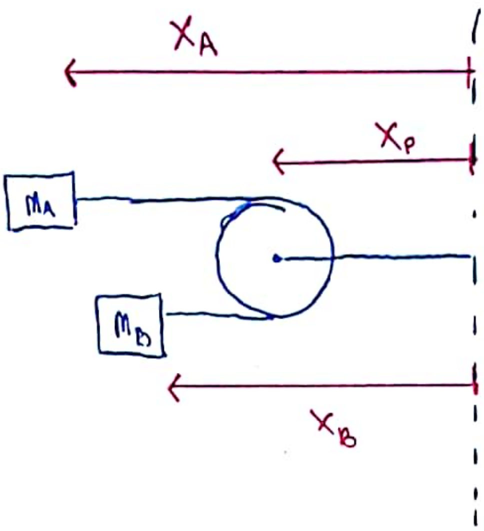
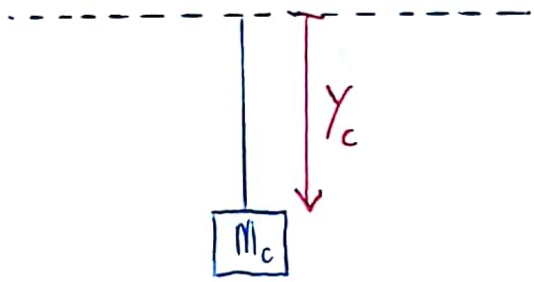
/

1. Para describir las posiciones de los objetos en movimiento colocaremos el origen del sistema de coordenadas en el borde de la superficie. De esta forma, primero en vista superior, tenemos



Y en vista frontal,



Tenemos dos cuerdas ideales en el problema (La que conecta m_A con m_B y la que conecta la polea con m_c). En consecuencia, tenemos dos ecuaciones de ligadura asociadas al tamaño fijo de las mismas.

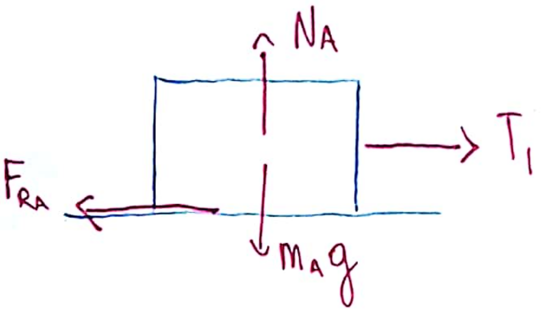
Ignorando los trozos de largo constante, tenemos que

$$x_A - x_p + x_B - x_p = \ell_1 \Rightarrow \boxed{x_A + x_B - 2x_p = \ell_1}$$

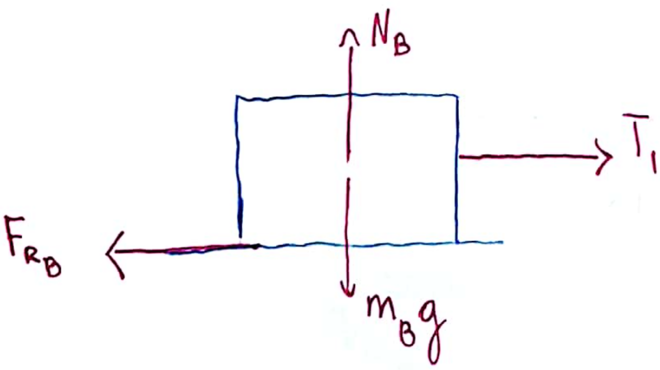
$$\boxed{x_p + y_c = \ell_2}$$

Hagamos el diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo. Para dibujar la fuerza de roce supondremos que A y B se acercan al borde (Lo cual tiene sentido pues C las está tirando)

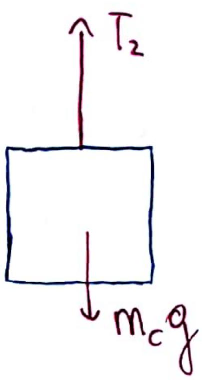
m_A



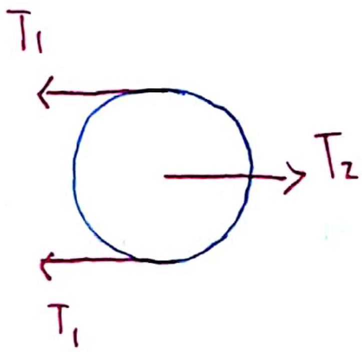
m_B



m_C



Polea móvil



Para relacionar las aceleraciones, derivamos las ecuaciones de ligadura

① $\ddot{X}_A + \ddot{X}_B - 2\ddot{X}_p = 0$

② $\ddot{X}_p + \ddot{Y}_c = 0$

Usamos ② en ① para obtener una ecuación que involucre únicamente a las cajas

③ $\ddot{X}_A + \ddot{X}_B + 2\ddot{Y}_c = 0$

Si queremos el valor de las tensiones, tendremos que utilizar $\vec{F}_{NETA} = m\vec{a}$ en cada cuerpo.

