Estática y Dinámica FIS1513

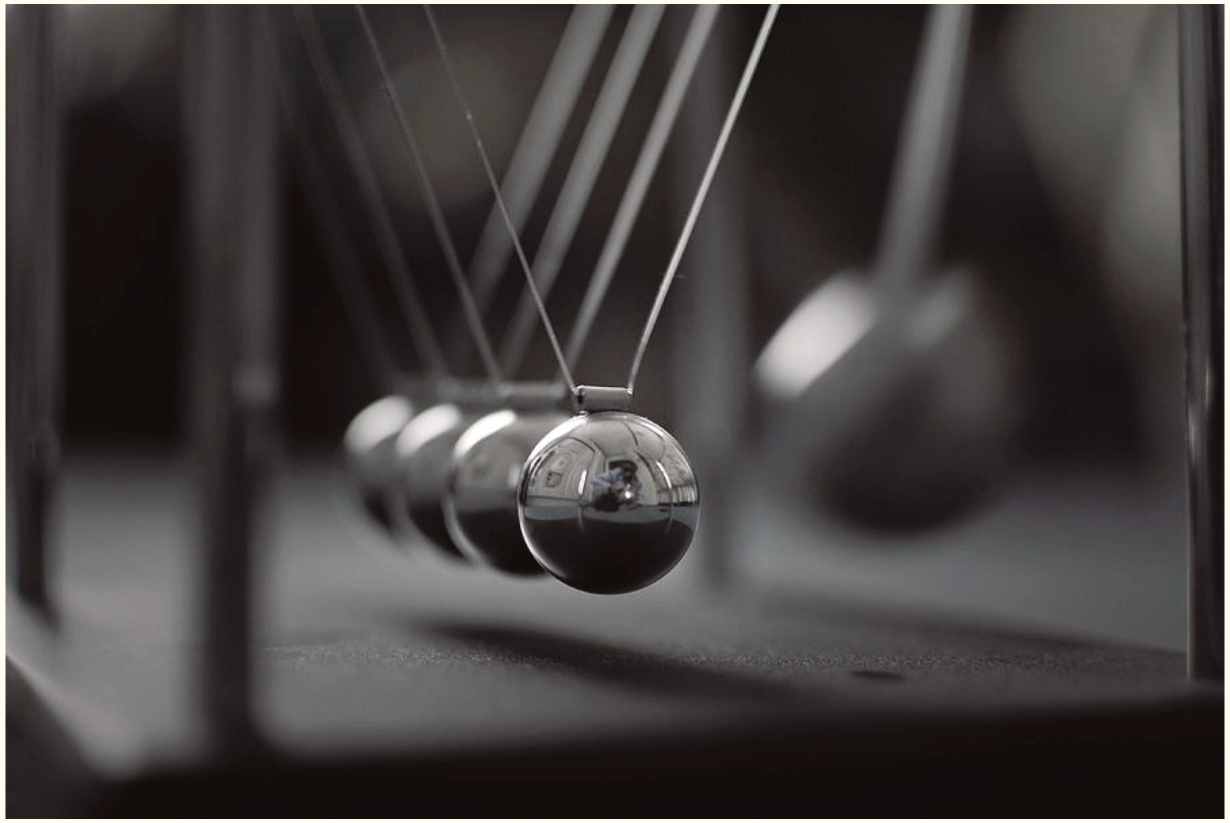
Clase #3

13-08-2018

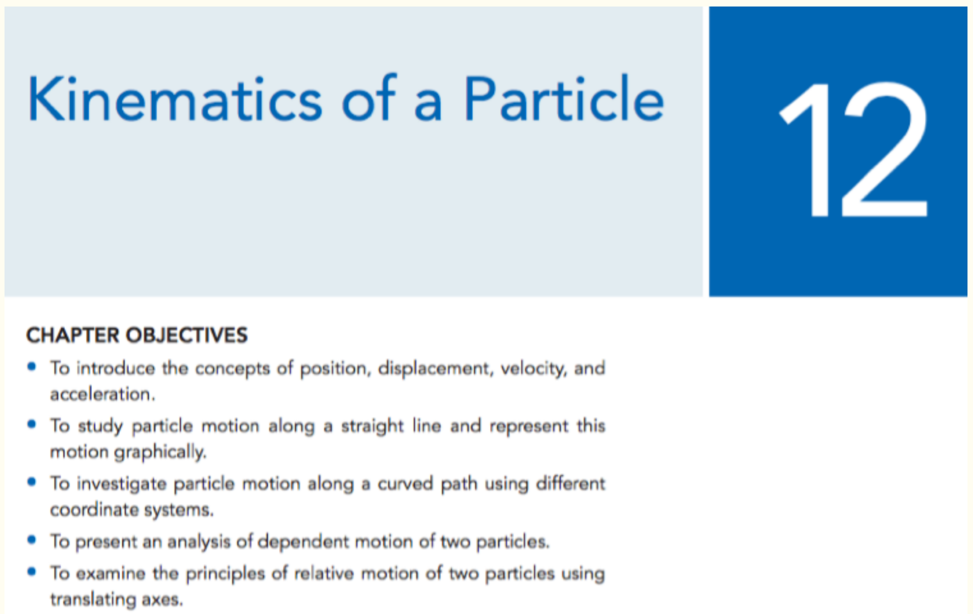
Cinemática de una Partícula

Anuncios

- Los laboratorios comienzan a partir de hoy
- Pueden recoger sus cliqueras (también llamadas "tecleras") en el laboratorio 1er piso edificio Raúl Deves
- Estamos viendo si hubiera una sala aún más grande que la S9 para la cátedra
- Hoy sí hay ayudantía!
    - Se cambió a la sala K200
- Este miércoles es feriado
- En principio sí hay taller este viernes. Les confirmo por correo
- Si alguien no es de esta sección y quiere acceso a las diapositivas, envíeme un correo a partir de la próxima semana (jpochoa@uc.cl)



