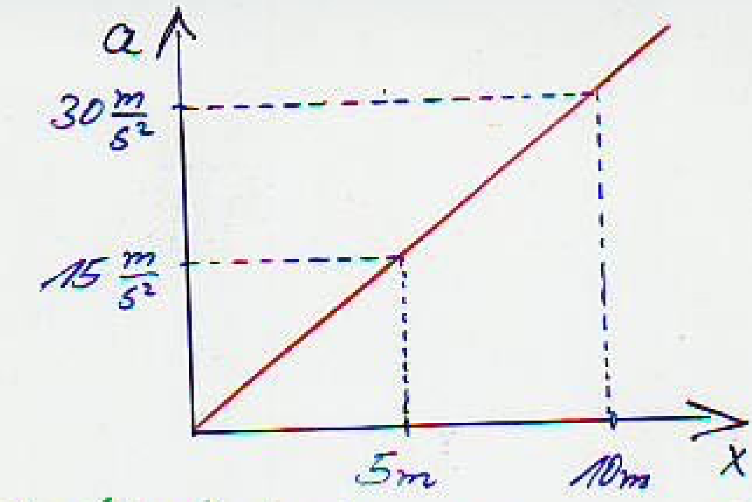

Fig.: (4.1-6) Aceleración como Función lineal del camino recorrido.

Solución:

$$W = \int_{x_0}^{x_1} F\,dx = \int_{x_0}^{x_1} m a\,dx = mc\int_{x_0}^{x_1} x\,dx = mc\,\frac{x_1^2}{2} = 1{,}2\,kJ$$

4.2 Potencia:

Recuerde: En la definición del Trabajo el tiempo no influye.

Pero normalmente importa el tiempo que se necesita para hacer un trabajo:

El tiempo que necesita un tren para llegar a la velocidad final.

→ Un Metro / U-Bahn que para cada 500 - 1000m tiene que acelerar más fuerte que un tren de carga, el cual recorre distancias largas sin parar.

Definición de la Potencia P (engl. "Power") para el caso más facil: Durante intervalos iguales de tiempo Δt se efectúan siempre los mismos Trabajos ΔW.

$\Rightarrow$ Cuociente constante

$$\boxed{P := \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{tiempo}}} \qquad (4.2\text{-}1)$$

se llama Potencia.

Unidad:

$$\frac{1\ \text{Joule}}{1\ \text{Secunde}} = \frac{1\,J}{1\,s} = \frac{1\,Nm}{1\,s} =: 1\,\text{Watt} = 1\,W$$

Unidad antigua (en la Tecnología):
"Fuerza de Caballo" PS o HP
("Pferdestärke" o "Horse Power")

→ 1HP es la Potencia que se necesita para subir una masa de 75 kg a una altura de 1 m en 1 s:

$$\underline{\underline{1\,PS}} = 1\,HP = 75\ mkp/s = 75 \cdot 1 \cdot 9{,}81/1\ Nm\,s^{-1}$$
$$= 735\ J/s = 735\ W$$
$$= \underline{\underline{0{,}735\ kW}}$$

12 <u>Comentario:</u> La Eficiencia es el producto de un Trabajo y el tiempo necesario para el Trabajo:

$$\text{Eficiencia} = \text{Trabajo} \cdot \text{tiempo}$$

Si se efectúa en Intervalos de tiempo iguales Δt trabajos ΔW distintos, el cuociente

$$P_{\underline{m}} := \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

da la "Potencia pro<u>m</u>edio" en el intervalo Δt.

La "Potencia momentánea / instantánea" resulta del valor límite para $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{P(t) := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W(t+\Delta t) - W(t)}{\Delta t} = \frac{dW(t)}{dt}} \quad (4.2-2)$$

$W(t)$ es el Trabajo realizado hasta el momento t.

($\Rightarrow$ compare definición de $v(t)$ en cap. 2.2)

La ecu. (4.2-2) para la Potencia no vale solamente en la Mecánica, sino también otras áreas de la Física (como Electricidad, etc. ...)

Queremos deducir desde ecu. (4.2-2) otra relación muy importante para la Mecánica y la Ingeniería Mecánica ("Maschinenbau").

El trabajo realizado en un pequeño intervalo de tiempo $[t, t+\Delta t]$ es:

$$W(t+\Delta t) - W(t) = \vec{F}(t) \cdot \Delta \vec{s}$$

de modo que

$$P(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{s}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

$$\boxed{P(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)} \qquad (4.2\text{-}3)$$

Esta fórmula sirve solamente para la Mecánica y corresponde a la fórmula $P(t) = U(t) \cdot I(t)$ en la Electricidad.

$\Rightarrow$ Potencia Mecánica se puede lograr solamente, si se recorre un camino y si la Fuerza tiene una componente en dirección del camino o de la velocidad.

Ejemplo (4.2-1): Potencia de la pendiente:

¿Con qué velocidad v un auto de la masa $m = 1000\,kg$ tiene que recorrer un camino plano con una inclinación $\alpha = 10°$, para que la Potencia – que se realiza en contra de la Fuerza de Gravedad – logre $5 \cdot 10^4 W$?

