Estática y Dinámica FIS1513-3

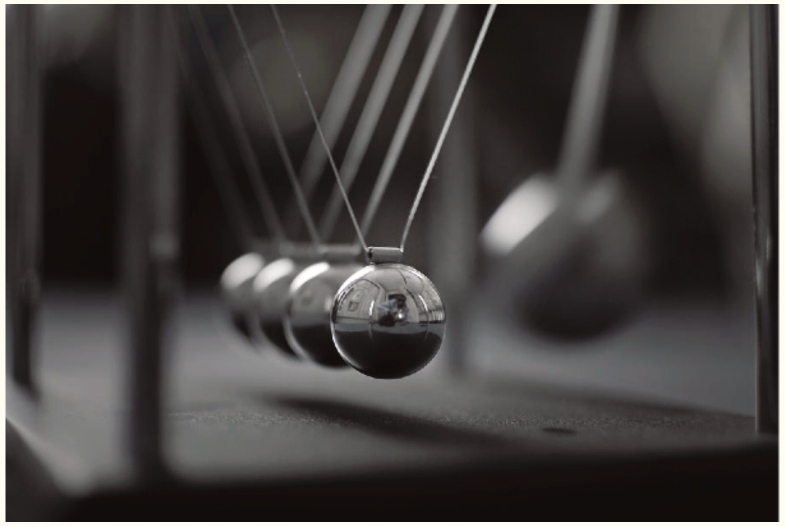
Clase #13

26-09-2018

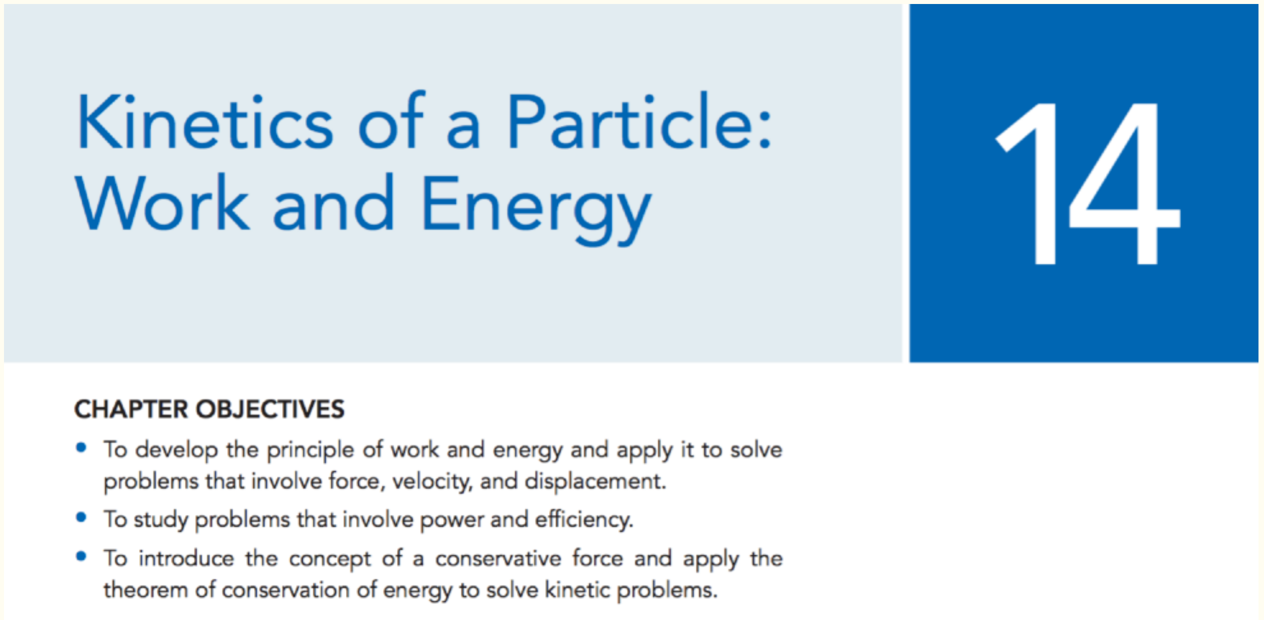
Trabajo y Energía

Anuncios

- La i2 es en una semana (miércoles 3 de Octubre, 18.30 hrs)
  - Tendré horario de consulta el viernes de 14.30 a 16.00, y el martes de 12.30 a 13.50 en mi oficina
  - Entra todo el capítulo de “Leyes de Newton” y “Trabajo y Energía” (hasta hoy)
- Tienen de martes 25 de Septiembre a martes 2 de Octubre para ver y recorregir la i2
  - Esto se hace en la subdirección de docencia de la Facultad de Física, al lado de la entrada principal a los laboratorios docentes.
- Hoy dedicaremos los últimos 25 minutos de clase a hacer la ETC (evaluación temprana de cursos)



