EYP1113 - Probabilidad y Estadística

Ayudantía 3

Nicolás Bravo
José Casanova
Diego Muñoz
Oscar Ortiz
Vanesa Reinoso

Facultad de Matemáticas
Departamento de Estadística
Pontificia Universidad Católica de Chile

Segundo Semestre 2019

En cierta zona existen tres empresas que emiten gases por sobre la norma de vez en cuando. A su vez, la autoridad tiene instaladas estaciones de monitoreo que alertan ciando los nivelees emitidos están sobre la norma. Cuando solo una de ellas emite gases sobre la norma, las estaciones de monitoreo alertan el 90% de las veces. Sin embargo, las estaciones dan falsas alarmas el 5% de las veces, es decir, cuando ninguna de las tres empresas están emitiendo sobre la norma. A su vez, cuando las emisiones de gases sobre la norma provienen de dos de estas empresas, las estaciones de monitoreo alertan el 95% de las veces y en el caso que las tres se encuentren emitiendo sobre la norma este último porcentaje se incrementa en un 4.2%.

Problema 1

Por otra parte, la proporción de veces que la empresa A emite gases sobre la norma es de un 30% y la empresa B un 40%. Además, la empresa C que utiliza insumos proporcionados por A y B, emite gases sobre la norma el 15% de las veces cuando las otras no lo hacen, y si al menos una de ella emite gases sobre la norma, este valor se duplica.
¿Cuál es la probabilidad que, si las estaciones de monitoreo han emitido una alerta, es responsabilidad de exactamente dos empresas? Asuma independencia entre las empresas A y B.

Problema 2

En el chat del equipo docente del curso, el tiempo transcurrido en que un ayudante publica una sugerencia hasta que los profesores dejan v vistos (doble check azul) es una v.a. con función de densidad dada por:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{\lambda^v}{\Gamma(v)} y^{v-1} e^{-\lambda y} & y \geq 0, v > 0, \lambda > 0 \\ 0 & e.o.c. \end{cases}$$

donde $\Gamma(v) = \int_0^\infty t^{v-1} e^{-t} dt$.
Por otra parte, el tiempo que transcurre hasta que los profesores responden, es una v.a. cuya función de probabilidad es: $F_X(x) = 1 - exp(-\alpha x^\beta)$ con $x \geq 0, \alpha, \beta > 0$. Determine la función densidad y la mediana de la distribución de tiempo de respuesta.

Problema 3

Sea Y una variable aleatoria con función densidad dada por:

$$f_Y(y) = \frac{1}{y\sigma}\phi\left(\frac{\ln y - \mu}{\sigma}\right)$$

Con $\phi(z) = \frac{\exp(z)}{[1+\exp(z)]^2}, 0 < y < \infty, \sigma > 0 \mathrm{y} -\infty < \mu < \infty$. Determine la función de probabilidad acumulada $F_Y(y)$.

Problema 4

Una turbina que está en funcionamiento durante 3 horas, requiere consumir energía adicional durante ciertos intervalos en este tiempo. El instante en el que deja de requerir energía adicional, X, medido desde el momento en que se enciende la turbina, sigue una distribución con función de densidad dada por:

$$f_x(x) = \begin{cases} c\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x, & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

1. Encuentre el valor de la constante c.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que el instante en que deje de requerir energía adicional sea menor que que un valor a o mayor que $(3 - a)$ cuando $a = 1/3$