/instantánea
Definición de la aceleración momentánea $a(t_1)$ en el momento t_1:

Análogo como en el caso de la velocidad momentánea (instantánea.
El intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ en Fig.(2.3-1) lo disminuimos, acercando el punto B en la curva $v(t)$ más y más a A.

⇒ La pendiente de la Secante cambia,
pero para Δt suficientemente pequeño la pendiente de la Secante permanece practicamente constante y casi igual a la pendiente de la Tangente en el punto A – suponiendo que la curva $v(t)$ esta "lisa" y no contiene "saltos".
(los detalles de la existencia del "paso del margen" Uds. conocen de los clases de matematica).
Para $\Delta t \to 0$ la Secante se transforma en una Tangente.

La pendiente de la Tangente se define como "aceleración instantánea/momentánea" en el momento t_1:

$$a(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} \qquad (2.3\text{-}2)$$

⇒ La aceleración es la primera derivada de la velocidad con respecto al tiempo o la segunda derivada de la distancia (camino/posición) con respecto al tiempo.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t) \qquad (2.3\text{-}3)$$

Un caso especial de gran importancia es el movimiento uniformemente acelerado.

En este caso la aceleración es constante, lo que significa, que la velocidad cambiaría en intervalos de tiempo iguales siempre en la misma cantidad.

La velocidad en el diagrama "velocidad - tiempo" es una recta:

Fig.(2.3-2):

