PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Primer Semestre 2018

Interrogación 02 - Alternativas

Duración total: 150 minutos

Reglas generales:

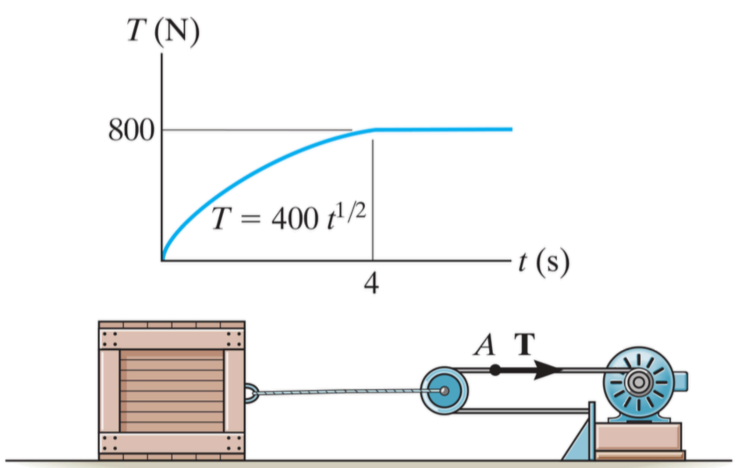
1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
5. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Reglas preguntas de selección múltiple:

1. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
2. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** $1/4$ **de punto**.
3. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).

Problema 1 [1 punto]

Una caja de 200 Kg se encuentra inicialmente en reposo en una superficie horizontal sin roce. En $t = 0$ se enciende un motor que tira la caja como se muestra en la figura y en el gráfico continuación. Determine la velocidad de la caja en $t = 4$ s.



a) $v = \dfrac{32}{3}$ m/s

b) $v = 16$ m/s

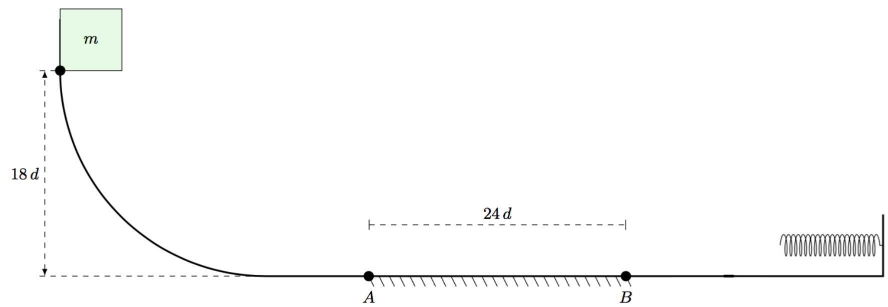
c) $v = 8$ m/s

d) $v = \dfrac{16}{3}$ m/s

e) $v = \dfrac{64}{3}$ m/s

Problema 2 [1 punto]

El resorte de la figura tiene una constante de elasticidad $k = \dfrac{mg}{d}$. En la situación que se muestra, el bloque de masa m se suelta desde la posición indicada, baja por el rizo y recorre la pista horizontal, cuyo tramo AB es rugoso, y luego comprime el resorte una distancia máxima de $2d$. Determine el coeficiente de roce cinético, μ_c, entre el tramo rugoso AB y el bloque.



a) $\mu_c = \dfrac{1}{2}$

b) $\mu_c = \dfrac{2}{5}$

c) $\mu_c = \dfrac{3}{4}$

d) $\mu_c = \dfrac{2}{3}$

e) $\mu_c = \dfrac{3}{5}$

Problema 3 [1 punto]

Una pelota se lanza desde una altura h_0 con una rapidez inicial v_0 hacia el piso y rebota hasta alcanzar una altura máxima igual al 80 por ciento de su altura original. Despreciando el efecto del roce del aire, el coeficiente de restitución del sistema bola-piso en este caso será:

a)

$$e = \sqrt{0{,}8}\,\frac{\sqrt{2gh_0}}{\sqrt{v_o^2 + 2gh_0}}$$

b)

$$e = \sqrt{0{,}8}\,\sqrt{2gh_0}$$

c)

$$e = 1$$

d)

