Estática y Dinámica

Energía y Trabajo

Definición:

Energía [del griego ἐνέργεια [*enérgueia*], “actividad”, “operación”; de ἐνεργός [*energós*], “fuerza de acción” o “fuerza trabajando”] se define como la capacidad de realizar trabajo.

Es.wikipedia.org/wiki/Energía

La energía es una propiedad de los sistemas físicos (no un estado físico real) transferible entre los mismos (vía interacciones fundamentales) que puede ser convertida en forma pero no creada o destruida.

ENERGIA

Existen muchas formas de energía pero todas ellas deben satisfacer ciertas condiciones como que se conviertan en otros tipos de energía obedeciendo su ley de conservación. Las formas más comunes de energía incluyen:

Energía cinética, relativa al movimiento.

Energía potencial, asociada a la posición dentro de un campo de fuerzas conservativo

Energía mecánica que es una combinación de las anteriores.

ENERGIA

En electromagnetismo se tiene la energía electromagnética que se compone de:

Energía de radiación, que poseen las ondas electromagnéticas

Energía calórica, la cantidad de energía que la unidad de masa de materia puede desprender al producirse una reacción química de oxidación.

Energía potencial eléctrica asociada a la diferencia de potencial entre dos puntos

Unidades de medida

Joule

Caloría

caloría

Kilowatt-hora

eV

Unidades de medida

Caloría= 1000 calorías=1 kcal

1 kcal=4184 Joules≈4200 J

1 wh=3600 Joules

1kWh=3.600.000 Joules

Objeto	Kcal (or watt-hours)	Joules	Compared with TNT
Bullet (at sound speed, 1000 ft/s)	0.01	40	0.015
Battery (auto)	0.03	125	0.05
Batery (alkaline flashlight)	0.15	600	0.23
TNT (trinitrotoluene)	0.65	2700	1
Modern high explosive (PETN)	1	4200	1.6
Chocolate chip cookies	5	21000	8
Coal	6	27000	10
Butter	7	29000	11
Alcohol (ethanol)	6	27000	10
Gasoline	10	42000	15
Natural Gas (Methane, CH_4)	13	54000	20
Hydrogen gas or liquid (H_2)	26	110000	40
Asteroind or meteor (30 km/s)	100	450000	165
Uranium-235	20.000.000	82 billon	30 millon

Cantidad de energía en un gramo

Hiroshima: 13.000 Tons de TNT

The first nuclear weapon was detonated as a test by the United States at the Trinity site on July 16, 1945, with a yield approximately equivalent to 20 kilotons of TNT. The first hydrogen bomb, codenamed "Mike", was tested at the Enewetak atoll in the Marshall Islands on November 1, 1952 (local date), also by the United States. The largest nuclear weapon ever tested was the "Tsar Bomba" of the Soviet Union at Novaya Zemlya on October 30, 1961, with the largest yield ever seen (as of December 2013), an estimated 50–58 megatons.

Nagasaki: 18.000 Tons de TNT

Korea del Norte 400 Tons de TNT

2001

60 toneladas de Gasolina

900 toneladas de TNT

A través de las Leyes de Newton relacionamos **aceleración** con **Fuerza**:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Con **a** determinamos la velocidad y la posición en cualquier instante de tiempo:

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \int_0^t \vec{a}(\tau)\, d\tau$$

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \int_0^t \vec{v}(\tau)\, d\tau$$

VEREMOS AHORA UNA NUEVA FORMA DE RELACIONAR FUERZA CON MOVIMIENTO….

Consideremos el problema en una dimensión en el que una fuerza F actúa sobre un cuerpo.

