



# Estática y Dinámica: Examen.

Facultad de Física      Facultad de Ingeniería

Lunes 28 de Noviembre de 2016

Nombre:

#Alumno:

Rut:

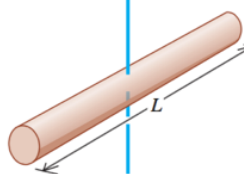
## Instrucciones:

- Tiene 150 minutos para resolver los siguientes problemas.
- Marque en un círculo solo la alternativa que considere correcta en la hoja de respuesta.
- Todos los problemas tienen el mismo peso en la nota final.
- Las respuestas incorrectas descuentan 1/4 de pregunta correcta.
- No está permitido utilizar calculadora ni teléfono celular.

Versión: 20161127\_1911

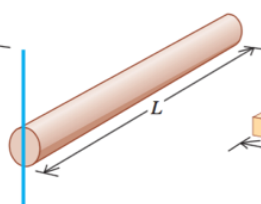
a) Varilla delgada,  
eje por el centro

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$



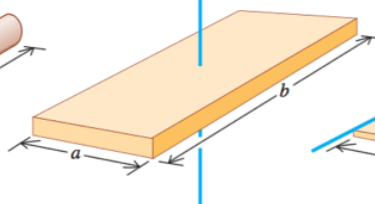
b) Varilla delgada,  
eje por un extremo

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



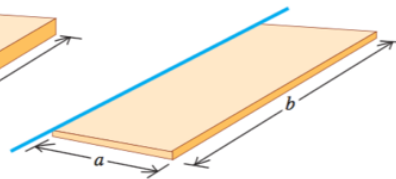
c) Placa rectangular,  
eje por el centro

$$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



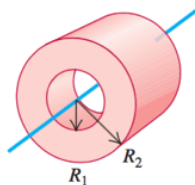
d) Placa rectangular delgada,  
eje en un borde

$$I = \frac{1}{3} Ma^2$$



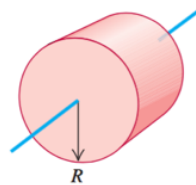
e) Cilindro hueco

$$I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



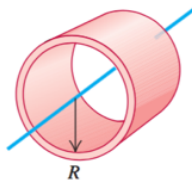
f) Cilindro sólido

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



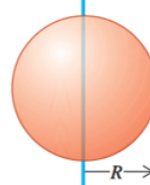
g) Cilindro hueco de  
pared delgada

$$I = MR^2$$



h) Esfera sólida

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$



i) Esfera hueca de  
pared delgada

$$I = \frac{2}{3} MR^2$$

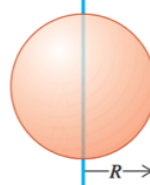
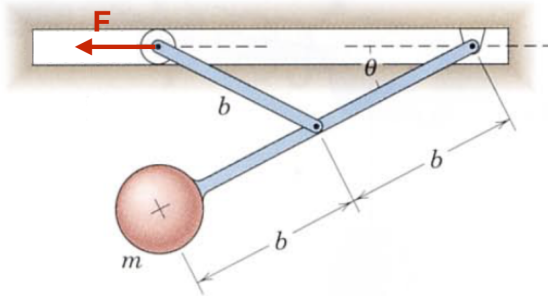


Tabla de momentos de inercia.

¡NO USAR NINGÚN APARATO ELECTRÓNICO NI APUNTES!

**Enunciado para problemas 1-2:**

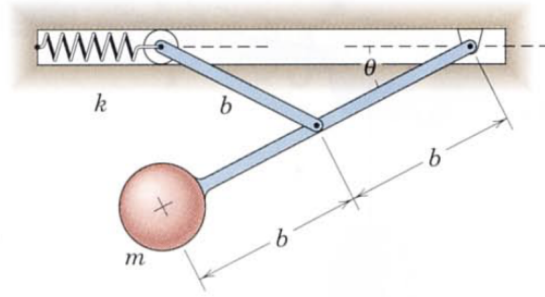
Se tiene el sistema mostrado en la figura. Las masas de las barras son despreciables comparadas con la masa  $m$  de la esfera. Una fuerza externa  $F$  tira del rodillo hacia la izquierda permitiendo que el sistema se mantenga en equilibrio a un ángulo  $\theta$ , como mostrado en la figura. Se puede despreciar el roce en todo el sistema.