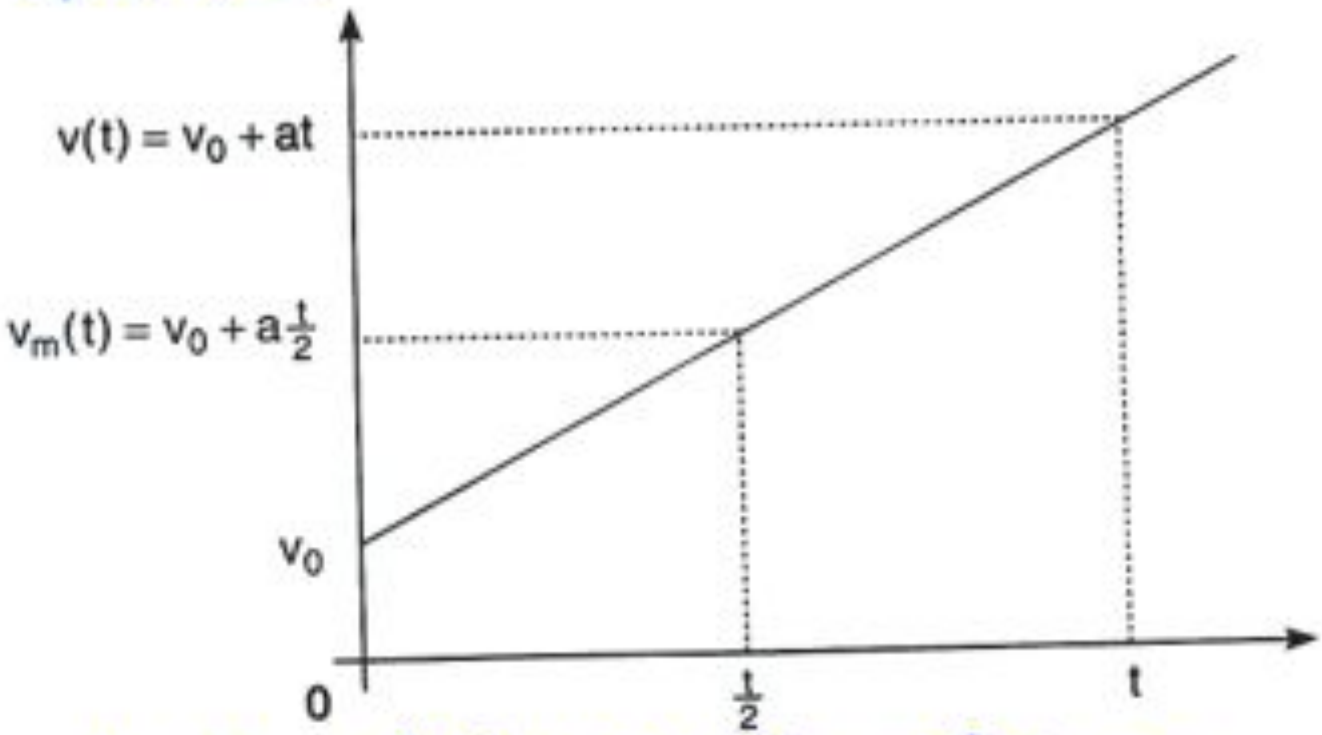


Diagrama "velocidad - tiempo" de un movimiento acelerado uniformemente.

Si la velocidad v en el momento $t=0$ tiene el valor $v(t=0) := v_0$, vale:

$$a = a_m = \frac{v(t) - v(0)}{t - 0} = \frac{v(t) - v_0}{t}$$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = v_0 + at \quad \text{para la aceleración uniforme}} \quad (2.3\text{-}4)$$

La velocidad promedio en el intervalo $[0, t]$ es según Fig. (2.3.-2):

$$v_m = v_0 + a\frac{t}{2}.$$

Si la particula puntual en el momento $t=0$ se encuentra en la posición $x(t=0) := x_0$, entonces tiene en el momento t la posición

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_m t = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2 \quad \text{para aceleraciónes uniforme.}} \quad (2.3\text{-}5)$$

Nota:

1) El tema de muchos problemas de la Ayudantia, Controles, Interrogaciones es el "Movimiento uniformemente acelerado". Por eso las ecuaciones (2.3-4) y (2.3-5) forman parte de las ecuaciones más frecuentemente usados en las pruebas de Mecánica.
Ud. tienen que manejar bien estas ecuaciones.

2) Desde la vista del calculo diferencial e integral, la relación entre los ecus. (2.3-4) y (2.3-5) es evidente:

a) Si se deriva $x(t)$ de ecu. (2.3-5) una vez con respecto al tiempo $\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$, resulta $v(t)$ de ecu. (2.3-4).

b) Si se deriva $x(t)$ de ecu (2.3-5) dos veces con respecto al tiempo $\ddot{x}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt}$, resulta la aceleración constante a.

c) Si, al reves, se integran una vez la constante aceleración a, resulta $v(t)$ de ecu. (2.3-4).

d) Si se integran dos veces la constante aceleración a, resulta $x(t)$ de ecu. (2.3-5).

Ejemplo (2.3.-1): Impacto contra una pared fija.

Un auto impacta con una velocidad V_0 frontalmente en contra de una pared fija. Para simplificar/idealizar suponemos que el auto será detenido durante el impacto uniformemente. Calcule la aceleración (negativa) a, si la parte frontal del auto se comprime a una distancia s.

Solución: Con $x_0 = 0$ las ecus. (2.3-4 y 5), los cuales se necesitan en casi todos los problemas con aceleración uniforme/constante dicen:

$$v(t) = V_0 + at \quad y \quad x(t) = V_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

Al final del frenamiento es $v(T) = 0$ y $x(T) = s$.

$$v(T) = 0 = V_0 + aT \qquad (2.3\text{-}6)$$

$$x(T) = s = V_0 T + \frac{a}{2} T^2 \qquad (2.3\text{-}7)$$

Separamos T en ecu. (2.3-6) y ponemos T en ecu. (2.3-7)

$$a = -\frac{V_0^2}{2s} \quad \text{para } a = \text{const.} \qquad (2.3\text{-}8)$$

para $V_0 = 72\ km/h = 20\ \frac{m}{s}$ y $s = 0{,}8\ m$ resulta:

$$a = -250\,\frac{m}{s^2} = -25{,}5\,g.$$

La ecu. (2.3-8) se usan frecuentemente en el caso de aceleraciónes uniformes. Permutando la ecuación a "s", se da la <u>distancia de frenaje</u> como función de la velocidad inicial V_0 y la aceleración (negativo) a:

$$S = -\frac{V_0^2}{2a} \quad \text{para } a = \text{const.}$$

Ya en las clases para el permiso de conducir se aprende, que la distancia de frenaje es proporcional al <u>CUADRADO</u> de la velocidad!

