jedoch einen erheblichen Aufwand, da es notwendig wäre, nur für diese Berechnung eine vollständige Baumsuche durchzuführen. Damit wäre einer der Vorteile des Differenzenleitwertverfahrens zunichte, bei der Beschreibung des Netzes ohne Baumsuche nur die Knotenpunktadmittanzmatrix verwenden zu können. Es gibt jedoch eine Möglichkeit, ohne die Maschen- und Schnittmengengleichungen auszukommen. Dazu muss vorausgesetzt werden, dass sich die Zustandsvariablen in einem Integrationsintervall nur linear ändern, eine Voraussetzung, die bei genügend kleinem Zeitschritt stets erfüllbar ist.

Dieses Verfahren soll an dem Beispiel einer Induktivität dargestellt werden, für die Kapazität gilt das Verfahren analog. Die Stetigkeitsbedingung für den Strom durch eine Induktivität lautet:

$$i(t_{+0}) = i(t_{-0})$$

2-30

Dabei gilt der Index $_{+0}$ für den rechtsseitigen Grenzwert und der Index $_{-0}$ für den linksseitigen Grenzwert. Wird nun für den Strom die Gleichung

$$i = Y(u - e),$$

entsprechend Bild 2.1 eingesetzt, so ergibt sich aus Gleichung 2-30:

$$Y(t_{+0})(u(t_{+0}) - e(t_{+0})) = Y(t_{-0})(u(t_{-0}) - e(t_{-0}))$$

2-31

Unter der Voraussetzung, dass sich die Induktivität durch den Schaltvorgang nicht ändert, d.h.

$$Y(t_{+0}) = Y(t_{-0})$$

ist, folgt aus Gleichung 2-30

$$e(t_{+0}) = e(t_{-0}) - u(t_{-0}) + u(t_{+0})$$

2-32

In Gleichung 2-32 tritt die Größe $u(t_{+0})$ auf, d.h. der rechtsseitige Grenzwert der unstetigen und damit unbekannten Spannung. Diese wäre, wie oben erwähnt, mit Hilfe der Maschengleichungen bestimmbar, wird jedoch durch das folgende Verfahren ersetzt:

Für die Zweigquellenspannung zum Zeitpunkt $t_{+0} + \Delta t$ ergibt sich nach der Integrationsbeziehung für die Induktivität:

$$e(t_{+0} + \Delta t) = e(t_{+0}) - 2u(t_{+0})$$

2-33

Die Zweigquellenspannung zum Zeitpunkt $t_{+0} + \Delta t/2$ wird durch lineare Interpolation zwischen den Werten an den Intervallgrenzen t_{+0} und $t_{+0} + \Delta t$ ermittelt:

$$e(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2}) = \frac{1}{2} (e(t_{+0}) - e(t_{+0} + \Delta t))$$

2-34

Wird Gleichung 2-33 in Gleichung 2-34 eingesetzt, ergibt sich:

$$e(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2}) = e(t_{+0}) - u(t_{+0})$$

2-35

Mit Gleichung 2-32 ergibt sich:

$$e(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2}) = e(t_{-0}) - u(t_{-0})$$

2-36

Aus Gleichung 2-36 ist zu entnehmen, dass die Zweigquellenspannung zum Zeitpunkt $\Delta t/2$ nach der Unstetigkeitsstelle unabhängig von der unstetigen Spannung $u(t_{+0})$ ist. Sie ist nur noch abhängig von den zum Zeitpunkt t_{-0} bekannten linksseitigen Grenzwerten $e(t_{-0})$ und $u(t_{-0})$. Damit wäre eine Beziehung gefunden, die es erlaubt, die Stetigkeitsbedingung der Induktivität zu erfassen (Gl. 2-36). Es lässt aber auch erkennen, dass nicht die Zweigquellenspannung zum Zeitpunkt t_{+0} ermittelt wird, sondern zum Zeitpunkt $t_{+0} + \Delta t/2$. Tritt innerhalb dieser Zeitspanne eine weitere Sprungstelle auf, wäre es auch nötig, den Wert der Zweigquellenspannung zum Zeitpunkt t_{+0} zu berechnen.

Bild 2.3 zeigt den schematischen zeitlichen Strom- und Spannungsverlauf an einer Unstetigkeitsstelle für eine Induktivität.

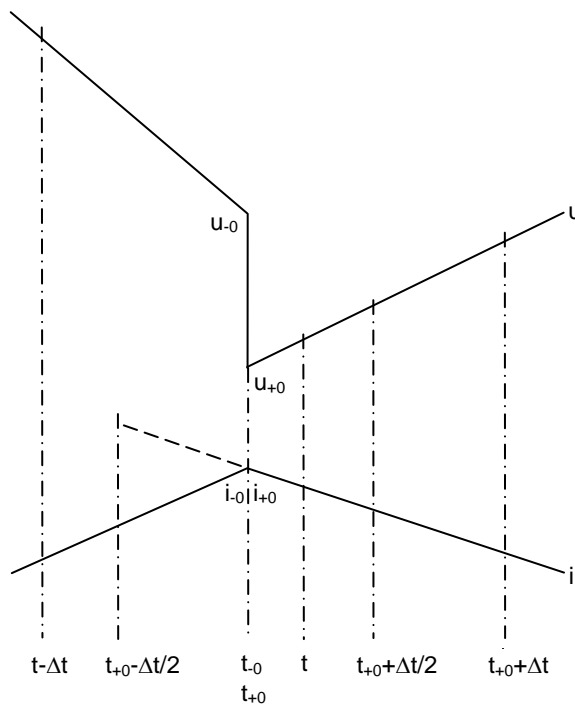


Bild 2.3: Schematischer zeitlicher Strom- und Spannungsverlauf an einer Unstetigkeitsstelle für eine Induktivität

Da der Strom $i(t_{+0})$ zum Zeitpunkt t_{+0} und der Strom $i(t_{+0}+\Delta t/2)$ zum einen aus der Stetigkeitsbedingung, zum anderen aus der Stromverteilung zum Zeitpunkt $t_{+0}+\Delta t/2$ mit Hilfe der Zweigquellenspannungen nach Gleichung 2-36 bekannt ist, lässt sich auf den fiktiven Wert $i(t_{+0}-\Delta t/2)$ entsprechend dem neuen Differentialgleichungssystem rückwärts linear extrapolieren.

$$i(t_{+0} - \frac{\Delta t}{2}) = 2i(t_{+0}) - i(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2})$$

2-37

Analog Gleichung 2-35 ergibt sich für die Zweigquellenspannung e zum Zeitpunkt t_{+0} :

$$e(t_{+0}) = e(t_{+0} - \frac{\Delta t}{2}) - u(t_{+0} - \frac{\Delta t}{2})$$

2-38

Mit den Gleichungen 2-30, 2-34, 2-37 und 2-38 folgt für den gesuchten rechtsseitigen Grenzwert der Zweigquellenspannung $e(t_{+0})$:

$$Y(u_{-1/2} - e_{-1/2}) = -Y e_{+0} = 2Y \underbrace{(u_{-0} - e_{-0})}_{\text{Stetigkeitsbedingung}} - Y(u_{+1/2} - e_{+1/2})$$

$$e(t_{+0}) = 2(e(t_{-0}) - u(t_{-0})) + u(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2}) - e(t_{+0} + \frac{\Delta t}{2})$$

2-39

Mit Gleichung 2-39 ergibt sich der in Bild 2.4 dargestellte Rechenlauf.

Die linksseitigen Grenzwerte $e(t_0)$ und $u(t_0)$ werden durch lineare Interpolation mit den Anfangs- und Endwerten der Variablen in dem Unstetigkeitsintervall ermittelt. Danach wird mit dem neuen Differentialgleichungssystem, d.h. mit der neuen Knotenpunktadmittanzmatrix, und Gleichung 2-36 die Spannungsverteilung zum Zeitpunkt $t_{+0} + \Delta t/2$ berechnet. Damit sind alle Werte auf der rechten Seite von Gleichung 2-39 bekannt, d.h. der gesuchte rechtsseitige Grenzwert der Zweigquellenspannung ist ermittelt. Die Berücksichtigung einer Unstetigkeitsstelle beim Differenzenleitwertverfahren bedeutet neben organisatorischem Aufwand nur die zusätzliche Berechnung der Variablen des Zwischenpunktes $t_{+0} + \Delta t/2$, was etwa dem Aufwand eines zusätzlichen Integrationsschrittes entspricht.

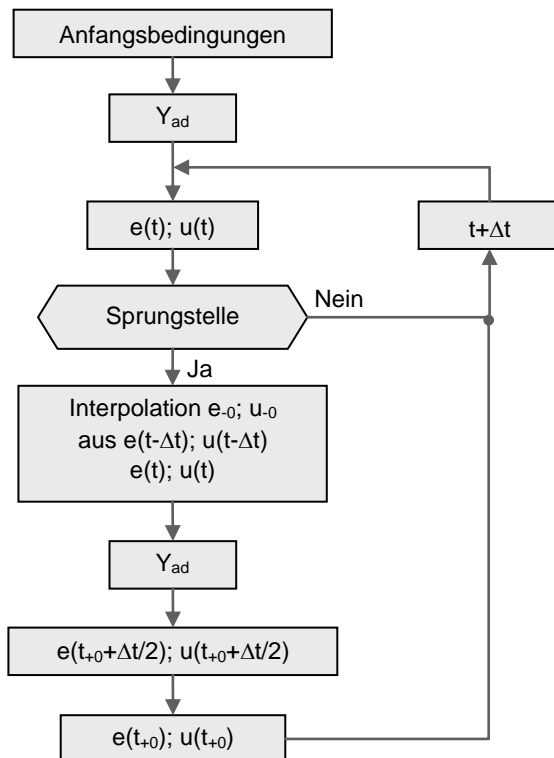


Bild 2.4: Ablaufschema an Unstetigkeitsstellen

Bemerkung:

Bei Anwendung der Maschenverfahren sind auf der rechten Seite nur stetige Zustandsgrößen vorhanden. Durch die Zusammenfassung bei der Trapezregel ist diese Zuordnung nicht mehr vorhanden.

→ "aufwendige" Berücksichtigung der Unstetigkeitsstellen.

2.1.4 Diskussion des Verfahrens

Das Differenzenleitwert-Verfahren benutzt die Trapezregel zur Integration der Differentialgleichungen.

Die Vorteile dieses Integrationsverfahrens sind:

- **Absolute Stabilität:**

D.h. die mit Hilfe der Trapezregel gewonnene Näherungslösung einer homogenen Differentialgleichung besitzt keine anklingenden (instabilen) Lösungsanteile /5/. Damit gibt es keine Schwierigkeiten bei (linearen) Systemen mit stark unterschiedlichen Zeitkonstanten. Beim klassischen Runge-Kutta-Verfahren muss der Zeitschritt kleiner als das 2-fache der kleinsten Zeitkonstante sein. Das bedingt entweder eine aufwendige Eigenwertanalyse, oder eine sich selbst anpassende Rechenschrittweite, wobei die Gefahr unkontrolliert langer Rechenzeiten besteht.

- **Einschrittverfahren:**

Das Trapezverfahren benutzt nur die Funktionswerte des vorangegangenen Zeitschrittes zur Integration. Die genaueren Mehrschrittverfahren, die die Funktionswerte mehrerer vorangegangener Zeitschritte auswerten, sind bei Diskontinuitäten (Schaltvorgängen) besonders aufwendig, da sie einen Neustart mit iterativer Anlaufrechnung benötigen. Daher ist diese Methode bei Stromrichterschaltungen mit den häufigen Schaltvorgängen nicht einsetzbar.

- **Einsatz des Knotenpunktverfahrens:**

Damit sind die aus der Netzberechnung von großen Netzen her bekannten Lösungsverfahren für spärlich besetzte Matrizen, d.h. Strategie, Dreieckfaktorisierung sowie Vorwärts-Rückwärts-Substitution, einsetzbar.

Um ein linear unabhängiges Differentialgleichungssystem zu erhalten, muss beim Maschenverfahren eine aufwendige Baumanalyse durchgeführt werden.

Anzahl der Unbekannten:

Maschenanalyse: $m = z - (k - 1)$

Knotenpunktanalyse: $m = k - 1$

mit

z ... Zweigzahl

k ... Knotenpunktzahl

Für $z > 2(k-1)$ ist die Knotenpunktmethode günstiger. In Energieversorgungsnetzen ist dies bei Berücksichtigung von Leitungskapazitäten i.a. erfüllt.

Nachteile sind:

- **Behandlung von Unstetigkeiten:**

Da das Trapezverfahren ein implizites Verfahren gegenüber dem expliziten Runge-Kutta-Verfahren ist, erfordert die Unstetigkeitsstelle eine besondere Behandlung (s. Abschnitt 2.3).

- **Zeitschrittabhängigkeit:**

Die Knotenpunktadmittanzmatrix ist zeitschrittabhängig, Zeitschrittänderungen bedingen eine vollständig neue Dreieckfaktorisierung.

2.1.5 Berechnung nichtlinearer Netzelemente

In diesem Kapitel wird die Berechnung der folgenden Werte beschrieben:

- Widerstand
- Induktivität
- Kapazität
- U-I-Kennlinie
- Geschaltete nichtlineare Elemente

Widerstand

$$u = R * i$$

$$u_1 = R_1 * i_1$$

$$\Rightarrow Y_1 = \frac{1}{R_1} ; \quad e_1 = 0$$

Induktivität

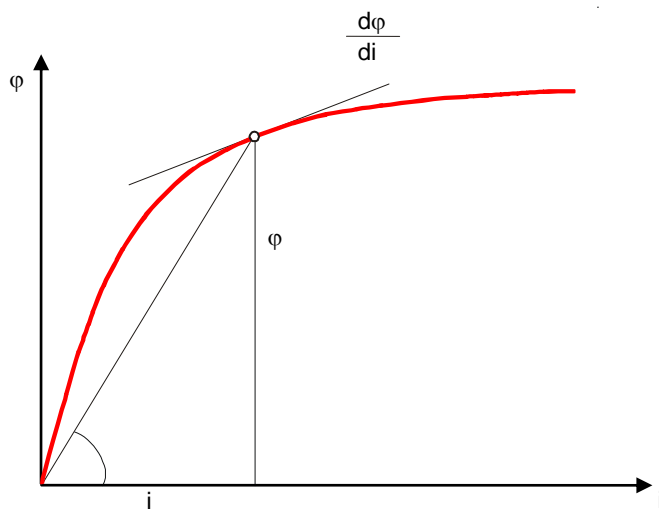
Es ist stets zu beachten, ob die Induktivität L

$$L = \frac{\varphi}{i}$$

oder die differentielle Induktivität

$$L = \frac{d\varphi}{di}$$

gemeint ist (φ = Fluss).

**Bild 2.5: Induktivität**

Je nach Art der Induktivität ergeben sich unterschiedliche Vorausrechnungsbeziehungen für die Zweigquellenspannung.

Induktivität

$$\frac{d\varphi}{di} = u$$

Trapezregel:

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0)$$

für alle Zeiten:

$$\varphi = L i$$

$$L_1 i_1 - L_0 i_0 = \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0)$$

für alle Zeiten:

$$i = Y(u - e)$$

$$L_1 Y_1 (u_1 - e_1) = \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0) + L_0 Y_0 (u_0 - e_0)$$

$$\underbrace{(L_1 Y_1 - \frac{\Delta t}{2})}_{=0} = \frac{\Delta t}{2} (u_1 + u_0) + L_0 Y_0 (u_0 - e_0)$$

Differenzenleitwert:

$$Y_1 = \frac{\Delta t}{2L_1} \Rightarrow Y_0 = \frac{\Delta t}{2L_0}$$

Vorausrechnung:

$$e_1 = e_0 - 2u_0$$

Differentielle Induktivität

$$\frac{d\varphi}{dt} = u \Rightarrow \underbrace{\frac{d\varphi}{di}}_{L_{diff}} * \frac{di}{dt} = u$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{u}{L}$$

Trapezregel:

$$i_1 - i_0 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{u_1}{L_1} + \frac{u_0}{L_0} \right)$$

$$Y_1 (u_1 - e_1) - Y_0 (u_0 - e_0) = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{u_1}{L_1} + \frac{u_0}{L_0} \right)$$

$$\underbrace{\left(Y_1 - \frac{\Delta t}{2L_1} \right) u_1 - Y_1 e_1}_{=0} = \left(Y_0 - \frac{\Delta t}{2L_0} \right) u_0 - Y_0 e_0$$

↓

Differenzenleitwert:

$$Y_1 = \frac{\Delta t}{2L_1} \Rightarrow Y_0 = \frac{\Delta t}{2L_0}$$

Vorausrechnung:

$$e_1 = \frac{Y_0}{Y_1} (e_0 - 2u_0)$$

Kapazität

Auch hier ist zu beachten, ob die Kapazität C

$$C = \frac{q}{u}$$

oder die differentielle Kapazität

$$C = \frac{dq}{du}$$

gemeint ist (q Ladung)

Je nachdem ergeben sich unterschiedliche Vorausrechnungsbeziehungen für die Zweigquellenspannungen e_1 .

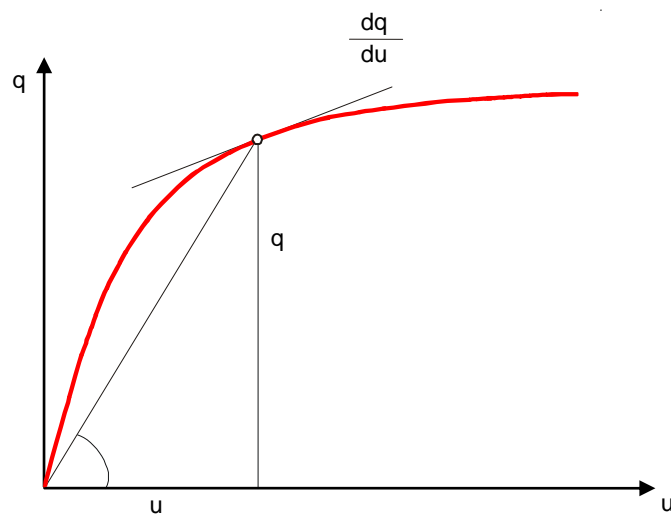


Bild 2.6: Kapazität

Kapazität

$$\frac{dq}{dt} = i$$

Trapezregel:

$$q_1 - q_0 = \frac{\Delta t}{2} (i_1 + i_0)$$

$$q = C u$$

$$C_1 u_1 - C_0 u_0 = \frac{\Delta t}{2} (Y_1 (u_1 - e_1) + Y_0 (u_0 - e_0))$$

$$\underbrace{(C_1 - \frac{\Delta t}{2} Y_1)}_{=0} u_1 - C_0 u_0 - \frac{\Delta t}{2} Y_0 u_0 + \frac{\Delta t}{2} Y_0 e_0 = -\frac{\Delta t}{2} Y_1 e_1$$

$$\Downarrow$$

Differenzenleitwert:

$$Y_1 = \frac{2}{\Delta t} C_1 \quad \Rightarrow \quad Y_0 = \frac{2}{\Delta t} C_0$$

Vorausrechnung:

$$e_1 = \frac{Y_0}{Y_1} (-e_0 + 2u_0)$$

Differentielle Kapazität

$$\frac{dq}{dt} = i \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{\underbrace{du}_C} \frac{du}{dt} = i$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{i}{C}$$

$$u_1 - u_0 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{i_1}{C_1} + \frac{i_0}{C_0} \right)$$

$$= \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{Y_1}{C_1} (u_1 - e_1) + \frac{Y_0}{C_0} (u_0 - e_0) \right]$$

$$\underbrace{u_1 \left(1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{Y_1}{C_1} \right)}_{=0} - u_0 \left(-1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{Y_0}{C_0} \right) = -\frac{\Delta t}{2} \frac{Y_1}{C_1} e_1 - \frac{\Delta t}{2} \frac{Y_0}{C_0} e_0$$

$$\Downarrow$$

Differenzenleitwert:

$$Y_1 = \frac{2}{\Delta t} C_1 \quad \Rightarrow \quad Y_0 = \frac{2}{\Delta t} C_0$$

Vorausrechnung:

$$e_1 = -e_0 + 2u_0$$

U-I-Kennlinie

Eine nichtlineare U-I-Kennlinie ist in Bild 2.7a dargestellt.

Bei Annäherung durch stückweise Geraden (Bild 2.b) ergeben sich folgende Differenzenleitwerte und Zweigquellenspannungen.

$$e = u_1 \quad ; \quad u_2 \quad ; \quad \dots \quad u_{n-1}$$

$$Y = \frac{i_2 - i_1}{u_2 - u_1} \quad ; \quad \frac{i_3 - i_2}{u_3 - u_2} \quad ; \quad \dots \quad \frac{i_n - i_{n-1}}{u_n - u_{n-1}}$$

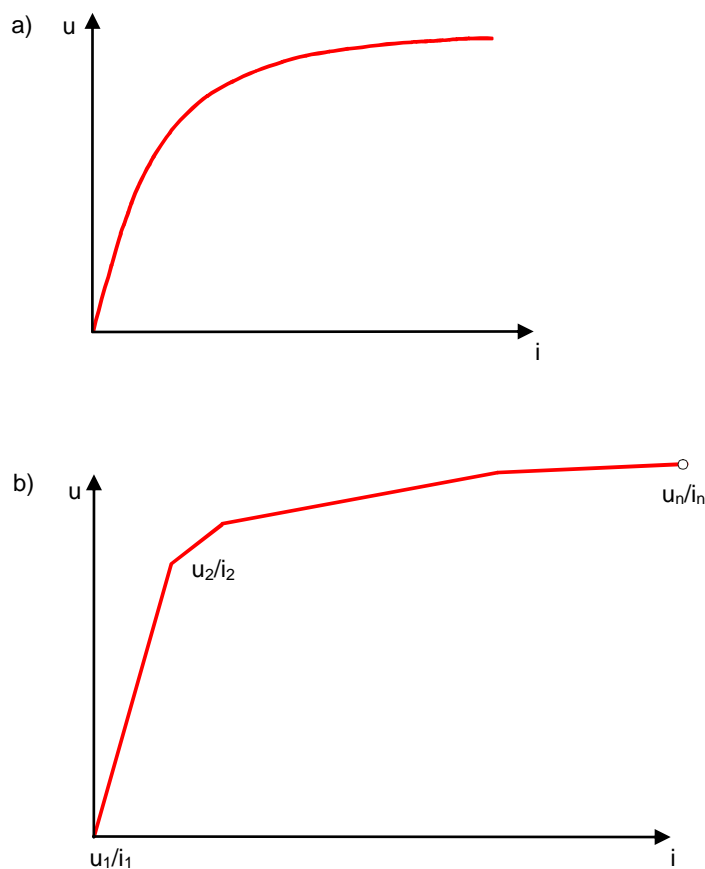


Bild 2.7: Nichtlineare U-I-Kennlinie

Geschaltete nichtlineare Elemente

In den Abschnitten 2.5.2 bis 2.5.4 lässt sich erkennen, dass die Leitwerte (Y_1) für den Zeitpunkt $(t + \Delta t)$ auch von den Zweigquellenspannungen $e(t + \Delta t)$ abhängen. Das erfordert im allgemeinen eine Iteration, wenn nicht auf eine stückweise geradlinige Annäherung der Kennlinien $\varphi(i)$, $q(i)$ bzw. $u(i)$ übergegangen wird und mit den differentiellen Leitwerten gerechnet wird.

Die differentiellen Leitwerte zwischen den Stützpunkten sind für einige Zeitschritte Δt konstant.

Beim Über- bzw. Unterschreiten eines Stützpunktes ist die Richtung der Änderung bekannt. Damit kann auf einen neuen differentiellen Leitwert umgeschaltet werden.

Das Problem "Nichtlineare Elemente" reduziert sich damit auf "Geschaltete Induktivitäten", "Geschaltete Kapazitäten" bzw. "Geschaltete Widerstände". Die Umschaltung auf den neuen, differentiellen Leitwert muss genau in dem Stützpunkt erfolgen, d.h. der Zeitpunkt muss interpoliert werden, sonst ergeben sich zusätzliche, numerische Dämpfungen, die das Ergebnis verfälschen /10/, (Bild 2.8).

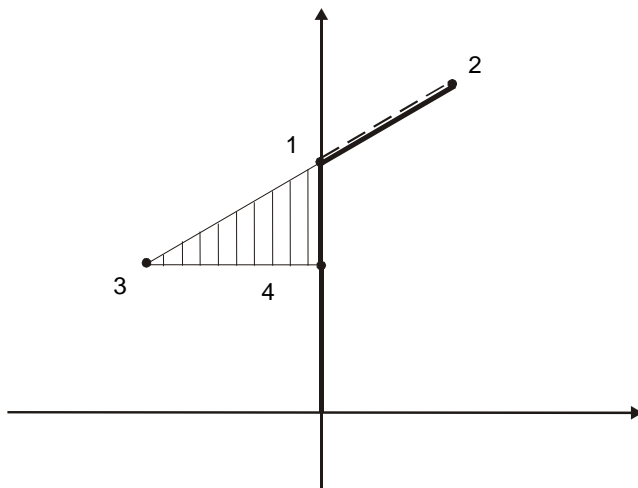


Bild 2.8: Dämpfung durch Nichtberücksichtigung der Stützstellen

Im EMTP-Programm wird im Gegensatz zum PSS NETOMAC Programm keine derartige Interpolation durchgeführt, so dass dann auf wesentlich kleinere Zeitschritte übergegangen werden muss

2.1.6 Anfangsbedingungen

Lineare Netze

Für die Berechnung der Anfangsbedingungen wird ein stationärer Vorlastzustand des Netzes vorausgesetzt, damit ist das Netz durch komplexe Impedanzen nachbildbar. Die Ströme und Spannungen werden durch komplexe Zeiger beschrieben.

Es wird eine Lastflussrechnung durchgeführt, bei der folgende Vorgaben notwendig sind:

- Spannungen nach Betrag und Phase (Slack)
- Leistungswerte an Generatoreinspeisungen
- Leistungswerte an frequenzstarrten Einspeisungen
- Leistungswerte passiver Lasten
- Lastmomente von Asynchronmotoren
- Variable P/Q-Last (d.h. Lastfluss unter Einbeziehung des Reglerbausteins),
- Variable Impedanz (d.h. Lastfluss unter Einbeziehung des Reglerbausteins),
- Variable Quellenspannung bzw. Quellenstrom (d.h. Lastfluss unter Einbeziehung des Reglerbausteins).

Die Leistungswerte können wie in üblichen Lastflussprogrammen durch folgende Eingaben unterschieden werden (Knotenlasten):

- **P/Q-Knoten:**
Wirk-Blindleistung
- **P/U:**
Wirkleistung, Spannungsbetrag
- **U/j:**
Spannungsbetrag, Winkel
- **I:**
Impedanz eingepprägter Strom

Nach Berechnung des Lastflusses (zur Integration) werden die Knotenlasten bei:

- passiven Lasten in konstante Impedanzen umgewandelt.
- aktive Quellen (SM, ASM, Variable P/Q-Last) über Differentialgleichungen beschrieben.
- aktive Quellen (frequenzstarre Einspeisung) entsprechend Bild 2.9 umgewandelt.

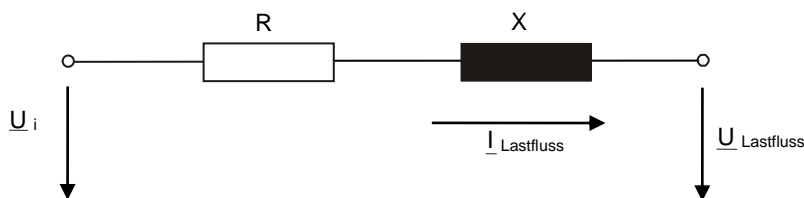


Bild 2.9: Umwandlung der Lastflussergebnisse bei aktiven Quellen

Mit Hilfe der Zeiger für die Zweigströme $\underline{I} = \underline{Y} \underline{U}$ und Zweigspannungen \underline{U} lassen sich die Anfangswerte der Zweigquellenspannungen berechnen mit

Differenzenleitwert-Verfahren:

$$\underline{i} = \underline{Y} (\underline{u} - \underline{e})$$

$$\underline{e}(t) = \underline{u} - \underline{i} / \underline{Y}$$

$$\underline{e}(t_0) = \text{Re} \left\{ \underline{U} - \frac{\underline{YU}}{\underline{Y}} \right\}$$

Nichtlineare Netze

Bei nichtlinearen Netzen wird ebenfalls eine komplexe Stromverteilung berechnet (mit der Grundfrequenz) und alle nichtlinearen Elemente linear eingesetzt, z.B.

- **Induktivität:**
Anfangswert $L \rightarrow L_0$
- **Kapazität:**
Anfangswert $C \rightarrow C_0$
- **Ableiter:**
ungezündet
- **Ventile:**
entweder Sperr-Widerstand oder Durchlasswiderstand

Die sich daraus ergebenden Fehler müssen durch einen Einschwingvorgang am Anfang der Integrationsrechnung ausgeglichen werden. Um diesen Einschwingvorgang zu verkürzen, muss jedes Element eine (unphysikalische, numerische) Sonderbehandlung erfahren, z.B.

- **Induktivität:**
Erst dann nichtlinear, wenn der Fluss einmal durch den Anfangsbereich gelaufen ist.
- **Ventile:**
Negativer Strom wird zugelassen, solange noch kein positiver vorhanden war; positive Sperrspannung wird ohne Zündimpuls zugelassen, solange noch keine negative vorhanden

Die Anfangswertbestimmung ist ein sehr schwieriges Problem, das besondere Strategien notwendig macht. Es ist somit das Hauptproblem bei der Simulation nichtlinearer Differentialgleichung, nicht die Integration.

Zum Beispiel ist bei der HGÜ die Vorgabe der Zündimpulse nötig. Bei zu genauer Vorgabe kann es zum Kippen kommen, wodurch der Einschwingvorgang nicht in Gang gesetzt wird.

2.1.7 Literatur

/1/ Dommel, H.W.:

Berechnung elektromagnetischer Ausgleichsvorgänge in elektrischen Netzen mit Digitalrechnern.
Bull. SEV 60 (1969), S. 538-548

/2/ Kulicke, B.:

Numerische Berechnung der Momentanwerte elektromechanischer Ausgleichsvorgänge von Drehfeldmaschinen im Verbundbetrieb.
Diss. Techn. Hochschule Darmstadt, 1975

/3/ Kulicke, B.:

Digitalprogramm NETOMAC zur Simulation elektromechanischer und elektromagnetischer Ausgleichsvorgänge in Drehstromnetzen.
Elektrizitätswirtschaft 78 (1979) H. 1, S. 18-23

/4/ Kulicke, B.:

Simulationsprogramm NETOMAC: Differenzenleitwertverfahren bei kontinuierlichen und diskontinuierlichen Systemen.
Siemens Forschungs- u. Entwicklungsber. 10 (1981) H 5, S. 299-302

/5/ Jentsch, W.:

Digitale Simulation kontinuierlicher Systeme
München: Oldenbourg, 1969

/6/ Kulicke, B.:

Simulation von Drehfeldmaschinen mit beliebigen Ersatzschaltungen. Siemens Forschungs- u. Entwicklungsber. 12 (1983) H 3, S. 176-181

/7/ Krähenbühl, L.; Kulicke, B.; Webs, A.:

Simulationsmodell eines Mehrwicklungstransformators zur Untersuchung von Sättigungsvorgängen.
Siemens Forschungs- u. Entwicklungsber. 12 (1983) H 4, S. 232-235

/8/ Krüger, K.H.; Kulicke, B.:

Noncharacteristic harmonics in a high voltage direct current-converter station caused by system and firing angle asymmetry.

Siemens Forschungs- u. Entwicklungsber. 11(1982) H 5, S. 241-244

/9/ Mutschler, P.:

Digitale Simulation schneller Ausgleichsvorgänge mehrerer Synchronmaschinen in einem Netz.

E17-A Elektrotech. Zeitschrift 95 (1974) H 1, S. 41-47

/10/ Dommel, H.W.:

Nonlinear and time varying elements in digital simulation of electromagnetic transients.

IEEE Trans. Power Appar.a.Syst. 90 (1971) S. 2561-2566

/11/ Dommel, H.W.; Sato, N.:

Fast transient stability solutions.

IEEE Trans. Power Appar.a.Syst. 91(1972) S. 1643-1650

/12/ Kimbark, E.W.; Byerly, R.T.:

Stability of large electric power systems.

New York: IEEE Press, 1974; Excitation system models for power system stability studies. Ber. d. IEEE-Kom. Februar 1981, S. 494-505

/13/ Harnter, B.:

EMAV – Ein Programm zur Berechnung von elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen.

Techn. Mitt. AEG-TELEFUNKEN 71(1981) H. 4/5, S. 182-194

/14/ Ziegler, W.:

Digitale Simulation im Dialog – wie und wozu?

Ber. d. Int. Sympos. u. Kursus, Zürich 1975

/15/ Arremann, H.:

Digitale Simulation von Anlagen der Leistungselektronik, Teil 1.

Siemens Forsch.- u. Entw.bericht 6 (1977) H 5, S.293-299

/16/ Linney, W.F.; Walker, J.W.:

Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization.

Proc.IEEE 55 (1967), S. 1801-1809

/17/ Edelmann, H.:

Berechnung elektrischer Verbundnetze.

Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1963

/18/ Kulicke, B.; Schramm, H.-H.:

Clearance of short-circuits with delayed current zeros in the Itaipu 550 kV-substation.

IEEE Trans.PAS 99 (1980), S. 1406-1414

/19/ Kulicke, B.:

Programmsystem zur Berechnung elektromechanischer und -magnetischer Ausgleichsvorgänge.

Netz-Archiv 6 (1984) H. 12, S. 439-443

/20/ Föllinger, O.:

Reduktion der Systemordnung.

Regelungstechnik (1982) H. 11, S. 367-377

2.2 Integrationsverfahren

Eine analytische geschlossene Lösung eines Systems von Differentialgleichungen ist nur selten möglich, da die Differentialgleichungen im Allgemeinen nichtlinear sind. Es müssen deshalb Verfahren eingesetzt werden, die eine näherungsweise Integration ermöglichen. (Kein neues Problem, Euler 18. Jahrh.)

Die Wahl eines bestimmten Verfahrens hängt von folgenden Punkten ab:

- **Genauigkeit des Verfahrens:**
Abbruchfehler (Approximation)
Rundungsfehler (endliche Wortlänge im Rechner)
- **Rechenaufwand:**
Zeitschritt, "Steife Systeme"
zeitkritische Echtzeitsimulation, Mehrfachsimulation
(Statistik, Optimierung)

Im Folgenden werden nur Anfangswertprobleme und Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung betrachtet. Differentialgleichungen höherer Ordnung können auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückgeführt werden.

Das Differentialgleichungssystem 1. Ordnung, wie es z.B. ein elektrisches Netz darstellt, lautet:

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t)$$

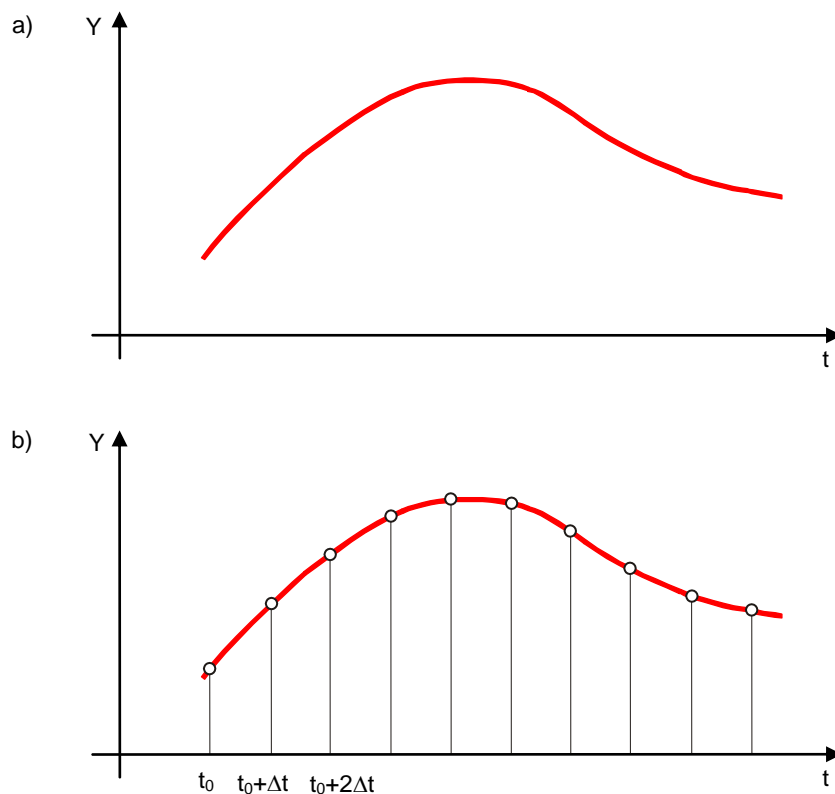
3-1

Mit bekannten Anfangsbedingungen, wie z.B. den durch Induktivitäten fließenden Strömen und den an den Kapazitäten liegenden Spannungen zur Zeit t_0 , lassen sich die Funktionswerte für den Zeitpunkt $t_0 + \Delta t$ bestimmen

$$y(t_0 + \Delta t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f(y, t) dt$$

3-2

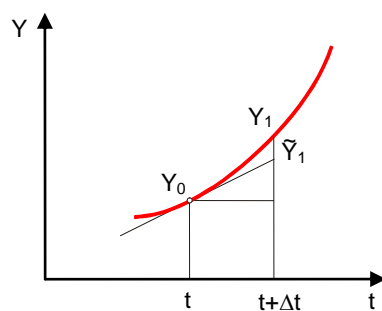
Werden diese Werte als neue Anfangswerte für die Zeit $t_0 + 2\Delta t$ interpretiert, erhält man durch Anwendung der Integrationsvorschrift nach Gleichung 3-2 eine Folge von Momentanwerten $y(t_0 + \Delta t)$, $y(t_0 + 2\Delta t)$... $y(t_0 + n\Delta t)$, die bei genügend kleinem Zeitschritt Δt die exakte Funktion beliebig genau annähert. Dieses Vorgehen wird auch Diskretisierung genannt.

**Bild 3.1: Diskretisierung einer Funktion****a) exakte Kurve****b) Diskretisierung mit den Stützstellen $t_0, t_0 + \Delta t$**

Integrationsverfahren lassen sich klassifizieren in folgende Verfahren:

Einschrittverfahren

$y(t + \Delta t)$ wird nur mit Werten zurzeit $t + \Delta t$ und t ermittelt, z.B. Eulerverfahren – Bild 3.2

**Bild 3.2: Euler-Verfahren (Steigung bei t)**

Mehrschrittverfahren

$y(t + \Delta t)$ wird aus den Werten bei mehreren Zeitschritten $t + \Delta t, t, t - \Delta t, t - 2\Delta t$ ermittelt

Explizite Verfahren (extrapolierende)

$y(t + \Delta t)$ tritt in der Funktion nicht auf, z.B. Eulerverfahren

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t f\{y(t), t\}$$

3-3

Runge-Kutta-Verfahren

Implizite Verfahren (interpolierende)

$y(t + \Delta t)$ tritt in der Funktion auf, z.B. Trapezverfahren

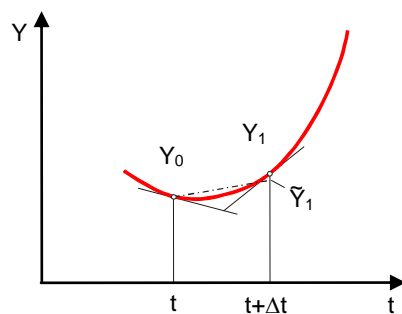


Bild 3.3: Trapezverfahren (Mittelwert Steigung t und t + Δt)

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \frac{\Delta t}{2} f\{y(t + \Delta t), t + \Delta t\} + f\{y(t), t\}$$

3-4

Im Allgemeinen sind mehrere Iteration nötig.

2.2.1 Mehrschrittverfahren

Bei den Mehrschrittverfahren werden mehrere Werte aus der Vergangenheit $y(t - i\Delta t)$ und Ableitungsfunktionen $f(t - i\Delta t)$ verwendet, um einen neuen Lösungswert zu erhalten.

$$y(t + \Delta t) = \sum_{i=0}^P A_i y(t + i\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \sum_{i=-1}^P B_i f(t + i\Delta t)$$

3-5

Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die am häufigsten eingesetzten Verfahren.

$A_0 = 1$; alle anderen $A_i = 0$

Bezeichnung	B_{-1}	B_0	B_1	B_2	B_3	Üblicher Name
P1	0	1	0	0	0	Offen oder Euler explizit
P2	0	3/2	- 1/2	0	0	Trapez offen
P3	0	23/12	16/12	5/12	0	Adams 3-Punkt-Prediktor

P4	0	55/24	- 59/24	37/24	- 9/24	Adams 4-Punkt-Prediktor
C1	1	1	0	0	0	Geschlossen oder Euler implizit
C2	1/2	1/2	0	0	0	Trapez geschlossen
C3	5/12	8/12	- 1/12	0	0	Adams 3-Punkte-Korrektor
C4	9/24	19/24	- 5/24	1/24	0	Adams 4-Punkte-Korrektor

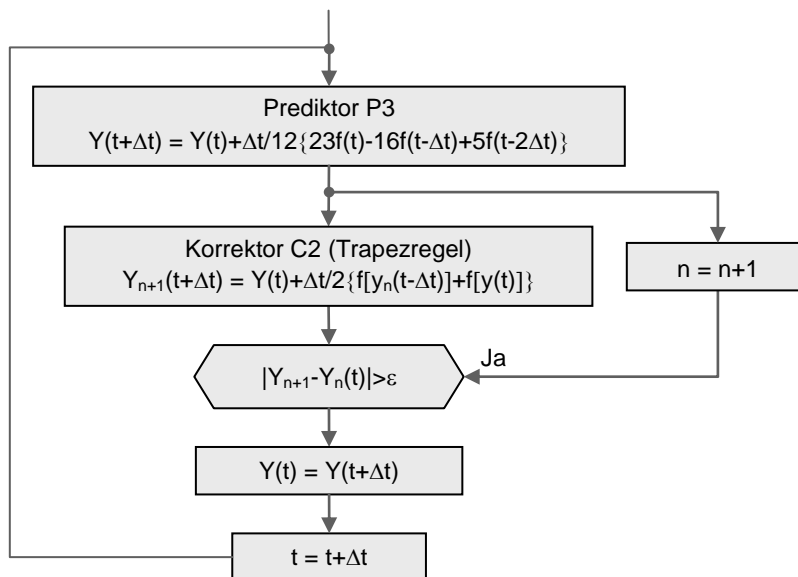
Tabelle 3.1: Koeffizienten für die Adams-Bashforth-Moulton-Verfahren

Aus den Faktoren A_i und B_i lässt sich folgendes ableiten:

- $B_{-1} = 0$
Explizites Verfahren, Prediktor (in der Tabelle mit P bezeichnet)
- $B_{-1} \neq 0$
Implizites Verfahren, Korrektor (in der Tabelle mit C bezeichnet)
- $A_0 = 1, A_i = 0$

Bei dem (impliziten) Korrektorverfahren muss der Wert $y(t + \Delta t)$, der in der Ableitungsfunktion $f(t + \Delta t)$ enthalten ist, iterativ ermittelt werden.

Der Wert $y(t + \Delta t)$ wird mit Hilfe der zurzeit $(t + \Delta t)$ bekannten Werte für t , $(t - \Delta t)$ und $(t - i\Delta t)$ durch ein Prediktorverfahren extrapoliert. Diese Werte können durch Iteration verbessert werden. Wird der Korrektor nur einmal angewendet, spricht man von einem Prediktor-Korrektor-Verfahren.

**Bild 3.4: Iteration beim Prediktor-Korrektor-Verfahren**

Bei Mehrschrittverfahren ergeben sich stets Probleme beim Start des Verfahrens, sowie auch bei Diskontinuitäten und Schaltvorgängen, weil die Funktionswerte $f(t - i\Delta t)$ und $y(t - i\Delta t)$ aus der Vergangenheit nicht zur Verfügung stehen. Daher muss bei Mehrschrittverfahren mit Hilfe von selbststartenden, expliziten Einschrittverfahren eine Anlaufrechnung durchgeführt werden (Runge-Kutta-Verfahren).

2.2.2 Runge-Kutta-Verfahren

Runge-Kutta-Verfahren werden sehr häufig eingesetzt, da sie eine gute Genauigkeit bei relativ geringem Rechenaufwand bieten. Runge-Kutta-Verfahren sind selbststartend. Außerdem ist zusätzlich eine automatische Schrittweitenanpassung möglich.

Ein Runge-Kutta-Verfahren N-ter Ordnung hat die Form:

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \sum_{i=1}^N R_i K_i$$

3-6

mit

$$K_1 = f(y(t), t)$$

3-7

$$K_i = f \left\{ y(t) + \Delta t \sum_{j=1}^{i-1} B_{ij} K_j ; t + \Delta t \sum_{j=1}^{i-1} B_{ij} \right\}$$

3-8

Am häufigsten wird das Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung eingesetzt.

Es werden zuerst die 4 Hilfswerte $K_1 \dots K_4$ ermittelt:

$$K_1 = f(y, t)$$

$$K_2 = f \left(y + \frac{\Delta t}{2} K_1 ; t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$K_3 = f \left(y + \frac{\Delta t}{2} K_2 ; t + \frac{\Delta t}{2} \right)$$

$$K_4 = f(y + \Delta t K_3 ; t + \Delta t)$$

3-9

Daraus ergibt sich der Funktionswert:

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \frac{\Delta t}{6} (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$

Tabelle 3.2 zeigt die Koeffizienten für häufig verwendete Runge-Kutta-Verfahren.

Üblicher Name	N	B _{ij}	R _i
Offen oder Euler explizit	1	Alle Null	R ₁ = 1
Verbessertes Polygonverfahren	2	B ₂₁ = 1/2	R ₁ = 0 R ₂ = 1

Heun oder Euler modifiziert	2	$B_{21} = 1$	$R_1 = R_2 = 1/2$
Runge-Kutta 3	3	$B_{21} = 1/2$ $B_{31} = -1$ $B_{32} = 2$	$R_1 = R_3 = 1/6$ $R_2 = 2/3$
Runge-Kutta 4	4	$B_{21} = 1/2$ $B_{31} = 0$ $B_{32} = 1/2$ $B_{43} = 1$	$R_1 = R_4 = 1/6$ $R_2 = R_3 = 1/3$
C2	1/2	1/2	0
C3	5/12	8/12	- 1/12
C4	9/24	19/24	- 5/24

Tabelle 3.2: Koeffizienten für die Runge-Kutta-Verfahren

Um einen Schätzwert für den Schrittfehler zu erhalten, wird $y(t + \Delta t)$ mit zwei Runge-Kutta-Verfahren unterschiedlicher Ordnung ermittelt. Wenn man die Koeffizienten geschickt wählt, wird der Rechenaufwand minimiert.

- Runge-Kutta-Merson-Verfahren
- Runge-Kutta-Fehlberg-Verfahren
- Runge-Kutta-Chai

2.2.3 Einfluss der Schrittweite Δt

Im Folgenden sollen nur lineare Systeme betrachtet werden. Bei nichtlinearen Systemen werden über die Verringerung von Δt die Funktionen als stückweise linear angesehen.

Stabilität der Integrationsverfahren

Problemstellung

Für ein bestimmtes Verfahren möchte man die maximale Schrittweite Δt kennen, bei der ein abklingender Vorgang auch als monoton abklingend nachgebildet wird.

Ein Verfahren wird als "a-stabil" bezeichnet, wenn in der Näherungslösung keine anklingenden Anteile vorhanden sind. Dabei ist der Fehler nicht von Bedeutung.

$$|y(t)| < |y(t + \Delta t)| < \dots < |y(t + \Delta t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{Y}{T} = f(t) \quad T > 0$$

3-10

mit der Lösung:

$$y(t) = y_0 e^{-t/T}$$

3-11

Euler-Verfahren

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t f(t)$$

3-12

$$y(t + \Delta t) = y(t) (1 - \Delta t / T)$$

3-13

"a-stabil", wenn gilt:

$$|1 - \Delta t / T| < 1$$

3-14

$$|\Delta t / T| < 2$$

3-15

Trapezverfahren

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) &= y(t) + \frac{\Delta t}{2} (f(t + \Delta t) + f(t)) \\ &= y(t) - \frac{\Delta t}{2T} (y(t + \Delta t) + y(t)) \end{aligned}$$

3-16

$$y(t + \Delta t) = \frac{1 - \frac{\Delta t}{2T}}{1 + \frac{\Delta t}{2T}} y(t)$$

3-17

"a-stabil", wenn gilt:

$$\left| \frac{1 - \frac{\Delta t}{2T}}{1 + \frac{\Delta t}{2T}} \right| < 1$$

3-18

stets erfüllt, da $\Delta t > 0$.

Die Trapezregel ist die einzige numerische Integrationsformel, die für alle Schrittweiten ($\Delta t/T \rightarrow \infty$) absolut stabil ist.

Runge-Kutta-Verfahren

$$y(t + \Delta t) = y(t) \left\{ 1 - \Delta t / T + \frac{(\Delta t / T)^2}{2} - \frac{(\Delta t / T)^3}{6} + \frac{(\Delta t / T)^4}{24} \right\}$$

3-19

"a-stabil", wenn gilt:

$$\frac{\Delta t}{T} < 2,7$$

3-20

Die Stabilitätsbereiche der einzelnen Runge-Kutta-Verfahren sind trotz unterschiedlicher Ordnung ähnlich.

$$\left| \frac{\Delta t}{T} \right| < 2 \dots 3$$

3-21

Ein Vergleich der 3 Verfahren ist in Tabelle 3.3 dargestellt.

Dabei gilt:

$$\frac{y(t + \Delta t)}{y(t)}$$

für Euler-, Trapez- und Runge-Kutta-Verfahren.

für "a-Stabilität" muss gelten:

$$\left| \frac{y(t + \Delta t)}{y(t)} \right| < 1$$

$\Delta t/T$	$e^{-\Delta t/T}$	Euler	Trapez	Runge-Kutta
0,01	0,99	0,99	0,980	0,990
0,1	0,9048	0,9	0,9047	0,905
1	0,3678	0	0,333	0,375
2	0,1353	-1	0	0,333
10	$4 \cdot 10^{-5}$	-9	-0,6667	291
100	$3 \cdot 10^{-44}$	-99	-0,961	$4 \cdot 10^5$

Tabelle 3.3: Vergleich der 3 Verfahren

Abbruchfehler

Der Abbruchfehler eines Integrationsverfahrens F ergibt sich aus seiner Ordnung N .

$$F \sim \Delta t^N$$

3-22

Der Abbruchfehler des Euler-Verfahrens ist dementsprechend $\sim \Delta t$, der des Trapezverfahrens $\sim \Delta t^2$ und der des besprochenen Runge-Kutta-Verfahrens $\sim \Delta t^4$.

Dafür brauchen das Euler- und das Trapezverfahren nur einmal pro Zeitschritt ausgewertet zu werden (lineares System vorausgesetzt), während das Runge-Kutta-Verfahren 4 Auswertungen pro Zeitschritt benötigt.

Für das Trapezverfahren ist in Bild 3.5 der Fehler als Funktion der bezogenen Schrittweite $\Delta t/T$ dargestellt. Die sich durch das Trapezverfahren ergebende Zeitkonstante ist stets kleiner als die tatsächliche (Kennzeichnung "a-stabil").

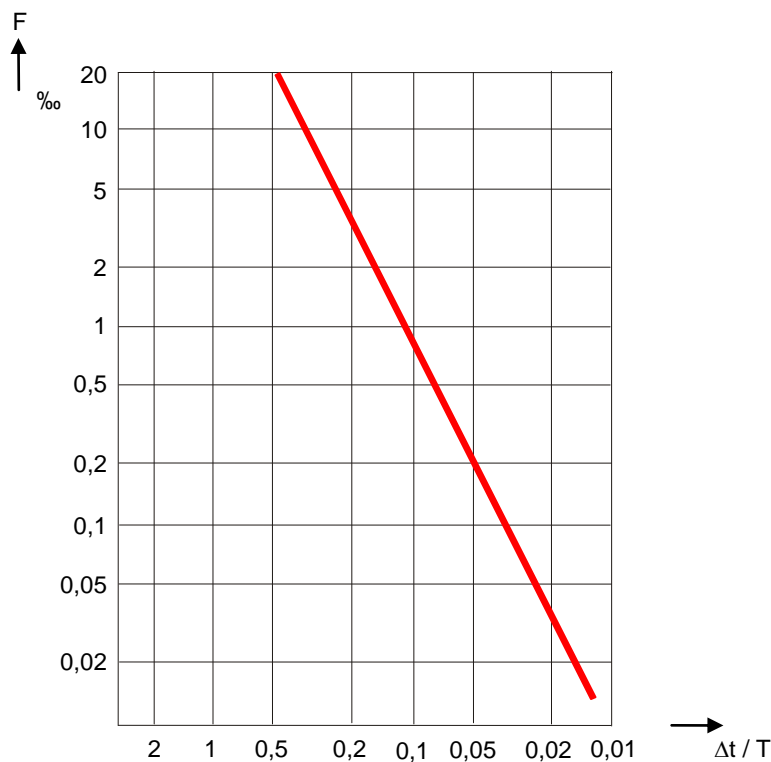


Bild 3.5: Zeitkonstantenfehler bei der Anwendung der Trapezregel als Funktion des Rechenzeitschritts

Steife Systeme

Ein Differentialgleichungssystem wird "steif" genannt, wenn der relative Bereich seiner lokalen Zeitkonstanten (ermittelbar über Eigenwertanalyse) groß ist.

Zum Beispiel:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 101 \frac{dy}{dt} + 100y = 0$$

3-23

Bei dieser Differentialgleichung treten zwei Komponenten auf, die eine wird sehr schnell mit e^{-100t} gedämpft, während die zweite mit e^{-1t} langsam gedämpft wird.

Wird das Runge-Kutta-Verfahren angewendet, so richtet sich die Schrittweite auch dann noch nach der schnellen Komponente, wenn diese abgeklungen ist, d.h. keinen Einfluss mehr auf die Lösung besitzt.

Bei Anwendung des Eulerverfahrens ergibt sich für das obige Beispiel eine maximale Schrittweite von 2/100, beim Runge-Kutta-Verfahren von 2,7/100 und beim Trapezverfahren ist eine beliebige Schrittweite möglich.

2.3 Synchronmaschine

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- [Differentialgleichungen](#)
- [Lösung des Differentialgleichungssystems](#)
- [Sättigung](#)
- [Anfangsbedingungen](#)
- [Vereinfachung für Stabilitätsuntersuchungen](#)
- [Literatur](#)

2.3.1 Differentialgleichungen

Das Betriebsverhalten einer Synchronmaschine wird für den stationären Zustand und für elektromechanische Ausgleichsvorgänge durch die Zwei-Achsen-Theorie beschrieben [/1/](#).

