Fis1513: Estática y Dinámica

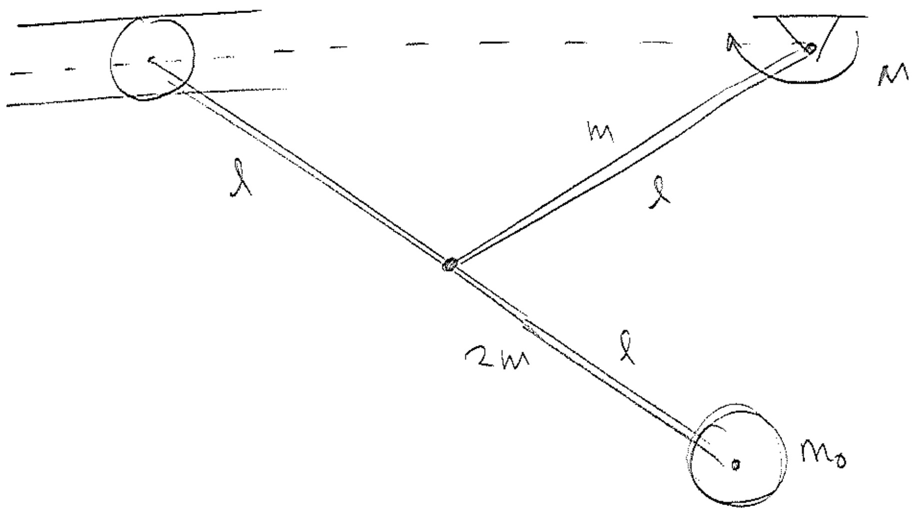
Interrogación 3

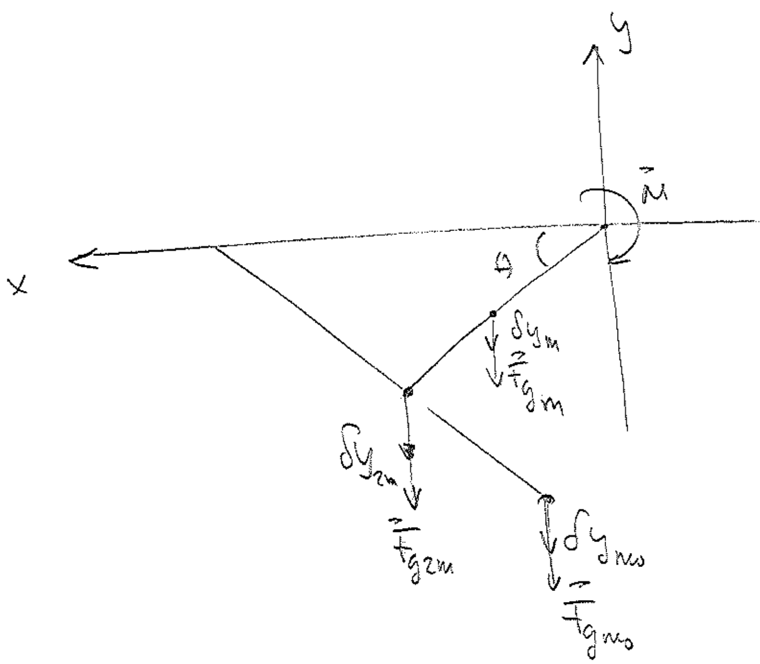
Profesores: Rafael Benguria, Roberto Rodríguez, Ignacio Reyes

Fecha: 16 de Mayo de 2013

Nombre: ______________________________

P1	
P2	
P3	





1 pto.

$$-\delta W_M + \delta W_{F_{gm}} + \delta W_{F_{g2m}} + \delta W_{F_{gm_0}} = 0$$

$$-M\,\delta\theta + mg\,\delta y_m + 2mg\,\delta y_{2m} + m_0 g\,\delta y_{m_0} = 0$$

2 pto.

$$y_m = \frac{l}{2} \operatorname{sen} \theta \qquad \delta y_m = \frac{l}{2} \cos \theta \, \delta\theta$$

$$y_{2m} = l \operatorname{sen} \theta \qquad \delta y_{2m} = l \cos \theta \, \delta\theta$$

$$y_{m_0} = 2l \operatorname{sen} \theta \qquad \delta y_{m_0} = 2l \cos \theta \, \delta\theta$$

2 pts.