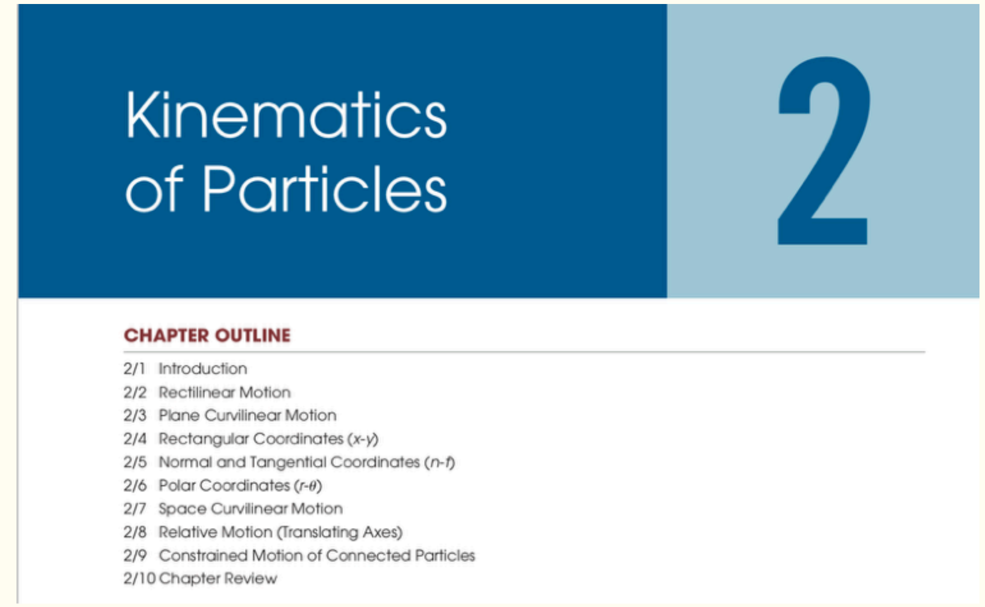
Cinemática de una partícula


Kinematics of a Particle

12

CHAPTER OBJECTIVES

- To introduce the concepts of position, displacement, velocity, and acceleration.
- To study particle motion along a straight line and represent this motion graphically.
- To investigate particle motion along a curved path using different coordinate systems.
- To present an analysis of dependent motion of two particles.
- To examine the principles of relative motion of two particles using translating axes.


Kinematics of Particles

2

CHAPTER OUTLINE

2/1 Introduction
2/2 Rectilinear Motion
2/3 Plane Curvilinear Motion
2/4 Rectangular Coordinates (*x-y*)
2/5 Normal and Tangential Coordinates (*n-t*)
2/6 Polar Coordinates (*r-θ*)
2/7 Space Curvilinear Motion
2/8 Relative Motion (Translating Axes)
2/9 Constrained Motion of Connected Particles
2/10 Chapter Review

Capítulo 12 del Hibbeler

Capítulo 2 del Meriam


2

MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir el movimiento en línea recta en términos de velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea.
- Cómo interpretar gráficas de posición contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo para el movimiento en línea recta.

? Un velocista común acelera durante el primer tercio de la carrera y desacelera gradualmente en el resto de la competencia. ¿Es correcto decir que un corredor está *acelerando* conforme desacelera durante los dos tercios finales de la carrera?


MOVIMIENTO EN DOS O EN TRES DIMENSIONES

3

? Si un automóvil toma una curva con rapidez constante, ¿está acelerando? Si es así, ¿en qué dirección acelera?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

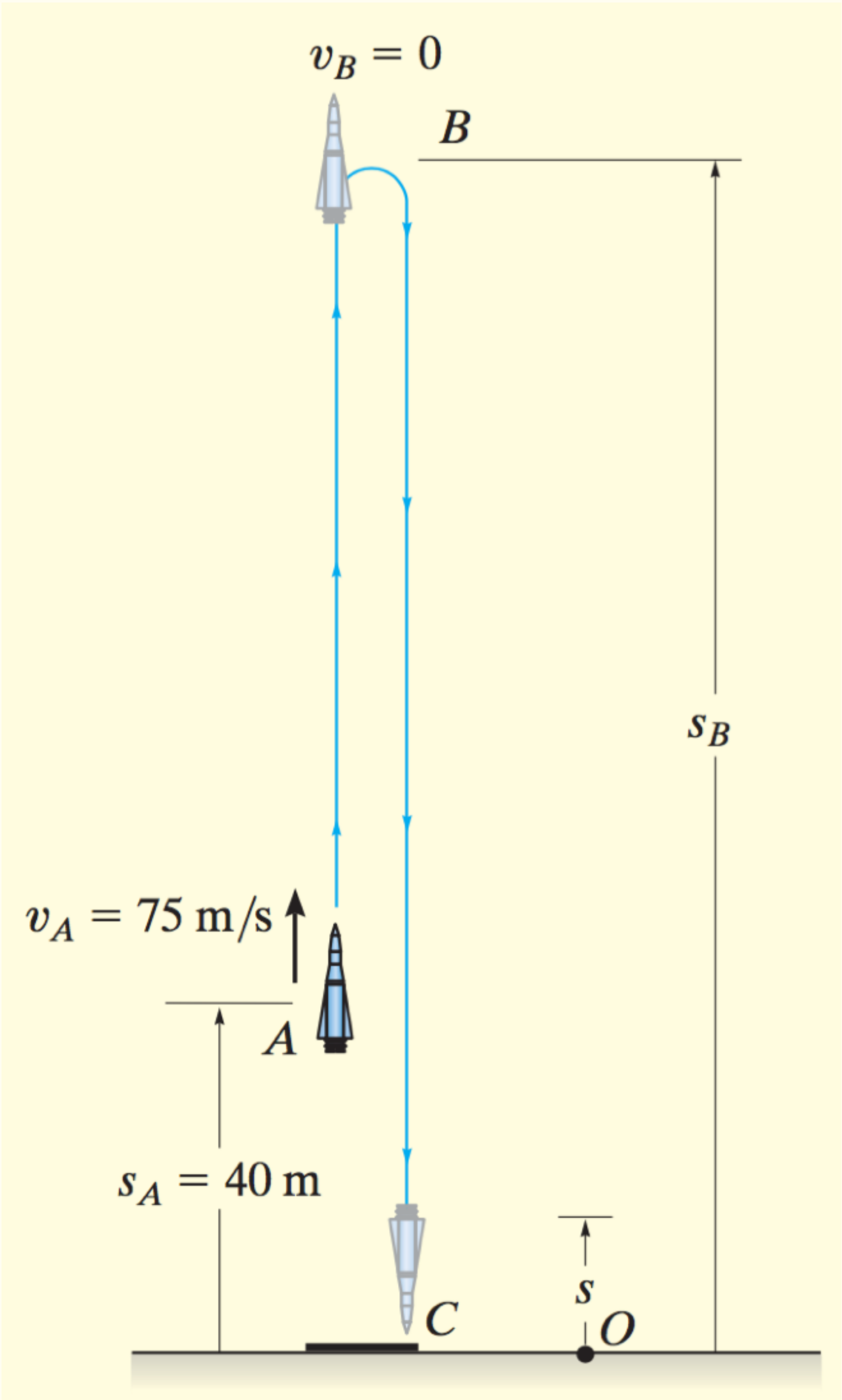
- Cómo representar la posición de un cuerpo en dos o en tres dimensiones usando vectores.
- Cómo determinar el vector velocidad de un cuerpo conociendo su trayectoria.
- Cómo obtener el vector aceleración de un cuerpo, y por qué un cuerpo puede tener una aceleración aun cuando su rapidez sea constante.