Bei der Zwei-Achsen-Theorie wird die 3phasige Drehstromwicklung des Ständers auf zwei um 90°el. versetzte Ersatzwicklungen transformiert. Als Achsen dieser Ersatzwicklungen wurden zweckmäßigerweise die Längs- (d) und Querachse (q) der Maschine gewählt. Dabei entsprechen die Längsachse der Polachse und die Querachse der Pollücke.

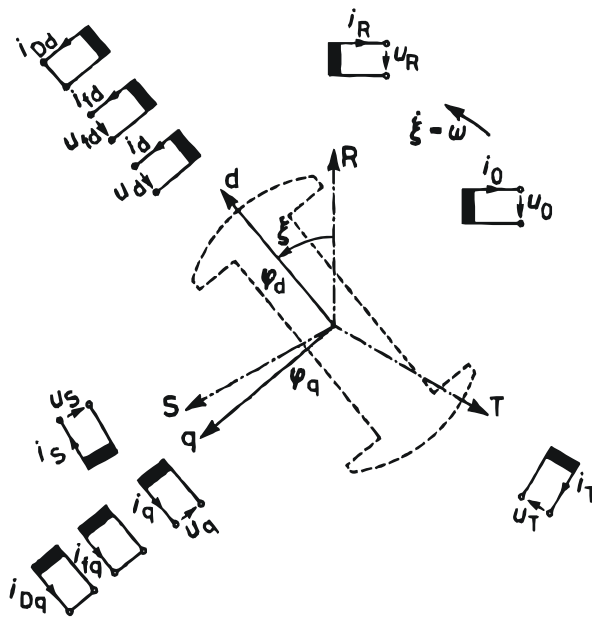


Bild 4.1: Schematische Darstellung der idealisierten Synchronmaschine

Der Vorteil dieser Transformation liegt darin, dass die das Betriebsverhalten der Maschine beschreibenden Gleichungen konstante Koeffizienten enthalten, während ohne diese Transformation sich der magnetische Leitwert mit dem Winkel verändern würde.

Das Gleichungssystem einer Synchronmaschine lässt sich bis auf die Drehmomentengleichungen anschaulich durch Ersatzschaltungen in der Längs- und Querachse darstellen.

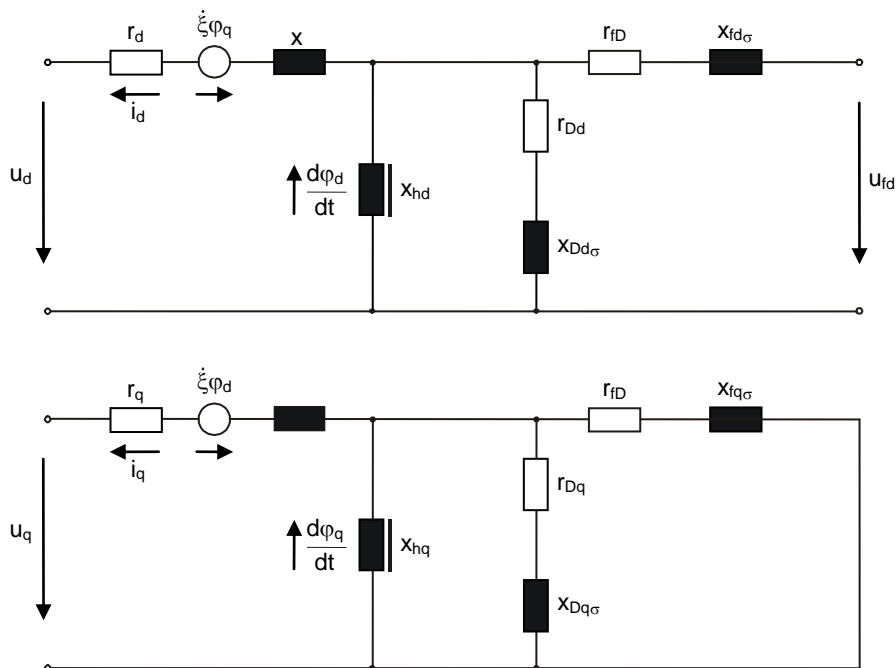


Bild 4.2: Ersatzschaltung der Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Spannungsgleichungen

Das Differentialgleichungssystem ist in Bild 4.3 und Tabelle 4.1, zusammengefasst angegeben. Die Ableitung erfolgt in den nächsten Abschnitten.

Bemerkung:

Die Unterschiede zwischen Bild 4.2 und Bild 4.3 sind: e_{hd} und e_d , e_{hq} und e_q

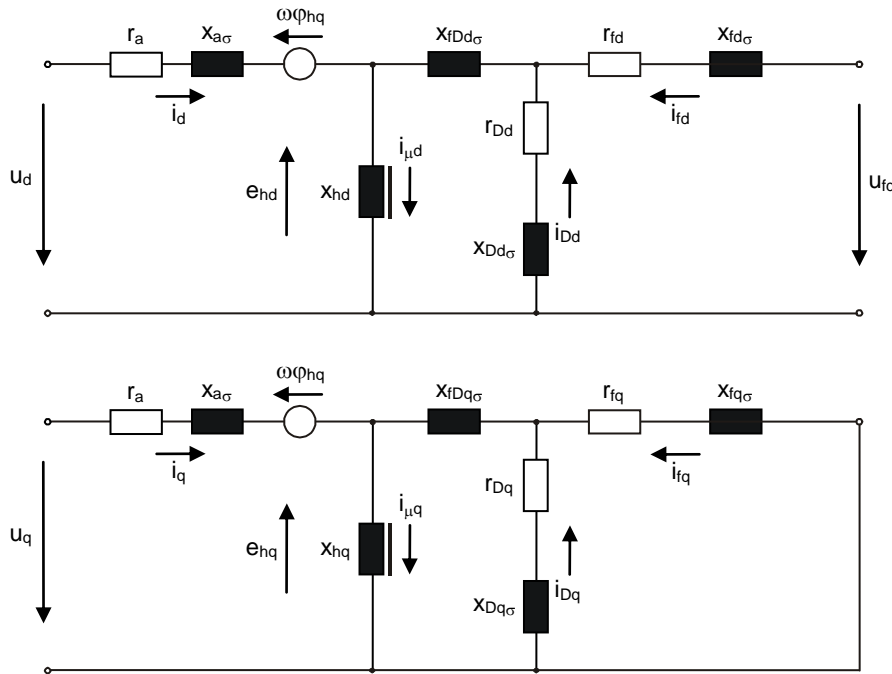


Bild 4.3: Ersatzschaltungen der Synchronmaschine und Zählpeile

Spannungsgleichungen der Erregerwicklung (f)	$\frac{d\varphi_{fd}}{dt} = -i_{fd}r_{fd} + u_{fd} \quad (5)$
Fluss der Erregerwicklung (F)	$\varphi_{fd} = \varphi_{hd} + i_{fd}x_{fd\sigma} + i_{Dd}x_{fD\sigma} \quad (6)$
Spannungsgleichung der Dämpferwicklung (D)	$\frac{d\varphi_{Dd}}{dt} = -i_{Dd}r_{Dd} \quad (7)$
Fluss der Dämpferwicklung (D)	$\varphi_{Dd} = \varphi_{hd} + i_{Dd}x_{Dd\sigma} + i_{fd}x_{fD\sigma} \quad (8)$
Luftspaltfluss	$\varphi_{hd} = (i_{fd} + i_{Dd} + i_d)x_{hd} \quad (9)$
Schnittstellenspannung d-Achse	$e_{hd} = -\frac{d\varphi_{hd}}{dt} - \omega\varphi_{hq} \quad (10)$
Schnittstellenspannung q-Achse	$e_{hq} = -\frac{d\varphi_{hq}}{dt} + \omega\varphi_{hd} \quad (11)$
Bewegungsgleichung	$\frac{d\varpi}{dt} = \frac{1}{T_A}(m_{mech} - m_{el}) \quad (12)$
Drehwinkel zwischen Bezugsachse R und d-Achse	$\frac{d\xi}{dt} = \varpi \quad (13)$

Elektrisches Drehmoment	$m_{el} = i_d \varphi_q - i_q \varphi_d \quad (14)$
Die Gleichungen (5) und (9) für die q-Achse erhält man durch Vertauschen des Indexes d gegen q und Nullsetzen der Erregerspannung u_{fd} .	

Tabelle 4.1: Differentialgleichungssystem der Synchronmaschine

Transformation RST > dq0

Bild 4.4 zeigt die Beziehungen, die benötigt werden, um vom Koordinatensystem $\alpha\beta$ in das Koordinatensystem dq zu kommen. Dabei stimmt die Lage der reellen Achse mit der Achse der Phase R überein.

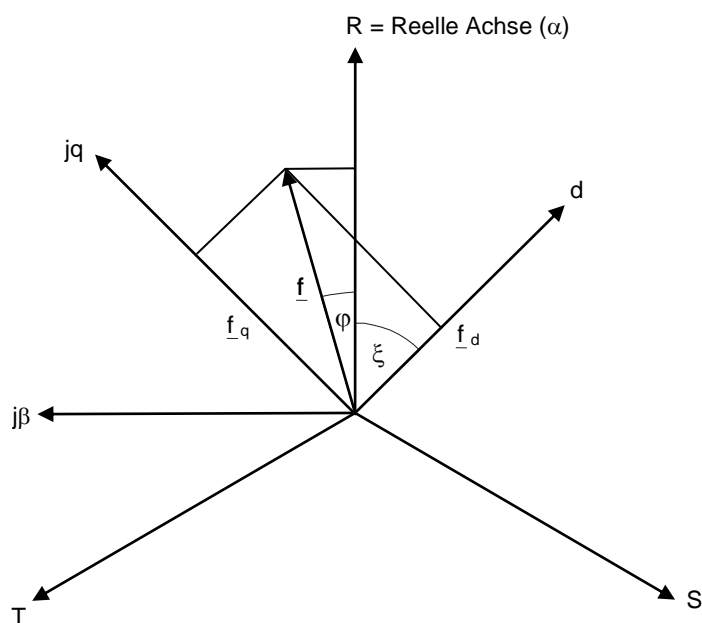


Bild 4.4: Beziehung zwischen $\alpha\beta$ - und dq-Koordinatensystem

Es gilt im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem

$$\underline{f}_{\alpha\beta} = |\underline{f}| \cdot e^{-j\varphi}$$

Das dq-Koordinatensystem ist um den Winkel ξ gegenüber dem $\alpha\beta$ -Koordinatensystem gedreht, d.h. für den Raumzeiger \underline{f} gilt:

$$\underline{f}_{dq} = \underline{f}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\xi}$$

4-1

$$f_{\alpha} + j f_{\beta} = (f_d + j f_q) e^{j\xi} = (f_d + j f_q) (\cos \xi + j \sin \xi)$$

4-2

$$f_{\alpha} = f_d \cos \xi + f_q \sin \xi \rightarrow f_R$$

4-3

Für die Phasen S und T muss die Projektion des Raumzeigers \underline{f} auf die um -120° bzw. $+120^\circ$ zur Phase R liegenden Achsen genommen werden, d.h. ξ ist durch $(\xi - 120)$ für die Phase S und durch $(\xi + 120)$ für die Phase T zu ersetzen.

Es ergibt sich dann die folgende gesamte Transformationsmatrix erhält man dann:

$$\begin{bmatrix} f_R \\ f_S \\ f_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 1/2 \\ \cos(\xi - 120^\circ) & -\sin(\xi - 120^\circ) & 1/2 \\ \cos(\xi + 120^\circ) & -\sin(\xi + 120^\circ) & 1/2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = T^{-1}$$

4-4

mit folgender Gleichung für das Nullsystem:

$$f_0 = \frac{1}{3} (f_R + f_S + f_T)$$

4-5

Ständer-Differentialgleichungen: Ableitung von RST

Bei Anwendung des Induktionsgesetzes auf die drei Wicklungsstränge ergibt sich das folgende Gleichungssystem im Ständerkoordinatensystem.

$$\begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_R & & \\ & r_S & \\ & & r_T \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_R \\ \varphi_S \\ \varphi_T \end{bmatrix}$$

4-6

Diese Gleichung lässt sich in das läuferfeste Koordinatensystem dq mit der folgenden Transformationsgleichung transformieren.

$$\begin{bmatrix} g_d \\ g_q \\ g_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \xi & \cos(\xi - 120^\circ) & \cos(\xi + 120^\circ) \\ -\sin \xi & -\sin(\xi - 120^\circ) & -\sin(\xi + 120^\circ) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}}_T * \begin{bmatrix} g_R \\ g_S \\ g_T \end{bmatrix}$$

4-7

Mit

$$T^{-1} = \frac{3}{2} T^T$$

4-8

ergibt sich

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{bmatrix} \quad ; \quad \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \end{bmatrix}$$

4-9

$$u_{dq0} = T u_{RST} = -T R_{RST} T^{-1} i_{dq0} - T \frac{d}{dt} (T^{-1} \varphi_{dq0})$$

4-10

$$u_{dq0} = -R_{dq0} i_{dq0} - T T^{-1} \varphi_{dq0} - T T^{-1} \frac{d}{dt} (\varphi_{dq0})$$

4-11

$$T T^{-1} = \dot{\xi} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4-12

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_d & & \\ & r_q & \\ & & r_0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} - T T^{-1} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{bmatrix} - \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \\ \varphi_0 \end{bmatrix}$$

4-13

Damit ergibt sich:

$$u_d = -r_d i_d - \frac{d\varphi_d}{dt} + \dot{\xi} \varphi_q$$

4-14

$$u_q = -r_q i_q - \frac{d\varphi_q}{dt} + \dot{\xi} \varphi_d$$

4-15

$$u_0 = -r_0 i_0 - \frac{d\varphi_0}{dt}$$

4-16

Die Spannung u_d bzw. u_q setzt sich aus drei Summanden zusammen:

- **Ohmscher Spannungsfall:**

$$i_d r_d \text{ bzw. } i_q r_q$$

- **Transformatorische Spannung:**

$$\frac{d\varphi_d}{dt} \text{ bzw. } \frac{d\varphi_q}{dt}$$

- **Rotatorische Spannung:**

$$\dot{\xi} \varphi_q \text{ bzw. } \dot{\xi} \varphi_d$$

mit $\dot{\xi} = \omega$ = augenblickliche Drehzahl der Maschine.

Damit lässt sich die Ersatzschaltung für die Längs- und Querachse der Maschine vollständig angeben.

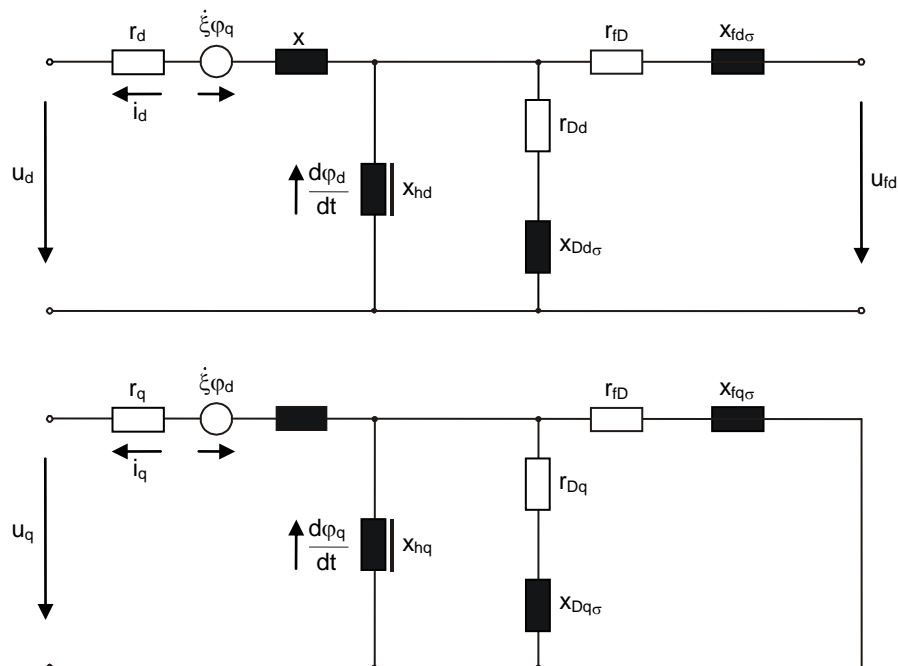


Bild 4.5: Ersatzschaltung der Synchronmaschine unter Berücksichtigung der Spannungsgleichungen (entspricht Bild 4.2)

Aus der Ersatzschaltung lassen sich die Beziehungen für die Flüsse ableiten:

$$\varphi_d = i_d x_{a\sigma} + (i_d + i_{fd} + i_{Dd}) x_{hd}$$

4-17

$$\varphi_{fd} = i_{fd} x_{fd\sigma} + (i_d + i_{fd} + i_{Dd}) x_{hd}$$

4-18

$$\varphi_{Dd} = i_{Dd} x_{Dd\sigma} + (i_d + i_{fd} + i_{Dd}) x_{hd}$$

4-19

mit

$$\varphi = i * \text{Streureaktanz} + \text{Hauptfluss}$$

4-20

Durch Vertauschen der Indizes ergeben sich die Gleichungen zur Berechnung der Flüsse für die Querachse.

Elektrisches Drehmoment

Für die Leistungsbeziehung im RST-System ergibt sich:

$$p = (u_R \quad u_S \quad u_T) * \begin{bmatrix} i_R \\ i_S \\ i_T \end{bmatrix} = u_R i_R + u_S i_S + u_T i_T$$

4-21

$$p_{RST} = u_{RST}^T i_{RST}$$

4-22

Mit der Transformationsbeziehung

$$i_{RST} = T^{-1} i_{dq0}$$

4-23

$$u_{RST}^T = (T^{-1} u_{dq0})^T$$

4-24

ergibt sich

$$p_{dq0} = (T^{-1} u_{dq0})^T T^{-1} i_{dq0}$$

4-25

mit

$$(T^{-1} u_{dq0})^T = u_{dq0}^T T^{-1T}$$

4-26

ergibt sich

$$p_{dq0} = \frac{3}{2} (u_d i_d + u_q i_q) + 3 u_0 i_0$$

4-27

Werden in diese Leistungsgleichung die Gleichungen 4-14 für u_d und 4-15 für u_q eingesetzt, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} p_{dq0} = & -\frac{3}{2} (i_d^2 + i_q^2) r_d + 3 r_0 i_0^2 && \text{ohmsche Verluste} \\ & -\frac{3}{2} (\dot{\varphi}_d i_d + \dot{\varphi}_q i_q) - 3 \varphi_0 i_0 && \text{magnetische Verluste} \\ & -\frac{3}{2} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) \dot{\xi} && \text{mechanische Verluste} \end{aligned}$$

4-28

Das elektrische Moment $m_{el}(t)$ lässt sich aus der mechanischen Energie berechnen.

$$\frac{\delta}{\delta t} \left\{ \int m_{mech} * d\xi_{mech} \right\} = p_{mech}$$

4-29

$$\frac{\delta}{\delta t} \int \frac{d\xi_{el} / p'}{dt} * m_{el}(t) dt = \frac{1}{p'} \dot{\xi}_{el} m_{el}(t) = -\frac{3}{2} \dot{\xi} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d)$$

$$m_{el}(t) = -p' \frac{3}{2} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d)$$

4-30

mit $p' = \text{Polpaarzahl}$

Bemerkung:

Beim Bezugssystem

$$U_B = \frac{\sqrt{2} U_n}{\sqrt{3}}$$

$$S_B$$

$$I_B = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} U_n}$$

fällt der Faktor $3/2$ bei $m_{el}(t)$ weg.

Bewegungsgleichung

Mit dem mechanischen Antriebsmoment m_{mech} lässt sich die Differentialgleichung für die Bewegung des Läufers ξ aufstellen.

$$\Theta * \frac{d^2 \xi_{\text{mech}}}{dt^2} = m_{\text{mech}} - m_{\text{el}}$$

4-32

$$\Theta * \frac{d^2 (\xi_{\text{el}} / p')}{dt^2} = p' \frac{3}{2} (\varphi_{\text{d}q}^i - \varphi_{\text{q}d}^i) + m_{\text{mech}}$$

4-33

Die Division mit

$$M_n = S_n \frac{p'}{\omega_n}$$

ergibt die bezogene Form der Beschleunigungsgleichung:

$$T_A * \omega_n \xi'' = \frac{m_{\text{mech}}}{M_n} + \frac{3}{2} \frac{\omega_n}{S_n} (\varphi_{\text{d}q}^i - \varphi_{\text{q}d}^i)$$

4-34

Dabei ist T_A die Anlaufzeitkonstante.

$$T_A = \frac{GD^2 n_n^2}{365 * S_n}$$

4-35

GD^2 ... Schwungmoment
 n_n ... in [U/min]
 S_n ... in [kVA]

Die Anlaufzeitkonstante ist die Zeit, die benötigt wird, um die Maschine vom Stillstand auf Nenndrehzahl zu bringen, wenn das Nennmoment als Beschleunigungsmoment aufgebracht wird.

In der internationalen Literatur wird häufig die Trägheitskonstante H angegeben. Es gilt:

$$T_A = 2 H$$

4-36

2.3.2 Lösung des Differentialgleichungssystems

Integrationsverfahren

Die numerische Integration der Differentialgleichungen

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(y, t)$$

4-37

geschieht mit Hilfe des Trapezverfahrens

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \frac{\Delta t}{2} (f(y(t), t) + f(y(t + \Delta t), t + \Delta t))$$

4-38

Dieses Verfahren wurde für die Maschinen aus folgenden Gründen gewählt:

- Das Differentialgleichungssystem des Netzes wird mit Hilfe des Differenzenleitwertverfahrens gelöst, das ebenfalls das Trapezverfahren benutzt.
- Das Trapezverfahren besitzt absolute Stabilität bei jeder Schrittweite.
- Ein Einschrittverfahren ist wegen häufiger Schalthandlungen günstiger als Mehrschrittverfahren.

Da die Funktion $f(y(t + \Delta t), t + \Delta t)$ von $y(t + \Delta t)$ abhängt, muss der zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ noch unbekannte Funktionswert $y(t + \Delta t)$ extrapoliert werden. Das geschieht mit Hilfe der Prediktor-Formel:

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) = & -9y(t) + 9y(t - \Delta t) \\ & + y(t - 2\Delta t) + 6\Delta t (f(y(t), t)) \\ & + f(y(t - \Delta t), t - \Delta t) \end{aligned}$$

4-39

Sind die Funktionen $f(y(t), t)$ und $f(y(t - \Delta t), t - \Delta t)$ unbekannt, ergibt sich als Extrapolationsformel

$$y(t + \Delta t) = 3(y(t) - y(t - \Delta t)) + y(t - 2\Delta t)$$

4-40

wenn

$$f(y(t), t) = 0,5 * \frac{y(t + \Delta t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t}$$

4-41

in Gleichung 4-39 eingesetzt wird.

Die Prediktor-Formeln 4-39 und 4-40 benötigen die Funktionswerte bis zum Zeitpunkt $(t - 2\Delta t)$. Da diese Unstetigkeitsstellen nicht bekannt sind, wird die Extrapolation so lange übersprungen, bis aktuelle Werte vorhanden sind. Während dieser Zeitspanne verdoppelt sich die Zahl der Iterationen, was nur bei sehr häufigen Schalthandlungen die Gesamtrechnenzeit beeinflusst.

Verbindung der Maschinen mit dem Netz

Um Synchron- und Asynchronmaschinen als anisotrope Betriebsmittel mit dem isotropen Netz zu koppeln, können die von der augenblicklichen Winkellage zwischen der Bezugsachse R und dem Polrad abhängigen Impedanzen der Maschinen auf das ortsfeste Koordinatensystem des Netzes transformiert werden. Umgekehrt kann auch das Netz auf die umlaufenden Koordinatensysteme der Maschinen transformiert werden. Die Transformation der Impedanzen führt zu hohen Rechenzeiten, da in jedem Zeitschritt die zur Lösung der Differentialgleichung benötigten Matrizen invertiert oder dreiecksfaktoriert werden müssen. Deshalb ist es günstiger, nur die elektrischen Klemmengrößen – die Ströme und Spannungen – mit Hilfe der Transformationsmatrix T vom ortsfesten Koordinatensystem des Netzes (RST-System) auf das mit der Winkelgeschwindigkeit umlaufende Koordinatensystem des Läufers zu transformieren.

Umgekehrt lassen sich die Schnittstellenspannungen (Index I von Interface) e_i vom dq-System in das RST-System zurücktransformieren.

Wird das Differenzenleitwertverfahren (DLV) zur Beschreibung des Differentialgleichungssystems von Netz und Läufer benutzt, sind nur zeitlich konstante Admittanzen vorhanden. Die das Gesamtsystem beschreibende Knotenpunktadmittanzmatrix braucht nur an Unstetigkeitsstellen neu aufgebaut und dreiecksfaktoriert zu werden.

Bild 4.6 zeigt das prinzipielle Transformationsschema für eine Maschine.

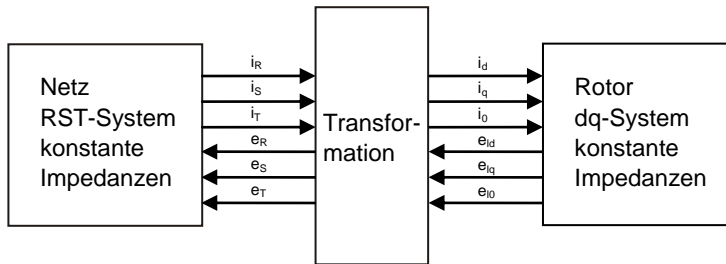


Bild 4.6: Prinzipielles Transformationsschema

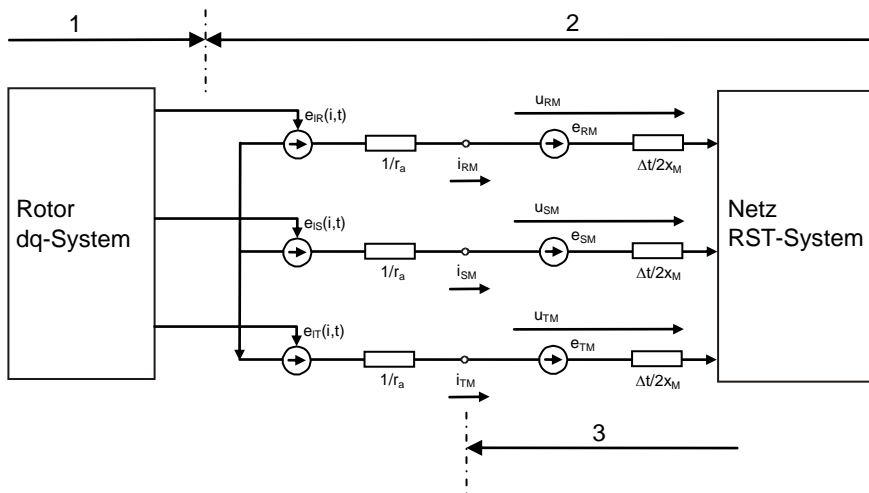


Bild 4.7: Kopplung einer anisotropen Synchronmaschine an ein isotropes Netz

1 ... Mit ω rotierendes Koordinatensystem

2 ... Ortsfestes Koordinatensystem

3 ... Nachbildung der Induktivität im Differenzenleitwertverfahren

Die Wicklungsstränge der Maschinen werden entsprechend Bild 4.7 im Stern an das Netz geschaltet, das im RST-Originalsystem mit Hilfe des Differenzenleitwertverfahrens nachgebildet wird. Dabei ersetzt eine Reihenschaltung von zwei Zweigen jeden Wicklungsstrang R, S und T. Der erste Zweig umfasst die Reihenschaltung der ohmschen Ständeradmittanz und einer Zweigquellenspannung, die im folgenden Schnittstellenspannung $e_i(i, t + \Delta t)$ genannt wird. Diese, mit dem unten erläuterten Verfahren, iterativ verbesserten Schnittstellenspannungen führen die Ankopplung der anisotropen Maschine an das isotrope Netz herbei. Der zweite Zweig besteht aus der Nachbildung eines induktiven Zweiges entsprechend dem Differenzenleitwertverfahren, d.h. der Reihenschaltung der Zweigquellenspannung $e_M(t)$ mit der Integrations-Rechenvorschrift

$$e_M(t + \Delta t) = e_M(t) - 2u_M(t)$$

4-42

und der reellen, zeitschrittabhängigen Admittanz

$$Y_M = \frac{\Delta t}{2x_M}$$

4-43

x_M bestimmt wesentlich das Konvergenzverhalten des Iterationsverfahrens.

Für x_M wird der arithmetische Mittelwert zwischen den mit (Rotor) $\rightarrow \infty$ berechneten Reaktanzen der Maschine in der d- und q-Achse [/2/](#), d.h.

$$x_M = \frac{x''_d + x''_q}{2}$$

4-44

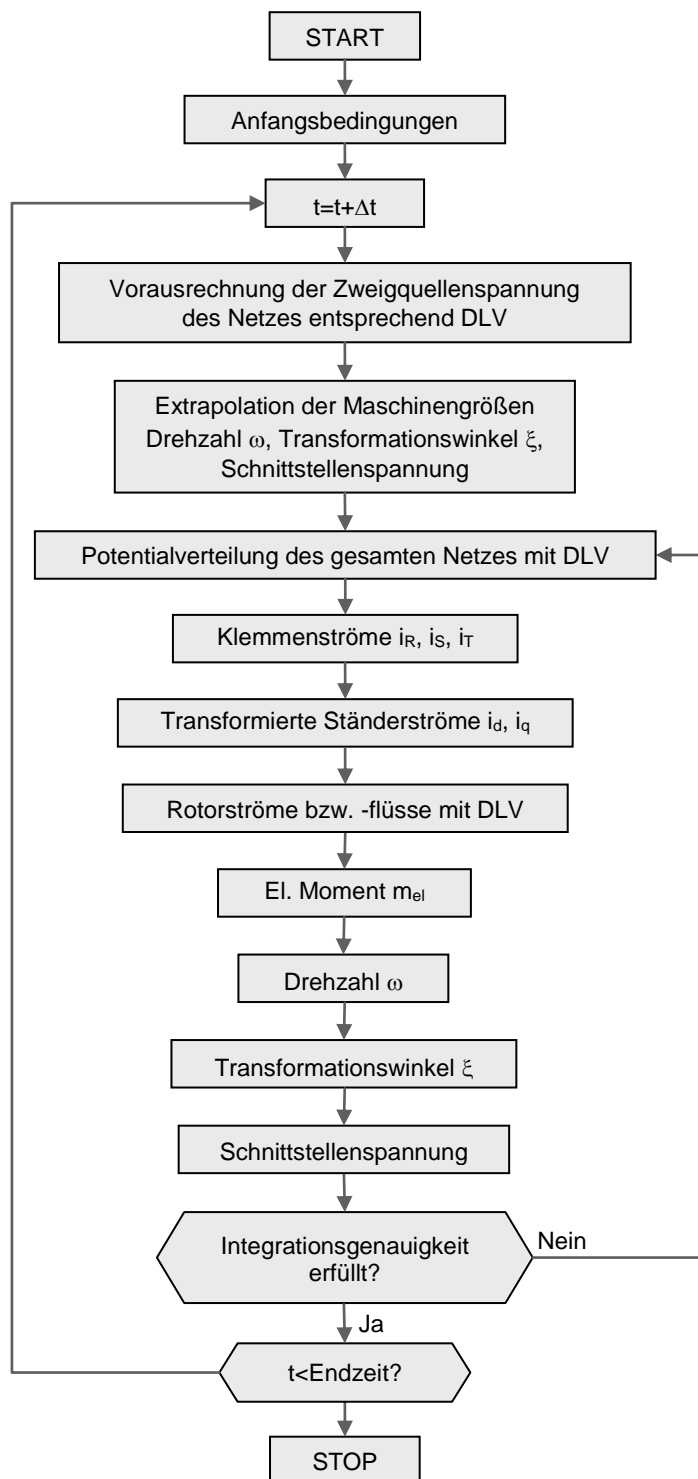
gesetzt.

Die Admittanzen der beiden in das Netz eingebrachten Zweige sind unabhängig von der Bewegung des Rotors, d.h. zeitlich konstant. Die zur Bestimmung der Potentialverteilung des Netzes und der Klemmspannungen und -ströme der Maschinen benötigte Knotenpunktadmittanzmatrix braucht daher nicht bei jedem Zeitschritt neu dreiecksfaktorisiert zu werden, was sonst bei größeren Netzen zu einem erheblichen Aufwand führen kann.

Ablauf der Integration

Der Ablauf der Integration des Differentialgleichungssystems der Maschine in Verbindung mit einem beliebigen Netz geht aus Bild 4.8 vor.

Aufbauend auf die vom Zeitpunkt t her bekannten Anfangsbedingungen muss für den Zeitpunkt $(t + \Delta t)$ die Potentialverteilung des Netzes mit den für diesen Zeitpunkt zu ermittelnden Zweigquellenspannungen bestimmt werden. Während bei Differenzenleitwertverfahren die Lösung des Differentialgleichungssystems des Netzes unter der Voraussetzung linearer passiver Netzelemente in einem einzigen Schritt nur mit den vom Zeitpunkt t her bekannten Werten der Zweigquellenspannungen und der Zweigspannungen stattfindet (siehe Kapitel 2.), sind die Schnittstellenspannungen $e_i(i, t + \Delta t)$ so lange iterativ zu verbessern, bis die von den Maschinen ins Netz eingeprägten Ströme und die vom Netz geforderten Ströme miteinander verträglich sind, d.h. in ihrer Abweichung unterhalb einer Unsicherheitsschranke bleiben.



**Bild 4.8: Ablaufschema für die Integration des Differentialgleichungssystems
Drehfeldmaschine – Netz**

Mit Hilfe der Gleichungen 4-39 und 4-40 werden die Schnittstellenspannungen der d- und q-Achse e_{id} und e_{iq} vorausgeschätzt und die Potentialverteilung im gesamten Netz ermittelt.

Die aus der Potentialverteilung her berechenbaren Klemmenströme der Maschine, i_R , i_S und i_T , werden mit Hilfe der Gleichung 4-9 vom ortsfesten auf das mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierende Koordinatensystem in die Ströme $i_d(t + \Delta t)$ und $i_q(t + \Delta t)$ transformiert. Diese Ströme werden als "äußere Störgrößen" in die Klemmen der d- bzw. q-Achsennachbildung der Maschine eingeprägt. Mit der anderen "äußeren Störgröße", der Erregerspannung, und den Zweigquellenspannungen der Maschinenzweige, die wie die des Netzes mit den von der Zeit t her bekannten Werten berechnet werden und während der Iteration zur Zeit $(t + \Delta t)$ konstant sind, lassen sich die Spannungen und Ströme in der Ersatzschaltung der Maschine bestimmen. Zur Ankopplung an das Netz werden die Schnittstellenspannungen der d- und q-Achse, e_{ld} und e_{lq} , benötigt:

$$e_{ld} = \frac{d\phi'_d}{dt} + \omega\phi'_q$$

4-45

$$e_{lq} = \frac{d\phi'_q}{dt} + \omega\phi'_d$$

4-46

Unter Berücksichtigung von x_M ergibt sich:

$$e_{ld} = -\frac{d\phi_d}{dt} + \frac{di_d}{dt}x_M + \omega(\phi_q - i_q x_M)$$

4-47

$$e_{lq} = -\frac{d\phi_q}{dt} + \frac{di_q}{dt}x_M + \omega(\phi_d - i_d x_M)$$

4-48

Bild 4.9 zeigt die dazugehörige Ersatzschaltung.

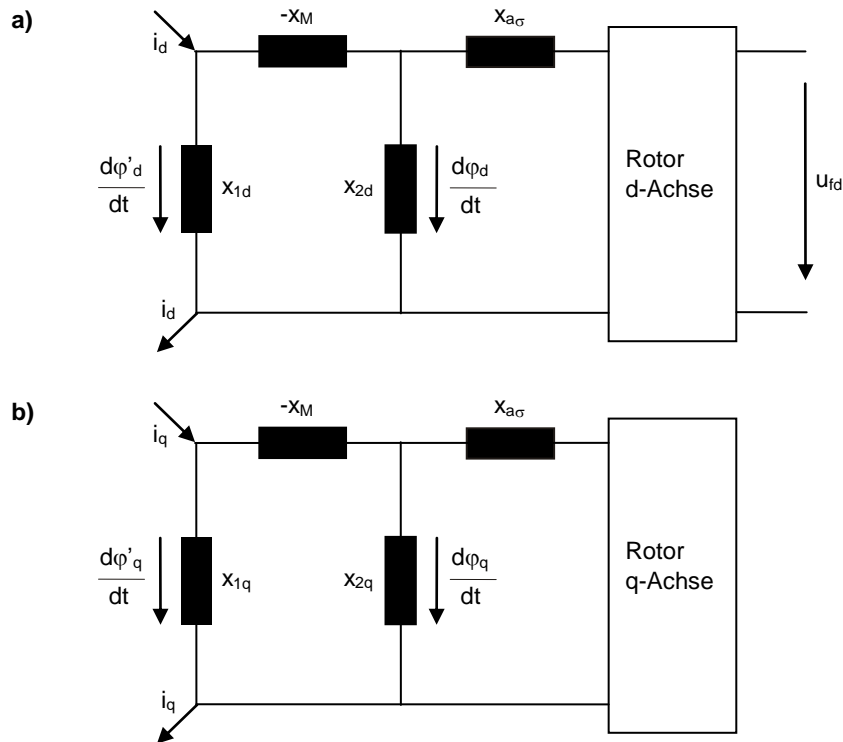


Bild 4.9: Erweiterung der Ersatzschaltung einer Drehfeldmaschine zur Nachbildung der Schnittstelle mit dem Netz

a) Längsachse
b) Querachse

Um die in den Gleichungen benötigten Flüsse φ_d , φ_q und ihre Ableitungen direkt aus der Ersatzschaltung entnehmen zu können, wurde diese in der d- bzw. q-Achse um die in Bild 4.9 dargestellten Induktivitäten x_1 , x_2 , x_M erweitert.

Die Ableitungen der Flüsse entsprechen den Differenzspannungen über den Induktivitäten. Um die Flüsse selbst zu erhalten, wurden sehr hohe Induktivitäten x_1 und x_2 (10^{+6} pu) angesetzt, die die Potentialverteilung nicht merkbar verfälschen.

Es gilt:

$$\frac{d\varphi}{dt} = u$$

4-49

mit

$$\varphi = Li$$

4-50

folgt in der Notierung des Differenzenleitwertverfahrens

$$\varphi = \frac{\Delta t}{2}(u - e)$$

4-51

Mit Hilfe der Flüsse φ_d und φ_q und mit den Strömen i_d und i_q ergibt sich das elektrische magnetische Drehmoment im Luftspalt zwischen Läufer und Ständer zu:

$$m_{el} = i_d \varphi_q - i_q \varphi_d$$

4-52

Aus der Integration des Beschleunigungsmoments

$$\Delta m = m_{mech} - m_{el}$$

4-53

erhält man mit der Anlaufzeitkonstanten $T_A = 2H$ (H Trägheitskonstante) für den Sonderfall, dass der Wellenstrang als eine einzige Masse behandelt wird, die augenblickliche zeitbezogene Drehzahl

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta m}{T_A}$$

4-54

und aus der weiteren Integration

$$\frac{d\xi}{dt} = \omega$$

4-55

den Transformationswinkel ξ .

Damit werden die Schnittstellenspannungen e_{ld} und e_{lq} , die gegenüber dem vorhergehenden Iterationsschritt verbessert sind, auf das ortsfeste Netz transformiert.

Mit diesen gegenüber den vorausgeschätzten verbesserten Werten der Schnittstellenspannungen $e_l(i, t + \Delta t)$ lässt sich mit Hilfe des Differenzenleitwertverfahrens wieder die Potentialverteilung des Netzes bestimmen, was zu neuen Klemmenströmen und letztlich zu verbesserten Schnittstellenspannungen führt. Die Iterationsschleife wird so oft durchlaufen, bis eine vorgegebene Unsicherheitsschranke unterschritten ist. Erst dann wird die Zeit um den Schritt Δt erhöht.

2.3.3 Sättigung

Sättigung des Hauptfeldes

Eine genaue Aussage über die magnetischen Kreise in der Längs- und Querachse ist nur möglich, wenn die Feldverteilung für jeden Betriebszustand aus den Maxwell'schen Gleichungen berechnet würde. Dafür stehen zwar Programme zur Verfügung, inzwischen sogar 3-dimensionale, wegen des dafür benötigten sehr hohen Rechenzeitbedarfes kann die Sättigung des Hauptfeldes aber nur näherungsweise berücksichtigt werden.

Zur Ableitung der Näherungsfunktion wird angenommen, dass die Maschine von zwei konstanten Magnetisierungsströmen i_d und i_q erregt wird /4/.

Ohne Sättigung (Index ung) würde sich der Gesamtfluss (Index g) zu

$$\varphi_{g \text{ ung}} = \sqrt{\varphi_{hd}^2 + \varphi_{hq}^2} = \sqrt{(i_{\mu d} x_{hd \text{ ung}})^2 + (i_{\mu d} x_{hq \text{ ung}})^2}$$

4-56

ausbilden (Bild 4.10).

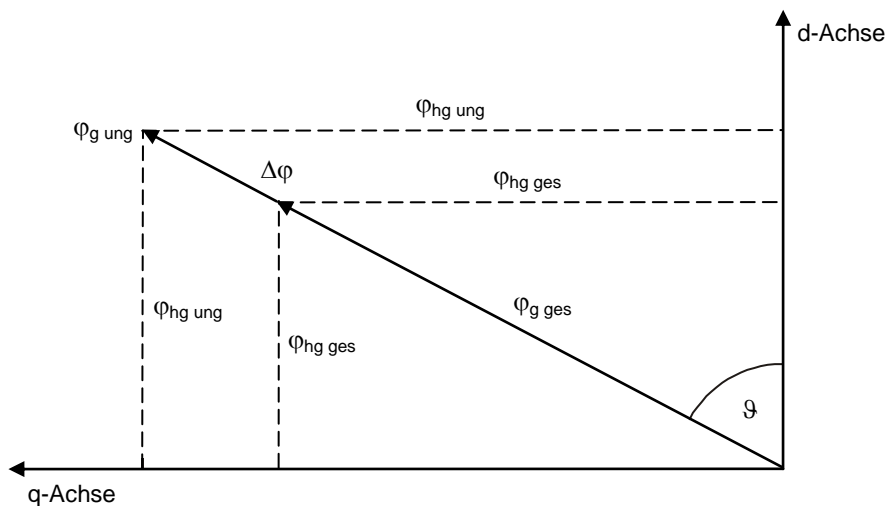


Bild 4.10: Berücksichtigung der Sättigung des Hauptfeldes

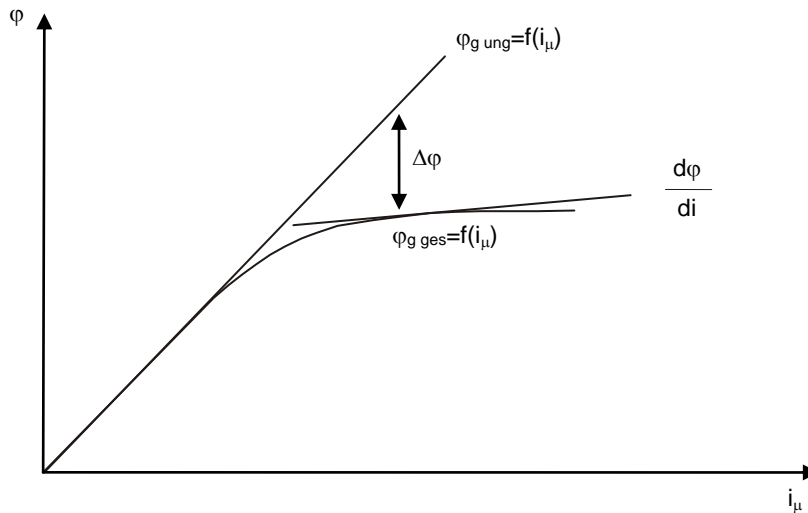


Bild 4.11: Magnetisierungskennlinie des Eisens

Infolge der Sättigung des Eisens ist der tatsächliche Gesamtfluss $\varphi_{g\ ges}$ um den Wert $\Delta\varphi$, der der Leerlaufkennlinie Bild 4.11 entnommen werden kann, geringer. $\Delta\varphi$ wird in Richtung des Zeigers $\varphi_{g\ ung}$ angesetzt. Damit lässt sich für die gesättigten Hauptfeldinduktivitäten angeben:

$$x_{hd\ ges} = \frac{\varphi_{g\ ges}}{\varphi_{g\ ung}} * x_{hd\ ung}$$

4-57

$$x_{hq\ ges} = \frac{\varphi_{g\ ges}}{\varphi_{g\ ung}} * x_{hq\ ung}$$

4-58

Bei der Berechnung der Zeitableitungen der Flüsse müssen die "dynamischen Induktivitäten" gebildet werden.

$$\frac{d\varphi_{hd}}{dt} = \frac{d\varphi_{hd}}{di_d} * \frac{di_d}{dt}$$

4-59

Dabei gilt für die "dynamischen Induktivität" entsprechend Bild 4.11:

$$\frac{d\varphi_{hd}}{di_d} = \text{Steigung der Leerlaufkennlinie}$$

Sättigung der Streufelder

Die Sättigung der Ankerstreureaktanz $x_{a\sigma}$ kann über die im Netz-Modul vorhandenen nichtlinearen Induktivitäten berücksichtigt werden. Da zur Kopplung der Maschine an das Netz die Induktivität

$$x_M = \frac{x_d'' + x_q''}{2} = x_{a\sigma} + x_{rest}$$

4-60

benutzt wird, muss die Sättigungsfunktion $\varphi(i)$ aus der vorgegebenen Funktion $x_{a\sigma}(i)$ entsprechend Bild 4.12 gebildet werden.

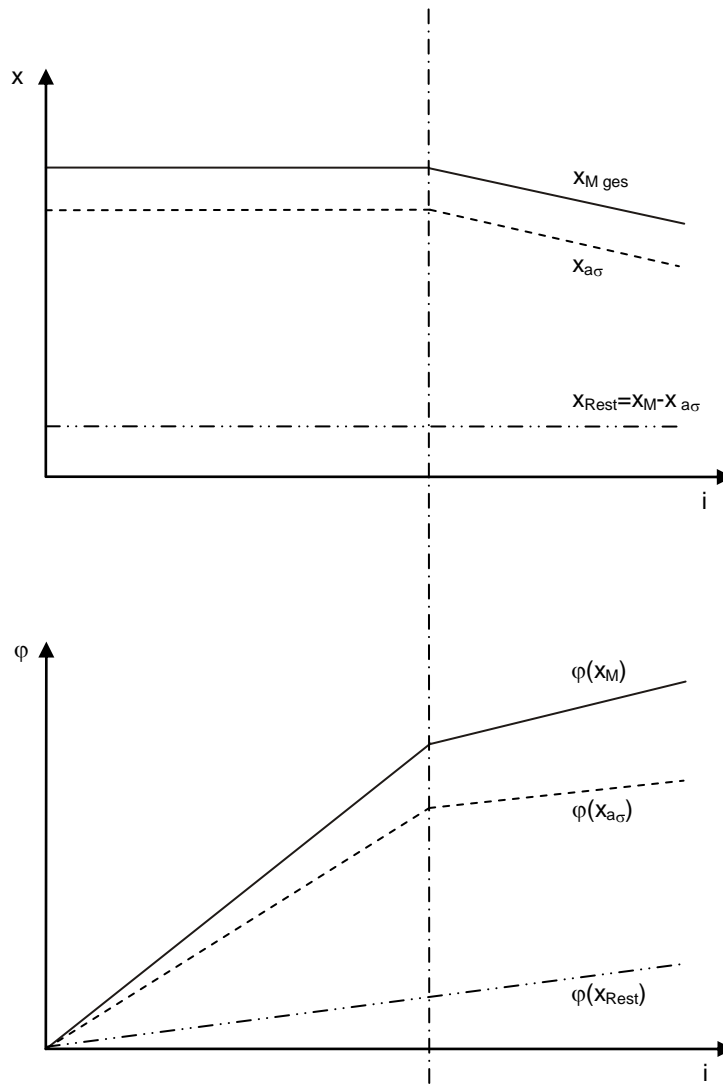


Bild 4.12: Sättigungsfunktion der Streufelder

2.3.4 Anfangsbedingungen

Synchronmaschine

Aus einer vorangegangenen Lastflussrechnung sind die Klemmenspannungen und die Klemmenströme (aus Wirk- und Blindleistung) bekannt. Damit lässt sich das Zeigerdiagramm der Synchronmaschine aufstellen (Bild 4.13). Da ein symmetrischer, stationärer Lastzustand vorausgesetzt wird, sind alle Zeitableitungen im dq-System und die Dämpferströme Null.

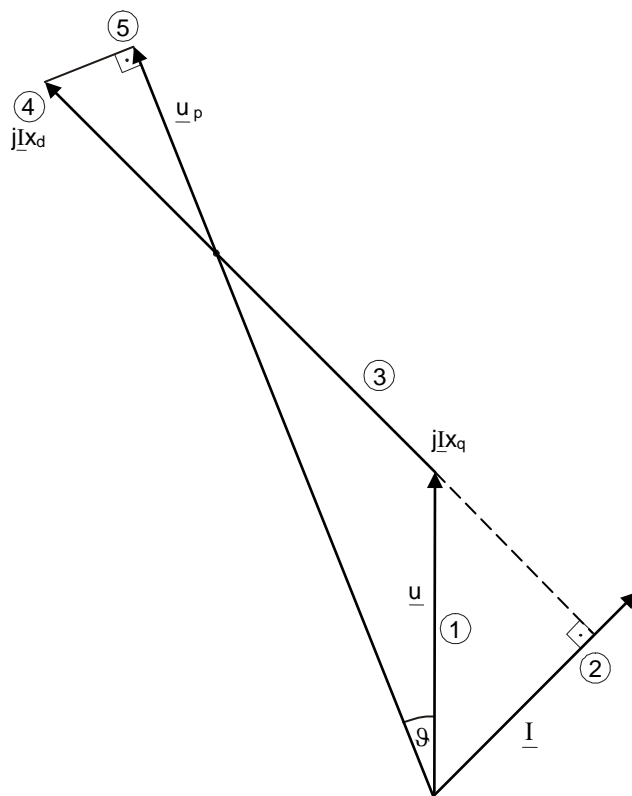


Bild 4.13: Zeigerbild der Synchronmaschine (Schenkelgenerator)

Weiterhin gilt (puSystem)

$$i_{fd} = \frac{\varphi_{hd}}{x_{hd}} - i_d$$

4-61

$$\omega = 1$$

$$m_{\text{mech}} = m_{\text{el}}$$

4-62

$$\omega_N \varphi_{hd} = \text{Re}\{j \underline{e} e^{-j\xi_0}\}$$

Asynchronmaschine

Da die Asynchronmaschine keine magnetische Vorzugsrichtung besitzt, sind die Impedanzen der d- und q-Achse gleich. Das Gleichungssystem der Synchronmaschine lässt sich demnach auch für die Asynchronmaschine verwenden, wenn man nur für die Erregerspannung u_{fd} Null setzt.

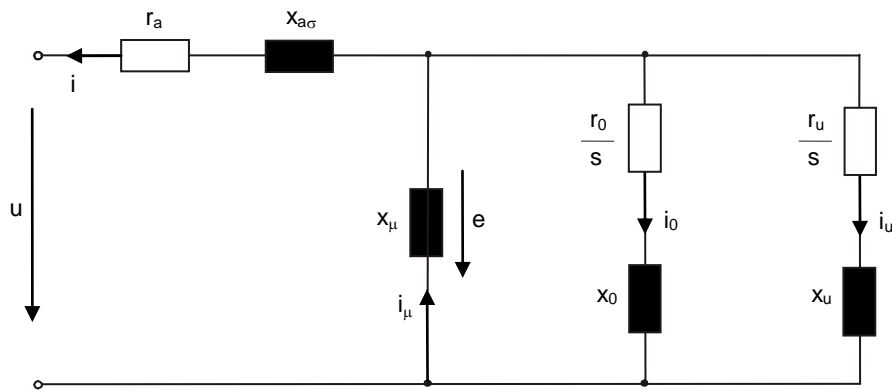


Bild 4.14: Ersatzschaltbild für die Längs- und Querachse einer Asynchronmaschine mit Doppelstabläufer

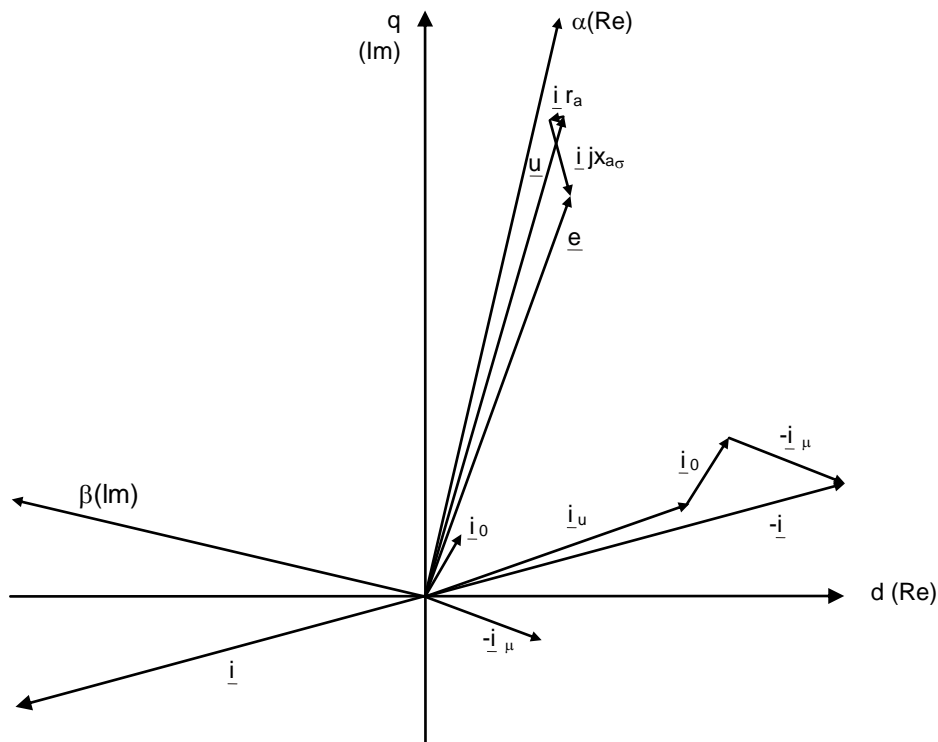


Bild 4.15: Repräsentativ-Sinordiagramm der Asynchronmaschine

Mit dem für beide Achsen geltenden Ersatzschaltbild nach Bild 4.14, das aus dem Ersatzschaltbild der d-Achse einer Synchronmaschine (Bild 4.2) abgeleitet ist, und mit dem in Bild 4.15 dargestellten Zeigerdiagramm lassen sich die folgenden Gleichungen für das ortsfeste $\alpha\beta$ -System aufstellen.