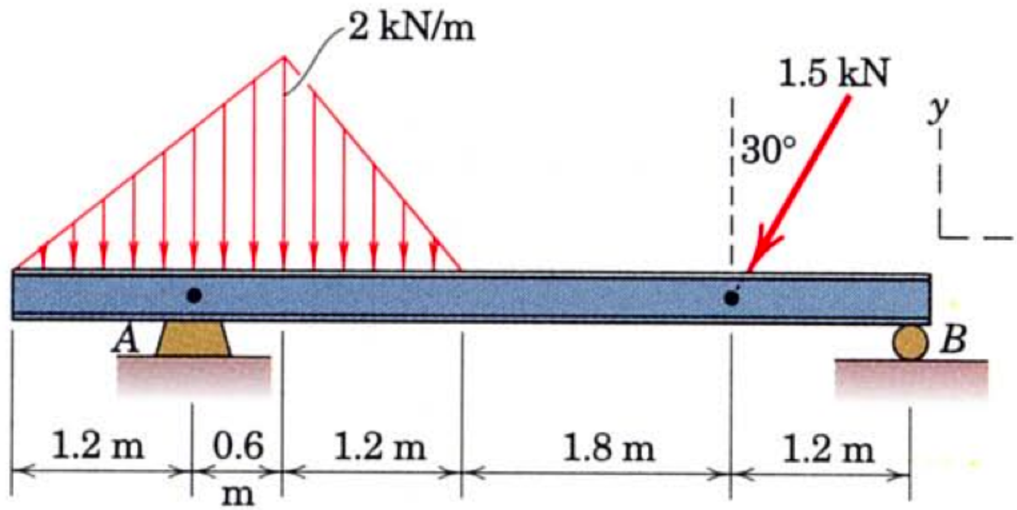
$$-M \, \delta\theta + mg \frac{l}{2} \cos \theta \, \delta\theta + 2mg \cdot l \cos \theta \, \delta\theta + m_0 g \, 2l \cos \theta \, \delta\theta = 0$$

$$M = g l \cos \theta \left[\frac{m}{2} + 2m + 2m_0 \right] \qquad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$M = g l \sqrt{3} \left[\frac{5}{4} m + m_0 \right]$$

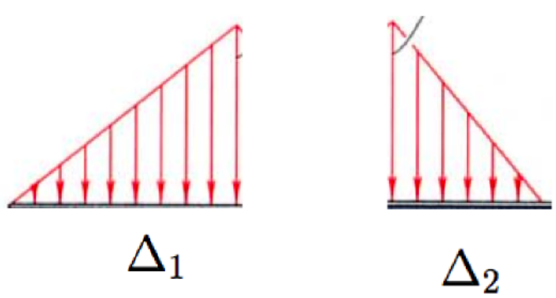
3 pts.

Pregunta 2) Calcule las reacciones externas en el soporte fijo A y en el soporte móvil B. Puede utilizar $\sin(30) = \frac{1}{2}$ y $\cos(30) \approx 0,8$.



Solución

Comenzaremos calculando la fuerza total equivalente a la distribución dada y sus puntos de aplicación. Por simplicidad, consideraremos la distribución dada como la suma de dos triángulos, Δ_1 y Δ_2 dados por



En ambos casos, la fuerza es muy simple de calcular (el área de cada triángulo) y su punto de aplicación se encuentra a una distancia de $\frac{2}{3}$ de la base, medida desde los vértices correspondientes [0,5].

Para Δ_1, la fuerza total ejercida es claramente el área

$$F_1 = \frac{1}{2} 1{,}8 \times 2\ kN = 1,8\ kN \quad [0,5] \tag{1}$$

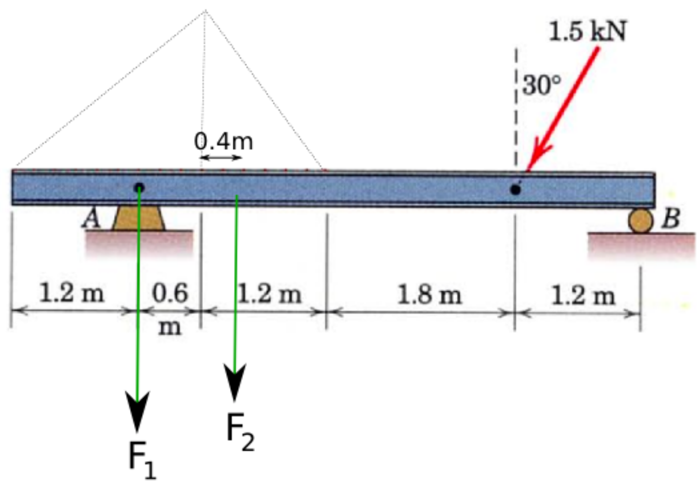
y el punto de aplicación es $\bar{x}_1 = \frac{2}{3} 1{,}8\ m = 1,2\ m$ [0,5] desde el extremo izquierdo, que coincide exactamente con la posición del soporte.

Para Δ_2, la fuerza total es

$$F_2 = \frac{1}{2}1,2 \times 2\ kN = 1,2\ kN \quad [0,5] \tag{2}$$

y el punto de aplicación se encuentra a $\frac{1}{3}1,2 = 0,4$ [0,5] hacia la derecha del punto de mayor altura del triángulo.

