Estática y Dinámica FIS1513

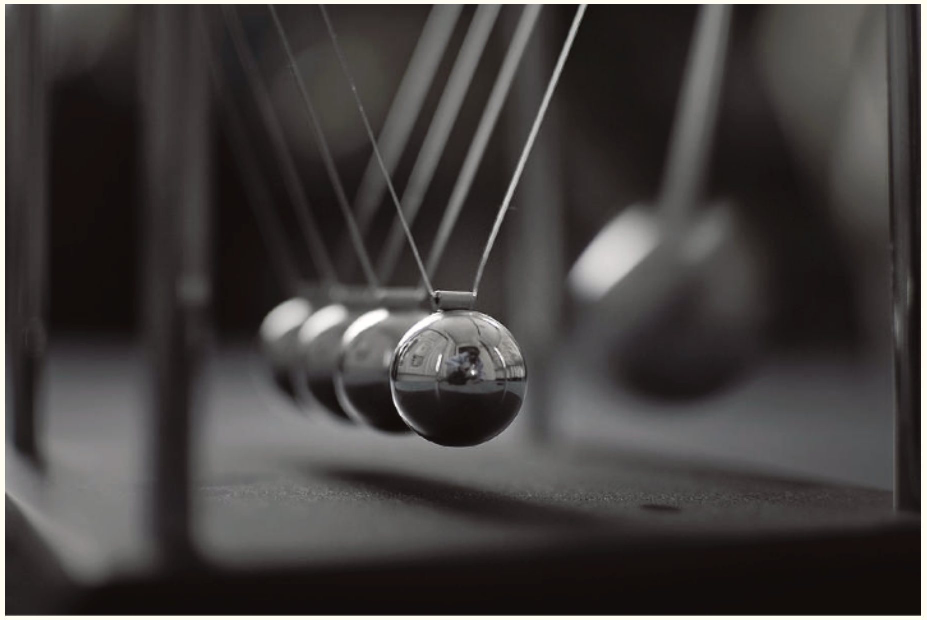
Clase #2

08-08-2018

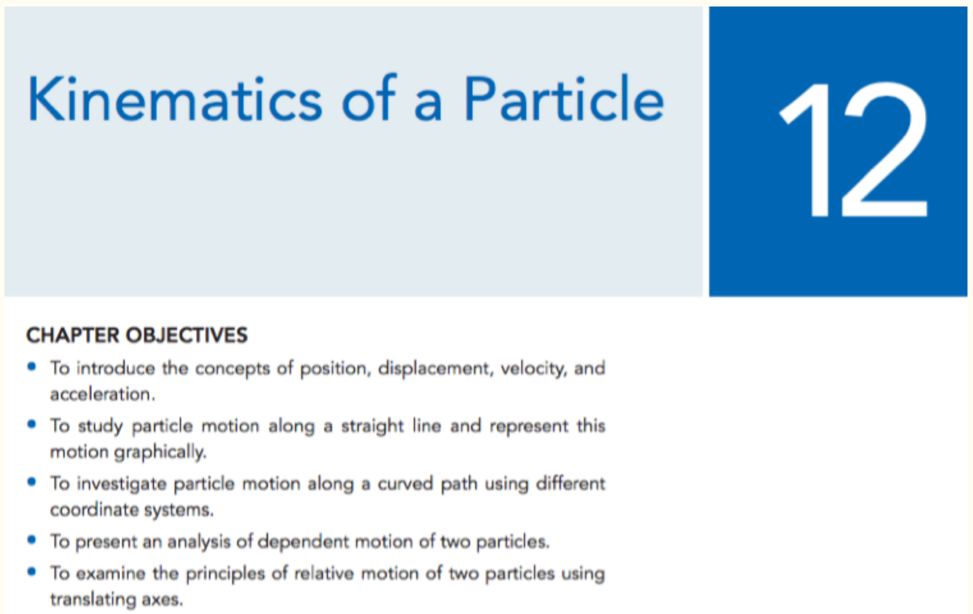
Cinemática de una Partícula

Anuncios

- Los laboratorios comienzan el lunes 13 de Agosto
- Pueden recoger sus cliqueras (también llamadas “tecleras”) en el laboratorio 1er piso edificio Raúl Deves
- Yo les aviso por correo si hay taller este viernes. Todavía no están asignados los ayudantes correspondientes.
- Pedí una sala más grande, y estoy esperando respuesta. Si no les aviso nada es que seguimos en la misma sala de siempre
- Si alguien no es de esta sección y quiere acceso a las diapositivas, envíeme un correo a partir de la próxima semana (jpochoa@uc.cl)



