תלויות פונקציונליות

תלויות פונקציונליות
(functional dependencies)

תלויות פונקציונליות הן אילוצים על היחסים החוקיים, ומהוות הכללה של המושג מפתח-על.

תלות פונקציונלית - יהי r יחס בעל תבנית R . ויהיו α ו β תתי קבוצות של R. התלות הפונקציונלית $\alpha \rightarrow \beta$ מתקיימת על R אם לכל יחס חוקי $r(R)$, לכל זוג nיות t_1,t_2 ביחס r מתקיים

$$t_1[\alpha]=t_2[\alpha] \quad \Rightarrow \quad t_1[\beta]=t_2[\beta]$$

(במלים אחרות, כל ערך של α קשור לערך יחיד של β).

A	*B*	*C*	*D*
a	e	h	l
a	f	h	m
b	f	i	m
c	g	i	n
c	g	i	o

אילו תלויות פונקציונליות מתקיימות על היחס הבא?

תלות פונקציונלית טריוויאלית - ת"פ המתקיימת על כל יחס.

למשל $A \rightarrow A$ היא ת"פ טריוויאלית.

באופן כללי, התלות הפונקציונלית $\alpha \rightarrow \beta$ היא ת"פ טריוויאלית אם $\beta \subseteq \alpha$.

תלויות פונקציונליות במערכת הבנק

Branch = (<u>branch-name</u>, assets, branch-city)

branch-name→ branch-name, assets, branch-city

Customer = (<u>customer-name</u>, street, customer-city)

customer-name→ customer-name ,street, customer-city

Borrow = (branch-name, <u>loan-number, customer-name</u>, amount)

loan-number →amount, branch-name

Deposit=(branch-name, <u>account-number, customer-name</u>, balance)

account-number → balance, branch-name

סגור של קבוצת תלויות פונקציונליות

בהינתן קבוצה **F** של תלויות פונקציונליות החלות על תבנית R ניתן להוכיח כי יחולו על התבנית ת"פ נוספות. נאמר כי תלויות אלו **נובעות לוגית** מ-F.

תהי F קבוצת תלויות פונקציונליות. **הסגור של F** המסומן F^+ היא קבוצת התלויות הפונקציונליות הנובעות לוגית מ-F.

כללי ארמסטרונג

- Reflexivity rule: if α is a set of attributes and $\beta \subseteq \alpha$ then $\alpha \rightarrow \beta$ holds.
- Augmentation rule: if $\alpha \rightarrow \beta$ holds and γ is a set of attributes then $\gamma\alpha \rightarrow \gamma\beta$ holds.
- Transitivity rule: if $\alpha \rightarrow \beta$ and $\beta \rightarrow \gamma$ hold then $\alpha \rightarrow \gamma$ holds .

כללים נוספים (ניתנים להסקה מכללי ארמסטרונג)

- Union rule: if $\alpha \rightarrow \beta$ and $\alpha \rightarrow \gamma$ hold, then $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ holds.
- Decomposition rule: if $\alpha \rightarrow \beta\gamma$ holds then $\alpha \rightarrow \beta$ and $\alpha \rightarrow \gamma$ hold.
- Pseudotransitivity rule: if $\alpha \rightarrow \beta$ and $\gamma\beta \rightarrow \delta$ hold then $\alpha\gamma \rightarrow \delta$ holds .

Sound and complete

- כללי ארמסטרונג מהווים מערכת כללי הסק **נאותה** (sound) **ושלמה** (complete). (ארמסטרונג, 1974)
- **נאותה**: בהינתן קבוצת תלויות פונקציונליות החלות על תבנית R, כל תלות פונקצינליות שניתן להסיק מ F באמצעות כללי ארמסטרונג תתקיים על כל יחס r(R) שמקיים את התלויות הפונקציונליות ב F (יחס חוקי).
- **שלמה**: על ידי שימוש בכללי ארמסטרונג ניתן להסיק את כל התלויות הפונקציונליות הנובעות לוגית מ F כלומר את כל F^+.

סגור של קבוצת תכונות

הסגור של קבוצת תכונות - תהי α קבוצה של תכונות. **הסגור של α** (סימון - α^+) הוא קבוצת כל התכונות, הנקבעות פונקציונלית על ידי α תחת קבוצה F של תלויות פונקציונליות.