Con esto en mente, podemos hacer nuevamente el esquema, ahora con fuerzas localizadas [0,5]



Para calcular las reacciones externas, basta utilizar las ecuaciones de equilibrio. Comencemos con la más sencilla:

$$\sum F_x = A_x - 1,5\sin(30) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_x = 0,75\ kN}\ [1,0] \tag{3}$$

Luego, conviene usar torque con respecto al punto A:

$$\sum \tau_A = -F_2 - 3,6 \times 1,5\cos(30) + 4,8B_y = 0 \tag{4}$$

$$\Rightarrow 4,8B_y = 1,2 + 5,4 \times 0,8 = 5,52 \quad \Rightarrow \quad \boxed{B_y = \frac{5,52}{4,8} = 1,15\ kN}\ [1,0] \tag{5}$$

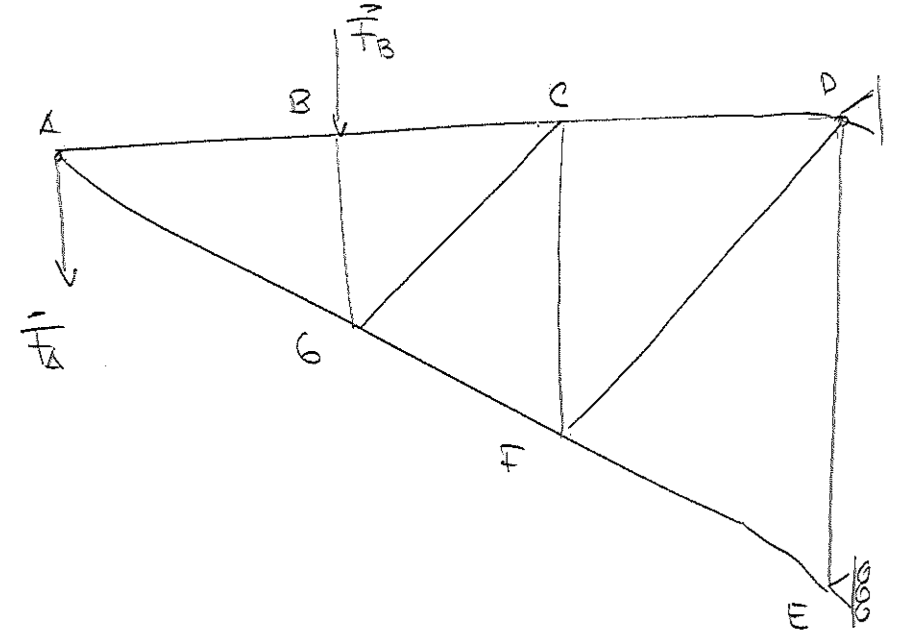
Y por último haciendo la suma vertical:

$$\sum F_y = A_y + B_y - F_1 - F_2 - 1,5\cos(30) = 0 \tag{6}$$

$$\Rightarrow A_y = F_1 + F_2 + 1,5 \times 0,8 - B_y \tag{7}$$

$$= 1,8 + 1,2 + 1,2 - 1,15 \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_y = 3,05\ kN}\ [1,0] \tag{8}$$

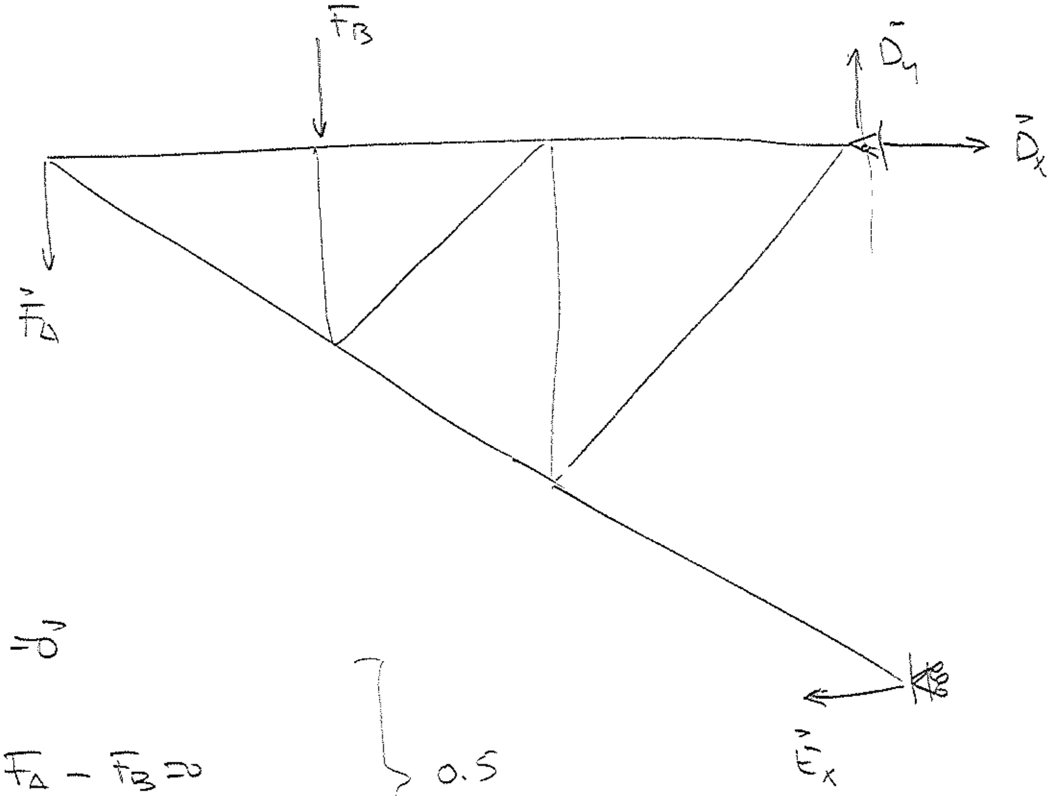
a)