Trabajo y Energía



Kinetics of a Particle: Work and Energy

14

CHAPTER OBJECTIVES

- To develop the principle of work and energy and apply it to solve problems that involve force, velocity, and displacement.
- To study problems that involve power and efficiency.
- To introduce the concept of a conservative force and apply the theorem of conservation of energy to solve kinetic problems.

In order to properly design the loop of this roller coaster it is necessary to ensure that the cars have enough energy to be able to make the loop without leaving the tracks.

Capítulo 14 del Hibbeler y 6-7 del Young-Freedman

TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

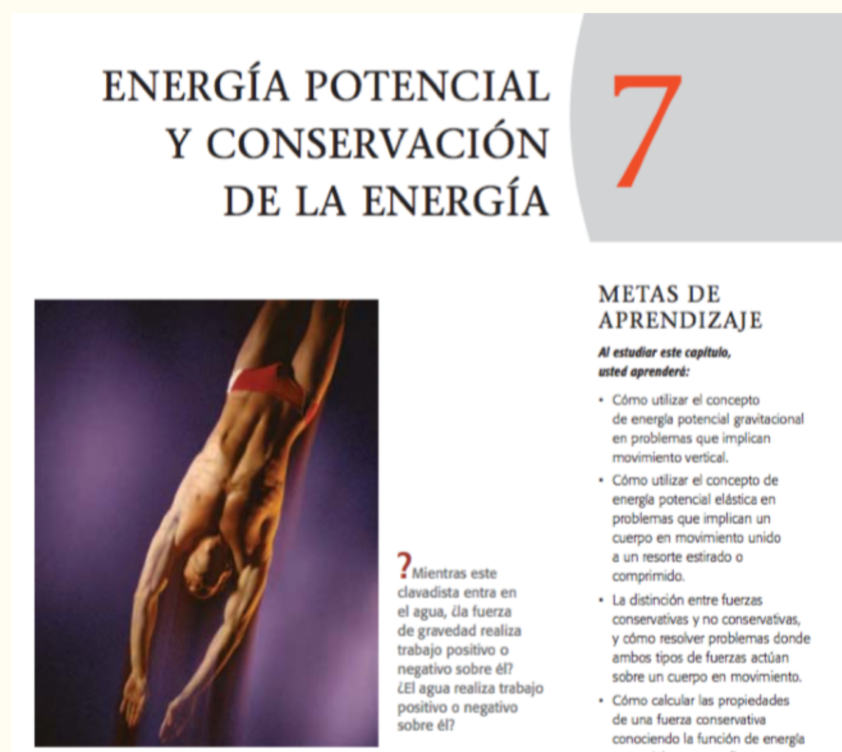
6

?Cuando una arma de fuego se dispara, los gases que se expanden en el cañón empujan el proyectil hacia afuera, de acuerdo con la tercera ley de Newton, el proyectil ejerce tanta fuerza sobre los gases, como éstos ejercen sobre aquél. ¿Sería correcto decir que el *proyectil* efectúa trabajo sobre los *gases*?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Qué significa que una fuerza efectúe trabajo sobre un cuerpo, y cómo calcular la cantidad de trabajo realizada.
- La definición de energía cinética (energía de movimiento) de un cuerpo, y lo que significa físicamente.
- Cómo el trabajo total efectuado sobre un cuerpo cambia la energía cinética del cuerpo, y cómo utilizar



ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

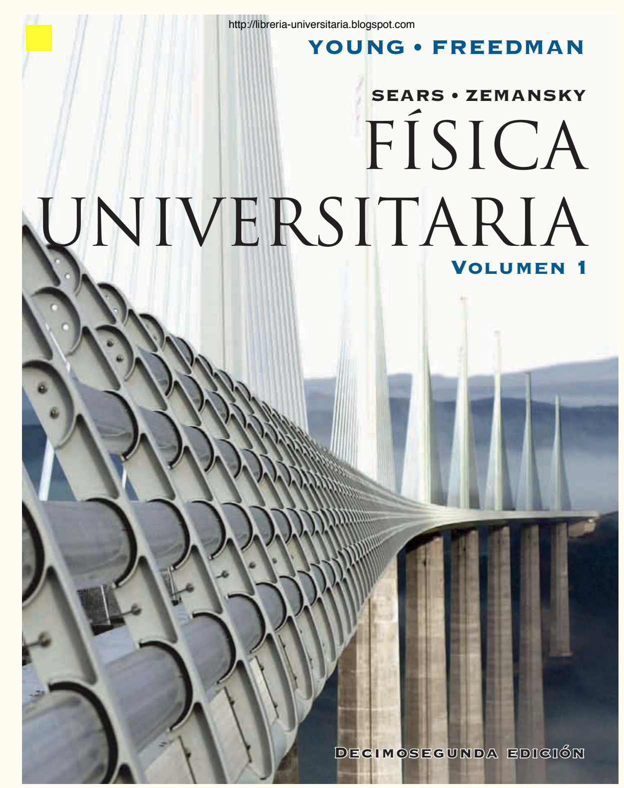
7

?Mientras este clavadista entra en el agua, ¿la fuerza de gravedad realiza trabajo positivo o negativo sobre él? ¿El agua realiza trabajo positivo o negativo sobre él?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo utilizar el concepto de energía potencial gravitacional en problemas que implican movimiento vertical.
- Cómo utilizar el concepto de energía potencial elástica en problemas que implican un cuerpo en movimiento unido a un resorte estirado o comprimido.
- La distinción entre fuerzas conservativas y no conservativas, y cómo resolver problemas donde ambos tipos de fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento.
- Cómo calcular las propiedades de una fuerza conservativa conociendo la función de energía potencial correspondiente.



