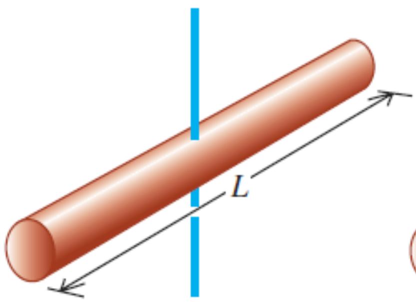
Rotación
Trabajo y Energía

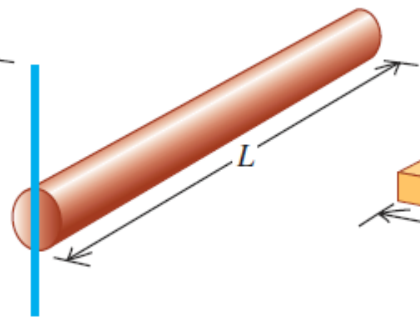
TABLE 9.2 Moments of inertia for various bodies

$$I = \frac{1}{12}ML^2$$



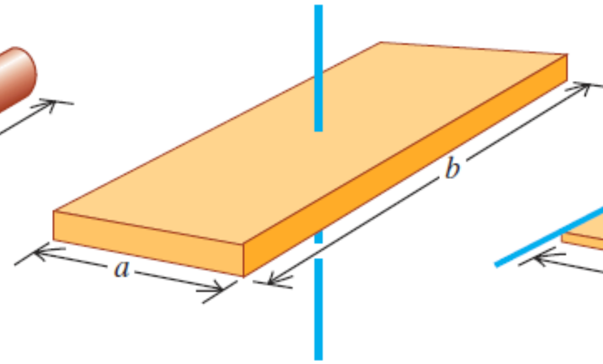
(a) Slender rod, axis through center

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$



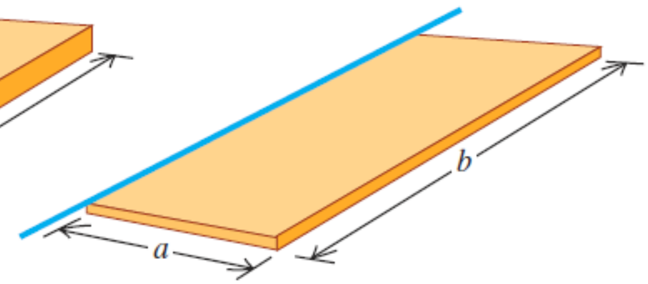
(b) Slender rod, axis through one end

$$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$



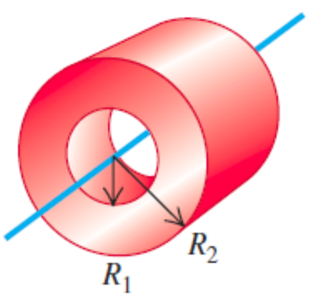
(c) Rectangular plate, axis through center

$$I = \frac{1}{3}Ma^2$$



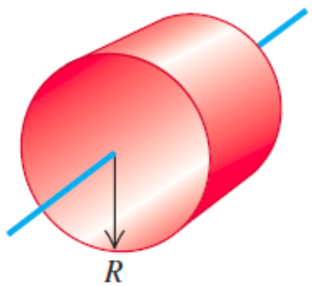
(d) Thin rectangular plate, axis along edge