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{z} = r_a + jx_{a\sigma} + x_\mu \left\| \left(\frac{r_0}{s} + jx_0 \right) \right\| \left(\frac{r_0}{s} + jx_\mu \right)$$

4-65

$$\underline{e} = \underline{u} + i(r_a + jx_{a\sigma})$$

4-66

$$i_0 = \frac{\underline{e}}{\frac{r_0}{s} + jx_0}$$

4-67

$$i_u = \frac{\underline{e}}{\frac{r_u}{s} + jx_u}$$

4-68

$$\underline{e} = -j\omega_N \varphi$$

4-69

Die Anfangswerte im dq-System ergeben sich nach Transformation der Raumzeiger entsprechend

$$i_{d0} + j i_{q0} = i_0 e^{-j(s\omega_N t + \xi_0)}$$

4-70

und anschließender Trennung von Real- und Imaginärteil.

Man kann aus Gleichung 4-70 erkennen, dass die Zeitableitungen im Gegensatz zur Synchronmaschine (mit $s = 0$) nicht Null sind.

2.3.5 Vereinfachung für Stabilitätsuntersuchungen

Bei Stabilitätsuntersuchungen kommt es im Wesentlichen darauf an, die Pendelungen der Maschinen richtig wiederzugeben. Der Frequenzbereich dieser Pendelungen liegt in der Größenordnung von 0,1 bis 2 Hz. Üblicherweise wird die Änderung der Netzimpedanzen (induktiv $\sim f$, kapazitiv $\sim 1/f$) vernachlässigt. Dadurch braucht das Netz nicht mehr durch Differentialgleichungen nachgebildet zu werden. Es ist somit möglich die Strom- und Spannungsverteilung quasistationär zu ermitteln, wie dies auch bei konventionellen Lastfluss- und Kurzschlussprogrammen gemacht wird.

Als Konsequenz dieser Vereinfachung müssen in den Spannungsdifferentialgleichungen der Maschinen (4-14 und 4-15) die transformatorischen Spannungen $d\varphi_d/dt$ und $d\varphi_q/dt$ vernachlässigt werden.

Durch diese Vereinfachung fallen die Gleichstromglieder in den Strömen des Netzes und die durch diese verursachten 50-Hz-Vorgänge auf der Rotorseite der Maschine weg.

Die Übereinstimmung zwischen den beiden Modellen ist nur bei Netzen mit schnell abklingenden Gleichstromgliedern ($< 0,1$ sec) und in Netzen, bei denen zwischen Maschine und Übertragungsnetz ein Transformator liegt. (Die absolute Höhe der Bremsmomente, hervorgerufen durch die Gleichglieder, wird geringer).

Dies trifft bei Energieversorgungsnetzen immer zu, bei Industrienetzen speisen die Generatoren häufig direkt auf die Sammelschienen.

Der Unterschied zwischen den beiden Modellen ist an einem Beispiel im Bild 4.16 dargestellt.

In dem Simulationsprogramm PSS NETOMAC ist es möglich, so lange im Momentanwertteil (genaues Maschinenmodell mit Differentialgleichungen des Netzes) zu rechnen, bis die Gleichstromglieder abgeklungen sind, um dann unter Erhöhung des Zeitschrittes ohne wesentliche Einbuße an Genauigkeit auf den Stabilitätsteil (vereinfachtes Maschinenmodell mit komplexen Impedanzen für das Netz) umzuschalten.

Während im Momentanwertteil mit Zeitschritten von 1 ms gerechnet werden muss (entspricht $1/20$ der Periodenzeit) können im Stabilitätsteil Zeitschritte von 10 bis 50 ms gewählt werden. Man kann daraus den erheblichen Gewinn an Rechenzeit erkennen.

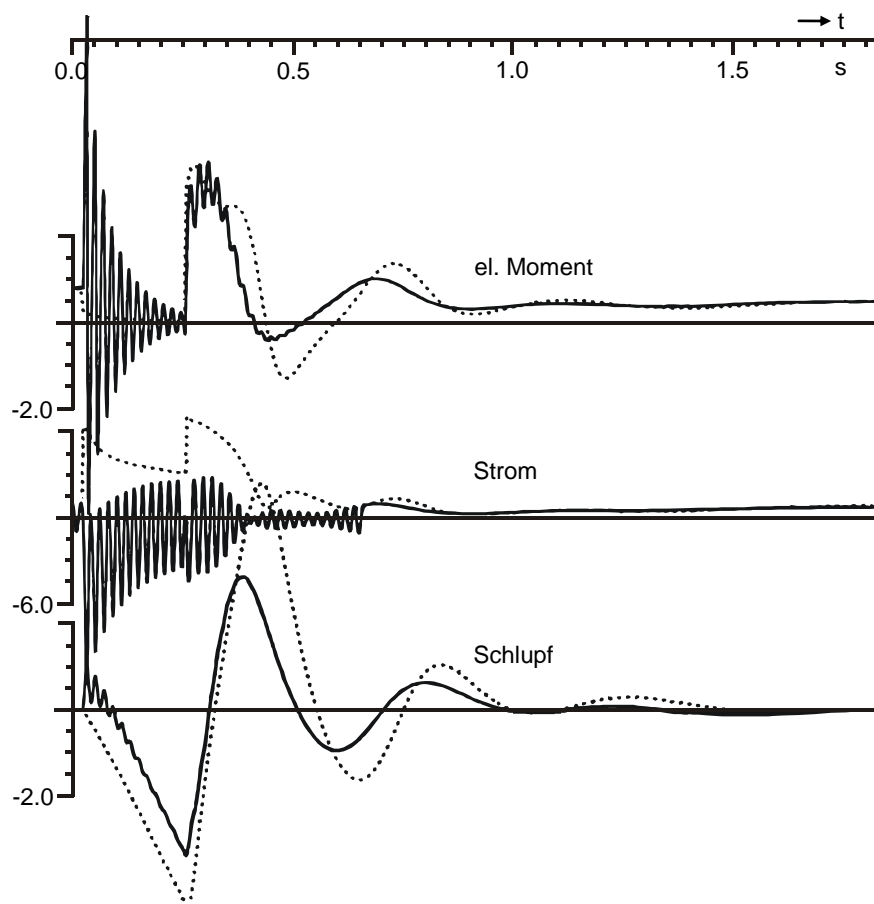


Bild 4.16: Vergleich zwischen Synchronmaschinenmodellen mit und ohne Berücksichtigung der Gleichstromkomponenten

2.3.6 Literatur

/1/ Bonfert, K.:

Betriebsverhalten der Synchronmaschine.
Springer 1962

/2/ Kulicke, B.:

Simulationsprogramm NETOMAC: Nachbildung von Synchron- und Asynchronmaschinen.
Siemens Forschungs- u. Entwickl.-Ber. Bd.11 (1983) Nr. 3, Seite 156 – 161

/3/ Kulicke, B.:

Simulation von Drehfeldmaschinen mit beliebigen Ersatzschaltungen.
Siemens Forschungs- u. Entwicklungsberichte. Bd.12 (1983) Nr. 3, Seite 176 – 181

/4/ Kulicke, B.:

Numerische Berechnung der Momentanwerte elektromechanischer Ausgleichsvorgänge von Drehfeldmaschinen im Verbundbetrieb.
Dissertation TH Darmstadt 1975

2.4 Regler

Zur Lösung allgemeiner kontinuierlicher Differentialgleichungssysteme sind folgende Verfahren bekannt:

- Gleichungsorientierte Sprachen
Diese ermöglichen es, ein Problem in Zustandsgleichungsform einzugeben. Die Problemgleichungen werden in ein FORTRAN-Programm übersetzt, das dann ausgeführt wird.
z.B. CSMP (IBM), DARE (DEC).
- Blockorientierte Sprachen
z.B. ASIM (AEG) oder das im Folgenden beschriebene Verfahren (PSS NETOMAC).

2.4.1 Blockorientierte Simulationssprache

Das Simulationsprogramm geht von der dem Regelungstechniker besonders vertrauten Darstellung eines Systems durch ein Blockschaltbild aus. Der nachzubildende Regler muss so weit in einzelne Blöcke unterteilt werden, bis das Blockschaltbild nur noch aus den in der "Blockbibliothek" abgelegten Basiselementen besteht, wie z.B. Integrierer oder Verzögerungsglieder 1. und 2. Ordnung (VZ1, VZ2). In einer derartigen "Blockbibliothek" können aber auch größere Bausteine (Modelle) abgelegt sein, z.B. spezielle Blöcke, die bei der Turbinenregelung auftretenden, wie das Lastsprungrelais oder der Leistungsreglerschalter. Weiterhin sollen logische Verknüpfungen (UND, ODER) und auch bedingte und unbedingte Sprünge möglich sein. Die PSS NETOMAC-Blockbibliothek ist in Tabelle 5.1 angegeben.

Nach Unterteilung der Reglerstruktur in die einzelnen Blöcke muss die Verknüpfung der Blöcke angegeben werden, um das Gesamtsystem aufzubauen und integrieren zu können.

Die Verknüpfung kann über die Angabe der zu verbindenden Knoten erfolgen ("Block liegt zwischen Knoten 1 und Knoten 2"). Dann muss vom Programm die Reihenfolge der sequentiellen Abarbeitung bestimmt werden (ASIM).

Im Simulationsprogramm PSS NETOMAC wird die Reihenfolge direkt vorgegeben. Zusätzlich muss definiert werden, welcher Ausgang eines Blockes als Eingang verknüpft werden soll – siehe Beispiel Bild 5.1.

Eingangsblöcke, Verzweigungsstellen	
EINGANG	Definition von Eingangsgrößen,
SETANF	Anfangswert setzen
SET	Wertzuweisung $y(t)$ bzw. $y(+\Delta t)$
SUMME	Summierung mit Festwerteingang

Iterativ arbeitende Blöcke	
SOLLIST	Soll-Istwert-Vergleich
SOLLWERT	Iterative Sollwertbestimmung
RUECK	Rückkopplung
ITER	Iterativer Abgleich

Blöcke mit Zeitverhalten	
PROP	Proportionalglied
VZ1	Verzögerungsglied 1. Ordnung
VZ2	Verzögerungsglied 2. Ordnung
INT	Integrierglied
DIFF	Differenzierglied 1. Ordnung mit Verzögerung
DIFF2	Differenzierglied 2. Ordnung
PI	PI-Regler
PD	PD-Regler
TOTZEIT	Totzeitglied

Logische Blöcke, Sprünge	
MAX	Maximumauswahl
MIN	Minimumauswahl
UND	Und-Glied
ODER	Oder-Glied
NICHT	Nicht-Glied
.GT.; .GE. .EQ.; .LE. .LT.; GOTO	Bedingter Sprung
CONTINUE	Fortsetzungsblock

Nichtlinearitäten	
BEGR	Begrenzung
VARBEGR	Variable Begrenzung
FUNKTION	Funktion $y = f(x)$
TREPPE	Treppenfunktion $y = f(x)$
FUNK2	Funktion von 2 Variablen $y = f(x_1, x_2)$
TOTBAND	Totband
LOSE	Unempfindlichkeit
TOTZEITZONE	Tote Zone
GRENZW	Grenzwertmelder
STEILBEG	Steilheitsbegrenzung

Geber	
ZEIT	Echtzeit

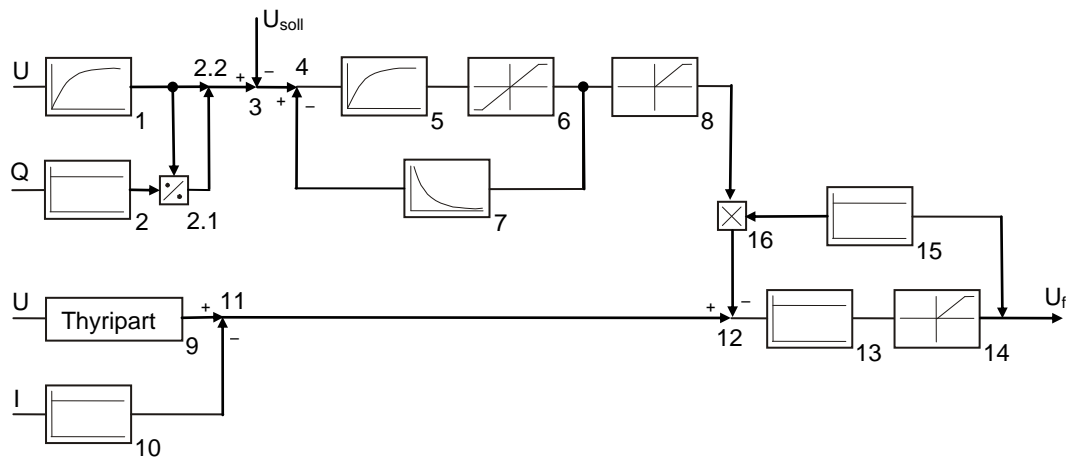
RECHTECK	Rechteckimpulsgeber
SIN	Sinusgeber
RANDOM	Zufallszahlen

Mathematische Blöcke	
SUMME	Summierung
MULT	Multiplizierer
DIV	Dividierer
POTENZ	Potenzierer
EXP	Exponentialfunktion
SIN	Sinus-Geber
ARCOS	Arcus-Cosinus-Funktion
ARCTAN	Arcus-Tangens-Funktion
ABS	Absolutwert
RI/BW	Umwandlung: Real-, Imaginärteil in Betrag und Winkel
BW/RI	Umwandlung: Betrag und Winkel in Real-, Imaginärteil
LN	Natürlicher Logarithmus
PROP	Proportionalglied
MATH	Mathemat. und boolsche Ausdrücke

Steuerblöcke, Sonderblöcke	
SCHALTER	Schalter
LSR	Leistungssprungsrelais
LRELAIS	Leistungsreglerschalter
GRENZW	Grenzwertmelder
SPEICH1	Abtastung
SPEICH2	Speicher (zeitbegrenzt)
SPEICH3	Speicher (Verzögerung)
NULL	Abfrage auf Nulldurchgang
MAXHALT	Abtasten und Halten von Maximum oder Minimum
HGUE	HGUE-Modell 3
GLEICHR	Gleichrichter nach IEEE
PLL	Phasensynchronisierte Schleife
GLADS	Setzen: Sollwert = Eingangswert
A/D	Analog/Digital – Wandler
FFT	Fast Fourier Transformation
KORR	Autokorrektur bzw. Kreuzkorrektur
WINKEL	Winkelausgabe ohne Sprung bei 180°
DINEMO	Eingang für dynamisches Netzmodell
FORMAT	Drucken von Blockausgangsgrößen
EXTERN	Benutzereigenes Unterprogramm

Tabellen 5.1: Verfügbare Reglerblöcke

a)



b)

\$	SPANNUNGSREGLER					
\$	-----					
SPG	GEN-1					
1	VZ1	0.015	1.			
2	EINGANG	0.03		18		
2.1	DIV		2	1		
2.2	SUMME			1	2.1	
3	SOLIST	1.	60.	14		1
4	RUECK		1.E-6	6	7	
5	VZ1	0.005	150.			
6	BEGR	-5.	5.	1		
7	DIFF	2.5	0.004			
8	BEGR	0.	1.			
9	EINGANG	2.48	-1.1	10000.		1
\$	DROSSEL					
10	EINGANG	1.8		06		
11	SUMME			9	-10	
12	RUECK		5.	14	16	
13	PROP		100.			
14	FUNKTION					
		-1.E4	.0	100.	1.E4	
		.0	.0	100.	110.	
15	PROP		100.	4.		
16	MULT				8	
	ENDE					

Bild 5.1: Thyripart-Regelung
Blockschaltbild
Umsetzung im Texteditor

Das Vorgehen der Reihenfolge erfordert etwas mehr Übung als das zuerst beschriebene Verfahren, es ist jedoch universeller anwendbar, da auch logische Verknüpfungen bzw. bedingte und unbedingte Sprünge möglich sind. Man könnte das Verfahren als Simulations-Modell-Assemblersprache bezeichnen.

2.4.2 Integrationsverfahren

Als Integrationsverfahren wird wie für das Netz und die Maschine das Trapezverfahren benutzt. Der Vorteil liegt darin, dass der Ausgangswert jedes Blockes eindeutig durch eine algebraische Beziehung aus dem Eingangswert zu bestimmen ist.

Beispiel: Differenzierer mit Verzögerung

Differentialgleichung:

$$y = \frac{pT * v}{1 + pT} * x$$

5-1

$$p(y - vx) = -\frac{y}{T}$$

5-2

Trapezregel:

Index 1 für $t + \Delta t$

Index 0 für t

$$y_1 - y_0 - v(x_1 - x_0) = -\frac{\Delta t}{2T} * (y_1 + y_0)$$

5-3

Ordnen nach y_1

$$y_1(1 + \frac{\Delta t}{2T}) = y_0(1 - \frac{\Delta t}{2T}) + v(x_1 - x_0)$$

5-4

$$y_1 = f_0 * y_0 + c_0 x_0 + c_1 x_1$$

5-5

Alle Blöcke, die durch Differentialgleichungen 1. Ordnung beschrieben werden können, lassen sich durch eine rekursive Beziehung entsprechend Gleichung 5-5 beschreiben.

Bei jedem Block handelt es sich nur noch um eine rein algebraische Berechnung des Ausgangswertes aus dem Eingangswert. Damit kann jeder Block genau gleich behandelt werden, egal, ob es sich um einen Block mit Zeitverhalten handelt oder nicht.

2.4.3 Algebraische Schleifen

Eine algebraische Schleife hat z.B. die Form

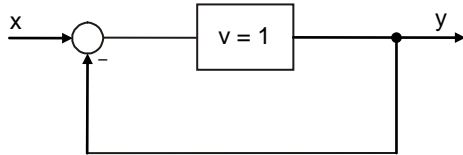


Bild 5.2: Algebraische Schleife

$$x - y = y$$

5-6

In vielen Simulationsprogrammen ist eine derartige algebraische Schleife illegal. Es muss dort die Gleichung aufgelöst werden zu:

$$y = \frac{x}{2}$$

5-7

Eine Schleife mit Integrieren wie in Bild 5.3 dargestellt ist dagegen zulässig.

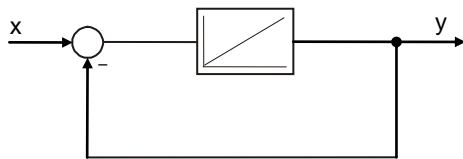


Bild 5.3: Algebraische Schleife mit Integrierer

$$\frac{dy}{dt} = x - y$$

5-8

Fazit:

Alle definierten Variablen müssen als Zustandsvariable dargestellt werden können.

Bei komplizierten Systemen führt diese Einschränkung zu einem hohen Aufwand für die Benutzer. In dem beschriebenen Verfahren sind algebraische Schleifen zulässig, sie **müssen** schon deshalb zulässig sein, weil die Differentialgleichungen über die Trapezregel in algebraische Gleichungen umgewandelt werden.

Eine Rückkopplung wird durch einen Rückkopplungsblock eingeleitet.

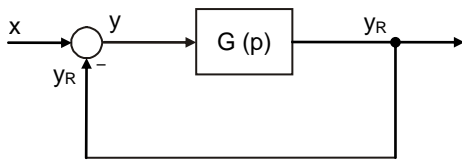


Bild 5.4: Rückkopplungsschleife

Der Rückkopplungsblock arbeitet die Schleife nach folgendem Verfahren ab:

Der Ausgang des Rückkopplungsblockes $y = x - y_R$ soll sich bei Vergleich zwischen zwei aufeinander folgenden Iterationen nur noch um eine Genauigkeitsschranke $\varepsilon \rightarrow 0$ unterscheiden.

Der Iterationsabsatz lautet damit:

$$F_{n+1} = y_{n+1} - y_n = \varepsilon_{n+1}$$

5-9

$$F_{n+1} \rightarrow 0$$

5-10

Die Lösung des Verfahrens mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens (Entwicklung von F in einer Taylor-Reihe)

$$F(y) = F(y_0) + \frac{\delta F_0}{\delta y} \Delta y \rightarrow 0$$

5-11

$$y = \frac{\delta F_0^{-1}}{\delta y} F(y_0)$$

5-12

Auf Gleichung 5-9 angewendet, ergibt sich mit

$$F_{n+1} = y_{n+1} - y_n$$

5-13

$$F_n = y_n - y_{n-1}$$

5-14

der verbesserte y-Wert zu:

$$\tilde{y}_{n+1} = y_n - \frac{y_{n+1} - y_n}{F_{n+1} - F_n} (y_{n+1} - y_n)$$

5-15

Bei linearen Blöcken innerhalb der Rückkopplungsschleife konvergiert die Iteration in einem Schritt, bei nichtlinearen Blöcken entstehen im Allgemeinen keine Schwierigkeiten, da sich der Konvergenzfaktor k , berechnet nach folgender Vorschrift

$$k = \frac{y_{n+1} - y_n}{F_{n+1} - F_n}$$

vom vorangegangenen Zeitschritt nur wenig ändert.

Bei sehr stark nichtlinearen Kreisen kann es zu Oszillationen in dem Iterationsprozess kommen. In diesem Fall muss der Zeitschritt herabgesetzt werden.

2.4.4 Grenzen bei integrierenden Blöcken

Eine wesentliche Fehlerquelle bei der Simulation von Reglern ist die falsche Berücksichtigung von Begrenzungen.

Es muss stets darauf geachtet werden, ob es sich um eine interne Begrenzung handelt oder um eine externe. Der Unterschied wird im Bild 5.5 deutlich.

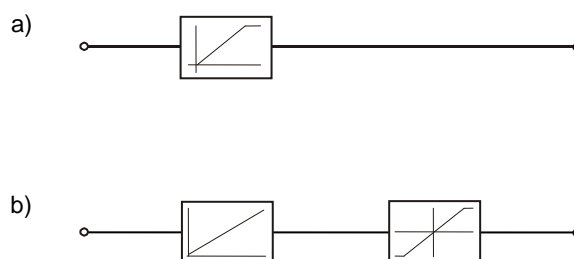
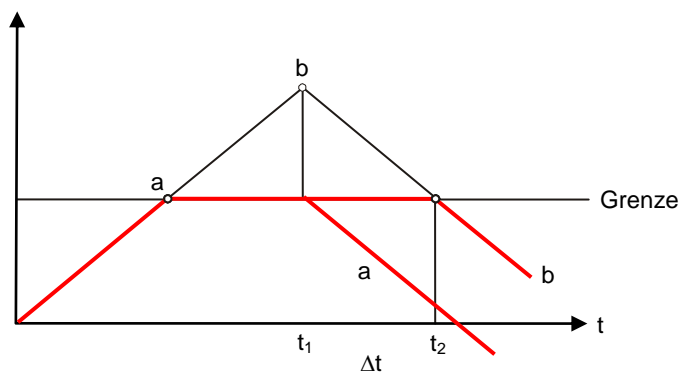


Bild 5.5: Integrierer mit
a) interner Begrenzung
b) externer Begrenzung

Bei interner Begrenzung wird der Integrierer auf der Grenze bei a festgehalten. Liegt bei t_1 ein negatives Signal an, verändert sich der Ausgangswert von der Grenze aus gesehen sofort in negativer Richtung. Bei externer Begrenzung kann der Integrierer weiter hochlaufen. Kommt zum Zeitpunkt t_1 ein Umkehrsignal, so ergibt sich eine Zeitverschiebung um Δt . Der Ausgangswert verlässt erst bei t_2 die Grenze.

Diese Begrenzung muss bei allen integrierenden Blöcken berücksichtigt werden, z.B. bei VZ1, VZ2, Differenzierern, PID, PD, PI-Reglern usw.

2.4.5 Kopplung Regler – Netz

Das Netz-Simulationsprogramm lässt sich wesentlich erweitern, wenn es mit dem blockorientierten Regler-Modul verknüpft werden kann. Es lassen sich so die Vorteile der einzelnen Methode miteinander kombinieren.

Die Kopplung der beiden Teilsysteme wird durch die Übergabe von Daten an das jeweilige andere System. Zum einen können Netzgrößen als Eingangswerte für den Regler fungieren, wie z.B.:

- Spannungen
- Ströme
- Leistungen
- Frequenzen

Zum anderen können die Ausgangsgrößen eines Reglers als Eingangswerte für das Netzsystem dienen, wie z.B.:

- Erregerspannung
- Turbinenmoment
- eingeprägte Quellenspannung, eingepägter Strom
- variable Wirk-/Blindleistung (P/Q-Last)
- Widerstand, Induktivität, Kapazität

Damit lassen sich beliebige Abhängigkeiten relativ einfach nachbilden.

Die Kopplung kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen:

- innerhalb der Iterationsschleife für Maschinen und/oder Variablen P/Q-Lasten

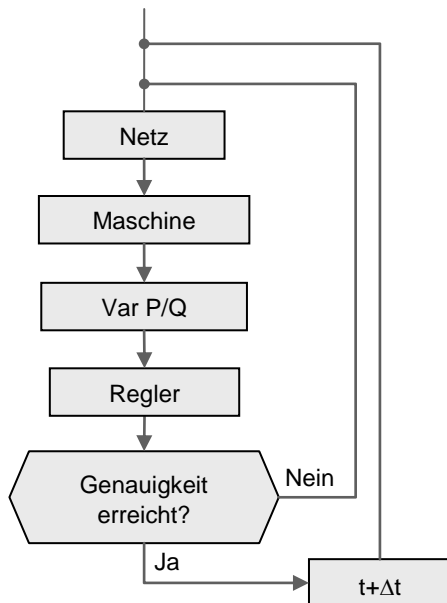


Bild 5.6: Reglerkopplung innerhalb der Iteration

- außerhalb, d.h. um einen Zeitschritt Δt versetzt (Totzeit von Δt)

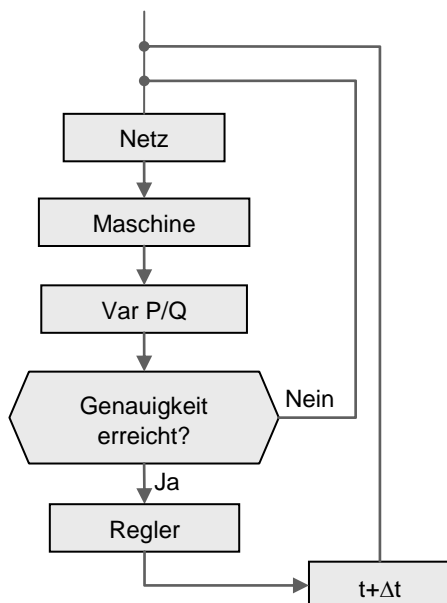


Bild 5.7: Reglerkopplung innerhalb der Iteration

Diese Methode spart Rechenzeit, es sollte aber Klarheit über die Konsequenzen herrschen. Bei Stabilitätsuntersuchungen mit üblichem Zeitschritt von 10 ms hat die Zeitverschiebung keine wesentliche Auswirkung auf die Simulationsergebnisse.

2.4.6 Anfangsbedingungen

Zur Integration müssen die Anfangsbedingungen der Reglerblöcke bekannt sein. Diese werden auf folgende Weise ermittelt:

Die Differentialgleichungen der zeitabhängigen Blöcke werden durch ihre Gleichungen für den eingeschwungenen Zustand ($p = 0$) ersetzt.

Zum Beispiel gilt für ein VZ1-Glied:

$$y = \frac{v}{1+pt} x$$

Zur Berechnung der Anfangsbedingungen wird das VZ1-Glied durch die Gleichung $y = v * x$ berücksichtigt.

Für einen Integrierer gilt:

$$y = \frac{v}{pt} x$$

Zur Berechnung der Anfangsbedingungen wird statt der Verstärkung ∞ mit die reale Verstärkung von 1000 eingesetzt.

Für nichtlineare Blöcke sind stets besondere Überlegungen anzustellen. Für die Begrenzungen muss vorgegeben werden, ob sie während der Anfangswertberechnung offen oder geschlossen sein sollen. Bei der Berechnung der Anfangsbedingungen für die Erregerspannungen und die Turbinenmomente von Generatoren wird wie folgt vorgegangen:

Aus der Lastflussrechnung sind die Spannungen und die Wirk- und Blindleistungen bekannt. Damit lässt sich die Erregerspannung bzw. das mechanische Antriebsmoment ermitteln. (Zeigerdiagramm bzw. $m_{el} = m_{mech}$).

Die Aufgabe besteht nun darin, die Sollwerte des Spannungs- bzw. Drehzahlreglers so zu finden, dass sich gerade die erforderliche Erregerspannung bzw. das Turbinenmoment ergibt. Diese Aufgabe wird iterativ gelöst.

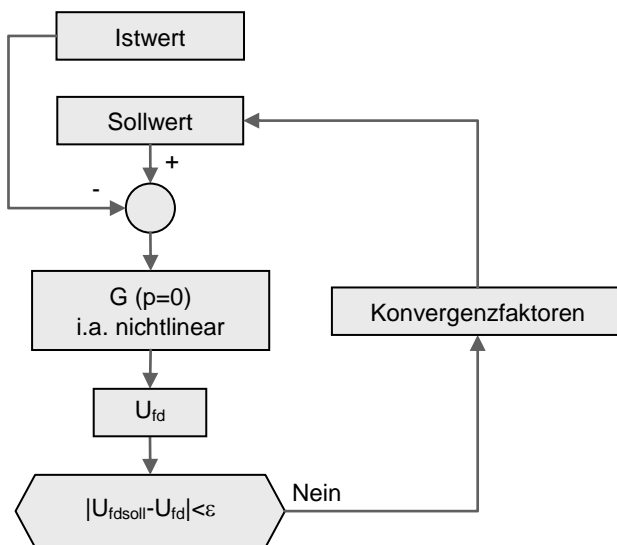


Bild 5.8: Bestimmung der Sollwerte der Erregerspannung

Die Konvergenzfaktoren bestimmen sich analog Abschnitt 5.3.

Es ist darauf zu achten, dass der Schätzwert (Anfangswert) mit dem die Sollwertbestimmung beginnt, bei nichtlinearen Systemen nicht allzu weit von dem tatsächlichen Wert entfernt liegt.

Bei sehr stark nichtlinearer Übertragungsfunktion $G(p=0)$, ist es möglich, dass das Verfahren nach Bild 5.8 nicht konvergiert. Dann führt folgende Methode immer zum Ziel, die jedoch eine wesentlich höhere Rechenzeit zur Folge hat:

Es wird ein Schätzwert S für den Sollwert angenommen und u_{fd} ermittelt. Liegt u_{fd} unter $u_{fd,soll}$, war der Sollwert S zu niedrig, er wird daher um ΔS erhöht. Ist weiterhin $u_{fd} < u_{fd,soll}$, wird S in gleicher Richtung um ΔS erhöht, bis irgendwann $u_{fd} > u_{fd,soll}$ wird. Dann muss die gesuchte Lösung in dem letzten ΔS -Schritt liegen. Durch fortgesetzte S -Halbierung, je nachdem, ob $u_{fd} >$ oder $< u_{fd,soll}$ ist, kann der Lösungsbereich immer weiter eingeschränkt werden, bis die errechnete und die geforderte Erregerspannung kaum noch voneinander abweichen.

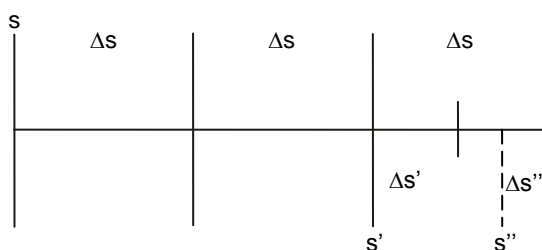


Bild 5.9: Sollwertbestimmung durch Bereichseinschränkung

2.5 Frequenzgang linearisierter Differentialgleichungssysteme elektrischer Netze

Neben der Simulation von Ausgleichsvorgängen, d.h. der Berechnung zeitabhängiger Funktionsverläufe, interessieren in vielen Fällen Aussagen über das Verhalten von Netzen mit Drehfeldmaschinen, wenn sich das Gesamtnetz mit der gleichen Frequenz im eingeschwungenen Zustand befindet. Eine derartige Berechnung von Frequenzgängen ist durch folgende Vor- und Nachteile gekennzeichnet:

- Die von der Theorie der Regelungstechnik her bekannten Verfahren, wie z.B. das Frequenzkennlinienverfahren (Bode-Diagramm) oder die Stabilitätskriterien /8/, können eingesetzt werden. Damit wird der Entwurf und die Dimensionierung von Spannungs- und Turbinenreglern wesentlich vereinfacht.
- Das Verfahren erfordert die Linearisierung des im allgemeinen nichtlinearen Differentialgleichungssystems um den Arbeitspunkt. Damit sind nur die Verhältnisse bei kleinen Auslenkungen zu betrachten (Kleinsignalverhalten), für große Auslenkungen (Großsignalverhalten) müssen weiterhin Simulationsprogramme oder Echteilesimulation eingesetzt werden.
- Bei der Auslegung und beim Betrieb von Dieselgeneratoren müssen die Wirkleistungs- und Spannungsschwankungen am Anschlusspunkt in Abhängigkeit vom pulsierenden Antriebsmoment bekannt sein, um gegebenenfalls das Trägheitsmoment und/oder die Regelung zu beeinflussen. Im allgemeinen wurde dazu bisher nur das Einzelsystem Generator – frequenzstarres Netz betrachtet, nicht jedoch die gegenseitige Beeinflussung mehrerer ins gleiche Netz einspeisender Dieselgeneratoren.
- Im Netz periodisch auftretende Störungen, wie z.B. Pulslasten von Teilchenbeschleunigern oder Walzwerkbelastungen, können in ihrer Rückwirkung auf andere Betriebsmittel des Netzes ermittelt werden.
- Bei Berücksichtigung des Torsionsschwingungsverhaltens der Wellen von Turbosätzen lassen sich Erkenntnisse gewinnen, ob ungedämpfte, subsynchrone Schwingungen in den Wellen angeregt werden. Diese Vorgänge können bei Reihenkompensation von Leitungen /6/ und bei Hochspannungs-Gleichstromübertragung (HGÜ) /7/ auftreten.
- Der Einfluss frequenz- und spannungsabhängiger Lasten kann relativ einfach untersucht werden.

Die Berechnung der Frequenzgänge wäre natürlich mit bekannten, allgemeinen Frequenzanalyseprogrammen durchführbar, es ist jedoch, wie auch bei Simulationsproblemen, günstiger, speziell auf elektrische Netze zurechtgeschnittene Programme einzusetzen. Das Aufstellen der linear unabhängigen Gleichungssysteme für die im allgemeinen sehr großen Netze ist dadurch wesentlich vereinfacht.

Von einem Programm ist ein modularer Aufbau zu fordern, d.h. es soll aus verschiedenen Teilsystemen bestehen, die einzeln leichter aufstellbar und austestbar sind.

Die Teilsysteme müssen dann über ein noch zu erläuterndes Verfahren zu dem Gesamtsystem verbunden werden.

Da ein Großteil der für dieses neue Programm benötigten Unterprogramme wie

- Einlese- und Ausgabeteil
- Aufbau und Dreieckfaktorisierung spärlich besetzter Matrizen
- Lastfluss
- Berechnung der Anfangsbedingungen

- Reglerorganisation

in dem Simulationsprogramm PSS NETOMAC [/1/](#) vorhanden sind, wurde die Berechnung der Frequenzgänge als besonderer Baustein in dieses Programmsystem übernommen.

2.5.1 Aufbau des Programms

Linearisierung

Das mathematische Modell eines dynamischen Systems ist im allgemeinen nichtlinear. Die Nichtlinearitäten lassen sich durch folgende Gleichung beschreiben:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

6-1

Zum Beispiel gilt für eine nichtlineare Kennlinie:

$$y = F(x)$$

6-2

Für ein Multiplizierglied:

$$y = x_1 * x_2$$

6-3

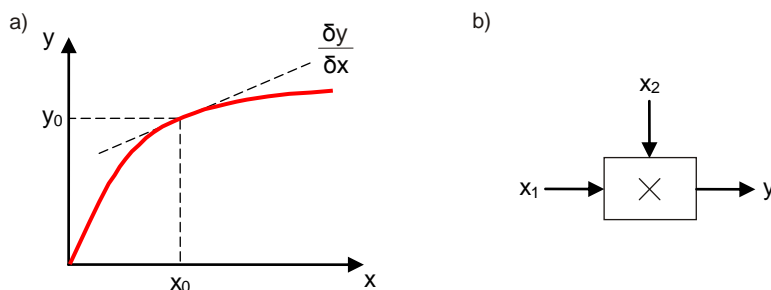


Bild 6.1: Beispiele für Nichtlinearitäten:
a) Funktionsgeber, b) Multiplizierglied

Da die Berechnung linearer Systeme wesentlich einfacher ist, werden nichtlineare Probleme sehr häufig um den Arbeitspunkt herum (im Folgenden mit Index 0 gekennzeichnet) linearisiert. Damit werden nur noch kleine Abweichungen vom stationären Zustand betrachtet.

Gleichung 6-1 wird mit Hilfe des Taylorschen Satzes entwickelt und nach dem 1. Glied abgebrochen.

$$y = F_0(x_1 \dots x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F(x_1 \dots x_n)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i$$

6-4

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\delta F}{\delta x_i} * \Delta x_i$$

6-5

Bei Gleichung 6-5 handelt es sich nunmehr um einen linearen Zusammenhang mit Δx und Δy als den Abweichungen vom stationären Wert (Arbeitspunkt).

Für Gleichung 6-3 lässt sich damit angeben:

$$\Delta y = x_{10} \Delta x_2 + x_{20} \Delta x_1$$

6-6

Im Folgenden soll vorausgesetzt werden, dass alle Größen S sinusförmige Schwingungen mit der Frequenz $(1/\omega t)$ und der komplexen Amplitude $\underline{\Delta S}$ um den Arbeitspunkt S_0 ausführen. Damit lässt sich für $S(t)$ angeben:

$$S(t) = S_0 + \text{Re}(\underline{\Delta S} e^{j\omega t})$$

6-7

Unter dieser Voraussetzung sind auch in Gleichung 6-5 und 6-6 die Abweichungen als komplexe Werte zu interpretieren.

Teilsystem Drehfeldmaschine

Einzelmaschinenproblem

Das Differentialgleichungssystem einer Drehfeldmaschine ist bei Berücksichtigung der Drehmomentengleichung nichtlinear. Es muss deshalb linearisiert werden.

Die Ständerdifferentialgleichungen einer einzelnen Drehfeldmaschine lauten [/2/](#):

$$u_d = -p\varphi_d + \dot{\xi}\varphi_q - i_d R_d$$

6-8

$$u_q = -p\varphi_q + \dot{\xi}\varphi_d - i_q R_q$$

6-9

In linearisierter Form ergibt sich:

$$\underline{u}_d = -p\underline{\Delta\varphi}_d + \underline{\Delta\dot{\xi}}\varphi_{q0} + \dot{\xi}_0 \underline{\Delta\varphi}_q - \underline{\Delta i}_d R_d$$

6-10

$$\underline{u}_q = -p\underline{\Delta\varphi}_q + \underline{\Delta\dot{\xi}}\varphi_{d0} + \dot{\xi}_0 \underline{\Delta\varphi}_d - \underline{\Delta i}_q R_q$$

6-11

Mit

$$\Delta \underline{\varphi}_d = \Delta \underline{i}_d * \underline{x}_d(p) + \underline{G}(p) \Delta \underline{u}_{fd}$$

6-12

$$\Delta \underline{\varphi}_q = \Delta \underline{i}_q * \underline{x}_q(p)$$

6-13

ergeben sich die bekannten linearisierten Beziehungen für eine Einzelmaschine /2/ mit $p = j \omega$:

$$\underline{x}_d(p) = \underline{x}_d - p \frac{x_{hd}^2}{A(p)} \left[(r_{Dd} + r_{fd}) + p(x_{Dd} - 2x_{hd} + x_{fd}) \right]$$

6-14

$$\underline{G}(p) = \frac{x_{hd}}{A(p)} \left[r_{Dd} + p(x_{Dd} - x_{hd}) \right]$$

6-15

$$\underline{A}(p) = r_{Dd}r_{fd} + p(x_{Dd}r_{fd} + x_{fd}r_{Dd}) + p^2(x_{Dd}x_{fd} - x_{hd}^2)$$

6-16

Für die Querachse ergibt sich $\underline{x}_q(p)$ durch vertauschen der Indizes d und q.

Für das elektrische Moment gilt:

$$m_{el} = \varphi_d i_q - i_d \varphi_q$$

6-17

und damit in linearisierter Form:

$$\Delta \underline{m}_{el} = \varphi_{d0} \Delta \underline{i}_q - \varphi_{q0} \Delta \underline{i}_d + i_{q0} \Delta \underline{\varphi}_d - i_{d0} \Delta \underline{\varphi}_q$$

6-18

Aus der Bewegungsgleichung

$$p \dot{\xi} = \frac{1}{T_A} (m_{el} - m_{mech})$$

6-19

ergibt sich die linearisierte Gleichung

$$p \Delta \underline{\xi} = \frac{1}{T_A} (\Delta \underline{m}_{el} - \Delta \underline{m}_{mech})$$

6-20

Aus der weiteren Integration der Drehzahl kann für den Fall, dass der Wellenstrang als einzelne Masse behandelt wird, der Transformationswinkel ξ ermittelt werden. Mit diesem können die Größen vom rotierenden dq- in das stillstehende $\alpha\beta$ -System transformiert werden.

$$p\xi = \dot{\xi}$$

6-21

und linearisiert:

$$p\Delta\xi = \Delta\dot{\xi}$$

6-22

Die mit Index 0 gekennzeichneten, konstanten Mittelwerte (Arbeitspunkt) werden aus einer vorangegangenen Lastflussanalyse und der daran sich anschließenden Berechnung der stationären Zeigerdiagramme der Maschinen ermittelt.

Mehrmaschinenproblem

Das Verfahren soll es ermöglichen, Frequenzgänge einer Vielzahl von beliebig miteinander über ein Netz verbundenen Maschinen zu berechnen.

Dazu müssen alle Maschinen, wie es auch sonst im PSS NETOMAC Simulationsteil üblich ist auf ein gemeinsames ortsfestes Koordinatensystem ($\alpha\beta$ -System) bezogen werden.

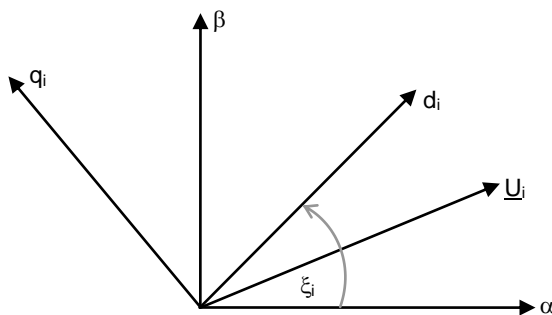


Bild 6.2: Transformation des rotierenden dq-Koordinatensystems einer Maschine (i) auf das gemeinsame $\alpha\beta$ -Bezugssystem des Netzes (ξ – Transformationswinkel)

In Raumzeigerdarstellung gilt

$$u_{\alpha} + ju_{\beta} = (u_d + ju_q)e^{-j\xi}$$

6-23

mit dem Transformationswinkel ξ zwischen der α - und der d-Achse.

Die Linearisierung der Gleichung führt zu der Beziehung:

$$(\Delta u_d + j\Delta u_q)e^{-j\xi_0} + j(U_{d0} + jU_{q0})e^{-j\xi_0}\Delta\xi = \Delta u_{\alpha} + j\Delta u_{\beta}$$

6-24

Nach Trennung von Real- und Imaginärteil ergibt sich:

$$\Delta \underline{u}_\alpha = \Delta \underline{u}_d' \cos \xi_0 + \Delta \underline{u}_q' \sin \xi_0$$

6-25

$$\Delta \underline{u}_\beta = -\Delta \underline{u}_d' \sin \xi_0 + \Delta \underline{u}_q' \cos \xi_0$$

6-26

mit

$$\Delta \underline{u}_d' = \Delta \underline{u}_d - U_{q0} \Delta \underline{\xi}$$

6-27

$$\Delta \underline{u}_q' = \Delta \underline{u}_q - U_{d0} \Delta \underline{\xi}$$

6-28

Durch die Linearisierung der Gleichung 6-23, d.h. der Berücksichtigung eines gemeinsamen Koordinatensystems, ergibt sich gegenüber der nichtlinearisierten Form einen zusätzlichen Term mit $\Delta \underline{\xi}$.

Die imaginäre Einheit j wird in diesem Fall zur Bildung von Raumzeigern verwendet. Erst nach Trennung des Raumzeigers in Real- und Imaginäreinheit dürfen die Abweichungen Δ als komplexe Werte angesehen werden, es sei denn, es wird eine zweite imaginäre Einheit für die Abweichungen (z.B. $k = \sqrt{-1}$) [/3/](#) benutzt.

$$S_d + jS_q$$

für reelle S_d und S_q

6-29

$$\Delta \underline{S}_d + j\Delta \underline{S}_q$$

für komplexe S_d und S_q

6-30

mit

$$\Delta \underline{S}_d = S_{Rd} + k\Delta S_{id}$$

6-31

bzw.

$$\Delta \underline{S}_q = S_{Rq} + k\Delta S_{iq}$$

6-32

Übertragungsnetz

Die Erfassung der Frequenzabhängigkeit des Netzes erfolgt nach [/4/](#).

Der Realteil eines beliebigen komplexen Zeigers S lässt sich bekanntlich durch

$$\operatorname{Re}(\underline{S}e^{j\omega t}) = \frac{1}{2}(\underline{S}e^{j\omega t} + \underline{S}^*e^{-j\omega t})$$

6-33

bilden.

Damit ergibt sich aus dem Linearisierungsansatz (Gleichung 6-7):

$$S(t) = S_0 + \frac{1}{2}(\Delta \underline{S}e^{j\omega t} + \Delta \underline{S}^*e^{-j\omega t})$$

6-34

Der zeitlichen Verlauf eines Stromes im $\alpha\beta$ -Bezugssystem ergibt sich aus

$$i(t) = \operatorname{Re}\left[(i_\alpha + j i_\beta)e^{j\omega_0 t}\right]$$

6-35

Mit $S = i_\alpha$ bzw. i_β ergibt sich aus den Gleichungen 6-34 und 6-35:

$$i(t) = \operatorname{Re}\left\{\left[i_{\alpha 0} + j i_{\beta 0} + \frac{1}{2}(\Delta i_{-\alpha} + j \Delta i_{-\beta})e^{j\omega t} + \frac{1}{2}(\Delta i_{-\alpha}^* + j \Delta i_{-\beta}^*)e^{-j\omega t}\right]e^{j\omega_0 t}\right\}$$

6-36

Die Ströme im Bezugssystem schwingen um die Ruhewerte mit einer komplexen Amplitude von

$$\frac{1}{2}(\Delta i_{-\alpha} + j \Delta i_{-\beta})$$

und der Seitenbandfrequenz

$$\omega_0 + \omega$$

bzw. einer komplexen Amplitude von

$$\frac{1}{2}(\Delta i_{-\alpha}^* + j \Delta i_{-\beta}^*)$$

und der Seitenbandfrequenz

$$\omega_0 - \omega$$

Für die Spannungen gilt die Ableitung analog.

$$u(t) = \operatorname{Re} \left\{ \left[U_{\alpha 0} + j U_{\beta 0} + \frac{1}{2} (\Delta u_{\alpha} + j \Delta u_{\beta}) e^{j\omega t} + \frac{1}{2} (\Delta u_{\alpha}^* + j \Delta u_{\beta}^*) e^{-j\omega t} \right] e^{j\omega_0 t} \right\}$$

6-37

Aus den Gleichungen 6-36 und 6-37 lässt sich für die Ströme und Spannungen ableiten:

$$\Delta i_{-\alpha} + j \Delta i_{-\beta} = \underline{Y}(\omega_0 + \omega)(\Delta u_{\alpha} + j \Delta u_{\beta})$$

6-38

$$\Delta i_{-\alpha}^* + j \Delta i_{-\beta}^* = \underline{Y}(\omega_0 - \omega)(\Delta u_{\alpha}^* + j \Delta u_{\beta}^*)$$

6-39

Diese beiden Gleichungen lassen sich zur Knotenpunkt-Admittanzmatrix zusammenfassen:

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{-\alpha} \\ \Delta i_{-\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta u_{\alpha} \\ \Delta u_{\beta} \end{bmatrix}$$

6-40

mit

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{2} \left[\underline{Y}(\omega_0 + \omega) + \underline{Y}^*(\omega_0 - \omega) \right]$$

6-41

$$\underline{Y}_{12} = \frac{1}{2} \left[\underline{Y}(\omega_0 + \omega) - \underline{Y}^*(\omega_0 - \omega) \right]$$

6-42

Teilsystem Regler

In dem Simulationsprogramm PSS NETOMAC ist ein Teilsystem "Regler" vorhanden, das die Differentialgleichungssysteme mit Hilfe einer blockorientierten Simulationssprache löst.

Die Eingabe der Strukturen und die Organisation des Rechenablaufs bleiben in dem Frequenzanalyseprogramm erhalten. Es ändern sich nur die Rechenvorschriften der einzelnen Blöcke.

Nichtlineare Blöcke werden entsprechend der im Abschnitt 6.1 gezeigten Vorgehensweise linearisiert. So ergibt sich z.B. für den Betrag einer Spannung:

$$u = \sqrt{u_{\alpha}^2 + u_{\beta}^2}$$

6-43

$$\Delta \underline{u} = \frac{-U_{\alpha 0}}{\sqrt{U_{\alpha 0}^2 + U_{\beta 0}^2}} \Delta \underline{u}_{\alpha} + \frac{-U_{\beta 0}}{\sqrt{U_{\alpha 0}^2 + U_{\beta 0}^2}} \Delta \underline{u}_{\beta}$$

6-44

mit den komplexen Abweichungen für den eingeschwungenen Zustand.

Im Übrigen werden die Übertragungsfunktionen der einzelnen Blöcke durch ihre Frequenzgänge ersetzt. So ergibt sich z.B. für ein Verzögerungsglied 1. Ordnung:

$$y = \frac{V}{1 + pT} x$$

6-45

$$\Delta \underline{y} = \frac{V}{1 + j\omega T} \Delta \underline{x}$$

6-46

Teilsystem Welle

Das Differentialgleichungssystem einer Welle lautet [/9/](#):

$$J\ddot{\varphi} + D\dot{\varphi} + K\varphi = M$$

6-47

mit

- φ ... Vektor der Drehwinkel
- M ... Vektor der äußeren Momente
- D ... Dämpfungsmatrix
- K ... Federmatrix
- J ... Trägheitsmoment

Da im allgemeinen nur die modale Dämpfung (D_m) eines Wellensystems bekannt ist (d.h. die Dämpfung bei Anregung der Welle in der entsprechenden Eigenfrequenz), wird die Gleichung diagonalisiert, d.h. einer Ähnlichkeitstransformation unterworfen.

$$\varphi = Tq$$

6-48

$$T^{-1}JT\ddot{q} + T^{-1}DT\dot{q} + T^{-1}KTq = T^{-1}M$$

6-49

$$\text{diag } J_m \ddot{q} + \text{diag } D_m \dot{q} + \text{diag } K_m q = T^{-1} M$$

6-50

Die Gleichung lässt sich linearisieren:

$$-\text{diag } J_m \omega^2 \Delta q + j \text{diag } D_m \omega \Delta q + \text{diag } K_m \Delta q = T^{-1} \Delta m$$

6-51

$$\text{diag } (-J_m \omega^2 + j D_m \omega + K_m) \Delta q = T^{-1} \Delta m$$

6-52

Die modalen Verdrehwinkel Dq und Drehzahlen lassen sich mit Gleichung 6-48 wieder in den Originalbereich zurücktransformieren.

Teilsystem "Variable P/Q-Last"

Der Ausgang eines Reglers kann vom Anwender als Erregerspannung oder Antriebsmoment vorgegeben werden. Er kann aber auch als "Variable Wirk- bzw. Blindleistung" (P/Q-Last) vorgegeben werden, die an den spezifizierten Knoten in das Netz einspeist. Damit ist es z.B. einfach möglich, Pulslasten oder auch eine oder mehrere HGÜ mit deren Regelung nachzubilden.

Aus

$$P + jQ = \underline{U}^* \underline{I}$$

6-53

ergibt sich der in das Netz einzuprägende Knotenpunktsstrom

$$\underline{I} = \frac{P - jQ}{\underline{U}^*}$$

6-54

Wird diese Gleichung unter der Berücksichtigung linearisiert, dass die Netzgleichungen im $\alpha\beta$ -System notiert sind, ergibt sich:

$$\Delta i_{-\alpha} = \frac{\underline{R}^* \underline{U}_{\alpha 0} + \underline{I}^* \underline{U}_{\beta 0}}{\underline{U}_0^* \underline{U}_0}$$

6-55

$$\Delta i_{-\beta} = \frac{-\underline{I}^* \underline{U}_{\alpha 0} + \underline{R}^* \underline{U}_{\beta 0}}{\underline{U}_0^* \underline{U}_0}$$

6-56

mit

$$\underline{R} = -\underline{I}_{\alpha 0} * \Delta \underline{u}_{\alpha} - \underline{I}_{\beta 0} \Delta \underline{u}_{\beta} + \Delta \underline{p}$$

6-57

$$\underline{I} = -\underline{I}_{\alpha 0} * \Delta \underline{u}_{\beta} + \underline{I}_{\beta 0} \Delta \underline{u}_{\alpha} + \Delta \underline{q}$$

6-58

2.5.2 Kopplung der Teilsysteme

Die Kopplung der Teilsysteme Netz, Maschine und Regler erfolgt iterativ mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens [/5/](#).

Für die Funktion $\underline{F}(\underline{x}) = 0$ lässt sich der Vektor der Variablen \underline{x} mit Hilfe von

$$\underline{x}_{n+1} = \underline{x}_n - \underline{J}_n^{-1} \underline{F}_n$$

6-60

ermitteln.

Die Matrix der partiellen Ableitungen

$$\underline{J} = \frac{\delta \underline{F}}{\delta \underline{x}}$$

6-61

wird Jacobimatrix genannt.

Um die Teilsysteme miteinander zu verbinden wird der Ansatz gemacht, dass die Schnittstellengrößen \underline{x} des n-ten und des (n-1)-ten Iterationsschritts gleich werden.

$$\underline{x}_n - \underline{x}_{n-1} = \underline{F}(\underline{x}) = 0$$

6-62

Pro Maschine existieren folgende 4 Schnittstellen zum äußeren System:

$\Delta \underline{i}_{\alpha}$... Klemmstrom α -Achse
 $\Delta \underline{i}_{\beta}$... Klemmstrom β -Achse
 $\Delta \underline{i}_{fd}$... Erregerspannung
 $\Delta \underline{i}_{mech}$... Antriebsmoment

Damit ergibt sich für die Jacobimatrix bei einer Anzahl von m Maschinen und r "Variablen P/Q-Lasten":

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \delta \underline{F}_1 / \delta \underline{x}_1 & \cdots & \delta \underline{F}_1 / \delta \underline{x}_{4m} & \cdots & \delta \underline{F}_1 / \delta \underline{x}_{4m+2r} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \delta \underline{F}_{4m} / \delta \underline{x}_1 & \cdots & \delta \underline{F}_{4m} / \delta \underline{x}_{4m} & \cdots & \delta \underline{F}_{4m} / \delta \underline{x}_{4m+2r} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta \underline{F}_{4m+2r} / \delta \underline{x}_1 & \cdots & \delta \underline{F}_{4m+2r} / \delta \underline{x}_{4m} & \cdots & \delta \underline{F}_{4m+2r} / \delta \underline{x}_{4m+2r} \end{bmatrix}$$

6-63

Die partiellen Ableitungen $\delta F / \delta x$ werden bei der Berechnung durch den Differenzenquotienten $\Delta F / \Delta x$ ersetzt. Die Koeffizienten der Jacobimatrix müssen für jeden Frequenzschritt neu bestimmt werden. Da das System voraussetzungsgemäß linear ist, sind die Koeffizienten konstant und die Iteration konvergiert nach nur einem einzigen Umlauf.