m_A: $F_{R_A} - T_1 = m_A \ddot{X}_A$ ④

$N_A - m_A g = 0$ ⑤

polea: $2T_1 - T_2 = 0$ ⑨
(Sin masa)

m_B: $F_{R_B} - T_1 = m_B \ddot{X}_B$ ⑥

$N_B - m_B g = 0$ ⑦

m_c: $m_c g - T_2 = m_c \ddot{Y}_c$ ⑧

Dado que buscamos el valor de las tensiones y no las aceleraciones, podemos tomar $\ddot{x}_A$ de 4, $\ddot{x}_B$ de 6 e $\ddot{y}_C$ de 8 para reemplazar en 3

$$\frac{F_{RA} - T_1}{m_A} + \frac{F_{RB} - T_1}{m_B} + 2\,\frac{m_c g - T_2}{m_c} = 0$$

Pero de 9, $T_2 = 2T_1$

$$\frac{F_{RA}}{m_A} + \frac{F_{RB}}{m_B} + 2g - T_1\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} + \frac{4}{m_c}\right) = 0$$

Como tenemos roce cinetico, $F_{RA} = \mu N_A = \mu m_A g$

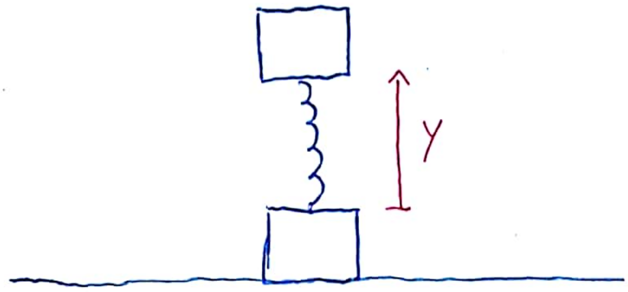
$F_{RB} = \mu N_B = \mu m_B g$

$$T_1 = \frac{2g}{\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} + \frac{4}{m_c}}(\mu + 1)$$

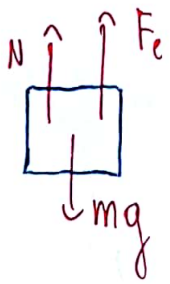
Luego, $$T_2 = \frac{4g}{\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B} + \frac{4}{m_c}}(\mu + 1)$$

2. La condición de despegarse del suelo implica perder contacto (O sea, que la fuerza normal entre el bloque inferior y el suelo se anule). Haremos un análisis de las fuerzas involucradas para encontrar el valor de la normal.

Suponiendo que el bloque de abajo no se mueve, podemos parametrizar la posición del bloque superior como sigue



Claramente, para que el bloque inferior se levante, la fuerza del resorte debe apuntar hacia arriba (Resorte estirado). Entonces, haciendo el diagrama de cuerpo libre



Con $F_e = K(Y - l_o)$

($Y > l_o$ pues el resorte está estirado)

Como el cuerpo está en equilibrio,

$$N + F_e = mg$$
$$N + K(Y - l_o) = mg$$

Cuando se pierde contacto con el suelo, $N=0$

$$K(Y_{max} - l_0) = mg$$

$$Y_{max} = l_0 + \frac{mg}{K}$$ (Altura a la cual está la caja superior cuando la inferior pierde contacto)

Ahora tenemos que calcular cuánto debe comprimirse el resorte inicialmente para que la caja superior alcance esta altura. Notemos que en el sistema actúa el peso, fuerza conservativa, fuerza elástica (Conservativa) y una fuerza normal que no hace trabajo pues la caja inferior no se mueve. Luego, la energía del sistema se conserva y podemos igualar en el instante en que está comprimido y luego en el instante en que alcanza su estiramiento máximo el resorte

$$E_i = mgY_{min} + \frac{1}{2}K(\overbrace{l_0 - Y_{min}}^{>0})^2 = mg(l_0 - \delta_0) + \frac{1}{2}K\delta_0^2$$

$$E_f = mgY_{max} + \frac{1}{2}K(Y_{max} - l_0)^2$$

Sea $\delta_0 = l_0 - Y_{min}$, la compresión inicial

Igualando, $$mgl_0 - mg\delta_0 + \frac{1}{2}K\delta_0^2 = mgl_0 + \frac{m^2g^2}{K} + \frac{1}{2}\frac{m^2g^2}{K}$$

$$\delta_0^2 - \frac{2mg}{K}\delta_0 - \frac{3m^2g^2}{K^2} = 0$$

$$\delta_0 = \frac{mg}{K} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m^2g^2}{K^2} + \frac{12m^2g^2}{K^2}} = \frac{mg}{K} \pm 2\frac{mg}{K} \Rightarrow \delta_0 = \frac{3mg}{K}$$ $\delta_0 > 0$

