

Curs 2

Optimal assignment

PROBLEMĂ

	P_1	P_2	P_3
J_1	100	120	80
J_2	150	110	120
J_3	90	80	110

$C(\text{cost})$

- Cum să distribuim
Exact un Job la
o persoană astfel
încât costul
pentru angajator
să fie minimum

Exemplu:

$J_1 \rightarrow P_1$
 $J_2 \rightarrow P_2$
 $J_3 \rightarrow P_3$

$J_1 \not\rightarrow P_1$
 $J_2 \not\rightarrow P_2$
 $J_3 \rightarrow P_3$

$\{1, 2, 3\} \xrightarrow{\text{bijectivă}} \{1, 2, 3\}$

- fiecărui elem din prima mulțime
i se asociază un UNIC elem din a doua

$\{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ bijectiv

Se numesc permutări

- nr permutărilor: $n!$

$\underbrace{1} \quad \underbrace{2} \quad \underbrace{3} \dots \underbrace{n}$

n posib. $(n-1)$ pos. $(n-2)$ 1 pos

În final: $n \times (n-1) \times \dots \times 1 = n!$

Brute force: enumerarea tuturor permutărilor.

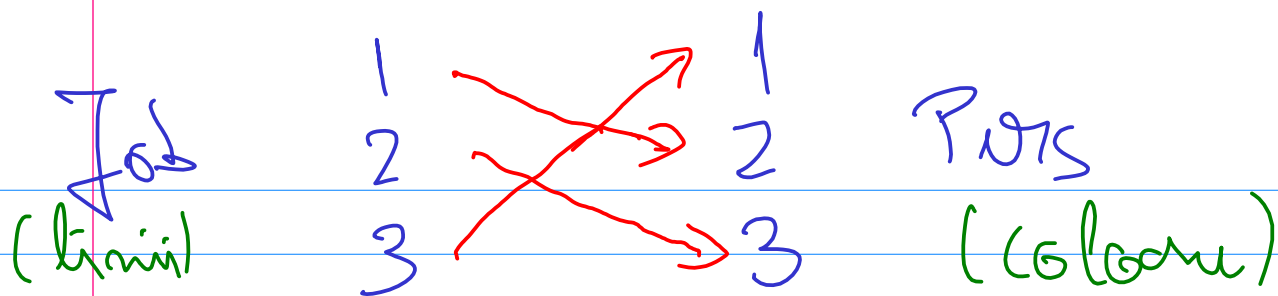
pentru $\{1, 2, 3\}$

$\begin{array}{c} 1, 2, 3 \\ 1, 3, 2 \\ 2, 1, 3 \\ 2, 3, 1 \\ 3, 1, 2 \\ 3, 2, 1 \end{array}$