$$I = \frac{1}{2}M(R_1{}^2 + R_2{}^2)$$



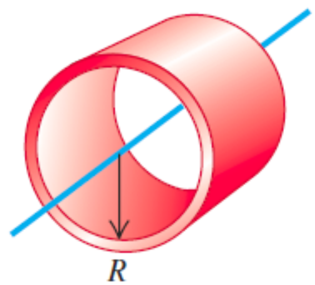
(e) Hollow cylinder

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



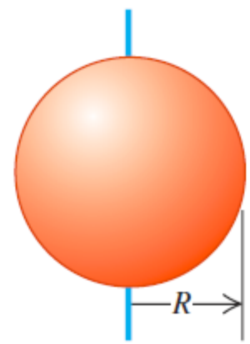
(f) Solid cylinder

$$I = MR^2$$



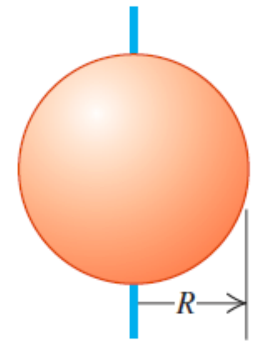
(g) Thin-walled hollow cylinder

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$



(h) Solid sphere

$$I = \frac{2}{3}MR^2$$



(i) Thin-walled hollow sphere

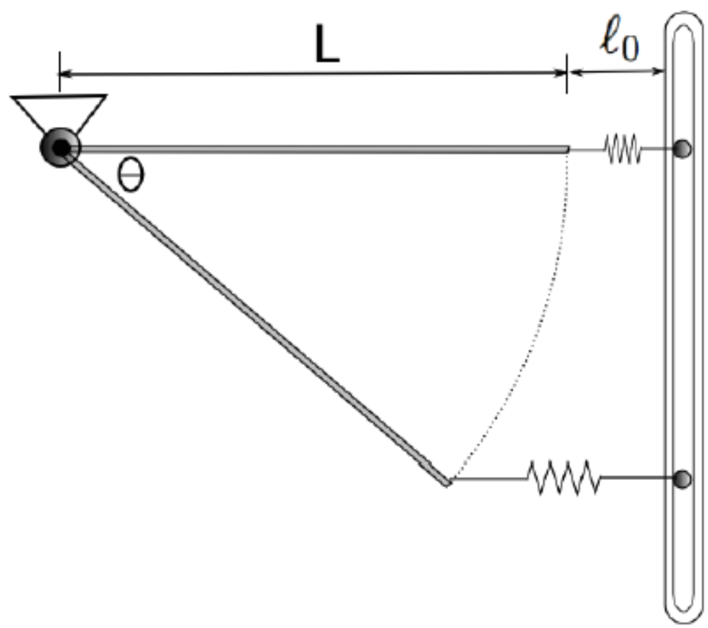
Pregunta 1) En la figura, la barra de masa homogénea de masa M y largo L está pivoteada en un punto fijo y unida en su extremo a un resorte de constante k. El otro extremo del resorte desliza por un riel sin roce, de modo que el resorte siempre se encuentra en posición horizontal. La barra se suelta del reposo en $\theta = 0$, donde el resorte está en su largo natural ℓ_0 .

a) Calcule el estiramiento del resorte $\Delta\ell$ es función de θ.

b) Escriba la energía total del sistema como función de θ.

