Enunciado para problemas 1 a 6.
Una partícula de masa m se mueve sobre una superficie horizontal, perfectamente lisa y sin roce, representada por el plano $x-y$, bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = -k(\hat{\imath}x + \hat{\jmath}y)$. Inicialmente ($t = 0$), la partícula está en la posición mostrada en la figura abajo, a una distancia L respecto del origen, con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = v_0\hat{\jmath}$.

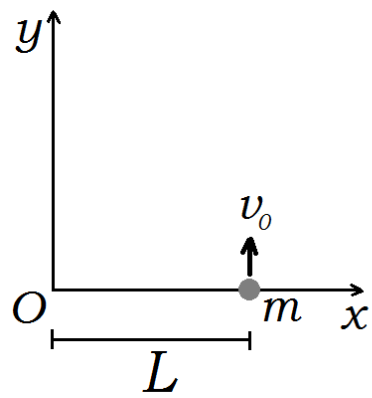

Figura 1: problemas 1 a 6.

Problema 1. Las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento de la partícula en coordenadas CARTESIANAS $(x(t), y(t))$ son

a) $\ddot{x} - (k/m)x = 0, \qquad \ddot{y} - (k/m)y = 0$
b) $\ddot{x} + (k/m)x = 0, \qquad \ddot{y} + (k/m)y = v_0$
c) $\ddot{x} + kx = 0, \qquad \ddot{y} + ky = 0$
d) $\ddot{x} + (k/m)x = 0, \qquad \ddot{y} + (k/m)y = 0$

Problema 2. El conjunto completo de condiciones iniciales para el sistema, expresadas en coordenadas cartesianas, son

a) $x(0) = L$, $\dot{x}(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = v_0$
b) $x(0) = L$, $\dot{x}(0) = v_0$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 0$
c) $x(0) = L$, $\dot{x}(0) = 0$, $y(0) = v_0$
d) $x(0) = L$, $\dot{x}(0) = v_0$, $y(0) = 0$

Problema 3. Las ecuaciones diferenciales que describen el movimiento de la partícula en coordenadas POLARES: $(x, y) = (\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)$ son

a) $\rho\dot{\theta} = v_0, \qquad \ddot{\rho} = -k\rho/m$
b) $\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 = -k\rho/m, \qquad 2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta} = 0$
c) $\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 = -k\rho/m, \qquad L\dot{\theta} = v_0$
d) $-L\dot{\theta}^2 = -k\rho/m, \qquad \rho = L$

Problema 4. El conjunto completo de condiciones iniciales para el sistema, expresadas en coordenadas polares, son

a) $\rho(0) = L$, $\dot{\rho}(0) = 0$, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = v_0/L$
b) $\rho(0) = L$, $\dot{\rho}(0) = 0$, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = v_0$
c) $\rho(0) = 0$, $\dot{\rho}(0) = v_0$, $\theta(0) = 0$
d) $\rho(0) = L$, $\dot{\rho}(0) = v_0$, $\theta(0) = 0$

Problema 5. Suponga que la trayectoria en coordenadas cartesianas está dada por

$$\vec{r}(t) = \hat{\imath}\, L \cos(\sqrt{k/m}\, t) + \hat{\jmath}\, v_0 \sqrt{m/k}\, \sin(\sqrt{k/m}\, t).$$

El primer instante $t^* > 0$ en la que la componente v_y de la velocidad se anula está dado por

a) $t^* = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$
b) $t^* = \dfrac{L}{v_0}$
c) $t^* = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$
d) $t^* = \pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

Problema 6. La trayectoria en el plano $x - y$ descrita en el problema (5) corresponde a

a) una elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ con semi-ejes $a = L$ y $b = \sqrt{m/k}\, v_0$
b) una espiral $\rho = e^{-k\theta}$
c) una circunferencia de radio L
d) una circunferencia de radio $\sqrt{m/k}\,(v_0/L)$

Enunciado para problemas 7 a 9.

Un bloque de masa M se apoya sobre un platillo de masa despreciable que está sujeto firmemente al extremo superior de un resorte en posición vertical como lo indica la figura abajo. El extremo inferior del resorte está fijo al suelo. El resorte tiene un largo natural l_0 y constante elástica k.