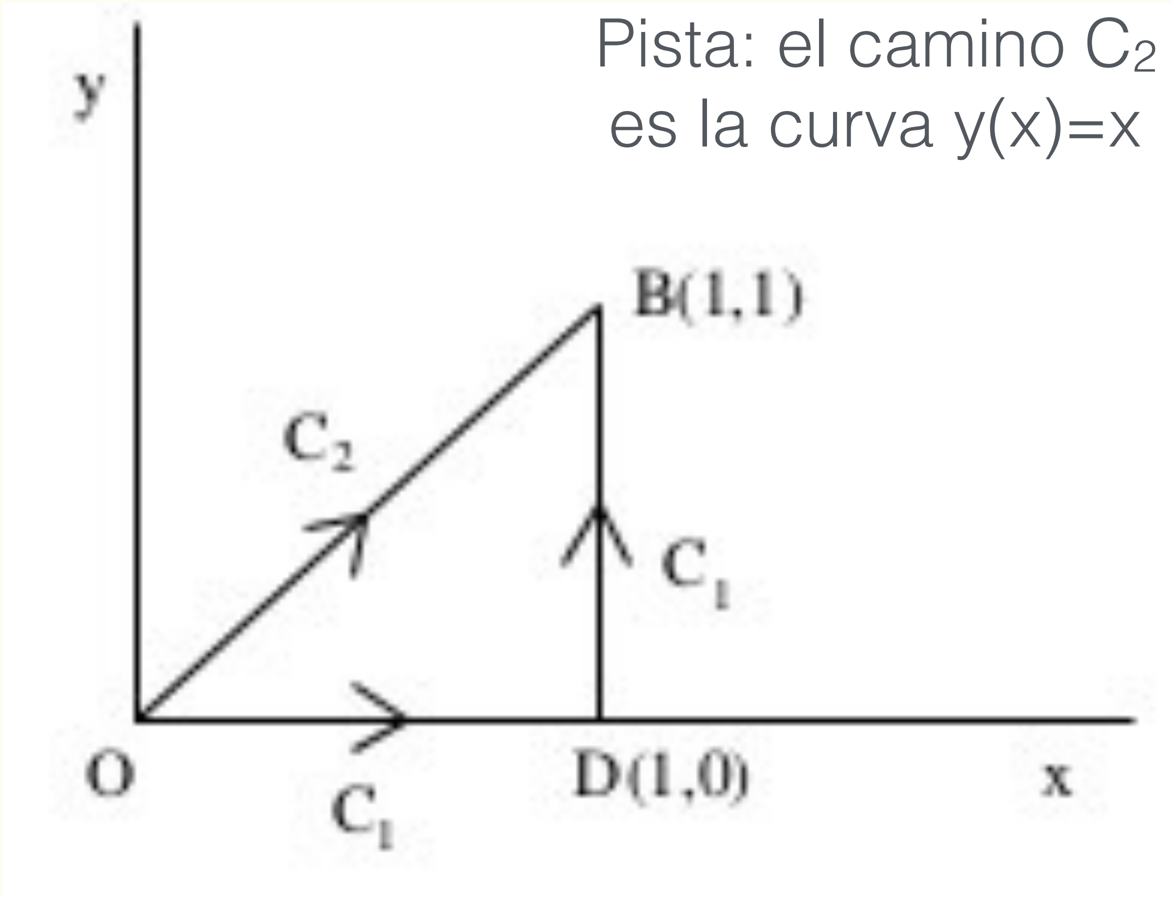
Clase Pasada: Trabajo y Trayectoria

Por lo general, el trabajo realizado por una fuerza depende de la trayectoria seguida

Por ejemplo, considere una fuerza no constante (es decir que depende de la posición):

$$\vec{F} = 3y\hat{i} + 2x\hat{j}$$

¿Cuánto trabajo hace esta fuerza para una partícula que se desplaza por el camino C_1, y otra que se desplaza por C_2?



(resolver en pizarra)

Respuestas: W_{C1}=2 J y W_{C2}=5/2 J

A pesar de que los puntos de partida y llegada con los mismos, los trabajos no lo son. **¡El trabajo depende de la trayectoria seguida!**

Independencia de la Trayectoria

¿Existen fuerzas para las cuales el trabajo no dependa de la trayectoria?

¡Sí!

Estas fuerzas se llaman **conservativas**

Por definición, para una fuerza conservativa el trabajo realizado sólo depende de la posición inicial y final. Por ende, se puede escribir de esta forma:

$$W_{F_{\text{cons}}} = U_i - U_f = -\Delta U$$

A U se le llama la **"energía potencial"** asociada a esta fuerza (luego explicaremos por qué), y es una función escalar que depende sólo de la posición

Este tipo de fuerzas son las más fáciles de manipular, ya que **para calcular el trabajo realizado basta conocer la expresión para U y evaluarla en las posiciones inicial e final**

Teorema de Trabajo-Energía

¿Y esto qué? Regresemos al teorema del trabajo y la energía:

$$W_{\text{neto}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \Delta K$$

Teorema trabajo y energía

Dividamos las fuerzas entre conservativas y las no-conservativas:

$$W_{\text{cons}} + W_{\text{no-cons}} = \Delta K$$

$$\begin{array}{c} \| \\ -\Delta U \end{array}$$

aquí hay una energía potencial asociada a cada fuerza conservativa que actúa en el objeto

y nos queda:

$$W_{\text{no-cons}} = \Delta K + \Delta U$$

Para <u>cualquier</u> proceso con <u>cualquier</u> objeto, el cambio de energía cinética y energía potencial es igual al trabajo hecho por las fuerzas no-conservativas

