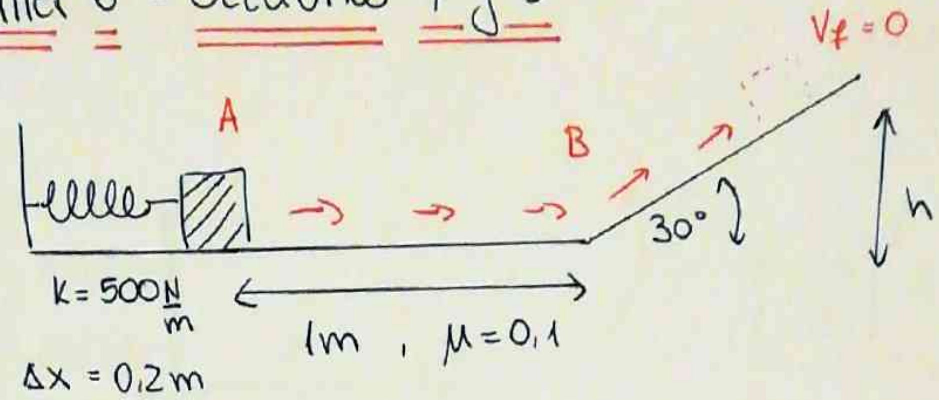
Taller 6 - Secciones 7 y 8

Problema 1



a) Notamos que el trabajo que realiza la Fuerza de Roce corresponde a la difrencia de Energía en el tramo A-B.

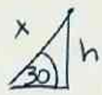
$$\Delta E_{A-B} = W_R \quad , \text{ Donde } \quad E_A = \frac{1}{2} k x^2 \qquad W_R = \mu N \cdot d = \mu m g d$$

$$E_B = \frac{1}{2} m V_B^2$$

Así $\rightarrow \frac{1}{2} K x^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 = \mu m g d$

Calculamos : $\underline{V_B = 2{,}84 \, m/s}$ $\rightarrow$ Con esto hacemos $E_B = E_f$ (ya que no hay roce en el tramo)

$\frac{1}{2} m V_B^2 = mgh \rightarrow \underline{h = 0{,}41 \, m}$



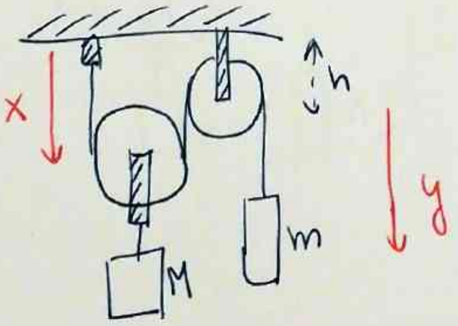
$\rightarrow \boxed{x = 0{,}82 m}$

b) Notamos que la velocidad máxima se logra cuando se despega del resorte (Antes que toque la sup. rugosa)

$\Rightarrow E_A = E_{A'}$, $E_{A'}$ justo cuando el bloque se suelta

$10 = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \boxed{V = 3{,}16 m/s}$

Problema 2



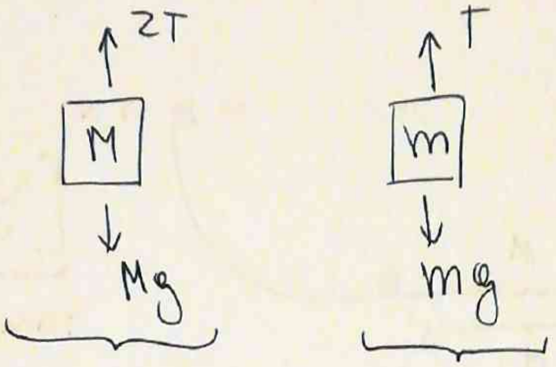
Condición de ligadura:

$$x + (x-h) + y = L_0 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$\dot{x} + \dot{x} + \dot{y} = 0 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$\underbrace{2\ddot{x} + \ddot{y} = 0}_{\text{Relación de Aceleraciones entre M y m.}}$$

Luego, los diagramas de cuerpo libre:



$$Mg - 2T = M\ddot{x} \qquad mg - T = m\ddot{y}$$

$$\ddot{x} = g - \frac{2T}{M} \qquad \ddot{y} = g - \frac{T}{m}$$

Reemplazando en la ligadura:

$$2\ddot{x} + \ddot{y} = 0 \rightarrow 2\left(g - \frac{2T}{M}\right) + g - \frac{T}{m} = 0$$