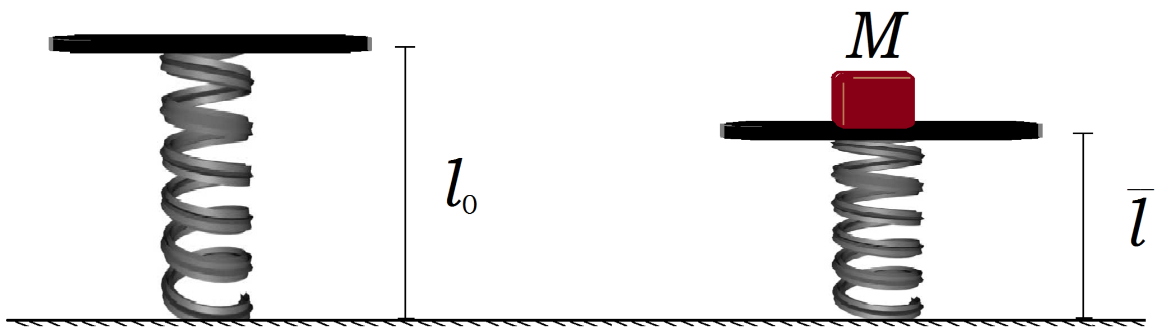

Figura 2: problemas 7 a 9.

Problema 7. ¿Cuál es la longitud $\bar{l}$ de equilibrio del sistema cuando la masa M reposa sobre el platillo?

a) $\bar{l} = l_0 - \frac{Mg}{k}$

b) $\bar{l} = l_0 - \frac{Mg}{2k}$

c) $\bar{l} = \frac{Mg}{k}$

d) $\bar{l} = l_0 + \frac{Mg}{k}$

Problema 8. Imagine que comprimimos el resorte de manera que su largo sea l (con $l < \bar{l}$, $\bar{l}$ del problema anterior). ¿Cuál es el mínimo valor de l para que una vez liberado el sistema, el bloque de masa M alcance a separarse del platillo?

a) $l = l_0 + \frac{2Mg}{k}$

b) $l = l_0 - \frac{2Mg}{k}$

c) $l = l_0 - \frac{Mg}{k}$

d) $l = l_0 + \frac{Mg}{k}$

Problema 9. Imagine que comprimimos nuevamente el resorte de manera que su largo sea ahora d. Suponga que con este largo, al liberar el sistema, el cuerpo de masa M logra separarse del platillo. ¿Qué velocidad tiene el cuerpo cuando el resorte alcanza su largo natural?

a) $v = \sqrt{(l_0 + d)\left[\frac{k}{m}(l_0 + d) - 2g\right]}$

b) $v = \sqrt{(l_0 + d)\left[\frac{k}{m}(l_0 + d) + 2g\right]}$

c) $v = \sqrt{(l_0 - d)\left[\frac{k}{m}(l_0 - d) - 2g\right]}$

d) $v = \sqrt{(l_0 - d)\left[\frac{k}{m}(l_0 - d) + 2g\right]}$

Enunciado para problemas 10 a 15.

Un bloque A de masa m_1 descansa sobre un plano horizontal muy grande con un agujero de tamaño despreciable en el centro, y por el cual pasa una cuerda inextensible de masa despreciable y longitud constante $L = \rho_0 + z$ (figura abajo). La cuerda conecta al bloque A con un bloque B de masa m_2 que cuelga. La superficie de contacto entre el bloque A y el plano es caracterizada por un coeficiente de fricción estático μ_s y uno dinámico μ_k. La fricción entre la cuerda y el plano es despreciable. Considere que el plano gira con una frecuencia angular ω y que el centro de rotación está ubicado justo en el agujero, como muestra la figura.