Cum calculăm costul

Exemplu: repartiția: $(2, 3, 1)$

$i \rightarrow j$

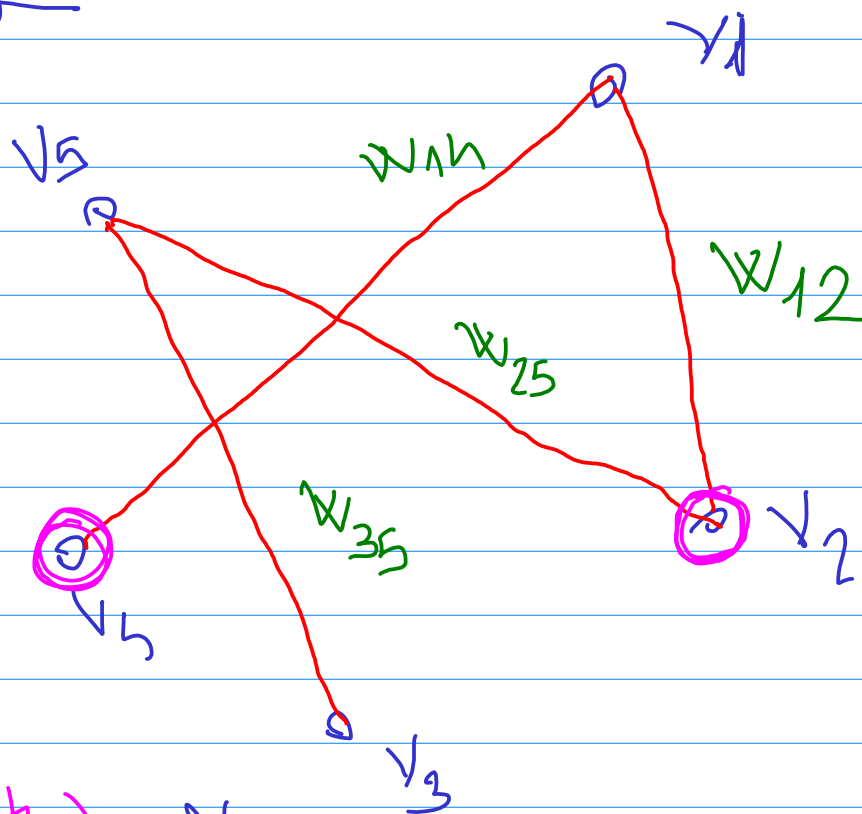


Costul: $C_{1,2} + C_{2,3} + C_{3,1}$

dim dim matricea de cost

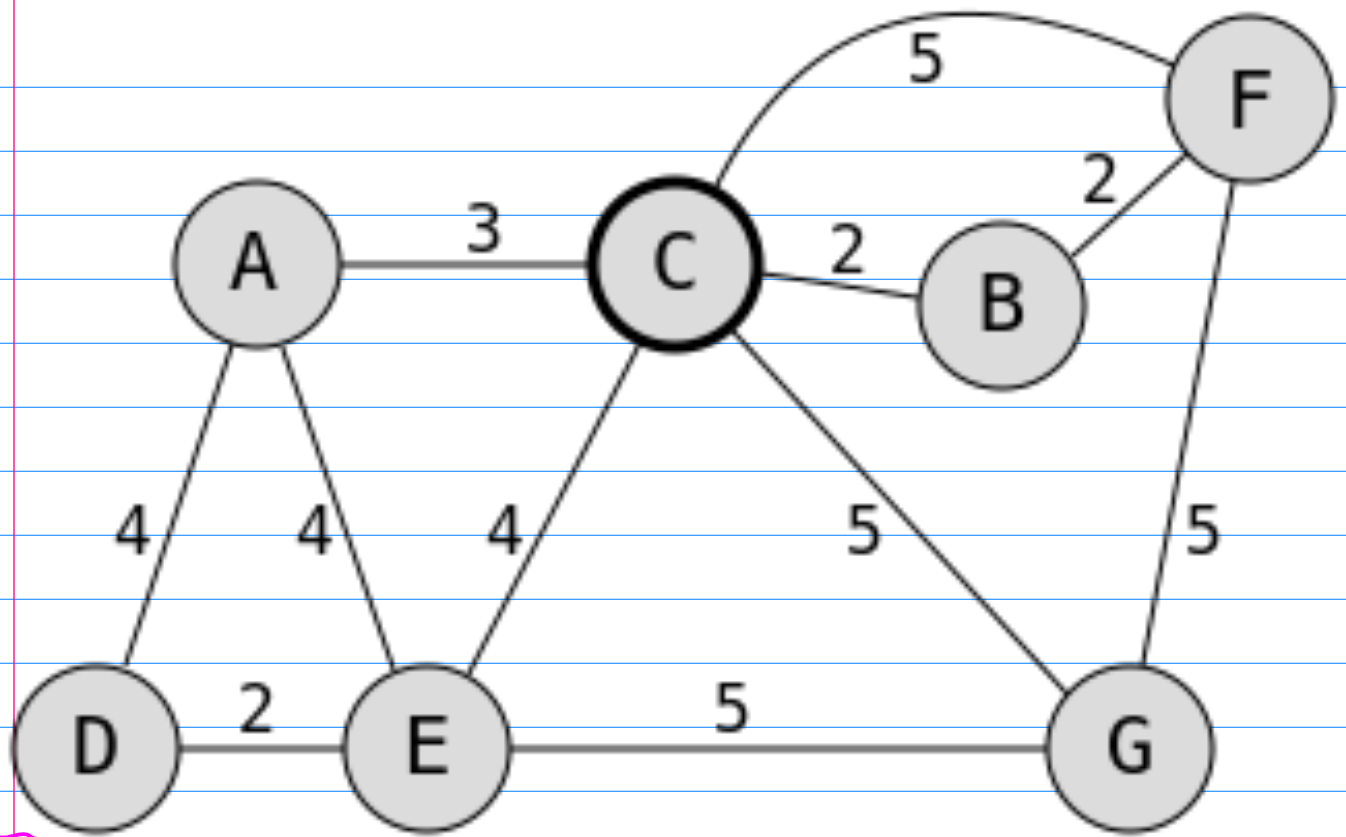
Solutia brută foră \rightarrow insuficientă $O(n!)$

