TRABAJO:

Un cuerpo recorre bajo una Fuerza F una distancia s. La Fuerza rinde el Trabajo W. Si la Fuerza y el camino recorrido tienen la misma dirección, el Trabajo es:

$$\boxed{W = F \cdot s}$$

La Unidad SI para el Trabajo es:

$$1\ \mathrm{N \cdot m} = 1\ \mathrm{J}\ \text{(Joule)} = 1\ \mathrm{Ws}\ \text{(Watt-Segundo)}$$

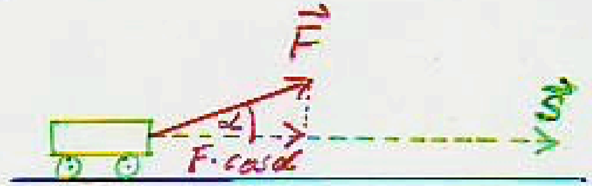
La Unidad -cgs (antigua) es:

$$1\ \mathrm{dyn \cdot cm} = 1\ \mathrm{erg}$$

Resulta: $\boxed{1\ \mathrm{J} = 10^7\ \mathrm{erg}}$

Si la Fuerza F y el recorrido s no tienen la misma dirección, actua para el Trabajo W solamente el componente de Fuerza paralelo al camino s:

$$\boxed{W = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$$



α es el angulo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$

Si $\vec{F} \perp \vec{s} \Rightarrow W = 0$

(porque $\cos 90° = 0$).

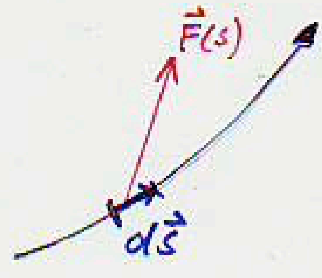
$\Rightarrow$ Se toman en cuenta solamente angulos $\alpha < 90°$

$\vec{F}$ y $\vec{s}$ son vectores. Sin embargo W es un escalar.

[Recuerden la definición de un producto escalar de dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\alpha$
El resultado de esta Multiplicación es un Escalar. α es el angulo entre $\vec{a}$ y $\vec{b}$.]

$$\Rightarrow \boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$$

En forma mas general:



$$dW = \vec{F}(s) \cdot d\vec{s}$$

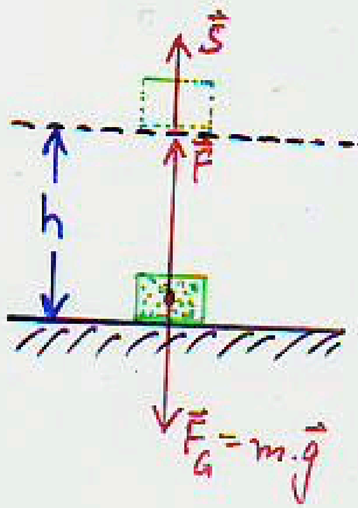
o integrada:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(s) \cdot d\vec{s} = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot \cos\underbrace{(\vec{F}(s), d\vec{s})}_{\sphericalangle\alpha} \cdot ds$$

El Trabajo es un Integral de camino de la Fuerza.

Ejemplo 1:

Un cuerpo de la masa m que se encuentra en la superficie de la Tierra tiene que ser elevado por la altura h en contra de la Fuerza de gravedad $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$.



Solución: Se tiene que aplicar una Fuerza $\vec{F}$ dirigida hacia arriba con el Modulo (Escalar) poco mayor que $m \cdot g$.

Para $F > m \cdot g$ el Trabajo es en el Limite $F \to m \cdot g$ ($\Rightarrow$ movimiento lento hacia arriba; sin considerar la Energia Cinetica):

$$\int_0^h m \cdot g \cdot ds = m \cdot g \cdot h \, .$$

En el caso que F es considerablemente mas grande que $m \cdot g$, tenemos un movimiento acelerado hacia arriba. En este caso tenemos una parte del Trabajo en forma de Energia Cinetica.

Si se mueve el cuerpo en el plano horizontal ($\perp$ al $\vec{F}_G$ $\Rightarrow \alpha = 90°$), no se producirá Trabajo en contra de la Fuerza de Gravedad $\vec{F}_G$.