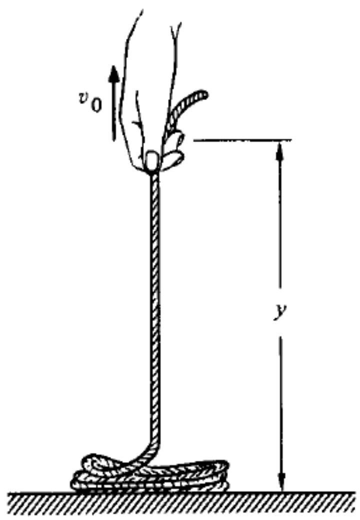
$$e = 0{,}8$$

e)

$$e = \sqrt{0{,}8}$$

Problema 4 [1 punto]

Considere una cuerda masiva de densidad lineal de masa constante λ kg/m, la cual está enrollada sobre una mesa horizontal. El extremo superior es tirado verticalmente con rapidez constante v_0.



Entonces, la fuerza F ejercida sobre el extremo superior de la cuerda como función de la altura y está dada por,

a)
$$F = \lambda \left(v_0^2 + y\,g \right).$$

b)
$$F = \lambda\, v_0^2.$$

c)
$$F = \lambda\, v_0 \sqrt{y\,g}.$$

d)
$$F = (\lambda\, y)\, g.$$

e)
$$F = \lambda \left(\frac{1}{2} v_0^2 + y\,g \right).$$

Problema 5 [1 punto]

Un bloque de masa m, que se desliza por una mesa horizontal sin roce con velocidad v_0, choca plásticamente a un bloque de masa M. Después del choque el sistema de dos bloques m–M viaja junto hasta encontrar un resorte de constante elástica k. El sistema comprime al resorte una distancia δ hasta alcanzar el reposo. De aquí, un puede concluir que la masa M está dada por,

a)

$$M = m\left(\frac{m\,v_0^2}{2k\,\delta^2} - 1\right).$$

b)

$$M = m\left(\frac{m\,v_0^2}{k\,\delta^2} + 1\right)^2.$$

c)

$$M = m\left(\frac{m\,v_0^2}{k\,\delta^2} + 1\right).$$

d)

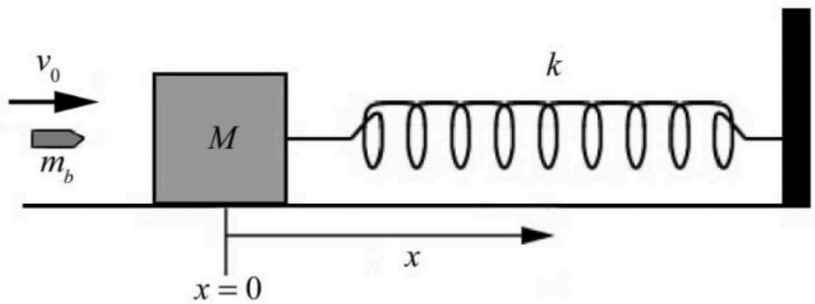
$$M = m\left(\frac{m\,v_0^2}{k\,\delta^2} - 1\right)^2.$$

e)

$$M = m\left(\frac{m\,v_0^2}{k\,\delta^2} - 1\right).$$

Problema 6 [1 punto]

Un resorte ideal sin masa y con constante elástica k está conectado en uno de sus extremos a un bloque de masa M, inicialmente en reposo. En el instante $t = 0$, el bloque es impactado por una bala de masa m_b y velocidad v_0, que queda incrustada en el bloque. Como consecuencia del impacto, el bloque (con la bala incrustada) pasa a describir un movimiento armónico simple.



