

DESAFIO 1

OTIMIZAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE UM FOGUETE

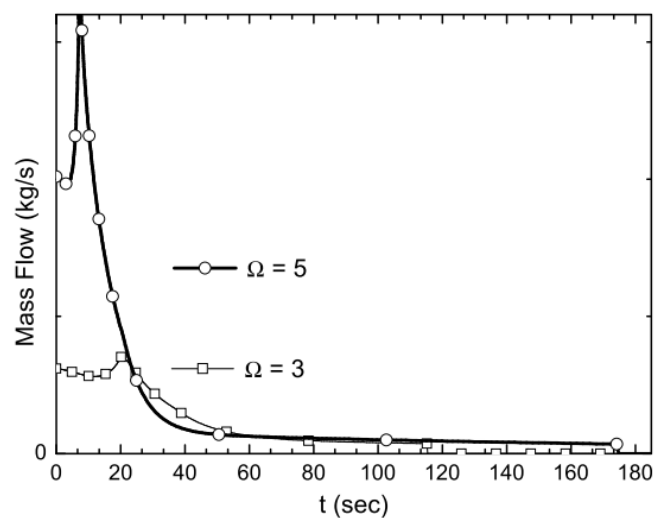
1. OBJETIVO

Um foguete possui como objetivo atingir a máxima altitude de acordo com as suas capacidades construtivas.

Os foguetes armazenam todo o combustível e oxidante necessários para a sua propulsão em seu interior, com uma quantidade maior desses sendo necessária para que o foguete consiga atingir uma altitude maior. Entretanto, caso o peso de combustível aumente, o motor terá que produzir uma força maior de forma que o foguete consiga voar, gastando mais combustível.

Portanto, devido a esse ciclo, deseja-se otimizar a eficiência no uso do combustível de um foguete visando que ele atinja a maior altitude.

Para a otimização, são definidos alguns pontos ao longo do tempo que indicam a quantidade de combustível a ser consumida naquele instante, com os valores em pontos intermediários sendo obtidos por interpolação.



2. MODELO MATEMÁTICO

Com o objetivo de realizar essa otimização, define-se a seguinte simulação baseada no princípio da conservação de quantidade de movimento linear (segunda lei de Newton):

$$a = \frac{T + D + W}{m}$$

onde:

a : aceleração do foguete (m/s^2)

m : massa do foguete (kg)

T : força de empuxo do motor do foguete (N)

D : força de arrasto (resistência do ar) provocada no foguete (N)

W : força peso provocada no foguete (N)

Após obter a aceleração do foguete, é possível obter sua velocidade e sua altitude a partir da integração da aceleração utilizando, por exemplo o método de Euler em pequenos intervalos de tempo Δt :

$$v = a \cdot \Delta t$$

$$y = v \cdot \Delta t$$

A simulação deverá ser processada até que o foguete atinja o seu ponto de altitude máxima (objetivo).

A força de empuxo do motor do foguete é calculada por:

$$T = \dot{m}_e * v_e$$

onde

\dot{m}_e : vazão mássica de combustível (kg/s)

v_e : velocidade de exaustão dos gases de combustão (m/s)

A força de arrasto provocada no foguete é dada por:

$$D = -\frac{1}{2} C_d \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \cdot \hat{v}$$

onde

C_d : coeficiente de arrasto

ρ : massa específica (densidade) do ar (kg/m^3)

A : área da seção transversal do foguete (vista de frente) (m^2)

v : velocidade do foguete

\hat{v} : direção da velocidade do foguete

A força peso provocada no foguete é dada por:

$$W = -m \cdot g$$

onde

g : aceleração da gravidade (m/s^2)

É importante notar que o coeficiente de arrasto, massa específica do ar e aceleração da gravidade dependem da altitude e velocidade do foguete, com modelos para essas grandezas sendo disponibilizados.

3. DADOS DO FOGUETE

Massa do foguete vazio: 750 kg

Massa total de combustível: 3500 kg

Diâmetro do foguete: 0.6 m

Coeficiente de arrasto padrão: 0.8

Velocidade de exaustão do motor: 1916 m/s