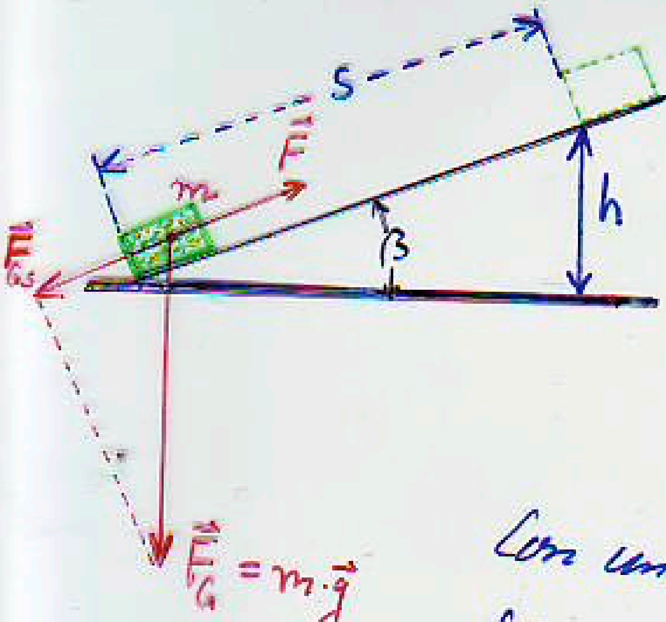
Ejemplo con cifras:

El trabajo que se empleará para elevar el propio peso del cuerpo ($m = 75\,kg$) en contra de la Fuerza de Gravedad a 1 m de altura es:

$$W = m \cdot g \cdot h = 75 \cdot 9{,}81 \cdot 1\ Nm = 735\ J$$
$$= 735\ Ws$$

Si se transforma completamente este Trabajo en Energía Eléctrica, se podría por ejemplo usar una estufa de 1000 Watt solo por 0,735 segundos o una ampolleta de 75 Watt iluminaria por 9,8 segundos.

Ejemplo 2: Se mueve un cuerpo de masa m sobre una superficie inclinada (angulo de inclinación $\measuredangle = \beta$) en dirección de la pendiente mas elevada por una distancia s.



Solución:

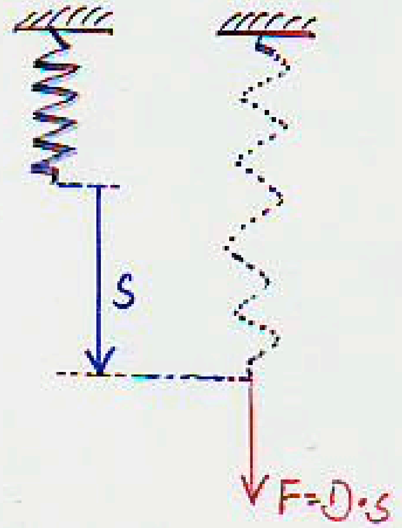
La diferencia de altura h es $h = s \cdot \sin\beta$.
El componente de la Fuerza de Gravedad paralelo al plano inclinado $\vec{F}_{Gs} = m \cdot g \cdot \sin\beta$.
Con una Fuerza $\vec{F}$ poca mas grande que $\vec{F}_{Gs}$ el cuerpo se mueve lentamente hacia arriba. El trabajo que rinde (sin tomar en cuenta el roce) es:

$$W = \int_0^s m \cdot g \cdot \sin\beta \cdot ds = m \cdot g \cdot s \cdot \sin\beta = \underline{m \cdot g \cdot h}$$

¡Vale tambien para un plano curvilineo!

Comentario: Es lo mismo si el cuerpo fue elevado perpendicular (⊥) a la horizontal por la altura h o si el cuerpo fue empujado a un plano inclinado con cualquier angulo de inclinación β hasta la misma altura h. En el segundo caso la Fuerza aplicada es por lo tanto mas pequeña ($F = m \cdot g \cdot \sin\beta$), pero el camino s es mas largo.

Ejemplo 3:



Un Resorte espiral con el constante de Resorte D tiene que ser expandido por la distancia s_0.

Solución: La Fuerza para la expansión es proporcional a s: $F = D \cdot s$

Para el Trabajo vale:

$$\underline{\underline{W}} = \int_0^{s_0} F \cdot ds = \int_0^{s_0} D \cdot s \cdot ds = \underline{\underline{\frac{1}{2} D \cdot s_0^2}}$$

El Trabajo de extensión del Resorte es entonces:

$$\underline{\underline{W = \frac{1}{2} D \cdot s_0^2}}$$

Ejemplo 4: Trabajo de Acceleración:

Un cuerpo de masa m tiene que ser accelerado por una Fuerza F hasta que alcance la velocidad V. Fuerza y camino sean en la misma dirección.

Solución: El Trabajo que rinde en caso que la velocidad inicial es cero y la velocidad final sea v es:

$$\underline{\underline{W}} = \int F \cdot ds = \int m \cdot a \cdot ds = \int m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot ds = \int_0^v m \cdot \overset{\frac{ds}{dt}}{v} \cdot dv$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2} m \cdot v^2}}.$$

Si la velocidad Inicial es v_1 y la velocidad final es v_2, resulta para el Trabajo de aceleración:

$$\underline{\underline{W = \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_1^2\right)}}.$$

Comentario: El Trabajo para la aceleración de un cuerpo se puede calcular de la Masa m del cuerpo y de su velocidad inicial y final.