La amplitud del movimiento armónico simple resultante será:

a)
$$Mv_0\sqrt{\frac{k}{m_b + M}}$$

b)
$$m_bv_0\sqrt{\frac{k}{m_b + M}}$$

c)
$$\frac{Mv_0}{\sqrt{k(m_b + M)}}$$

d)
$$\frac{m_bv_0}{\sqrt{k(m_b + M)}}$$

e)
$$v_0\sqrt{\frac{k}{m_b}}$$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Primer Semestre 2018

Interrogación 02 - Pauta

Problema 1 [6 puntos]

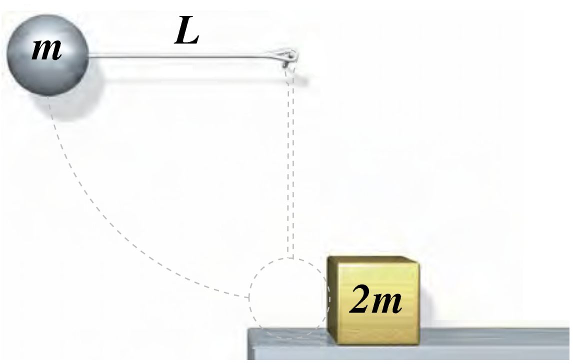
Una bola de acero de masa m y una cuerda de longitud L y de masa insignificante conforman un péndulo simple que puede pivotar sin fricción como en la figura. Este péndulo se libera del reposo en posición horizontal, y cuando la bola está en su punto más bajo golpea un bloque de masa $2m$ que descansa en un estante. Suponiendo que la colisión es perfectamente elástica y que el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de masa $2m$ y el estante es μ_k. Determine, en función de m, L , μ_k y la aceleración de la gravedad g:

a) La magnitud de la velocidad de la bola de masa m justo antes del impacto. (1.5 pts.)

b) La magnitud de la velocidad del bloque de masa $2m$ justo después del impacto. (1.5 pts.)

c) La magnitud del impulso ejercido por la bola de masa m sobre el bloque de masa $2m$. (1.5 pts.)

c) La distancia que se desliza el bloque de masa $2m$ antes de detenerse. (1.5 pts.)



Solución: 1 a) Para obtener la magnitud de la velocidad justo antes del impacto aplicamos conservación de energía mecánica a la bola de masa m.

$$K_1 + V_1 = K_2 + V_2 \qquad (o\ equivalente)\ \ 0{,}5\ puntos$$

Tomando la altura de la caja como origen del pontencial gravitatorio y csabiendo que la bola parte del reposo:

$$mgL = \frac{1}{2}mv_{bola_i}$$

$$v_{bola_i} = \sqrt{2g\,L} \quad 1\ punto$$

b) Para obtener la magnitud de la velocidad del bloque de masa $2m$ justo después del choque aplicamos conservación del momentum y como el choque es elástico, sabemos que también se conserva la energía cinética. Se trata de resolver ambas expresiones de conservación (o utilizar la definición del coeficiente de restitución sabiendo qu en choques elásticos $e = 1$.

$$mv_{bola_i} + 2mv_{bloque_i} = mv_{bola_f} + 2mv_{bloque_f}$$

$$v_{bloque_f} - v_{bola_f} = -(v_{bloque_i} - v_{bola_i})$$

Como el bloque antes del choque está en reposo $v_{bloque_i} = 0$:

$$mv_{bola_i} = mv_{bola_f} + 2mv_{bloque_f}$$

$$v_{bloque_f} - v_{bola_f} = v_{bola_i}$$

Resolviendo se obtiene:

$$v_{bloque_f} = \frac{2}{3}v_{bola_i} \quad 1\ punto$$

Sutituyendo el valor del apartado (a) se obtiene:

$$v_{bloque_f} = \frac{2}{3}\sqrt{2g\,L} \quad 0{,}5\ puntos$$

c) Para obtener el impulso que la bola de masa m ejerce sobre el bloque de masa $2m$ podemos aplicar le teorema de impulso momento al bloque:

$$\vec{J} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

En este caso:

$$\vec{J} = \vec{P}_f = 2m\vec{v}_{bloque_f} \quad 0{,}75\ puntos$$

Por lo tanto, la magnitud del impulso será:

$$J = 2m \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2g\,L} = \frac{4}{3}m\sqrt{2g\,L} \quad 0{,}75\ puntos$$

d) Para calcular la distancia que se desliza el bloque de masa $2m$ antes de detenerse, sabiendo que se trata de un movimiente con aceleración constante, se puede utilizar por ejemplo la expresión:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Donde la aceleración del bloque es (Resolviendo la Segunda Ley de Newton):

$$a_{bloque} = -\mu_k g \quad \text{0,5 } \textit{puntos}$$

Como la velocidad final del bloque es 0:

$$\Delta x = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} \quad \text{0,5 } \textit{puntos}$$