3. En este problema, conocemos posición y velocidad inicial y final del objeto en estudio (La masita m), y dado que no nos piden determinar ninguna fuerza en la primera parte, podemos utilizar un acercamiento de energía. Hagamos un recuento de las fuerzas presentes en el problema:

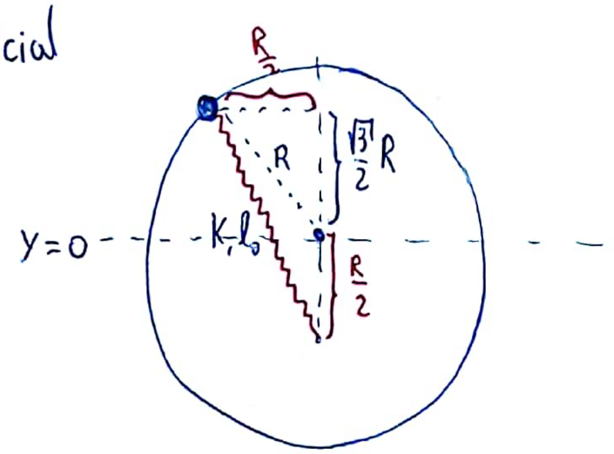
-> Peso, conservativa

-> Elástica, conservativa

-> Normal, no hace trabajo pues siempre actúa de manera ortogonal al movimiento de la masita.

Bajo esto, claramente la energía mecánica se conserva, por lo que podemos igualarla en el instante inicial (Cuando se deja caer), y en el instante final (Cuando llega al fondo)

Inicial

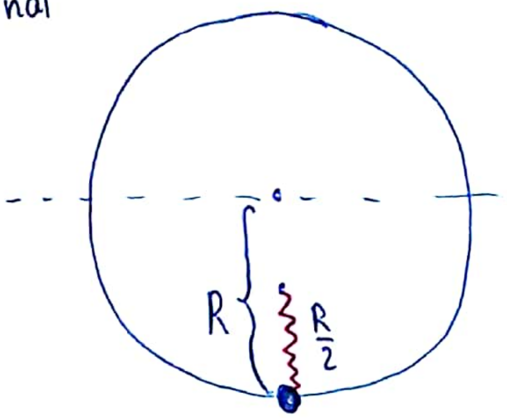


$$E_i = E_{c,i} + U_{g,i} + U_{e,i}$$
$$= mg\frac{\sqrt{3}}{2}R$$

Del dibujo, y usando pitágoras,

$$l_0^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4}(1+\sqrt{3})^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4}(1+3+2\sqrt{3})$$
$$= \frac{R^2}{4}(5+2\sqrt{3})$$

Final



$$E_f = E_{c,f} + U_{g,f} + U_{e,f}$$

$$= -mgR + \frac{1}{2}K\left(l_0 - \frac{R}{2}\right)^2$$

$$= -mgR + \frac{1}{2}K\left(\frac{R}{2}\sqrt{5+2\sqrt{3}} - \frac{R}{2}\right)^2$$

$$= -mgR + \frac{1}{8}KR^2\left(\sqrt{\underbrace{5+2\sqrt{3}}_{\Delta}} - 1\right)^2$$

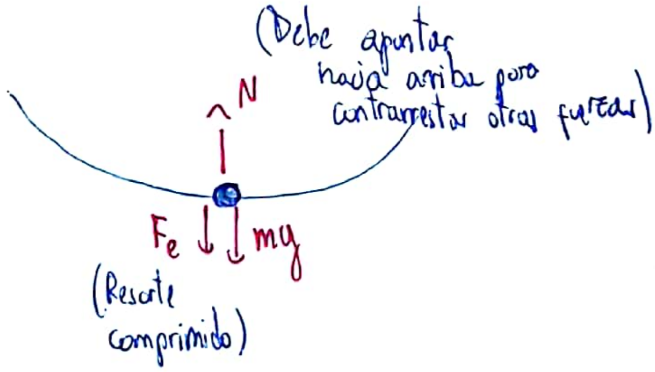
Entonces, igualando energías

$$mg\frac{\sqrt{3}}{2}R = -mgR + \frac{1}{8}KR^2\left(\sqrt{\Delta}-1\right)^2$$

$$\boxed{8mg\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right) = KR\left(\sqrt{\Delta}-1\right)^2}$$

Si conozco K, obtengo m, y viceversa

Al llegar a la parte inferior y detenerse, el diagrama de fuerzas de la masita se ve así



Tenemos equilibrio,

$$N = F_e + mg = K\left(l_0 - \frac{R}{2}\right) + mg$$

$$\boxed{N = \frac{K}{2}R\left(\sqrt{\Delta}-1\right) + mg}$$