



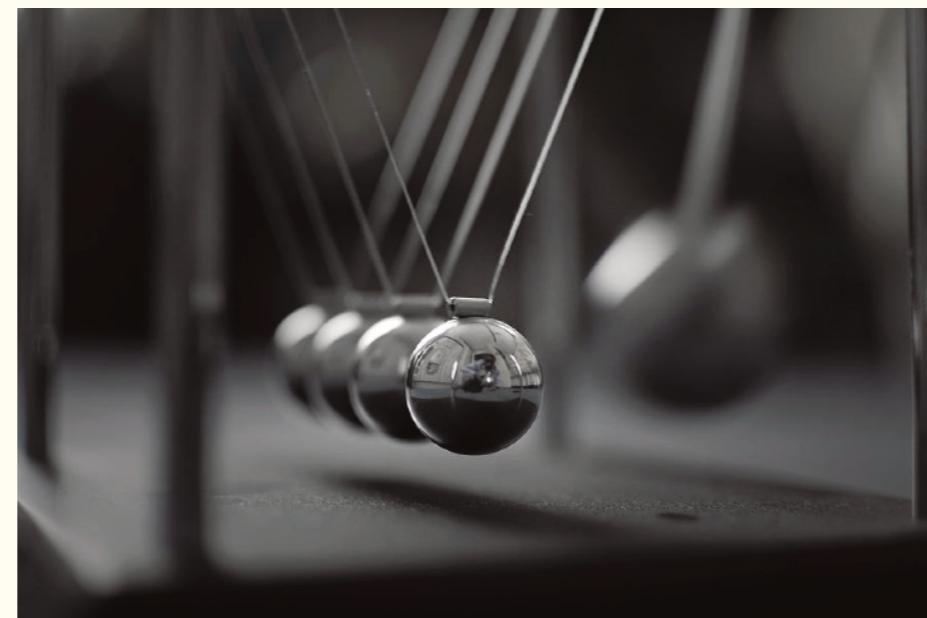
Clase #28
21-11-2018
Cuerpo Rígido

Estática y Dinámica

FIS1513

Anuncios

- ¡Esta es la última clase!
- El examen es el jueves 29 de Noviembre (menos de 2 semanas)
 - Tengo que salir de viaje desde hoy hasta el 28 de Noviembre por trabajo
 - Tengo horario de consulta *aquí* después de clase
 - Como siempre, respondo preguntas por correo (jpochoa@uc.cl)
- Ya no nos queda materia. Hoy vamos a hacer un ejercicio (nivel difícil), experimentos, y cliqueras



Cuerpo Rígido: Energía Rotacional, Rotación y Translación Combinadas

Para toda esta parte es mejor el Young & Freedman, Capítulos 9-10.

ROTACIÓN DE CUERPOS RÍGIDOS

9



METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir la rotación de un cuerpo rígido en términos de coordenada angular, velocidad angular y aceleración angular.
- Cómo analizar la rotación de un cuerpo rígido cuando la aceleración angular es constante.
- Cómo relacionar la rotación de un cuerpo rígido con la velocidad y la aceleración lineales de un

PREGUNTA: Todos los segmentos del aspa de una hélice en rotación de un helicóptero tienen el mismo valor de la velocidad y aceleración angulares? En comparación con un segmento dado de la aspa, ¿cuántas veces mayor será la rapidez lineal de un segundo segmento si se duplica su distancia con respecto al eje de rotación? ¿Cuántas veces mayor será su aceleración lineal?

10

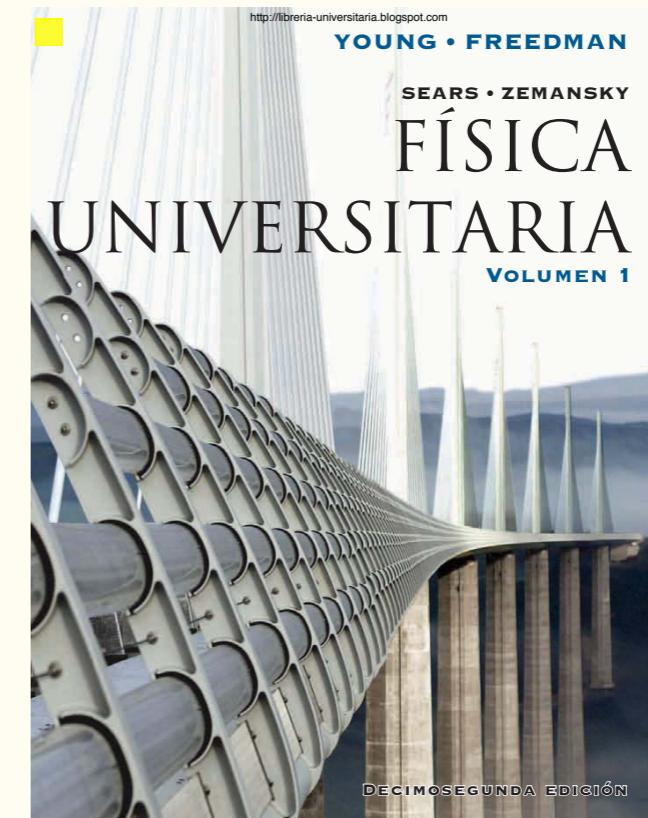
DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Qué significa que una fuerza produzca una torca.
- De qué manera la torca total sobre un cuerpo afecta su movimiento rotacional.
- Cómo analizar el movimiento de un cuerpo que gira y se mueve como un todo por el espacio.
- Cómo resolver problemas que implican trabajo y potencia para cuerpos giratorios.