**Problema 1:** La magnitud de la fuerza  $F$  es:

- a)  $F = mg(\sin \theta - \cos \theta)$
- b)  $F = mg(\cos \theta - \sin \theta)$
- c)  $F = mg \tan \theta$
- d)  $F = mg \cot \theta$

**Problema 2:** Ahora imagine que en lugar de aplicar la fuerza  $F$  se pone un resorte, como mostrado en la figura. Si el sistema estuviera en la posición  $\theta = 0$  entonces el resorte estaría en su longitud natural. Para mantener el sistema en equilibrio en la misma posición que en la pregunta anterior, la constante  $k$  del resorte debe ser igual a:



a)  $k = \frac{mg(\sin \theta - \cos \theta)}{b(1 - \cos \theta)}$

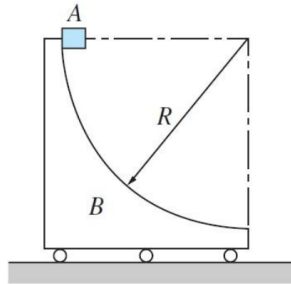
b)  $k = \frac{mg(\cos \theta - \sin \theta)}{b(1 - \sin \theta)}$

c)  $k = \frac{mg \cot \theta}{2b(1 - \cos \theta)}$

d)  $k = \frac{mg \tan \theta}{2b(1 - \sin \theta)}$

**Enunciado para problemas 3-5:**

Considere el carro de masa  $m_B$  de la figura que se desliza sobre pequeñas ruedas sobre una superficie horizontal y tiene una plataforma con forma de un cuarto de círculo de radio  $R$ . La masa  $m_A$  se suelta cuando ambas masas están en reposo a partir de la posición que se muestra en la figura. Llamaremos  $\vec{v}_A$  y  $\vec{v}_B$  a las velocidades de las masas cuando  $m_A$  llega a la parte más baja de la plataforma (a este le llamaremos el “instante final”). Desprecie todo roce en el sistema. Tanto  $\vec{v}_A$  como  $\vec{v}_B$  se miden respecto al suelo.



**Problema 3:** La energía cinética total cuando  $m_A$  llega a la parte más baja de la plataforma es:

a)  $K = m_A g R$

b)  $K = 2m_A g R$

c)  $K = m_A g R + \frac{1}{2} m_B v_B^2$

d)  $K = m_A g R - \frac{1}{2} m_B v_B^2$

**Problema 4:** La relación entre las velocidades finales es:

a)  $m_A \vec{v}_A = m_B \vec{v}_B$

b)  $m_A \vec{v}_A = -m_B \vec{v}_B$

c)  $m_B \vec{v}_A = m_A \vec{v}_B$

d)  $m_B \vec{v}_A = -m_A \vec{v}_B$

**Problema 5:** El módulo de la velocidad final de la masa A es:

a)  $|\vec{v}_A| = \sqrt{\frac{2gRm_A}{m_A + m_B}}$

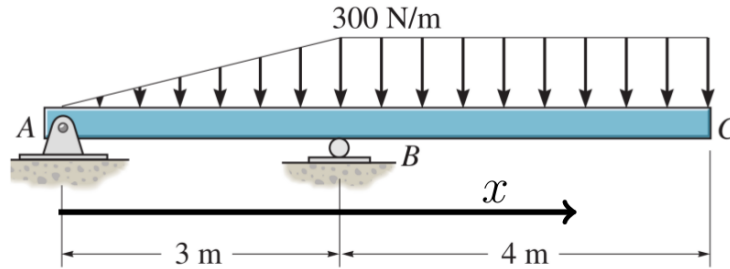
b)  $|\vec{v}_A| = \sqrt{\frac{gRm_B}{m_A + m_B}}$

c)  $|\vec{v}_A| = \sqrt{\frac{gRm_A}{m_A + m_B}}$

d)  $|\vec{v}_A| = \sqrt{\frac{2gRm_B}{m_A + m_B}}$

**Enunciado para problemas 6-8:**

Considere la viga mostrada en la figura sometida a una carga distribuida. La masa de la viga es despreciable.



**Problema 6:** ¿Cuál es el momento flector interno a una distancia de 2 m a la izquierda del apoyo  $B$ ? Considere la convención generalizada de signos para esfuerzos internos.