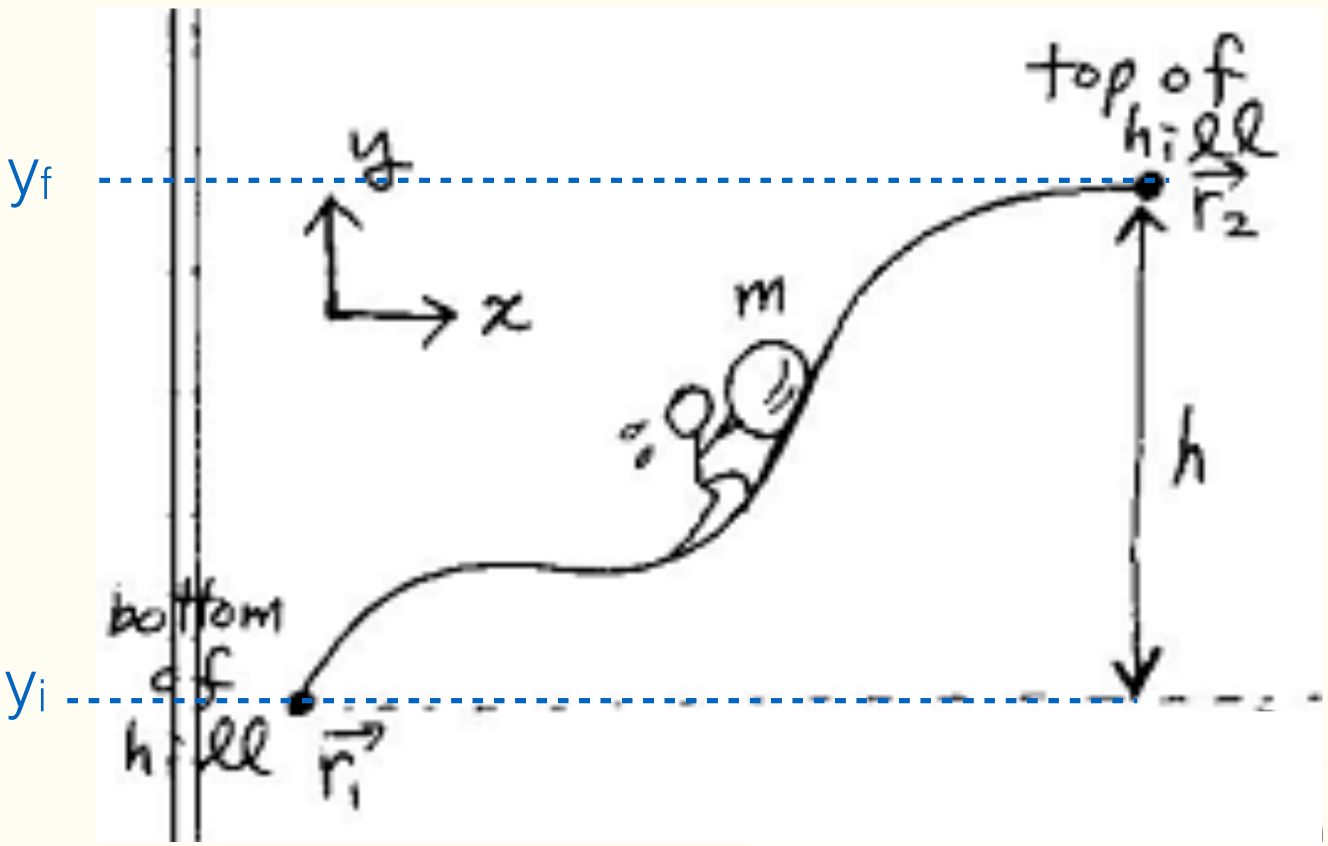
Balance de trabajo y energía:

$$\boxed{W_{\text{no-cons}} = \Delta K + \Delta U}$$

¡Otra de esas grandes ecuaciones en física!

Caso #1: Fuerza Gravitatoria

Ahora aplicaremos esta ecuación a varias fuerzas para ir familiarizándonos con ella. Pero primero veamos lo que pasa con la fuerza de gravedad



Sísifo (o alguien) sube una roca de masa m a través de una colina. ¿Cuál es el trabajo hecho por la fuerza de la gravedad?

Tenemos que:

$$\vec{F} = -mg\hat{j} \quad \text{y} \quad d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

Por lo que:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{y_i}^{y_f} -mg\, dy = -mgy\Big|_{y_i}^{y_f}$$

Y nos queda:

$$W = mgy_i - mgy_f$$

Esto es un resultado sumamente importante:

El trabajo no depende de la trayectoria seguida, sino sólo de la altura inicial y la final.

Caso #1: Fuerza Gravitatoria

En otras palabras: la gravedad es una **fuerza conservativa**

Significa que si uno quiere calcular el trabajo hecho por esta fuerza a lo largo de **cualquier** trayectoria, ¡uno ni siquiera necesita saber la trayectoria!