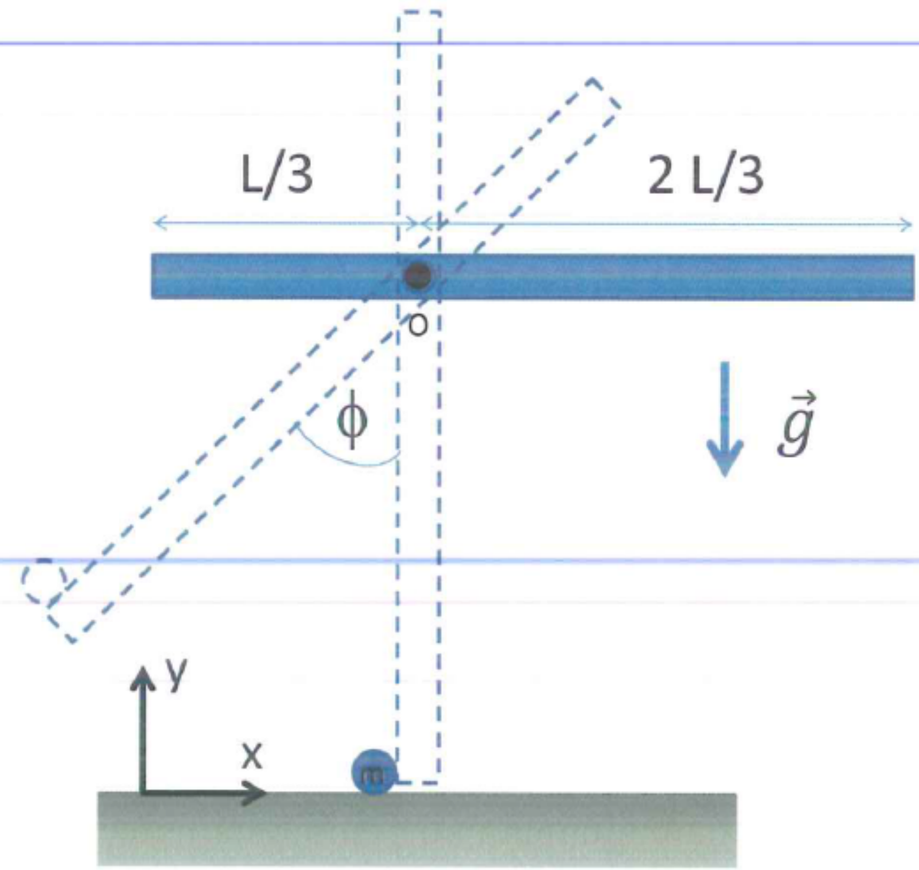
c) Calculando la derivada de la energía respecto del tiempo, encuentre $\ddot{\theta}$ como función de θ.

d) Utilizando la ecuación de torque, encuentre la ecuación de movimiento y verifique que $\ddot{\theta}$ es igual a lo encontrado en c).



Enunciado para problemas 5 al 8.

La barra de la figura, de longitud L, masa M y ancho despreciable, se encuentra fija a un pivote en el punto O. Inicialmente, la barra se sostiene en la posición horizontal, y a continuación se suelta. Suponga que el extremo inferior de la barra experimenta un choque perfectamente inelástico con la partícula de masa m, que se encuentra inicialmente en reposo sobre la superficie sin roce. Desprecie el radio de la partícula.



Problema 5. Si el momento de inercia de la barra con respecto a su centro de masa es $ML^2/12$, entonces el momento de inercia de la barra I_o con respecto al pivote en O está dado por

a) $\dfrac{ML^2}{9}$

b) $\dfrac{ML^2}{36}$

c) $\dfrac{ML^2}{18}$

d) $\dfrac{ML^2}{24}$

Problema 6. La velocidad angular ω_A de la barra **justo antes** de chocar con la partícula es

a) $\sqrt{\dfrac{2MgL}{3I_o}}$

b) $\sqrt{\dfrac{MgL}{2I_o}}$

c) $\sqrt{\dfrac{MgL}{3I_o}}$

d) $\sqrt{\dfrac{4MgL}{3I_o}}$

Problema 7. La velocidad angular ω_D de la barra **justo después** de chocar con la partícula es

a) $\omega_D = \dfrac{\omega_A}{1 + mL^2/I_o}$

b) $\omega_D = \omega_A$

c) $\omega_D = \dfrac{\omega_A}{1 + 4mL^2/9I_o}$

d) $\omega_D = \dfrac{\omega_A}{1 + 2mL^2/3I_o}$

Problema 8. Después del choque, el ángulo máximo de inclinación ϕ que alcanza la barra con respecto de la vertical está definido por la ecuación

a) $\cos\phi = 1 - 3\dfrac{I_o + 2mL^2/3}{(M + 2m)g\,L}\omega_D^2$

b) $\cos\phi = 1 - 3\dfrac{I_o}{M\,g\,L}\omega_D^2$

c) $\cos\phi = 1 - 3\dfrac{I_o + 4mL^2/9}{M\,g\,L}\omega_D^2$

d) $\cos\phi = 1 - 3\dfrac{I_o + 4mL^2/9}{(M + 4m)g\,L}\omega_D^2$

Enunciado para problemas 1 a 4.