- a)  $M = 1350 \text{ N}\cdot\text{m}$
- b)  $M = -2200/3 \text{ N}\cdot\text{m}$
- c)  $M = -2000/3 \text{ N}\cdot\text{m}$
- d)  $M = -650 \text{ N}\cdot\text{m}$

**Problema 7:** ¿Cuál es el valor de la fuerza de corte a una distancia de 1 m a la derecha del apoyo  $B$ ?

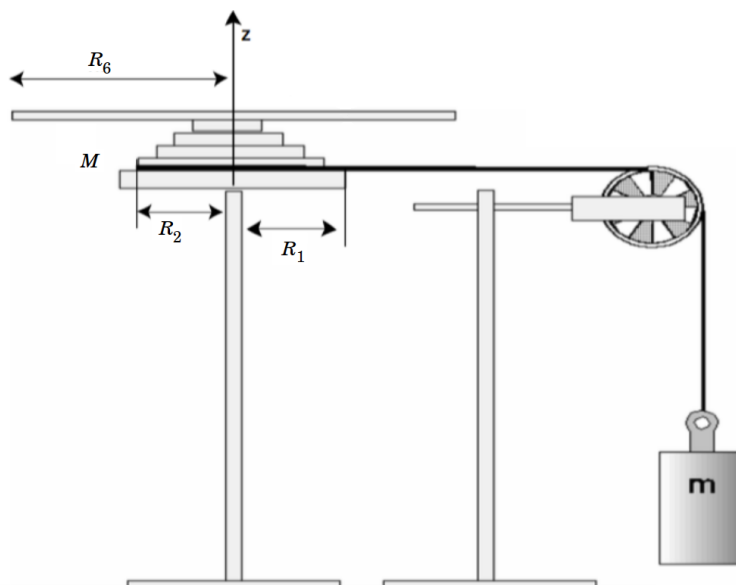
- a)  $V = 1200 \text{ N}$
- b)  $V = -1200 \text{ N}$
- c)  $V = 1400 \text{ N}$
- d)  $V = 900 \text{ N}$

**Problema 8:** Si el origen del eje  $x$  se encuentra en el apoyo  $A$  de la viga, determine el momento flector como función de  $x$  para el tramo  $BC$ , es decir,  $3 \text{ m} < x < 7 \text{ m}$ .

- a)  $M = -150(7 - x)^2 \text{ N}\cdot\text{m}$
- b)  $M = -300(7 - x)^2 \text{ N}\cdot\text{m}$
- c)  $M = -150(x - 3)^2 \text{ N}\cdot\text{m}$
- d)  $M = -2300(x - 3) + 650x + 450(x - 3)^2 \text{ N}\cdot\text{m}$

**Enunciado para problemas 9-10:**

En la figura el sólido es una pieza “cilíndrica” que tiene varios radios, cada eslabón tiene un radio diferente:  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$ ,  $R_6$  -contando desde abajo hacia arriba-. Los discos están todos pegados entre sí y forman un solo cuerpo rígido de masa total  $M$ , y puede girar en torno al eje  $z$ . Un hilo inextensible y de masa despreciable se enrolla en el disco de radio  $R_2$ . Al otro extremo de este hilo se cuelga una masa  $m$ , pasando por una polea de masa despreciable.



**Problema 9:** Si  $T$  es la tensión de la cuerda y  $\alpha$  la aceleración angular de la pieza cilíndrica, el momento de inercia  $I_0$  de la pieza es:

a)  $I_0 = \frac{R_1 T}{\alpha}$

b)  $I_0 = \frac{(R_1 + R_2) T}{\alpha}$

c)  $I_0 = \frac{R_2 T}{\alpha}$

d)  $I_0 = \frac{R_2^2 T}{R_1 \alpha}$

**Problema 10:** Ahora asuma que conoce el momento de inercia de la pieza ( $I_0$ ) y determine la expresión correcta para la aceleración angular de la pieza cilíndrica  $\alpha$ :