Ecuación del movimiento

$$m\frac{dv}{dt} = F$$

Multipliquemos por dx, e integremos,

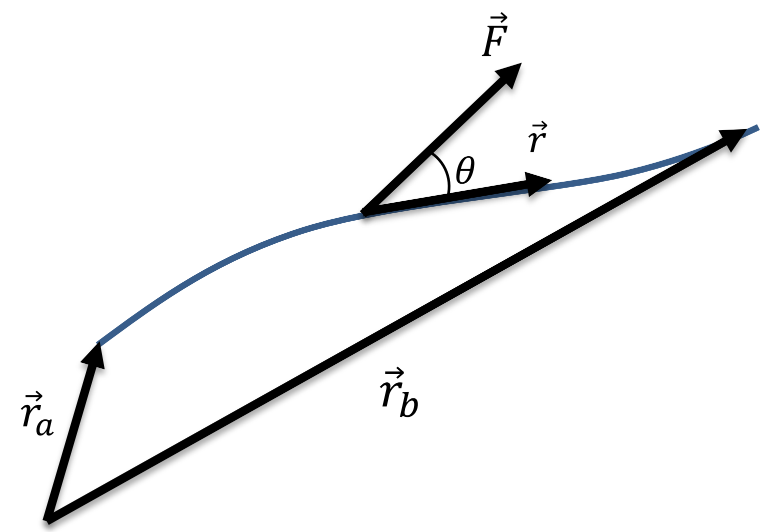
$$\int_{x_a}^{x_b} m\frac{dv}{dt}\,dx = \int_{x_a}^{x_b} F(x)\,dx\,.$$

$$dx = \frac{dx}{dt}dt = vdt$$

$$\int_{t_a}^{t_b} m\,\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) dt = \int_{x_a}^{x_b} F(x)\,dx$$

$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_{x_a}^{x_b} F(x)\,dx\,.$$

En 3D tenemos,



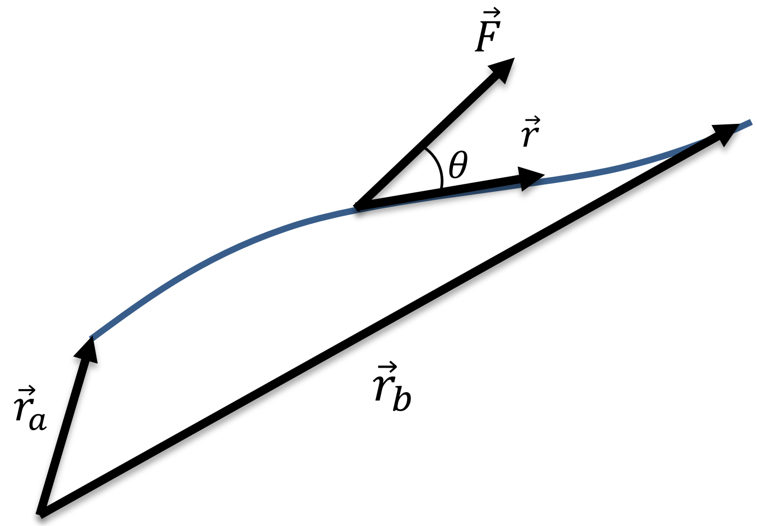
$$\frac{1}{2}mv_b^2 - \frac{1}{2}mv_a^2 = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r})\cdot\, d\vec{r}$$

Definimos

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía Cinética [J]=[kgm^2/s^2]

La **integral de línea** de la derecha la llamaremos Trabajo W de la Fuerza F.
W es el trabajo realizado por la fuerza F para llevar la partícula a lo largo de camino (trayectoria) entre el punto A y B.



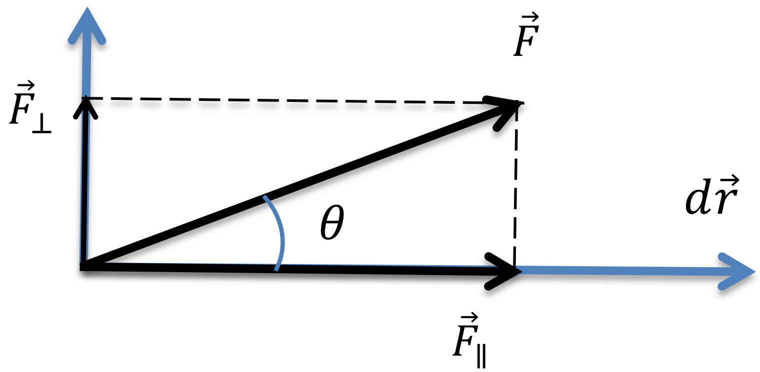
$$W_{a,b} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r}$$

TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

La variación de la energía cinética entre los instantes t_a y t_b es igual al trabajo realizado por la fuerza F sobre la partícula desde $\vec{r}_a$ hasta $\vec{r}_a$ a lo largo de la trayectoria.

$$\Delta K = K(t_b) - K(t_a) = W_{\vec{r}_a(t_a),\vec{r}_b(t_b)}$$

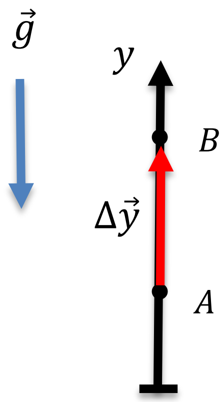
Ejemplo 1: Trabajo de una fuerza constante.



$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_\parallel \int dr = F_\parallel \Delta r = F \Delta r \cos\theta$$

Ejemplo 2

Trabajo de la fuerza de gravedad cuando una partícula se mueve de un punto A a un punto B como mostrado en la figura



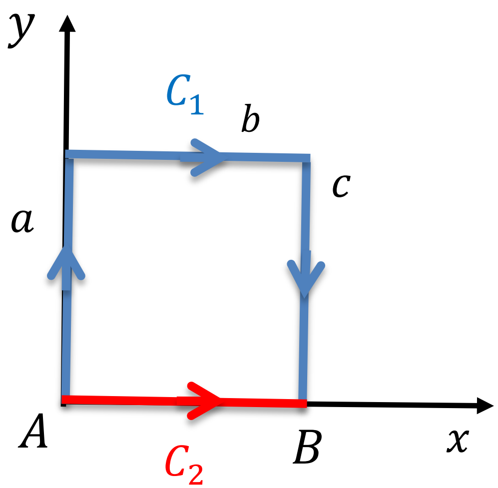
$$\vec{F}_g = -mg\hat{k}$$

$$W_{Fg} = -mg\int dz = -mg\Delta z$$

$$W_{a,b} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r}\,,$$

Integrales que dependen del camino

Ejemplo, calcular el trabajo realizado por la fuera de roce cuando un cuerpo se mueve de A a B para las dos trayectorias mostradas en la figura



Integrando por C1

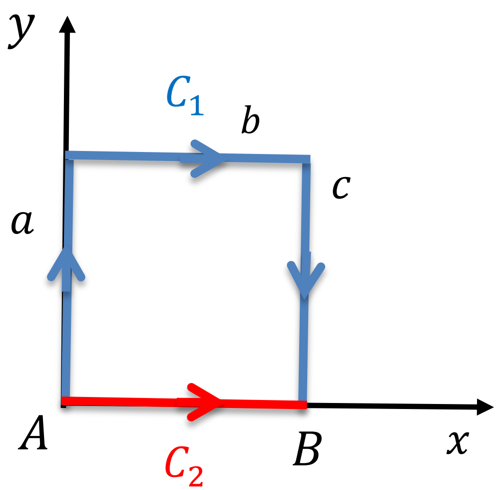
$$\int_A^B \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = \int_{(x=0,y=0)}^{(x=0,y=1)} \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} + \int_{(x=0,y=1)}^{(x=1,y=1)} \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r}$$

$$+ \int_{(x=1,y=1)}^{(x=1,y=0)} \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r}$$

$$\int_A^B \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -3\mu N$$

Integrales que dependen del camino

Ejemplo, calcular el trabajo realizado por la fuera de roce cuando un cuerpo se mueve de A a B para las dos trayectorias mostradas en la figura



Integrando por C2

$$\int_A^B \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -\mu N \int_{(x=0,y=0)}^{(x=1,y=0)} \hat{\imath} \cdot \hat{\imath} \, dx$$

$$\int_A^B \vec{f}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -\mu N$$

Esto nos lleva a establecer una diferencia entre las fuerzas para las cuales el trabajo depende de sólo los puntos inicial y final y para las que no (como la fuerza de roce del ejemplo anterior).

$$W_{C_1} \neq W_{C_2}$$

Fuerzas Conservativas

Fuerzas Conservativas

Fuerzas para las cuales el trabajo que realizan entre dos puntos sólo depende de estos y no del camino que los une.