Nota: A esta expresión también se puede llegar a partir del trabajo realizado por la fuerza de roce (no conservativo):

$$W_{NC} = \Delta K \qquad \longrightarrow \qquad -\mu_s 2mg\Delta x = -\frac{1}{2}2mv_0^2$$

Donde despejando Δx se obtiene el mismo resultado:

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

Finalmente, sabiendo la velocidad del bloque obtenida en el apartado (b):

$$\Delta x = \frac{1}{2\mu_k g}\left(\frac{2}{3}\sqrt{2g\,L}\right)^2 = \frac{4L}{9\mu_k} \quad \text{0,5 } \textit{puntos}$$

Problema 2 [6 puntos]

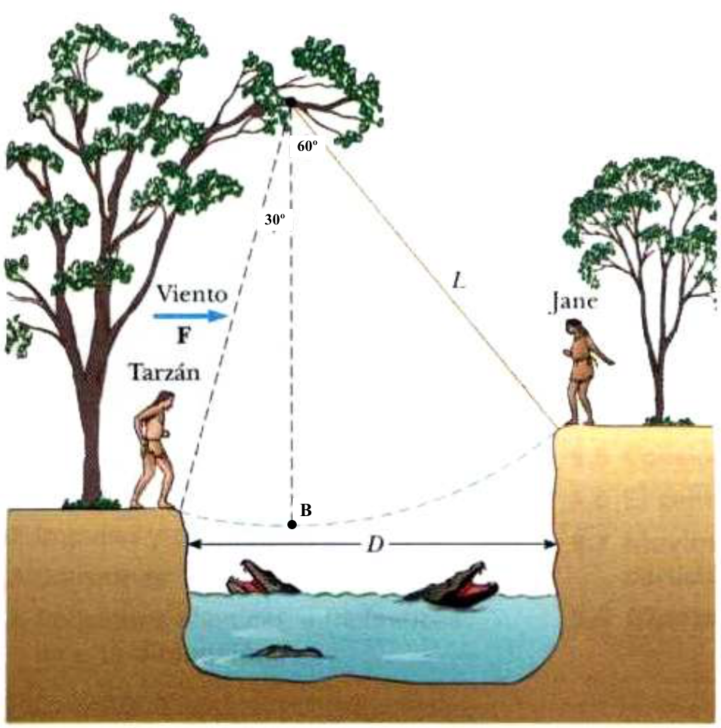
Jane, de masa m, se lanza sujeta al extremo de una liana de largo L, sobre un río de ancho D infestado de cocodrilos, para salvar a Tarzán, de masa M, que está al otro lado. En la posición de Jane, la liana forma un ángulo de 60° con respecto a la vertical. En la posición de Tarzán, el mismo ángulo es de 30°, medido en la dirección contraria. Hay un fuerte viento que provoca una fuerza horizontal de magnitud constante F **sobre cada una de las dos personas.**

a) ¿Qué valor debe tener F (expresado en términos de la aceleración de gravedad g y las variables L, D, m o M) para que Jane, partiendo del reposo, alcance apenas a llegar al otro lado? (2 puntos)

b) Si F tiene exactamente el valor calculado en la parte (a), ¿qué condición deben satisfacer las masas m y M para que Jane y Tarzán puedan volver juntos al otro lado, sin darse un impulso inicial? (2 puntos)

c) Suponga que cuando pasan por el punto más cercano al río (punto B), Tarzán entra en pánico y se suelta de la cuerda. ¿Cuál será la velocidad de Jane inmediatamente después de la caída de Tarzán?. (2 puntos)

Nota: Tarzán logra nadar de vuelta a la orilla del río, sin ser comido por los cocodrilos.



Solución: 2 [6 puntos]

a) Si Jane llega apenas al otro lado, entonces su velocidad cuando se encuentre en la posición de Tarzán será cero. Por lo tanto, tnato en la posición inicial como al llegar donde Tarzán, sólo tendrá energía potencial gravitatoria.