para $V_0 = 50\,\frac{km}{h} = 13{,}89\,\frac{m}{s}$

y $-a = -7{,}5\,\frac{m}{s^2}$:

$$\Rightarrow \underline{\underline{S}} = -\frac{192{,}9\ m\cdot s^2}{-2\cdot 7{,}5\ m\cdot s} = \underline{\underline{12{,}86\,m}}$$

+ tiempo de reacción (aprox. 2s)

$\Rightarrow$ Distancia total de frenaje

$$\underline{\underline{S_{tot}}} = 12{,}86 + 2\,(13{,}89) = \underline{\underline{40{,}64\,m}}$$

para $V_0 = 60\,\frac{km}{h} = 16{,}67\,\frac{m}{s}$

y $-a = -7{,}5\,\frac{m}{s^2}$:

$$\Rightarrow \underline{\underline{S}} = -\frac{277{,}78\ m\cdot s^2}{-2\cdot 7{,}5\ m\cdot s} = \underline{\underline{18{,}5\,m}}$$

+ tiempo de reacción (2s)

$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{tot}}} = 18{,}5 + 2\,(16{,}67) = \underline{\underline{51{,}84\,m}}$$

$\Rightarrow$ Consecuencias para velocidad maxima (zona urbana, noche, ...)

Ojo: ¡Distancia para frenar es proporcional al cuadrado de la velocidad!

$$s \propto v^2$$

$$s = -\frac{v^2}{2a}[m] \quad \text{con a} = \text{(des-)aceleracion}\left[\frac{m}{s^2}\right]$$

En el ejemplo: a = -7,5 [m/s^2] para asfalto seco y limpio.

Caso 1: Respetando la Ley de Transito antigua:

v = 50 km/h (antigua velocidad máxima en zona urbana)

Tiempo de reacción: 2 segundos (él conductor NO habla por celular)

=> s_{total} = 40,64 metros

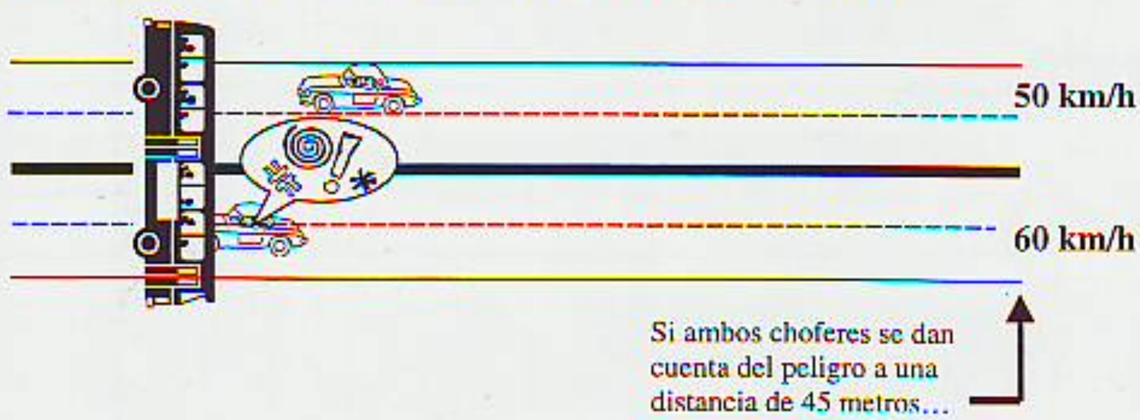
Caso 2: Respetando la nueva Ley de Transito:

v = 60 km/h (aumento de 10km/h de la velocidad máxima en zona)

Tiempo de reacción: 2 segundos (él conductor tampoco habla por celular)

=> s_{total} = 51,84 metros

¡El chofer que se orienta en una *Zona Urbana* en la nueva Ley de Transito necesita > 11 metros más para detener el vehículo! En pavimento limpio, seco y sin hoyos...