Sólo hay que evaluar la energía potencial correspondiente en la altura inicial y final, y tomar la diferencia:

$$W_g = U_{gi} - U_{gf}$$

donde:

$$\boxed{U_g = mgy}$$

energía potencial gravitatoria

Paréntesis: ¿dónde escoger la referencia?

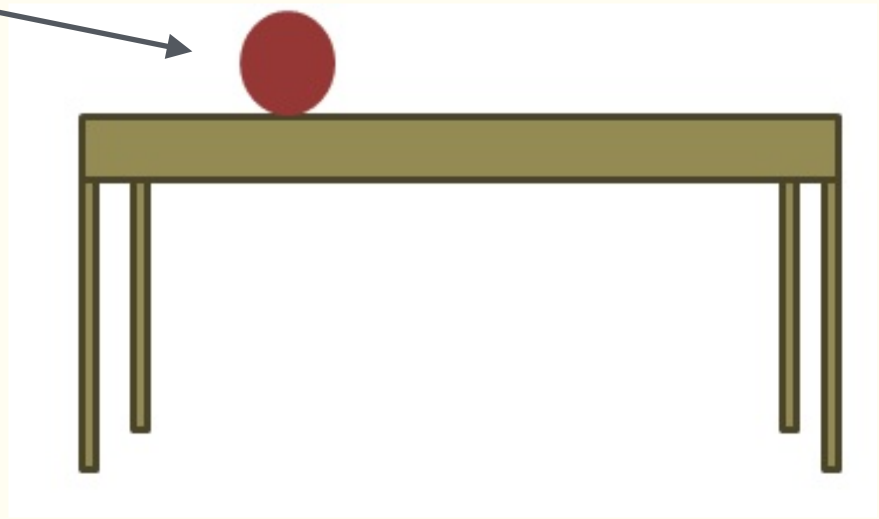
Una pregunta muy común: ¿respecto a qué se mide la altura y?

$$U_g = mgy$$

Cómo al final de cuentas sólo nos interesan diferencias de energía potencial, **no importa dónde se ponga la referencia** siempre y cuando se haga de forma consistente

$$K_f - K_i + U_{gf} - U_{gi} = \Delta K + \Delta U_g = 0$$

Por ejemplo, una pelota que cae de una mesa con altura H



Podemos tomar la altura de la mesa como referencia, en cuyo caso $U_{gi}=0$ y $U_{gf}=-mgH$

Podemos usar el piso como referencia, en cuyo caso $U_{gi}=mgH$ y $U_{gf}=0$

En ambos casos $\Delta U_g = -mgH$, que es lo que importa

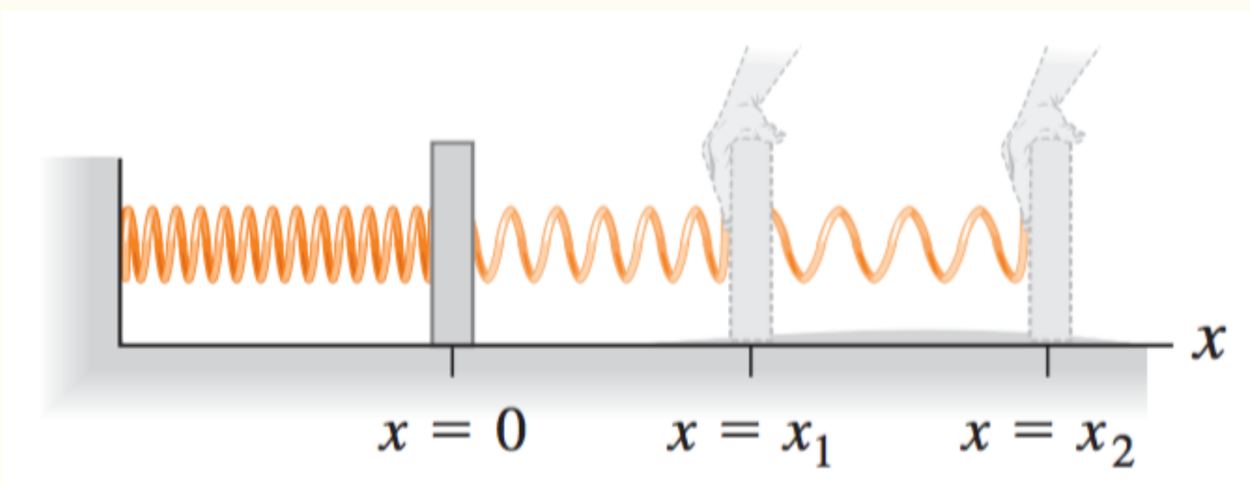
Caso #2: Fuerza Elástica

Hasta ahora sólo hemos considerado la fuerza de la gravedad y fuerzas perpendiculares al desplazamiento. ¿Qué hay de otras, como la fuerza elástica?