Grafuri



drum (path)

$v_2 \rightarrow v_{i_1} \rightarrow v_{i_2} \rightarrow \dots \rightarrow v_n$
 $v_2 \rightarrow v_1 \rightarrow v_n$



Swisa

Ex 1: Drumuri între D și C

$D \xrightarrow{4} A \xrightarrow{3} C$

Cost = 7

$D \xrightarrow{2} E \xrightarrow{4} C$

Cost = 6 best

$D \xrightarrow{2} E \xrightarrow{4} A \xrightarrow{3} C$

Cost = 9

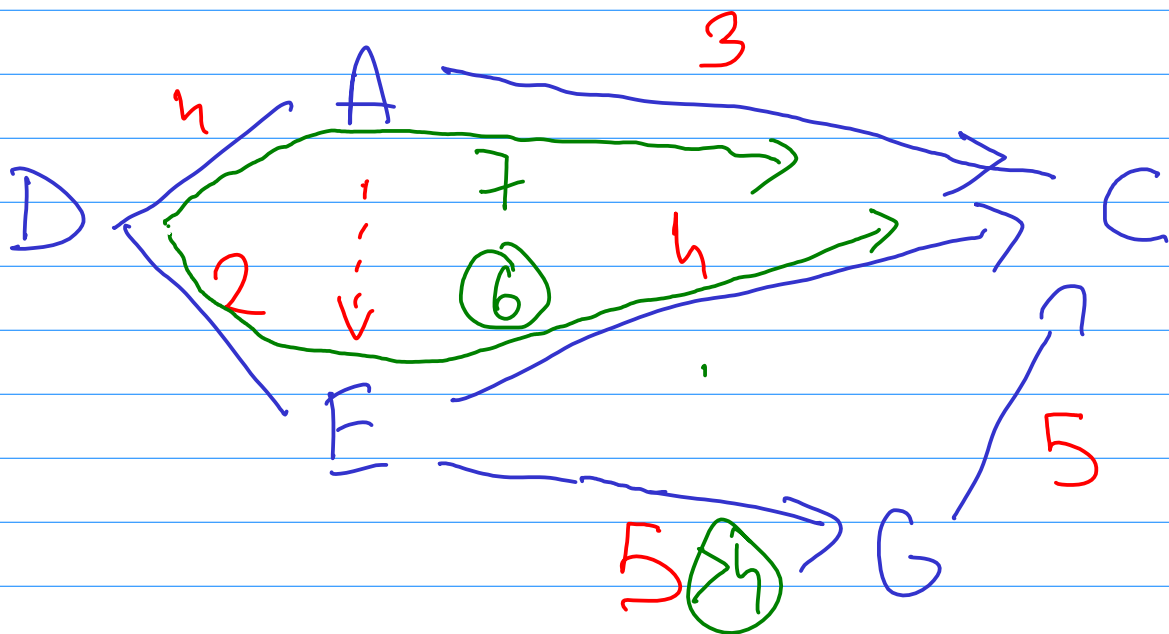
Ex 2: Găsim drumul optimal
de la D până la C

→ trebuie să trecem prin A sau E
(un drum la placă din D)

va trage pe la un mod vecin)

→ orice drum ce ajunge în C
va trage printr-un vecin al lui C

→ Dijkstra: soluția locală cea mai
bună duce la o soluție globală



Grafiuri (n-orientate)

G: mat. adiacență. $(A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{altfel} \end{cases})$
 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$