Ahora volvimos al futuro: 2002: cambio de la Ley de 50km/h a 60km/h
2018: cambio de la Ley de 60km/h a 50km/h

DIARIO OFICIAL

DE LA REPUBLICA DE CHILE
Ministerio del Interior y Seguridad Pública

I
SECCIÓN

LEYES, REGLAMENTOS, DECRETOS Y RESOLUCIONES DE ORDEN GENERAL

Núm. 42.124 | Sábado 4 de Agosto de 2018 | Página 1 de 1

Normas Generales

CVE 1442119

MINISTERIO DE TRANSPORTES Y TELECOMUNICACIONES

LEY NÚM. 21.103

MODIFICA LA LEY DE TRÁNSITO, EN LO RELATIVO A LA VELOCIDAD MÁXIMA DE CIRCULACIÓN EN ZONAS URBANAS

Teniendo presente que el H. Congreso Nacional ha dado su aprobación al proyecto de ley originado en moción de los H. Senadores señores Alfonso De Urresti Longton, Juan Ignacio Latorre Riveros, Juan Pablo Letelier Morel, Ricardo Lagos Weber, Jaime Quintana Leal, Jorge Soria Quiroga, Francisco Chahuán Chahuán y señoras Isabel Allende Bussi, Ximena Rincón González, Ximena Órdenes Neira y Adriana Muñoz D'Albora,

Proyecto de ley:

"**Artículo único**.- Reemplázase, en el ordinal 1.1 del número 1 del artículo 145 del decreto con fuerza de ley N° 1, de los Ministerios de Transportes y Telecomunicaciones y de Justicia, promulgado el año 2007 y publicado el año 2009, que fija el texto refundido, coordinado y sistematizado de la ley N° 18.290, de Tránsito, la frase "60 kilómetros por hora", por la siguiente: "50 kilómetros por hora".".

Y por cuanto he tenido a bien aprobarlo y sancionarlo; por tanto promúlguese y llévese a efecto como Ley de la República.

Santiago, 17 de julio de 2018.- SEBASTIÁN PIÑERA ECHENIQUE, Presidente de la República.- Gloria Hutt Hesse, Ministra de Transportes y Telecomunicaciones.- Hernán Larraín Fernández, Ministro de Justicia y Derechos Humanos.

Lo que transcribo a Ud. para su conocimiento.- Saluda atentamente a Ud., José Luis Domínguez Covarrubias, Subsecretario de Transportes.

Ejemplo (2.3-2): Lanzamiento con catapulta:

Un avión será acelerado uniformemente a una velocidad de 108 km/h desde una catapulta de 20 m de largo.

a) ¿Qué "intensidad" tiene la aceleración a?

b) ¿Cuanto tiempo dura la aceleración?

Solución:

a) Con $x_0=0$ y $v_0=0$ las ecus. (2.3-4 y 5) dicen:

$$v(t)=at \quad y \quad x(t)=\frac{a}{2}t^2$$

Permutamos la primera ecu. por t y entran con t en la segunda ecu.:

$$x(t)=\frac{v^2(t)}{2a} \Rightarrow 20m=\frac{\left(30\,\frac{m}{s}\right)^2}{2a}$$

$$\underline{\underline{a}}=22{,}5\,\frac{m}{s^2}=\underline{\underline{2{,}3\,g.}}$$

b) $$t=\frac{v(t)}{a}$$

$$\underline{\underline{t}}=\frac{30\,\frac{m}{s}}{22{,}5\,\frac{m}{s^2}}=\underline{\underline{1{,}333\,s}}$$

Ejemplo (2.3-3): Desaceleración constante:

Un automóvil disminuye su velocidad por frenar en forma uniforme de 72 km/h a 36 km/h y recorre aquí una distancia de 100 m.

a) ¿Que magnitud /valor tiene la aceleración (negativa)?

b) ¿Que magnitud tiene el tiempo de frenaje T?