Da der Aufbau der Matrix und deren Inversion sehr rechenintensiv ist, wird der Aufbau der Matrix im Programm nicht bei jedem Frequenzschritt durchgeführt. Vielmehr wird die für die Frequenz f_0 aufgestellte Jacobimatrix auch für weitere Frequenzen $f \neq f_0$ beibehalten, bis die Anzahl der daraufhin ansteigenden Iterationen für eine Frequenz größer als 10 wird.

Der Versuch, die Jacobimatrix zur Verringerung der Rechenzeit zu entkoppeln, führte nicht in allen Fällen zur Konvergenz.

Da das Gesamtsystem linear ist, wäre die eingesetzte, iterative Kopplung der Teilsysteme nicht nötig, es könnte für dieses Problem auch eine allgemeine Matrixlösung gefunden werden.

Der Vorteil des beschriebenen Verfahrens liegt in der Beibehaltung der Schnittstellen, die durch das schon vorhandene Simulationsprogramm PSS NETOMAC vorgegeben waren. Somit konnte eine Vielzahl von Unterprogrammen und ein Großteil der Programmorganisation für diesen neuen linearisierten Teil übernommen werden. Auch die Erweiterung um neue Teilsysteme ist damit einfach möglich, diese können wie ein "Rucksack" angehängt werden, ohne die Gesamtstruktur zu ändern.

2.5.3 Anwendungsbeispiel

Bild 6.3 zeigt als Anwendungsbeispiel den Frequenzgang eines Generators am frequenzstarrten Netz. Es sind zum einen der Betrag und die Phase als Funktion der anregenden Frequenz dargestellt, zum anderen die Ortskurve in der komplexen Ebene.

Der Generator wird mit einem Turbinenmoment unterschiedlicher Frequenz angeregt. Es zeigen sich in dem Bild 6.3 deutlich 4 Resonanzstellen, 3 scharf abgestimmte, die von dem Torsionsschwingungssystem der Welle herrühren, und eine flache bei ca. 0,9 Hz, die von der Eigenfrequenz des Generators mit dem verwendeten Spannungsregler herrührt.

Die Ergebnisse wurden mit dem Simulationsprogramm PSS NETOMAC sowohl für den Einmaschinenfall, als auch für den Mehrmaschinenfall überprüft, indem das betrachtete System durch ein sinusförmiges Antriebsmoment mit kleiner Amplitude (1%) angeregt wurde. Es ergab sich in allen Fällen eine nahezu völlige Übereinstimmung.

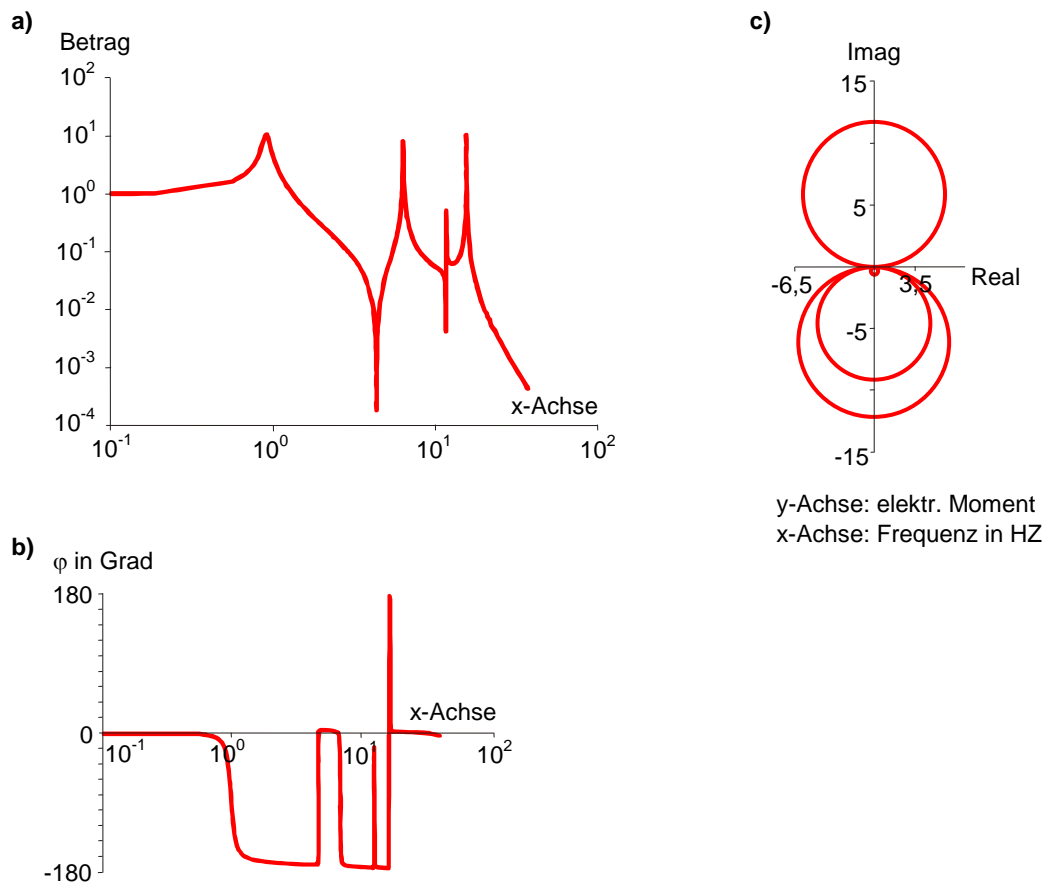


Bild 6.3: Frequenzgang des elektrischen Moments bei Anregung des Turbosatzes mit dem mechanischen Moment von 1 pu

a) Betrag
b) Phase
c) Ortskurve

2.5.4 Literatur

/1/ Kulicke, B.:

Digitalprogramm NETOMAC zur Simulation elektromechanischer und elektromagnetischer Ausgleichsvorgänge in Drehstromnetzen.
Elektrizitätswirtschaft (1979) H. 1, S. 18-23

/2/ Bonfert, K.:

Betriebsverhalten der Synchronmaschine.
Springer 1962

/3/ Hosemann, O.:

Drehstromnetze in Zwei-Achsen-Komponenten.
ETZ-Archiv 92 (1971) H. 11, S. 618-622

/4/ Hartenstein, R.:

Erzwungene Schwingungen von Drehstrommaschinen mit ungleichförmigem Antriebsmoment, die über ein beliebiges Netz miteinander verbunden sind.
Dissertation TH Darmstadt 1970

/5/ Schmidt, H.H.:

Digitale Nachbildung umfangreicher dynamischer Systeme am Beispiel eines Netzmodells mit Drehstrom- und Gleichstromübertragung.
Dissertation TU Braunschweig 1973

/6/ IEEE SSR Working Group:

Countermeasures to Subsynchronous Resonance Problems.
Paper F 79 754-3 presented at IEEE PES Summer Meeting, Vancouver, Juli 1979

/7/ Piwko, R.J.; Larsen, E.V.; Petl, H.S.:

The effect of HVDC Systems on turbine-generator torsional vibrations.
Presented at the 1981 American Power Conference Chicago, Illinois, April 28, 1981

/8/ Föllinger, O.:

Regelungstechnik.
Dr. Alfred Hüthig Verlag 1984

/9/ Berger, H.; Kulig, T.:

Erfassung der Dämpfung bei Torsionsschwingungen großer Turbosätze.
VDI-Berichte Nr. 320, 1978

2.6 Erregersysteme, Turbine und Turbinenregelung

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- [Erregersysteme](#)
- [Turbine und Turbinenregelung](#)
- [Literatur](#)

2.6.1 Erregersysteme

Aus der Vielzahl der Erregersysteme wird die häufig eingesetzte RG-Erregung (Rotierende Gleichrichter) ausgewählt, um an diesem Beispiel die prinzipielle Vorgehensweise darzustellen.

Für die nicht behandelten Erregersysteme sind in [/1/](#) und [/2/](#) Blockschaltbilder veröffentlicht, für andere Erregersysteme sind herstellersistenspezifische Angaben notwendig.

Bild 7.1 zeigt das Prinzipschaltbild einer Spannungsregelung mit rotierenden Gleichrichtern.

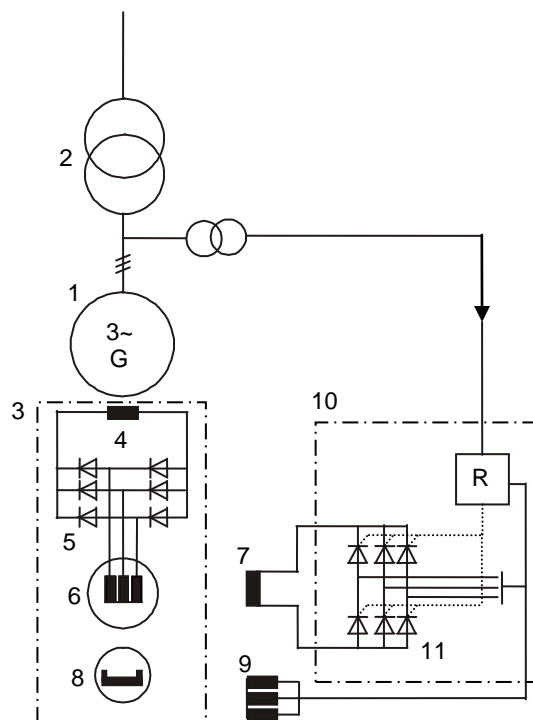
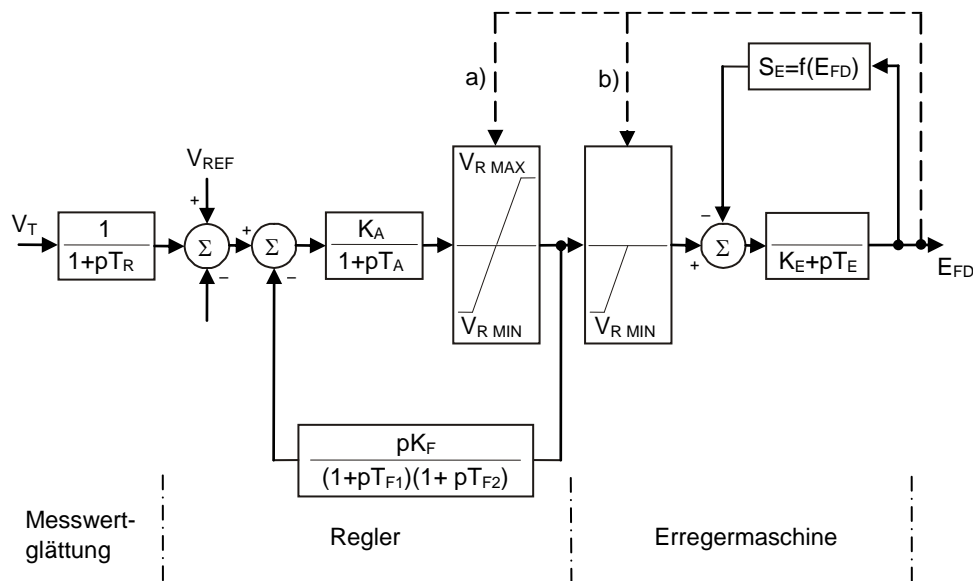


Bild 7.1: Erregung mit rotierenden Gleichrichtern (RG-Erregung) ohne Schleifringe

- 1 ... Synchrongenerator
- 2 ... Blocktransformator
- 3 ... Rotierender Teil des Maschinensatzes
- 4 ... Generatorfeldwicklung
- 5 ... Dioden-Drehstrombrücke (rotierend)
- 6 ... Drehstrom-Haupterregemaschine (rotierender Teil)
- 7 ... Feldwicklung der Drehstrom-Haupterregemaschine
- 8 ... Permanentpol-Hilferregemaschine (rotierender Teil)
- 9 ... Drehstrom-Ankerwicklung der Hilferregemaschine
- 10 ... THYRISIM-Spannungsregler
- 11 ... Thyristorstromrichter, Ausgangsstufe des Spannungsreglers

Für dieses Erregersystem lässt sich das in Bild 7.2 dargestellte Modell angeben. Das Blockschaltbild lässt sich in die folgenden 3 Bereiche unterteilen:

- Messwerterfassung mit Glättung
- Regler
- Erregemaschine



a) Stoßerregungsbegrenzung: $E_{FD} > E_{FD \text{ MAX}}$ schaltet $V_{R \text{ MAX}2}$ auf $V_{R \text{ MAX}1}$

b) $V_{R \text{ MIN}} = 0$ für $E_{FD} \leq 0$ (Gleichrichternachbildung)

Bild 7.2: Blockschaltbild einer RG-Spannungsregelung

Modelle von Erregermaschinen

Fremderregte Gleichstrom-Erregermaschine

In Bild 7.3 ist die Ersatzschaltung einer fremderregten Gleichstrom-Erregermaschine angegeben.

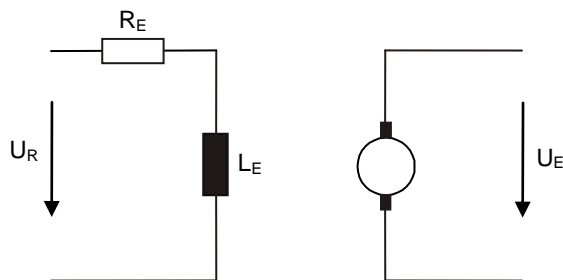


Bild 7.3: Ersatzschaltung einer fremderregten Gleichstrom-Erregermaschine

Aus Bild 7.3 lässt sich folgende Differentialgleichung aufstellen:

$$pL_E I_E = -R_E I_E + U_E$$

7-1

Ist der Zusammenhang zwischen Erregerstrom der Erregermaschine I_E und der Erregerspannung des Generators U_f linear, so ergibt sich aus Gleichung 7-1 ein Verzögerungsglied 1. Ordnung. Im Allgemeinen besteht ein nichtlinearer Zusammenhang wie er sich aus der in Bild 7.4 dargestellten Belastungskurve ergibt.

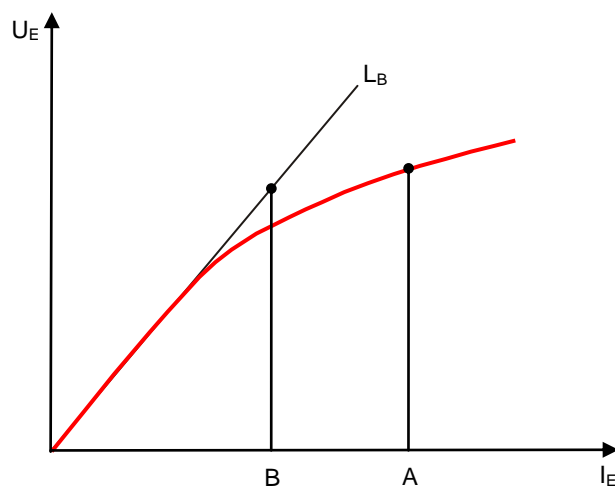


Bild 7.4: Belastungskennlinie einer fremderregten Gleichstrom-Erregermaschine

Aus Bild 7.4 lässt sich der Erregerstrom I_E mit $S(U_E)$ als Sättigungsfunktion wie folgt angeben:

$$I_E = \frac{U_E}{L_B} + S(U_E) * U_E$$

7-2

Beim Übergang auf bezogene Größen (klein geschrieben) wird durch folgende Bezugsgrößen dividiert:

- U_{f0} ... Leerlauferregerspannung des Generators (Bild 7.5)
- I_{f0} ... Erregerstrom des Generators bei U_{f0}
- I_{E0} ... Erregerstrom der Erregermaschine bei U_{f0}
 $I_{E0} = U_{f0}/L_B$ (Bild 7.4)
- U_{R0} ... Eingangsspannung der Erregermaschine bei U_{f0}
 $U_{R0} = R_E * I_{E0}$ (= Ausgangsspannung Regler)
- $S(U_E)$... Sättigungsfunktion

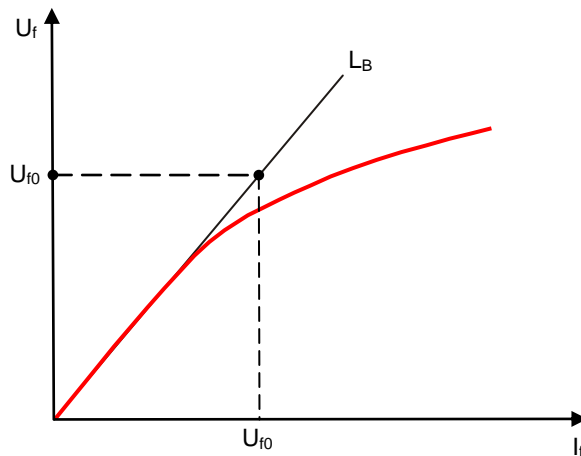


Bild 7.5: Leerlaufkennlinie eines Generators

U_{f0} Leerlauferregerspannung auf Luftspaltkennlinie bezogen erzeugt Nennspannung

Aus Gleichung 7-1 folgt:

$$p L_E \frac{i_E}{I_{E0}} = -R_E \frac{i_E}{I_{E0}} + \frac{U_R}{I_{E0}} * \frac{R_E}{R_E}$$

7-3

$$p \frac{L_E}{R_E} i_E = -i_E + u_E$$

7-4

Aus Gleichung 7-2 folgt dann:

$$\frac{i_E}{I_{E0}} = \frac{u_E}{I_{E0} L_B} + s(u_E) * \frac{u_E}{I_{E0}}$$

7-5

$$i_E = u_E + s(u_E) * u_E$$

7-6

Für $s(u_E)$ gilt nach Bild 7.4:

$$s(u_E) = \frac{A - B}{B}$$

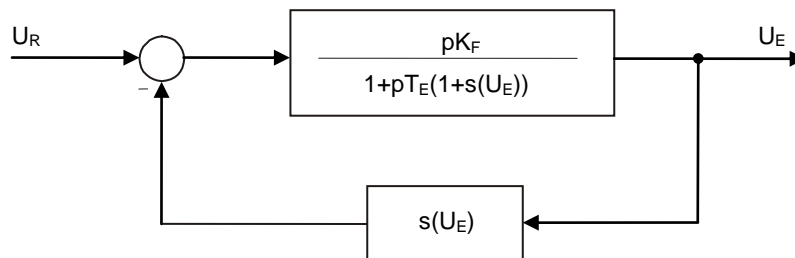
7-6

Dies in Gleichung 7-4 eingesetzt, ergibt:

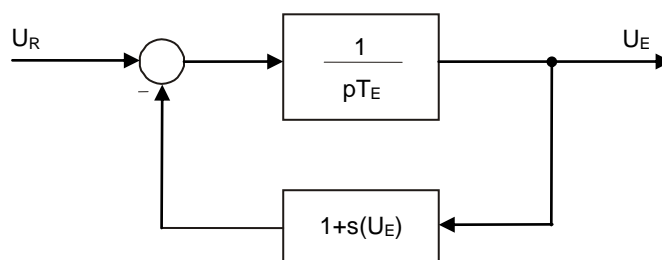
$$p(T_E(1 + s(u_E)))u_E = -(1 + s(u_E))u_E * u_R$$

7-7

Diese Differentialgleichung lässt sich als Blockschaltbild, wie in Bild 7.6 abgebildet, darstellen.



Blockschaltbild einer Gleichstrom-Erregermaschine
 $s(U_E)$ – Sättigungsfunktion



Vereinfachung: $1+s(U_E) = 1$

Bild 7.6: Fremderregte Gleichstrom-Erregermaschine

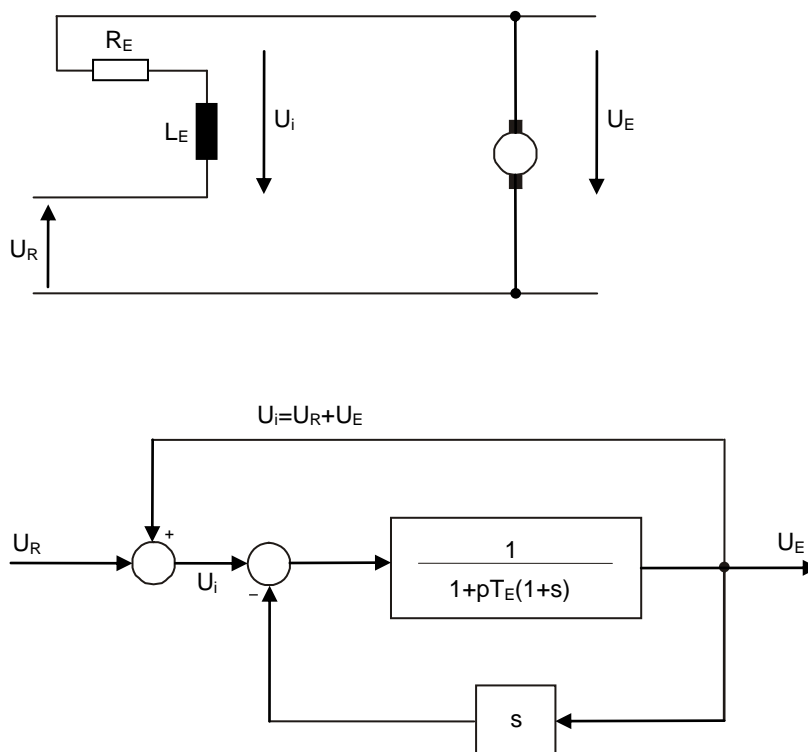
Selbsterregte Gleichstrom-Erregermaschine

Die selbsterregte Gleichstrom-Erregermaschine lässt sich leicht aus der fremderregten gewinnen, indem die Reihenschaltung

$$U_i = U_R + U_E$$

7-8

gebildet wird. Daraus ergibt sich die in Bild 7.7 dargestellte Ersatzschaltung mit dem dazugehörigen Blockschaltbild.

**Bild 7.7: Selbsterregte Gleichstrom-Erregermaschine****a) Ersatzschaltung****b) Blockschaltbild**

RG-Erregersystem

In Bild 7.1 ist die RG-Erregermaschine als fremderregte Gleichstrommaschine nachgebildet, wobei von folgender Vereinfachung ausgegangen wurde:

$$V_{R \text{ Min}} = 0 \text{ für } E_{fd} \leq 0$$

Dabei wurden folgende Punkte vernachlässigt:

- der Kommutierungsspannungsfall des (rotierenden) Gleichrichters
- die Ankerrückwirkung der Drehstrom-Erregermaschine (Synchronmaschine)

In Bild 7.8 ist die Ersatzschaltung eine Erregermaschine mit einem Gleichrichter in Drehstrombrückenschaltung angegeben.

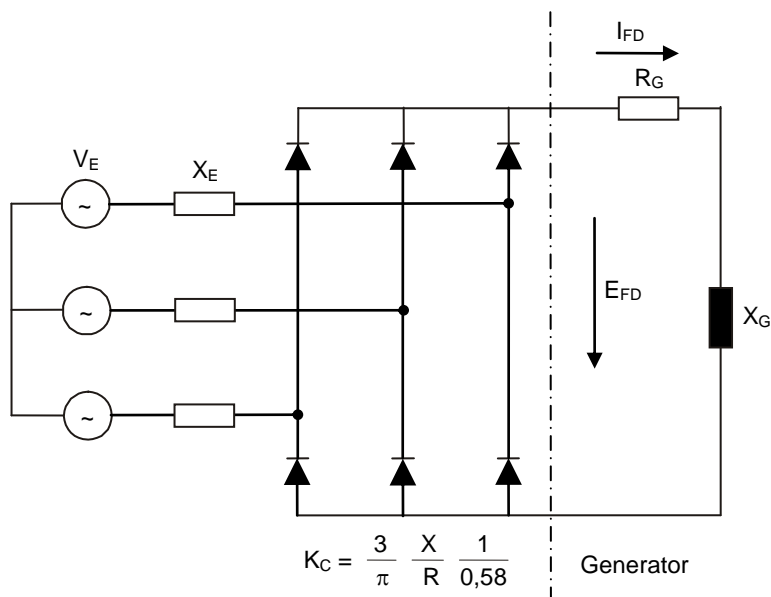
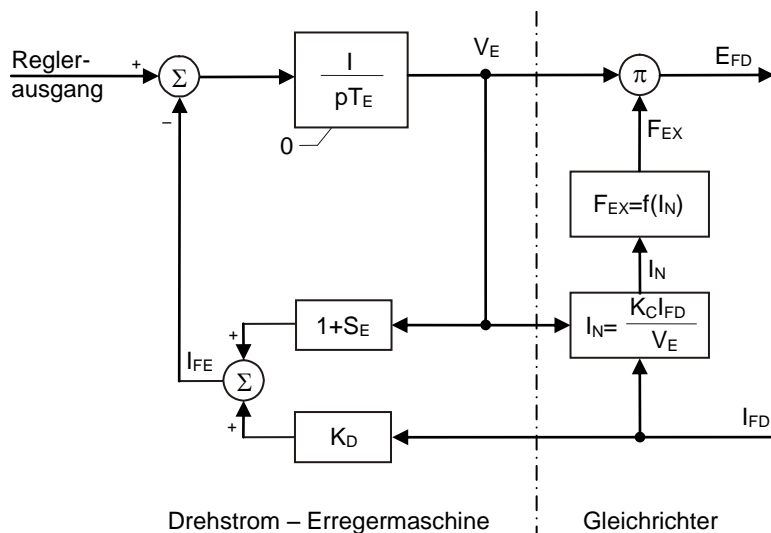


Bild 7.8: Erregermaschine mit Gleichrichter in Drehstrombrückenschaltung

Aus dieser Ersatzschaltung lässt sich das aus [/2/](#) entnommene Blockschaltbild einer Drehstromerregemaschine ableiten, das in Bild 7.9 dargestellt ist. Dieses verbesserte Modell berücksichtigt die Rückkopplung des Erregerstroms des Generators I_{FD} . Die Ankerrückwirkung wird über den Faktor K_D berücksichtigt. Außerdem ist eine Stoßerregungsbegrenzung berücksichtigt, die auf den Erregerstrom der Erregermaschine I_{FE} reagiert.

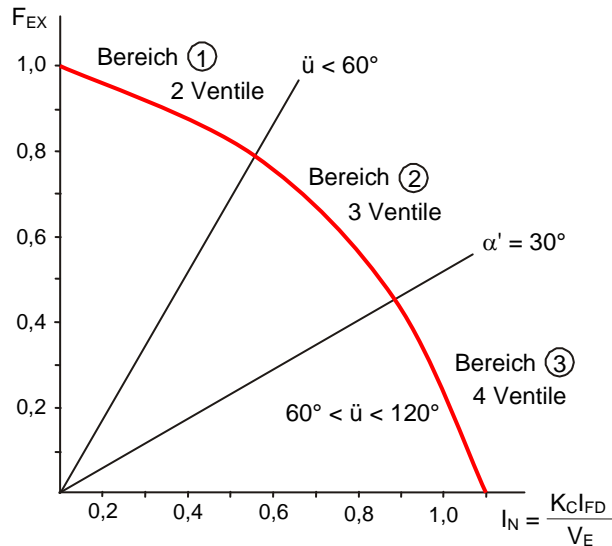


I_{FE} ... Erregerstrom Erregermaschine

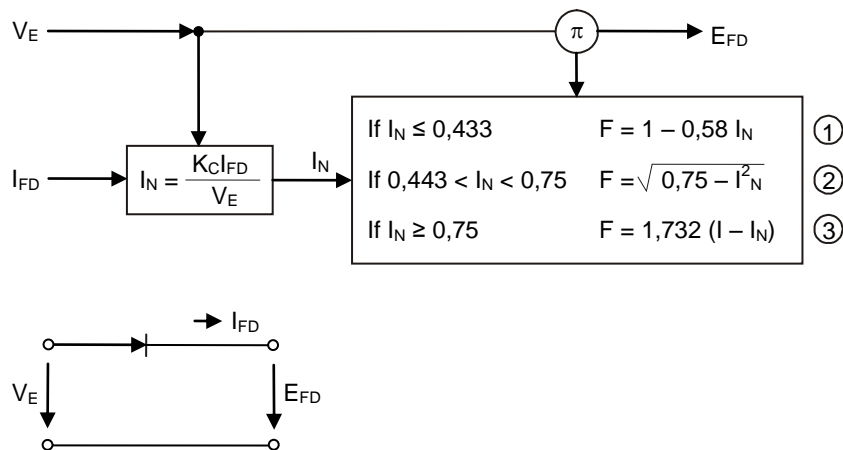
I_{FD} ... Erregerstrom Generator

Bild 7.9: Modell einer Drehstromerregemaschine mit Rückkopplung von I_{FD} nach [/2/](#)

Die Nachbildung des Diodenrades erfolgt über die Funktion F_{EX} in Abhängigkeit vom normierten Belastungsstrom I_N . Wie in Bild 7.10a dargestellt ergeben sich bei Steigerung des Belastungsstromes eines Gleichrichters 3 Bereiche mit Überlappungswinkeln $\ddot{u} < 60^\circ$, $\ddot{u} = 60^\circ$ und $60^\circ < \ddot{u} < 120^\circ$. Dementsprechend ergibt sich die normierte Ausgangsspannung F_{EX} . Mit dieser kann dann der Gleichrichter nachgebildet werden, wie in Bild 7.10b dargestellt.



a) Kommutierungsspannungsabfall F_{EX} eines Gleichrichters in Drehstrombrückenschaltung
 I_N normierter Belastungsstrom



b) Nachbildung eines Gleichrichters

Bild 7.10: Darstellung des Diodenrades /2/

2.6.2 Turbine und Turbinenregelung

Zu den wichtigsten Aufgaben der elektrischen Energieversorgung gehört die fortlaufende Anpassung der Energieerzeugung an den sich ändernden Leistungsbedarf. Diese Aufgabe kann bei einem Betrieb mit Dampfturbinenanlagen nur durch die verschiedenen Regelkreise dieser Anlage erreicht werden, wobei die wichtigsten Regelgrößen die am Generator abgegebene Leistung und die Frequenz im angeschlossenen Netz sind.

Da nur der Betrieb von Generatoren im Netzverbund mit anderen Generatoren in diesem Abschnitt betrachtet werden soll, werden spezielle Betriebsarten der Turbine wie Hochlauf (drehzahl geregelt) oder Betrieb unterhalb einer Mindestlast (vordruckgeregelt) nicht behandelt.

Regelung

In den folgenden Kapiteln werden die Modelle der einzelnen Komponenten der Dampfturbinenregelung beschrieben. Bild 7.11 zeigt das Prinzipschaltbild einer Dampfturbinenregelung.

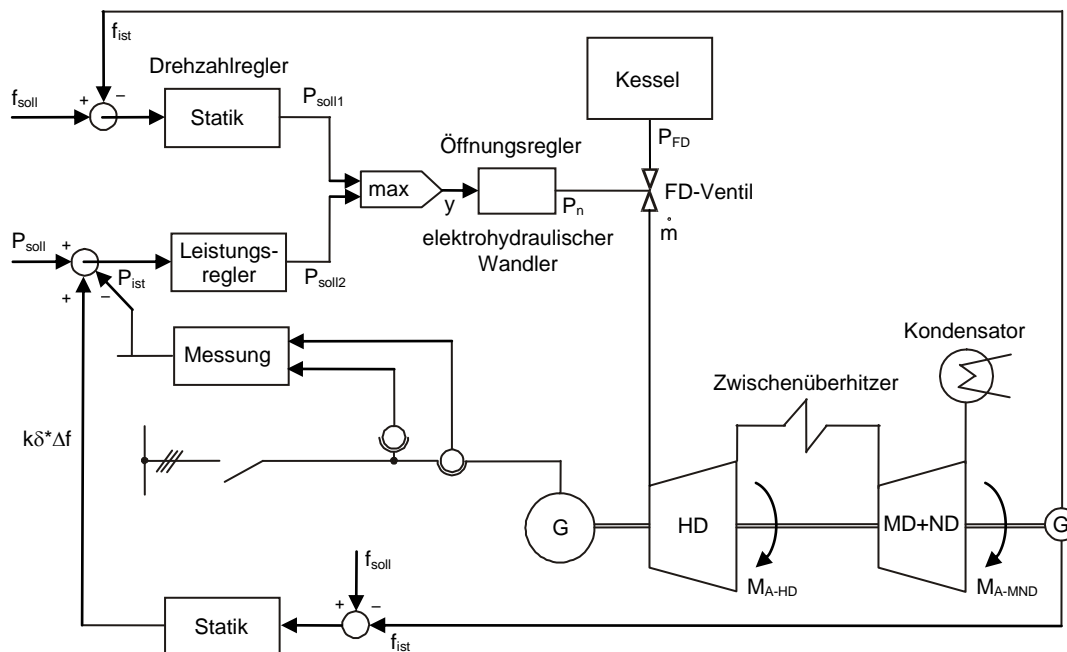


Bild 7.11: Prinzipschaltbild einer Dampfturbinenregelung

Drehzahlregelung

Die Regeldifferenz $f_{soll} - f_{ist}$ wird auf den Drehzahlregler gegeben, der als PID-Verstärker aufgebaut ist. Der Integralteil ist dabei als Verzögerungsglied ausgebildet, um dem Drehzahlregler in eingeschwungenem Zustand proportionales Verhalten zu geben und damit die gewünschte Statik einstellen zu können.

Leistungsregelung

Neben der Drehzahlregelung ist eine Leistungsregelung über einen Verstärker mit PI-Verhalten vorhanden. Die Ausgänge des proportional wirkenden Drehzahlreglers und des integralen Leistungsreglers werden zu einem gemeinsamen Öffnungssollwert für die Turbinenstellventile addiert (neuerdings auch über eine Maximalauswahl). Im stationären Betrieb bestimmt die Leistungsregelung die abgegebene Leistung.

Der gesamte Regelkreis, der in Bild 7.12 als Blockschaltbild dargestellt ist, kann damit als Leistungsregelkreis mit Drehzahlaufschaltung betrachtet werden.

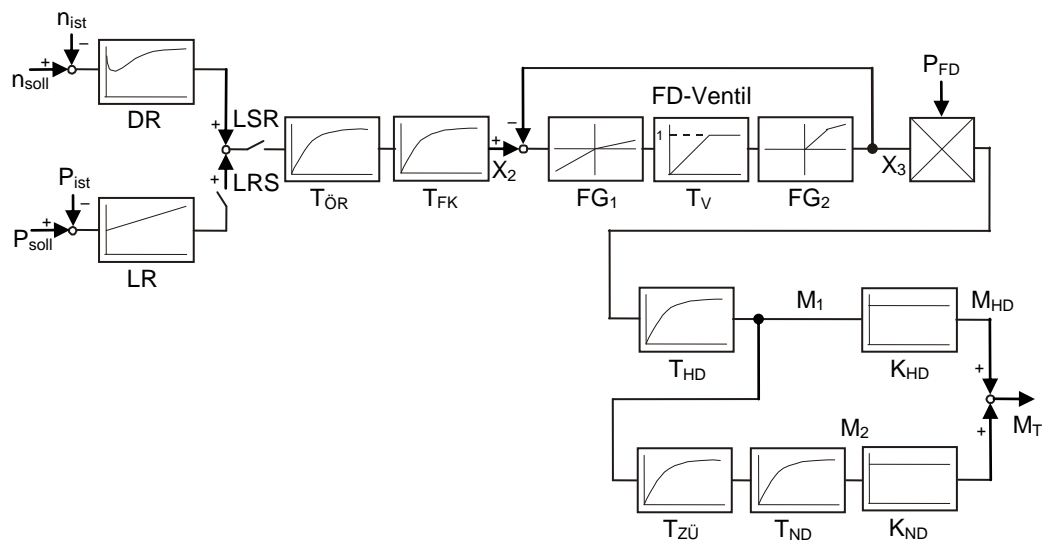


Bild 7.12: Turbinenregelung (960 MW Sattdampfturbine)

Durch Öffnen des Leistungsreglerschalters LRS ist es möglich, den Drehzahlregler mit seiner Statik alleine wirken zu lassen. Dies ist einerseits notwendig, wenn der Generator in ein Inselnetz speist und zur Frequenzhaltung im Netz beitragen soll, andererseits dient die Abschaltung des Leistungsreglers der Abfangsicherheit der Turbine.

Das Leistungssprungrelais, das durch den Schalter LSR nachgebildet wird, ist ebenfalls zur Beherrschung des Lastabwurfs vorgesehen. Als redundante Sicherheitseinrichtung greift es unmittelbar in die Hydraulik des Stellantriebes ein, um die Stellventile rasch zu schließen. Wird es z.B. bei einem Kurzschluss angeregt, so springt das Signal X1 auf null und die Ventile werden mit maximaler Geschwindigkeit geschlossen. Nach einer vorgegebenen Zeit von z.B. 1,5 s verschwindet diese Anregung jedoch und die Ventile beginnen wieder zu öffnen.

Leistungs-Frequenz-Regelung

Die Sekundärregelung wird meist als Leistungs-Frequenzregelung (LFR) ausgeführt. Bild 7.13 zeigt das Blockschaltbild einer LFR.

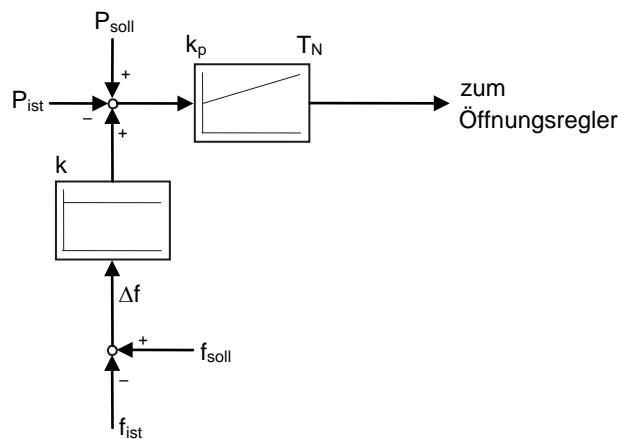


Bild 7.13: Blockschaltbild des Leistungs-Frequenzreglers

Es wird ein Summensollwert der Leistung P'_{soll} gebildet, indem k die Leistungszahl ist.

$$P'_{soll} = P_{soll} + k \Delta f$$

Die dazugehörige Frequenz-Leistungskennlinie ist in Bild 7.14 dargestellt.

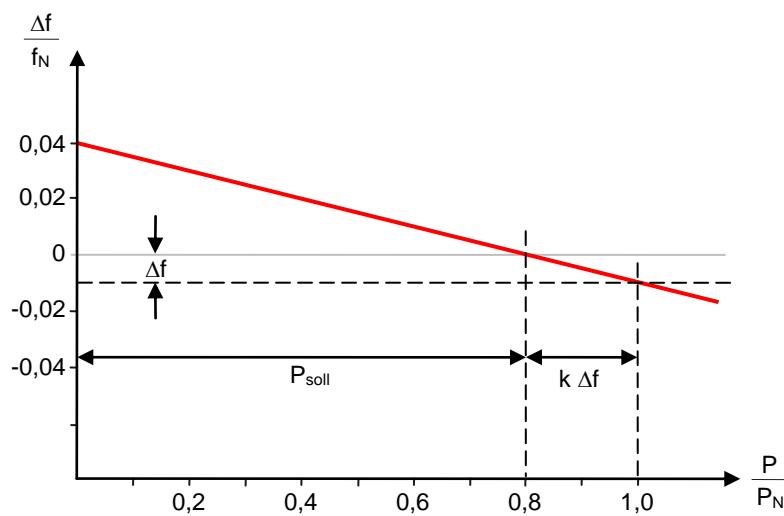


Bild 7.14: Frequenz-Leistungskennlinie

Öffnungsregler mit Folgekolbensystem

Die Umwandlung der elektrischen Stellgröße y in den Regelöl Druck p_n , (siehe Bild 7.15) geschieht mit Hilfe eines Öffnungsreglers mit nachgeschaltetem elektrohydraulischem Wandler.

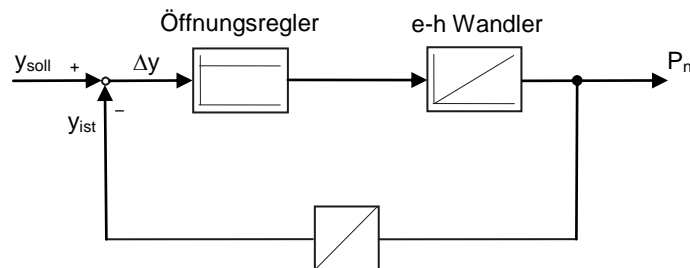


Bild 7.15: Blockschaltbild des Öffnungsreglers mit elektrohydraulischem Wandler

Das Verhalten des elektrohydraulischen Wandlers stellt ein reines Integralglied dar /4/; der Öffnungsregler ist als P-Regler mit konstanter Verstärkung ausgeführt /4/. Fasst man obige Regelkreisstruktur zusammen, so kann der Öffnungsregler mit nachgeschaltetem e-h-Wandler durch die einfache Übertragungsfunktion eines VZ1-Gliedes mit der Zeitkonstante $T_{ÖR}$ nachgebildet werden.

$$F(p) = \frac{1}{1 + pT_{ÖR}}$$

7-9

Genaue Angaben über elektrohydraulische Systeme zur Regelung von Dampfturbinenanlagen werden in /5/ gemacht, dort wurde auch ein mittlerer Wert für $T_{ÖR}$ von 0,1 sec entnommen.

Dem Öffnungsregler ist das Folgekolbensystem nachgeschaltet, das ebenfalls durch ein VZ1-Glied mit der Zeitkonstanten T_{FK} nachgebildet werden kann.

Stellventil

Einige Beachtung verlangen die Verhältnisse beim Dampfsteuerventil. Unterschiedliche Geschwindigkeiten beim Auf- und Zusteuern bzw. der nichtlinearer Zusammenhang von Ventilöffnung und Dampfdurchsatz müssen hier berücksichtigt werden. Ausführlich wird die Darstellung des dynamischen Verhaltens von Dampfsteuerventilen in /6/ behandelt. In Anlehnung an diese Ausführungen kann das Blockschaltbild nach Bild 7.16 gezeichnet werden.

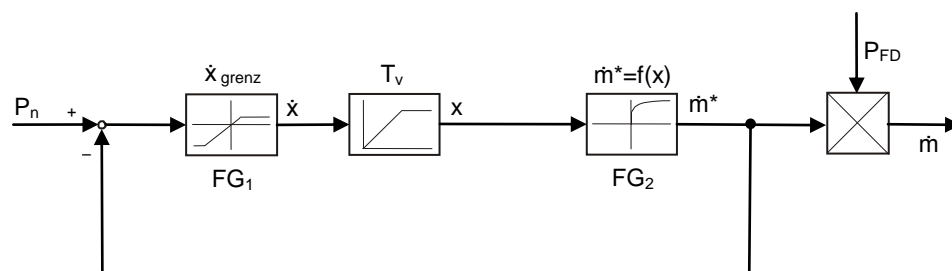


Bild 7.16: Blockschaltbild des nicht linearen Stellglieds Dampfsteuerventil

Im Wesentlichen verhält sich das Dampfsteuerventil wie ein integrierendes Element mit einer Rückführung der Ausgangsgröße. Durch die Rückführung der Ausgangsgröße \dot{m}^* (Massendurchsatz des Ventils) wird im stationären Zustand ein proportionaler Zusammenhang zwischen Regelöl Druck p_n und Massendurchsatz \dot{m}^* hergestellt.

Im dynamischen Fall, bei großen Änderungen des Eingangssignals p_n , arbeitet das Ventil aus konstruktiven Gründen geschwindigkeitsbegrenzt. Die maximale Stellgeschwindigkeit \dot{x}_{grenz} des Ventils ist stark unterschiedlich bei auf- bzw. zustuerndem Vorgang. Bei aufsteuerndem Ventil geschieht die Bewegung des Ventilkegels mit einer minimalen Stellzeit von ca. 2 sec für den gesamten Ventilhub. Bei zustuerndem Ventil werden größere Querschnitte für das Drucköl freigegeben, so dass hierbei Stellzeiten von 0,25 sec erreicht werden. Der Funktionsgeber FG_1 vor dem Integrator sorgt für die unterschiedlichen Geschwindigkeiten.

Der Integrator T_V bildet den hydraulischen Stellantrieb nach, die Ausgangsgröße ist der Ventilhub.

Das Ventil hat eine mechanische Hubbegrenzung, der ein maximaler Ventilöffnungsquerschnitt x_{max} entspricht (Interne Begrenzung des Integrierers!). Der Block FG_2 bildet die Durchflussskennlinie ab.

Für den Durchfluss durch ein Dampfventil ist neben dem freigegebenen Querschnitt und dem Dampfzustand vor dem Ventil vor allem das Druckverhältnis zwischen dem Druck p_2 hinter und dem Druck p_1 vor dem Ventil maßgebend.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_1 - p_V}{p_1} = 1 - \frac{p_V}{p_1}$$

7-10

Mit kleiner werdenden Druckverlusten p_V nimmt der spezifische Dampfdurchsatz außerordentlich stark ab, d.h., um den gleichen Dampfstrom mit verringertem Druckabfall durch ein Ventil durchzusetzen, muss der Querschnitt sehr stark erhöht werden. Dies bedeutet für die praktische Anwendung, dass mit abnehmender Druckdifferenz am Ventil eine wesentliche Hubvergrößerung erforderlich ist, obwohl der Dampfstrom je Hubänderung kaum mehr ansteigt. Dieser Sachverhalt wird durch das Kennlinienglied $\dot{m}^* = f(x)$ (Bild 7.17) berücksichtigt.

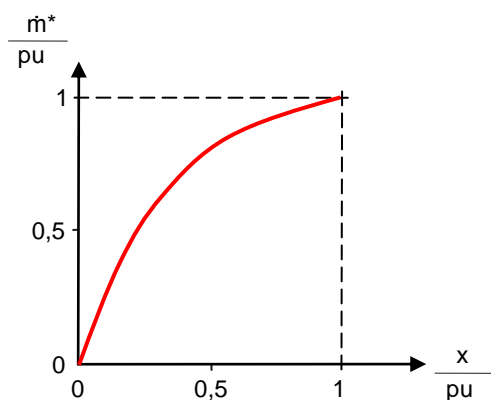


Bild 7.17: Dampfdurchsatz als Funktion des Ventilhubes

Das Produkt aus dem Massendurchsatz (Ventilöffnungsquerschnitt) \dot{m}^* und dem Frischdampfdruck p_{FD} ist ein Maß für den Dampfstrom \dot{m} durch das Ventil.

$$\dot{m} = p_{FD} * \dot{m}^*$$

7-11

Bei konstantem Massendurchsatz \dot{m}^* (Öffnungsquerschnitt) ändert sich der Dampfstrom \dot{m} proportional zur Änderung des Frischdampfdruckes.

Der Frischdampfdruck p_{FD} wird über die Nachbildung des Kessels ermittelt.

Turbine

Für die regeldynamische Beschreibung der Turbine wird nur der Betriebsfall oberhalb der Kesselmindestlast betrachtet, bei dem der gesamte vom Kessel erzeugte Dampf durch die Turbine strömt. Entsprechend Bild 7.11 wird der Dampfstrom mit den Frischdampfventilen eingestellt, d.h. der Turbinenregler wirkt nur auf sie. Die Schnelligkeit, mit der sich das Turbinendrehmoment ändert, hängt jetzt von der Stellgeschwindigkeit der Frischdampfregelventile und den Zeitkonstanten der Speicherräume in der Turbine und im Zwischenüberhitzer ab. Bild 7.18 zeigt das Blockschaltbild der Turbine für den oben beschriebenen Betriebsfall.

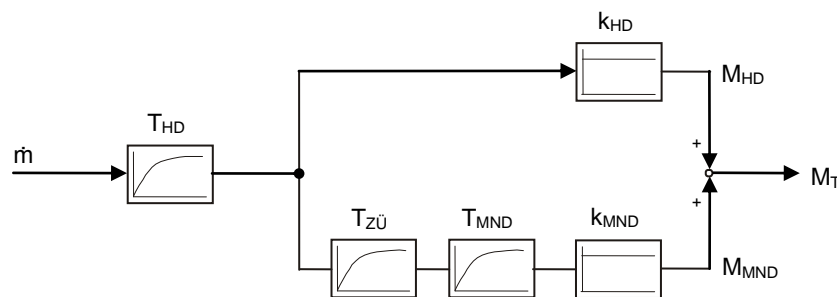


Bild 7.18: Blockschaltbild der Turbine mit Zwischenüberhitzer

Der Dampfstrom \dot{m} wird im Hochdruckteil der Turbine abgearbeitet und wirkt über die Zeitkonstante T_{HD} , die durch die Speicherräume im Hochdruckteil bedingt ist, als Drehmoment M_{HD} auf die Turbinenwelle. Der Anteil des durch die Hochdruckturbine gelieferten Moments beträgt ca. 30% des gesamten Turbinenmoments und wird durch den Verstärkungsfaktor k_{HD} berücksichtigt. Dem im Hochdruckteil abgearbeiteten Dampf wird im Zwischenüberhitzer erneut Energie zugeführt. Danach durchströmt der Dampf den Mittel- und Niederdruckteil, wobei die restliche Energie abgearbeitet wird. Die Dampfmenge, die den Mittel- und Niederdruckteil durchströmt, ermöglicht ca. 70% des Gesamtmoments M_T , jedoch über die verhältnismäßig große Zeitkonstante $T_{ZÜ}$ des Zwischenüberhitzers und die Zeitkonstante T_{MND} des Mittel- und Niederdruckteils. Durch die Turbinenwelle werden die beiden Momentananteile M_{HD} und M_{MND} zum gesamten Drehmoment M_T der Turbine aufaddiert.

Bei Nennbetrieb liegen die Größen X_1 , X_2 , X_3 , M_1 , M_2 entsprechend Bild 7.12 auf dem Wert 1. Das entspricht einer sinnvollen Normierung der Reglersignale. Das Drehmoment an der Übergabestelle zum Generator M_T ist sinngemäß auf das Nennmoment bezogen, so dass zur Anpassung der "Signale" M_1 und M_2 an das "Drehmoment" M_T die Konstanten K_{HD} und K_{ND} eingeführt werden müssen. Diese Faktoren entsprechen den stationären Leistungsanteilen der HD- und ND-Teilturbinen; es gilt deshalb die Bedingung $K_{HD} + K_{ND} = 1$.

Dampferzeuger

Das dynamische Verhalten des Dampferzeugers wird nur insoweit behandelt, als es für das hier beschriebene Mittelzeitmodell von Interesse ist.

Nach Gleichung 7-11 hängt der Dampfstrom \dot{m} linear vom Frischdampfdruck am Kesselausgang ab. Damit wird es notwendig, Druckänderungen zu berücksichtigen, wenn sie eine Größenordnung erreichen, die sich im Turbinendrehmoment bemerkbar machen. Welche Frischdampfdruckänderungen auftreten können, hängt in erster Linie vom Dampfspeichervermögen des Kessels ab. Als Kenngröße für das Speichervermögen ist in /4/ die Speicherzeitkonstante T_S eines Kessels definiert. Sie wird vor allem durch den Arbeitsmittelinhalt bestimmt und ist im Wesentlichen durch die Wahl des Kesselsystems (Naturumlauf oder Zwangsdurchlauf) festgelegt.

Nach /4/ beträgt die Speicherzeitkonstante

- für Naturumlaufkessel $T_S = 120 \dots 200 \text{ sec}$
- für Zwangsdurchlaufkessel $T_S = 60 \dots 120 \text{ sec}$

Werden die Frischdampfventile um 10% geöffnet (Anhaltswert bei modifizierten Gleitdruckanlagen), so fällt der Frischdampfdruck je nach Anlage in den ersten 10 sec um 0,5 bis 3% ab. Es erscheint also noch notwendig, bei der Untersuchung von Großstörungen die Speicherzeitkonstante des Kessels zu berücksichtigen. Realisiert wird der Abfall bzw. der Anstieg des Frischdampfdrucks im Programm durch das Blockschaltbild nach Bild 7.19.

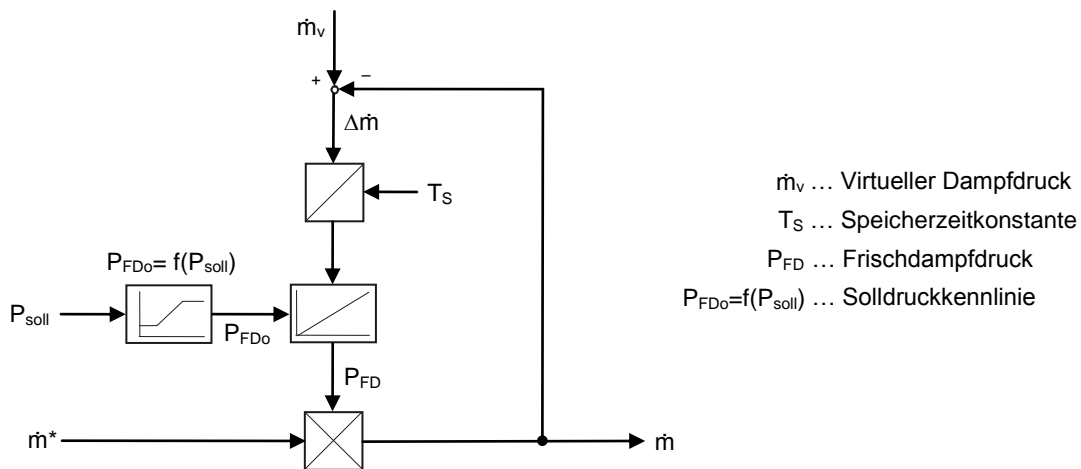


Bild 7.19: Blockschaltbild des Dampferzeugers

Zu Beginn der Simulation ist der virtuelle Dampfstrom \dot{m}_v , gleich dem Dampfstrom \dot{m} am Turbineneingang, damit ist die Differenz $\Delta \dot{m} = 0$. Der Frischdampfdruck p_{FD} entspricht somit dem Anfangswert des Integrators p_{FD0} . Über die Solldruckkennlinien (Bild 7.20), bei denen die drei Betriebsarten:

- Festdruckbetrieb – $p_{FD} = \text{const}$, Regelung über Ventilstellung \dot{m}^*
- Gleitdruckbetrieb $\dot{m}^* = \text{const}$, Regelung über p_{FD}
- modifizierter Gleitdruckbetrieb = Androsselung

unterschieden werden, wird der Frischdampfdruck zu Beginn der Simulation ermittelt.