Vimos que: $F_x = -k\Delta x$

(Recordatorio: Δx es la longitud del resorte menos la longitud de equilibrio)

Si ponemos el origen (x=0) en la posición de equilibrio, nos queda que $F_x = -kx$, y el trabajo hecho por el resorte al estirarlo de x_1 a x_2 es:



$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int F_x \, dx$$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} -kx \, dx = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2$$

Por lo que la fuerza elástica **también es conservativa**, y podemos definir una energía potencial asociada:

$$\boxed{U_e = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2}$$

energía potencial elástica

Resumiendo hasta ahora:

¿Cómo nos quedan las ecuaciones cuando sólo fuerzas conservativas hacen trabajo?

$$\cancelto{0}{W_{\text{no-cons}}} = \Delta K + \Delta U$$

teorema trabajo y energía

Es decir:

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

que podemos re-escribir como: $K + U = \text{cte.}$

Si sólo la fuerza gravitatoria y elástica hacen trabajo, nos queda:

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k \Delta x^2 + mgy = \text{cte.}$$

¡Hay una cantidad llamada **"energía mecánica"** (suma de energía cinética y potencial) que se **conserva**!

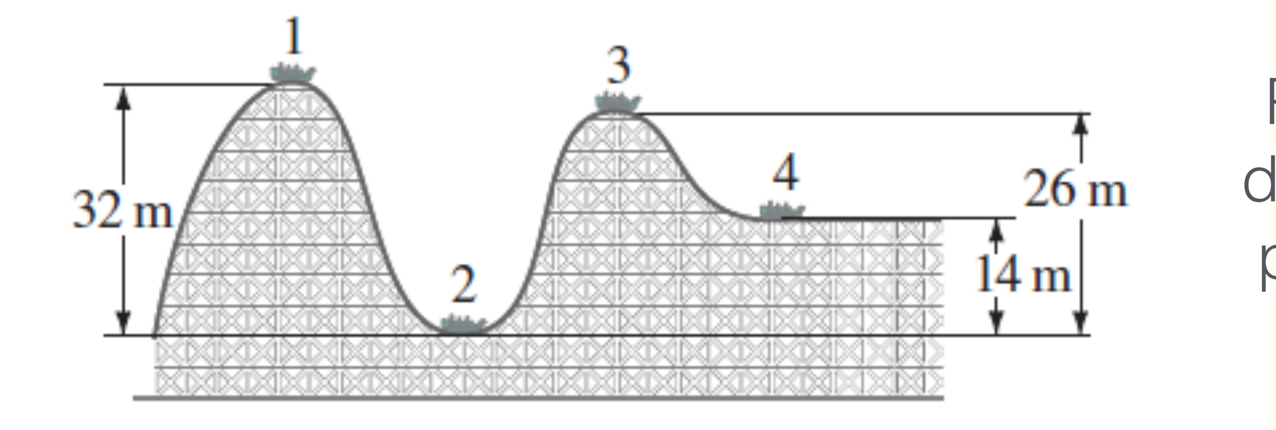
¿Fuerzas normales?

Pregunta: en casos en los que la fuerza normal también está involucrada, ¿la energía mecánica se conserva?

¡Sí!

Para casos en los que el cuerpo desliza o rueda por una superficie, la fuerza normal es perpendicular al desplazamiento y por ende no hace trabajo (recordar que $W = Fd\cos(\theta)$)

Lo mismo aplica con cualquier otra fuerza que sea perpendicular al desplazamiento. No hay que considerarla en el balance de energía y trabajo.



Por eso se puede utlilizar el principio de conservación de energía mecánica para problemas con montañas rusas, péndulos…. etc.