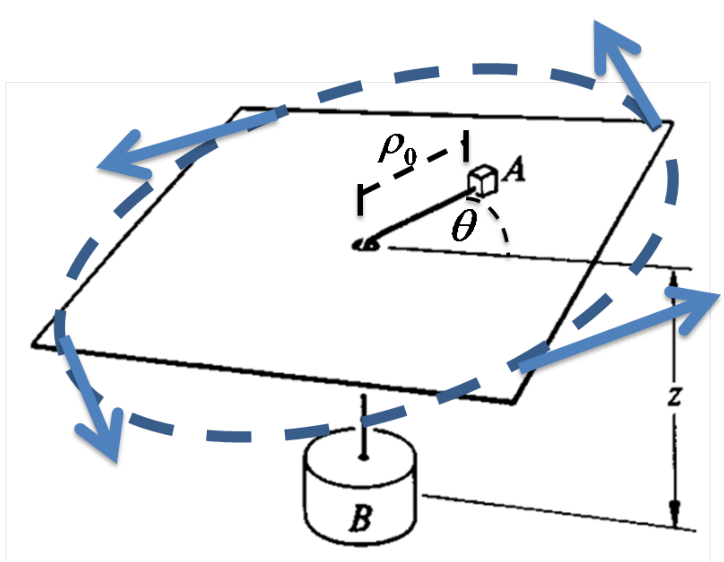

Figura 3: problemas 10 a 15.

Problema 10. Si $\omega = 0$ y las masas no se mueven ¿cuál es la tensión T de la cuerda?

a) $T = \mu_s m_2 g$
b) $T = m_1 g$
c) $T = \mu_k m_1 g$
d) $T = m_2 g$

Problema 11. Si $\omega = 0$ y las masas se mueven aceleradamente, ¿cuál es el valor y sentido de la aceleración a del bloque B?

a) $a = \dfrac{m_2\mu_k - m_1}{m_1 + m_2} g$
b) $a = \dfrac{m_2 + m_1\mu_k}{m_1 - m_2} g$
c) $a = \dfrac{m_2 - m_1\mu_k}{m_1 + m_2} g$
d) $a = \dfrac{m_2 + m_1\mu_k}{m_1 + m_2} g$

Problema 12. Si la superficie gira con una frecuencia angular constante y el bloque B no se mueve, ¿cuál es el valor mínimo que puede tomar ω?

a) $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{m_2 - m_1\mu_s}{m_2}\dfrac{g}{\rho_0}}$
b) $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{m_2 + m_1\mu_s}{m_2}\dfrac{g}{\rho_0}}$
c) $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{m_2 - m_1\mu_s}{m_1}\dfrac{g}{\rho_0}}$
d) $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{m_2 - m_1\mu_s}{m_2 + m_1}\dfrac{g}{\rho_0}}$

Problema 13. Si la superficie gira con una frecuencia angular constante y el bloque B no se mueve, ¿cuál es el valor máximo que puede tomar ω?

a) $\omega_{\text{max}} = \sqrt{\frac{m_2 + m_1\mu_s}{m_2}\frac{g}{\rho_0}}$

b) $\omega_{\text{max}} = \sqrt{\frac{m_1\mu_s - m_2}{m_2}\frac{g}{\rho_0}}$

c) $\omega_{\text{max}} = \sqrt{\frac{m_2 + m_1\mu_s}{m_1}\frac{g}{\rho_0}}$

d) $\omega_{\text{max}} = \sqrt{\frac{m_2 + m_1\mu_s}{m_2 - m_1}\frac{g}{\rho_0}}$

Problema 14. Ahora suponga que la rotación de la superficie inicialmente está con frecuencia mínima y comienza a acelerar constantemente, con una aceleración angular α conocida. ¿Cuánto es el tiempo total t transcurrido durante el cual el bloque B no se mueve?

a) $t = \frac{\sqrt{\omega_{\text{max}}^2 - \omega_{\text{min}}^2}}{\alpha}$

b) $t = \frac{\sqrt{\omega_{\text{max}}^2 + \omega_{\text{min}}^2}}{\alpha}$

c) $t = \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\alpha}$

d) $t = \frac{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}}{\alpha}$

en donde ω_{min} y ω_{max} son las frecuencias críticas descritas en los problemas (12) y (13).

Problema 15. Con las mismas condiciones del problema anterior, ¿cuánto será el ángulo total θ recorrido durante el cual el bloque B no se mueve?

a) $\theta = \frac{(\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}})^2}{2\alpha}$

b) $\theta = \frac{(\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}})^2}{2\alpha}$

c) $\theta = \frac{\omega_{\text{max}}^2 - \omega_{\text{min}}^2}{2\alpha}$

d) $\theta = \frac{\omega_{\text{max}}^2 + \omega_{\text{min}}^2}{\alpha}$

en donde ω_{min} y ω_{max} son las frecuencias críticas descritas en los problemas (12) y (13).