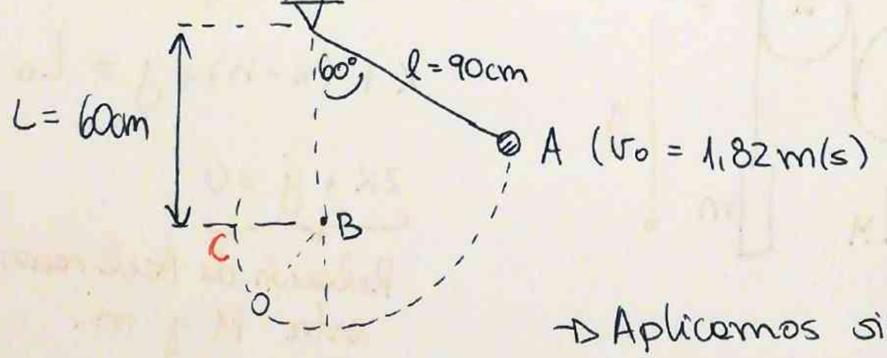
$$2g - \frac{4T}{M} + g - \frac{T}{m} = 0$$

$$\frac{3gmM}{mM} - \frac{4Tm}{mM} - \frac{TM}{Mm} = 0$$

$$3gmM = T(4m + M)$$

$$\rightarrow \boxed{T = \frac{3gmM}{4m+M}}$$

Problema 3



$\rightarrow$ Aplicamos simple conservación de Energía:

$$E_A = \frac{1}{2}mV_A^2 - mgl\cos(60°)$$

$$= \frac{1}{2}mV_A^2 - \frac{1}{2}mgl$$

Para el punto C:

$$E_C = \frac{1}{2} m v_c^2 - mgL$$

Como $E_A = E_C$

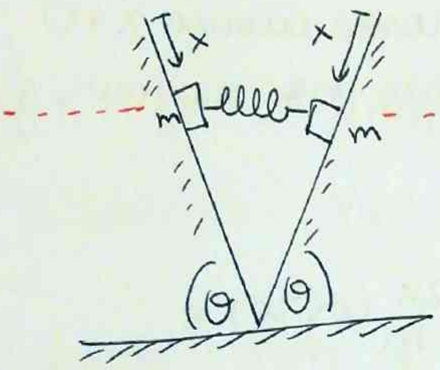
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} V_A^2 - \frac{1}{2} \cancel{m} g l = \frac{1}{2} \cancel{m} v_c^2 - \cancel{m} g L$$

$$V_A^2 - gl = v_c^2 - 2gL$$

$$\rightarrow \boxed{v_c^2 = V_A^2 + g(2L - l)}$$

o numéricamente $v_c = 2{,}5 \, m/s$

Problema 4



Nivel 0 para la energía Potencial gravitatoria

Aquí, $E_i = 0$
(Como no hay roce → la energía se conserva y será siempre 0, lo cual simplificará muchos cálculos)

a)

Para el sistema, su energía en función de x viene dado por:

$$E = \underbrace{\frac{1}{2}(2m)\dot{x}^2}_{\text{E. Cinética}} - \underbrace{2mgx \operatorname{sen}\theta}_{\text{Pot. Gravit.}} + \underbrace{\frac{1}{2}k(2x\cos\theta)^2}_{\text{Pot. Elástica}} = 0 \; *$$

La energía se conserva

En la compresión mínima, su velocidad será $\dot{x} = 0$ (ya que dejará de moverse)

$$\Rightarrow -2mgx \operatorname{sen}\theta + \frac{1}{2}k(2x\cos\theta)^2 = 0$$

$$2mgx \operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2}k 4x^2 \cos^2\theta$$

De esta último ecuación se obtienen 2 valores para x:

$x = 0$ → Posición Inicial (cuando aún no se desplaza)

$$\boxed{x = \frac{mg\,\text{sen}(\theta)}{(k\cos^2(\theta))}}$$ → Máxima compresión.

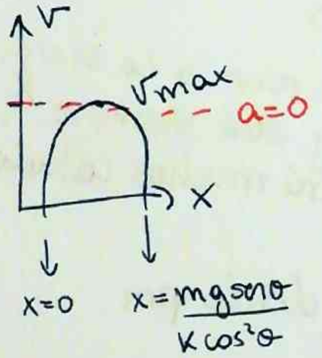
b) Derivando * en el tiempo obtenemos:

$$2m\dot{x}\ddot{x} - 2m\dot{x}\,\text{sen}\theta\, g + 4kx\dot{x}\cos^2\theta = 0 \;/\cdot \frac{1}{\dot{x}}$$

$$\ddot{x} = g\,\text{sen}(\theta) - 2\frac{k}{m}x\cos^2(\theta) \quad **$$

Así obtenemos una ecuación para la aceleración.

Finalmente, la rapidez máxima se alcanza cuando $\ddot{x} = 0$, ya que corresponde al momento que se alcanza un máximo, y la pendiente pasa a ser 0:



Así, $g\,\text{sen}\theta = \frac{2k}{m}\cos^2(\theta)\,x$

$$\boxed{x = \frac{mg\,\text{sen}(\theta)}{2k\cos^2(\theta)}}$$ Lugar donde se alcanza Vmax

si reemplazamos en *, obtenemos el valor para Vmax

$$\boxed{\dot{x} = \sqrt{\frac{m}{2k}}\, g\tan\theta}$$ Velocidad Máxima.