PREGUNTA: Si el acróbata no está tocando el suelo, ¿cómo puede alterar su rapidez de rotación? ¿Qué principio físico se aplica aquí?



Especificamente:

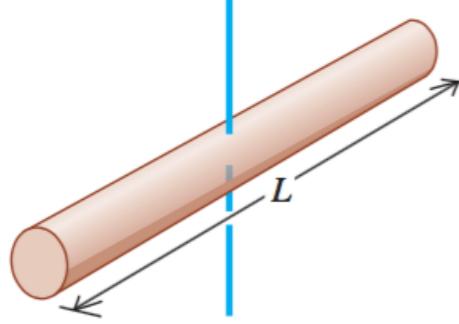
Energía Rotacional: 9.4
Combinación de Rotación y Traslación: 10.3

Tabla de momentos de inercia

(para los ejemplos a continuación)

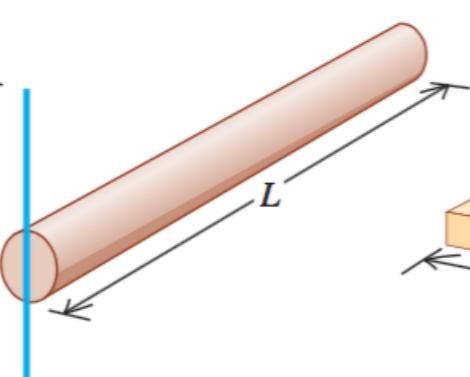
a) Varilla delgada,
eje por el centro

$$I = \frac{1}{12}ML^2$$



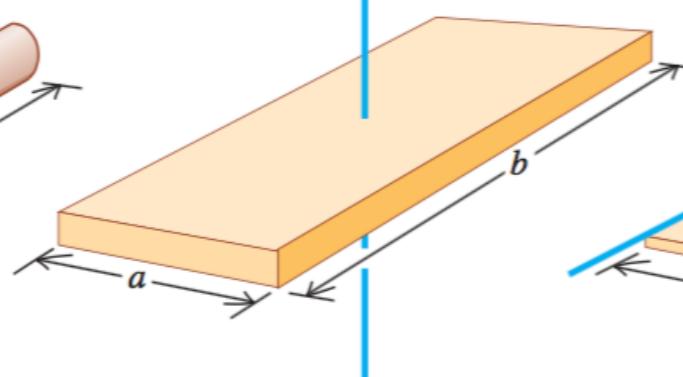
b) Varilla delgada,
eje por un extremo

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$



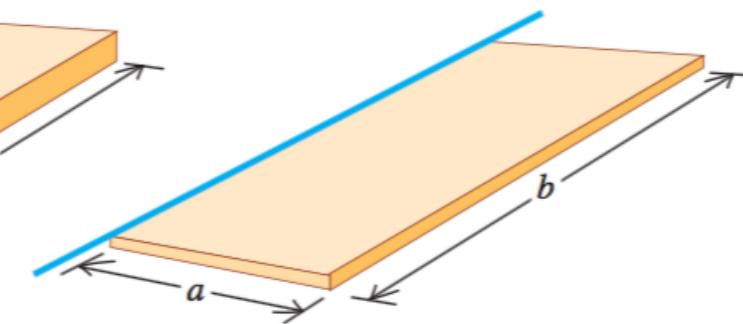
c) Placa rectangular,
eje por el centro

$$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$$



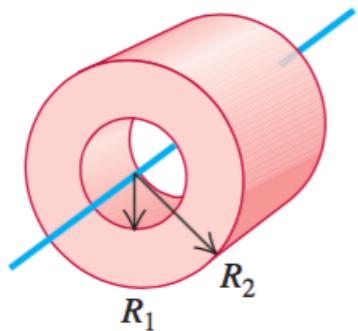
d) Placa rectangular delgada,
eje en un borde

$$I = \frac{1}{3}Ma^2$$



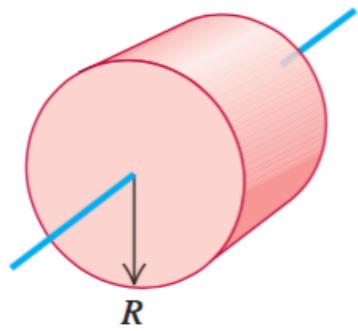
e) Cilindro hueco

$$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$$



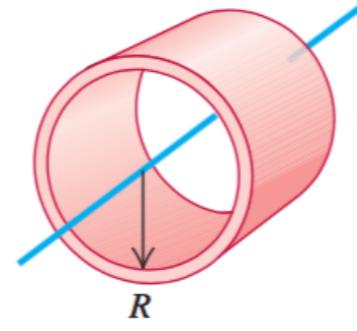
f) Cilindro sólido

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$



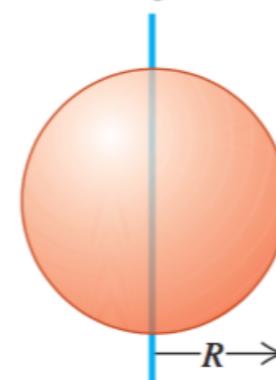
g) Cilindro hueco de
pared delgada

$$I = MR^2$$



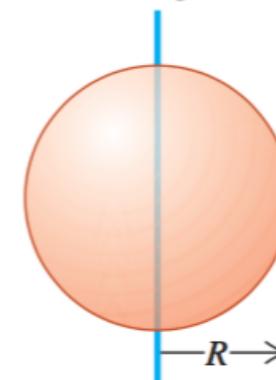
h) Esfera sólida

$$I = \frac{2}{5}MR^2$$



i) Esfera hueca de
pared delgada

$$I = \frac{2}{3}MR^2$$



(Recordatorio: el momento de inercia depende de donde se pone el eje de rotación)