Solución:

a) Con $x_0 = 0$ las ecus (2.3-4 y 5) dicen:

$$v(t) = v_0 + a t \quad y \quad x(t) = v_0 t + \frac{a}{2} t^2.$$

Permutamos la primera ecu. a t y substituyen t en la segunda ecu.:

$$x(t) = v_0 \frac{v(t) - v_0}{a} + \frac{[v(t) - v_0]^2}{2a}$$

Con $x(T) = 100\,m$; $v(T) = 10\,\frac{m}{s}$; $v_0 = 20\,\frac{m}{s}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a}} = \frac{1}{100\,m}\left[20\frac{m}{s}\cdot\left(10\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}\right) + \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}\right)^2\right] = \underline{\underline{-1{,}5\,\frac{m}{s^2}}}$$

b) $$\underline{\underline{T}} = \frac{v(t) - v_0}{a} = \frac{10\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}}{-1{,}5\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{6{,}666\,s}}$$

Nota: De la siguiente forma se calcularía el problema en forma mas rapida y sencilla:

La velocidad media durante la frenada es $V_m = 15\,\frac{m}{s}$. El tiempo de frenada es entonces:

$$\underline{\underline{T}} = \frac{x(t)}{V_m} = \frac{100\,m}{15\,\frac{m}{s}} = \underline{\underline{6{,}666\,s}}$$

La aceleración resulta entonces en:

$$\underline{\underline{a}} = \frac{v(T) - V_0}{T} = \underline{\underline{-1{,}5\,\frac{m}{s^2}}}\,.$$

Ejemplo (2.3-4): Recorrido de 100m:

Un corredor recorre 100 m en 12 s., en los cuales los primeros 20m acelera uniformemente y despues hace su recorrido con velocidad constante.

¿Cuanto tiempo t_1 y t_2 ocupa para los primeros 20m y para los posteriores 80m y cual es la aceleración uniforme durante los primeros 20m?

Solución:

$$t_1 + t_2 = 12s \qquad (2.3\text{-}10)$$

$$20m = \frac{a}{2} t_1^2 \qquad (2.3\text{-}11)$$

$$80m = v_2 t_2 = (a t_1) t_2 \qquad (2.3\text{-}12)$$

Con estas tres ecus. se pueden determinar los tres incognitas t_1, t_2, a.

Permutamos ecu. (2.3-12) por a y substituimos a en ecu. (2.3-11):

$$20m = \frac{80m}{2t_2} \cdot t_1$$

Con (2.3-10) sigue:

$$20m = \frac{40m}{12s - t_1} \cdot t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = 4s$$

