EYP1113 - Probabilidad y Estadística

Ayudantía 1

Nicolás Bravo
José Casanova
Diego Muñoz
Oscar Ortiz
Vanesa Reinoso

Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Pontificia Universidad Católica de Chile

Segundo Semestre 2019

Problema 1

Demuestre que:

1. $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\nu^k}{\Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\nu x} dx = 1, \quad k \in \mathbb{N}, \nu > 0$
2. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2}\, dx = \sqrt{2\,\pi}$
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n.$

4. Sean $\alpha, \beta > 0$ y $k \in \mathbb{Z}^+$. Demuestre que

$$\sum_{i=0}^{k} \frac{e^{-\alpha} \cdot \alpha^{k-i}}{(k-i)!} \cdot \frac{e^{-\beta} \cdot \beta^{i}}{i!} = \frac{e^{-(\alpha+\beta)} \cdot (\alpha+\beta)^k}{k!}$$

5. $$\sum_{y=x}^{+\infty} \binom{y}{x} p^x (1-p)^{y-x} \cdot \frac{\nu^y e^{-y}}{y!} = \frac{(\nu p)^x e^{-\nu p}}{x!},$$

para $x \in \mathbb{N}_0$, $\nu > 0$ y $0 < p < 1$.

PROBLEMA 2

Encuentre el o los valores máximos de $f(\cdot)$ definida como:

$$f(x) = \exp\left\{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) - \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]\right\},$$

con $x \in \mathbb{R}$, $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$.

PROBLEMA 3

Para $f(\cdot)$ definida como:

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta}\right], \quad x > 0$$

Muestre que

$$\int_0^t f(x)\,dx = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right], \text{para } t > 0$$