Ejemplo

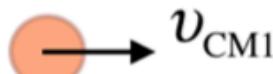
(Problemas 5-7 en I3 de 2016-02)

Enunciado para problemas 5-7:

Se tiene una esfera sólida de masa m y radio R que avanza inicialmente sin rodar por una superficie plana de hielo sin roce, con una rapidez de su centro de masa igual a v_{CM1} (*instante #1*). A continuación ingresa a una región en la que hay roce entre la esfera y la pista y en donde, después de un breve periodo de transición, se estabiliza en un movimiento de rodamiento sin deslizamiento (*instante #2*). Por último, la esfera rueda sin deslizar por una colina de altura máxima h y cae por el abismo hasta una altura igual a la inicial (*instante #3*). Puede asumir que en todo momento el roce viscoso con el aire es despreciable.

Resolver en pizarra;
puede utilizar la
tabla de momentos
de inercia

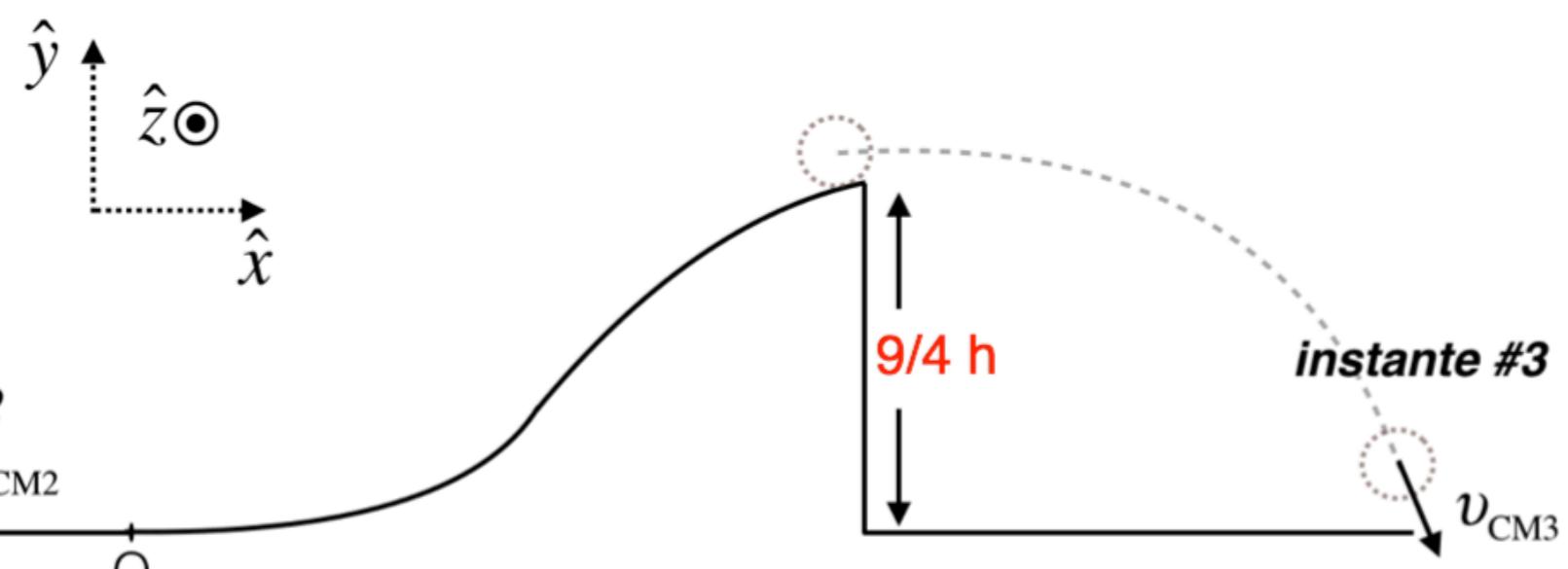
instante #1



instante #2



hielo (no hay roce)



para el resto de la pista sí hay roce

- (1) Determine el momento angular $\mathbf{L}_{1/0}$ de la esfera en el instante #1 respecto a un punto O sobre la superficie

Respuesta: $\vec{L}_{1/0} = -mRv_{CM1}\hat{z}$

Ejemplo

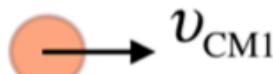
(Problemas 5-7 en I3 de 2016-02)

Enunciado para problemas 5-7:

Se tiene una esfera sólida de masa m y radio R que avanza inicialmente sin rodar por una superficie plana de hielo sin roce, con una rapidez de su centro de masa igual a v_{CM1} (*instante #1*). A continuación ingresa a una región en la que hay roce entre la esfera y la pista y en donde, después de un breve periodo de transición, se estabiliza en un movimiento de rodamiento sin deslizamiento (*instante #2*). Por último, la esfera rueda sin deslizar por una colina de altura máxima h y cae por el abismo hasta una altura igual a la inicial (*instante #3*). Puede asumir que en todo momento el roce viscoso con el aire es despreciable.