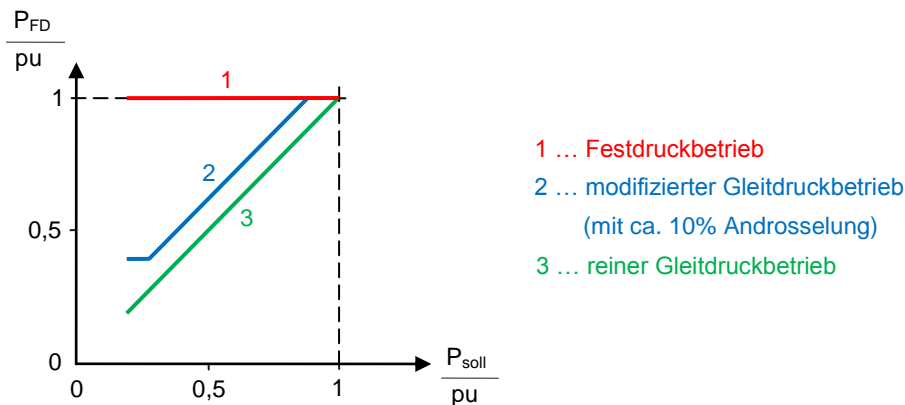


Bild 7.20: Frischdampfdruck als Funktion der Solleistung

Nach Eintritt des Fehlers wird angenommen, dass sich die Feuerleistung in den ersten 10 – 20 sec nicht ändert, damit kann der virtuelle Dampfstrom \dot{m}_v als konstant angenommen werden. Nicht so der Dampfstrom \dot{m} am Turbineneingang. Er verändert sich entsprechend der sich ändernden Stellung der Frischdampfventile. Durch die nun entstehende Differenz $\Delta\dot{m} = 0$ wird der Dampfspeicher entsprechend der Zeitkonstanten T_S entladen bzw. aufgeladen.

Simulationsmodelle

Aus der Kombination der einzelnen Teilmodelle lässt sich das Gesamtmodell Turbine und Turbinenregelung zusammensetzen.

Bild 7.12 zeigt das Ersatzschaltbild für eine 960-MW-Sattdampfturbine, wie sie in Kernkraftwerken eingesetzt wird. Zwischen Hoch- und Niederdruckteil sind keine Absperr- oder Regelarmaturen vorhanden.

Bild 7.21 zeigt das Ersatzschaltbild für eine 320-MW-Turbine (HMN), bestehend aus Hoch-, Mittel- und Niederdruckteilen.

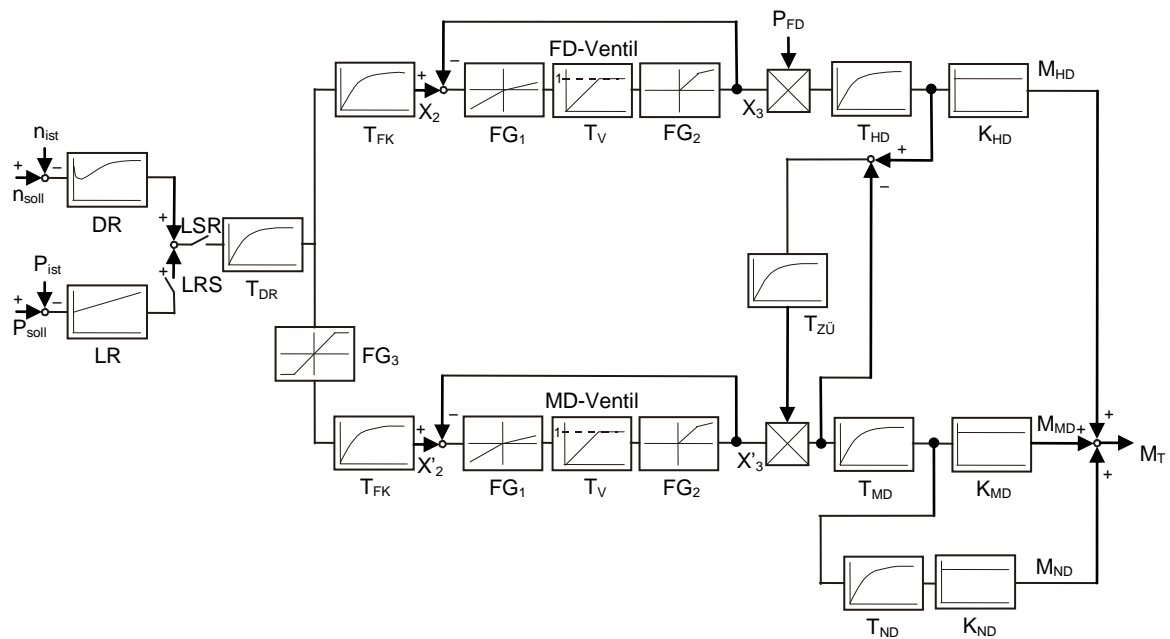


Bild 7.21: Turbinenregelung (320 MW konventionelle Turbine)

Dieser Turbinentyp hat zwischen HD- und MD-Teil angeordnete MD-Stellventile mit separater Ansteuerung.

Bei den in den Bildern 7.12 und 7.21 dargestellten Signalflussplänen stimmen die Nachbildungen der HD-Teilturbinen überein. Während jedoch in Bild 7.12 der Dampf unmittelbar in die MD-Turbinenstufe geleitet wird, ist in Bild 7.21 ein MD-Stellventil vorgesehen. Die Einbeziehung dieses Mitteldruckstellventils mit der Stellung X'_3 macht es erforderlich, die Speichereigenschaft des Zwischenüberhitzers durch ein Integralglied mit Rückführung darzustellen. Ginge man von einer festen Stellung des Ventils aus, so könnte der rückgeführte Integrator in ein Verzögerungsglied analog Bild 7.18 überführt werden. Der Dampfaustritt der Mitteldruckturbine T_{MD} geht ohne eine erneute Zwischenüberhitzung direkt in die Niederdruckturbine T_{ND} . Die Ausgänge der drei Teilturbinen werden ebenso wie in Bild 7.12 mit Faktoren multipliziert ($K_{\text{HD}} + K_{\text{MD}} + K_{\text{ND}} = 1$) und dann zu dem gesamten Turbinenmoment zusammengefasst.

Das Mitteldruckventil ist prinzipiell genauso aufgebaut wie das Hochdruckventil; es wird auch von dem gleichen Öffnungsregler angesteuert. Die Stellung des Mitteldruckventils wird jedoch durch den Begrenzer FG_3 so gesteuert, dass es z.B. im Bereich $X_0 = 0,3$ bis 1 ganz offen ist und im Bereich $X_0 = 0$ bis 0,3 den gesamten Stellbereich durchläuft. Dies bedeutet, dass im Bereich großer Leistung das Mitteldruckventil sich nicht an der Regelung beteiligt.

Wie sich aus der Analyse von Simulationsergebnissen ableiten lässt, sind die Nichtlinearitäten der Regelung für das dynamische Verhalten eines Generators von ausschlaggebender Bedeutung. Hierzu gehören in der Reihenfolge ihrer Bedeutung

- Leistungssprungrelais LSR
- Leistungs-Reglerschalter LRS
- Begrenzung des Mitteldruckventils FG_3
- Öffnungszeit/Schließzeit-Verhältnis FG_1

Die Einführung dieser Elemente in ein allgemein gültiges Blockschaltbild ist problematisch. In den USA hat man deshalb eine Reihe von herstellereigenen Signalflussbildern definiert [/5/](#).

2.6.3 Literatur

/1/ Computer Representation of Excitation Systems

IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems
Vol PAS 87 No. 6 (1968) pp. 1460 – 1464

/2/ Excitation System Models for Power System Stability Studies IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems

Vol PAS 100, No 2, Feb. 1981

/3/ Falgenhauser, G.; Nelles, D.:

Signalflussplan für Turbinenregler
Elektrizitätswirtschaft Jg. 80 (1981) Heft 24, S. 891 – 895

/4/ Pannicke, J.:

Digitale Berechnung von elektromechanischen Ausgleichsvorgängen nach Großstörungen unter besonderer Berücksichtigung von Inselnetzen.
Dissertation TU Berlin 1983

/5/ IEEE Comittee Report

Dynamic models for steam and hydro-turbines in power system studies.
IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems (1973) S. 1904 – 1915

/6/ Mathias, G.:

Das dynamische Verhalten der Kraftwerks-Dampfturbine bei Frequenz-Leistungsregelung.
Dissertation TU München 1973

2.7 Ausgleichsvorgänge auf Leitungen

Bei der Simulation von Ausgleichsvorgängen in elektrischen Energieversorgungsnetzen stellt sich fast immer das Problem, Übertragungsnetze mit einer Vielzahl von Freileitungen und/oder Kabeln nachbilden zu müssen. Die dazu benötigten Modelle müssen – je nach der Aufgabenstellung – unterschiedlichen Genauigkeitsanforderungen genügen. In Tabelle 8.1 sind eine Reihe derartiger Aufgabenstellungen, die bei der Berechnung elektromagnetischer Ausgleichsvorgänge auftreten können, in Abhängigkeit von der bei diesem Vorgang vorherrschenden Frequenz aufgeführt. Der gesamte Frequenzbereich von 0 bis 50 MHz wurde grob in 4 Bereiche unterteilt:

- bis 1 kHz ... Temporäre Überspannungen
- bis 100 kHz ... Schaltüberspannungen
- bis 5 MHz ... Blitzüberspannungen
- bis 50 MHz ... Fast transients

Für den niedrigen Frequenzbereich lassen sich die Leitungen durch konzentrierte Elemente (R, L, G, C), d.h. durch gewöhnliche Differentialgleichungen, nachbilden. Für den höheren Frequenzbereich müssen die Leitungen durch verteilte Parameter, d.h. durch partielle Differentialgleichungen, nachgebildet werden.

Im Folgenden wird die Modellierung der Leitungen behandelt, wobei die mathematischen Ableitungen sehr ausführlich abgehandelt werden, um sie nachvollziehbar darzustellen.

Frequenzbereich	Überspannungen	Nachbildung	Beispiel	Bemerkungen
< 1 kHz	temporäre Überspannungen	π -Glieder, (konzentrierte Parameter)	Kurzschluss, symmetrisch und unsymmetrisch Lastabwurf, Resonanz HGÜ, statischer Kompensator Transformator-Einschaltung	betriebsfr. Überspannungen, Strom Transformator Oberschwingungserzeuger, Ventile Rush
< 100 kHz	Schalt-überspannungen	Wanderwellen (frequenzabhängige Parameter)	Kurzschlusseintritt, symmetrisch und unsymmetrisch Kurzschlussabschaltung, Abstandskurzschluss, Kurzunterbrechung, Schalten kleiner induktiver oder kapazitiver Ströme, Einschalten von Kabelnetzen, Kondensatorbatterien Leitungseinschaltung Widerzündungen (einfach, multiple)	Trans. Überspannungen Wicklungsresonanz Einschaltwiderstand Wiederkehrende Spannung Kap. Spannungswandler Schalterbeanspruchung Ableiterbeanspruchung Einschaltwiderstand Vakuumshalter
< 5 MHz	Blitz-überspannungen	Wanderwellen Korona (frequenzabhängige Parameter)	Atmosphärische Überspannungen Stoßspannungsbeanspruchung EMP	Ableiter Transformatoren
< 50 MHz	Fast transients		Trennschalter in SF ₆ -Anlagen	

Tabelle 8.1: Nachbildung bei verschiedenen Frequenzen

2.7.1 Ableitung der Wellengleichungen

Leitungen sind Gebilde mit kontinuierlich verteilten Parametern, es sind daher andere Rechenverfahren notwendig als bei Netzwerken mit konzentrierten Elementen.

Um elektromagnetische Ausgleichsvorgänge exakt zu berechnen, sind die Maxwell'schen Gleichungen für die vorgegebenen Randbedingungen zu lösen. Da diese allgemeine Lösung zu kompliziert ist, werden folgende, im Allgemeinen zutreffende Vereinfachungen angenommen:

- TEM-Wellen: Elektrische Feldstärke nur senkrecht zur magnetischen Feldstärke. Längskomponente der Feldstärke wird vernachlässigt.
Folgerung: ohmscher Längswiderstand muss klein sein.
- Abstand der Leiter muss kleiner sein als die halbe Wellenlänge, sonst handelt es sich um Hohlraumwellen.
Folgerung: Frequenz des Ausgleichsvorganges darf nur einige MHz betragen.

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich das in Bild 8.1 dargestellte Leitungsersatzschaltbild für den infinitesimalen Abschnitt dx angeben.

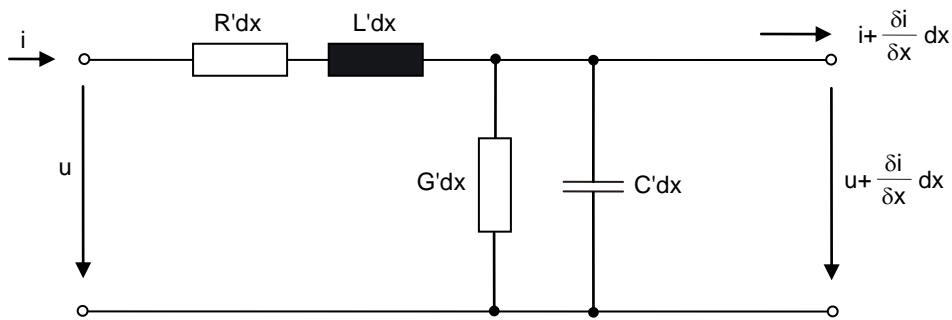


Bild 8.1: Ersatzschaltung eines differentiellen Leitungsabschnitts u und i sind Funktionen der Zeit t und des Orts x ; $u = u(x,t)$; $i = i(x,t)$

Darin sind folgende Leitungsbeläge (auf die Längeneinheit bezogene Größen) zu definieren:

- R' ... Widerstandsbelag in [Q/km]
- L' ... Induktivitätsbelag in [H/km]
- C' ... Kapazitätsbelag in [F/km]
- G' ... Ableitungsbelag in [$1/\Omega \text{ km}$]

Diese Belagselemente werden als konstant längs der Leitung vorausgesetzt, man spricht dann von homogener Leitung.

Die Belagselemente sind, wie in Bild 8.2 dargestellt, abhängig von der Frequenz des Ausgleichsvorgangs.

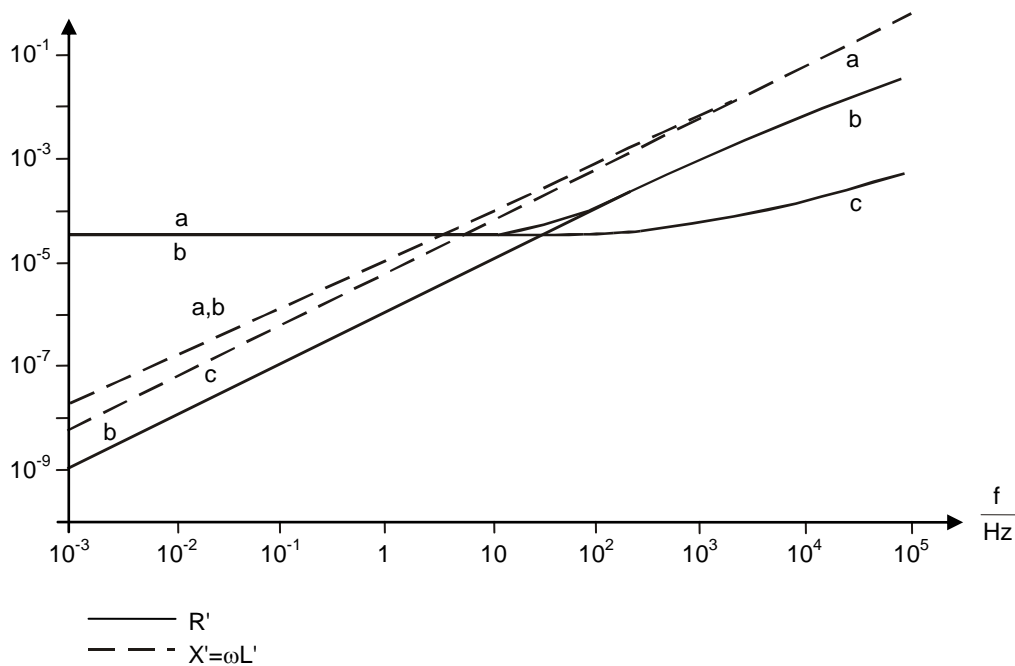


Bild 8.2: Belagselemente einer Einphasen-Leitung als Funktion der Frequenz f

- a) Erdrückleitung real; mit Skineffekt
- b) Erdrückleitung real; ohne Skineffekt
- c) Erdrückleitung Null; mit Skineffekt

Im Folgenden sollen diese Belagselemente jedoch als unabhängig von der Frequenz angesehen werden. Erst im Abschnitt 8.2.3 wird diese Voraussetzung aufgegeben.

Aus Bild 8.1 ergibt sich mit Hilfe der Kirchhoff'schen Maschenregel:

$$u = R' dx i + L' dx \frac{\delta i}{\delta t} + u + \frac{\delta u}{\delta x} dx$$

8-1

und mit Hilfe der Kirchhoff'schen Knotenregel:

$$i = G' dx u + C' dx \frac{\delta u}{\delta t} + i + \frac{\delta i}{\delta x} dx$$

8-2

Werden die Gleichungen 8-1 und 8-2 durch dx dividiert, ergeben sich die Differentialgleichungen der Leitungen:

$$\frac{\delta u}{\delta x} = -(R' + L' \frac{\delta}{\delta t}) i$$

8-3

$$\frac{\delta i}{\delta x} = -(G' + C' \frac{\delta}{\delta t}) u$$

8-4

Es handelt sich um ein System partieller Differentialgleichungen 1. Ordnung, das im Folgenden gelöst werden soll.

Die Gleichungen 8-3 und 8-4 lassen sich mit

$$Z' = R' + L' \frac{\delta}{\delta t}$$

8-5

und

$$Y' = G' + C' \frac{\delta}{\delta t}$$

8-6

umschreiben zu:

$$\frac{\delta u}{\delta x} = -Z' i$$

8-7

$$\frac{\delta i}{\delta x} = -Y' u$$

8-8

Wird Gleichung 8-8 nach x differenziert und in 8-7 eingesetzt (und umgekehrt), ergibt sich:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = Z' Y' u$$

8-9

$$\frac{\delta^2 i}{\delta x^2} = Z' Y' i$$

8-10

Wird die Abkürzung

$$Z' Y' = \gamma^2$$

8-11

gesetzt, folgt:

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = \gamma^2 u$$

8-12

$$\frac{\delta^2 i}{\delta x^2} = \gamma^2 i$$

8-13

Diese beiden Differential Gleichungen 2. Ordnung werden als Wellengleichungen bezeichnet. Diese Gleichungen gelten zum Beispiel auch für Saiten- und Schallschwingungen, Wärmeleitung, Diffusion usw.

Lösung der Wellengleichungen für den eingeschwungenen Zustand

Wird vorausgesetzt, dass sich die Ströme und Spannungen nur sinusförmig mit der alleinigen Frequenz ändern und im eingeschwungenen Zustand befinden, lassen sie sich durch die Zeiger \underline{U} und \underline{I} ausdrücken. Die Ableitungen $\delta/\delta t$ in Gleichung 8-5 und 8-6 sind dann durch $j\omega$ zu ersetzen.

Damit ergibt sich für die Abkürzung γ – genannt Ausbreitungskonstante – der komplexe Wert:

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

8-14

mit

α ... Dämpfungskonstante

β ... Phasenkonstante

Zur Lösung der Differentialgleichung nach Gleichung 8-12

$$\frac{\delta^2 \underline{U}}{\delta x^2} = \underline{\gamma}^2 \underline{U}$$

8-15

wird folgender Ansatz gemacht, der sich leicht durch einsetzen beweisen lässt:

$$\underline{U} = \underline{C}_1 e^{-\gamma x} + \underline{C}_2 e^{+\gamma x}$$

8-16

Die Integrationskonstanten \underline{C}_1 und \underline{C}_2 ergeben sich auf Grund der Randbedingungen.

Der 1. Term stellt eine in positiver x-Richtung fortschreitende Welle (vorlaufende Welle), der 2. Term eine in negative x-Richtung fortschreitende Welle (rücklaufende Welle) dar. (Beweis siehe Anhang 1.)

Wird Gleichung 8-16 in Gleichung 8-7 eingesetzt, ergibt sich für den Strom:

$$\underline{I} = \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}'} (\underline{C}_1 e^{-\gamma x} + \underline{C}_2 e^{+\gamma x})$$

8-17

Mit dem komplexen Wellenwiderstand

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}'}{\gamma} = \sqrt{\frac{\underline{Z}'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

8-18

lässt sich für den Strom angeben:

$$\underline{I} = \frac{1}{\underline{Z}} (\underline{C}_1 e^{-\gamma x} + \underline{C}_2 e^{+\gamma x})$$

8-19

Bestimmung der Integrationskonstanten \underline{C}_1 und \underline{C}_2

Die Konstanten \underline{C}_1 und \underline{C}_2 werden durch die Randbedingungen bestimmt.

Für $x = 0$ erhält man aus den Gleichungen 8-16 und 8-19 mit den Bezeichnungen $\underline{U}_1 = \underline{U}(x = 0)$ bzw. $\underline{I}_1 = \underline{I}(x = 0)$.

$$\underline{U}_1 = \underline{C}_1 + \underline{C}_2$$

8-20

$$\underline{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}} (\underline{C}_1 + \underline{C}_2)$$

8-21

Werden die aus den Gleichungen 8-20 und 8-21 ermittelten Konstanten \underline{C}_1 und \underline{C}_2 in die Gleichungen 8-16 und 8-19 eingesetzt, ergibt sich unter Berücksichtigung von:

$$\cosh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}$$

bzw.

$$\sinh \gamma x = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

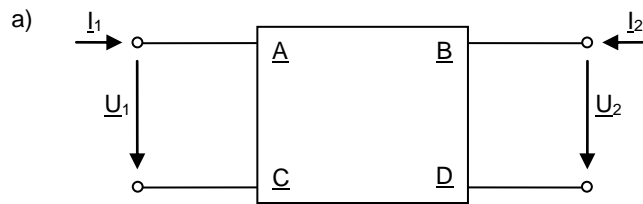
die Lösung der Wellengleichungen 8-13 und 8-12 für den eingeschwungenen Zustand:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}(x) \\ \underline{I}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma x & -\underline{Z} \sinh \gamma x \\ -\frac{1}{\underline{Z}} \sinh \gamma x & \cosh \gamma x \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix}$$

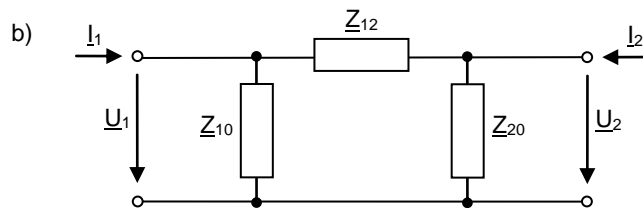
8-22

Diese Gleichung lässt sich als Vierpol-Beschreibung einer Leitung in Kettenform deuten (siehe Anhang 2).

Entsprechend der Vierpoltheorie ergibt sich aus Gleichung 8-22 die Darstellung der homogenen Leitung durch eine π - bzw. T-Ersatzschaltung entsprechend Bild 8.3.

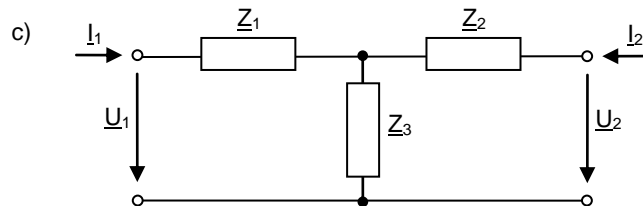


$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$



$$\underline{Z}_{10} = \underline{Z}_{20} = \frac{\underline{B}}{\underline{A} - 1}$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{B}$$



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \frac{\underline{A} - 1}{\underline{C}}$$

$$\underline{Z}_3 = 1/\underline{C}$$

Bild 8.3: Vierpoldarstellung

a) Kettenform

b) TT – Ersatzschaltung

c) T – Ersatzschaltung

Gleichung 8-22 wird bei der Simulation von Ausgleichsvorgängen von Leitungen zur Berechnung der stationären Anfangsbedingungen benötigt. Ebenfalls lässt sich, wie in Abschnitt 8.2.3 beschrieben, das Problem der nichtlinearen frequenzabhängigen Dämpfung mit Hilfe der Gleichung 8-22 und der Fouriertransformation lösen.

2.7.2 Lösung der Wellengleichungen für den allgemeinen Fall

Wird in den Gleichungen 8-5 und 8-6 R' bzw. G' Null gesetzt, d.h. wird eine verlustlose Leitung betrachtet, ergibt sich aus den Gleichungen 8-9 und 8-10:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

8-23

und

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

8-24

Entsprechend Gleichung 8-12 ergibt sich für die Ausbreitungskonstante:

$$\gamma = \sqrt{L'C'}$$

8-25

Der Wellenwiderstand wird rein reell:

$$Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

8-26

und auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit:

$$c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

8-27

ist konstant und reell.

Die allgemeine Lösung wurde von d'Alembert für Saitenschwingungen ca. 1750 angegeben.

Wie in Gleichung 8-16 ergibt sich eine vorlaufende Welle (Index v) und eine rücklaufende Welle (Index r).

$$u(x, t) = u_v(x - ct) + u_r(x + ct)$$

8-28

$$i(x, t) = i_v(x - ct) + i_r(x + ct)$$

8-29

Analog den Gleichungen 8-16 und 8-19 gilt für die vor- und die rücklaufende Stromwelle:

$$i_V = \frac{u_V}{Z}$$

bzw.

$$i_r = \frac{u_r}{Z}$$

8-30

Gleichung 8-30 in Gleichung 8-29 ergibt:

$$Z i(x, t) = u_V(x - ct) - u_r(x + ct)$$

8-31

Aus den Gleichungen 8-28 und 8-31 folgt:

$$2u_V(x - ct) = u(x, t) + Z i(x, t)$$

8-32

$$2u_r(x + ct) = u(x, t) - Z i(x, t)$$

8-33

Die Gleichungen 8-32 und 8-33, die für alle Koordinaten x gelten, werden auf den Leitungsanfang (x = 0, Index 1) und das Leitungsende (x = l, Index 2) entsprechend Bild 8.3 reduziert.

Damit ergibt sich:

$$2u_V(0 - ct) = u_1(t) + Z i_1(t)$$

8-34

$$2u_r(l + ct) = u_2(t) - Z i_2(t)$$

8-35

Werden die Wellen am Leitungsanfang (Index 1) und am Leitungsende (Index 2) nicht für den Zeitpunkt t betrachtet sondern für die um die Laufzeit der Leitung T zurückversetzte Zeit t - T mit

$$T = \frac{l}{c} = l\sqrt{L'C'}$$

8-36

ergibt sich aus den Gleichungen 8-34 und 8-35 (t ersetzt durch $t - l/c$):

$$2u_V(l-ct) = u_1(t-T) + Z i_1(t-T)$$

8-37

$$2u_r(0+ct) = u_2(t-T) - Z i_2(t-T)$$

8-38

Aus Gleichung 8-32 folgt für $x = l$:

$$2u_V(l-ct) = u_2(t) + Z i_2(t)$$

8-39

Durch Vergleich von 8-37 und 8-39 ist zu erkennen, dass gelten muss:

$$u_1(t-T) + Z i_1(t-T) = u_2(t) + Z i_2(t) = 2u_V(l-ct)$$

8-40

Wird Gleichung 8-40 als Zweipol-Netzwerk mit einem Widerstand Z und einer Zweigquellenspannung entsprechend Bild 8.4 interpretiert, ergibt sich für die Zweigquellenspannung e :

$$e_2(t) = u_2(t) - Z i_2(t)$$

8-41

mit

$$e_2(t) = 2u_V(l-ct) = u_1(t-T) + Z i_1(t-T)$$

8-42

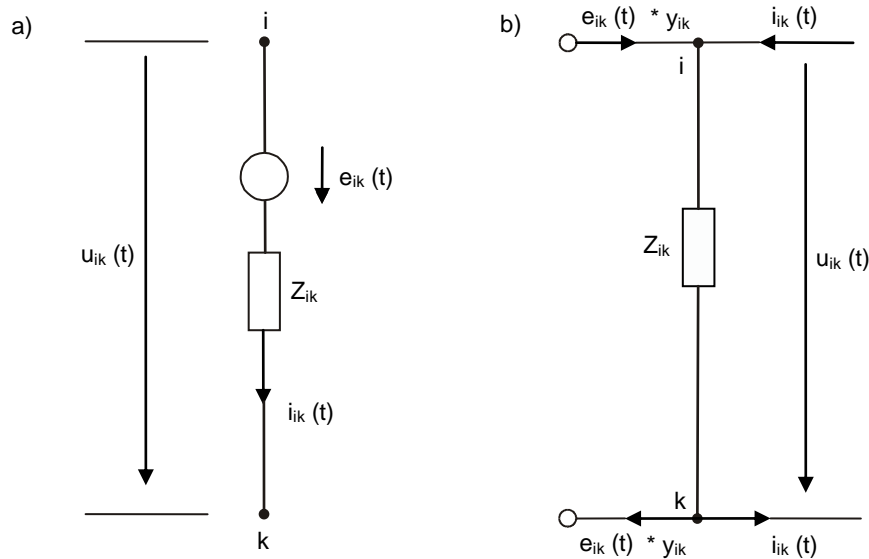


Bild 8.4: Darstellung eines linearen Zweipols durch eine
a) Ersatzspannungsquelle
b) Ersatzstromquelle

Es ist zu beachten, dass in Bild 8.4 die Stromrichtung i_2 gegenüber der Ableitung gedreht werden muss, um die übliche Zählpfeilrichtung (e und i in gleicher Richtung) zu erhalten(!).

Die analoge Betrachtung lässt sich für den Ort $x = 0$ durchführen (Gleichungen 8-33 und 8-38).

Es ergibt sich analog zur Gleichung 8-40 für den Leitungsanfang:

$$u_2(t-T) + Z i_2(t-T) = u_1(t) - Z i_1(t) = 2u_r(l+ct)$$

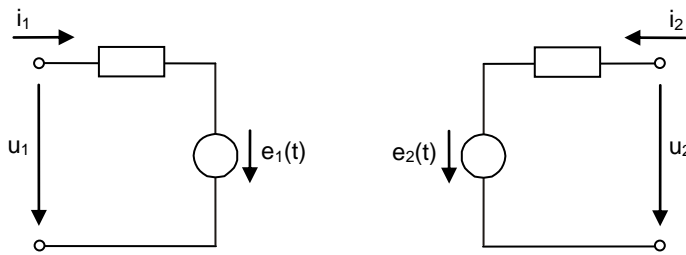
8-43

und für die Zweigquellenspannung am Leitungsanfang:

$$e_1(t) = 2u_r(l+ct) = u_2(t-T) - Z i_2(t-T)$$

8-44

Die Gleichungen 8-40 bis 8-44 lassen sich anschaulich in dem Wellenersatzschaltbild (Bild 8.5) darstellen und einfach in ein beliebiges Netzwerk einfügen.



$$e_1(t) = u_2(t-T) + Z_{i2}(t-T)$$

$$e_2(t) = u_1(t-T) + Z_{i1}(t-T)$$

Bild 8.5: Wellenersatzschaltbild

Eine homogene, dämpfungslose Leitung lässt sich dementsprechend durch zwei Zweige nachbilden, die aus der Reihenschaltung des (reellen) Wellenwiderstandes Z und einer Zweigquellenspannung e bestehen. Die Zweigquellenspannung am Leitungsanfang (Index 1) lässt sich aus den lauffzeitverzögerten Werten von Strom und Spannung am Leitungsende ermitteln. Die Zweigquellenspannung am Leitungsende (Index 2) lässt sich mit den verzögerten Werten von Strom und Spannung am Leitungsanfang (Index 1) ermitteln.

Dieses Berechnungsverfahren lässt sich auch folgendermaßen beschreiben:

Eine Wanderwelle – hervorgerufen von dem Strom i_2 und der Spannung u_2 – läuft vom Leitungsende zum Leitungsanfang zurück. Nach Verstreichen der Laufzeit $T = n \Delta t$ kommt diese Welle am Anfang an. Diese zurückgelaufene Welle wird über die Zweigquellenspannung e_1 am Leitungsanfang in das Netzwerk eingeprägt und beeinflusst damit zusätzlich die Vorgänge am Leitungsanfang.

Analoges gilt für die Zweigquellenspannung am Leitungsende e_2 .

Die Zweigquellenspannung e_1 ist damit das Äquivalent der rücklaufenden, am Anfang angekommenen Wanderwelle, die Zweigquellenspannung e_2 das Äquivalent der vorlaufenden, am Ende angekommenen Wanderwelle.

Die Verzögerung um die Laufzeit $n \Delta t$ lässt sich einfach mit einem Laufzeitspeicher realisieren (Bild 8.6), der wie ein Ringspeicher organisiert ist.

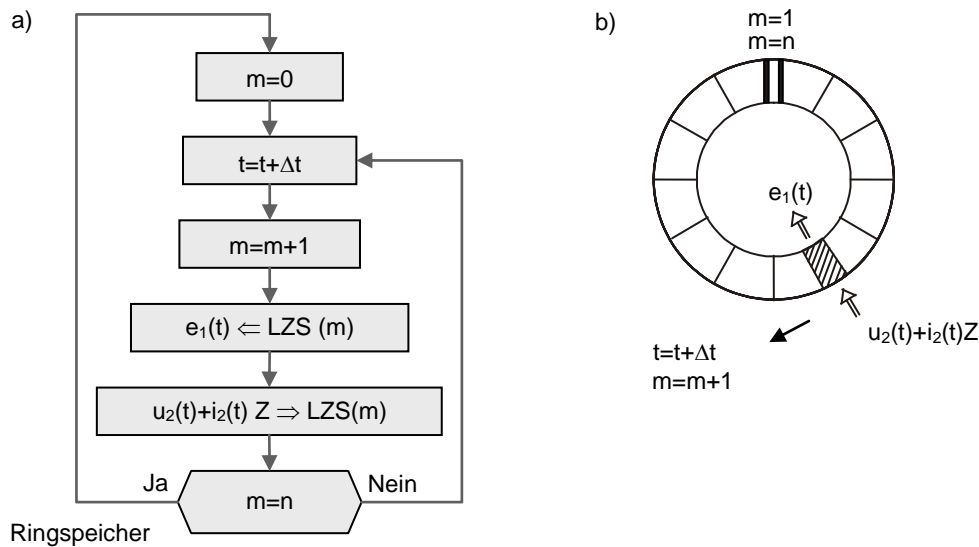


Bild 8.6: Laufzeitspeicher LZS für Zweigquellenspannung e_1
 $n = T/\Delta t$ mit T Laufzeit
 a) Flussdiagramm
 b) Darstellung als Ringspeicher

Mit Hilfe des besprochenen Wellenersatzschaltbildes lässt sich die partielle Differentialgleichung der verlustlosen Leitung sehr einfach in ein Netzwerkprogramm einfügen.

Infolge der Reduktion der vollständigen Lösung der Leitungsgleichung auf die Anfangs- und Endknoten, ist jedoch nicht mehr der zeitliche Verlauf an beliebigen Stellen x der Leitung ermittelbar; es sei denn, die Leitung wird in entsprechende Teil-Abschnitte aufgeteilt.

Berücksichtigung der Dämpfung

Verzerrungsfreie Leitung

Die einfachste aber ungenaueste Art die Dämpfung der Leitung zu berücksichtigen, kann unter der Voraussetzung:

$$R' = G' \frac{L'}{C'}$$

8-45

erhalten werden. In diesem Fall wird von der Bedingung der *Verzerrungsfreiheit* gesprochen, d.h. die Form der Welle bleibt erhalten und nur die Höhe wird exponentiell gedämpft.

Für die Zweigquellenspannungen ergibt sich:

$$e_1(t) = \left[u_2(t - T) + Z i_2(t - T) \right] * e^{-\alpha}$$

8-46

mit dem Dämpfungsexponenten:

$$\alpha = R' \sqrt{\frac{C'}{L'}}$$

8-47

Die Voraussetzung der Verzerrungsfreiheit ist für Freileitungen bedingt gültig, für Kabel generell falsch.

Einführung von Längswiderständen

Dommel gibt ein Wellenersatzschaltbild an, das um die konzentrierten Längswiderstände mit $R/4$ an beiden Enden und $R/2$ in Mitte erweitert wurde (Bild 8.7).

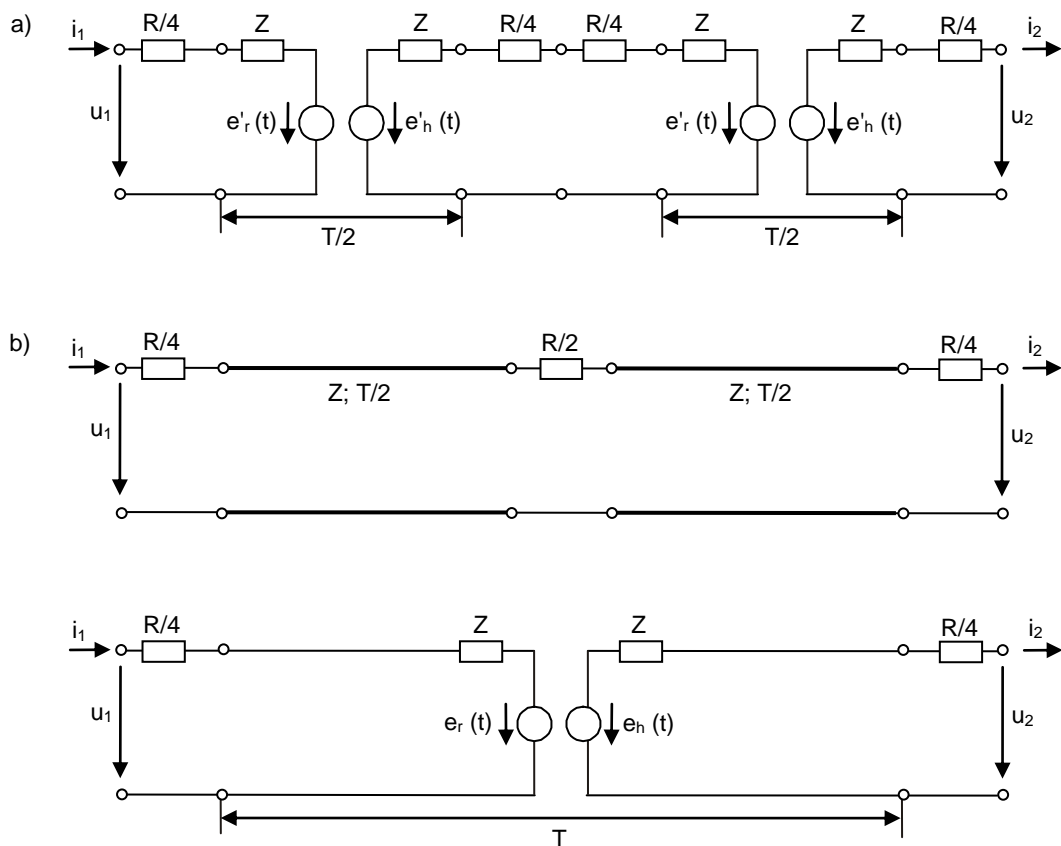


Bild 8.7:

a) Ersatzschaltung nach Dommel mit näherungsweise Berücksichtigung der Längsdämpfung, bestehend aus zwei Wellenersatzschaltbildern der verlustlosen Leitung mit konzentrierten Vorwiderständen

b) das aus a) entwickelte Wellenersatzschaltbild mit modifizierten Zweigquellenspannungen

Der homogen verteilte Längswiderstand ist damit nicht exakt wiedergegeben, an den konzentrierten Widerständen treten Brechungen und Reflexionen auf.

Die Quellenspannung berechnet sich bei Anwendung dieser Nachbildung zu:

$$e_1(t) = \frac{Z}{Z + R/4} [u_1(t - T) + i_1(t - T)(Z - R/4)] + \frac{R}{4Z + R} [u_2(t - T) + i_2(t - T)(Z - R/4)]$$

8-48

Frequenzabhängige Leitungsbeläge

Die Frequenzabhängigkeit der Leitungsbeläge lässt sich durch die Lösung der Leitungsgleichungen im Frequenzbereich und Rücktransformation vom Frequenzbereich in den Zeitbereich berücksichtigen.

Die Lösung im Frequenzbereich lautet nach Gleichung 8-22:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma l & -\underline{Z} \sinh \gamma l \\ -\frac{1}{\underline{Z}} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

8-49

Im Folgenden werden die Fourier-transformierten Funktionen mit großen Buchstaben, die zeitabhängigen Funktionen mit kleinen Buchstaben gekennzeichnet (Fouriertransformation im Anhang 5).

$$f(t) \rightarrow F(j\omega)$$

8-50

Analog zur Lösung der verlustlosen Leitung (Gleichungen 8-32 und 8-33) werden 2 Vorwärts- und 2 Rückwärts-Ausbreitungsfunktionen im Zeitbereich definiert (Bild 8.8):

$$e_{v1} = u_1 + Z i_1$$

8-51

$$e_{v2} = u_2 + Z i_2$$

8-52

$$e_{r1} = u_1 - Z i_1$$

8-53

$$e_{r2} = u_2 - Z i_2$$

8-54

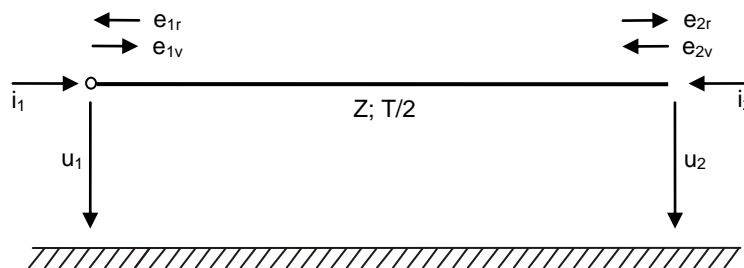


Bild 8.8: Vorwärts- und Rückwärts-Ausbreitungsfunktionen

Diese Gleichungen werden in den Frequenzbereich transformiert und in Gleichung 8-49 eingesetzt. Es ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} E_{r1} \\ E_{r2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_2 & A_1 \\ A_1 & A_2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} E_{v1} \\ E_{v2} \end{pmatrix}$$

8-55

mit

$$A_1 = A_1(j\omega) = \left\{ \cosh \gamma l + \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{\underline{Z}} + \frac{\underline{Z}}{Z} \right) \sinh \gamma l \right\} - 1$$

8-56

$$A_2 = A_2(j\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{\underline{Z}} - \frac{\underline{Z}}{Z} \right) \sinh \gamma l A_1(j\omega)$$

8-57

mit

$$\underline{Z} = \sqrt{\frac{R(\omega) + j\omega L(\omega)}{G(\omega) + j\omega C(\omega)}}$$

8-58

$$\gamma^2 = (R(\omega) + j\omega L(\omega)) * (G(\omega) + j\omega C(\omega))$$

8-59

Die so genannten Gewichtsfunktionen $A_1(j\omega)$ und $A_2(j\omega)$ lassen sich mit Hilfe der inversen Fouriertransformation in den Zeitbereich zurücktransformieren.

Bei der Nachbildung der Funktion mit reellem Widerstand, ergeben sich die im Bild 8.9 dargestellten Funktionen $a_1(t)$ und $a_2(t)$.

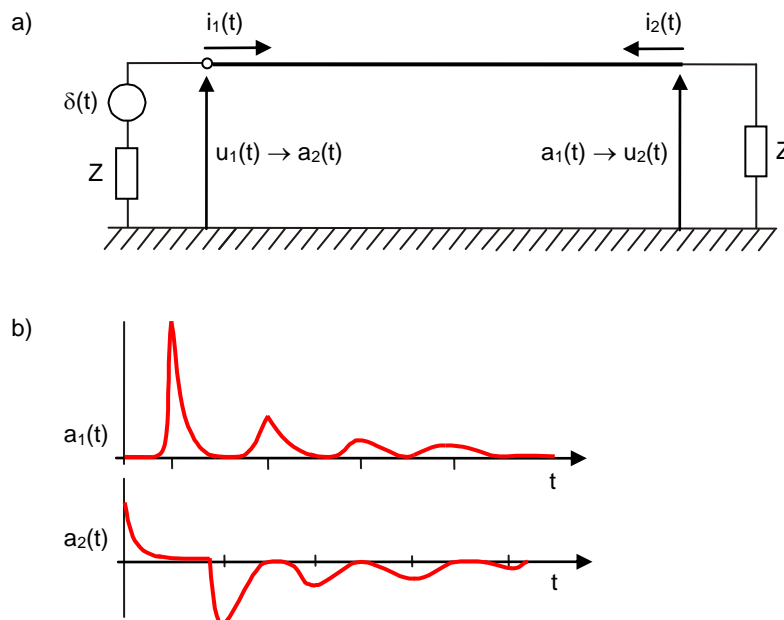


Bild 8.9: Gewichtsfunktion a_1 und a_2 bei Nachbildung der Leitung mit reellem Widerstand

a) Leitungsnachbildung

b) Gewichtsfunktionen

Damit lassen sich die Zweigquellenspannungen der Leitungsnachbildung durch Lösung der Faltungsintegrale gewinnen:

$$e_{r1}(t) = \int_0^t [e_{v1}(t-u) a_2(u) + e_{v2}(t-u) a_1(u)] du$$

8-60

$$e_{r2}(t) = \int_0^t [e_{v1}(t-u) a_1(u) + e_{v2}(t-u) a_2(u)] du$$

8-61

Die Zweigquellenspannungen werden entsprechend Bild 8.2 in das Wellenersatzschaltbild eingefügt, d.h. das Prinzip wie bei der verlustlosen Leitung bleibt erhalten, nur ändert sich die Berechnung der Zweigquellenspannungen.

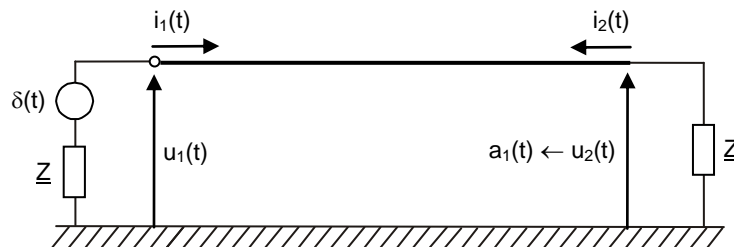


Bild 8.10: Physikalische Interpretation der Gewichtsfunktionen

Die Gewichtsfunktionen a_1 und a_2 lassen sich entsprechend Bild 8.10 physikalisch interpretieren. Die Leitung wird mit einem Dirac-Impuls $\delta(t)$ erregt und an beiden Enden mit dem reellen Wellenwiderstand Z abgeschlossen. $a_1(t)$ entspricht dann der Spannung am Endknoten 2 und $a_2(t)$ der Spannung am Anfangsknoten 1. Die hintereinander folgenden Spitzen in den Gewichtsfunktionen a_1 und a_2 rühren von den Reflexionen an dem reellen Wellenwiderstand her.

Aus den Gleichungen ist zu erkennen, dass die Integration entweder von 0 bis t durchgeführt werden muss oder bis zu den Zeitpunkten, an denen die Funktionen $a_1(t)$ und $a_2(t)$ auf null oder nahezu Null abgeklungen sind. Aus diesem Grund ist diese Methode der Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit sehr rechenintensiv und hat zusätzlich den Nachteil, dass die Funktionen a_1 und a_2 relativ genau abgetastet werden müssen.

Anhand der physikalischen Interpretation der Funktionen $a_1(t)$ und $a_2(t)$ in Bild 8.10 lässt sich erkennen, dass das Verfahren wesentlich verbessert werden kann, wenn statt des reellen (dämpfungslosen) Wellenwiderstandes der wirkliche Wellenwiderstand eingesetzt wird. Reflexionen finden somit nicht statt, die Funktion $a_1(t)$ hat nur noch die erste Spitze, die Funktion $a_2(t)$ ist Null (Bild 8.11).

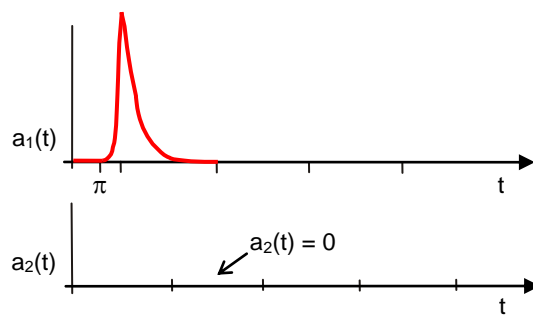


Bild 8.11: Gewichtsfunktionen $a_1(t)$ und $a_2(t)$ bei Nachbildung der Leitung mit realem (frequenzabhängigem) Widerstand, wie in Bild 8.10 dargestellt

Dies ist auch aus den Gleichungen 8-56 und 8-57 abzulesen, wenn $Z = \underline{Z}$ gesetzt wird.

$$A_1(j\omega) = \frac{1}{\cosh \gamma l + \sinh \gamma l} = e^{-\gamma(\omega)l}$$

8-62

$$A_2(j\omega) = 0$$

8-63

Die Zweigquellenspannungen berechnen sich aus den Faltungsintegralen:

$$e_{r1}(t) = \int_T^t e_{v2}(t-u) a_1(u) du$$

8-64

$$e_{r2}(t) = \int_T^t e_{v1}(t-u) a_1(u) du$$

8-65

Als untere Grenze des Integrals kann der Wert T genommen werden, da $a_1(T)$ für $t < T$ Null ist.

Nachbildung der Wellenimpedanz

Die Wellenimpedanz kann durch Reihenschaltung von R-C-Gliedern entsprechend Bild 8.12 nachgebildet werden.

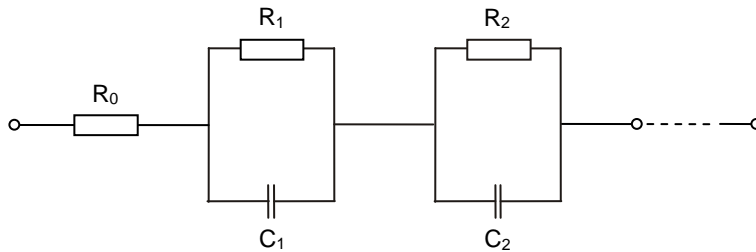


Bild 8.12: Nachbildung des frequenzabhängigen Wellenwiderstands

Die Daten für die dort einzusetzenden R-C-Werte erhält man durch Partialbruchzerlegung der als rationale Funktion in der komplexen Ebene dargestellten Wellenimpedanz.

Mit

$$s = \sigma + j\omega$$

8-66

gilt:

$$\underline{Z}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = H \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots}{(s + p_1)(s + p_2) \dots}$$

8-67

Die Partialbruchzerlegung ergibt:

$$\underline{Z}(s) = k_0 + \frac{k_1}{s + p_1} + \frac{k_2}{s + p_2} + \dots$$

8-68

mit

$$R_0 = k_0; R_i = k_i/p_i; C_i = 1/k_i; i = 1 \dots n$$

6-69

Rekursive Faltung

Wenn sich die Funktion $a_1(t)$ als Summe von e-Funktionen darstellen lässt, kann das Faltungsintegral rekursiv gelöst werden. Dafür wird keine Auswertung von 0 bis t, bzw. von T bis t benötigt, sondern der Wert kann aus folgender Beziehung bestimmt werden (Ableitung Anhang 3):

$$e(t) = \int_T^t e_v(t-u) \sum_{i=1}^r k_i e^{-p_i(u-T)} du$$

8-70

$$e(t) = \sum_{i=1}^r m_i e(t-\Delta t) + n_i e_v(t-T) + q_i e_v(t-T-\Delta t)$$

8-71

Die Konstanten m, n und q errechnen sich aus k, p und dem Integrationsschritt Δt .

Diese rekursive Form der Faltung ist wesentlich schneller als die Auswertung des Integrals von T bis t.

Die Entwicklung der Funktion $a_1(t)$ in eine Summe von e-Funktionen erfolgt durch Partialbruch-Entwicklung der Funktion $A_1(j\omega)$ in der Frequenzebene.

$$A_1(j\omega) = e^{-\gamma(\omega)l} = P(\omega) e^{-j\omega T}$$

8-72

$$P(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = H \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots}{(s+p_1)(s+p_2)\dots}$$

8-73

$A_1(j\omega)$ lässt sich in den Zeitbereich zurücktransformieren.

$$a_1(t) = \left[k_1 e^{-p_1(t-T)} + k_2 e^{-p_2(t-T)} + \dots \right] v(t-T)$$

8-74

d.h. $a_1(t)$ ist als Summe von e-Funktionen darstellbar.

Die Nachbildung der Leitung durch die rekursiv gefalteten Wellenspeicher und die frequenzabhängige Wellenimpedanz wurde erstmalig von Marti [/2/](#) beschrieben; daher wird vom Marti-Modell einer Leitung (Bild 8.13) gesprochen.

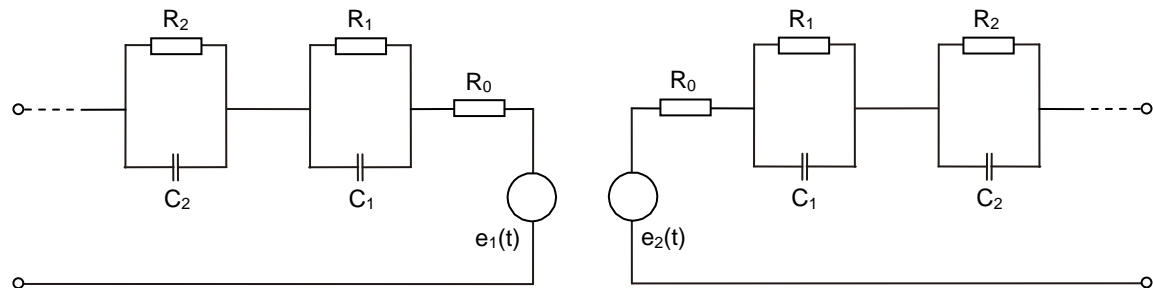


Bild 8.13: Wellenersatzschaltbild einer Leitung mit Berücksichtigung der frequenzabhängigen Dämpfung (Marti-Modell)

Dieses Modell stellt ein Optimum an Genauigkeit und Schnelligkeit dar. Bis auf Abbruchfehler bei der Entwicklung der Wellenimpedanz $Z(\omega)$ und der Impulsantwort $A_1(\omega)$ kann dieses Verfahren als exakte Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit der Leitung betrachtet werden.

2.7.3 Mehrleitersysteme

In Mehrleitersystemen ist jeder Leiter mit allen anderen Leitern ohmsch, induktiv und kapazitiv gekoppelt.

Um derartige Mehrleitersysteme nachzubilden, müssen "nur" in den Gleichungen 8-9 und 8-10 statt der skalaren Größen Matrizen eingesetzt werden.