כלומר $\alpha^+ = \{A \mid A \in R \wedge \alpha \rightarrow A \in F^+\}$

אלגוריתם לחישוב של α^+

```
result= α ;
repeat
{          for (each f.d. β →γ  in F)
                      if (β⊆ result)
                               result=result ∪ γ ;
}
until (no changes to result)
```

שימוש

- משפט: התלות הפונקציונלית $\alpha\rightarrow\beta$ נובעת לוגית מ F
  (כלומר $\alpha\rightarrow\beta\in F^{+}$) אםם $\beta\subseteq\alpha^{+}$

שקילות של קבוצות של תלויות פונקציונליות

- **הגדרה: שתי קבוצות של תלויות פונקציונליות F_1 ו F_2 הן שקולות לוגית אם** $F_1^+ = F_2^+$
- **משפט: שתי קבוצות של תלויות פונקציונליות F_1 ו F_2 הן שקולות לוגית אםם לכל קבוצת תכונות α סגור זהה תחת F_1 ו F_2**
- **משפט: שתי קבוצות של תלויות פונקציונליות F_1 ו F_2 הן שקולות לוגית אםם כל ת"פ $\alpha\rightarrow\beta\in F_1$ נובעת לוגית מ F_2 וכל ת"פ $\alpha\rightarrow\beta\in F_2$ נובעת לוגית מ F_1**

דוגמא:

$F_1 = \{A\rightarrow C, AC\rightarrow D\ E\rightarrow AD, E\rightarrow H\}$

$F_2 = \{A\rightarrow CD, E\rightarrow AH\}$

חישוב מפתח קביל של תבנית

אלגוריתם לחישוב מפתח קביל לתבנית R בהינתן קבוצת תלויות פונקציונליות החלות עליה

```
result= R ;
for (each attribute  A in result)
{           compute (result – A)+ with respect to F;
            if (result – A)+ = R
                        result = result – {A};
}
```

כיסוי קנוני

תהי F קבוצה של תלויות פונקציונליות.

תכונה עודפת בת"פ - תכונה שניתן להשמיטה מהתלות הפונקציונלית מבלי לשנות את הסגור של F.

עבור התלות הפונקציונלית $\alpha\rightarrow\beta$ ב F

- תכונה A היא עודפת ב α אם קבוצת הת"פ

$$F-\{\alpha\rightarrow\beta\} \cup \{(\alpha - A)\rightarrow\beta\}$$

נובעת לוגית מ F.

- תכונה A היא עודפת ב β אם F נובעת לוגית מ

$$F-\{\alpha\rightarrow\beta\} \cup \{\alpha \rightarrow (\beta - A)\}$$

תהי F קבוצה של תלויות פונקציונליות. **כיסוי קנוני** F_c של F היא קבוצה של תלויות פונקציונליות השקולה לוגית ל F (כלומר כל התלויות הפונקציונליות ב F נובעות לוגית מ F_c ולהיפך). המקיימת את שתי התכונות הבאות:

- אין ב F_c תלויות פונקציונליות הכוללות תכונות עודפות.
- לכל תלות פונקציונלית ב F_c אגף שמאל ייחודי.

ההגדרה הנ"ל משרה אלגוריתם לחישוב של F_c.

(קיימות בספרות הגדרות שונות במקצת לכיסוי הקנוני. בסופו של דבר לצרכים מעשיים ההגדרות הללו שקולות).

חישוב כיסוי קנוני Fc

אלגוריתם לחישוב כיסוי קנוני בהינתן קבוצת תלויות פונקציונליות F

result= F ;
While changes to result
    For each f.d. $\alpha \rightarrow \beta$ in result
        For each attribute A in $\alpha \rightarrow \beta$
            if A is extraneous (ODEF)
                delete it from $\alpha \rightarrow \beta$

    Use Union rule to replace each two f.d.'s in result having the same LHS, $\alpha \rightarrow \beta_1$ and $\alpha \rightarrow \beta_2$, by a single f.d. $\alpha \rightarrow \beta_1 \beta_2$
Remove trivial f.d's