

5. Impulso / Momento y Momento de Rotación

(≡ Momento lineal) y (Momento angular):

5.1 El "Golpe de Fuerza":

Capítulo 3.2: a) Definición del Impulso / Momento
como $\vec{p} := m\vec{v}$ (5.1-1)

b) 2º Axioma de Newton (forma más general):

$$\begin{aligned}\vec{F} = \dot{\vec{p}} &= \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{v} + m\vec{a} = \\ &= m\vec{v} + ma \quad (5.1-2)\end{aligned}$$

Solamente para masas constante vale:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (m = \text{const.}) \quad (5.1-3)$$

En un "Golpe de Billard" o un "golpe de Martillo"
y en muchas otras ocasiones la acción de la
Fuerza es tan corta que la aceleración $a(t)$
y por eso la Fuerza $F(t)$ no está conocida en
forma detallada. Solamente el resultado
esta conocido (e.g. el cambio de velocidad e
impulso durante de la acción de la Fuerza.)

Experiencia: Cambios dependen de magnitud y duración de la Fuerza.

Para calcular el cambio del Impulso como consecuencia de un "golpe de Fuerza", consideramos el caso más simple:

Fuerza constante $F(t) = F_0$ actúa en dirección x a una partícula, libremente móvil en x con la velocidad v_0 .

Calculamos el producto $F_0 t$ de Fuerza F_0 constante y duración de la acción de la Fuerza.

⇒ $F_0 t$ tiene Dimensión de Impulso

⇒ probablemente = a cambio de Impulso por acción de la Fuerza

$$F_0 t = m \Delta v$$

$$\text{con } v(t) = v_0 + at \quad \circ \quad t = (v(t) - v_0) / a$$

$$\Rightarrow F_0 t = m[v(t) - v_0] = p(t) - p_0$$

para Fuerzas constantes (5.1-9)

137

para Fuerzas $\vec{F}(t)$ no-constante, así having la Integración de la ecu.

$$\vec{F}(t) = \frac{d}{dt} \vec{p}(t)$$

para el tiempo da:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \vec{p}(t) dt$$

→ El integral sobre $\vec{p}(t)$ en el intervalo t_1, t_2 es igual a la Variación/cambio de la función $\vec{p}(t)$ en este intervalo:

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)} \quad (5.1-5)$$

La variación del Impulso / Momento de un cuerpo es igual al Integral del tiempo de la Fuerza total, actuando sobre el cuerpo.

Este Integral del tiempo se llama

"Golpe de Fuerza" o "Kraftstoß"

138

La ecu. (5.1-5) resulta en la siguiente interpretación de la dimensión Física abstracta del Impulso / Momento:

El Impulso es un Golpe de Fuerza almacenado, una "reserva" de "Golpe de Fuerza". Esta reserva es el resultado de la acción de una Fuerza durante un cierto tiempo.

Al revés el Impulso, es decir el "Golpe de Fuerza almacenado" es capaz de realizar una Fuerza durante un cierto tiempo, mientras el Impulso / Momento se disminuya.

Ejemplo 5.1-1: Golpe de Martillo:

Sobre un cuerpo de la masa $m = 11\text{kg}$ en reposo actúa durante un intervalo de tiempo $[0, t_0]$ muy pequeño un corto golpe de martillo con la Fuerza

$$F(t) = F_0 \sin \omega t \quad \text{con } F_0 = 2 \cdot 10^3 \text{ N} \quad \text{y} \quad \omega = 10^3 \text{ s}^{-1}$$

Calcule la velocidad de la masa después del golpe con el martillo.

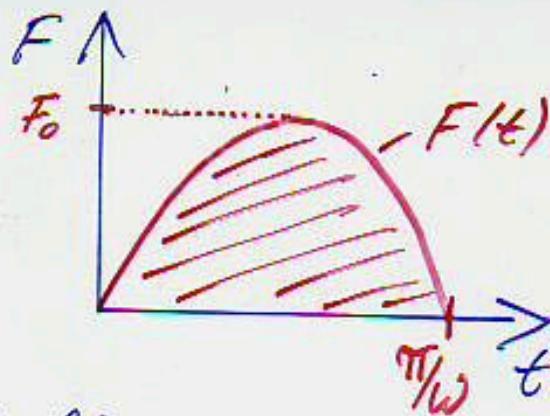


Fig.(5.1-n): El golpe de martillo se describe por una Fuerza armónica.

Solución:

Después del golpe el Impulso / Momento es igual al área Sombreada III en la Fig.(5.1-n):

$$P = mv = \int_0^{\pi/\omega} F_0 \sin \omega t dt = -\frac{F_0}{\omega} \cos \omega t \Big|_0^{\pi/\omega} =$$

$$= -\frac{F_0}{\omega} (\cos \pi - \cos 0)$$

$$= 4 Ns$$

$$\Rightarrow v = \frac{P}{m} = 4 \frac{m}{s}$$

→ Medidor de Fuerza

(e.g. equipo PASCO en el Lab. de Doc.)

Ejemplo (5.1-2): Fuerza media:

140

Una pelota de masa m y con velocidad v vuela perpendicular a una muralla y se reflectará en forma totalmente elástica.

¿Cuál es la fuerza media \bar{F} de la pelota sobre la pared, si el tiempo de colisión es Δt ?

Solución:

El cambio del impulso / momento es:

$$\Delta P = mv - m(-v) = 2mv = \int_0^{\Delta t} F(t) dt = \bar{F} \Delta t$$

(recuerde: el valor promedio \bar{f} de una función f en el intervalo $[a, b]$ es: $\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$)

$$\Rightarrow \bar{F} = \frac{2mv}{\Delta t}$$

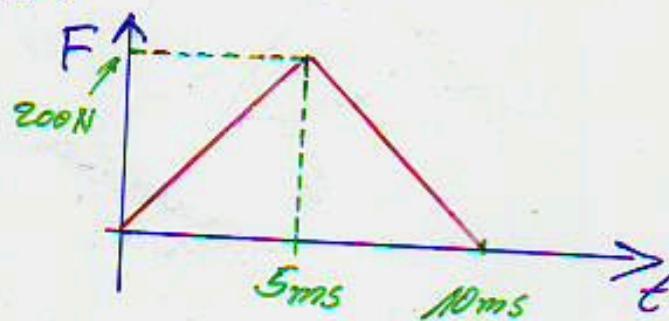
Nota: Si la pelota queda pegada en la pared como un chicle, el valor del cambio del impulso es solo mv y la Fuerza media es $\bar{F} = mv/\Delta t$.

Ejemplo (5.1-3):

Velocidad después de un "golpe de fuerza":

En el juego de minigolf se golpeará la pelota en reposo de una masa de $m = 0,1\text{kg}$. El transcurso de tiempo de la Fuerza del "palo" (batiolar) sobre la pelota se aproximarán por una función triangular.

¿Con qué velocidad v sale despedida/lanzada la pelota?



Solución:

Según la ecuación (5.1-5) el cambio de impulso es:

$$\rho(t) - \rho(0) = \rho(t) = m \cdot v = \int_0^t F(t') dt' = 200\text{ N} \cdot 5\text{ ms} = 1\text{ Ns}$$

↑
area bajo el
triángulo

$$V = \frac{1\text{ Ns}}{0,1\text{ kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$