Damit ergibt sich das gekoppelte Differential-Gleichungssystem (die ausgeschriebene Form ist im Anhang 6 angegeben):

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = Z' Y' u$$

8-75

$$\frac{\delta^2 i}{\delta x^2} = Y' Z' i$$

8-76

Da das Matrizen-Produkt $Z'Y'$ i.a. nicht gleich $Y'Z'$ ist, müssen für die Spannungs- und Stromgleichungen unterschiedliche Ausbreitungsmatrizen angesetzt werden.

$$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = \gamma_u^2 u$$

8-77

$$\frac{\delta^2 i}{\delta x^2} = \gamma_i^2 i$$

8-78

Da die Belagsmatrizen Z' und Y' diagonalsymmetrisch sind, gilt mit der Bedingung für Diagonalmatrizen $A = A^T$:

$$Z'Y' = Z'^T Y'^T = (Y'Z')^T$$

8-79

d.h.

$$(\gamma_u^2)^T = \gamma_i^2$$

bzw.

$$(\gamma_i^2)^T = \gamma_u^2$$

8-80

Da die Differentialgleichungen homogener Leitungen nur "einfach" für einphasige Leitungen lösbar sind, werden die gegenseitigen Kopplungen in den Gleichungen 8-77 und 8-78 durch eine Transformation in ein Modal-System (Bildsystem) eliminiert. Diese Transformation wird **Ähnlichkeitstransformation** genannt. Sie entspricht in der Energietechnik der bekannten Transformation in symmetrische Komponenten.

Mit dem Ansatz (m Index für modal)

$$u = T_u u_m$$

8-81

$$i = T_i i_m$$

8-82

lassen sich die Gleichungen 8-77 und 8-78 diagonalisieren, d.h. entkoppeln.

Die Transformationsmatrizen für die Spannungen T_u bzw. für die Ströme T_i werden aus den Eigenvektoren der Matrizen γ_u^2 bzw. γ_i^2 gebildet. Sie sind i.a. komplex und frequenzabhängig (s. Beispiel einer 2 x 2 Matrix im Anhang 7).

Wird die Transformationsbeziehung 8-81 in die Gleichung 8-77 eingesetzt, ergibt sich:

$$T_u \frac{\delta^2}{\delta x^2} u_m = \gamma_u^2 T_u u_m$$

8-83

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} u_m = T_u^{-1} \gamma_u^2 T_u u_m$$

8-84

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} u_m = \gamma_{mu}^2 u_m \text{ und analog}$$

8-85

$$\frac{\delta^2}{\delta x^2} i_m = \gamma_{mi}^2 i_m$$

8-86

γ_{mu}^2 und γ_{mi}^2 sind nunmehr Diagonalmatrizen. Entsprechend den Gleichungen 8-12 und 8-13 für die Einphasenleitung muss $\gamma_{mu}^2 = \gamma_{mi}^2$ sein.

Aus dieser Forderung ergibt sich für die Transformationsbeziehung (s. Anhang 8):

$$T_u^{-1} = T_i^T$$

8-87

Die Orthogonalitätsbedingung für reelle Transformationsmatrizen lautet:

$$T_i^T T_i = 1$$

8-88

Symmetrierte Mehrphasenleitungen

Entsprechend dem Beispiel im Anhang 7 ist die Transformationsmatrix i.a. von den Elementen der zu diagonalisierenden Matrix abhängig, d.h. da die Belagselemente frequenzabhängig sind, ist auch die Transformationsmatrix frequenzabhängig.

Unter der Bedingung, dass die Leitung phasensymmetrisch ist,

$$L = \begin{pmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{pmatrix}$$

8-89

ergibt sich eine konstante frequenzunabhängige Transformation, die 0 $\alpha\beta$ -Orthogonaltransformation.

$$T = \sqrt{2/3} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

Damit ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} u_R \\ u_S \\ u_T \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} u_0 \\ u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix}$$

8-90

oder abgekürzt

$$u_{RST} = T u_{0\alpha\beta}$$

$$i_{RST} = T i_{0\alpha\beta}$$

$$e_{RST} = T e_{0\alpha\beta}$$

Die Größen des Wellenersatzschaltbildes ergeben sich zu:

$$e_{RST} = u_{RST} + Z_{RST} i_{RST}$$

$$e_{0\alpha\beta} = u_{0\alpha\beta} + Z_{0\alpha\beta} i_{0\alpha\beta}$$

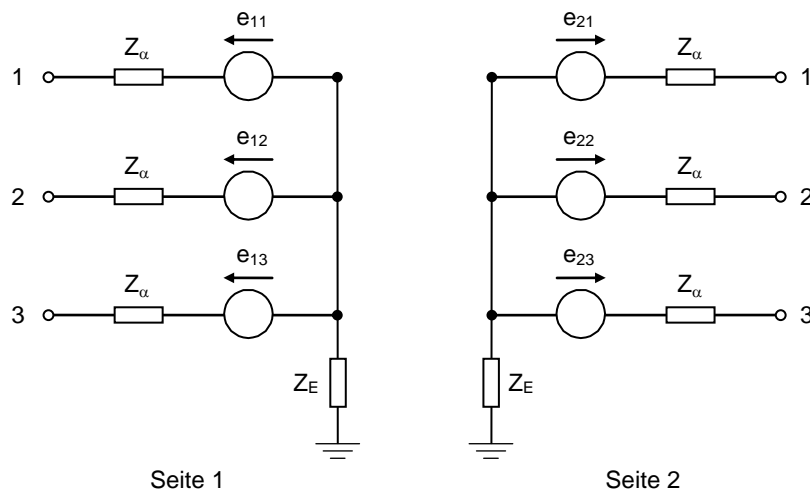
8-91

Mit der entkoppelten Matrix

$$Z_{0\alpha\beta} = \begin{pmatrix} Z_0 & & \\ & Z_\alpha & \\ & & Z_\beta \end{pmatrix} = T Z_{RSZT} T^{-1}$$

8-92

folgt das in Bild 8.14 dargestellte Wellenersatzschaltbild der symmetrierten Drehstromleitung, wenn man $Z_{0\alpha\beta}$ in Z_{RST} zurück transformiert.



Z_α ... Wellenwiderstand im α -System

$Z_E = (Z_0 - Z_\alpha) / 3$

Bild 8.14: Wellenersatzschaltbild einer symmetrierten Drehstromleitung

Die Frequenzabhängigkeit der entkoppelten Modalsysteme kann mit Hilfe der in Abschnitt 8.2.3 erläuterten Verfahren berücksichtigt werden.

Dabei trägt insbesondere die Frequenzabhängigkeit des Nullsystems zur Dämpfung bei, während die Dämpfung des α - bzw. β -Systems i.a. nur bei sehr hochfrequenten Vorgängen eine Rolle spielt.

Es ist zu beachten, dass die modalen Ausbreitungskonstanten $\gamma_{\alpha\beta 0}$ unterschiedlich sind, d.h. insbesondere sind im Nullsystem andere Laufzeiten, Wellenwiderstände und Ausbreitungsgeschwindigkeiten als im $\alpha\beta$ -System vorhanden.

Für eine typische Leitung gilt z.B.:

$$Z_0 = 740 \, \Omega; T_0 = 5,4 \, \mu\text{s/km}; c_0 = 186.000 \, \text{km/s}$$

$$Z_{\alpha\beta} = 310 \, \Omega; T_{\alpha\beta} = 3,4 \, \mu\text{s/km}; c_{\alpha\beta} = 293.000 \, \text{km/s}$$

Unsymmetrierte Mehrphasenleitungen

Aus der Eigenwertanalyse ergeben sich bei unsymmetrierten Mehrphasenleitungen komplexe, frequenzabhängige Transformationsmatrizen. Um die großen Vorteile des Wellenersatzschaltbildes zu erhalten, müssen für transiente Berechnungen folgende Vereinfachungen getroffen werden:

- Die für eine Frequenz berechnete Transformationsmatrix wird konstant gehalten. Häufig wird für diese Frequenz ein Durchschnittswert von 5000 Hz angegeben.
- Die Transformationsmatrix wird nur aus dem Realteil der Ausbreitungsmatrix $\gamma^2 = Z'Y'$ bestimmt, d.h. in Z' und Y' werden die ohmschen Anteile R' und G' vernachlässigt. Die Dämpfung wird dann in den entkoppelten Modal-Systemen entsprechend Abschnitt 8.2.3 berücksichtigt.

Eine allgemeingültige Theorie für unsymmetrische Mehrphasenleitungen ist bisher noch nicht gefunden.

2.7.4 Leitungsnachbildung durch konzentrierte Elemente

Eine Leitung kann auch durch ein oder mehrere π -Glieder nachgebildet werden (Bild 8.15). Dabei ist zu beachten, dass die höchste, noch halbwegs richtig nachgebildete Frequenz des elektromagnetischen Ausgleichsvorganges kleiner als die Eigenfrequenz eines π -Gliedes sein muss.

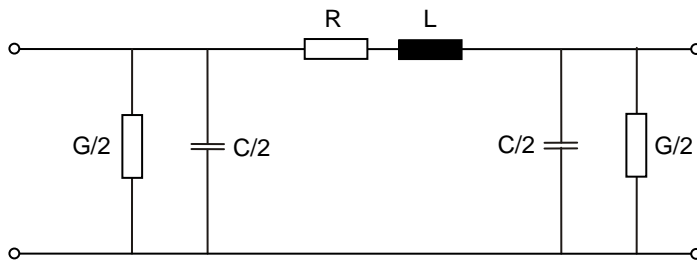


Bild 8.15: π -Gliedernachbildung einer Leitung

Die Eigenfrequenz eines π -Gliedes beträgt:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

8-92

mit

$$L = l \cdot L'$$

$$C = l \cdot C'/2 \text{ (}\pi\text{-Glieder)}$$

$$L = \text{Leitungslänge}$$

$$f = \frac{1}{2\pi l \sqrt{\frac{L'C'}{2}}}$$

8-93

da für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$$

gilt, ergibt sich als Eigenfrequenz:

$$f = \frac{v}{4.44 * l}$$

8-94

Daraus ergibt sich eine zulässige Leitungslänge für die maximale transiente Frequenz:

$$l_{zul} = \frac{v}{4.44 * f_{max}}$$

8-95

Für praktische Zwecke wird im Allgemeinen gesetzt:

$$l_{zul} \sim \frac{v}{10 * f_{max}}$$

8-96

Bei einer Freileitung mit $v = 300.000 \text{ km/sec}$ und einer zu erwartenden Frequenz von 10 kHz , ergibt sich damit für die maximal zulässige Länge einer Leitung 3 km .

Längere Leitungen müssen somit durch Hintereinanderschaltung mehrerer π -Glieder nachgebildet werden, eine 100 km lange Leitung dementsprechend ca. 30π -Glieder bei 10 kHz Grenzfrequenz.

Bei Vorgängen bis 300 Hz ergibt sich aus Gleichung 8-96 ein l_{zul} von 100 km , d.h. eine 100 km lange Leitung darf noch durch ein einzelnes π -Glieder nachgebildet werden.

Bei einer π -Gliedernachbildung einer Leitung ist weiterhin zu beachten:

- Reihenschaltung mehrerer π -Glieder erhöht das zu lösende Differentialgleichungssystem.
- Die Berücksichtigung der frequenzabhängigen Dämpfung erfordert das Schalten von Parallelwiderständen (bzw. Kettenleitern) über die R-L-Reihenschaltung.
- Da nur eine endliche Grenzfrequenz der Leitung nachbildbar ist, bilden sich an Sprungstellen Überschwinger aus (Gibbs'sches Phänomen, s. Bild 8.16).

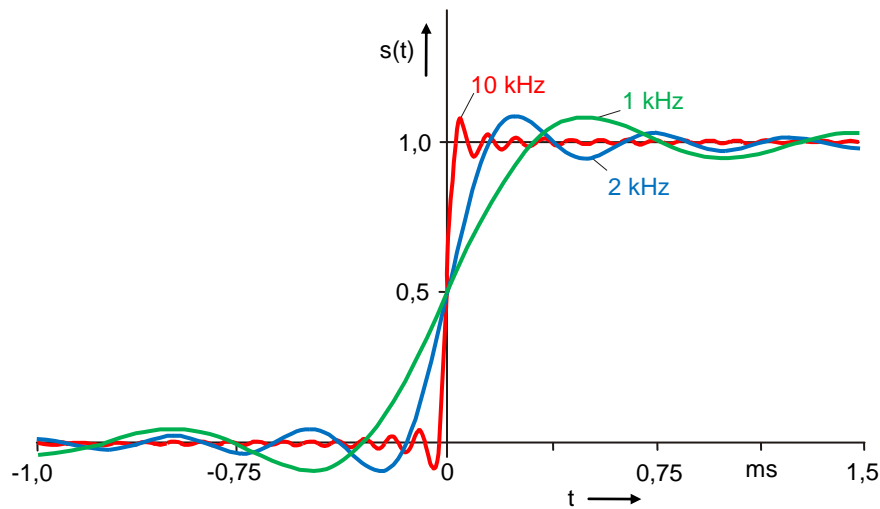


Bild 8.16: Gibbs'sches Phänomen

- Eine Kapazität am Leitungsanfang bzw. -ende kann zu Schwingungen mit dort angeschlossenen Induktivitäten führen (s. Bild 8.17). Es muss dann eine zusätzliche Dämpfung eingeführt werden.

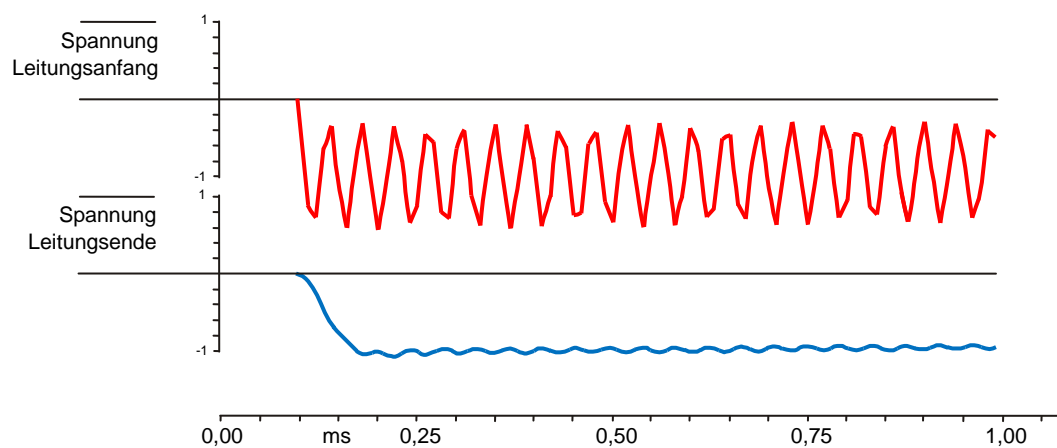


Bild 8.17: Hochfrequente Schwingungen der konzentrierten Kapazitäten $C/2$ mit der Induktivität L bei π -Gliednachbildung einer Leitung

Wegen dieser Nachteile sollten bei Vorgängen über 1000 Hz Leitungen generell mit dem Wanderwellenverfahren nachgebildet werden.

2.7.5 Nachbildung der Korona

Die Nachbildung der spannungsabhängigen Dämpfung und der Verzögerung der Wellenfronten durch die Korona ist bei der Berechnung von Blitzüberspannungen wesentlich (s. Bild 8.18):

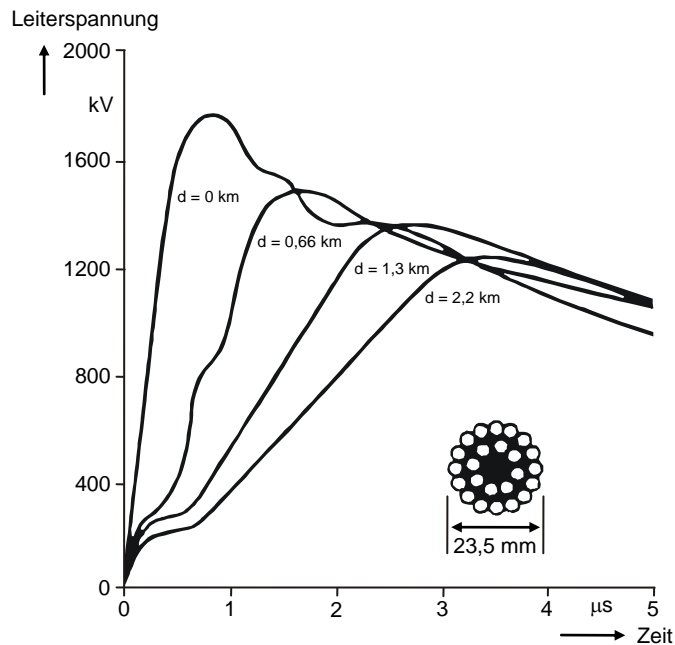


Bild 8.18: Einfluss der Korona auf die Wellenfront /8/

Die nichtlinearen Wirkungen können entsprechend Bild 8.19 /7/ formuliert werden.

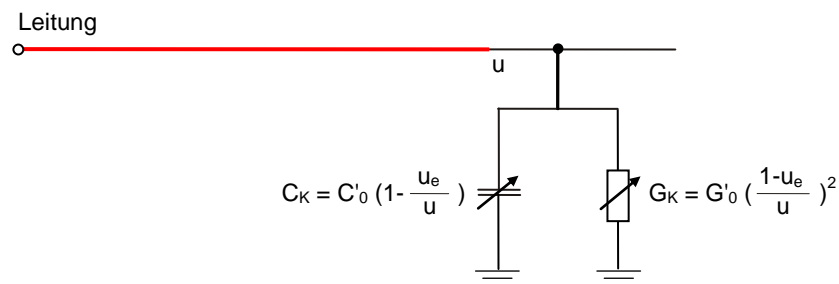


Bild 8.19: Nachbildung der Korona
 u_e – Einsatzspannung

Koronaverluste

Für die Verluste oberhalb der Koronaeinsatzspannung u_e kann angesetzt werden:

$$u \cdot i = G'_0 (u - u_e^2)$$

mit

G'_0 – konstanter Ableitwert

Damit ergibt sich ein spannungsabhängiger, nichtlinearer Ableitwert:

$$G'_K = G'_0 \left(\frac{1 - u_e}{u} \right)^2$$

Kapazität

Die Verzögerung der Wellenfronten durch die Korona kann durch eine Vergrößerung des Kapazitätsbelages C' oberhalb der Koronaeinsatzspannung modelliert werden.

$$C'_K = C'_0 \left(1 - \frac{u_e}{u} \right)^2$$

Leitungsgleichungen

Die nichtlinearen Leitungsbeläge G'_K und C'_K müssen in die Beschreibungsgleichungen für die Leitungen (Gleichungen 8-3 und 8-4) eingebracht werden. Die exakte Lösung der partiellen, nichtlinearen von der Frequenz und der Spannung abhängigen Differentialgleichungen mit Hilfe der Wellenersatzschaltbild-Methode ist bisher nicht gelungen.

Daher werden die nichtlinearen G'_K und C'_K als konzentrierte Elemente in das Netzwerk einbezogen.

2.7.6 Anhang 1: Wellenausbreitung

$$\underline{U} = \underline{C}_1 e^{-\gamma x} + \underline{C}_2 e^{+\gamma x}$$

A1-1

Betrachtung des 1. Terms mit

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

α ... Dämpfungskonstante

β ... Phasenkonstante

und

$$u(t) = \left\{ \underline{C}_1 e^{j\omega t} e^{-\gamma x} \right\}$$

folgt

$$u(t) = \operatorname{Re} \left\{ |C_1| e^{j\varphi_1} e^{j(\omega t - \beta x)} e^{-\alpha x} \right\}$$

$$u(t) = |C_1| e^{\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1)$$

Wird das cos-Argument zurzeit $t = 0$ betrachtet, ergibt sich $u(t) = 0$ für:

$$-\beta x_0 + \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$x_0 = \frac{\varphi_1}{\beta} - \frac{\pi}{2\beta}$$

Nach einer Zeit t_1 gilt für $u(t) = 0$:

$$\omega t_1 - \beta x_1 + \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$x_1 = \frac{\varphi_1}{\beta} - \frac{\pi}{2\beta} + \frac{\omega}{\beta} t_1$$

Die Welle ist also in der Zeit t_1 um

$$\frac{\omega}{\beta} t_1$$

in positiver x-Richtung gewandert.

$$x = \frac{\omega}{\beta} t$$

Daraus ist

$$\frac{\omega}{\beta}$$

als Geschwindigkeit der Welle zu interpretieren.

$$c = \frac{\omega}{\beta}$$

Die analoge Betrachtung lässt sich für den 2. Term der Gleichung A1-1 durchführen. Dieser stellt eine in negative x-Richtung laufende Welle dar.

Bild A1.1 zeigt die Spannungsverteilung einer vorlaufenden Welle längs der Leitung für zwei konstante Zeitpunkte $t_0 = \text{const.}$ und $T_1 = \text{const.}$ Es ist deutlich zu erkennen, dass der Term $e^{-\alpha x}$ den Dämpfungsgrad darstellt.

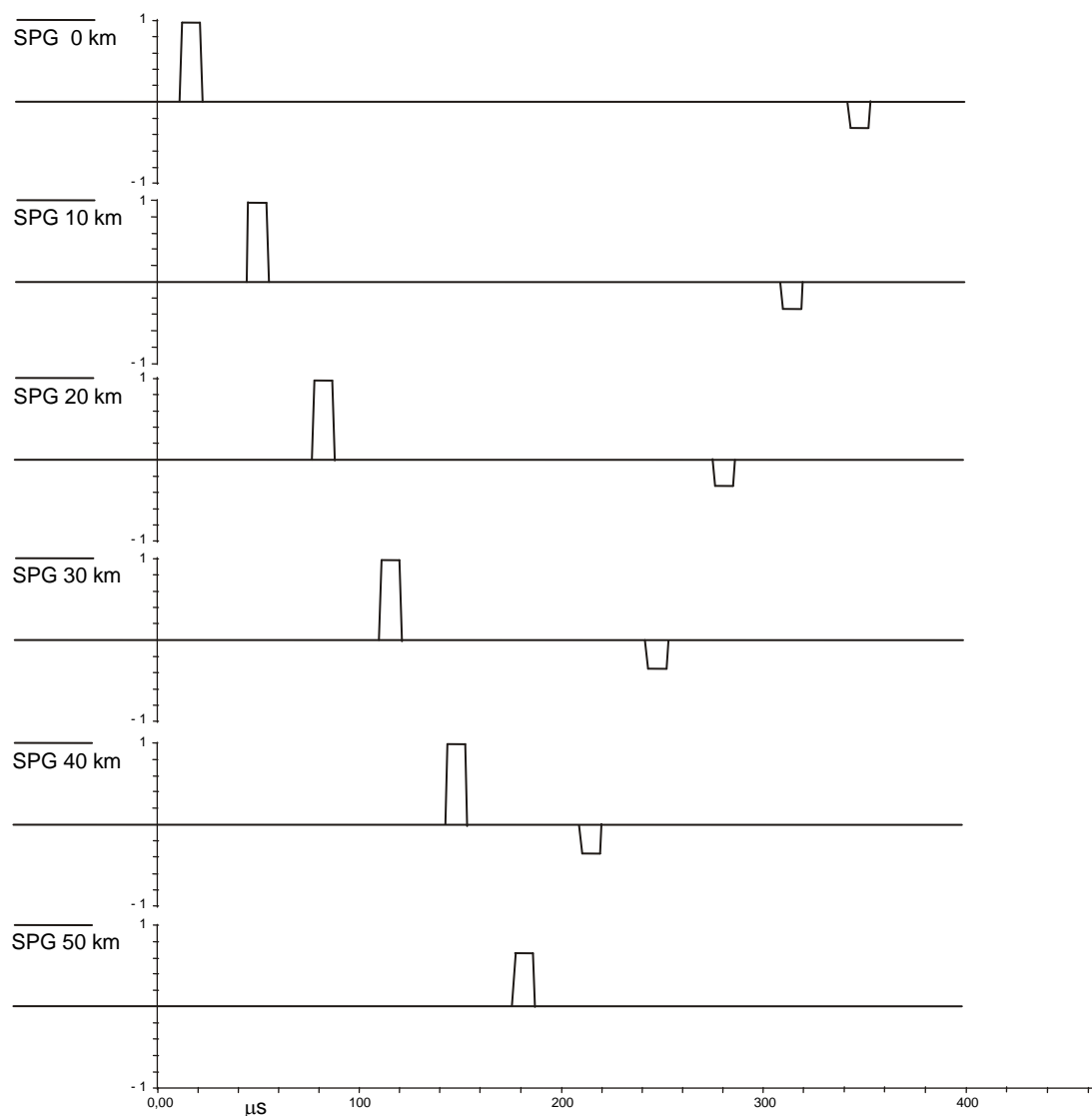


Bild A1.1: Spannungsverteilung über der Leitung mit der Annahme, dass keine Dämpfung vorhanden ist.

2.7.7 Anhang 2: Vierpole

Gleichungssysteme in Matrizenform:

Widerstandsform:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Leitwertform:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Kettenform:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

Reihen-Parallel:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

Parallel-Reihe:

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

2.7.8 Anhang 3: Rekursive Faltung

Faltungssatz: Siehe Anhang 5

$$y(t) = \int_0^t b e^{-au} x(t-u) du$$

A3-1

Gleichung A3-1 kann in zwei Integrale aufgespalten werden. Ein Integral besitzt die Grenzen von 0 bis Δt , das andere von Δt bis t .

$$y(t) = \int_{\Delta t}^t b e^{-au} x(t-u) du + \int_0^{\Delta t} b e^{-au} x(t-u) du$$

A3-2

Wird in dem 1. Term der Gleichung A3.2 $u \rightarrow u + \Delta u$ eingesetzt, ergibt sich:

$$e^{-a\Delta t} \int_0^{t-\Delta t} b e^{-au} x(t-\Delta t-u) du$$

A3-3

Wird in Gleichung A3.1 für $t \rightarrow t - \Delta t$ eingesetzt, ergibt sich:

$$y(t-\Delta t) = \int_0^{t-\Delta t} b e^{-au} x(t-\Delta t-u) du$$

A3-4

Nach Vergleich der Gleichungen A3-3 und A3-4 ergibt sich mit Gleichung A3-2:

$$y(t) = y(t - \Delta t) e^{-a\Delta t} + \int_0^{\Delta t} b e^{-au} x(t-u) du$$

A3-5

Die Grenzen des Faltungsintegrals von 0 bis t in Gleichung A3-1 werden durch die rekursive Faltung (Gleichung A3-5) in die Integration über einen Zeitschritt (von 0 bis Δt) und die Berücksichtigung der Vergangenheit ($y(t-\Delta t)$) überführt.

Zur numerischen Auswertung des Integrals

$$\int_0^{\Delta t} b e^{-au} x(t-u) du$$

A3-6

wird $x(t-u)$ durch folgenden Ausdruck angenähert

$$x(t-u) = x(t) + \frac{x(t-u) - x(t)}{\Delta t} * u$$

und in das Integral A6-6 eingesetzt.

Es ergeben sich die Konstanten der Gleichung zu:

$$m = e^{-a\Delta t}$$

$$n = \frac{b}{a} \left(1 - \frac{1-m}{\Delta t}\right)$$

$$q = \frac{b}{a} \left(\frac{1-m}{a\Delta t} - m\right)$$

2.7.9 Anhang 4: Zusammenstellung der Leitungsparameter

Wellenwiderstand:

$$Z = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

Ausbreitungskonstante:

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

Dämpfungskonstante:

$$\alpha$$

Phasenmaß:

$$\beta$$

Geschwindigkeit:

$$c = \frac{\omega}{\beta}$$

Laufzeit:

$$T = \frac{l}{c} = \frac{\text{Leitungslänge}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

Einfache Beziehungen ergeben sich für $R' = 0$ und $G' = 0$:

$$Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

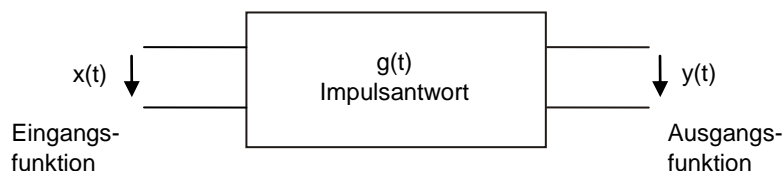
$$\gamma = \omega \sqrt{L' C'}$$

2.7.10 Anhang 5: Fouriertransformation und Faltungssatz

Ist die Antwort eines beliebigen Systems auf einen Dirac-Impuls (Impulsantwort $g(t)$) bekannt, kann mit Hilfe des Faltungsintegrals (Duhamel) die Antwort dieses Systems $y(t)$ auf eine beliebige Anregung $x(t)$ bestimmt werden.

$$y(t) = \int_0^t g(u) * x(t-u) du$$

A5-1



Liegt nicht die Impulsantwort $g(t)$ als Beschreibung des Übergangsverhaltens sondern der komplexe Frequenzgang $\underline{G}(\omega)$ vor, lässt sich $g(t)$ mit Hilfe des Fourierintegrals (Fouriesche Umkehrformel) ermitteln.

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{G}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

A5-2

$$g(t) \leftarrow \underline{G}(\omega)$$

Für ein passives, lineares und kausales System, wie es Leitungen sind, lässt sich aus Gleichung A5-2 die fouriertransformierte Impulsantwort entwickeln:

$$g(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Real} [\underline{G}(\omega)] \cos \omega t d\omega$$

A5-3

Umgekehrt lassen sich Funktionen in den Frequenzbereich transformieren (Fourier-Transformation).

$$\underline{G}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} g(t) dt$$

A5-4

$$\underline{G}(\omega) \leftarrow g(t)$$

Für diese Operationen, die sehr rechenintensiv sind, sind spezielle Verfahren unter dem Namen Fast Fourier Transformation (FFT) entwickelt worden. So sind in der Signalverarbeitung spezielle Signalprozessoren entwickelt worden, die nur FFT durchführen.

2.7.11 Anhang 6: Leitungsdarstellung in Matrizenform

Beispiel einer Drehstromleitung mit Erdrückleitung.

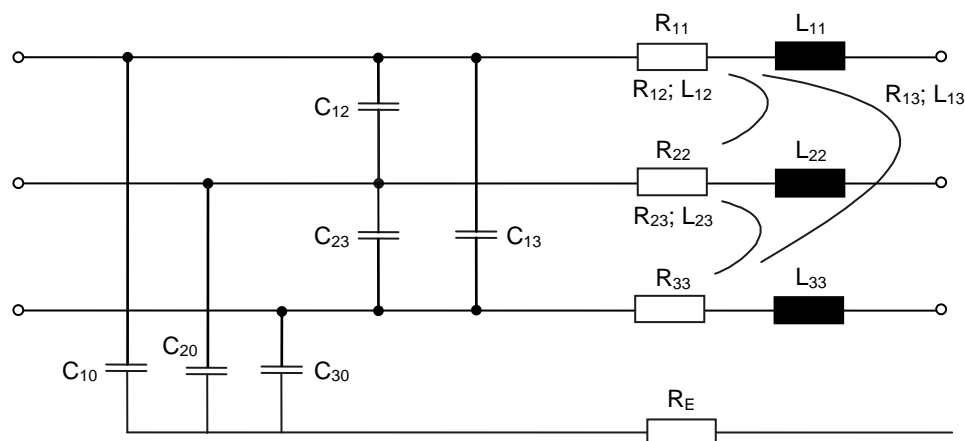


Bild A6.1: Drehstromleitung mit Erdrückleitung

$$R' = \begin{pmatrix} R_{11} & & \\ & R_{22} & \\ & & R_{33} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} R_E & R_E & R_E \\ R_E & R_E & R_E \\ R_E & R_E & R_E \end{pmatrix}$$

$$L' = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} \end{pmatrix}$$

$$C' = \begin{pmatrix} C_{10} + C_{12} + C_{13} & -C_{12} & -C_{13} \\ -C_{12} & C_{20} + C_{12} + C_{23} & -C_{23} \\ -C_{13} & -C_{23} & C_{30} + C_{13} + C_{23} \end{pmatrix}$$

G' analog C'

2.7.12 Anhang 7: Beispiel einer 2x2-Matrix

Gegeben ist die Matrix der Ausbreitungskonstanten

$$\gamma^2 = Z'Y'$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix}$$

Bestimmung der Eigenwerte:

$$\Delta = 0 = \begin{vmatrix} k_{11} - \lambda & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} - \lambda \end{vmatrix}$$

Bestimmungsgleichung für λ :

$$(k_{11} - \lambda)(k_{22} - \lambda) - k_{12}k_{21} = 0$$

$$\lambda^2 - (k_{11} + k_{22})\lambda - (k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22}) = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{k_{11} + k_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(k_{11} + k_{22})^2}{4} + k_{12}k_{21} - k_{11}k_{22}}$$

Transformationsmatrix:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \frac{(\lambda_2 - k_{22})}{k_{21}} \\ \frac{(\lambda_1 - k_{11})}{k_{12}} & 1 \end{pmatrix}$$

2.7.13 Anhang 8: Herleitung der Transformationsbeziehungen

Forderung: Modale Ausbreitungskonstanten für Spannungen sollen gleich sein.

$$\gamma_{mu}^2 = \gamma_{mi}^2$$

A8-1

$$\gamma_{mu}^2 = T_u^{-1} \gamma_u^2 T_u$$

A8-2

nach Gleichung 8-84

$$\gamma_{mi}^2 = T_i^{-1} \gamma_i^2 T_i$$

A8-3

Da γ_{mu}^2 und γ_{mi}^2 Diagonalform besitzen, gilt auch für die Transponierte von γ_{mi}^2 :

$$\gamma_{mi}^{2T} = \gamma_{mi}^2 = \gamma_{mu}^2$$

A8-4

Gleichung A8-3 wird transponiert:

$$\gamma_{mi}^{2T} = (T_i^{-1} \gamma_i^2 T_i)^T = T_i^T \gamma_i^{2T} T_i^{-T}$$

A8-5

Da die Belagsmatrizen Z' und Y' diagonalsymmetrisch sind, gilt nach Gleichung 8-80:

$$\gamma_i^{2T} = \gamma_u^2$$

A8-6

damit ergibt sich aus den Gleichungen A8-5, A8-4 und A8-6:

$$\gamma_{mu}^2 = T_i^T \gamma_u^2 T_i^{-T}$$

A8-7

Durch Vergleich von A8-7 und A8-2 ergibt sich:

$$T_i^T = T_u^{-1}$$

bzw.

$$T_u = T_i^{-1T}$$

A8-8

Für die modale Leitungsbeläge gilt mit den Transformationsbeziehungen:

$$Z'_m = T_u^{-1} Z' T_i = T_i^T Z' T_i$$

A8-9

$$Y'_m = T_i^{-1} Y' T_u = T_u^T Y' T_u$$

A8-10

Da Z'_m und Y'_m ebenfalls Diagonalform besitzen sollen, ergibt sich die Orthogonalitätsbedingung

$$T_i^T T_i = 1$$

bzw.

$$T_u^T T_u = 1$$

A8-11

damit ergeben sich die modale Wellenwiderstände zu:

$$Z_m = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{Z'_1}{Y'_1}} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \sqrt{\frac{Z'_2}{Y'_2}} & \\ & & & \ddots \\ & & & & \sqrt{\frac{Z'_m}{Y'_m}} \end{pmatrix}$$

Transformation der Wellen-Zweigquellenspannungen mit den Transformationsbeziehungen 8-81 und 8-82:

$$e_m = u_m + z_m i_m$$

$$T_u e_m = T_u u_m + T_u Z_m T_i^{-1} T_i i_m$$

$$e_{RST} = u_{RST} + Z_{RST} i_{RST}$$

A8-12

Die Wellenwiderstandsmatrix, die statt des Wellenwiderstands im RST-Originalsystem eingesetzt werden muss, lautet:

$$Z_{\text{RST}} = T_u Z_m T_i^{-1}$$

A8-13

2.7.14 Literatur

/1/ Meyer, W.S.; Dommel, H.W.:

Numerical model of frequency-dependent transmission-line parameters in an electromagnetic transients program.

IEEE Trans. PAS-93 (1974), S. 1401-1408.

/2/ Marti, J.R.:

Accurate modeling of frequency-dependent lines in electromagnetic transient simulations.

IEEE Trans. PAS-101 (1982), S. 147-157.

/3/ Semlyen, A.; Dabuleann, A.:

Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions.

IEEE Trans. PAS-94, S. 561-571.

/4/ Groschupf, E.:

Simulation transienter Vorgänge auf Leitungssystemen der Hochspannungs-Gleichstrom- und Drehstrom-Übertragung.

Dissertation 1976, Darmstadt.

/5/ Gerhardt, H.H.:

Ein Beitrag zur digitalen Berechnung transienter Vorgänge in Hochspannungs-Drehstromnetzen, unter besonderer Berücksichtigung der Nachbildung von Freileitungen, Spulen und Transformatoren.

Dissertation 1985, Berlin

/6/ Karrenbauer, H.:

Ausbreitung von Wanderwellen bei verschiedenen Anordnungen von Freileitungen im Hinblick auf die Form der Einschwingspannung bei Abstandskurzschlüssen.

Dissertation 1967, München.

/7/ Lee, K.C.:

Non-linear corona models in an electromagnetic transients program (EMTP).

IEEE Trans. PAS-102, S. 2936-2942.

/8/ Dorsch, H.:

Überspannungen und Isolationsbemessung bei Drehstrom-Hochspannungsanlagen.

Siemens AG (1981)

2.8 Torsionsschwingungen

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- [Differentialgleichungssystem](#)
- [Bestimmung von Dämpfungswerten](#)
- [Literatur](#)

2.8.1 Differentialgleichungssystem

Die Torsionsschwingungseigenschaften des Wellenstranges eines Turbosatzes lassen sich mit Hilfe eines n-Massen-Modells beschreiben.

Es ergibt sich das in Bild 9.1 dargestellte System von gekoppelten Differentialgleichungen 2. Ordnung.

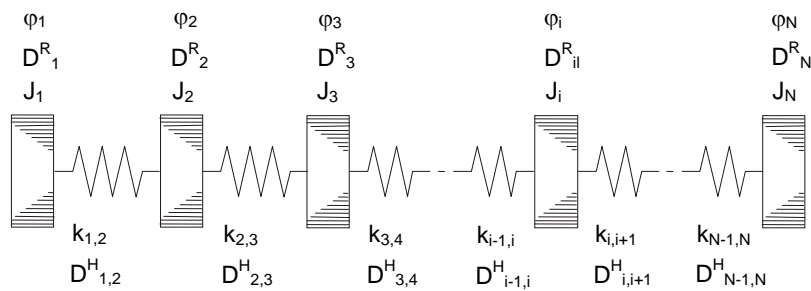


Bild 9.1: Berechnungsmodell

- J ... Massenträgheitsmoment
 k ... Drehfeldkonstante
 D_R ... geschwindigkeitsproportionale Reibungsdämpfung
 D_H ... Hysteres-Dämpfung, proportional der Drehgeschwindigkeitsdifferenz
 φ ... Verdrehwinkel

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\varphi}_1 + D_{R1} \dot{\varphi}_1 + D_{H1,2} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + k_{1,2} (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1(t), \\
 J_2 \ddot{\varphi}_2 + D_{R2} \dot{\varphi}_2 + D_{H1,2} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + D_{H2,3} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \\
 + k_{1,2} (\varphi_2 - \varphi_1) + k_{2,3} (\varphi_2 - \varphi_3) &= M_2(t), \\
 \vdots & \\
 J_i \ddot{\varphi}_i + D_{Ri} \dot{\varphi}_i + D_{H_{i-1,i}} (\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{i-1}) + D_{H_{i,i+1}} (\dot{\varphi}_i - \dot{\varphi}_{i+1}) \\
 + k_{i-1,i} (\varphi_i - \varphi_{i-1}) + k_{i,i+1} (\varphi_i - \varphi_{i+1}) &= M_i(t), \\
 \vdots & \\
 J_n \ddot{\varphi}_n + D_{Rn} \dot{\varphi}_n + D_{H_{n-1,n}} (\dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_{n-1}) + D_{H_{n,n+1}} (\dot{\varphi}_n - \dot{\varphi}_{n+1}) \\
 + k_{n-1,n} (\varphi_n - \varphi_{n-1}) + k_{n,n+1} (\varphi_n - \varphi_{n+1}) &= M_n(t)
 \end{aligned}$$

Es ist zweckmäßig, alle Dämpfungseinflüsse zu einer resultierenden Größe D zusammenzufassen. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$J \ddot{\varphi} + D \dot{\varphi} + K \varphi = M$$

9-1

Massenträgheitsmoment

$$J = \begin{vmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & J_n \end{vmatrix}$$

9-2

Matrix der Federkonstanten

$$K = \begin{vmatrix} k_{12} & -k_{12} & & \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} & \\ & & \ddots & \\ & & & -k_{n,n-1} & k_n \end{vmatrix}$$

9-3

M ... Vektor der auf das Trägheitsmoment J_i einwirkenden äußeren Momente

Die im Bild 9.1 dargestellten Einzeldämpfungen D_H und D_R sind in der Praxis nicht erfassbar. Daher wird Gleichung 9-1 wie folgt abgewandelt, um gemessene, modale Dämpfungswerte D_{mi} einsetzen zu können.

Zur Entkopplung der Gleichung 9-1 wird sie zunächst um das Dämpfungsglied $D\dot{\varphi}$ reduziert.

$$J \ddot{\varphi} + K \varphi = M$$

9-4

Um diese Gleichung zu diagonalisieren, wird mit Hilfe der Eigenwertanalyse aus K eine Transformationsmatrix T bestimmt, so dass gilt

$$T^T K T = \text{diag} (K_m) \rightarrow \text{diagonal}$$

(Ähnlichkeitstransformation)

9-5

Aus Gleichung 9-4 ergibt sich mit den transponierten Koordinaten q

$$\varphi = T q$$

9-6

$$\text{diag} (J_m) \ddot{q} + \text{diag} (K_m) q = T^T M$$

9-7

Wenn es gelingt, die Dämpfung modal, d.h. für die jeweiligen Eigenformen (Eigenfrequenzen) zu messen kann 9-7 um das Dämpfungsglied $D_m q$ ergänzt werden. D_m ist in diesem Fall ebenfalls eine Diagonalmatrix.

Die entkoppelte (diagonalisierte), gedämpfte, modale Momentengleichung ergibt sich damit zu:

$$J_m \ddot{q} + D_m \dot{q} + K_m q = M_m$$

9-8

Die Elemente der Matrix D_m können unterschiedliche Funktionen sein, deren Verlauf für jede Eigenfrequenz gesondert vorgegeben werden kann.

Nach der numerischen Integration der Gleichung 9-8 wird durch die Rücktransformation

$$\varphi = T q$$

der Einfluss der modalen Dämpfung in das gekoppelte (reale) System übertragen.

Ist φ bekannt, können alle Kupplungsmomente bestimmt werden:

$$M_{ti} = k_{i,i+1}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)$$

Bild 9.2 zeigt das Berechnungsschema für die gedämpften Torsionsschwingungen.

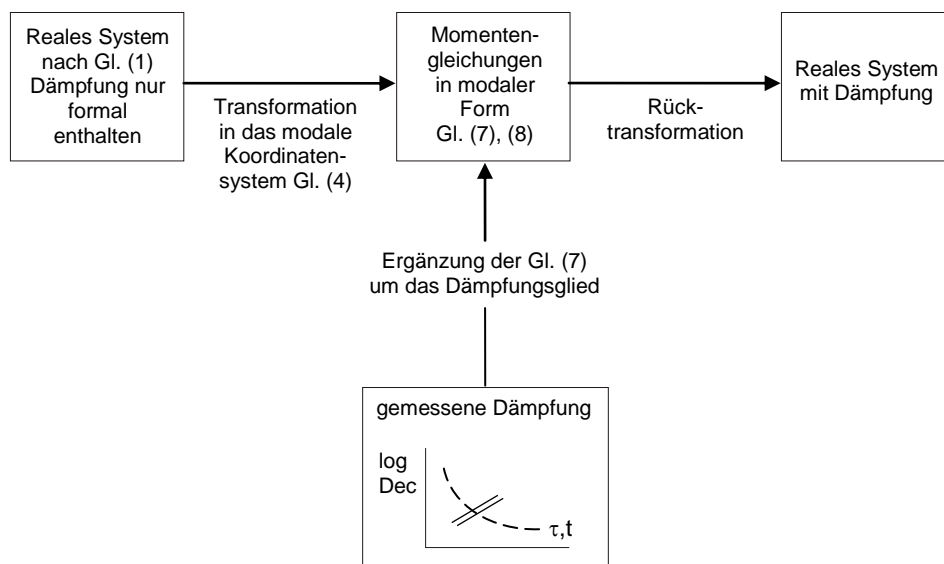


Bild 9.2: Berechnungsschema für die gedämpften Torsionsschwingungen

2.8.2 Bestimmung von Dämpfungswerten

Unter dem Sammelbegriff "Dämpfung" sollen die Überlagerung folgender Einflüsse verstanden werden:

- Werkstoffdämpfung, abhängig von der Torsionsspannung
- Dämpfung durch Gasreibung (Turbinendampf, abhängig vom Belastungszustand)
- Lagerdämpfung (Ölviskosität)
- elektrische Dämpfung: durch Kopplung des Differentialgleichungssystems der Maschine mit der Welle ($\varphi_i \rightarrow$ Polradwinkel).

Die messtechnische Bestimmung der Dämpfungswerte ist schwierig. Die Schwingungsanregung lässt sich am besten durch Ausschwingvorgänge durchführen. Dabei sind folgende Gesichtspunkte zu beachten:

- Kosten
- Automatisierungsgrad
- Zugänglichkeit des Turbosatzes
- Gefährdung

Die Schwingungsanregung kann erfolgen mit:

- Lastabwurf
- Kurzschluss
- Durchfahren von torsionskritischen Drehzahlen (Dampfreserve gefährlich) für höhere torsionskritische Drehzahlen bei 2-poligem Kurzschluss (doppeltfrequente Momente)

Es bietet sich die Beschreibung des logarithmischen Dekrements für die Dämpfung an.

$$\vartheta = \frac{1}{n} * \ln \frac{A_j}{A_{j+n}}$$

A_j ... j-te Amplitude – bei der Voraussetzung eines sinusförmigen Vorgangs

A_{j+n} ... j+n-te Amplitude – bei der Voraussetzung eines sinusförmigen Vorgangs

Daraus ergibt sich die Dämpfung für die jeweilige Eigenform i

$$D_{mi} = 2 * f_{mi} * J_{mi} \vartheta_{mi}$$

D_{mi} ... modale Dämpfung für die i-te Eigenform

f_{mi} ... i-te Eigenform

J_{mi} ... modales Massenträgheitsmoment

ϑ_{mi} ... das für die i-te Eigenform gemessene logarithmische Dekrement

Bild 9.3 zeigt für die ersten drei Eigenformen den Mittelwert der gemessenen Dämpfungen.

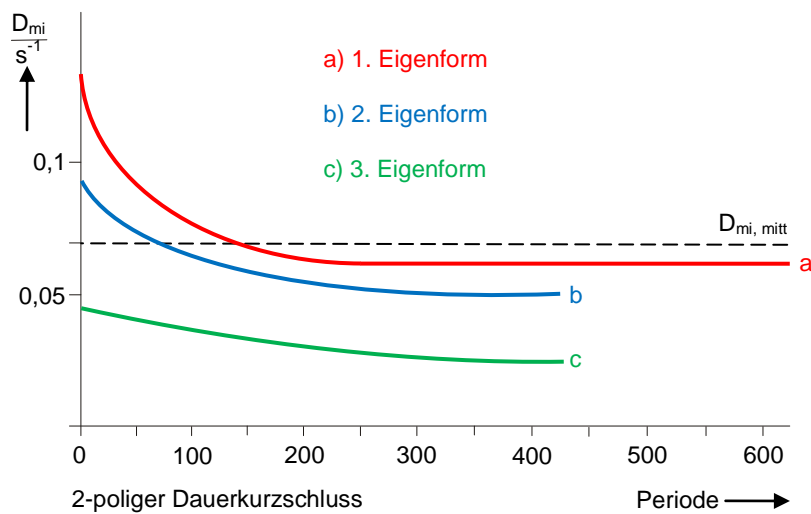


Bild 9.3: $D_{mi, \text{mitt}}$: Mittelwert der mechanischen Dämpfung bei der 1. Eigenform

Der starke Abfall während der Zeit, in der die Amplituden noch relativ hoch sind, zeigt, dass die Werkstoffdämpfung nichtlinear ist und stark von den (Torsions-) Spannungen abhängt.

Die Bilder 9.4 und 9.5 zeigen die Auswirkung der Dämpfung auf die Hüllkurven der Torsionsmomente und den Einfluss auf die Lebensdauerberechnung.

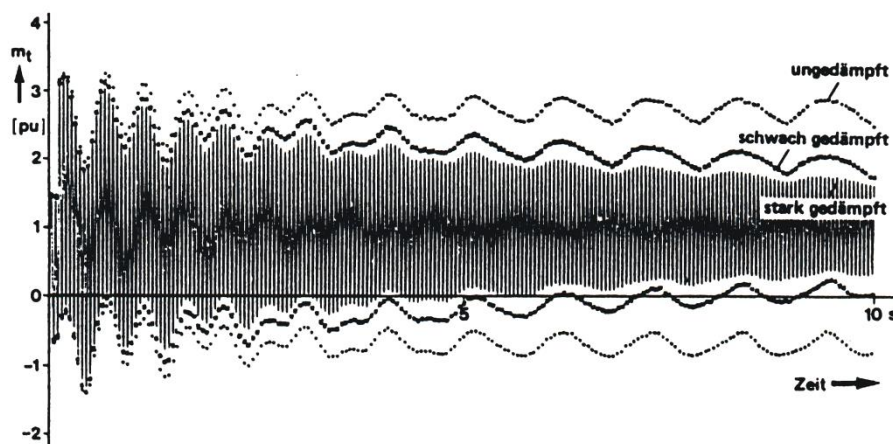


Bild 9.4: Hüllkurven der mechanischen Torsionsmomente, gerechnet mit verschiedenen Dämpfungen

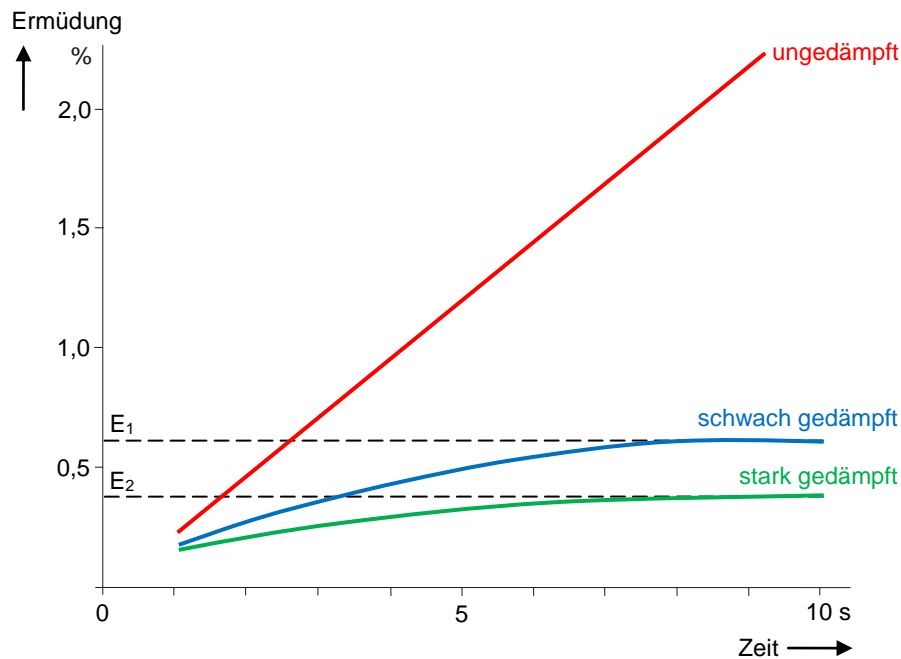


Bild 9.5: Anstieg der Werkstoffermüdung in der Welle während der Schwingungsdauer

Als Störfall wurde eine Kurzschlussabschaltung angenommen.

2.8.3 Literatur

/1/ **Berger, H.; Kulig, T.:**

Erfassung der Dämpfung bei Torsionsschwingungen großer Turbosätze. VDI Berichte Nr. 320 (1978) S. 77-85

/2/ **Berger, H.; Kulig, T.:**

Simulations models for calculating the torsional vibrations of large turbine-generator units after electrical system faults.

Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte Bd. 10 (1981) Nr. 4, S. 237-245

2.9 Transformatoren

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- [Ersatzschaltung für Magnetisierungsvorgänge](#)
- [Modell eines Transformatorschenkels](#)
- [Ersatzschaltung für Stoßvorgänge](#)
- [Literatur](#)

2.9.1 Ersatzschaltung für Magnetisierungsvorgänge

Dualität magnetischer und elektrischer Ersatzschaltungen

Für jedes Betriebsmittel mit magnetischen Kreisen lässt sich mit Hilfe des Dualitätsprinzips ein äquivalenter elektrischer Ersatzschaltplan entwickeln, der im Allgemeinen für den Berechner von Netzwerken leichter zu übersehen ist [/1/](#).

Der Zusammenhang zwischen den magnetischen und elektrischen Größen ist durch folgende Gleichungen gegeben:

$$u = \frac{d\Phi}{dt} \quad 10-1$$

$$i = \frac{\Theta}{N} = \frac{V}{N} \quad 10-2$$

$$L = N^2 \Lambda \quad 10-3$$

mit

- u ... elektrische Spannung
- i ... elektrischer Strom
- L ... elektrische Induktivität
- Φ ... magnetischer Fluss
- Θ ... aktive magnetische Spannung (Durchflutung)
- N ... Windungszahl
- V ... passive magnetische Spannung
- Λ ... magnetischer Leitwert

Damit entspricht dem "magnetischen Ohm'schen Gesetz"

$$\Phi = \Lambda * \Theta \quad 10-4$$

die "elektrische" Differentialgleichung für einen induktiven Zweig.

$$u = L \frac{di}{dt} \quad 10-5$$

Aus der "magnetischen" Knotenpunktsregel

$$\sum_{v=1}^n \Phi_v = 0$$

10-6

wird mit Gleichung 10-1 die duale "elektrische" Maschenregel

$$\sum_{v=1}^n u_v = 0 = N \sum_{v=1}^n \frac{d\Phi_v}{dt}$$

10-7

und aus der "magnetischen" Maschenregel

$$\sum_{\mu=1}^m V_{\mu} = 0$$

10-8

entsteht mit Gleichung 10-2 die duale "elektrische" Knotenpunktsregel

$$\sum_{\mu=1}^m i_{\mu} = 0 = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^m V_{\mu}$$

10-9

Mit Hilfe der Dualitätsgesetze lässt sich nun, ohne den Umweg über Gleichungen gehen zu müssen, zu jedem magnetischem Ersatzschaltplan der duale elektrische Ersatzschaltplan finden.