Resolver en pizarra;
puede utilizar la
tabla de momentos
de inercia

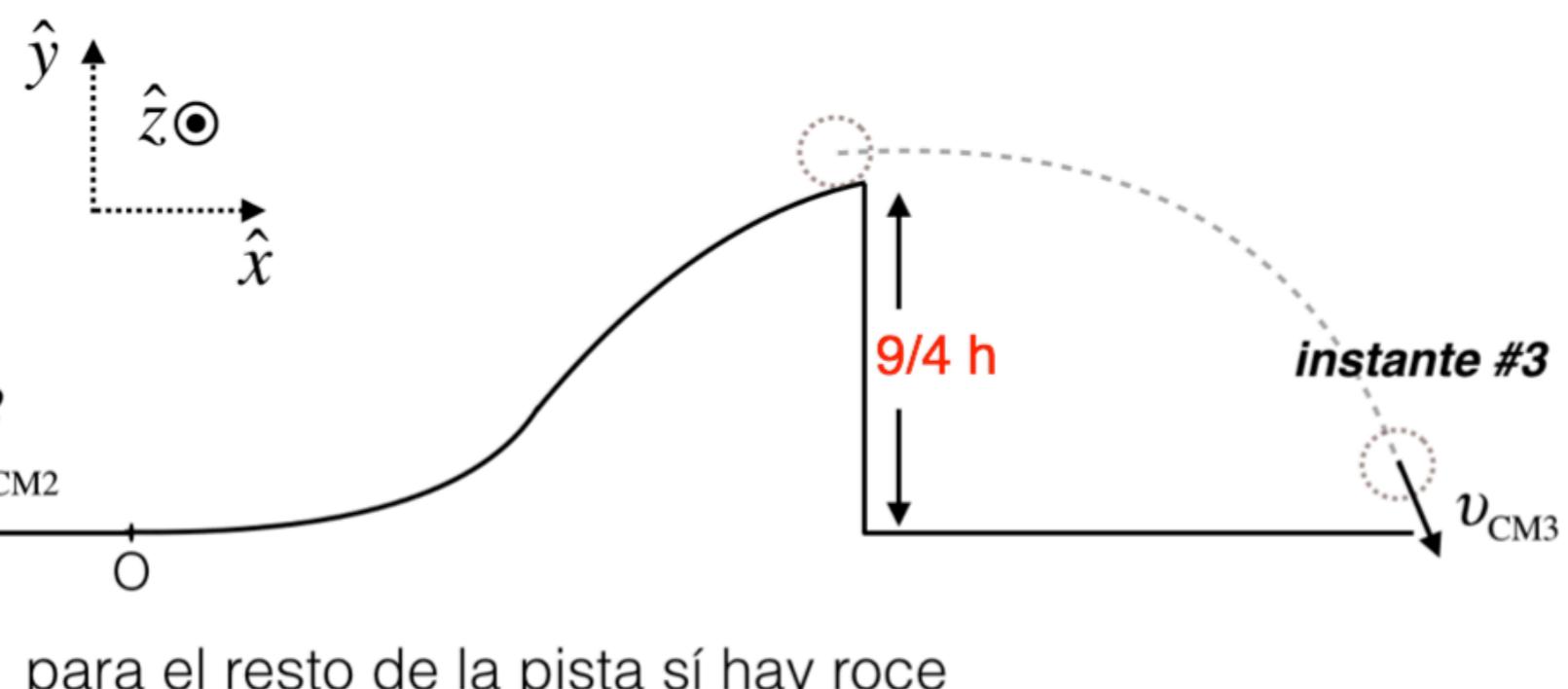
instante #1



instante #2



hielo (no hay roce)



(2) Determine la rapidez del centro de masa de la esfera v_{CM2} durante el instante #2 en función de la magnitud del momento angular del instante #1, $L_{1/0}$:

Respuesta: $v_{CM2} = \frac{5}{7mR} L_{1/0}$

Ejemplo

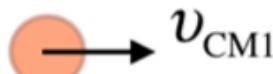
(Problemas 5-7 en I3 de 2016-02)

Enunciado para problemas 5-7:

Se tiene una esfera sólida de masa m y radio R que avanza inicialmente sin rodar por una superficie plana de hielo sin roce, con una rapidez de su centro de masa igual a v_{CM1} (*instante #1*). A continuación ingresa a una región en la que hay roce entre la esfera y la pista y en donde, después de un breve periodo de transición, se estabiliza en un movimiento de rodamiento sin deslizamiento (*instante #2*). Por último, la esfera rueda sin deslizar por una colina de altura máxima h y cae por el abismo hasta una altura igual a la inicial (*instante #3*). Puede asumir que en todo momento el roce viscoso con el aire es despreciable.