Un péndulo físico consta de una barra homogénea de masa M y largo L, soldada a un disco homogéneo de radio R y masa M, donde $L = 3R$. Este péndulo pivotizado en el extremo de la barra (punto P), ésta inicialmente en reposo en la posición horizontal mostrada en la figura.

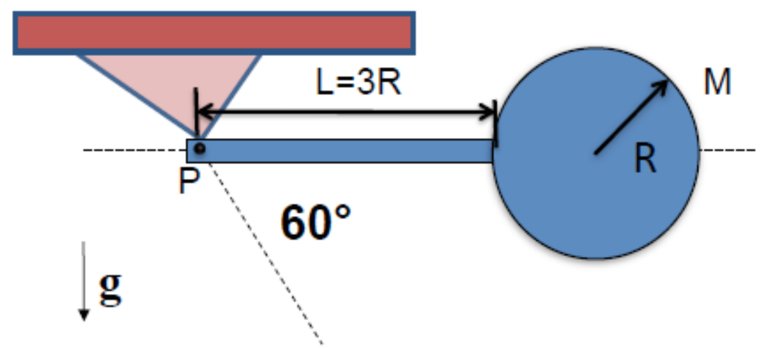


Figura 1: problemas 1 a 4.

Problema 1. El momento de inercia I del péndulo respecto a un eje perpendicular al plano de la figura y que pasa por el punto P, es

a) $I = \dfrac{69}{4} M R^2$

b) $I = \dfrac{25}{2} M R^2$

c) $I = \dfrac{39}{2} M R^2$

d) $I = 20 M R^2$

Problema 2. Determine la distancia d entre el pivote y el centro de masa del péndulo.

a) $d = \dfrac{11R}{2}$

b) $d = \dfrac{11R}{4}$

c) $d = 3R$

d) $d = \dfrac{5R}{2}$

Problema 3. Si en cierto instante deja evolucionar libremente el sistema, determine el módulo de la aceleración angular α del péndulo cuando la barra forma un ángulo de $60°$ con la horizontal. (I y d son los valores pedidos en los problemas anteriores.)

a) $\alpha = \dfrac{Mgd}{I}$

b) $\alpha = \dfrac{Mgd}{2I}$

c) $\alpha = \dfrac{\sqrt{3}Mgd}{I}$

d) $\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}Mgd}{I}$

Problema 4. Determine el módulo de la velocidad angular del péndulo cuando la barra forma un ángulo de $60°$ con la horizontal. (I y d son los valores pedidos en los problemas anteriores.)

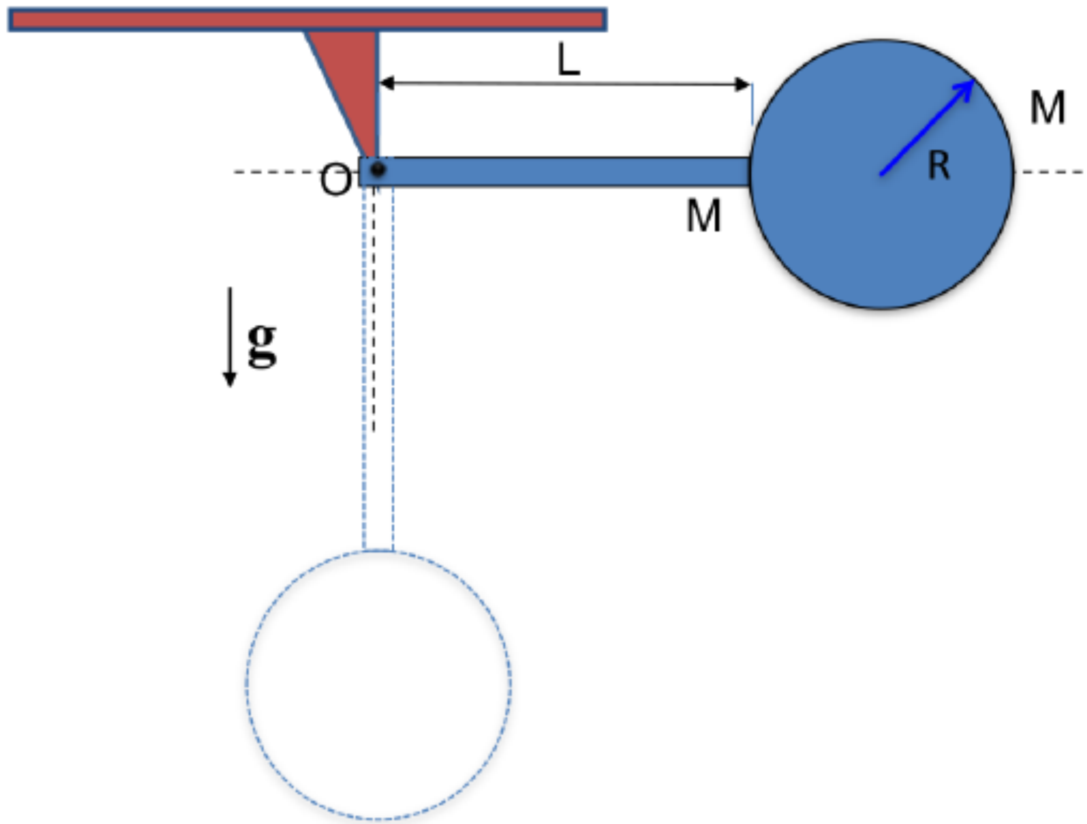
a) $\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I}}$