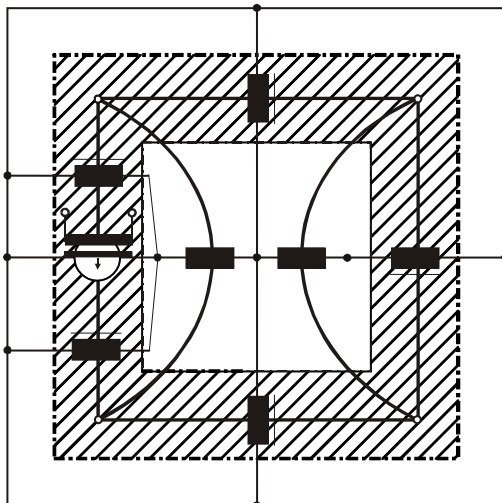


Bild 10.1: Dualer elektrischer Ersatzschaltplan einer magnetischen Masche unter Berücksichtigung der Streuung

In jede durch den Blechschnitt vorgegebene magnetische Masche wird ein Knotenpunkt eingetragen. Dies erfolgt auch in der äußeren Masche (Bild 10.1). Diese Knotenpunkte werden so miteinander verbunden, dass jeder Zweig einer Masche einmal geschnitten wird. In diese Verbindung wird entweder eine Induktivität L entsprechend dem jeweiligen magnetischen Leitwert des Zweiges oder eine elektrische Spannungsquelle entsprechend der vereinfachend als punktförmige Erregung angenommenen, aktiven magnetischen Spannung eingetragen. Dabei sind die unterschiedlichen Windungszahlen w durch einen idealen Übertrager zu berücksichtigen.

Der Wert der Induktivität berechnet sich aus

$$L = N^2 \Lambda = N^2 \mu_0 \mu_r \frac{Q}{l}$$

10-10

mit

- N ... Windungszahl
- μ_0 ... absolute Permeabilität
- μ_r ... relative Permeabilität
- Q ... Querschnitt ($= l_w a$)
- l ... Länge des magnetischen Weges

Damit ergibt sich der elektrische Ersatzschaltplan für die Eisenwege ohne Berücksichtigung der Streuungen und der Wicklungen. Dieser Ersatzschaltplan lässt sich zur Erfassung der Streuflüsse im einfachsten Fall erweitern, indem für die homogen verteilten Streuflusswege ein konzentrierter magnetischer Leitwert angesetzt wird, der magnetisch parallel zu dem Eisenpfad liegt. Elektrisch ergibt sich damit, wie in Bild 10.1 am rechten Eisenweg dargestellt, eine Reihenschaltung der Streu- und der Eiseninduktivität.

Berücksichtigung der endlichen Wicklungsabmessungen

In diesem Abschnitt wird die Ersatzschaltung für die Streuinduktivität von Wicklungen unter Berücksichtigung ihrer endlichen Abmessungen abgeleitet.

Zu diesem Zweck wird die im Luftraum V der Wicklungen gespeicherte magnetische Energie berechnet. Der Anteil der Streuung im Eisen kann vernachlässigt werden.

Die magnetische Energie W in der Wicklung beträgt:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V H^2 dV$$

10-11

mit

- V ... Volumen der Wicklung
- dV ... Volumenelement $= l \cdot l_w \cdot dx$

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 I_W \int_0^{\infty} H^2(x) dx$$

10-12

Die magnetische Feldstärke $H(x)$ hat den in Bild 10.2 dargestellten Verlauf.

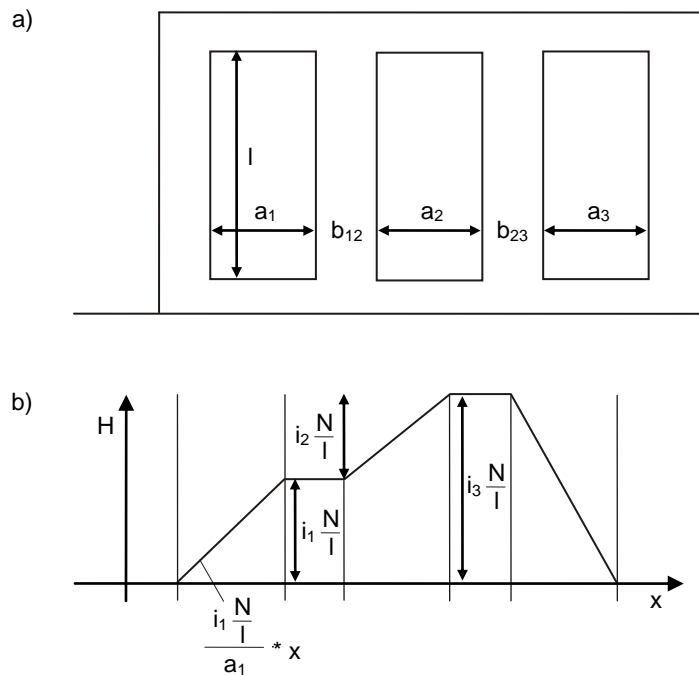


Bild 10.2:

a) Schnitt durch einen Teil eines Transformators

b) Feldstärkeverlauf

Wegen des Durchflutungsgleichgewichts muss gelten:

$$\sum_{n=1}^3 i_n * N = 0$$

10-12

$$N_1 = N_2 = N_3 = N$$

10-13

Wird auf ein gemeinsames N umgerechnet, so ergibt sich ein idealer Übertrager.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

10-14

$$i_2 = -i_1 - i_3$$

10-15

Das Integral der magnetischen Feldstärke H über eine geschlossene Hüllkurve ist gleich der Durchflutung Θ durch diese Kurve.

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta = i * N$$

10-16

Wird nun die Magnetische Feldstärke H , die in Bild 10.2 dargestellt ist, integriert, so ergibt sich für die magnetische Energie unter Verwendung der Gleichung 10-15:

$$w = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} I_W \left\{ \frac{a_1}{3} i_1^2 + b_{12} i_1^2 + \frac{a_3}{3} i_3^2 + b_{23} i_3^2 + \frac{a_2}{3} (i_1^2 - i_1 i_3 + i_3^2) \right\}$$

10-17

Diese Gleichung lässt sich wie folgt umformen:

$$w = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} I_W \left\{ \left(-\frac{a_1}{6} + \frac{a_1}{3} + \frac{a_1}{6} + b_{12} + \frac{a_2}{6} + \frac{a_2}{3} \right) i_1^2 - \frac{a_2}{6} (i_1 + i_3)^2 + \left(\frac{a_3}{6} + \frac{a_3}{3} + \frac{a_3}{6} + b_{23} + \frac{a_2}{6} + \frac{a_2}{3} \right) i_3^2 \right\}$$

10-18

Diese Gleichung lässt sich durch die in Bild 10.3 dargestellte Ersatzschaltung nachbilden, wobei gilt:

$$x = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} I_W * a$$

10-19

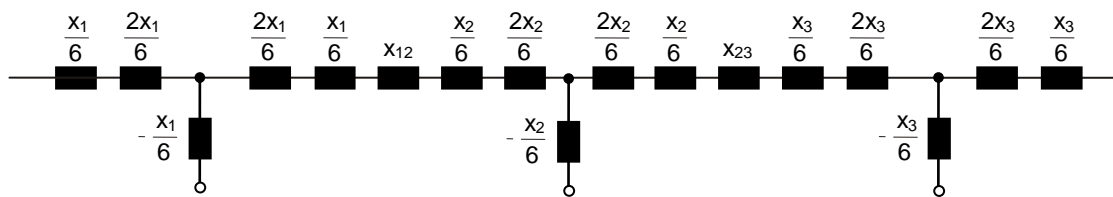


Bild 10.3: Bild 10.2 umgesetzt in Teilinduktivitäten

Damit lässt sich grundsätzlich jede Wicklungsanordnung nach dem in Bild 10.4 dargestellten Schema in eine Ersatzschaltung überführen.

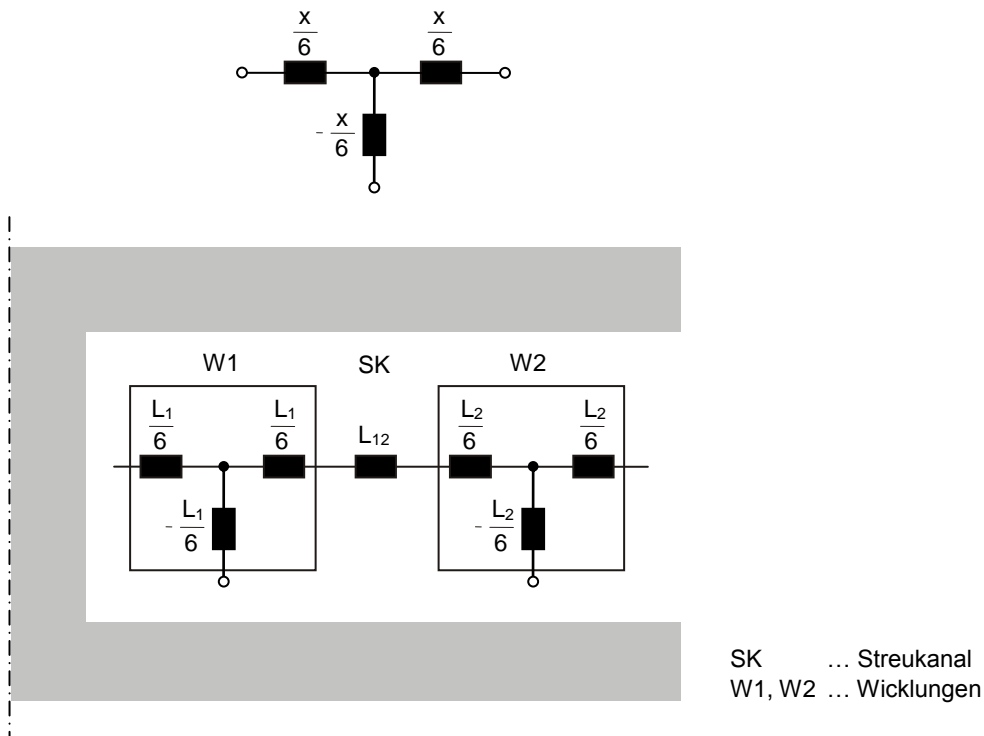


Bild 10.4: Elektrischer Ersatzschaltplan einer einfach konzentrischen Wicklungsanordnung

Dabei gilt:

Der Luftraum zwischen den Spulen, z.B. (1-2) wird durch eine Induktivität

$$x_{12} = \mu_0 \frac{N^2}{l} I_W * b_{12}$$

10-21

dargestellt.

Die Wicklung selbst wird durch eine Sternschaltung mit

$$x = \mu_0 \frac{N^2}{l} I_W * a$$

10-22

nachgebildet.

Diese Induktivität entspricht dem durch die Wicklung ausgefüllten Luftraum.

2.9.2 Modell eines Transformatorschenkels

Mit Hilfe der in Abschnitt 10.1.1 dargestellten Methode wurde der in Bild 10.5 gezeigte duale elektrische Ersatzschaltplan als eine Art Makrobaustein entwickelt, um damit die Nachbildung eines Dreiwicklungstransformators mit mehreren Schenkeln formalisieren und übersichtlicher darstellen zu können.

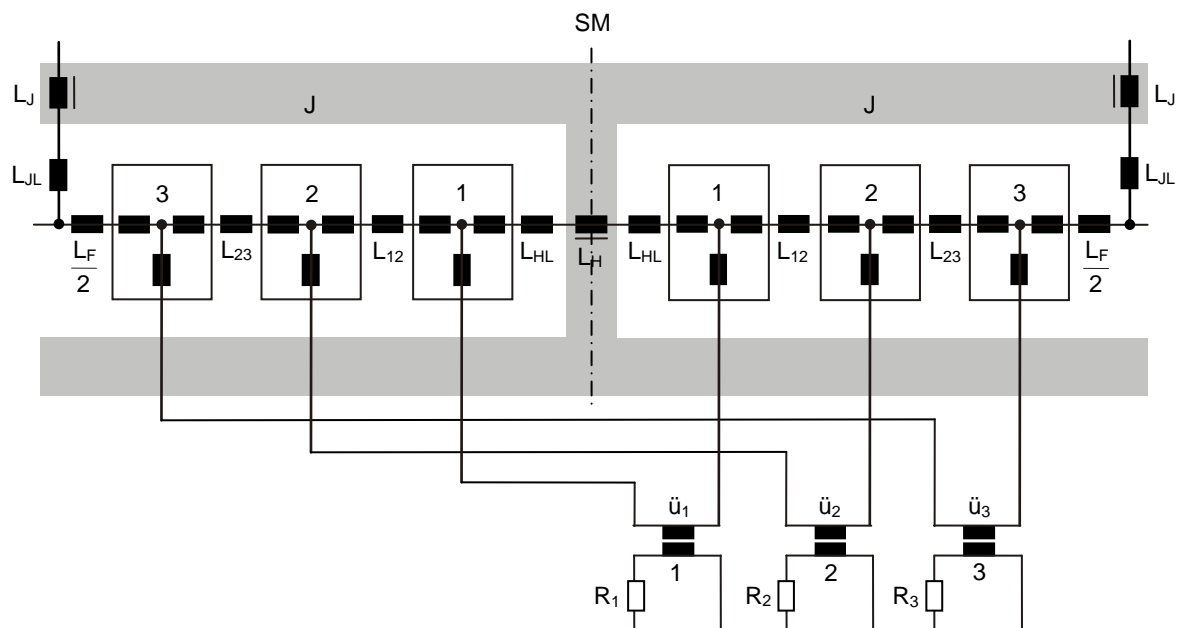


Bild 10.5: Elektrischer Ersatzschaltplan eines Transformatorschenkels

Der Schaltplan gilt z.B. für den zum mittleren Schenkel gehörenden Teil eines Transformators bis zu den so genannten Transformatorfenstern. Die in Bild 10.5 eingezeichneten Induktivitäten werden im Wesentlichen jeweils nach Gleichung 10-10 berechnet.

Die Verknüpfung mit dem elektrischen Netz erfolgt über potentialfreie Übertrager, die zum einen das Übersetzungsverhältnis und zum anderen die Ohm'schen Verluste der Wicklung berücksichtigen.

Der dämpfende Einfluss der Eisen- und Hystereseverluste wird durch parallel zu den nichtlinearen Induktivitäten der Eisenpfade geschaltete Ohm'sche Widerstände berücksichtigt.

Modell des Fünfschenkelkerntransformators

In Bild 10.6 ist der Ersatzschaltplan für einen Fünfschenkelkerntransformator dargestellt. Obwohl er relativ kompliziert erscheint, stellt er prinzipiell nur eine dreimalige Wiederholung des in Bild 10.5 gezeigten Makrobausteins dar. Diese Unterteilung ist in Bild 10.6 durch Trennlinien angedeutet.

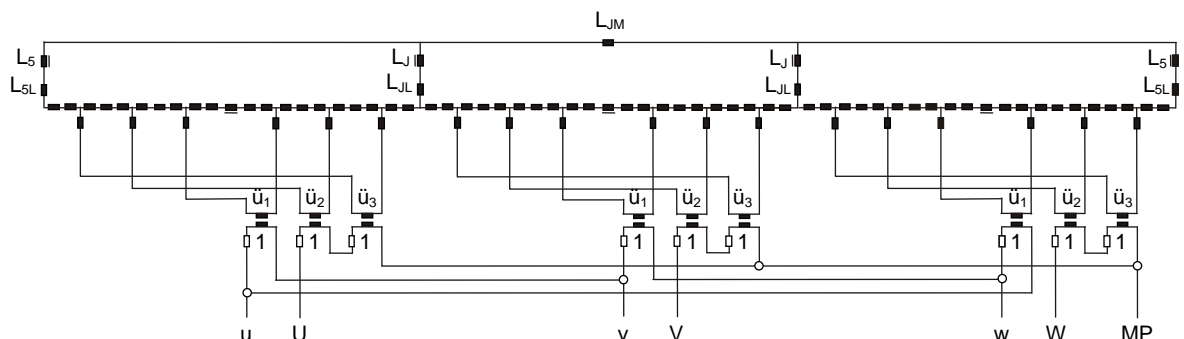


Bild 10.6: Simulationsmodell eines Dreiwicklungs-Fünfschenkelkern-Drehstromtransformators

Die Klemmen der Wicklungen sind potentialfrei herausgeführt. Sie lassen sich daher in beliebiger Weise verschalten (z.B. in der dargestellten Yd1-Schaltung mit Stufenwicklung oder als Spartransformator mit Dreiecksausgleichswicklung).

Durch Weglassen der Sättigungsinduktivitäten für den fünften Schenkel kann mit Hilfe dieses Ersatzschaltplanes auch das Verhalten von Dreischenkelkerntransformatoren untersucht werden.

2.9.3 Ersatzschaltung für Stoßvorgänge

Bei steilen Stoßspannungen (Fourierspektrum mit hohen Frequenzen) sind die innerhalb der Wicklung auftretenden Ausgleichsvorgänge zu berücksichtigen.

Die in Bild 10.4 dargestellte Ersatzschaltung ist nicht mehr ausreichend, da induktive und kapazitive Kopplungen fehlen. Bild 10.7 zeigt die vereinfachte Ersatzschaltung einer Wicklung, bei der diese Kopplungen berücksichtigt wurden.

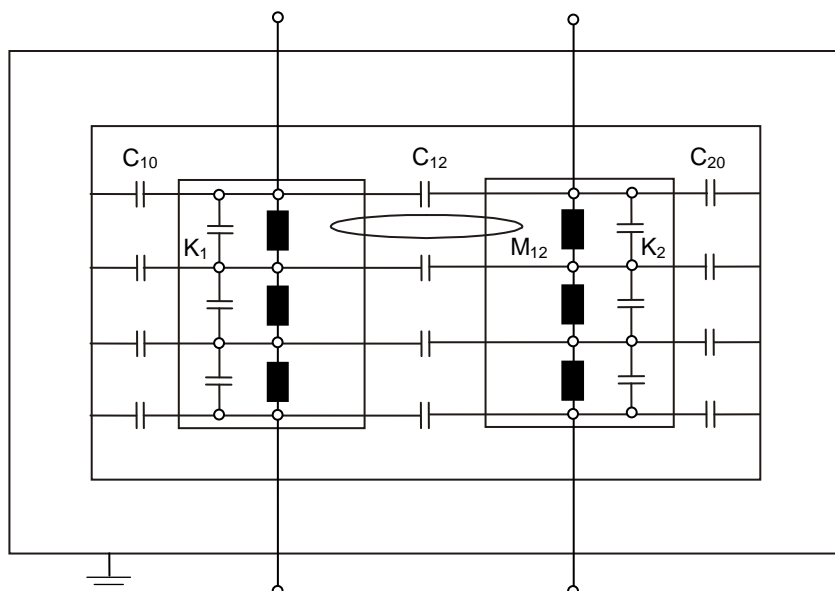


Bild 10.7: Vereinfachte Ersatzschaltung einer Wicklung

Bei steilen Stoßspannungen (Rechteckstoß) ergibt sich die in Bild 10.8 dargestellte Anfangsverteilung der Spannungen gegen Erde.

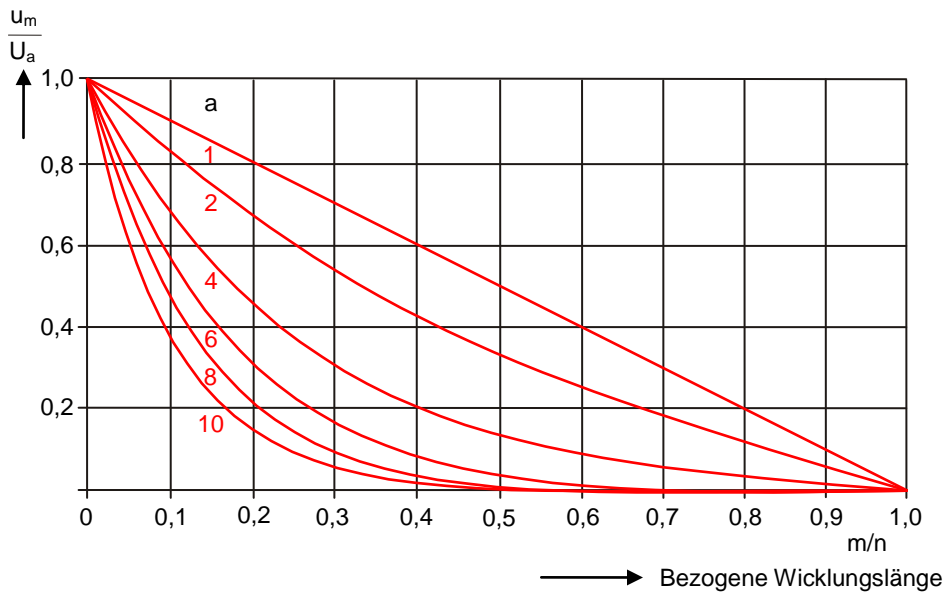
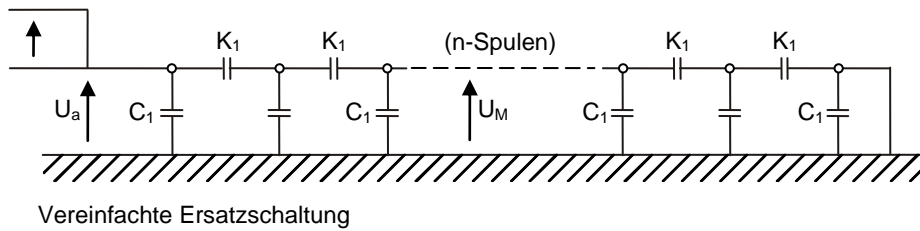


Bild 10.8: Anfangsverteilung der Spannungen an der Wicklung gegen Erde bei Rechteckstoß; Sternpunkt geerdet

Die Anfangsverteilung ist durch die Kapazitäten gegeben, während die Endverteilung durch die Induktivitäten bestimmt wird. Dadurch entstehen Schwingungen der Wicklungen zwischen Anfangs- und Endverteilung (Überschwingungen über Endverteilung). Dabei unterliegen die Eingangsspulen einer besonders hohen Belastung.

Sollen die Rückwirkungen der Stoßvorgänge, wie sie z.B. bei Blitzvorgängen auftreten, auf einen äußeren Stromkreis untersucht werden, so ergibt sich folgende Verteilung:

Anfangsverteilung: Stoßkapazität = Ersatz für die Kondensatorketten

$$C_s = \sqrt{K \cdot C_{10}}$$

für Wicklungszahlen

$$n \rightarrow \infty$$

Endverteilung: linearer Verlauf wie $\alpha = 1$.

2.9.4 Literatur

/1/ Edelmann, H.:

Anschauliche Ermittlung von Transformator-Ersatzschaltbildern.
A.E.U., Band 13 (1959), Heft 6, S. 253...261

/2/ Dorsch, H.:

Überspannungen und Isolationsbemessung bei Drehstrom-Hochspannungsanlagen, Siemens 1981

2.10 Stromrichterventile

In diesem Kapitel werden folgende Punkte näher erläutert:

- [Frequenzbereich < 1000 Hz](#)
- [Frequenzbereich > 1000 Hz](#)
- [Literatur](#)

2.10.1 Frequenzbereich < 1000 Hz

Wenn es bei der Untersuchung von Stromrichterschaltungen nur auf die Rückwirkungen mit dem Netz bzw. auf Regeleigenschaften ankommt, genügt es i.a., die Ventile als ideale Schalter nachzubilden.

Um in Sperrrichtung keine zu kleinen Zeitkonstanten L/R zu erhalten, die aus Stabilitätsgründen einen kleinen Zeitschritt erfordern würden, werden i.a. zwei Verfahren angewendet:

- Die Topologie des Netzes wird nicht geändert. Für das Ventil wird in Sperrrichtung die Reihenschaltung eines großen Widerstands und einer Induktivität angenommen. Damit bleibt L/R und der Zeitschritt in einer vernünftigen Größenordnung.
- Die Topologie des Netzes wird geändert. Es ergibt sich eine andere Schaltung je nachdem ob das Ventil durchgeschaltet oder gesperrt ist, d.h. es wird ein ideales Ventil nachgebildet. Um die Baumsuche nicht für jede neue Topologie durchführen zu müssen, werden die Schaltzustände teilweise abgespeichert und zyklisch neueingelesen.

Beim Differenzenleitwertverfahren sind die beiden Vereinfachungen nicht nötig. Auch in Sperrrichtung darf der reale (hochohmige) Widerstand eingesetzt werden, ohne Stabilitätsschwierigkeiten zu erhalten.

Diode

Die Eigenschaften der Diode, d.h. eines ungesteuerten Ventils, lassen sich durch die quasistationäre Strom-Spannungskennlinie beschreiben.

Die Kennlinien sind in Bild 11.1 dargestellt. Die ideale Kennlinie hat in Durchlassrichtung den Widerstand Null und in Sperrrichtung den Widerstand Unendlich. Das Ventil kann beliebig hohe Sperrspannungen aufnehmen.

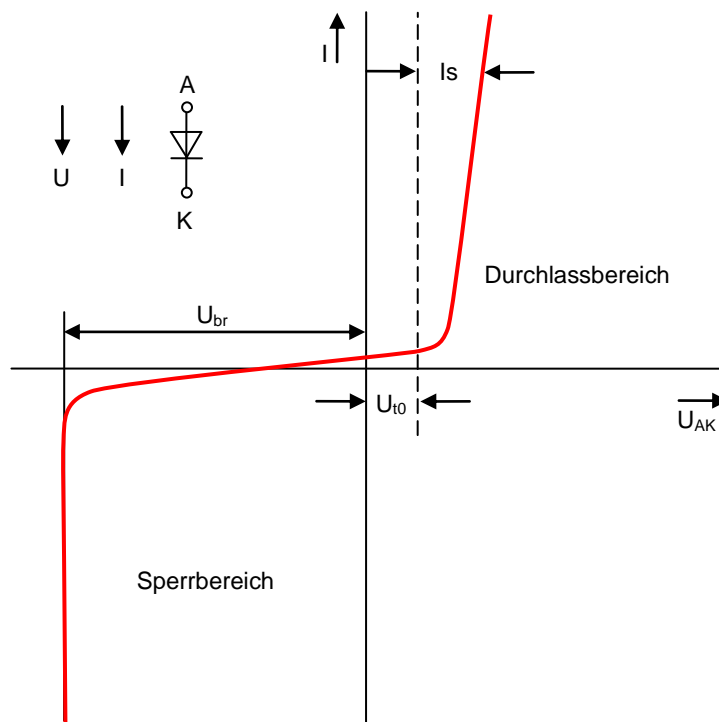


Bild 11.1: Strom-Spannungskennlinie einer Siliziumdiode als Beispiel eines ungesteuerten elektrischen Ventils /1/

Eine recht gute Annäherung an die Praxis ist ebenfalls in Bild 11.1 eingezeichnet. In Durchlassrichtung muss die sogenannte Schleusenspannung U_{t0} aufgebracht werden, ehe ein nennenswerter Strom fließen kann (0,7 V bei Si-Dioden). Der weitere Verlauf kann durch eine Gerade angenähert werden, deren Steigerung durch den Ersatzwiderstand r_t der Diode bestimmt wird. In Sperrrichtung wirkt der Widerstand r_s .

Im Programm PSS NETOMAC ist es möglich, Dioden durch die Angaben U_{t0} , r_t und r_s zu charakterisieren.

Thyristoren

Ideale Thyristoren können auch in Durchlassrichtung beliebig hohe Spannungen aufnehmen, ohne Strom zu führen. Erst beim Fließen eines Steuerstromes (Anliegen eines Zündimpulses) kann das Ventil umgeschaltet werden. Im Bild 11.2 ist der reale quasistationäre Kennlinienverlauf dargestellt, der in PSS NETOMAC realisiert wurde.

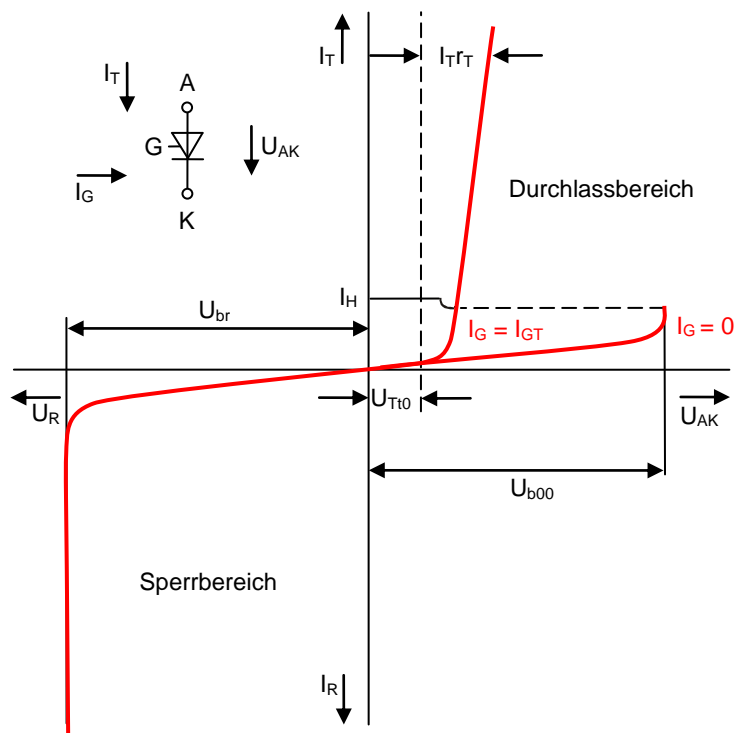


Bild 11.2: Strom-Spannungskennlinie eines Thyristors als Beispiel eines steuerbaren elektrischen Ventils [1/](#)

I_T	... Durchlassgleichstrom
I_G	... Steuerstrom
I_{CH}	... Haltestrom
I_{GT}	... Zündstrom
I_R	... Sperrstrom
U_R	... Gleichsperrspannung, negativ
U_{br}	... Durchbruchspannung
U_{T10}	... Schleusenspannung
U_{b00}	... Nullkippspannung
r_T	... Ersatzwiderstand

Bei anstehendem Zündimpuls kann der Thyristor erst oberhalb der Schleusenspannung U_{T10} zünden. Steht kein Zündimpuls an und liegt positive Spannung über dem Thyristor, so bewegt sich die Kennlinie bis zur Kippspannung U_{b00} und der Thyristor würde dann spontan durchzünd. Liegt positive Spannung über dem Thyristor an und wird dann gezündet, springt die Kennlinie auf die durch i_{T1} und u_{T0} gegebene Durchlasskennlinie.

Bei Unterschreiten des Haltestromes I_H wird auf die Sperrkennlinie umgeschaltet. Dabei ist zu berücksichtigen, dass durch den Quasistromabriss Überspannungen auftreten, die durch die RC-Beschaltung des Ventils gedämpft werden müssen. Wird die RC-Beschaltung nicht nachgebildet, um den hohen Rechenaufwand wegen der Anpassung der Schrittweite auf die Eigenfrequenz von 1.000 bis 2.000 Hz (s. Abschnitt 2) zu vermeiden, muss im Stromnulldurchgang geschaltet werden, d.h. ein Haltestrom von Null eingesetzt werden.

Dynamische Eigenschaften beim Ausschaltvorgang, wie z.B. die in Bild 11.3 dargestellte Rückstromspitze, werden nicht berücksichtigt.

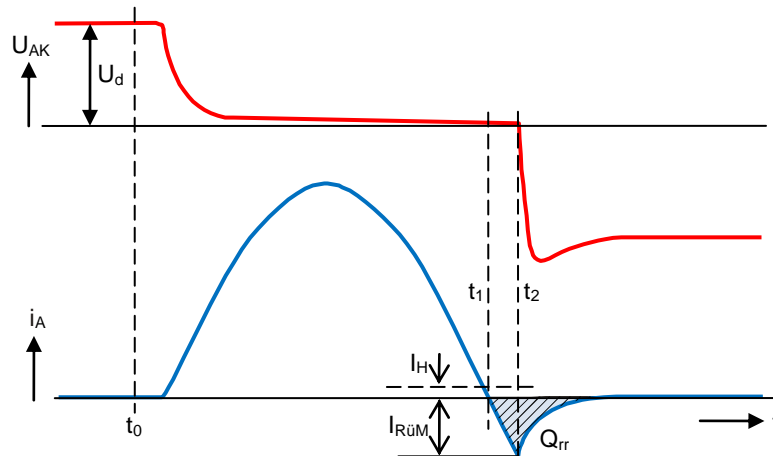


Bild 11.3: Verlauf von Ventilspannung u_{AK} und Anodenstrom i_A in Abhängigkeit von der Zeit /1/

Zu berücksichtigen ist zusätzlich die Freierdezeit (Schonzeit t_c , Bild 11.4), d.h. die Zeit zwischen dem Nulldurchgang des Stroms und der frühest zulässigen Wiederkehr positiver Spannung über dem Ventil. Erhält das Ventil vor Ablauf der Freierdezeit positive Spannung, zündet es ohne Zündimpuls durch (Kippen).

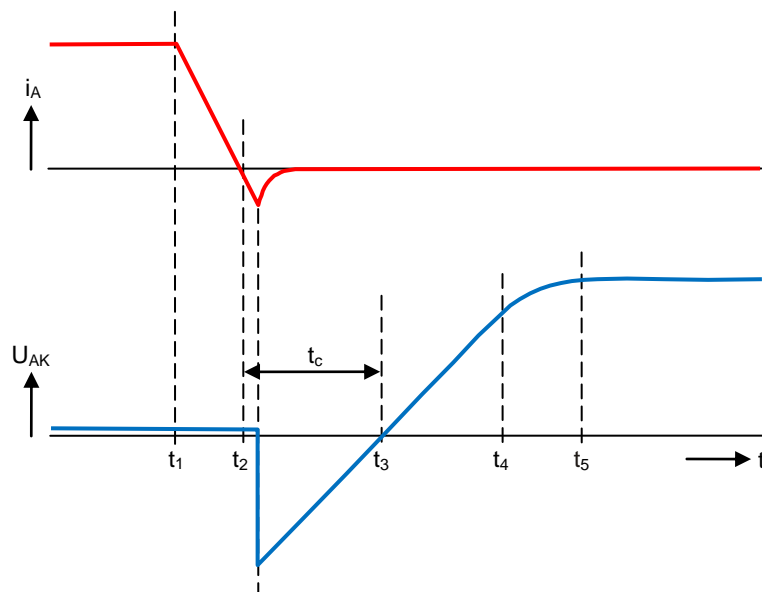


Bild 11.4: Verlauf von Anodenstrom i_A und Ventilspannung u_{AK} beim Abschalten eines Thyristors; t_c – Schonzeit /1/

Um den Thyristor genauer zu beschreiben, ist es in PSS NETOMAC möglich, über die Reglerbausteine folgende Thyristorparameter variabel zu gestalten:

- Freierdezeit
- Rückstrom
- Schleusenspannung

Wenn diese Möglichkeit nicht ausreicht, kann der Thyristor "beliebig genau" über die Reglerbausteine mit der Zuordnung "Variabler Widerstand" (VAR-Y) nachgebildet werden, wenn ein derartiges Modell vorliegt.

Auf zwei Besonderheiten in PSS NETOMAC sollte hingewiesen werden:

- Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen bei den Schaltvorgängen
- Trennung (Parallelführung) von Zündimpuls und Zündzeitpunkt:
Im Reglerbaustein werden die Zündimpulse gebildet und gleichzeitig müssen die exakten Zündzeitpunkte ermittelt werden.
Beispiel: Der Zündzeitpunkt soll 35° nach dem Nulldurchgang einer Spannung auftreten. Die 35° werden aber i.a. nicht mit dem Zeitschritt t abgetastet, d.h. der Zündzeitpunkt fällt i.a. nicht mit einer Intervallgrenze zusammen. Im ungünstigsten Fall ergäbe sich ein Fehlwinkel entsprechend t (bei $t = 0,1 \text{ ms} \rightarrow 1,8^\circ$). Um dieses zu vermeiden, wird in PSS NETOMAC vom Thyristorbaustein zuerst abgefragt, ob ein Zündimpuls ansteht, wenn ja, wird im Speicher für den Zündzeitpunkt nachgesehen, in dem dann der exakte Zündzeitpunkt steht, der im vorigen Zeitintervall t liegen muss.

Wegen dieser Methode ist es nicht nötig, zur genauen Bestimmung der Zündzeitpunkte einen kleinen Zeitschritt zu wählen. (Bei HGÜ ist eine Genauigkeit von $0,1^\circ$ nötig, d.h. es wäre ein Zeitschritt von $1 \mu\text{s}$ statt $100 \mu\text{s}$ nötig).

2.10.2 Frequenzbereich > 1000 Hz

Um ein Ventil für einen höheren Frequenzbereich als 1000 Hz zu beschreiben ist es nötig, die RC-Beschaltung über die Ventile mit zu betrachten. Diese RC-Beschaltung soll die über dem Ventil auftretenden Überspannungen bekämpfen, die durch den "Quasistromabriss" der Rückstromspitze (Bild 11.3) erzeugt werden.

Die Werte für dieses RC-Glied werden so bestimmt, dass ein Überschießen der Spannung von 10 bis 20% erfolgt.

Die Eigenfrequenz des mit der Dämpfungskapazität C_d und der Kommutierungsinduktivität gebildeten Schwingkreises liegt bei ca. 1000 bis 2000 Hz.

Bei sehr hochfrequenten Vorgängen sind zusätzliche parasitäre Kapazitäten C_s (Bild 11.5) zu berücksichtigen, die größenordnungsmäßig um den Faktor 100 kleiner als C_d sind, d.h. die Eigenfrequenz liegt etwa bei 10 bis 20 kHz [/2/](#).

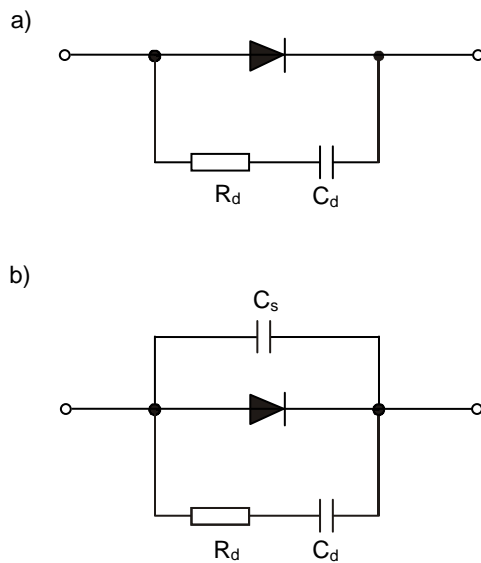


Bild 11.5: Nachbildung von Ventilen für höhere Frequenzen

2.10.3 Literatur

/1/ Meyer, M.:
Selbstgeführte Thyristor-Stromrichter.
Siemens AG, 1974

/2/ Kimbark, E.W.:
Direct current transmission
John Wiley & Sons 1971

2.11 Überspannungsableiter

In Netzen treten Überspannungen auf, denen die Isolation der Betriebsmittel gewachsen sein muss.

Die Überspannungen können grob in 4 Frequenzbereiche unterteilt werden:

- **bis 1000 Hz:**
Betriebsfrequente, stationäre Änderungen der Betriebsspannung, z.B. Stufenschalter von Transformatoren, Temporäre Spannungserhöhungen, z.B. Lastabwurf, Erdschluss, Erdkurzschluss.
- **bis 100 kHz:**
Transiente Schaltüberspannungen, z.B. Leitungseinschaltung, Abstandskurzschluss, multiple Wiederzündungen, Abschalten kleiner induktiver bzw. kapazitiver Ströme, Fehlereintritt.
- **bis 5 MHz:**
Transiente Blitzüberspannungen.
- **größer 5 MHz:**
Fast transients, z.B. Trennerschalten in SF6-Anlagen

Die innere Isolation der Betriebsmittel (z.B. von Transformatoren, Kabeln) kann mit wirtschaftlichen Mitteln nicht so bemessen werden, dass sie allen obengenannten Überspannungen gewachsen ist. Fehler in der äußeren Isolation (z.B. bei Freileitungen) führen zu geringen Ausfallraten und geringen Reparaturkosten. Zum Schutz der Betriebsmittel werden Überspannungsableiter eingesetzt, die die Aufgabe haben, die Überspannungen auf die zulässigen Werte des zu schützenden Betriebsmittels zu begrenzen, d.h. einen bestimmten Schutzpegel zu halten. Wegen des begrenzten Schutzbereiches sollen sie möglichst nahe an den zu schützenden Objekten aufgestellt werden.

Im Netzbetrieb sind derzeit hauptsächlich magnetisch beblasene Funkenstrecken (SiC-Ableiter) und Metalloxidableiter (ZnO-Ableiter) eingesetzt.

Die prinzipielle Funktionsweise beider Ableitertypen unterscheiden sich wesentlich voneinander, deshalb ist auch die Nachbildung beider Typen getrennt zu behandeln.

2.11.1 SiC-Ventilableiter

SiC-Ableiter bestehen aus einem nichtlinearen, spannungsabhängigen Widerstand und einer in Reihe geschalteten Löschfunkenstrecke (Bild 12.1), die meistens magnetisch beblasen wird (Bild 12.2).

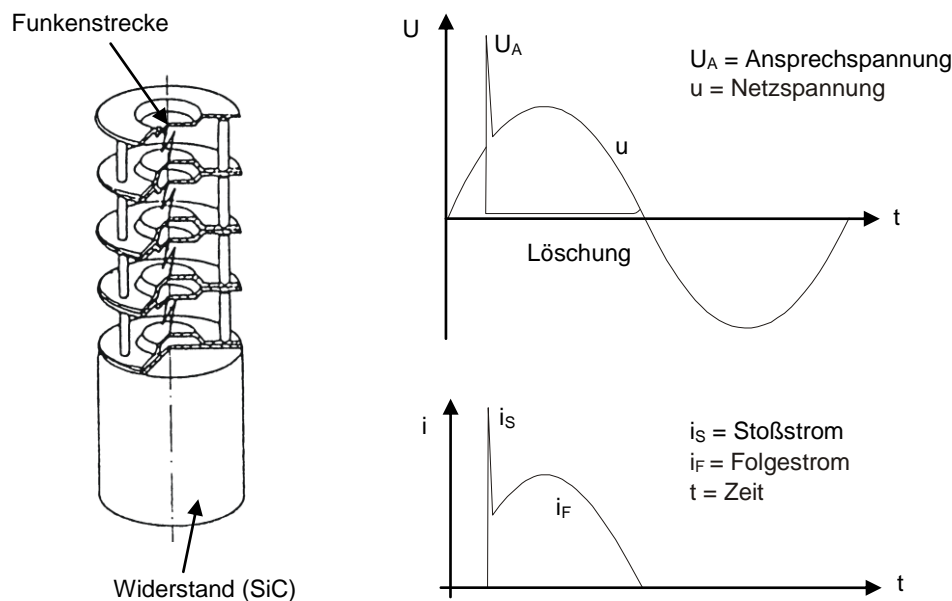


Bild 12.1: Plattenfunkenstreckenableiter /3/

links: Schematischer Aufbau

rechts: Spannung und Strom bei einem Ansprechlöschzyklus

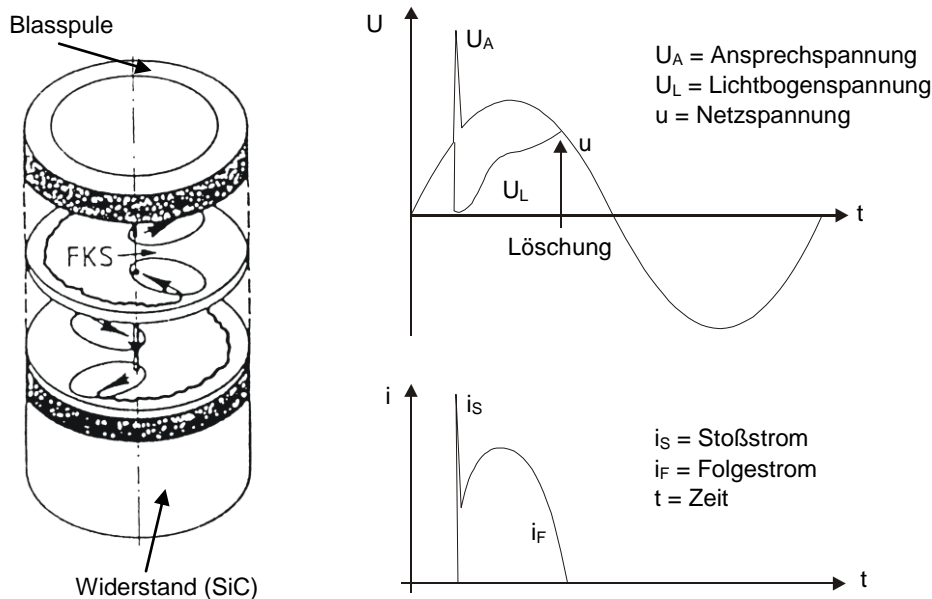


Bild 12.2: Ableiter mit magnetisch geblasenen Funkenstrecken /3/

links: Schematischer Aufbau

rechts: Spannung und Strom bei einem Ansprechlöschzyklus

Die Funkenstrecke entspricht einem spannungsabhängigen Schalter, beim Überschreiten der Ansprechspannung, die wie Bild 12.3 zeigt abhängig von der Stirnanstiegszeit der Stoßwelle und damit von der Frequenz des Vorganges ist, zündet sie durch. Die Spannung bricht jedoch wegen des in Reihe geschalteten SiC-Widerstands nicht auf Null zusammen, sondern wird auf die Restspannung u_r begrenzt (Bild 12.4).

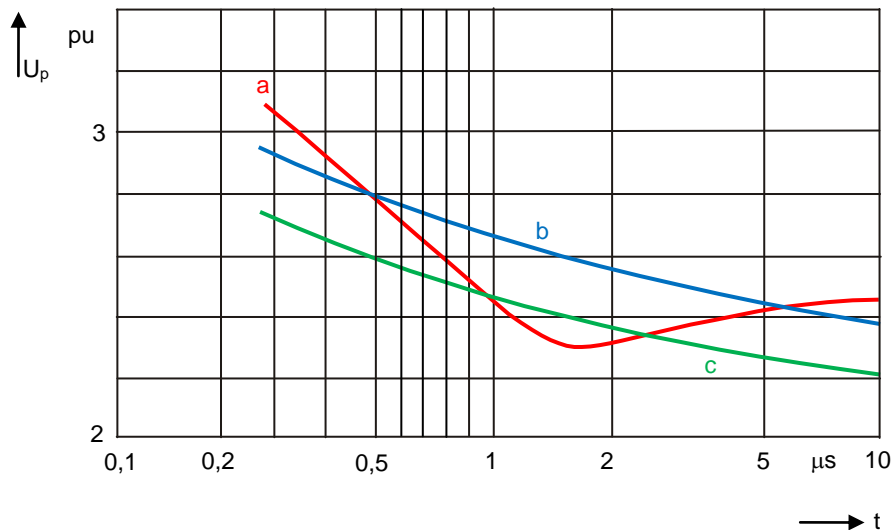


Bild 12.3: Vergleich des Schutzniveaus U_P von konventionellen Funkenstreckenableitern (FS) mit dem von funkenstreckenlosen MO-Ableitern im Bereich von Blitz- und Steilstoßwellen für $C_e = 1,4$

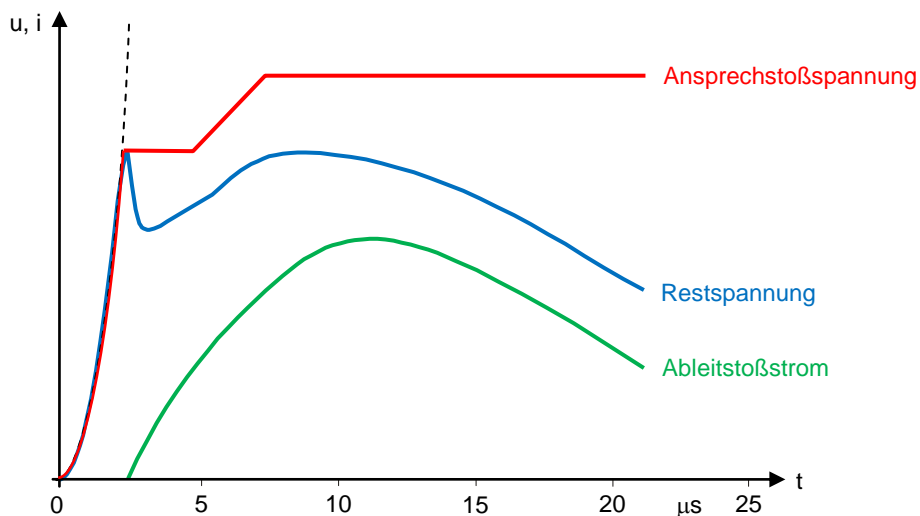


Bild 12.4: Strom und Spannungsverlauf beim Ansprechen und Ableiten

Nach dem Verschwinden der Stoßwelle geht der Ableitstrom auf einen kleinen Folgestrom (Nachstrom) zurück. Dieser Strom wird im Nulldurchgang unterbrochen, wenn die Spannung des Lichtbogens größer wird als die treibende Spannung (Bild 12.1 und 12.2).

Vor Erreichen der Ansprechspannung ist der Strom wegen der Funkenstrecke bis auf einen ohmsch-kapazitiven Steuerstrom, der zur Linearisierung der Spannungsaufteilung mehrerer hintereinandergeschalteter Teilfunkenstrecken benötigt wird, vernachlässigbar.

Modellbildung

Frequenzbereich Schaltüberspannungen

Für den Frequenzbereich von 500 – 4000 Hz wurde in [/1/](#) ein Modell entwickelt, das das Verhalten in SiC-Ableitern unter folgenden Voraussetzungen beschreibt:

- Der Scheitelwert des Stromes durch den Ableiter muss kleiner als 2 bis 3,5 kA sein. Dies entspricht bei einem Wellenwiderstand von 300Ω einer maximalen Spannung von ca. 1000 kV.
- Wegen der Begrenzung durch den Strom ist das Modell i.a. nur für transiente Vorgänge auf Freileitungen einsetzbar.
- Das Modell ist nicht einsetzbar bei energiereichen Entladungen (Kabel, Kondensatorbänke). Nach [/1/](#) ist in diesem Fall die Rücksprache mit dem Hersteller nötig.

Die Nachbildung eines SiC-Ableiters ist im Bild 12.5 dargestellt. Sie besteht aus der Reihenschaltung eines Modells für die Funkenstrecke und des nichtlinearen SiC-Widerstands.

Das Modell für die Funkenstrecke besteht aus einem idealen Schalter, der bei Erreichen der Ansprechspannung durchschaltet, und der Nachbildung der zeitabhängigen Lichtbogenspannung. Die im Bild 12.5 angegebenen Daten sind typische Werte aus [/1/](#). Für den Frequenzbereich von 500 bis 4000 Hz ist die Kennlinie für einen Stoßstrom mit der Anstiegszeit von $250 \mu s$ einzusetzen.

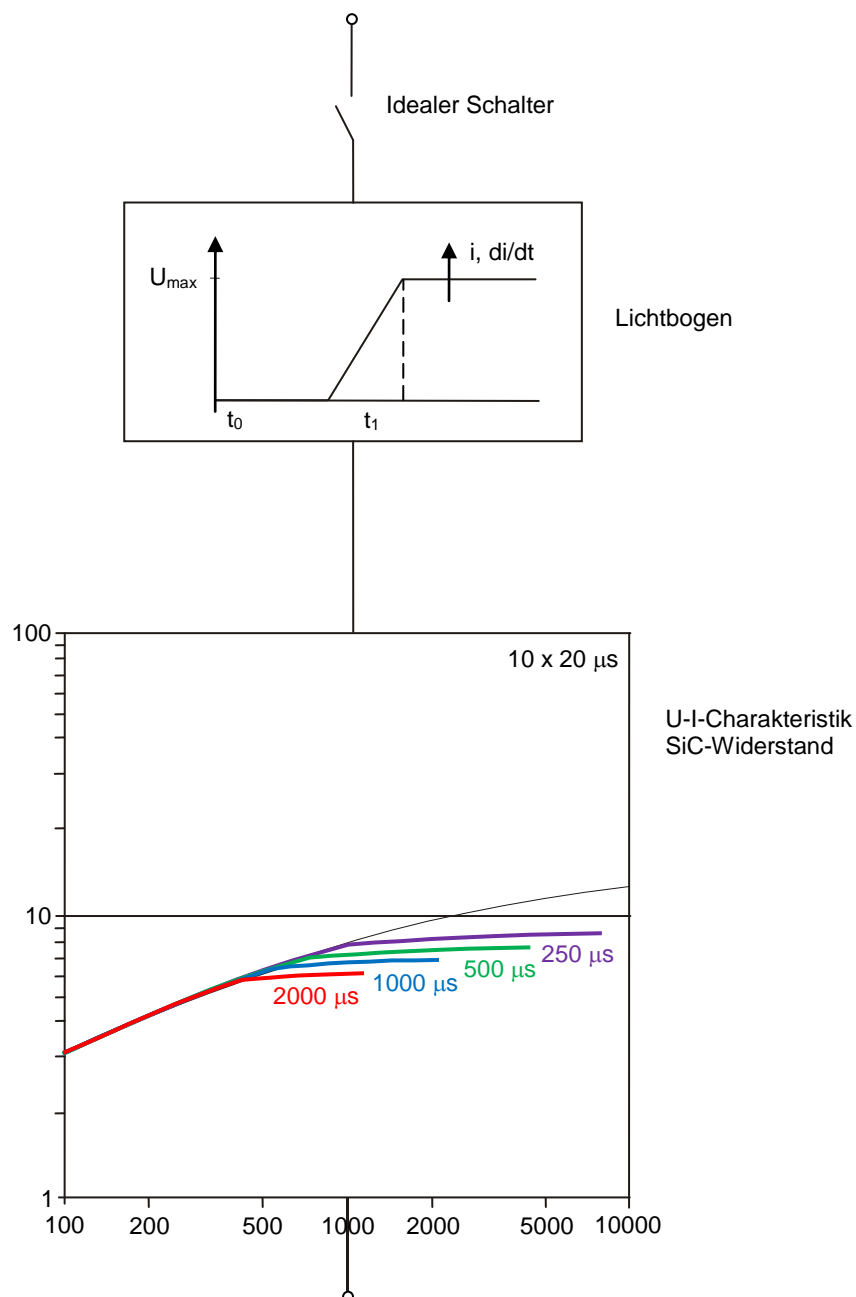


Bild 12.5: Nachbildung eines Ableiters für Schaltüberspannungen unter den obengenannten Voraussetzungen

$$U_{\max} \sim 0,3 \dots \underline{0,5} \dots 0,8 \hat{U}_{\text{Rat}}$$

$$t_0 \sim 20 \dots \underline{200} \dots 400 \mu\text{s}$$

$$t_1 \sim 200 \dots \underline{450} \dots 1000 \mu\text{s}$$

Mittelwerte sind unterstrichen.

U_{\max} ... steigt mit größer werdendem di/dt

t ... fällt mit größer werdendem i

Frequenzbereich Blitzüberspannungen

Die Nachbildung der zeitabhängigen Lichtbogenspannung der Funkenstrecke entfällt hier. Entsprechend Bild 12.5 ist je nach der Stirnanstiegszeit der Stoßwelle eine andere SiC-Kennlinie einzusetzen. Für steile Vorgänge (sehr hohe Frequenzen) ist zusätzlich das Ansprechverhalten der Funkenstrecke entsprechend Bild 12.3 zu berücksichtigen, d.h. die Zunahme der Ansprechspannung mit steiler werdender Stirnanstiegszeit.