Capítulos 2 y 3 del Young & Freedman

Ejemplo

(Ejemplo Resuelto 12.3 en Hibbeler)

Un cohete en la superficie de la tierra parte con una velocidad initial v_A hacia arriba, a una altura s_A. ¿Cúal es la altura máxima s_B a la que llega el cohete, y la velocidad con la que se impacta en el suelo? Ignore la resistencia del aire.



(resolver en pizarra)

Respuestas: $s_B = \dfrac{v_A^2}{2g} + s_A$

$$|v_C| = \sqrt{v_A^2 + 2gs_A}$$

Comentario sobre el Problema Anterior

Utilizando el mismo razonamiento que usamos en el problema podemos derivar una relación que a veces es útil:

$$v = at + v_0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$x = \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + x_0$$

$$\boxed{x - x_0 = \frac{1}{2a}\left(v^2 - v_0^2\right)}$$

Esta relación es útil cuando se quiere relacionar posición y velocidad.
El problema anterior se puede resolver muy fácilmente con esta ecuación (ver solución del Hibbeler)

Regresando a las ecuaciones

Mencionamos que si se conoce la relación entre 2 de las 4 variables (aceleración, velocidad, posición, o tiempo) se pueden extraer las otras dos aplicando las reglas del cálculo.

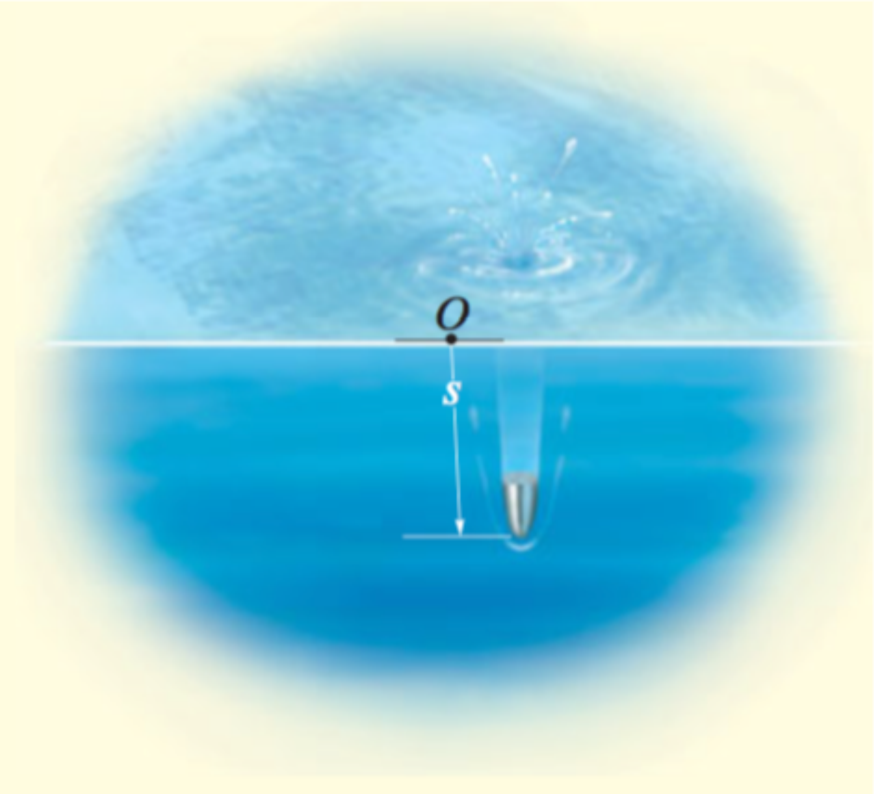
Ahora ejemplificaremos este principio cuando lo que se conoce es la relación entre la aceleración y la velocidad (ver problema siguiente)

Una situación típica en la que se conoce la relación entre aceleración y velocidad es para un proyectil en un fluido

Ejemplo

(Ejemplo Resuelto 12.2 en Hibbeler)

Una bala entra en t=0 a un estanque de agua con una velocidad inicial v_0. Debido al roce, la bala experimenta una deceleración de magnitud kv^3, donde k es una constante positiva y v es la velocidad. Determine la velocidad y la profundidad "s" que penetra la bala en función del tiempo.



(resolver en pizarra)

Respuestas:

$$v(t) = \left(2kt + \frac{1}{v_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{v_0}{\sqrt{2ktv_0^2 + 1}}$$

$$s(t) = \frac{1}{k}\left[\left(2kt + \frac{1}{v_0^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{v_0}\right] = \frac{\sqrt{1 + 2ktv_0^2} - 1}{kv_0}$$