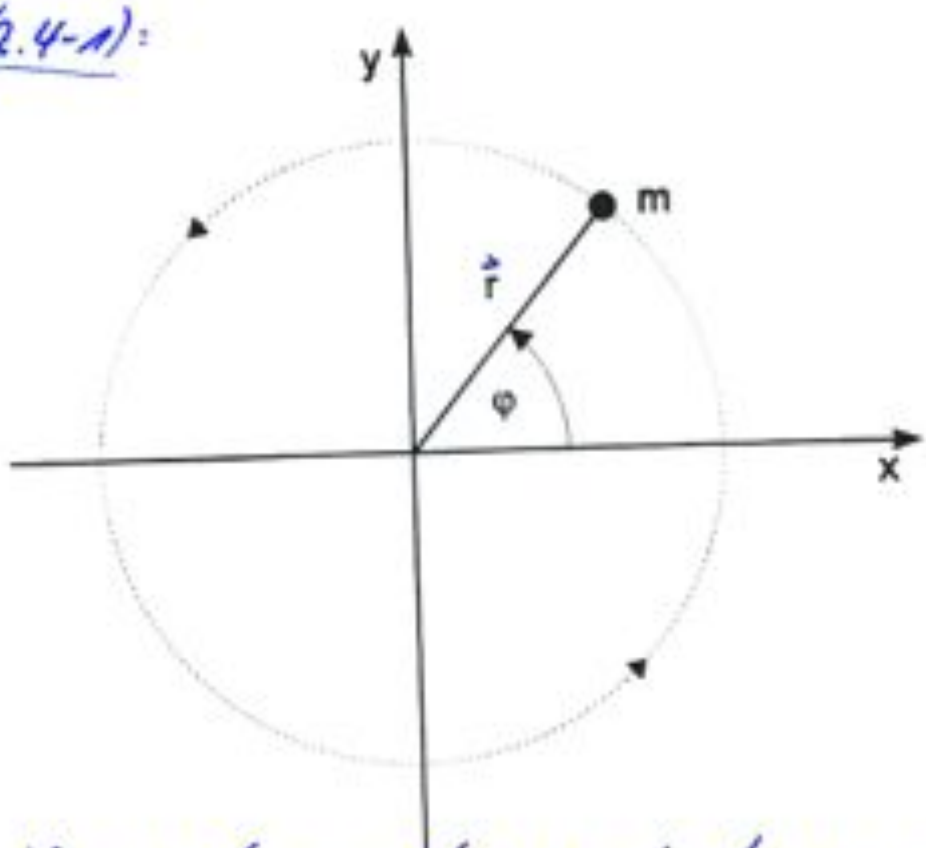
$$t_2 = 8s$$

$$a = 2{,}5 \, \frac{m}{s^2}$$

2.4 Movimiento circular:

El movimiento circular es un movimiento muy importante: Los "elementos de masa", "Particulas puntuales" de maquinas, los cuales rotan al rededor de un eje fijo, realizan este tipo de movimiento.

Fig. (2.4-1):



Movimiento circular en el plano x, y.

Una "particula puntual" m se mueve en el plano x, y en un circulo con el radio r en el sentido matematicamente positivo, es decir en contra del reloj.

Considerasamos nuevamente primero el caso más simple, el movimiento circular uniforme:

En este caso durante intervalos de tiempo Δt iguales se recorren angulos $\Delta \varphi$ iguales.

El cuociente constante $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ se llama (en una analogía total con la velocidad $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$)

"velocidad angular" ω:

$$\omega := \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad \text{para movimientos circular uniforme} \qquad (2.4\text{-}1)$$

La unidad de ω es $[s^{-1}]$ y es igual a "$2\pi \cdot$ numero de revoluciones".

Con $\varphi(t=0) := \varphi_0$ vale

$$\omega = \frac{\varphi(t) - \varphi(0)}{t - 0} = \frac{\varphi(t) - \varphi_0}{t}$$

$$\Rightarrow \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega t \quad \text{para movimiento circular uniforme} \qquad (2.4\text{-}2)$$

¡Nota la concordancia con ecu. (2.2.-3)!
$(x(t) = x_0 + vt)$

El angulo $\varphi(t)$, marcada por el vector $\vec{r}$, crece en forma lineal con el tiempo.

Para el movimiento lineal NO uniforme ($\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \neq$ const.) vale

$$\omega_m := \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \qquad (2.4\text{-}3)$$

solamente para la velocidad angular promedio en el intervalo Δt.

La velocidad angular instantanea $\omega(t)$ en el momento t es definido como:

$$\omega(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} \qquad (2.4.\text{-}4)$$

Nota: La velocidad angular promedio e instantanea estan definidas en analogia total con la velocidad promedio v_m y velocidad instantanea $v(t)$.

→ Compare ecus. (2.2-4 y 6) con (2.4-3 y 4).

Eso muestra que en la Física existen ideas, pensamientos y calculos, los cuales se repiten en forma parecida.

La velocidad instantánea de la trayectoria o circunferencia de una partícula puntual en un círculo es

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r\,\omega(t) \quad (2.4\text{-}5)$$

Esta ecuación muestra claramente, que ω hay que usar/tomar en "arco" (RAD) y no en grados (GRAD):
Solamente en "arco" vale: $\Delta s = r \cdot \Delta \varphi$.

Para movimientos circulares uniforme y no-uniforme vale entonces:

$$\boxed{v(t) = r \cdot \omega(t)} \qquad (2.4\text{-}5)$$

Hemos definido la velocidad angular $\omega(t)$ y la velocidad de la trayectoria $v(t)$ como escalares.

Ahora tenemos que expandir ambos a vectores.