Resolver en pizarra;
puede utilizar la
tabla de momentos
de inercia

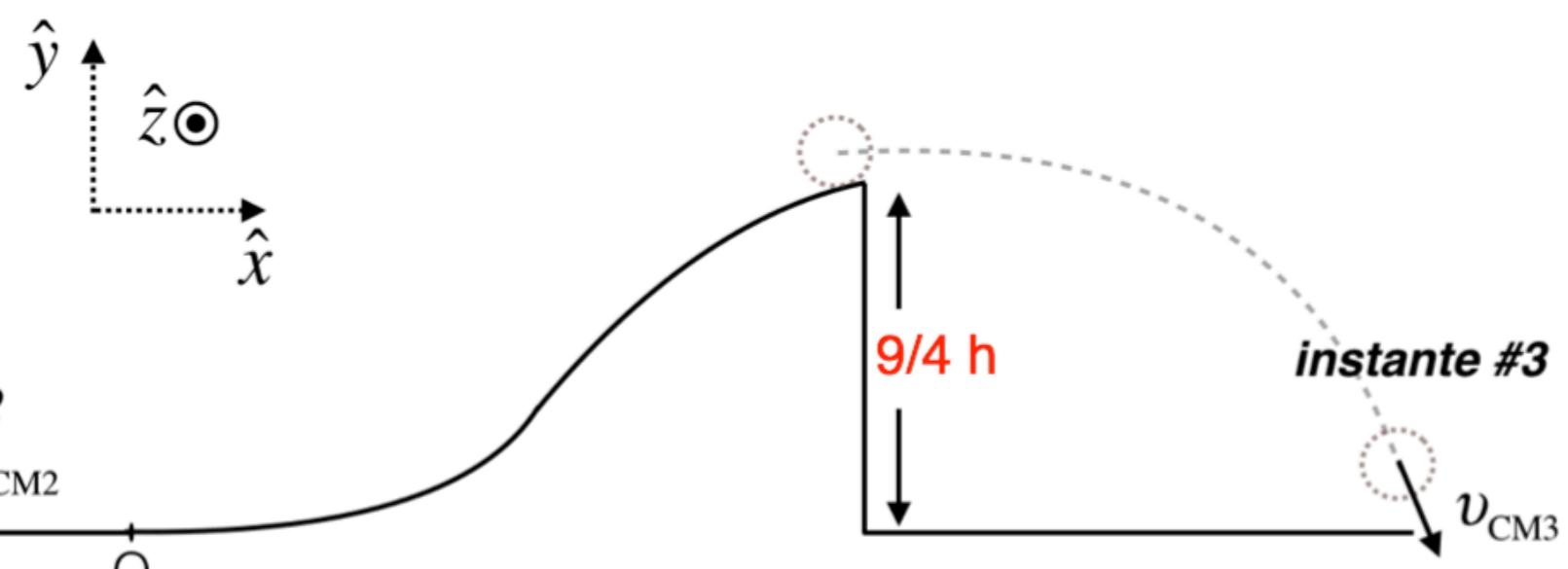
instante #1



instante #2



hielo (no hay roce)



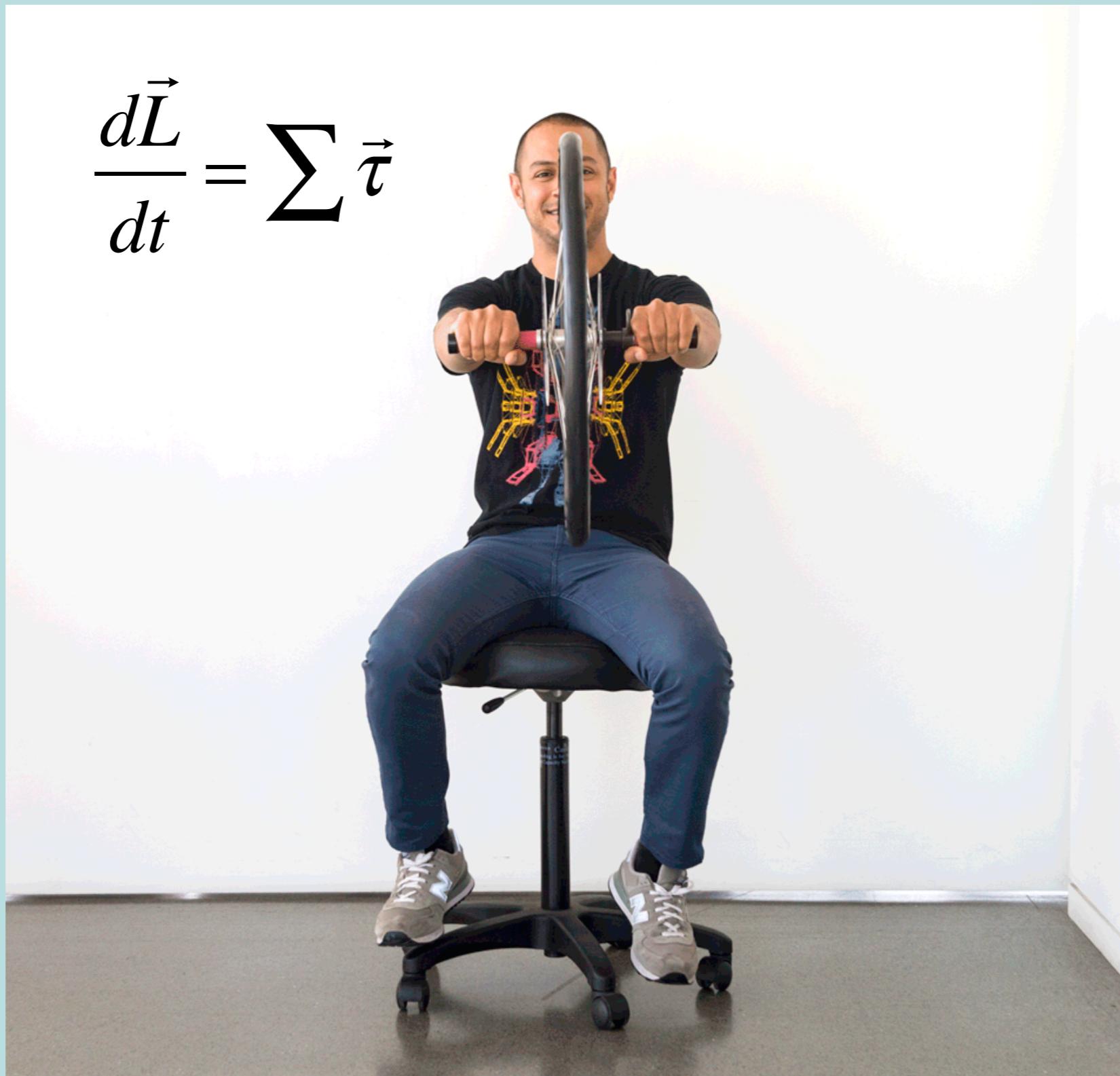
para el resto de la pista sí hay roce

- (3) Determine la rapidez del centro de masa de la esfera v_{CM3} durante el instante #3, justo antes de que se impacte con el suelo, en función de v_{CM2} :

Respuesta: $v_{CM3} = \sqrt{(v_{CM2})^2 + \frac{9}{7}gh}$

Experimento #1

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{\tau}$$



Experimento #2

¿Qué pasa si tomamos una rueda de bicicleta, amarramos una cuerda a un extremo en su eje, y la soltamos?