a)  $\alpha = \frac{R_2 mg}{I_0 + m R_2^2}$

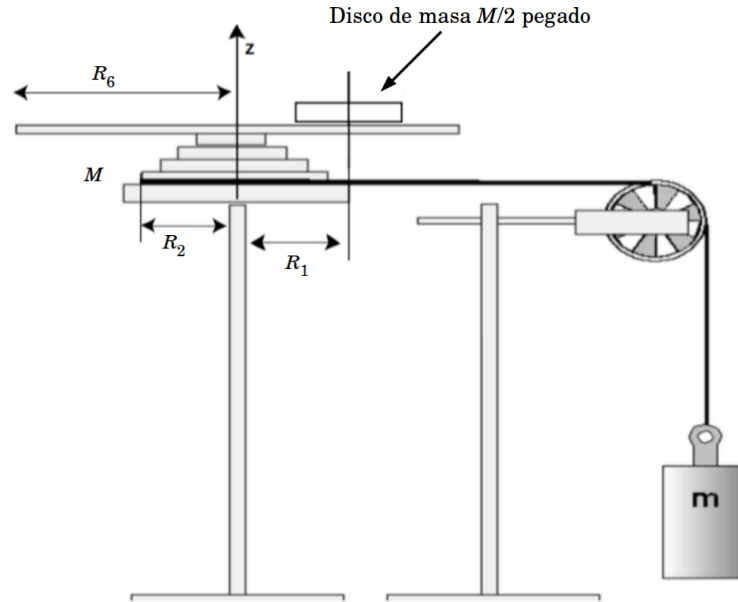
b)  $\alpha = \frac{R_2 (M + m) g}{I_0 + m R_2^2}$

c)  $\alpha = \frac{R_2 (M + m) g}{I_0 + R_2}$

d)  $\alpha = \frac{R_2 (M + m) g}{I_0 + (M + m) R_2}$

**Enunciado para problemas 11-12:**

Al disco de radio  $R_6$  se pega otro disco de masa  $M/2$  y diámetro  $R_1$  a una distancia  $R_1$  entre su centro y el eje  $z$



**Problema 11:** Entonces, el nuevo momento de inercia  $I_1$  del sistema, con respecto al eje  $z$ , será:

- a)  $I_1 = I_0 + M \frac{9R_1^2}{16}$
- b)  $I_1 = I_0 + M \frac{R_1^2}{4}$
- c)  $I_1 = I_0 + M \frac{R_1^2}{16}$
- d)  $I_1 = I_0 + M \frac{9R_1^2}{8}$

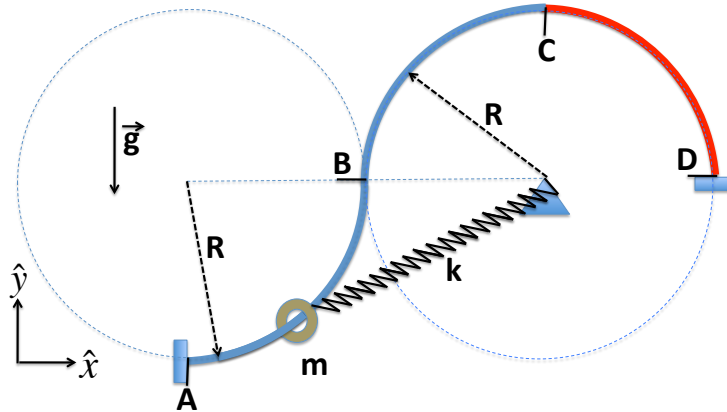
**Problema 12:** Sea  $I_1$  el momento de inercia de la nueva pieza. La velocidad angular del sistema, si se suelta desde el reposo, cuando el hilo se ha desenrollado un ángulo de  $\pi/2$  es:

- a)  $\omega = \sqrt{\frac{mg\pi R_2}{I_1}}$
- b)  $\omega = \sqrt{\frac{2mg\pi R_2}{mR_2^2 + I_1}}$
- c)  $\omega = \sqrt{\frac{mg\pi R_2}{2(mR_2^2 + I_1)}}$
- d)  $\omega = \sqrt{\frac{mg\pi R_2}{mR_2^2 + I_1}}$



**Enunciado para problemas 13-15:**

El sistema mostrado en la figura, está compuesto por la guía ABCD formada por arcos circulares, por la cual se desliza una argolla de masa  $m$  sometida a la acción de la gravedad y de un resorte de constante elástica  $k$  y largo natural  $R$ . Considere que el tramo ABC de la guía está libre de roce, pero el tramo CD tiene roce. Si en cierto instante la argolla se suelta desde el punto A, partiendo del reposo, y llega justo al punto D con velocidad nula, determine:



**Problema 13:** ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la rapidez de la argolla ( $v_C$ ) al pasar por el punto C?