El módulo de $\vec{\omega}(t)$ esta definido por ecu. (2.4-4)

$|\vec{\omega}(t)|$

El vector de la velocidad $\vec{v}(t)$ se puede calcular facilmente a traves de la derivada del vector local $\vec{r}(t)$ con respecto a t.

Recuerde: $\vec{r}(t)$ inicia en el origin del sistema coordinda e indica hacia al "punto de masa"/"particula puntual" m.

Según Fig. (2.4-2) vale:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\varphi \\ r\sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (2.4\text{-}6)$$

$$\Rightarrow \vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t) \underset{\uparrow \text{ "regla de cadena"}}{=} r\dot{\varphi}\begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \underset{\uparrow \text{ def. de } \omega(t)}{=} r\omega(t)\begin{pmatrix} -\sin\varphi(t) \\ \cos\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (2.4\text{-}7)$$

<u>Nota:</u> Se pueden convencer facilmente de la exactitud de esta ecuación:

1) $\vec{v}(t)$ tiene la unidad $\frac{m}{s}$

2) $\vec{v}(t)$ tiene (en concordancia con ecu. (2.4-5)) el largo

$$|\vec{v}(t)| = r\,\omega(t)\sqrt{\sin^2\varphi(t) + \cos^2\varphi(t)} = r\,\omega(t)$$

3) $\vec{v}(t)$ esta ubicado en el plano x, y y esta perpendicular ($\perp$) a $\vec{r}(t)$, porque el producto escalar $\vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t) = 0$.

Afirmación: $\vec{v}(t)$ se puede escribir como producto vectorial:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t), \text{ tambien para movimientos circulares } \underline{\text{no}}\text{-uniforme}} \quad (2.4\text{-}8)$$

Comprobación / Demostración:

En la notación de coordinadas el producto vectorial de $\vec{a}, \vec{b}$ es:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$$

Calculamos el lado derecho de la ecu. (2.4-8):

$$\vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega(t) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r\cos\varphi(t) \\ r\sin\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\omega(t)\, r\sin\varphi(t) \\ \omega(t)\, r\cos\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix} \underset{\text{ecu. (2.4-7)}}{=} \vec{v}(t)$$

q.e.d.

La segunda derivación del vector local $\vec{r}(t)$ con respecto al tiempo da la aceleración:

$$\vec{a}(t) = r\dot{\omega}(t)\begin{pmatrix} -\sin\varphi(t) \\ \cos\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix} - r\omega^2(t)\begin{pmatrix} \cos\varphi(t) \\ \sin\varphi(t) \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \underbrace{\frac{\dot{\omega}(t)}{\omega(t)}\vec{v}(t)} - \underbrace{\omega^2(t)\vec{r}(t)}$$

1) $\parallel$ a velocidad $\vec{v}(t)$
2) aceleración tangencial causada por cambio en ω (si $\dot{\omega} \neq 0$)
3) $= 0$, si movimiento circular uniforme (si $\dot{\omega} = 0$)

1) aceleración centrífugal / centripedal
2) proporcional al radio r y a ω^2
3) Indica al centro del circulo / origen.

$\parallel$ = "paralelo"

para $\dot{\omega} = 0$ vale:

$$\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t) \text{ , sólo para movimiento circular \underline{uniforme}.}} \qquad (2.4-9)$$

El módulo de la aceleración del mov. circular uniforme es por eso:

$$\boxed{a = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} = \omega v \text{ , sólo para movimiento circular \underline{uniforme}.}} \qquad (2.4-10)$$