$F_A = 4$ kN

$F_B = 2$ kN.

Calcular las reacciones



0.5

$$\sum_i \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$D_y - F_A - F_B = 0$$

$$D_y = F_A + F_B = 6 \text{ kN.}$$

0.5

$$\sum_i \vec{\tau}_D = \vec{0} : \quad 4F_B + 6F_A - 3E_x = 0$$

$$E_x = \frac{4F_B + 6F_A}{3} = \frac{8+24}{3} = \frac{32}{3} = 10.7 \text{ kN}$$

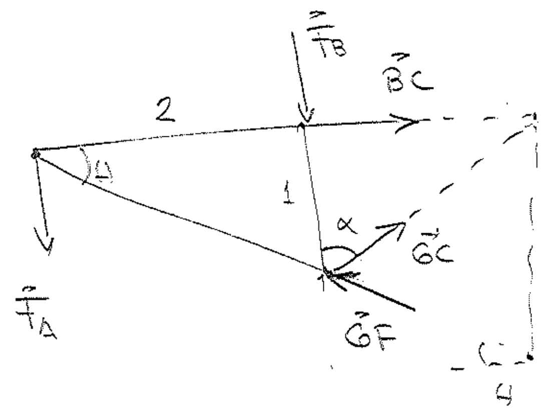
0.5

$\sum F_x = 0$

$D_x = E_x = 10.7$ kN

} 0.5.

b). Aplico el método de las secciones



$\tan A = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\tan A = \frac{|\overline{BG}|}{2}$; $|\overline{BG}| = 1$

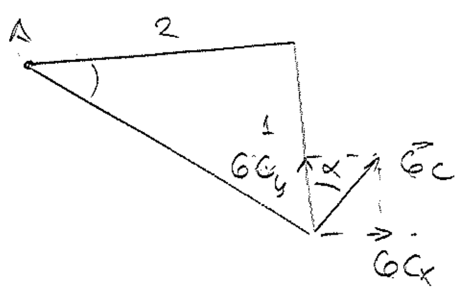
$\vec{\tau}_G = \vec{0}$

$-2F_A + BC = 0 \qquad BC = 2F_A$

} 1 pto.

$\vec{\tau}_A = \vec{0}$

$2F_B - \tau_{GC} = 0$;



$2F_B - 2GC_y - GC_x = 0$

$2F_B - \left[2\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha\right] GC = 0$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \operatorname{sen}\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$GC = \dfrac{2F_B}{2/\sqrt{5} + 2/\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2} F_B.$

} 1 pto.

$$\sum_i \vec{F}_x = \vec{0}$$

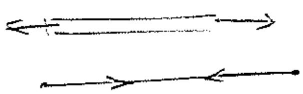
$$BC + GC \operatorname{sen}\alpha - GF \cos\theta = 0 \qquad \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

$$GF = \left[2F_A + \frac{\sqrt{5}}{2} F_B\right] \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}\, F_A + \frac{10}{4} F_B.$$

1 pto.

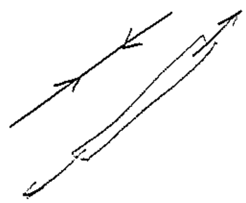
c)

BC



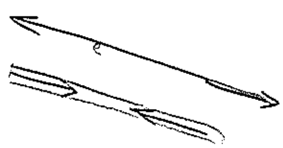
Tracción

GC



Tracción

GF



Compresión

1 pto.