Si la rueda no estaba rotando sobre su eje inicialmente, simplemente cae →

Pero si estaba rotando, ¡no cae!

(de hecho tiene un movimiento de precesión en la dirección paralela a la cuerda)

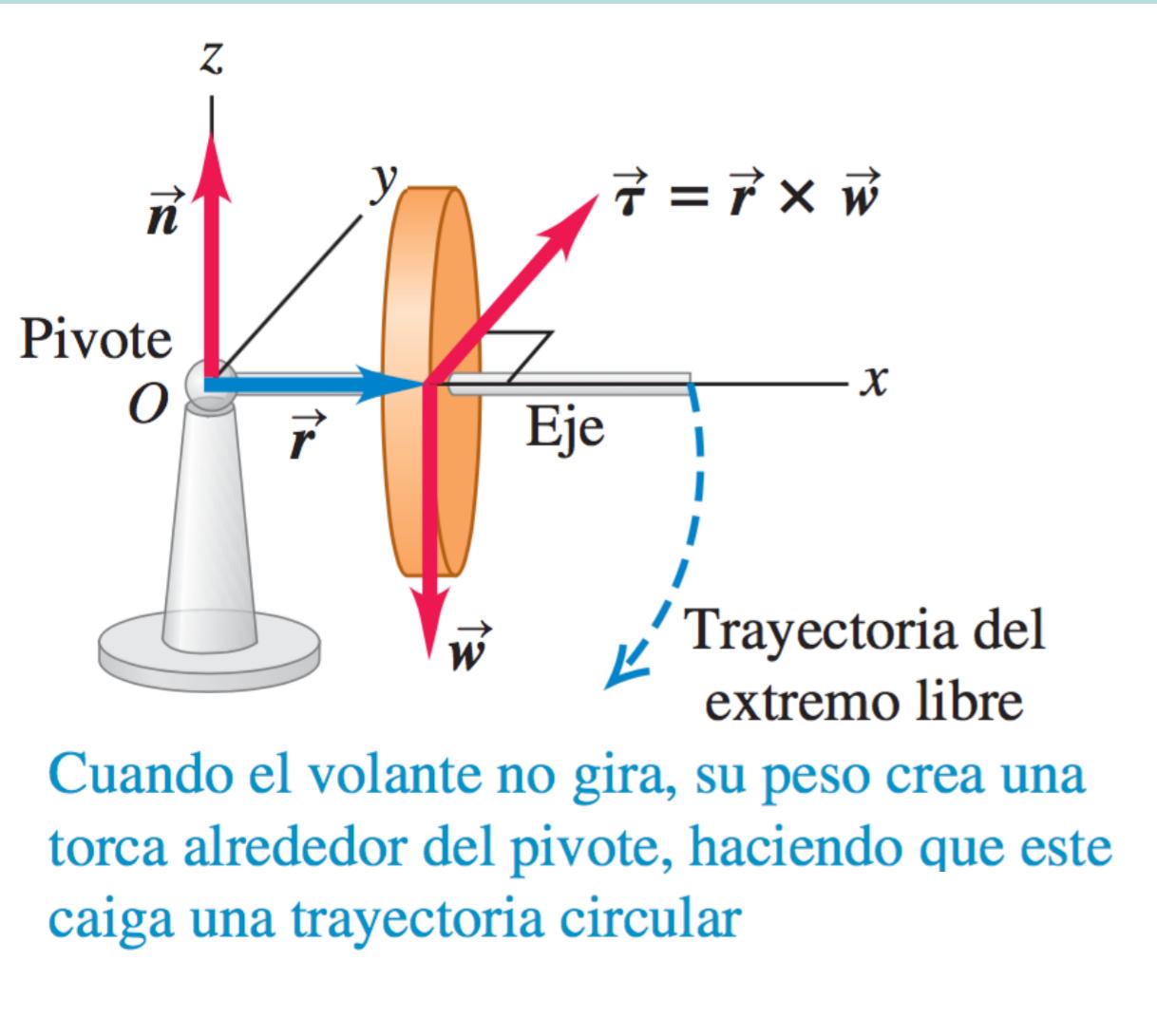


Bicycle Wheel Gyroscope (MIT): <https://www.youtube.com/watch?v=8H98BgRzpOM>

Anti-Gravity Wheel (Veritasium): <https://www.youtube.com/watch?v=GeyDf4ooPdo>

Entendiendo el Experimento #2

¿Por qué es esto?



La rueda (o volante) siente un torque en **y** respecto al pivote O debido al peso, como mostrado en la figura

La ecuación

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{\tau}$$

nos dice que:

$$\Delta\vec{L} = \vec{\tau}\Delta t$$

(para Δt muy pequeño), es decir

$$\vec{L}_2 = \vec{\tau}\Delta t + \vec{L}_1$$

El torque va en la dirección **y**, por lo que si la rueda no está girando inicialmente ($\vec{L}_1=0$) el momento un instante después (\vec{L}_2) tiene que ir en la dirección y:

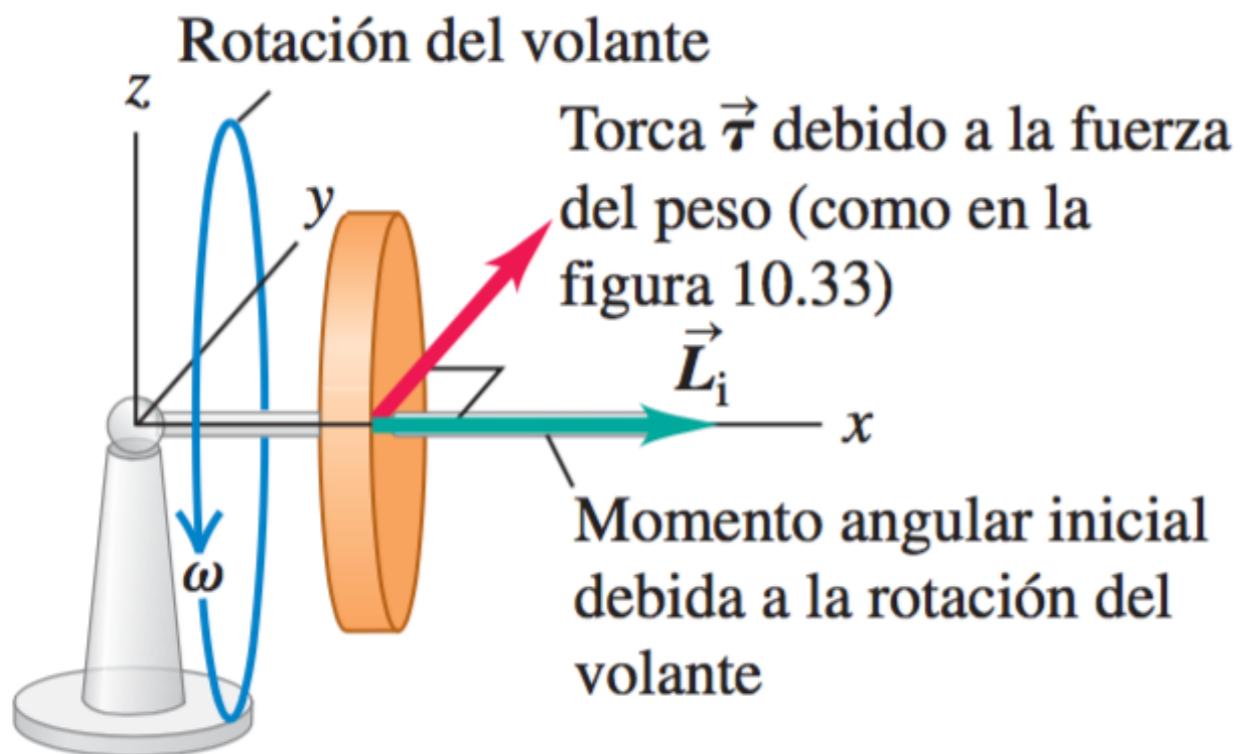
$$\vec{L}_2 = \vec{\tau}\Delta t \hat{y}$$

Esto es lo que sucede cuando la rueda cae... ¡como un péndulo!

Entendiendo el Experimento #2

Pero si la rueda tenía momento angular inicial, la situación cambia:

Cuando el volante gira, el sistema inicia con un momento angular \vec{L}_i paralela al eje de rotación del volante.



$$\vec{L}_2 = \vec{\tau}\Delta t + \vec{L}_i$$

Ahora el \mathbf{L}_1 va en la dirección \mathbf{x} , y τ sigue yendo en la dirección \mathbf{y}

La suma de un vector en \mathbf{x} más otro en \mathbf{y} nos da uno en el plano x - y , por lo que \mathbf{L}_2 nunca deja ese plano (siempre y cuando la rueda siga girando):

$$\vec{L}_2 = \tau\Delta t \hat{y} + L_i \hat{x}$$

¡El torque causado por el peso le imparte una pequeña componente a \mathbf{L}_2 en la dirección \mathbf{y} , haciendo que rote continuamente!

A este fenómeno se le llama precesión giroscópica, y es cuando el eje de rotación de un objeto a su vez rota en el espacio