$$W_{a,b} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

donde $U(\vec{r})$ es una función definida por la expresión anterior conocida como función *Energía potencial*

Fuerzas Conservativas

$$W_{a,b} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

$$\vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = -dU$$

Fuerzas Conservativas

$$W_{a,b} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -\int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} dU = -\Delta U$$

Del teorema del trabajo y la energía cinética:

$$W_{\vec{r}_a,\vec{r}_b} = \Delta K$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta[K + U] = 0$$

$K + U = E$ (Energía Total)

$\Delta E = 0 \quad \Rightarrow \quad E(t_a) = E(t_b)$

…

El valor de E queda determinado por el estado inicial del sistema (velocidad inicial, posición inicial). A esta constante la llamamos:

ENERGÍA TOTAL DE LA PARTÍCULA

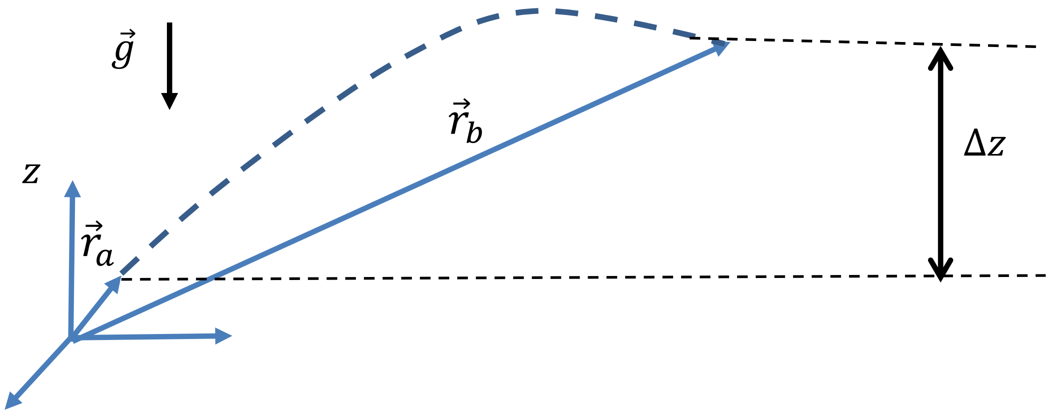
Comentarios

I. En la determinación de la energía potencial, el origen de coord. puede ser elegido arbitrariamente. En otras palabras, existe libertad para elegir el nivel cero de energía potencial (una vez elegido este nivel cero, se debe mantener fijo)

Comentarios

II. La ecuación de conservación de la energía es una ecuación escalar al contrario de la Segunda Ley de Newton.

Energía potencial debida al campo gravitatorio.



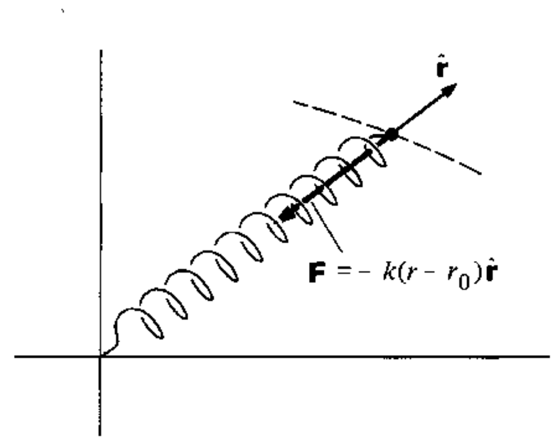
$$U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a) = -\int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot\, d\vec{r} = mg \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \hat{k} \cdot\, d\vec{r} = mg \int_{z_a}^{z_b} dz\,,$$

$$U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a) = mgz_b - mgz_a$$

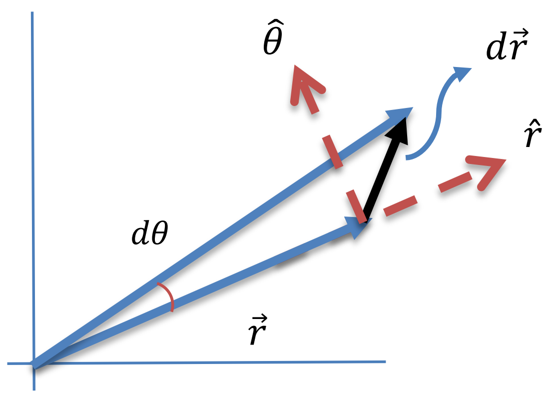
En general: $U_g = -m\vec{g} \cdot \vec{r}$

