

Optimizare discretă: Dijkstra

Graf: $G = (V, E)$

Opt discretă: \rightarrow familie finită de obiecte (x_1, \dots, x_N)
 \searrow pt fiecare obiect se calculează un "cost" $J(x_i)$
 \downarrow se selectează obiectul cu costul minim/maxim.

Problema: $N \cdot (\text{costul evaluării } J)$ este prea mare.

Pb repartiției optimele / curs precedent

$O(n!)$ \rightarrow abordare "brute force"

$\rightarrow n > 20$ cost prea mare

Algoritmul unger: $O(n^3)$

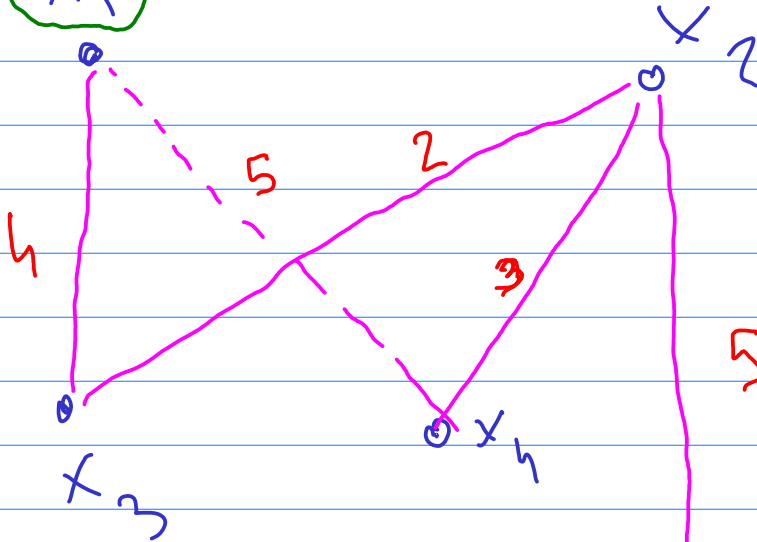
Grafuri: $G = (V, E)$

vârfuluri

conexiuni
între 2 vârfuluri

surse

x_1



$$E = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

x_5 țintă

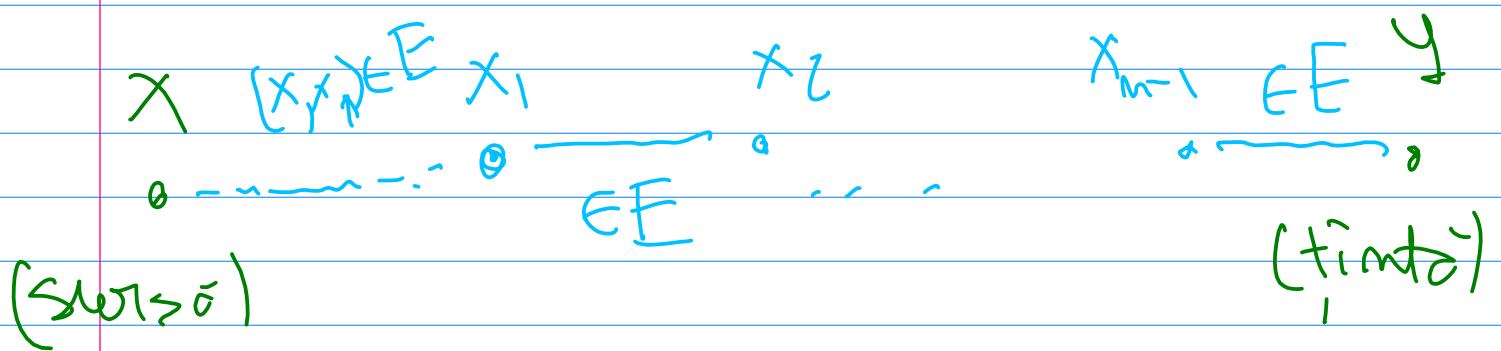
Adăugarea unui cost pentru fiecare conexiune.