Experimento

¿qué pelota llega primero?

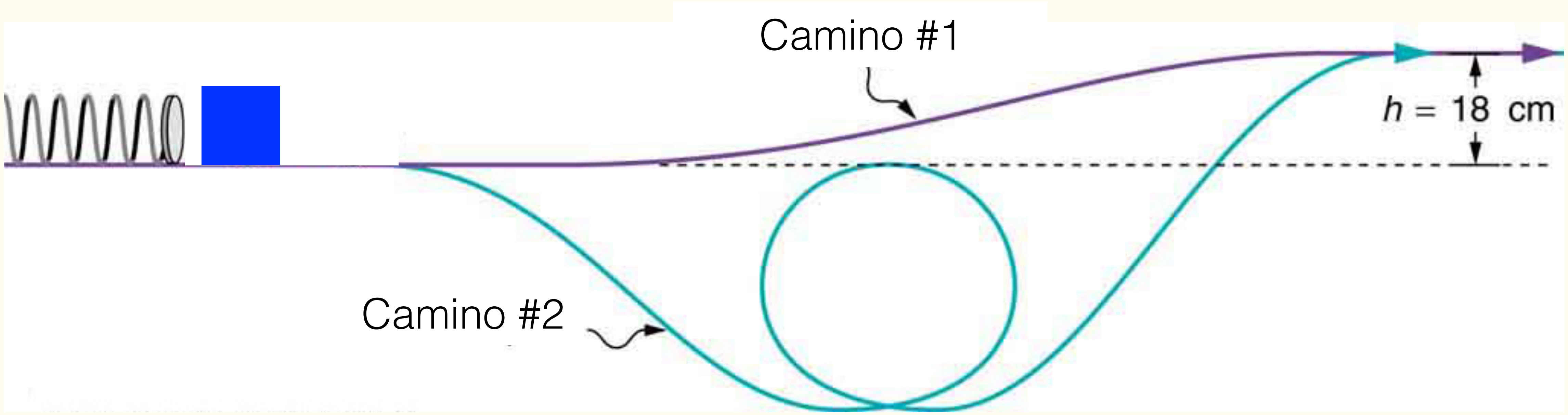
Caso #3: Añadiendo Fuerzas No-conservativas

¿Por último, qué pasa si ahora añadimos fuerzas no-conservativas?

El mejor ejemplo de una fuerza no-conservativa:

¡roce!

Por ejemplo, consideremos un bloque empujado inicialmente por un resorte:



La fuerza de roce es independiente de la velocidad, por lo que va a hacer más trabajo en el camino más largo (el verde). **¡El trabajo depende de la trayectoria!**

Por ende, el auto llega con menos energía cinética al punto final si se traslada por el camino verde

Caso #3: Añadiendo Fuerzas No-conservativas

Para fuerzas como roce no podemos definir una energía potencial asociada, ya que no son conservativas.

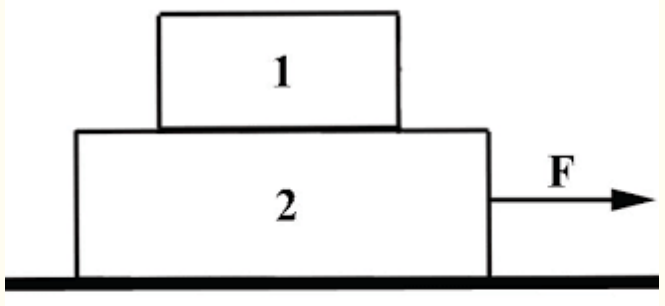
Pero **<u>sí</u> podemos aplicar la ecuación que derivamos a partir del teorema de trabajo y energía**:

$$W_{\text{no-cons}} = \Delta K + \Delta U$$

La diferencia es que ahora esta parte no se hace 0. Este trabajo sólo se puede calcular a partir de la definición general de trabajo, ya que no hay una energía potencial asociada.

Nota importante: en el caso de roce, el trabajo **casi siempre** es negativo, ya que la fuerza **casi siempre** se opone al movimiento.

(hay algunas excepciones, como por ejemplo cuando un bloque descansa encima de otro y se tira el de abajo… en este caso el roce hace trabajo positivo sobre el bloque superior)



Próxima clase: más sobre trabajo y energía