Energía potencial debida a fuerza elástica

$$\vec{F} = -k(r - r_0)\hat{\boldsymbol{r}}$$



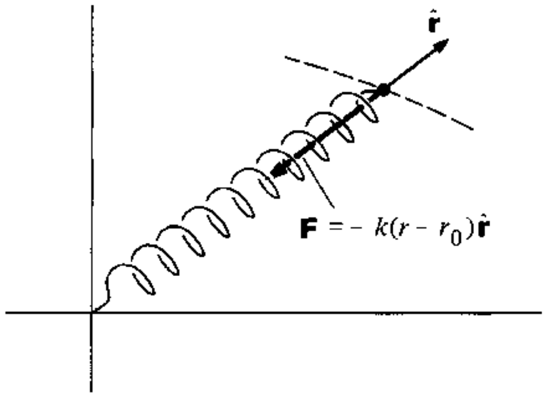
$$U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a) = -\int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r}) \cdot \, d\vec{r} = k\int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} (r - r_0)\, \hat{r} \cdot \, d\vec{r}\,,$$



$$d\vec{r} = \; dr\hat{r} + rd\theta\hat{\theta}$$

$$\hat{r} \cdot \, d\vec{r} = dr$$

$$U(r) - U(r_a) = \frac{k}{2}(r - r_0)^2\Big|_{r_a}^{r} = \frac{k}{2}(r - r_0)^2 + \frac{k}{2}(r_a - r_0)^2,$$



$$U(r) = \frac{k}{2}(r - r_0)^2 + U(r_0)$$

Y tomando por convención la energía potencial igual a cero en equilibrio $U(r_0) = 0$,

$$U(r) = \frac{k}{2}(r - r_0)^2$$

Fuerzas Conservativas

Si F deriva de un potencial la energía mecánica se conserva.

$$E(t_2) = E(t_1)$$

Si varias fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo:

$$W_{Total} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r})_1 \cdot \, d\vec{r}_1 + \cdots + \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{F}(\vec{r})_i \cdot \, d\vec{r}_i + \cdots$$

$$= -\Delta U_1 - \cdots \Delta U_i - \cdots = \Delta K$$

$$\Delta K + \sum_i \ \Delta U_i = 0$$

$$\mathrm{E(t_2) = E(t_1)}$$

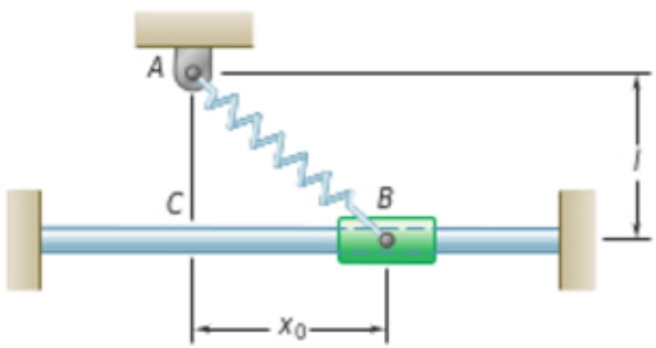
$$\mathrm{E = K + \sum_i U_i}$$

Ejemplo 1

Una masa m es lanzada verticalmente con velocidad inicial v_0. ¿Cuál es la altura máxima asumiendo que la fuerza de gravedad es constante y despreciando el roce?

Ejemplo 2

El resorte AB de constante k de la figura abajo está unido al soporte A y al collar B de masa m. La longitud natural del resorte es l.
Conociendo que el collar se libera desde el reposo en $x = x_0$ y que el roce es despreciable, determine la velocidad del collar cuando pasa por el punto C.



Fuerzas **No** Conservativas

Fuerzas No Conservativas

Las Fuerzas que no derivan de un potencial y para las cuales el trabajo depende del camino las llamaremos fuerzas no conservativas.

$$\Delta E = W_{f_{no-conservativas}}$$