b) $\omega = \sqrt{\frac{2Mgd}{I}}$

c) $\omega = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}Mgd}{I}}$

d) $\omega = \sqrt{\frac{\sqrt{3}Mgd}{I}}$

Enunciado para las preguntas 12 a 14: Un péndulo físico consta de una barra homogénea de masa M y largo L, soldada a un disco homogéneo de radio R y masa M. Este péndulo pivotado en el extremo de la barra (punto O), está inicialmente en reposo en la posición horizontal mostrada en la figura.



12. El momento de inercia (I_0) del péndulo respecto respecto a un eje perpendicular al plano del papel y que pasa por el punto O es:

   a) $I_0 = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{1}{2}MR^2$
   b) $I_0 = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{1}{2}MR^2 + MLR$
   c) $I_0 = \frac{4}{3}ML^2 + \frac{3}{2}MR^2 + MLR$
   d) $I_0 = \frac{4}{3}ML^2 + \frac{3}{2}MR^2 + 2MLR$

13. La distancia r_{cm} entre el pivote (punto O) y el centro de masa del péndulo está dada por:

   a) $r_{cm} = \frac{3}{4}L + \frac{1}{2}R$
   b) $r_{cm} = \frac{L+R}{2}$
   c) $r_{cm} = \frac{1}{2}L + R$
   d) $r_{cm} = \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}R$

14. Si en cierto instante el péndulo se deja evolucionar libremente desde la posición horizontal mostrada en la figura, determine el módulo de la reacción (R) en el pivote (punto O) justo cuando el péndulo pasa por la vertical (posición demarcada en línea segmentada).