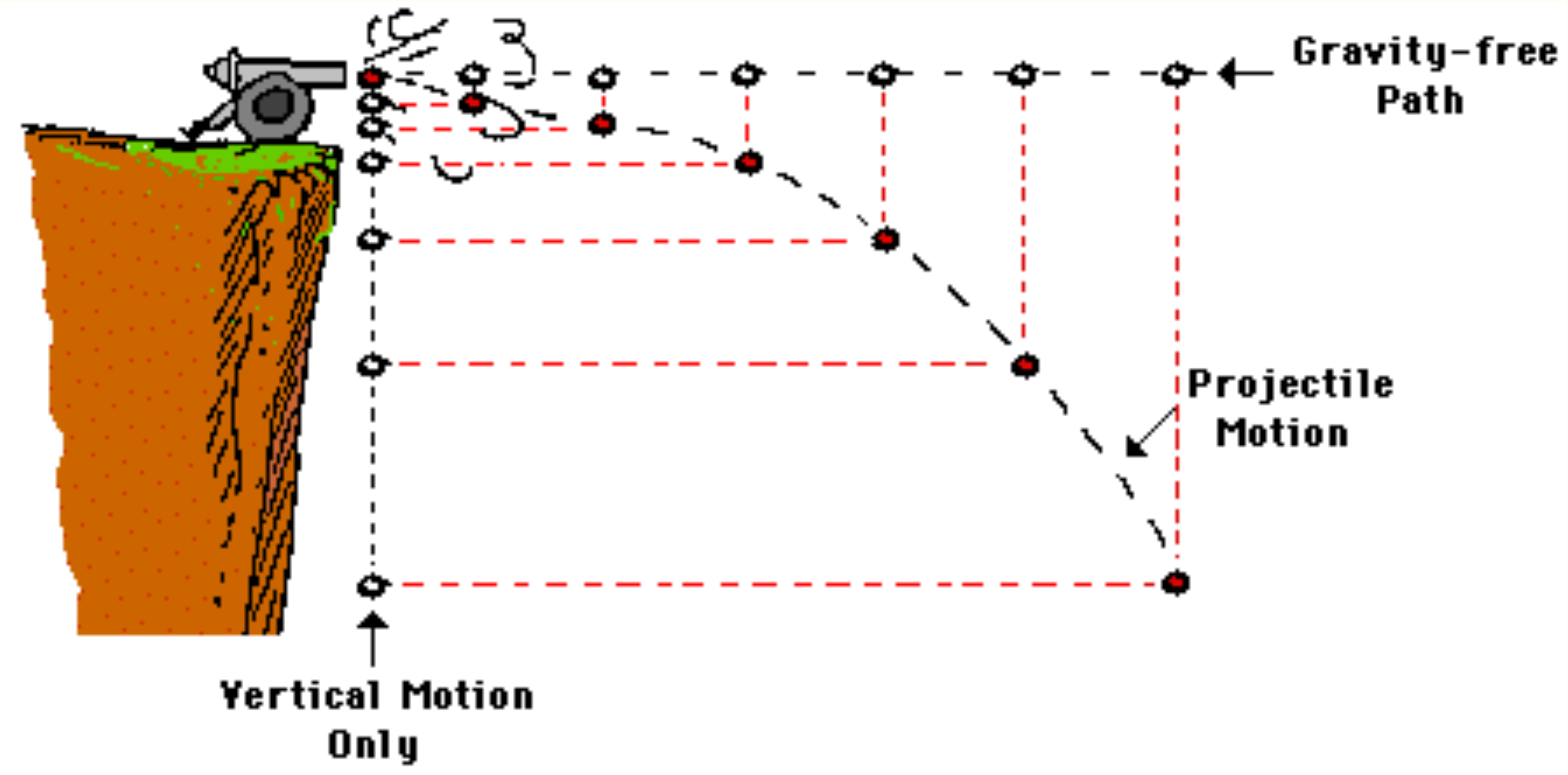
Solución detallada al final de estas diapositivas

Experimento #1

Para el experimento recordemos una lección importante de la clase anterior

Experimento #2

¿Qué pasa si un proyectil se dispara al mismo tiempo que otro igual se deja caer? ¿Cuál de los dos cae primero?



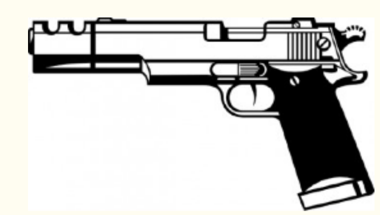
Los dos caen exactamente al mismo tiempo. **El hecho de que haya una velocidad en x no afecta el movimiento en y**. Como vimos la clase pasada, el movimiento en y es independiente del movimiento en x.

Es importante recordar esto cuando vayamos a más de una dimensión. Veremos que la ecuación del movimiento en y es exactamente igual para ambos proyectiles

Sobre el Experimento #2

¿Y qué pasaría si fuera una bala?

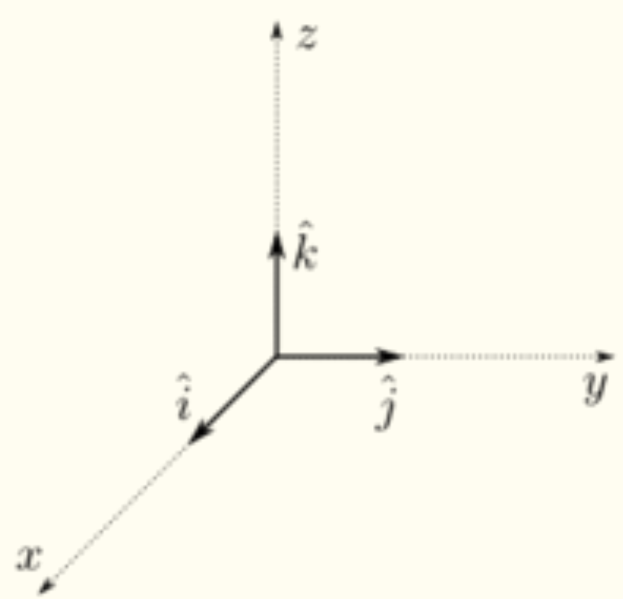
Los “Mythbusters” hicieron el experimento en el Discovery Channel



Ver video “Mythbusters: Bullet fired vs. Bullet dropped”
https://www.youtube.com/watch?v=D9wQVIEdKh8

Recordatorio: Coordenadas Cartesianas

Ahora queremos extender nuestro tratamiento de aceleración constante a más dimensiones. Antes de hacerlo, recordemos brevemente el sistema de coordenadas cartesianas en 3 dimensiones:



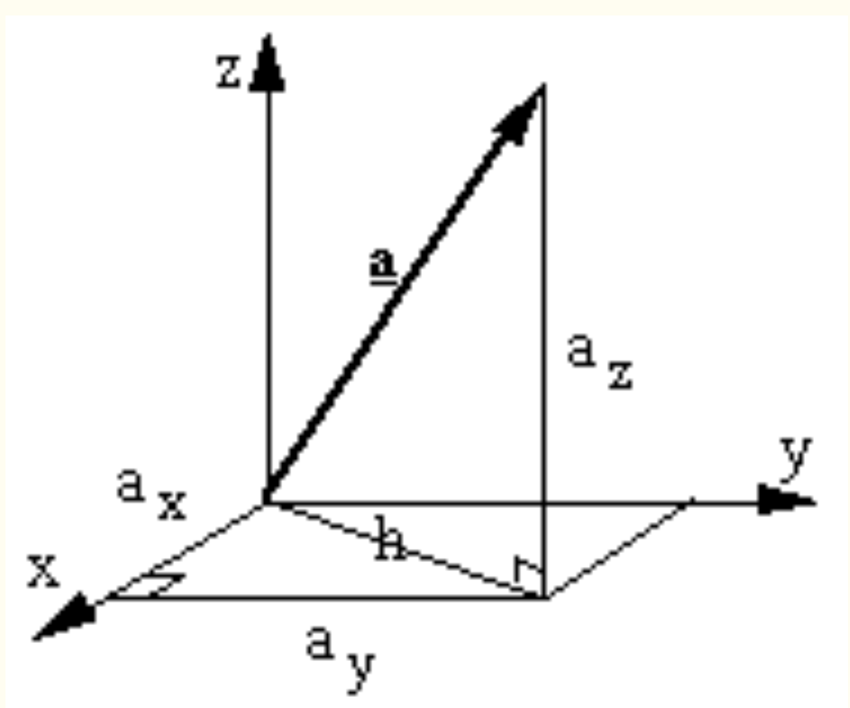
Los vectores unitarios para x, y, z se denominan

$$\hat{i}\,,\hat{j},\hat{k}$$

respectivamente. También se denotan a veces como

$$\hat{x},\hat{y},\hat{z}$$

Estos vectores unitarios son mutuamente ortogonales, y son constantes en todo el espacio



Cada vector se puede descomponer en estas tres direcciones.

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

Aceleración constante, caso general

Podemos generalizar el razonamiento de una dimensión a tres dimensiones. Supongamos que la aceleración está dada por:

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \quad \text{(donde } a_x, a_y \text{ y } a_z \text{ son constantes)}$$

Puesto que $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ entonces $\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v}'(t) = \int_0^t \vec{a}\,dt'$ lo cual equivale a

$$(v_x - v_{0x})\hat{i} + \left(v_y - v_{0y}\right)\hat{j} + (v_z - v_{0z})\hat{k} = (a_x t)\hat{i} + \left(a_y t\right)\hat{j} + (a_z t)\hat{k}$$

que se puede reescribir de forma más compacta como:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{a}t + \vec{v}_0} \quad \text{donde } \vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} + v_{0z}\hat{k} \text{ es la velocidad inicial}$$

De la misma forma, la posición queda:

$$\boxed{\vec{x}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{x}_0} \quad \text{donde } \vec{x}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k} \text{ es la posición inicial}$$

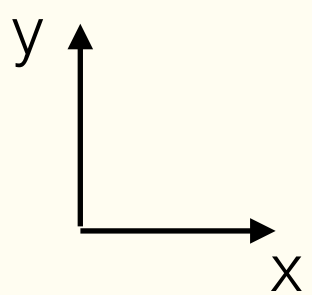
Nota: como son ecuaciones vectoriales, en realidad cada una de las ecuaciones en rojo representa 3 ecuaciones

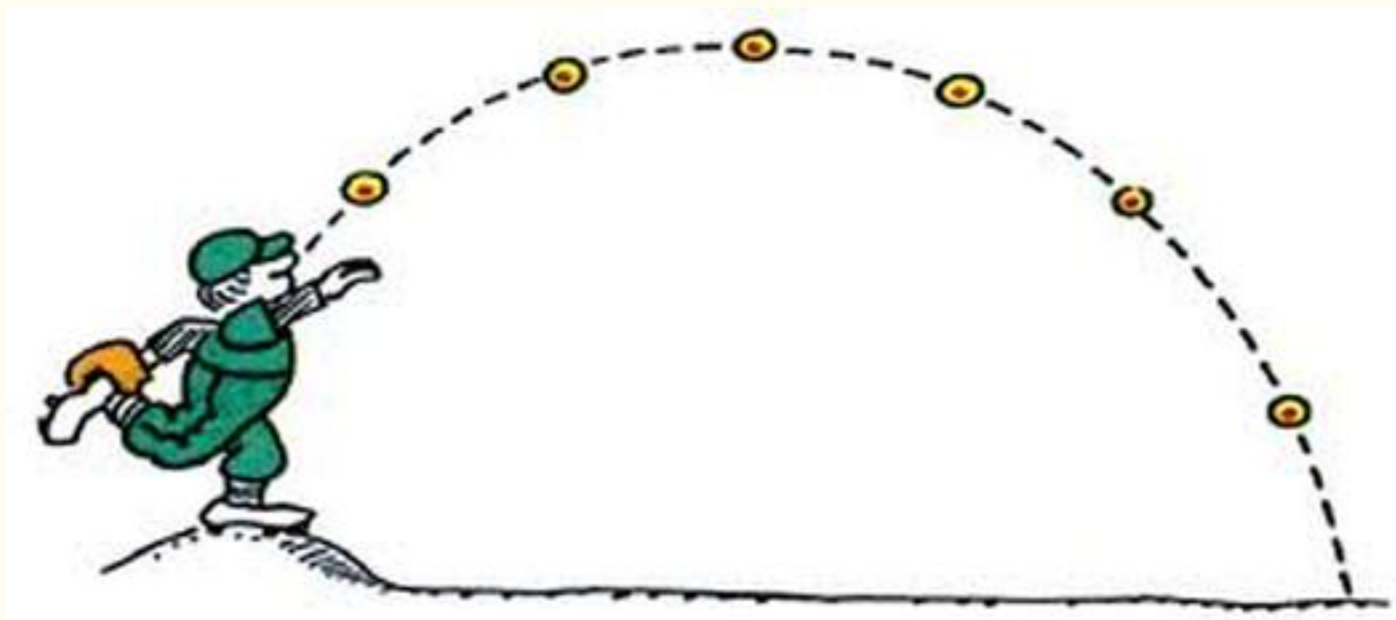
Aplicación: Tiro Parabólico

La aplicación más común de estas ecuaciones es el llamado "tiro parabólico", es decir el movimiento de objetos bajo la sola acción de la gravedad.