↑
weights

$$W = \{w_{13} = 4; w_{14} = 5; w_{23} = 2; w_{24} = 3; w_{25} = 5\}$$

- path \rightarrow în graf:
drum /

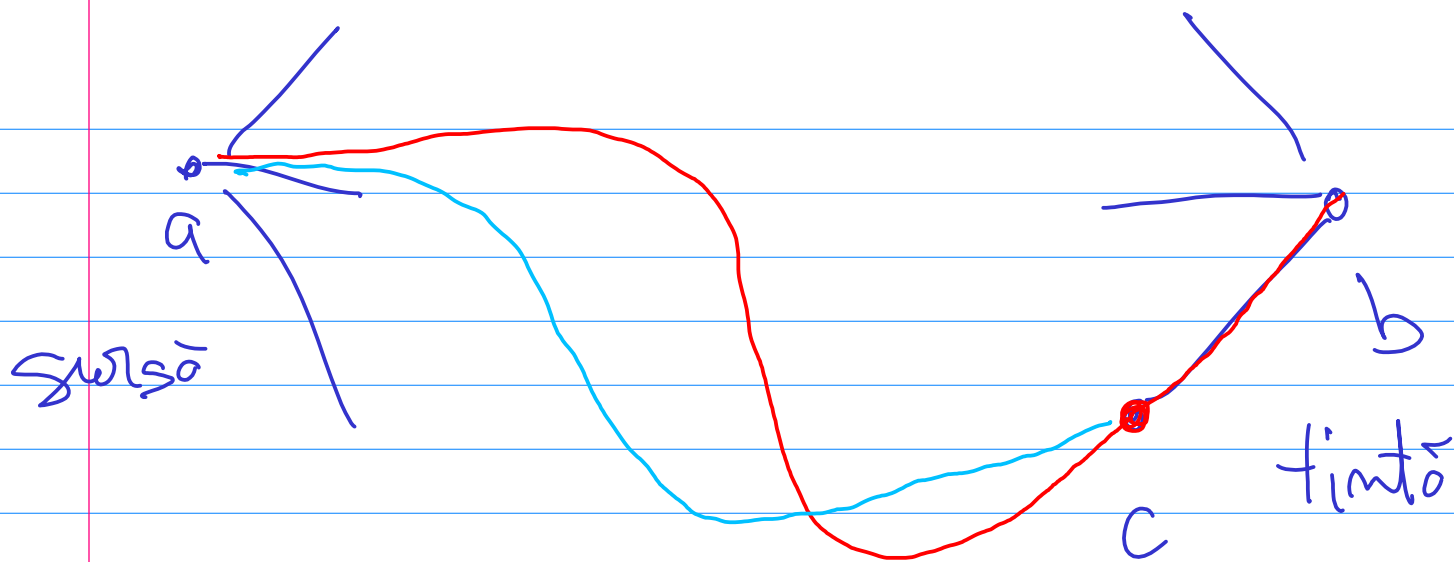
Succesiune de puncte între 2
noduri x, y a verifică rute de
conexiune în E



Exemplu: $x_1 \xrightarrow{4} x_3 \xrightarrow{2} x_2 \xrightarrow{5} x_5$ D_1
 $x_1 \xrightarrow{5} x_4 \xrightarrow{3} x_2 \xrightarrow{5} x_5$ D_2

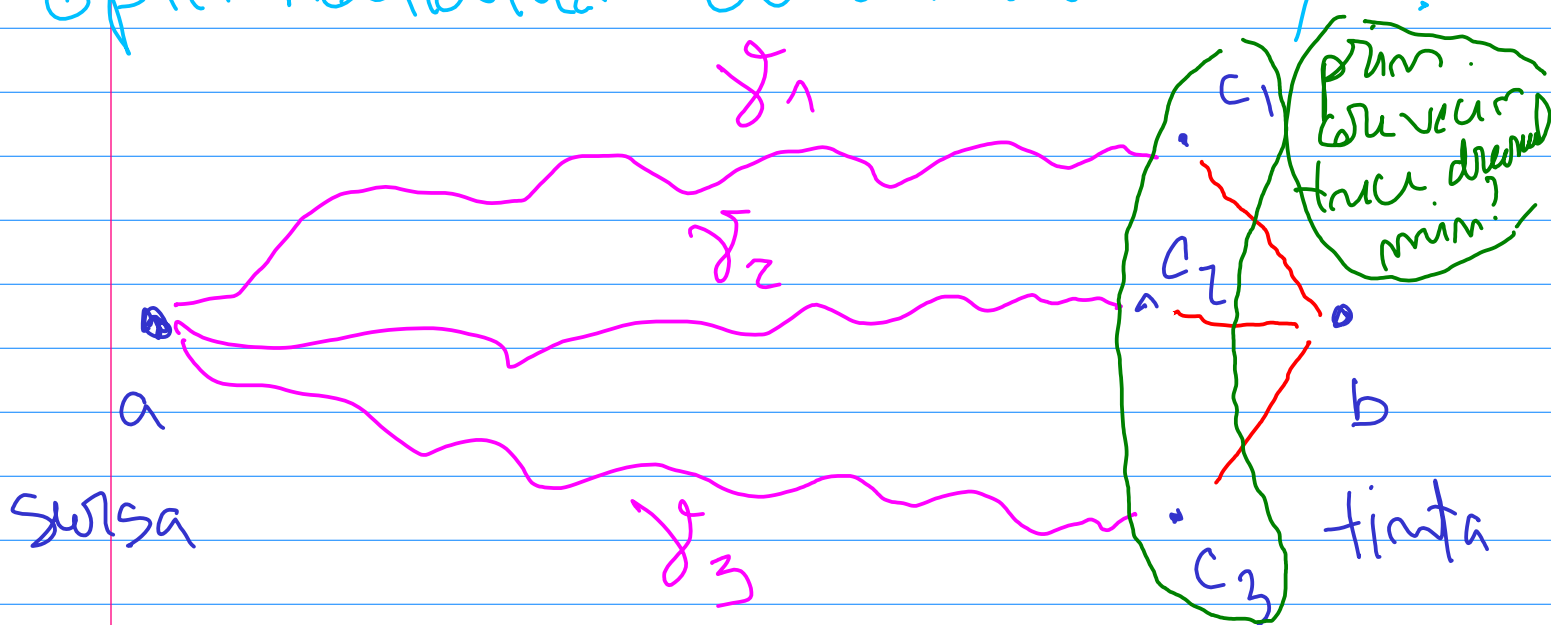
$D_1 \xrightarrow{\text{cost}} 11 \rightarrow D_1$ mai eficient
 $D_2 \xrightarrow{\text{cost}} 13$ ca și D_2

Dijkstra's algorithm: Calculează drumul
cel mai scurt între 2 noduri dintr-un
graf ponderat.