a)  $v_C = \sqrt{\frac{2kR^2}{m}(2 - \sqrt{5}) - 4gR}$

b)  $v_C = \sqrt{\frac{5kR^2}{m} - 4gR}$

c)  $v_C = \sqrt{\frac{2kR^2}{m}(3 - \sqrt{5}) - 4gR}$

d)  $v_C = \sqrt{\frac{5kR^2}{m} - 2gR}$

**Problema 14:** La fuerza vertical  $\vec{F}_C$  que ejerce la guía sobre la argolla cuando esta pasa por el punto C está dada por:

a)  $\vec{F}_C = mg\hat{y}$

b)  $\vec{F}_C = m \left( \frac{v_C^2}{R} + g \right) \hat{y}$

c)  $\vec{F}_C = m \left( \frac{v_C^2}{R} - g \right) \hat{y}$

d)  $\vec{F}_C = -m \left( \frac{v_C^2}{R} - g \right) \hat{y}$

**Problema 15:** El trabajo  $W$  que realiza la fuerza de roce sobre la argolla en el tramo CD es:

a)  $W = -\frac{mv_C^2}{2}$

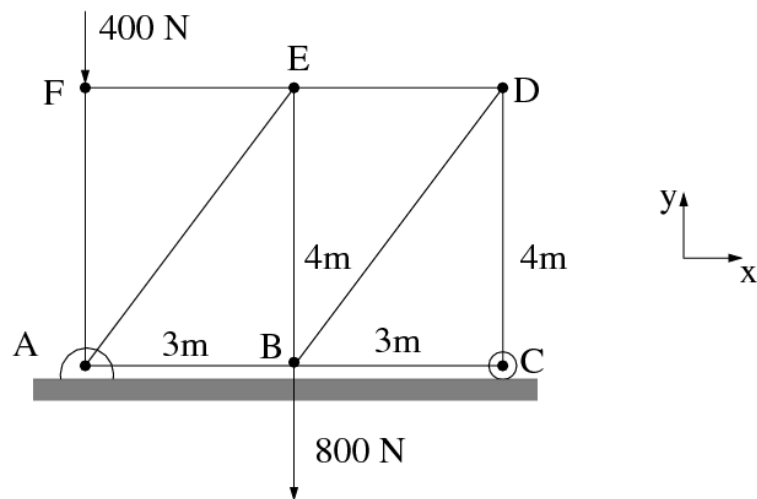
b)  $W = -\frac{mv_C^2}{2} + mgR$

c)  $W = -\frac{mv_C^2}{2} - mgR$

d)  $W = -\frac{5kR^2}{m} - 2gR$

**Enunciado para problemas 16-18:**

Considere la armadura de la figura que consiste en 9 barras y 6 nodos, la cual está sometida a las dos cargas externas de 800 N y 400 N como se indica en la figura.



**Problema 16:** Bajo esas condiciones las fuerzas verticales que hacen los apoyos son,

a)  $A_y = 900 \text{ N}$  y  $C_y = 300 \text{ N}$

b)  $A_y = 400 \text{ N}$  y  $C_y = 800 \text{ N}$

c)  $A_y = 800 \text{ N}$  y  $C_y = 400 \text{ N}$

d)  $A_y = 600 \text{ N}$  y  $C_y = 600 \text{ N}$

**Problema 17:** En tanto que las fuerzas sobre las barras  $AE$ ,  $AB$  y  $FE$  están dadas por

a)  $AE = 2000/3 \text{ N}$  (Tensión),  $AB = 1600/3 \text{ N}$  (Compresión), y  $FE = 0 \text{ N}$ .

b)  $AE = 1600/3 \text{ N}$  (Compresión),  $AB = 2000/3 \text{ N}$  (Tensión), y  $FE = 1280/3 \text{ N}$  (Tensión).

c)  $AE = 2000/3 \text{ N}$  (Compresión),  $AB = 1600/3 \text{ N}$  (Tensión), y  $FE = 0 \text{ N}$ .

d)  $AE = 500 \text{ N}$  (Compresión),  $AB = 300 \text{ N}$  (Tensión), y  $FE = 0 \text{ N}$ .

**Problema 18:** Por último, la fuerza sobre la barra  $CD$  es,

a)  $CD = 400 \text{ N}$  (Tensión).

b)  $CD = 800 \text{ N}$  (Compresión).

c)  $CD = 800 \text{ N}$  (Tensión).

d)  $CD = 400 \text{ N}$  (Compresión).