Solución:

$$P = 5 \cdot 10^4 W = F \cdot v \quad \text{con} \quad F = mg \sin\alpha$$

$$\Rightarrow v = \frac{P}{mg \sin\alpha} = \frac{5 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}174} \frac{m}{s} = 29{,}4 \frac{m}{s}$$

$$= 105{,}7 \frac{km}{h}$$

Ejemplo (4.2-2): Viaje en Canoa:

La resistencia de roce de una canoa en el agua es proporcional a la velocidad. Para mantener una velocidad constante de $v_1 = 2{,}5 \frac{m}{s}$ se necesita la Potencia $P_1 = 70 W$.

¿Cuál Potencia P_2 que se necesita para mantener una velocidad constante $v_2 = 4 m/s$?

Solución: Vale $P = F \cdot v$. Fuerza y velocidad crecen ambos un factor $4/2{,}5$.

$$\Rightarrow P_2 = P_1 (4/2{,}5)^2 = 179{,}2\ W.$$

Ejemplo (42-3): Auto/coche acelerado:

Un auto de la masa $m = 1000\,kg$ esta acelerado con la Potencia constante $P_0 = 50\,kW$ desde el reposo ($v_0 = 0$).

a) Muestra: $a \sim 1/v$ si el recorrido es sin roce.
b) Calcule $v(t)$.

Solución:

a) sin tomar en cuenta el roce vale

$$P_0 = m a v \qquad (42.-4)$$

$$\Rightarrow a \sim \frac{1}{v}$$

La aceleración del auto sin roce disminuye, si $P_0 = \text{Const.}$, con $\frac{1}{v}$.

$\Rightarrow$ Todos los conductores conocen este hecho, que la aceleración máxima va disminuyendo con el aumento de la velocidad.

(Nota: $\Rightarrow$ Si consideramos el roce del aire, la aceleración disminuye en forma más drástica con $v\nearrow$.)

Nota: Al contrario del auto, los aviones a chorro (propulsión ("jet") y los cohetes tienen una aceleración constante para todas las velocidades!

(→ si no se toman en cuenta el roce del aire y la pérdida de masa).

Razon: Los propulsores de reacción producen un Empuje F constante el cual deja crecer la Potencia $P = F \cdot v$ lineal con la velocidad v.

⇒ El Poder de un propulsor no se puede caracterizar con Potencia, sino con Fuerza, una conversión en potencia no es posible.

b) $m v \dot{v} = P_0$ o $v \frac{dv}{dt} = \frac{P_0}{m}$

Este Decu. (Ecuación Dif.) contiene al lado izquierdo las variables v, t. Transferimos dt al lado derecho:

$$\Rightarrow \quad v dv = \frac{P_0}{m} dt.$$

⇒ "Separación de variables"

⇒ ahora al lado izquierdo : solamente variable "v"
al lado derecho : ——— " ——— "t"

⇒ Integración de ambos lados :

$$\int_0^v v' dv' = \frac{P_0}{m} \int_0^t dt'$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{P_0}{m} t$$

$$v(t) = \sqrt{\frac{2P_0}{m} t}$$

⇒ Despues de 7,7s el auto tiene una velocidad de $100 \frac{km}{h}$.
⇓
Valor reducido sin tomar en cuenta el roce.

Ejemplo (4.2-4): Ciclista en las montañas:

Ciclista + Bicicleta pesan en conjunto 90kg; sobrepasa en 1 hora 1000m de diferencia en altura.

⇒ Potencia de Subida :

$$\underline{P_H} = \frac{mgh}{t} = \underline{\underline{245W}}$$

Nota: Un atleta olímpico:

puede movilizar 1200 - 1300W en Potencia mecánica por pocos segundos (un "sprint").

Rendimiento de los músculos: aprox. 20%

$\Rightarrow$ liberación de Potencia térmica de aprox. 6kW.

Potencia mecánica por un periodo de 1hr.: aprox. 400 W.

Potencia mecánica por un período de 3-4hrs.: aprox. 200-250 W.

Ejemplo (4.2-5): Aceleración máxima:

Sobre un auto de masa $m = 1000kg$ a una velocidad $v = 72\ km/h$ actua la Fuerza de roce $F_R = 600N$.

¿Que tan grande es la aceleración a esta velocidad con la Potencia máxima de $P = 50kW$?

Solución:

La Fuerza F del motor se ocupa por la aceleración del vehículo y para sobrepasar el roce:

$$P = 50\,kW = F \cdot v = (m \cdot a + F_R) \cdot v$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{m}\left(\frac{P}{v} - F_R\right) = 1{,}9\,\frac{m}{s^2} = 0{,}2g.$$

4.3 Energía:

Si se va a efectuar Trabajo sobre un cuerpo, esto resulta en la mecánica en:

- Cambio de la posición (Trabajo de elevación)
- Cambio de la forma (Trabajo de deformación)
- Cambio de la velocidad (Trabajo de aceleración)

Si el cuerpo vuelve a su estado original (posición, forma) el esta efectuando a su vez Trabajo.