   a) $R = 2Mg$

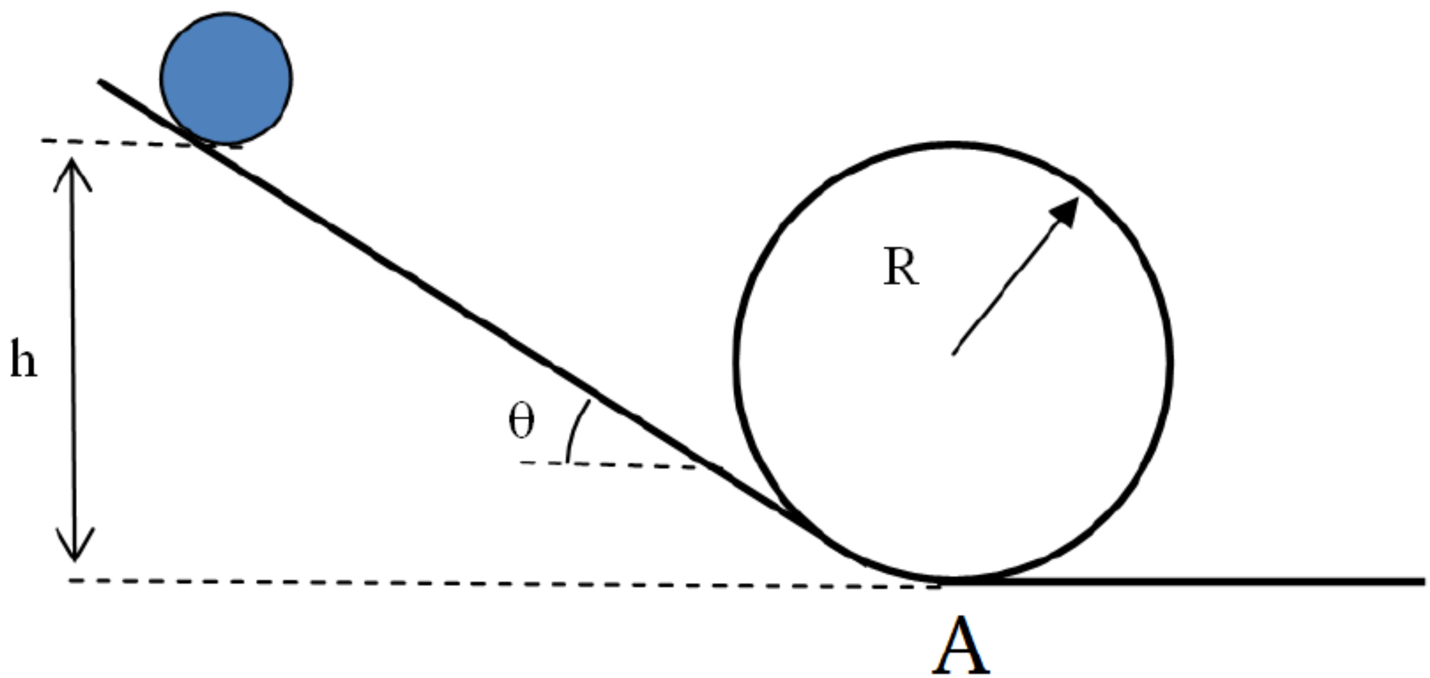
   b) $R = 2Mg\left(1 + 4M\frac{{r_{cm}}^2}{I_0}\right)$

   c) $R = 2Mg\left(1 + M\frac{{r_{cm}}^2}{I_0}\right)$

   d) $R = Mg\left(1 + 4M\frac{{r_{cm}}^2}{I_0}\right)$

Enunciado para problemas 4 a 7.

Una esfera sólida homogénea de radio r rueda sin deslizarse a lo largo de una vía que posee una vuelta circular de radio R (figura abajo). La esfera inicia su movimiento partiendo desde el reposo desde una altura h.



Problema 4. ¿Cuál es la rapidez v del centro de masa de la esfera al llegar a la base del plano (punto A)?

a) $v = \sqrt{\dfrac{10gh}{7}}$

b) $v = \sqrt{2gh}$

c) $v = \sqrt{\dfrac{10g(h-r)}{7}}$

d) $v = \sqrt{2g(h-r)}$

Problema 5. ¿Cuál es la aceleración a del centro de masas de la esfera cuando se encuentra deslizándose sobre el plano inclinado?

a) $a = g\sin\theta$

b) $a = \dfrac{5g\sin\theta}{7}$

c) $a = \dfrac{7g\sin\theta}{5}$

d) $a = 2g\sin\theta$

Problema 6. ¿Cuál es la mínima altura h requerida para que la esfera abandone la vía al pasar por el rizo?

a) $h = \dfrac{27(R-r)}{10}$

b) $h = \dfrac{27(R-r)}{5}$

c) $h = \dfrac{10(R-r)}{27}$

d) $h = \dfrac{5(R-r)}{27}$

Problema 7. ¿Cuál es la velocidad v' del centro de masa de la esfera al llegar a la base del plano si en lugar de rodar lo hace deslizándose?