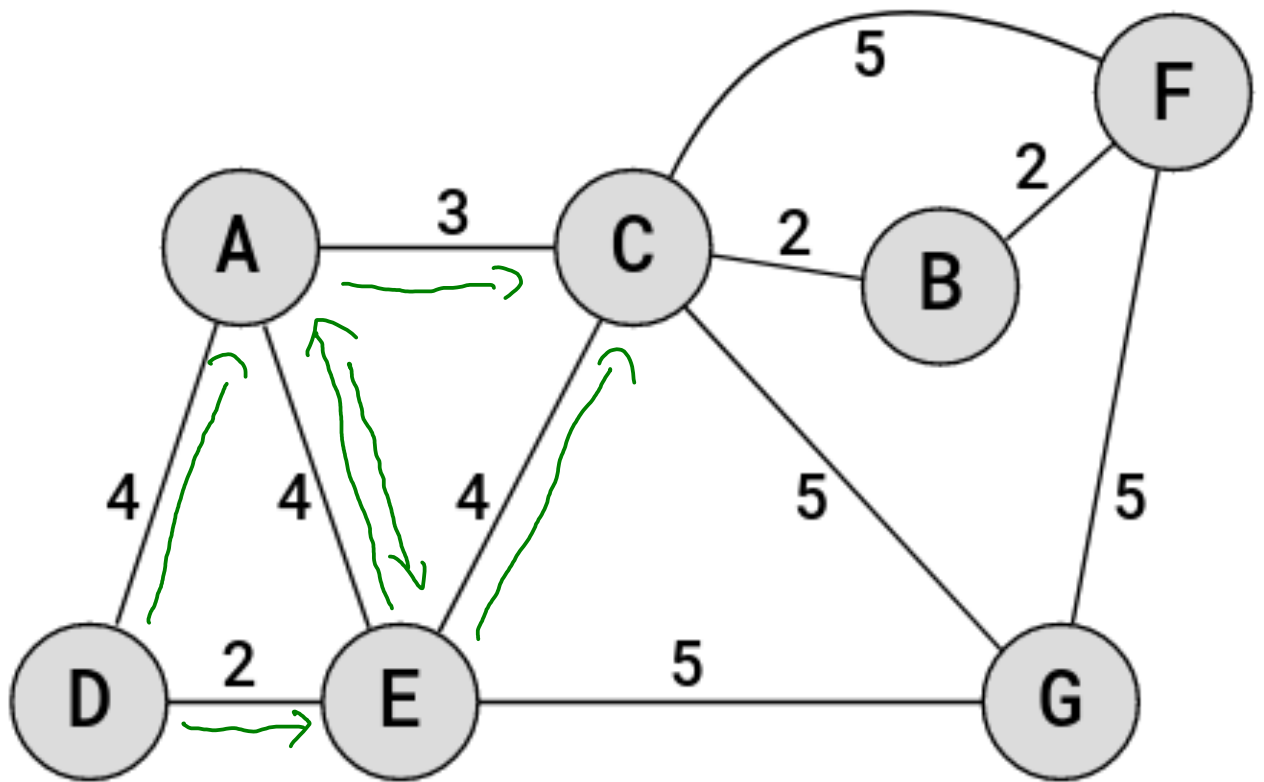
Opt între a și b
 \Rightarrow Opt între a și c

Dacă \exists un alt drum mai bun
 între a și c acesta ar contrazice
 optimalitatea drumului inițial.



- Completăm γ_i cu "segmentul" $[c_i b]$

- calculăm costul asociat
- soluțiunea cel mai mic cost



Distanta între nodurile D și A
 $d = 6$



Dist între D și C: $D \xrightarrow{2} E \xrightarrow{4} C$
 $\rightarrow \text{cost} = 6$

Matrice adiacență:

Adj

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	0	1	1	1	0	0
B	0	0	1	0	0	1	0
C	1	1	0	0	1	1	1
D	1	0	0	0	1	0	0
E	1	0	1	1	0	0	1
F	-	-	-	-	-	-	-
G	-	-	-	-	-	-	-

edges
↑

$$A \rightarrow A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dacă } (i,j) \in E \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

G are n vârfuri $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

Includem direct ponderile în A

$$A_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{dacă } (i,j) \in E \\ 0 & \text{altfel} \end{cases}$$

Mat A \rightarrow sim pt un grf m-circuit