2.11.2 ZnO-Ableiter

Die ZnO-Ableiter bestehen aus einem spannungsabhängigen Widerstand aus Zinkoxid, dessen Nichtlinearität im Bereich kleiner Ströme so geartet ist, dass keine Trennfunkensstrecke erforderlich ist. Bei ZnO-Ableitern fließt bei Nennspannung ein Leckstrom von < 1 mA, im Vergleich zu SiC-Material von einigen 1000 mA.

Da keine Funkenstrecke notwendig ist, kann die ohmisch-kapazitive Steuerung entfallen und so der Aufbau eines ZnO-Ableiters wesentlich einfacher gestaltet werden. Das Schutzvermögen eines ZnO-Ableiters im Blitz- und Schaltstoßbereich ist größer als das eines SiC-Ableiters. Das spezifische Energieaufnahmevermögen eines ZnO-Ableiters ist um den Faktor 2 bis 3 höher als das der SiC-Ableiter. Trotzdem muss der Energieaufnahme bei ZnO-Ableitern gewisse Aufmerksamkeit geschenkt werden, da bei diesen die Abkühlung nach einem Ansprechen unter Spannung erfolgt, während bei einem SiC-Ableiter die Spannung durch die Lösch-Funkenstrecke vor dem SiC-Material abgeschaltet wird.

Je nach Ausgleichsvorgang ist dieser Effekt mit in die Modellbildung einzubeziehen. Dies erfolgt durch Verschiebung der Kennlinie in Abhängigkeit von der Temperatur (Bild 12.6).

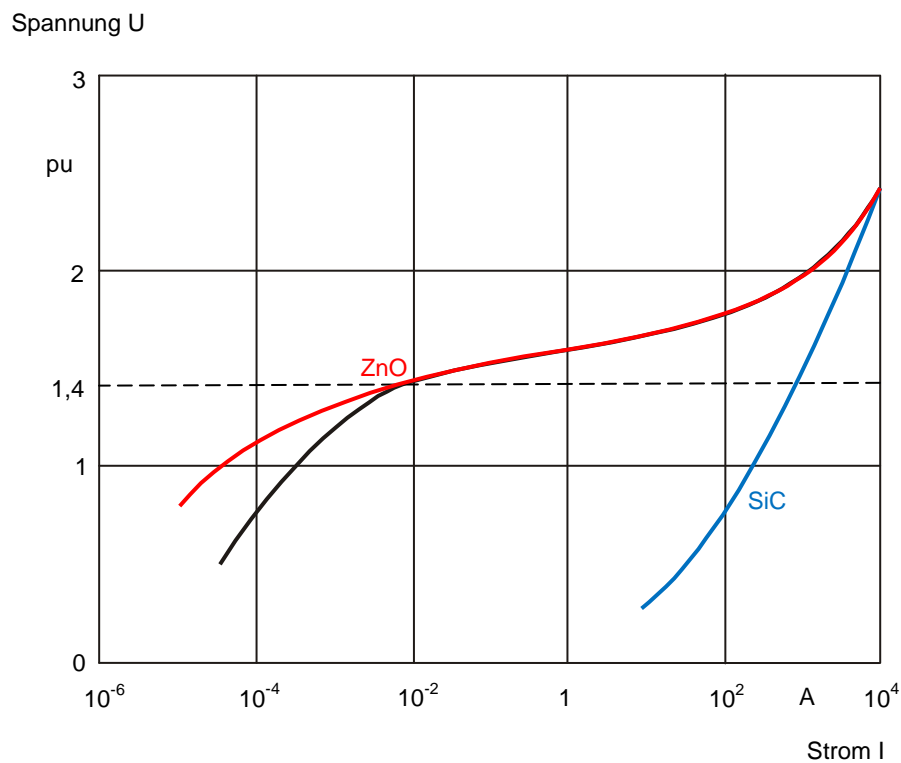


Bild 12.6: Restspannung als Funktion des Stroms

Modellbildung

ZnO-Ableiter lassen sich i.a. durch ihre stationäre Strom-Spannungs-Kennlinie (Bild 12.7) nachbilden. Im Bereich hoher Frequenzen sind der Zeitverzug beim Ansprechen (Bild 12.3) und das di/dt -Verhalten mit zu berücksichtigen.

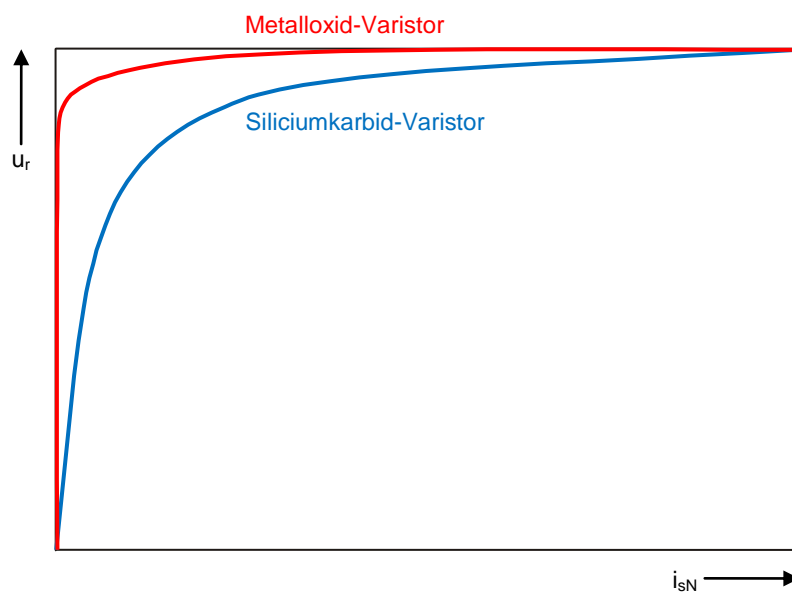


Bild 12.7: Kennlinie von Ableitwiderständen (Beispiel)

u_r ... Restspannung

i_{sN} ... Nenn-Ableitstoßstrom

2.11.3 Zusammenfassung

Die Nachbildung von Ableitern für die entsprechenden Frequenzbereiche und Überspannungsprobleme sind zusammengefasst in der folgenden Tabelle dargestellt.

		< 1 kHz	< 100 kHz	< 5 MHz	> 5 MHz
ZnO	U-I-Charakteristik	Überspannungsprobleme aller Art			
	Temperaturabhängigkeit	Kondensatorbänke			
	Energieaufnahmevermögen	Kabelnetze Thyristorschutz			
	Di/dt-Verhalten			Multiple WZ Blitz	SF6 – Trennschalter
	Zeitverzug Ansprechen			Blitz	SF6 – Trennschalter
SiC	U-I-Charakteristik	Überspannungsprobleme aller Art			
	Lichtbogen- spannung (Funkenstreckenspannung), Löschverhalten	Schaltüberspannungen, Nachstrom			
	Ansprech- Charakteristik			Blitz	SF6 – Trennschalter

2.11.4 Literatur

/1/ IEEE Working Group:

Modelling of current-limiting surge arresters
IEEE PAS-100 No. 8 (1981) S. 4033-4040

/2/ Langhammer, G.:

Überspannungsentwicklung beim Abschalten induktiv belasteter Drehstromtransformatoren.
Dissertation München 1986

/3/ Rudolf, R.:

ZnO-Ableiter. Eine Alternative zu konventionellen Ableitern.
E u. M. Heft 5 (1983) S. 195-200

/4/ Siemens Katalog Überspannungsschaltgeräte

HG 21(1981)

/5/ Mayr, A.; Rudolf, R.:

Funkenlose Überspannungsableiter ermöglichen optimalen Überspannungsschutz.
BBC Technik 12-1985, S. 576-585

3. Verfahren Stabilitätsgrenze

Die Ermittlung der Stabilitätsgrenze wird über das Kontextmenü einer Fehleruntersuchung gestartet.

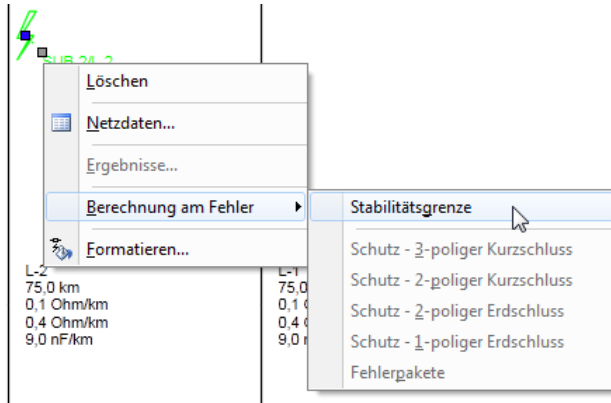


Bild: Start der Ermittlung der Stabilitätsgrenze über das Kontextmenü

Hierbei verbleibt nur die aktuell selektierte Fehleruntersuchung im Netz.

Der Eintritt des Fehlers erfolgt unabhängig von der vorgegebenen Anfangszeit bei 0.0 Sekunden. Die Endzeit der Fehleruntersuchung wird variiert und es wird immer wieder eine dynamische Berechnung durchgeführt. Dabei werden die Polradwinkel der Synchronmaschinen automatisch überwacht.

Der minimale und maximale Polradwinkel ist bei den Berechnungsparametern vorzugeben. Sobald bei einer Synchronmaschine einer der beiden Winkel überschritten wird, wird die aktuelle Endzeit der Fehleruntersuchung als Grenze für den stabilen Betrieb des Netzes gewertet.

Die Funktionalität der Ermittlung der Stabilitätsgrenze wird im Kapitel [Anwendungsbeispiel für Stabilitätsgrenze](#) auf einfache Weise näher gebracht.

4. Eigenwertanalyse

Die Eigenwertanalyse in PSS SINCAL erfolgt mit dem Programmmodul NEVA. Damit kann das elektromechanische Verhalten in elektrischen Energieversorgungsnetzen analysiert werden. Die Eigenwertanalyse zeigt das Kleinsignalverhalten eines Netzes, also das um den Betriebspunkt linearisierte Verhalten, ohne dabei das unlineare Verhalten von Reglern und Netzstörungen zu berücksichtigen.

Mittels Eigenwertanalyse betrachtet man das dynamische Verhalten eines Netzes bei verschiedenen charakteristischen Frequenzen (Modes). In einem elektrischen Energieversorgungsnetz müssen alle Modes stabil sein. Anhand der Eigenwertanalyse können instabile Zustände identifiziert werden und mit geeigneten Dämpfungsstrategien (Schlupfstabilisatoren, thyristergesteuerte statische Kompensatoren usw.) behoben werden.

Die Eigenwertanalyse wird über den Menüpunkt **Berechnen – Dynamik – Eigenwerte** gestartet. Dadurch wird das externe Programmmodul NEVA aktiviert, welches eine hochintegrierte und optimierte Benutzeroberfläche zur interaktiven Analyse der Eigenwerte bietet.

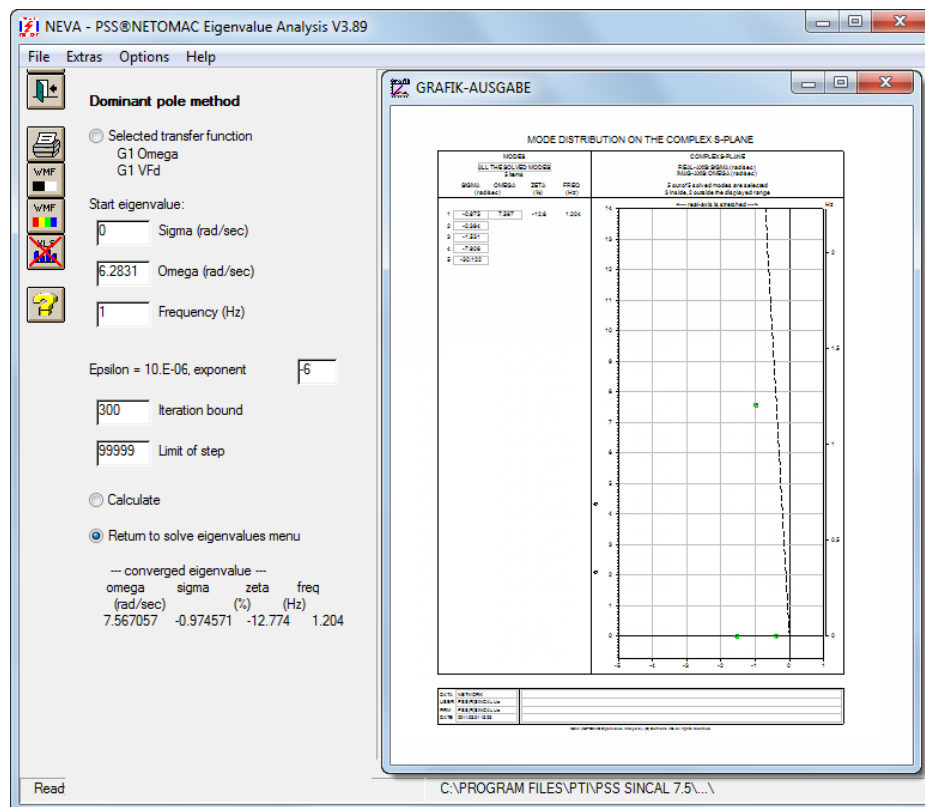


Bild: Benutzeroberfläche von NEVA

Eine umfassende Dokumentation ist in der Online-Hilfe von NEVA verfügbar.

5. Anwendungsbeispiele

In diesem Kapitel stehen Anwendungsbeispiele für die [Stabilität](#) und für die [Stabilitätsgrenze](#) zur Verfügung.

5.1 Anwendungsbeispiel für Stabilität

Im Folgenden soll das Verfahren **Stabilität** anhand einfacher Anwendungsbeispiele dargestellt werden. In den Beschreibungen werden

- das [Voreinstellen der Berechnungsparameter](#),
- das [Erfassen von Fehleruntersuchungen](#),
- das [Definieren von Elementschaltzeiten](#),
- das [Zuweisen von Modellen](#),
- das [Zuweisen von Sättigungen](#),
- das [Festlegen des Ausgabeumfanges](#),
- das [Starten der Stabilitätsberechnung](#) sowie
- das [Darstellen und Auswerten der Ergebnisse](#)

dargestellt.

Grundlagen

Alle Beschreibungen basieren auf folgendem Netz.

Example for Dynamics

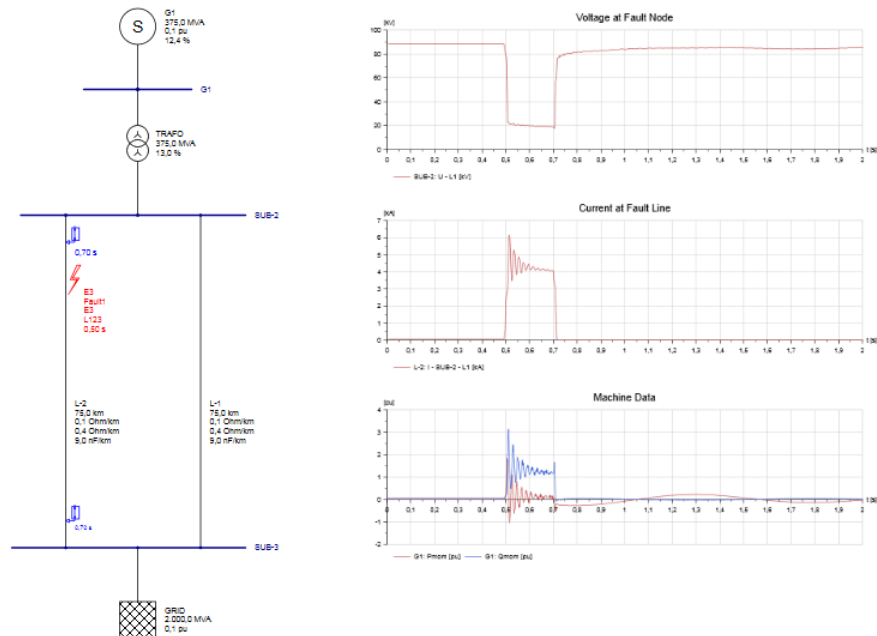


Bild: Stabilitätsnetz mit Eingabedaten

Dieses Netz ("Example Dyn") wird bei der Installation von PSS SINCAL automatisch bereitgestellt und kann zum Testen des Simulationsverfahrens eingesetzt werden.

In den folgenden Beispielen wird nur das Erfassen und Bearbeiten von speziellen Daten für die Stabilitätsberechnung gezeigt. Das Erfassen des eigentlichen Netzes ist in der Bedienungsanleitung beschrieben (siehe Handbuch Bedienung, Kapitel Netzbearbeitung anhand eines Beispiels).

Voraussetzung für die Erfassung von Dynamikdaten ist, dass der Punkt **Dynamik** im Menü **Berechnen – Methoden** (siehe Handbuch Bedienung, Kapitel Benutzeroberfläche, Abschnitt Voreinstellen der Berechnungsmethoden) aktiviert ist.

5.1.1 Voreinstellen der Berechnungsparameter

Das Berechnungsverfahren kann über die **Berechnungsparameter**, Register **Dynamik** gesteuert werden. Die Maske dazu wird über den Menüpunkt **Berechnen – Parameter** aufgerufen.

The screenshot shows the 'Berechnungsparameter' dialog box with the 'Dynamik' tab selected. The parameters are as follows:

Parameter	Value	Unit
Anfangszeitpunkt (tstart)	0,0	s
Endzeitpunkt (tend)	2,5	s
Zeitschritt (deltat)	0,001	s
Plottzeitschritt	0,0	s
Min. Polradwinkel	-60,0	°
Max. Polradwinkel	60,0	°
Stabilitätsgrenze	-60,0 / 60,0	°
Zeitpunkt Eigenwerte	0,0	s
Simulationsverfahren	Stabilität	
Min. Blindleistungsfehler	100,0	MVA
Modellbildung	0 Hz bis 300 Hz	
Unsymmetrisches Modell erzwingen	<input type="checkbox"/>	
Lesbare Datei erzeugen	Keine	
Zusätzliche Ausgabe	Keine	

Bild: Datenmaske Berechnungsparameter – Dynamik

Die dynamische Berechnung beginnt immer zum angegebenen **Anfangszeitpunkt** und wird automatisch beendet, wenn der **Endzeitpunkt** erreicht ist.

Über den **Zeitschritt** wird die Schrittweite für die dynamische Berechnung vorgegeben. Ein üblicher Wert ist 0,001 Sekunden.

Über den **Plottzeitschritt** wird die Schrittweite für die Ausgabe der Diagramme vorgegeben. Bei Vorgabe von $t = 0,000$ wird der Rechenzeitschritt herangezogen.

Eine genaue Beschreibung aller verfügbaren Berechnungsparameter ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Berechnungsparameter, Abschnitt Dynamik Berechnungsparameter zu finden.

5.1.2 Erfassen von Fehleruntersuchungen

Mit Fehleruntersuchungen werden an den Anschlüssen von Netzelementen oder an Knoten und Sammelschienen Fehler definiert. Die Auswirkungen dieser Fehler können dann mit der dynamischen Berechnung untersucht werden.

Am einfachsten kann das Erfassen der Fehleruntersuchungen über das Kontextmenü durchgeführt werden. Hierbei wird das Kontextmenü durch Drücken der rechten Maustaste über dem Anschluss jenes Netzelementes aufgeklappt, auf dem eine Fehleruntersuchung erfasst werden soll.

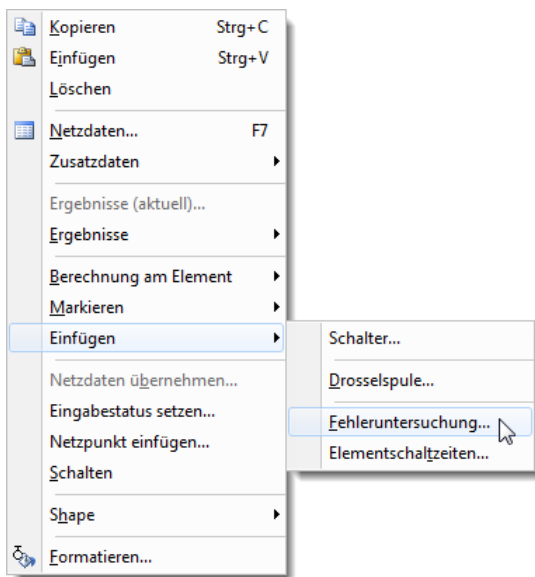


Bild: Erfassen einer Fehleruntersuchung über das Kontextmenü

Danach erscheint die Eingabemaske für die Fehleruntersuchung.

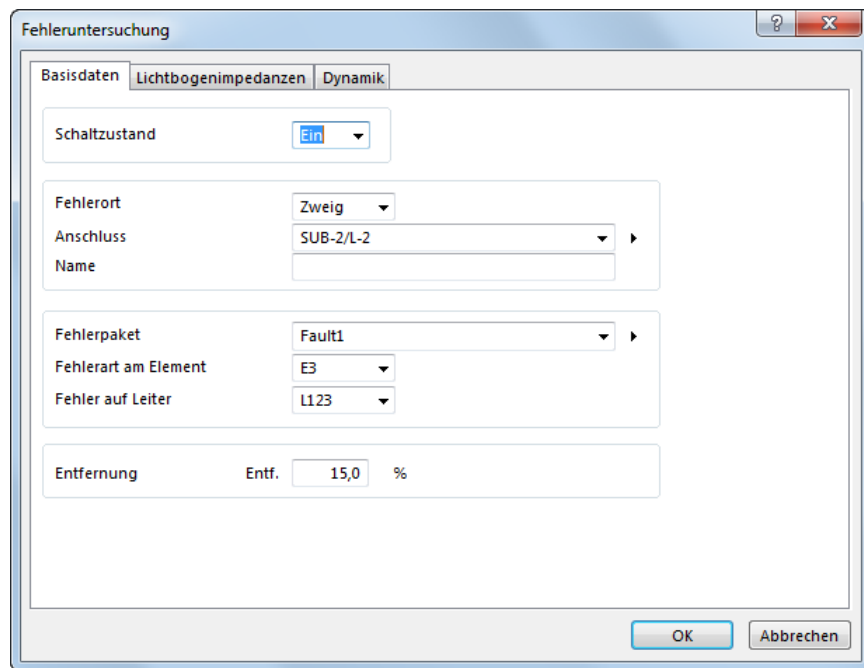


Bild: Datenmaske Fehleruntersuchung – Basisdaten

Im Register **Basisdaten** werden die allgemeinen Daten (Topologie, Fehlerart, usw.) für die Fehleruntersuchung definiert. Die Definition von speziellen Daten für Stabilitätsuntersuchungen erfolgt im Register **Dynamik**.

Bild: Datenmaske Fehleruntersuchung – Dynamik

In diesem Register kann für dynamische Untersuchungen das zeitliche Verhalten des Fehlers (Auftreten und Beenden) beschrieben werden.

Eine genaue Beschreibung der Eingabedaten für Fehleruntersuchungen ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Allgemeine Steuer- und Eingabedaten, Abschnitt Fehleruntersuchung zu finden.

5.1.3 Definieren von Elementschaltzeiten

Mit Elementschaltzeiten können die Anschlüsse von Netzelementen ein- bzw. ausgeschaltet werden. Für die Schaltvorgänge können Zeitpunkt und verschiedenste Steuerparameter vorgegeben werden.

Am einfachsten kann das Erfassen von Elementschaltzeiten über das Kontextmenü durchgeführt werden. Hierbei wird das Kontextmenü durch Drücken der rechten Maustaste über dem Anschluss jenes Netzelementes aufgeklappt, auf dem eine Elementschaltzeit erfasst werden soll.

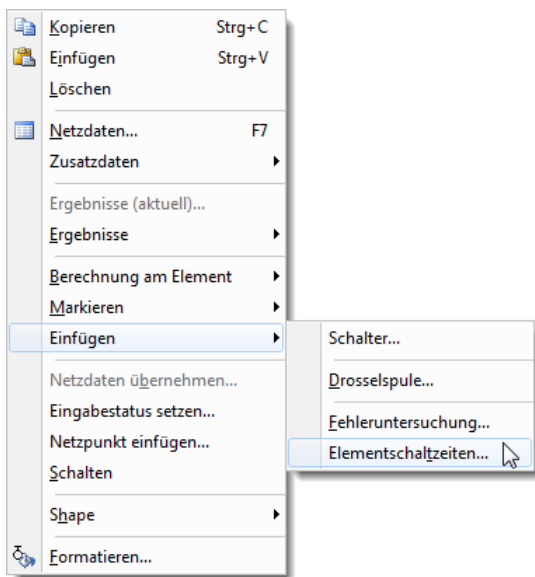


Bild: Erfassen einer Elementschaltzeit über das Kontextmenü

Danach erscheint die Eingabemaske für die Elementschaltzeiten.

Elementschaltzeiten

Basisdaten

Status:

Anschluss:

Modell für Schalthandlung:

Bedingung Schalter Auf:

Schaltzeit Auf: s

Strom: 0,0 MVA

Leiter:

Zeitverzug 1: 0,0 s

Zeitverzug 2: 0,0 s

UI-Kennlinie:

et-Kennlinie:

Bedingung Schalter Zu:

Schaltzeit Zu: 0,0 s

Knoten:

Leiter:

Spannung:

Zeitverzug 1: 0,0 s

Zeitverzug 2: 0,0 s

Bild: Datenmaske Elementschaltzeiten

In dieser Datenmaske kann für dynamische Untersuchungen das zeitliche Verhalten der Schalthandlung (Schließen bzw. Öffnen des Schalters) definiert werden.

Eine genaue Beschreibung der Eingabedaten für Elementschaltzeiten ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Allgemeine Steuer- und Eingabedaten, Abschnitt Elementschaltzeiten zu finden.

5.1.4 Zuweisen von Modellen

Modelle dienen zum Festlegen des Betriebsverhaltens von Elementen während der dynamischen Berechnung.

Das Zuweisen erfolgt direkt über die Datenmaske des jeweiligen Netzelementes im Register **Dynamik 2**. Das Betriebsverhalten der folgenden Netzelemente kann über Modelle gesteuert werden:

- Synchronmaschine
- Asynchronmaschine
- Variables Längselement
- Variables Querelement
- Statischer Kompensator

Regler

Spannungsregler	<input checked="" type="checkbox"/>	G-IEEET1:Modell	Erregertyp	Standard
Drehzahlregler	<input type="checkbox"/>	(kein)	Begrenzer Unterspg.	(kein)
Stabilisatormodell	<input type="checkbox"/>	(kein)	Begrenzer Überspg.	(kein)
COMP Modell	<input type="checkbox"/>	(kein)	Turbinenlast Modell	(kein)

Sättigungskennlinie Leerlauf

Klemmenspannung U/Ur		Erregerstrom Ie/Ien		Klemmenspannung U/Ur		Erregerstrom Ie/Ien	
u01	0,0 p.u.	i01	0,0 p.u.	u05	1,1 p.u.	i05	1,47 p.u.
u02	0,5 p.u.	i02	0,5 p.u.	u06	1,2 p.u.	i06	2,2 p.u.
u03	0,8 p.u.	i03	0,87 p.u.	u07	1,3 p.u.	i07	3,36 p.u.
u04	1,0 p.u.	i04	1,26 p.u.	u08	1,5 p.u.	i08	6,68 p.u.

Bild: Datenmaske Synchronmaschine – Dynamik 2

Im folgenden Beispiel wird die Datenmaske der Synchronmaschine dargestellt. Hier können Reglermodelle für verschiedene Regler zugeordnet werden.

Durch Deaktivieren des Optionsknopfes kann das zugeordnete Modell deaktiviert werden.

Durch Anwahl des Bearbeitungsknopfes kann die Datenmaske für das jeweilige Modell direkt geöffnet werden.

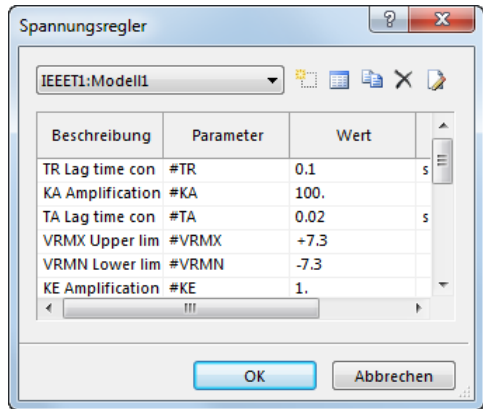


Bild: Datenmaske Spannungsregler

Es besteht hier auch die Möglichkeit, Modelle neu anzulegen, zu kopieren, zu bearbeiten oder zu löschen.

Eine detaillierte Beschreibung der Datenmaske ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Dynamik, Abschnitt Modell verfügbar.

Im Zuge der PSS SINICAL Installation werden folgende BOSL Modelle im Verzeichnis "Models" der PSS SINICAL Installation bereitgestellt:

- **VarPQ.mac:**
Variable Leistung für variables Querelement
- **VarY.mac:**
Variable Admittanz für variables Längselement
- **ASM_1.mac:**
Park'sches Modell für Asynchronmaschine im Motorbetrieb
- **ASM_2.mac:**
Ersatzmodell für Asynchronmaschine im Motorbetrieb
- **ASM_4.mac:**
Ersatzmodell optimiert für Asynchronmaschine im Motorbetrieb
- **SVC.mac:**
Regelverhalten des statischen Kompensators
- **DCS_LINE.mac:**
Einfache Gleichstromleitung für Längs DC-Element

Im Zuge der PSS SINICAL Installation werden folgende Modelle mit Ersatzschaltungen im Verzeichnis "Models" der PSS SINICAL Installation bereitgestellt:

- **VE_NET1.mac:**
Ersatzschaltung für Elemente mit einem Anschlussknoten für variables Querelement

- **VE_NET2.mac:**
Ersatzschaltung für Elemente mit zwei Anschlussknoten für variables Längselement

5.1.5 Zuweisen von Sättigungen

Die Sättigung wird über eine Kennlinie angegeben. Das Zuweisen erfolgt direkt über die Datenmaske des jeweiligen Netzelementes.

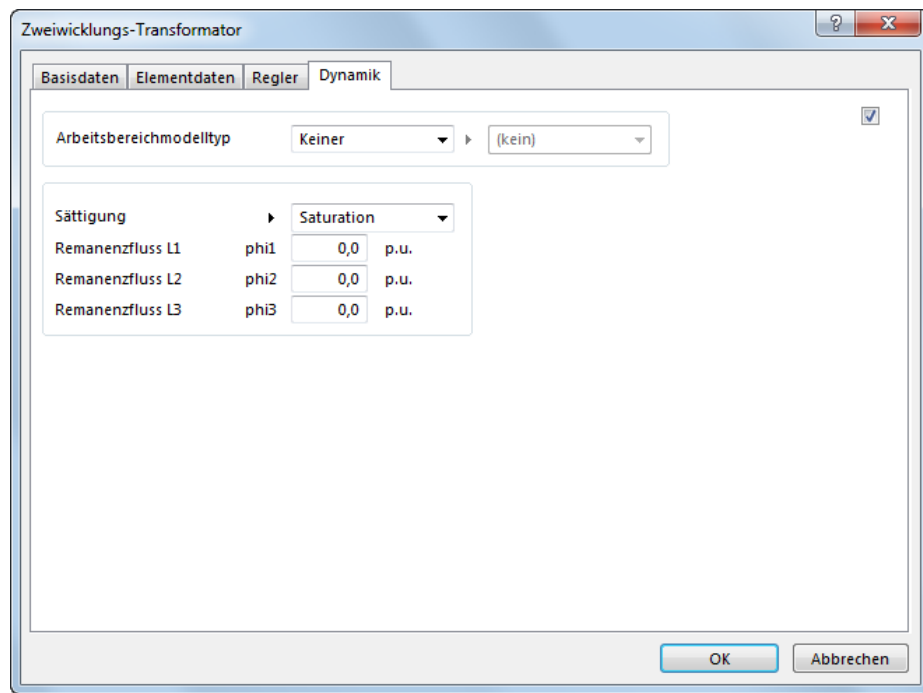


Bild: Datenmaske Zweiwicklungs-Transformator – Dynamik

Das Feld **Sättigung** bietet eine Auswahlliste, aus der die vordefinierte Sättigungskennlinie ausgewählt werden kann.

Durch Anwahl des Bearbeitungsknopfes kann die Datenmaske für die Sättigungskennlinie direkt geöffnet werden.

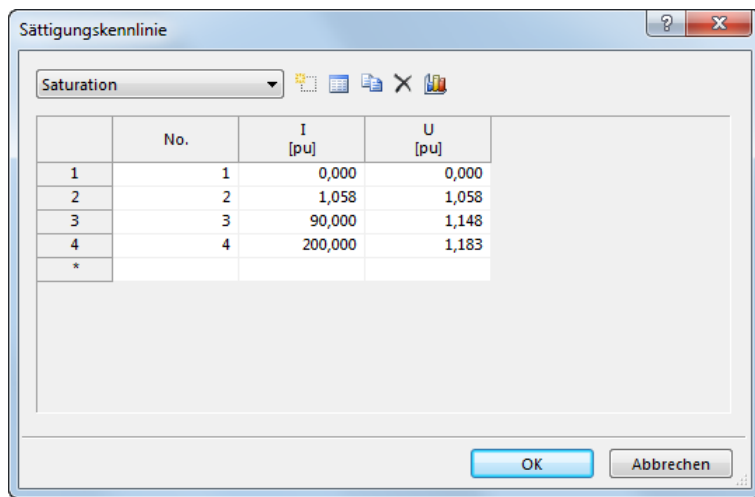


Bild: Datenmaske Sättigungskennlinie

Es besteht hier auch die Möglichkeit, Sättigungskennlinien neu anzulegen, zu importieren, zu kopieren, zu bearbeiten, zu löschen bzw. in Diagrammform anzuzeigen.

5.1.6 Festlegen des Ausgabeumfanges

Die Ergebnisse der dynamischen Berechnung werden – wegen des großen Datenumfanges – nur in Form von Diagrammen bereitgestellt. Es besteht die Möglichkeit, an beliebigen Punkten im Netz die

- Phasenspannungen,
- Phasenströme,
- Größen von Maschinen,
- Sättigungen,
- Signale in Reglern
- usw.

auszugeben.

Die Definition der auszugebenden Signale erfolgt über den Dialog **Plottdefinition für Dynamik**, welcher über den Menüpunkt **Daten – Dynamik – Plottdefinition** geöffnet werden kann.

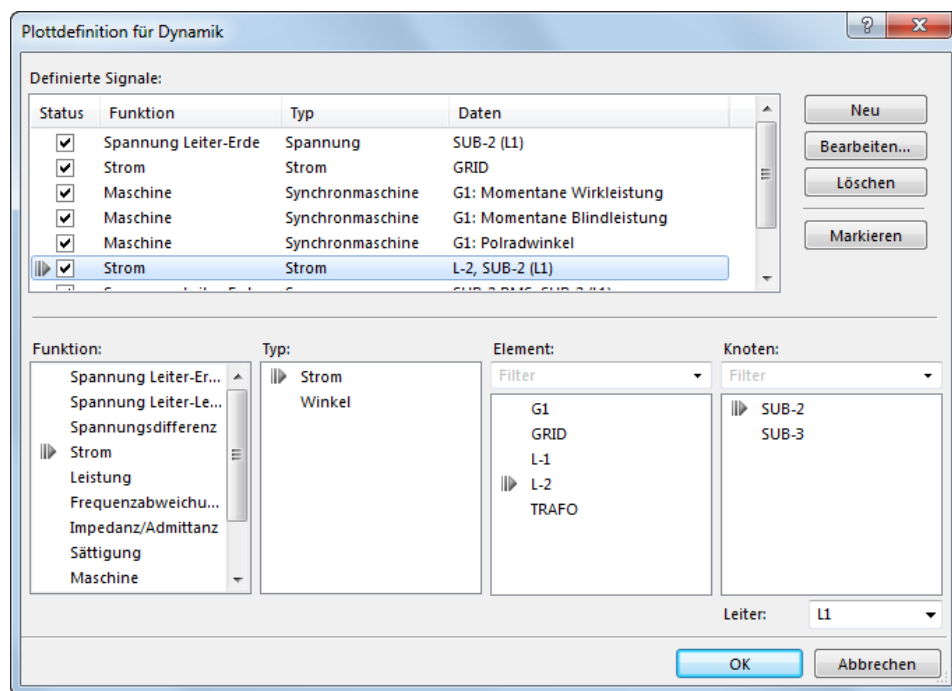


Bild: Dialog Plottdefinition für Dynamik

Eine detaillierte Beschreibung der Funktionen dieses Dialoges ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Dynamik, Abschnitt Plottdefinition für Dynamik verfügbar.

Anlegen eines neuen Messwertes

Um einen neuen Messwert anzulegen, wird im Dialog **Plottdefinition für Dynamik** der Knopf **Neu** gedrückt.

In unserem Beispiel soll für die Synchronmaschine eine weitere Kenngröße der Ausgabe hinzugefügt werden. Hierzu wird zuerst die gewünschte Funktion gewählt. In unserem Fall ist dies die Funktion **Maschine**.

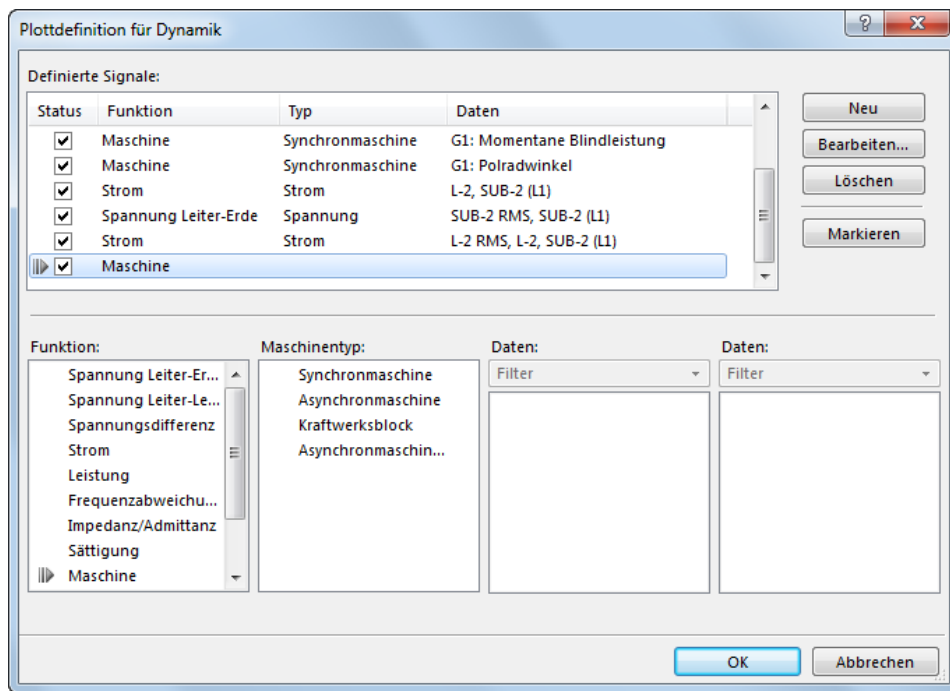


Bild: Anlegen eines neuen Signals

Danach wird in den folgenden Auswahllisten das Signal definiert.

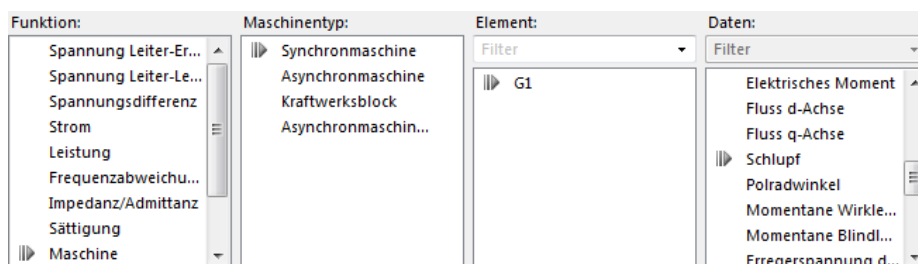


Bild: Signaldefinition

5.1.7 Starten der Stabilitätsberechnung

Die Stabilitätsberechnung wird über das Menü **Berechnen – Dynamik – Stabilität** gestartet.

5.1.8 Darstellen und Auswerten der Ergebnisse

Die Ergebnisse können in Form von Diagrammen mit

- [PSS SINCAL](#) oder
- [SiGra](#)

ausgewertet werden.

Auswertung in PSS SINCAL

Die Ergebnisse können in Form von Diagrammen ausgewertet werden. Diese werden über den Menüpunkt **Ansicht – Diagramm** geöffnet.

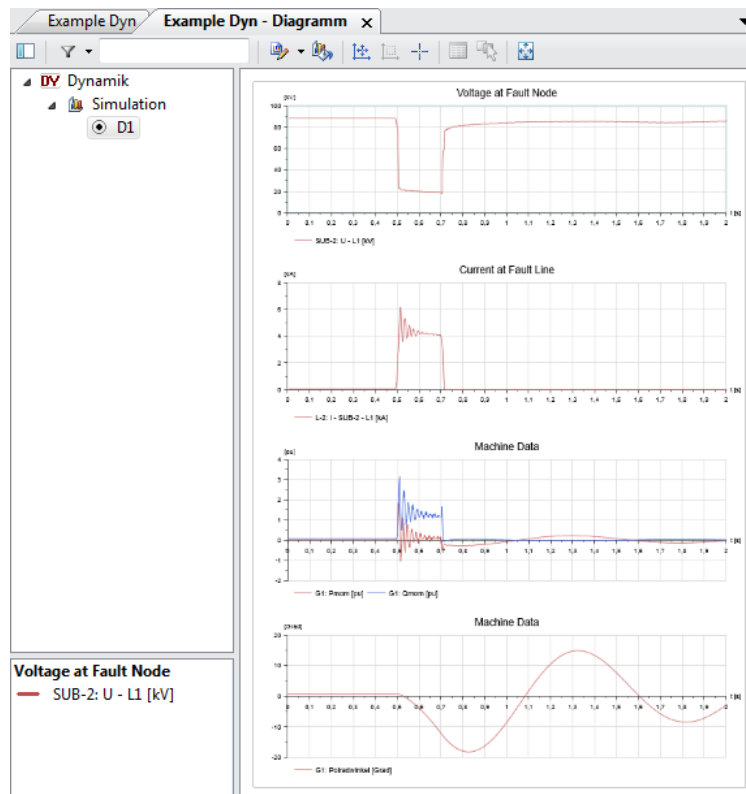


Bild: Ergebnisdigramme in PSS SINCAL

Die Diagramme für die dynamische Berechnung werden im Browser zur Diagrammauswahl unter dem Verfahren Dynamik angezeigt. Je nach Auswahl im Dialog Optionen – Erweiterte Diagrammeinstellungen können die Dynamikdiagramme entweder individuell oder gemeinsam verwaltet und dargestellt werden.

Die Diagrammseiten werden individuell zusammengestellt. D.h. die im Rahmen der Plottdefinition für Dynamik definierten Signale können auf beliebigen Diagrammseiten angezeigt werden. Diese Zusammenstellung wird über den Menüpunkt **Diagramm – Diagrammseite zusammenstellen** durchgeführt.

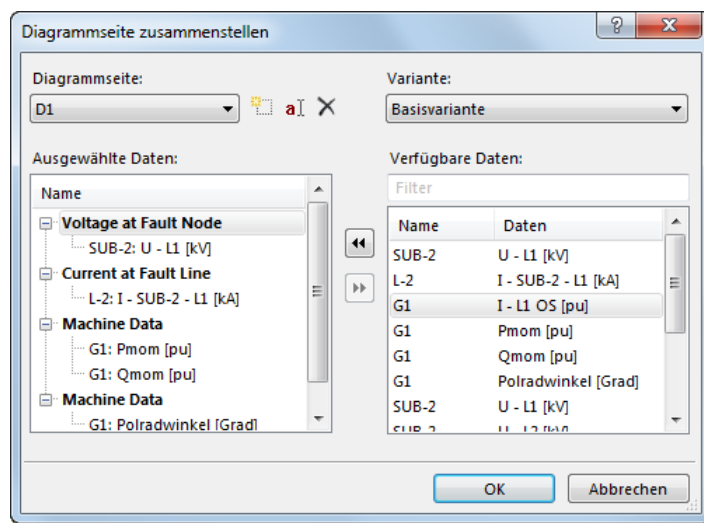


Bild: Dynamikdiagrammseite zusammenstellen

Eine detaillierte Beschreibung der Diagrammdefinition für die Dynamik ist im Handbuch Bedienung, Kapitel Diagramm, Abschnitt Zusammenstellen von Dynamikdiagrammseiten zu finden.

Auswertung in SiGra

Das SIEMENS Visualisierungsprogramm SiGra ermöglicht eine besonders komfortable interaktive Auswertung von Messwerten.

Das Programm SiGra wird über den Menüpunkt **Tools – Externe Tools – SIGRA** gestartet.

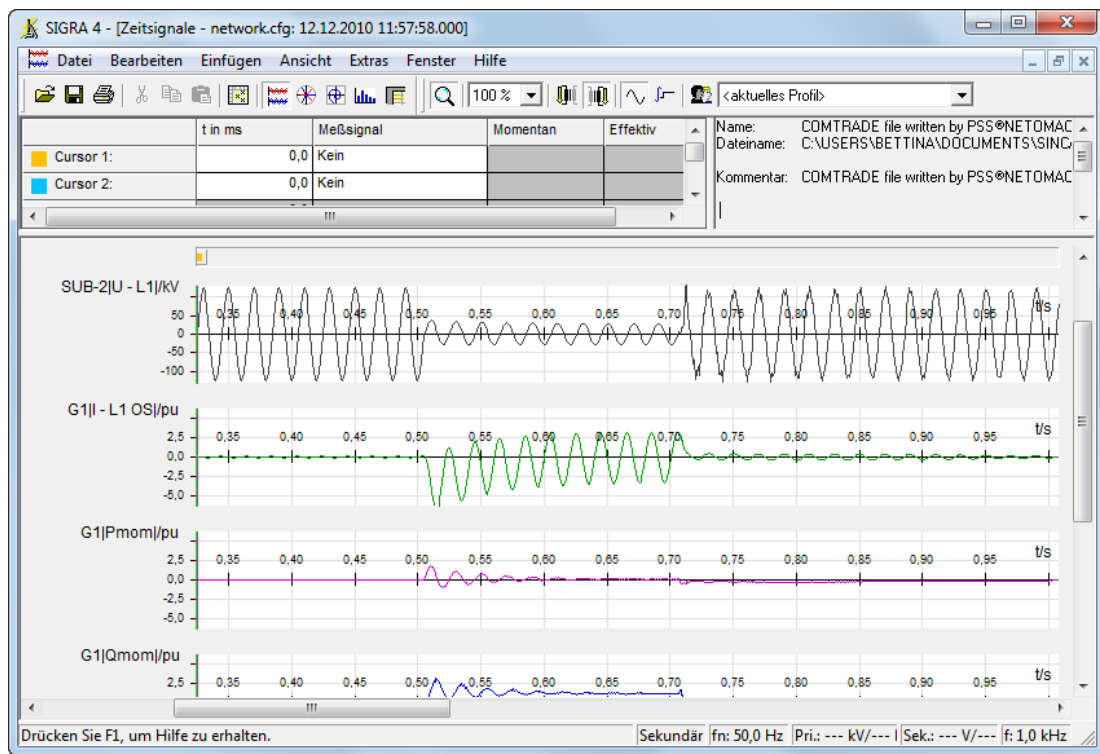


Bild: Ergebnisse der EMT-Berechnung in SiGra

Eine detaillierte Beschreibung aller Funktionen von SiGra ist in der Online-Hilfe des Programmes verfügbar. Diese wird durch Drücken der Funktionstaste F1 oder über den Menüpunkt **Hilfe** gestartet.

5.2 Anwendungsbeispiel für Stabilitätsgrenze

Im Folgenden soll das Verfahren **Stabilitätsgrenze** anhand eines einfachen Anwendungsbeispiels dargestellt werden. In den Beschreibungen werden

- das [Voreinstellen der Berechnungsparameter](#),
- das [Starten der Berechnung der Stabilitätsgrenze](#) sowie
- das [Darstellen und Auswerten der Ergebnisse](#)

dargestellt.

Grundlagen

Alle Beschreibungen basieren auf folgendem Netz.

Example for Dynamics

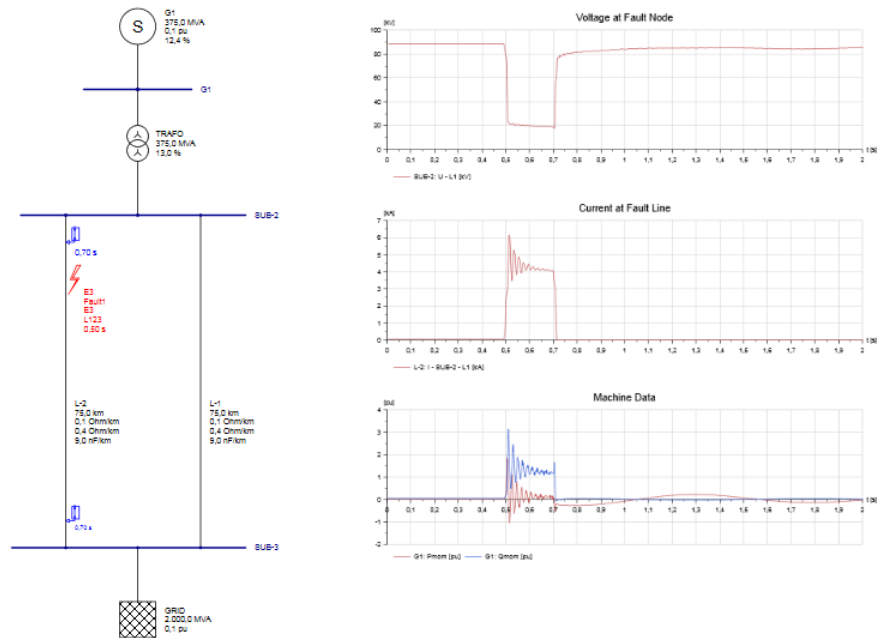


Bild: Stabilitätsnetz mit Eingabedaten

Dieses Netz ("Example Dyn") wird bei der Installation von PSS SINCAL automatisch bereitgestellt und kann zum Testen des Simulationsverfahrens eingesetzt werden.

Voraussetzung für die Berechnung der Stabilitätsgrenze ist, dass der Punkt **Dynamik** im Menü **Berechnen – Methoden** (siehe Handbuch Bedienung, Kapitel Benutzeroberfläche, Abschnitt Voreinstellen der Berechnungsmethoden) aktiviert ist.

5.2.1 Voreinstellen der Berechnungsparameter

Das Berechnungsverfahren kann über die **Berechnungsparameter**, Register **Dynamik** gesteuert werden. Die Maske dazu wird über den Menüpunkt **Berechnen – Parameter** aufgerufen.

Bild: Datenmaske Berechnungsparameter – Dynamik

Wird der **Min. Polradwinkel** oder der **Max. Polradwinkel** unter- bzw. überschritten, so ist die Stabilitätsgrenze erreicht.

Eine genaue Beschreibung aller verfügbaren Berechnungsparameter ist im Handbuch Eingabedaten, Kapitel Berechnungsparameter, Abschnitt Dynamik Berechnungsparameter zu finden.

5.2.2 Starten der Berechnung der Stabilitätsgrenze

Die Ermittlung der Stabilitätsgrenze wird über das Kontextmenü einer Fehleruntersuchung gestartet.

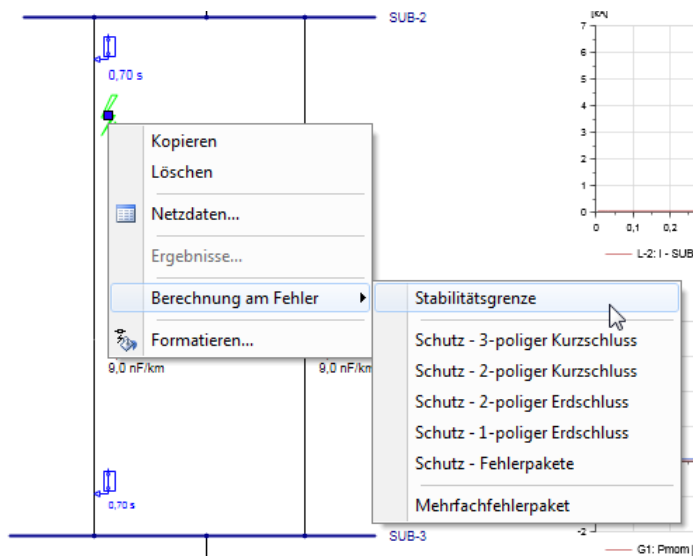


Bild: Start der Ermittlung der Stabilitätsgrenze über das Kontextmenü

5.2.3 Darstellen und Auswerten der Ergebnisse

Die Ergebnisse der Ermittlung der Stabilitätsgrenze stehen im Meldungsfenster zur Verfügung. Hierzu ist der Menüpunkt **Ansicht – Meldungen** zu aktivieren.

Durch Drücken des Knopfes **HTML Protokoll** wird das Ergebnisprotokoll angezeigt.

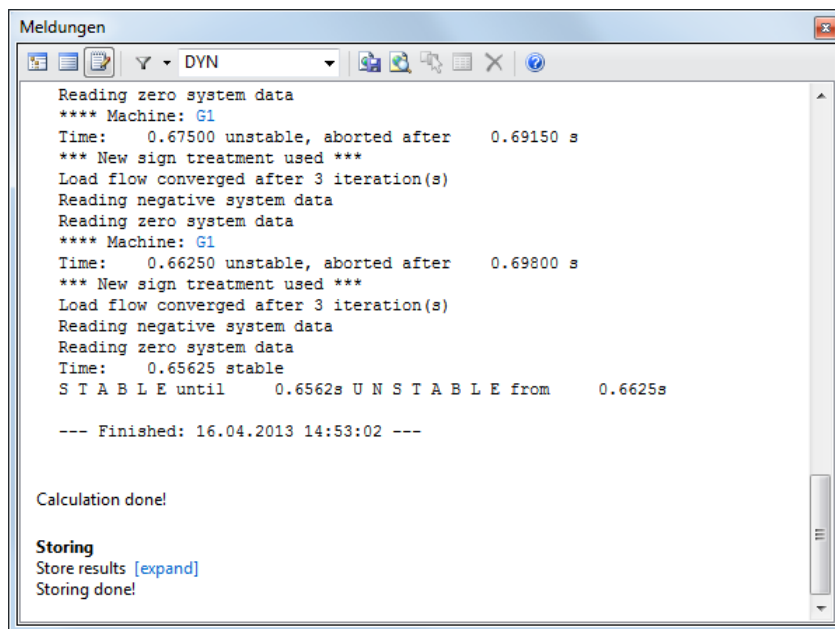


Bild: Ergebnisprotokoll

Das Protokoll enthält die einzelnen Berechnungsschritte mit variiert Fehlerzeit. Am Ende des Protokolls wird die Fehlerzeit für den Übergang von "stabil" zu "instabil" angezeigt.