a) $v' = \sqrt{\dfrac{10gh}{7}}$

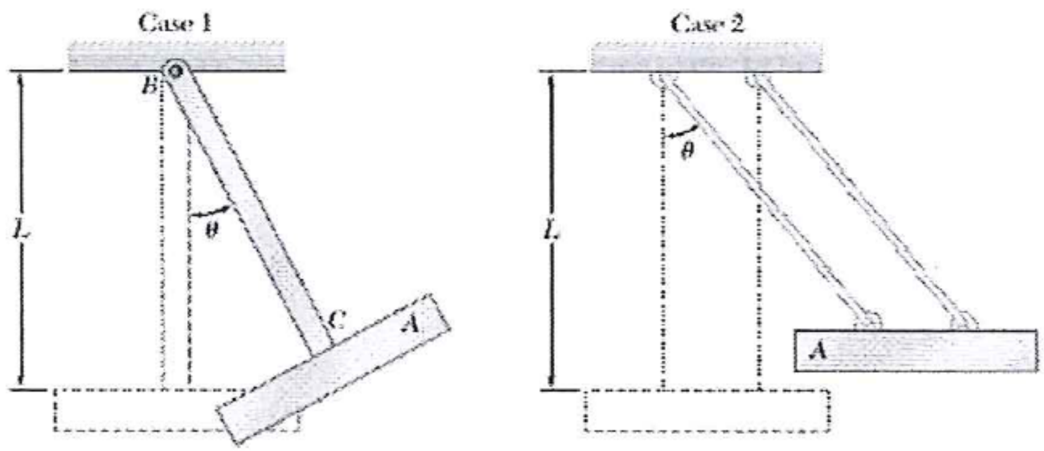
b) $v' = \sqrt{2gh}$

c) $v' = \sqrt{\dfrac{10g(h-r)}{7}}$

d) $v' = \sqrt{2g(h-r)}$

Problema 7.

Una barra A rígidamente unida a una varilla BC sin masa será el caso 1 a estudiar. El caso 2 consiste de la barra A pero que cuelga mediante dos cuerdas sin masa como se muestra en la figura. El grosor de la barra A es despreciable comparado con L. En ambos casos A es liberado del reposo en un ángulo θ_o. Cuándo $\theta = 0$, ¿cuál de los dos sistemas tendrá mayor energía cinética?



a) No se puede establecer

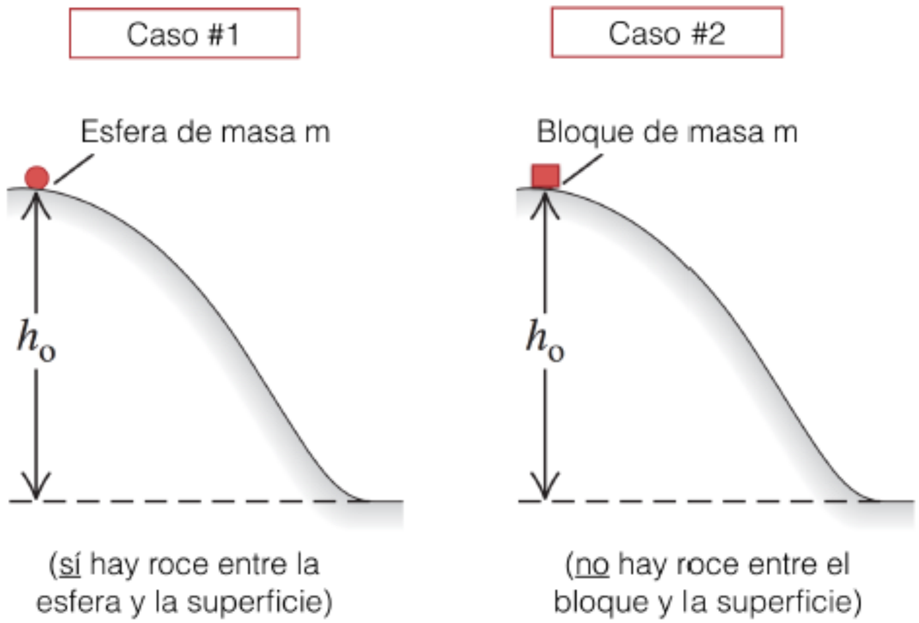
b) Depende de como se inicie el movimiento