Ejemplo (2.4-1): Satelite

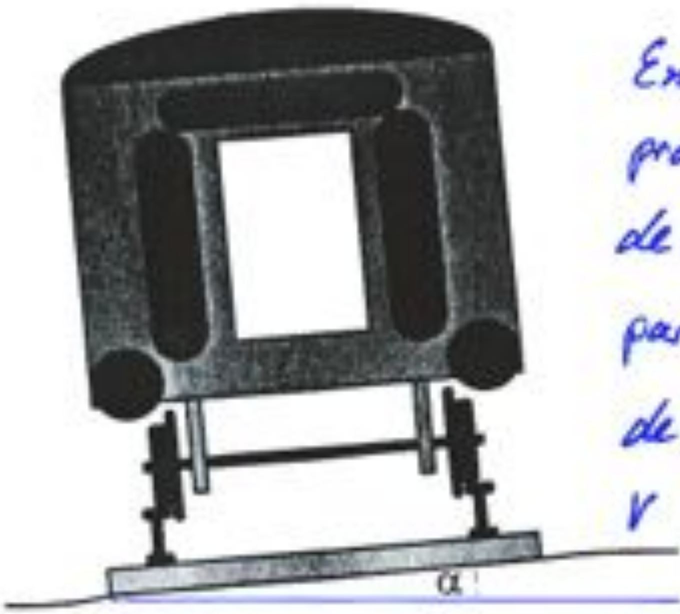
Un satélite circula en una altura de 200 km una vez en 88,8 minutos al rededor de la tierra. El radio de la tierra es 6.380 km. Calcule ω, v, a.

Solución: $\omega = \frac{2\pi}{88{,}8 \cdot 60\,s} \frac{1}{s} = 1{,}18 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$

$v = \omega r = 1{,}18 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}58 \cdot 10^{6} \frac{m}{s} = 7{,}76 \cdot 10^{3} \frac{m}{s}$

$a = \frac{v^2}{r} = 9{,}19 \frac{m}{s^2}$ = Aceleración gravitacional en una altura de 200 km.

Ejemplo (8.4-2): Curva peraltada de Ferrocarril:



Encuentre el ángulo α de la pronunciación/inclinación de una curva del Ferrocarril, para que con un radio R de la curva y una velocidad v el vector resultante (la suma vectorial) de la Fuerza de gravedad y centrífugal esté perpendicular con respecto al piso del carro. En esta dirección del vector resultante, la comodidad para los pasajeros es óptima y los carros no se pueden salir de los rieles (⇒ peso solamente para una velocidad v correspondiente!)

Solución:

Según el diagrama de fuerzas vale:

$$\underline{\tan \alpha} = \frac{mv^2/R}{mg} = \underline{\frac{v^2}{gR}}$$

Manejando con bicicleta o moto, esta ecuación describe el ángulo de inclinación.

2.5 Resumen:

1) Para Movimientos Uniformes se define la Velocidad como el tramo recorrido dividido por el tiempo transcurrido: $v := \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Para movimientos no uniforme este término es según la definición la velocidad media v_m.

La velocidad instantánea o momentánea $v(t)$ resulta de velocidad media en los márgenes $\Delta t \to 0$:

$$v(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{d\,x(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

En los márgenes $\Delta t \to 0$ traspasa, en el diagrama posición - tiempo, la secante a una tangente.

La velocidad (instantánea) momentánea es la pendiente de la Tangente en el diagrama posición - tiempo, o sea la derivación de $x(t)$ con respecto al tiempo.

2) La definición de la aceleración sucede en exactamente el mismo modo en el diagrama velocidad / tiempo. por lo tanto se define la aceleración instantánea como:

$$a(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{d\,v(t)}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

3) Especialmente importantes para aplicaciónes (y exámenes) son los <u>movimientos uniformemente acelerados</u> con $a = \text{const.}$
Para ellos vale:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2 \qquad v(t) = v_0 + at$$

4) Para <u>movimientos circulares</u> el ángulo $\varphi(t)$ entre el vector de posición de la partícula puntual y el eje x describe la rotación. La definición del módulo de la velocidad angular instantánea resulta en forma conocida:

$$\omega(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

5) La dirección del vector de la <u>velocidad angular</u> se define como: $\vec{\omega}(t)$ es $\parallel$ al eje de rotación; la dirección se define a través de la "regla del sacacorcho". Vale:

$$\vec{v}(t) = \vec{\omega}(t) \times \vec{r}(t)$$

Esta fórmula es muy importante para la Ing. Mec.

6) Para movimientos circulares uniforme el módulo de la <u>aceleración centrifugal</u> es:

$$a = \omega^2 r = v^2/r = \omega v$$