Si orientamos el sistema de coordenadas de tal forma que la velocidad inicial esté en el plano x-y, no hay velocidad inicial en z ni aceleración en z, por lo que todo ocurre en el plano x-y y no es necesario preocuparse por z.

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$





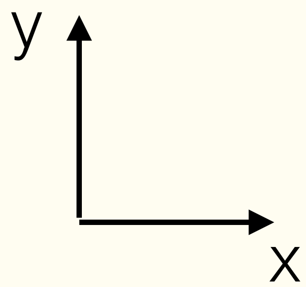
Como vimos, las ecuaciones vectoriales generales son:

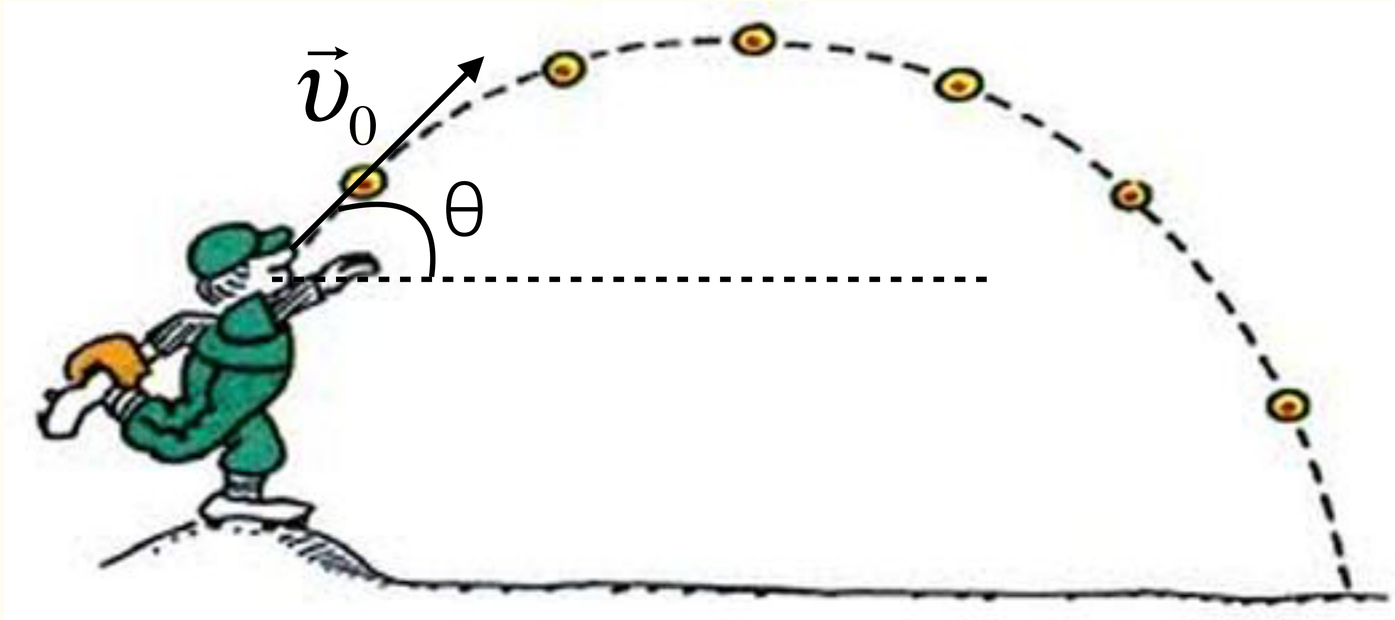
$$\vec{x}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{x}_0 \qquad \vec{v}(t) = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

(donde $\vec{x}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j}$ y $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j}$, ya que nos olvidamos de z)

Aplicación: Tiro Parabólico

$$\vec{a} = -g\hat{j}$$





$$v_{0x} = v_0 \cos\theta$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\theta$$

Como estamos en un plano (es decir, dos dimensiones), las ecuaciones vectoriales se reducen a 4 ecuaciones independientes:

$$x(t) = v_{0x}t + x_0 \qquad v_x(t) = v_{0x}$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \qquad v_y(t) = -gt + v_{0y}$$

Cosas que notar:

- Como no hay aceleración en x, la velocidad es constante en esa dimensión
- En ambas dimensiones, si se deriva la posición en función del tiempo, se encuentra la velocidad (¡como debe ser!)

¿Por qué “parabólico”?

¿Por qué se le llama “tiro parabólico”?

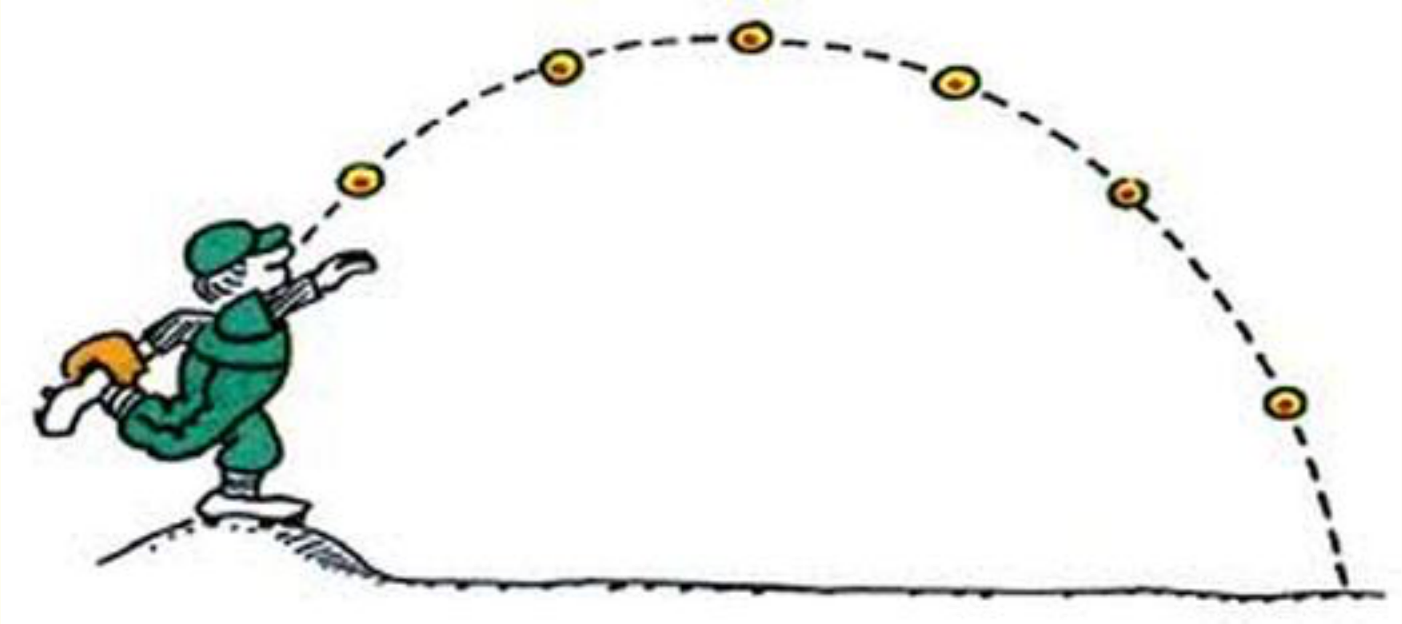
Si se despeja t de la primera ecuación:

$$t = \frac{x - x_0}{v_{0x}}$$

y se introduce en la segunda:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x - x_0}{v_{0x}} \right)^2 + v_{0y} \left(\frac{x - x_0}{v_{0x}} \right) + y_0$$

Vemos que la relación y(x) es la ecuación de una parábola

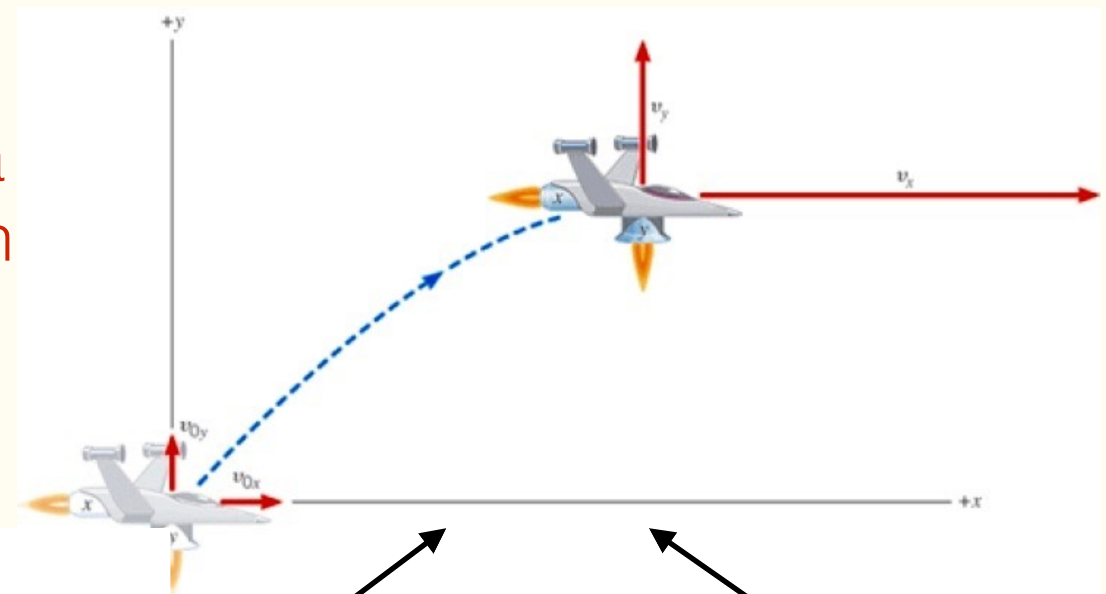


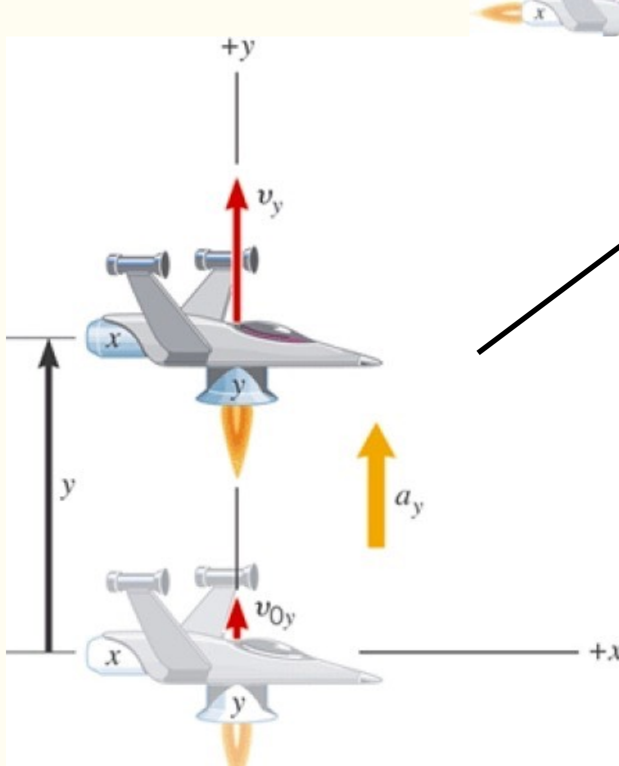
Sobre el Tiro Parabólico

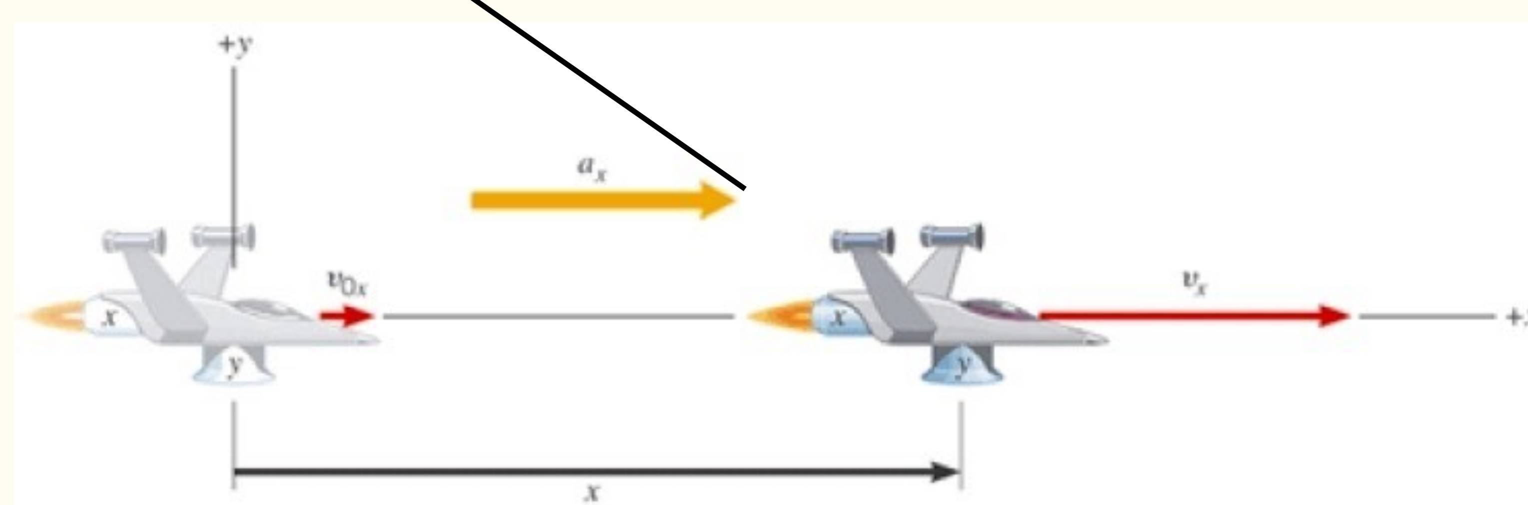
Otra forma de ver esto: como las componentes ortogonales del movimiento son independientes, se puede estudiar el movimiento en cada dimensión por separado.

Por ejemplo, el movimiento en 2D del avión se puede entender como un movimiento hacia arriba y otro hacia la derecha.