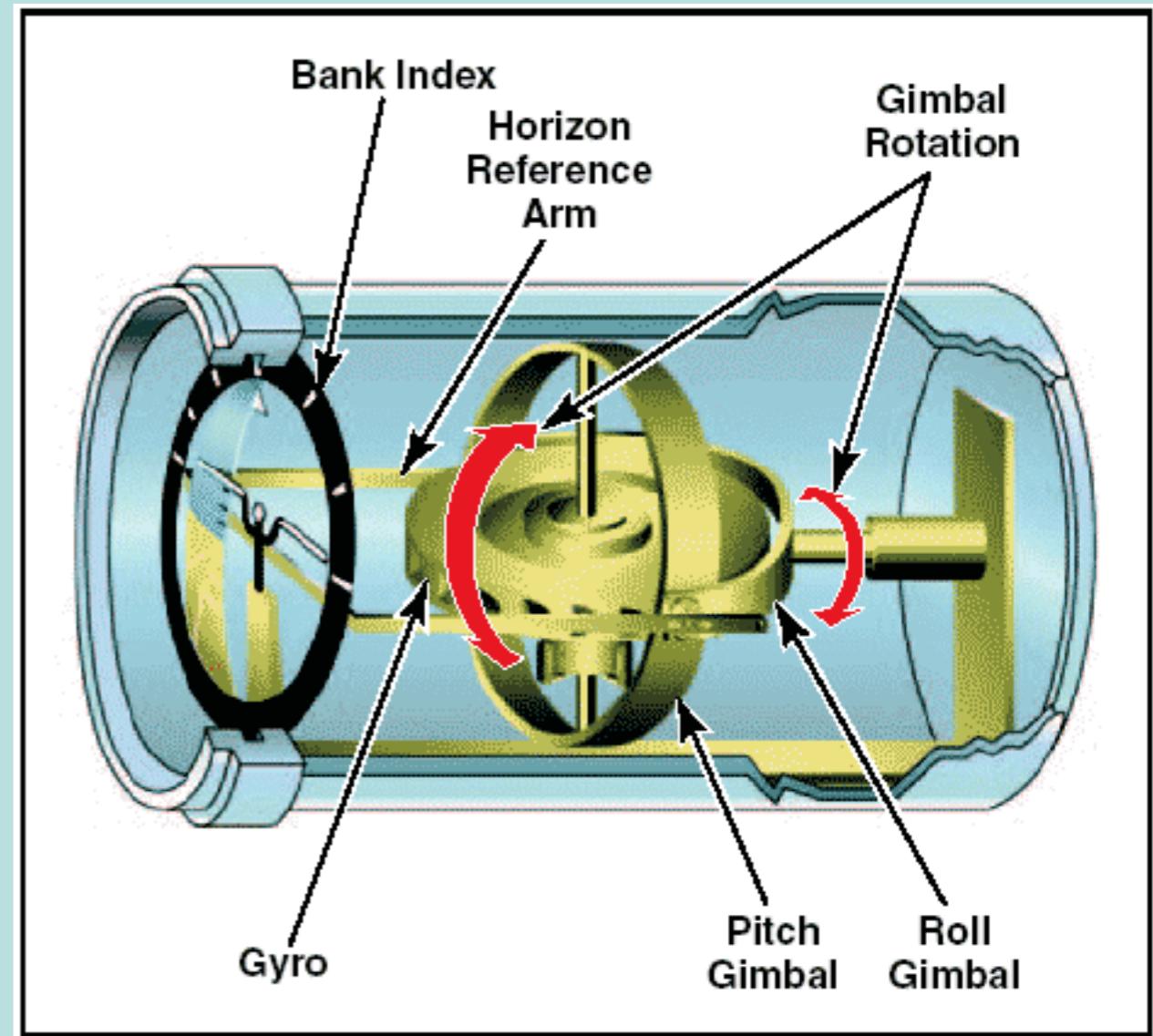
Nota: esto está muy bien explicado en la sección 10.7 del Young & Freedman

Experimento #3



¿Para qué sirven los Giroscopios?

Una aplicación (entre muchas): sistemas de determinación de inclinación en aviones



<https://www.quora.com/What-the-function-of-gyroscopes-in-airplane>

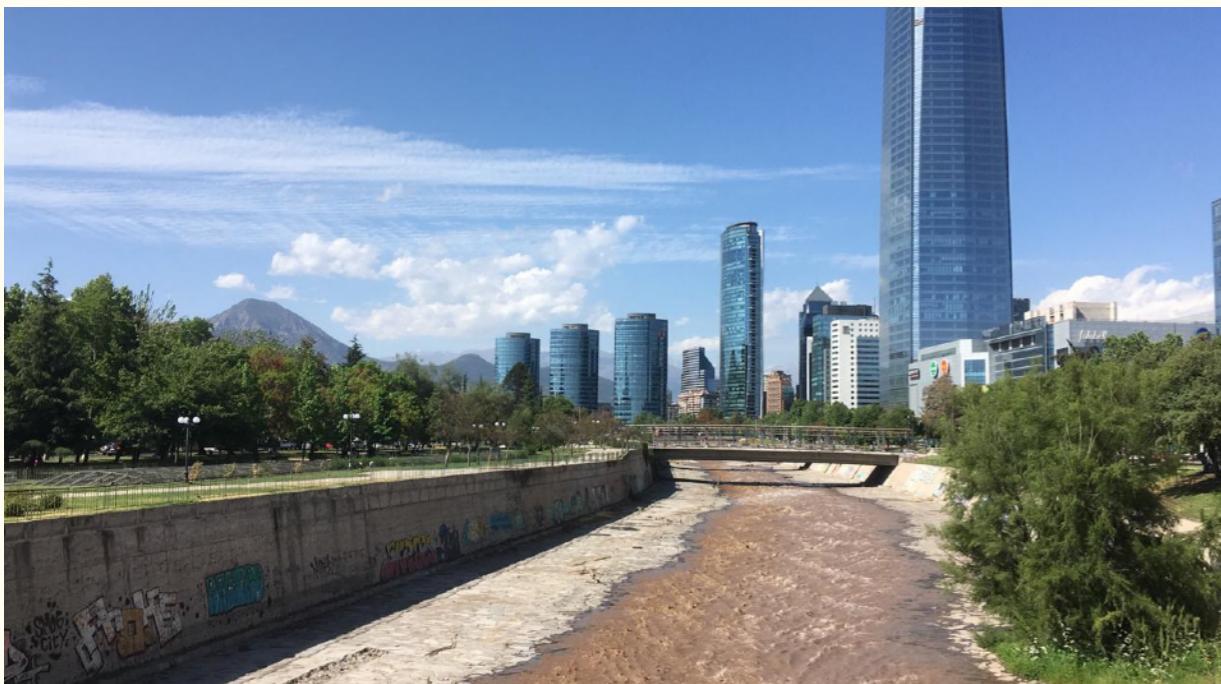
Gyroscopes in the Cockpit: https://www.youtube.com/watch?v=rrEb4_3i3Sw

Preguntas con cliqueras



Ha sido para mí un verdadero placer y honor estar en Chile por 5 años

(foto tomada hace 2 semanas en bici)



Me llevo un **pedazo de Chile conmigo** (literalmente, ya que mis dos hijos son Chilenos, pero sobre todo emocionalmente)

(mi hija un 18 de Septiembre)



(mi hijo divirtiéndose con la mudanza)



**¡Les deseo mucho éxito en la
continuación de sus estudios!**