En el trayecto, el viento realiza un trabajo:

$$W_{\text{viento}} = -F \cdot D \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

Por lo tanto, el balance de energía será:

$$E_i + W_{\text{viento}} = E_f \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

Tomando como nivel de referencia para la energía potencial gravitatoria en punto B (puede elegirse cualquier otro), tenemos:

$$E_i = mg \cdot L(1 - \cos 60) \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

$$E_f = mg \cdot L(1 - \cos 30) \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

Reemplazando, obtenemos:

$$mg \cdot L(1 - \cos 60) - FD = mg \cdot L(1 - \cos 30)$$

$$F = \frac{mgL}{D}(\cos 30 - \cos 60) = \frac{mgL}{2D}(\sqrt{3} - 1) \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

Nota: el resultado puede quedar expresado en términos de cos(60) y cos(30).

b) En el trayecto de regreso, el trabajo realizado por el viento es:

$$W_{\text{viento}} = 2F \cdot D \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

ya que va en la misma dirección del desplazamiento, y actúa sobre cada una de las personas.

Nuevamente, la condición límite es que Jane y Tarzán lleguen al otro lado con velocidad cero. Por lo tanto, el balance de energía es:

$$E_i + W_{\text{viento}} = E_f \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

donde E_i y E_f corresponden a la energía potencial gravitatoria de Jane y Tarzán juntos, a cada lado del río. Es decir,

$$E_i = (m + M)gL(1 - \cos 30) \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

$$E_f = (m + M)g \cdot L(1 - \cos 60) \quad \textcolor{red}{0{,}5\ \textit{puntos}}$$

Reemplazando en la ecuación anterior, obtenemos:

$$(m + M)gL(1 - \cos 30) + 2FD = (m + M)gL(1 - \cos 60) \quad \textcolor{red}{0{,}25\ \textit{puntos}}$$

Y utilizando el valor obtenido en a) para la fuerza F, llegamos a:

$$(m + M)gL(1 - \cos 30) + 2mgL(\cos 30 - \cos 60) = (m + M)mgL(1 - \cos 60)$$

$$(m + M)gL = 2mgL$$

$$M = m \quad \textcolor{red}{0{,}25\ \textit{puntos}}$$

Esta es la masa límite que puede terner Tarzán para que logren llegar juntos al otro lado del río. Es decir, la condición que deben satisfacer las masas es $M \leq m$.

c) Tarzán y Jane llegan juntos al punto B con una cierta velocidad v_B. A menos que Tarzan le de un impulso a Jane en el momento de separarse, la velocidad de Jane no cambia y todo sigue igual.

Para calcular esta velocidad v_B, hacemos un balance de energía entre la posición incial de Tarzán, y el punto B. En este trayecto, el viento realiza un trabajo:

$$W_{viento} = 2F \cdot L \sin(30) \quad 0{,}2 \ \textit{puntos}$$

En el punto B, la energía potencial gravitatoria es cero (según el nivel de referencia elegido), por lo tanto sólo hay energía cinética.

$$E_B = \frac{1}{2}(m+M)v_B^2 \quad 0{,}1 \ \textit{puntos}$$

Y la energía inicial es:

$$E_i = (m+M)gL(1-\cos 30) \quad 0{,}1 \ \textit{puntos}$$

Por lo tanto, tenemos:

$$(m+M)gL(1-\cos 30) + 2F \cdot L \sin(30) = \frac{1}{2}(m+M)v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos 30) + \frac{2F \cdot L \sin(30)}{M+m}} \quad 0{,}1 \ \textit{puntos}$$

Por conservación de momento lineal (en dirección horizontal) inmediatamente antes y después de la caída tendríamos:

$$(m+M)v_B = mv_J + Mv_T$$

Donde v_J es la velocidad de Jane y v_T es la velocidad de Tarzán después de que éste se suelta.
Tarzán sigue moviéndose con velocidad horizontal v_B después de soltarse. Por lo tanto:

$$(m+M)v_B = mv_J + Mv_B$$

Por lo tanto, la velocidad de Jane también sería $v_J = v_B$. 0,5 *puntos*

Nota: si el alumno no plantea la conservación de momentum lineal, pero expresa de alguna forma que la velocidad de Jane se mantiene después de la caída de Tarzán, de todas maneras se le asignará 0.5 puntos.