Lo que pasa es que los movimientos hacia arriba y a la derecha no ocurren uno después del otro, sino simultaneamente.



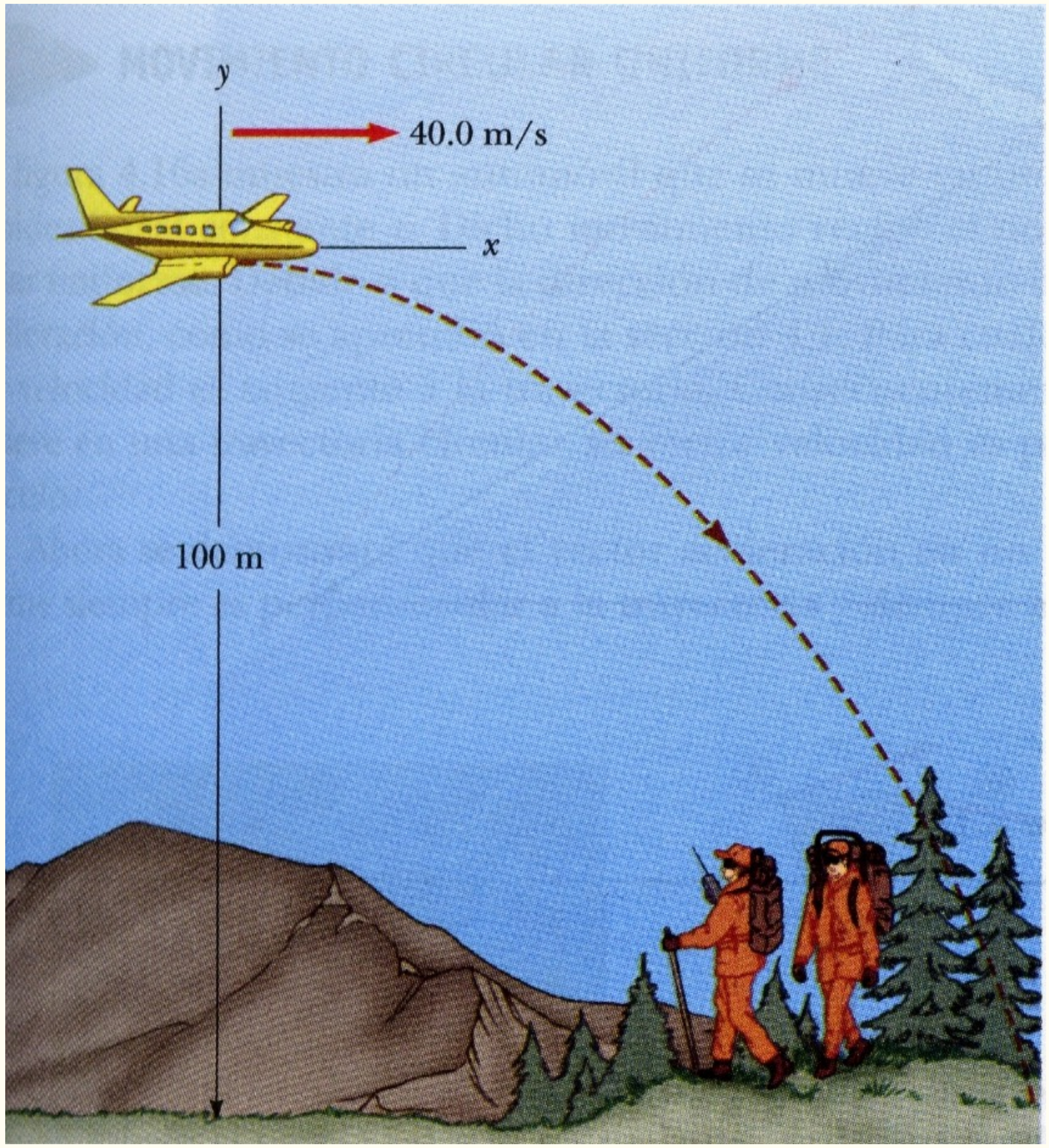




Ejemplo

(no en el libro de texto)

Un avión de rescate deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados, como se muestra en la figura. Si el avión viaja a 40m/s y a una altura de 100m sobre el suelo, ¿a qué distancia horizontal cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?



(este problema no se alcanzó a hacer en clase, pero está muy sencillo y se recomienda que verifiquen en casa que lo pueden resolver; en el taller y en la ayudantía se realizarán otros)

Respuesta: 180.7m

Próxima clase: cinemática de una partícula