c) Caso 1

d) Caso 2

e) La enegía cinética es la misma en ambos casos

Enunciado para problema 8:
Se tienen dos casos. En el primero, una esfera sólida de radio R y masa m se deja rodar por una montaña con una altura inicial h_0. La esfera rueda sin deslizamiento en todo momento. En el segundo, un bloque sólido perfectamente liso de masa m desliza sin roce por una montaña idéntica a la del primer caso. Tanto la esfera como el bloque se sueltan del reposo al mismo instante.



Problema 8: Determine la aseveración correcta:

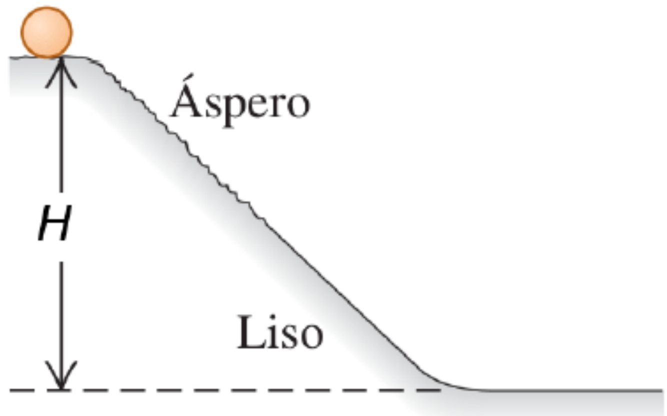
a) El bloque llega a la base de la montaña primero que la esfera.

b) La esfera llega a la base de la montaña primero que el bloque.

c) La esfera y el bloque llegan a la base de la montaña con la misma velocidad de su centro de masa.

d) La esfera y el bloque llegan a la base de la montaña con energías cinéticas diferentes.

Enunciado para los problemas 10 a 12: Una piedra esférica, sólida y uniforme (de masa m y radio R), parte del reposo y baja rodando por la ladera de una colina de altura H. La mitad superior de la colina es lo bastante áspera como para que la piedra ruede sin deslizar; sin embargo, la mitad inferior está cubierta de hielo y no hay fricción.



10. Calcule la rapidez de traslación v_1 de la piedra cuando va en la mitad de la colina, es decir, cuando ha descendido una altura $H/2$.

 a) $v_1 = \sqrt{\frac{3}{5}gH}$

 b) $v_1 = \sqrt{gH}$

 c) $v_1 = \sqrt{\frac{5}{7}gH}$

 d) $v_1 = \sqrt{\frac{2}{3}gH}$

11. Si la rapidez de traslación de la piedra cuando va en la mitad de la colina, es decir, cuando ha descendido una altura $H/2$ es v_1, determine la rapidez de traslación de la piedra cuando llega al pie de la colina v_2.

   a) $v_2 = \sqrt{{v_1}^2 + gH}$
   b) $v_2 = \sqrt{2gH}$
   c) $v_2 = \sqrt{{v_1}^2 + \frac{5}{7}gH}$
   d) $v_2 = \sqrt{\frac{2}{3}{v_1}^2 + \frac{3}{5}gH}$

12. Si la rapidez de traslación de la piedra cuando va en la mitad de la colina, es decir, cuando ha descendido una altura $H/2$ es v_1, determine la rapidez angular de la piedra cuando llega al pie de la colina ω_2.

   a) $\omega_2 = \dfrac{\sqrt{{v_1}^2 + gH}}{R}$
   b) $\omega_2 = \dfrac{\sqrt{gH}}{R}$
   c) $\omega_2 = \dfrac{v_1}{R}$
   d) $\omega_2 = \dfrac{5v_1}{7R}$