Cinemática de una partícula

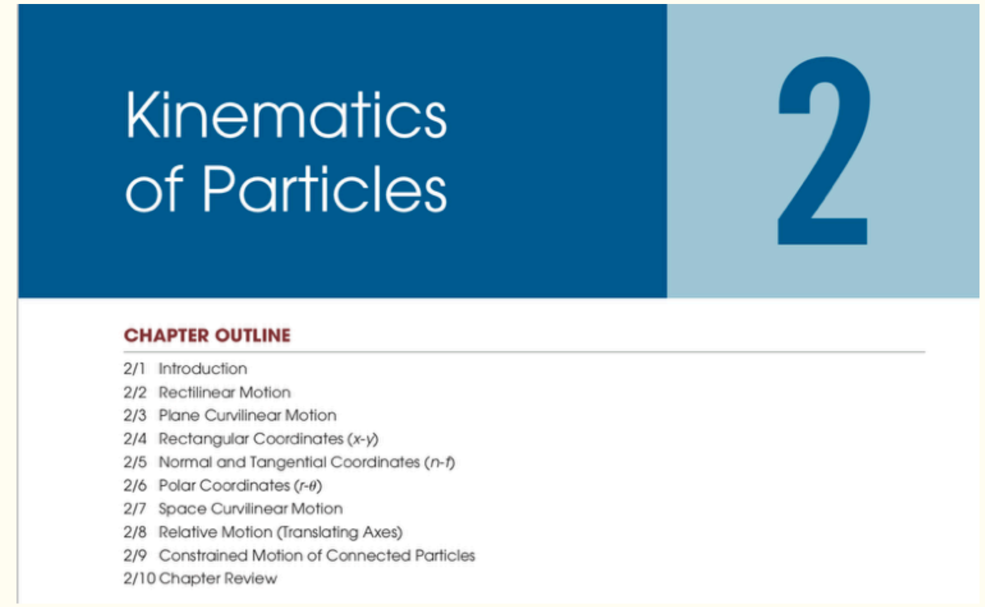


Kinematics of a Particle

12

CHAPTER OBJECTIVES

- To introduce the concepts of position, displacement, velocity, and acceleration.
- To study particle motion along a straight line and represent this motion graphically.
- To investigate particle motion along a curved path using different coordinate systems.
- To present an analysis of dependent motion of two particles.
- To examine the principles of relative motion of two particles using translating axes.



Kinematics of Particles

2

CHAPTER OUTLINE

2/1 Introduction
2/2 Rectilinear Motion
2/3 Plane Curvilinear Motion
2/4 Rectangular Coordinates (x-y)
2/5 Normal and Tangential Coordinates (n-t)
2/6 Polar Coordinates (r-θ)
2/7 Space Curvilinear Motion
2/8 Relative Motion (Translating Axes)
2/9 Constrained Motion of Connected Particles
2/10 Chapter Review

Capítulo 12 del Hibbeler

Capítulo 2 del Meriam

2

MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir el movimiento en línea recta en términos de velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea.
- Cómo interpretar gráficas de posición contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo para el movimiento en línea recta.

? Un velocista común acelera durante el primer tercio de la carrera y desacelera gradualmente en el resto de la competencia. ¿Es correcto decir que un corredor está *acelerando* conforme desacelera durante los dos tercios finales de la carrera?

MOVIMIENTO EN DOS O EN TRES DIMENSIONES

3

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo representar la posición de un cuerpo en dos o en tres dimensiones usando vectores.
- Cómo determinar el vector velocidad de un cuerpo conociendo su trayectoria.
- Cómo obtener el vector aceleración de un cuerpo, y por qué un cuerpo puede tener una aceleración aun cuando su rapidez sea constante.

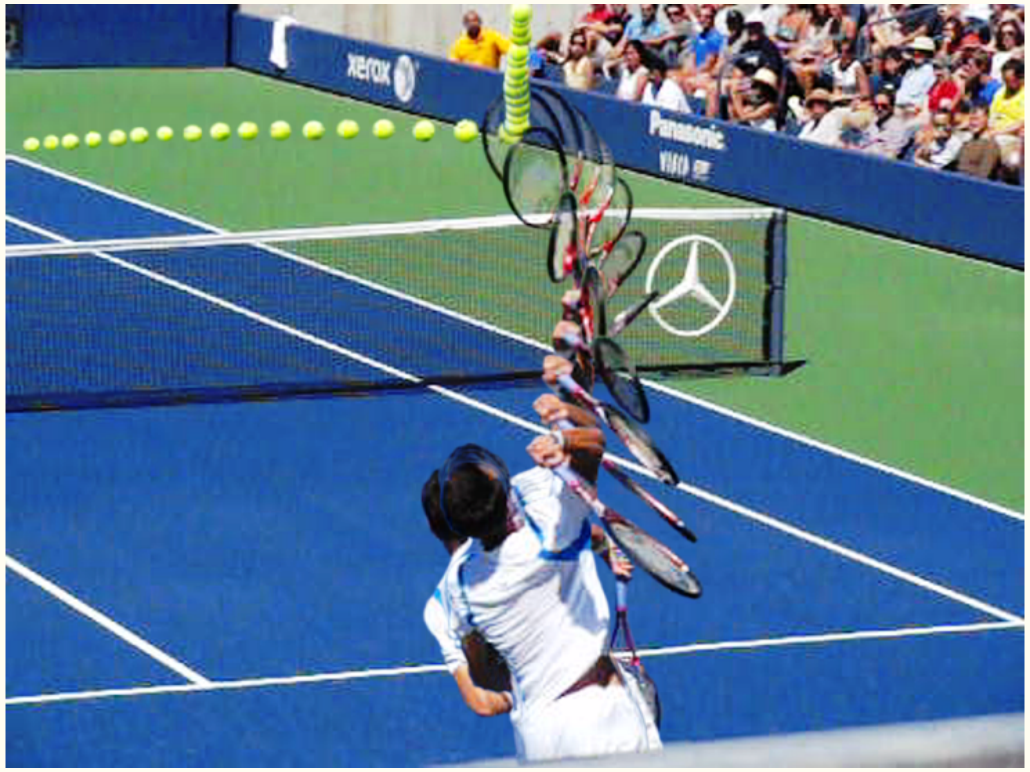
? Si un automóvil toma una curva con rapidez constante, ¿está acelerando? Si es así, ¿en qué dirección acelera?

Capítulos 2 y 3 del Young & Freedman

¿Qué es la cinemática?

La **cinemática** es la rama de la **dinámica** que estudia el movimiento pero <u>sin preocuparse por las causas que lo originan</u>.

En esta sección del curso estudiaremos el movimiento de **una sola partícula**.

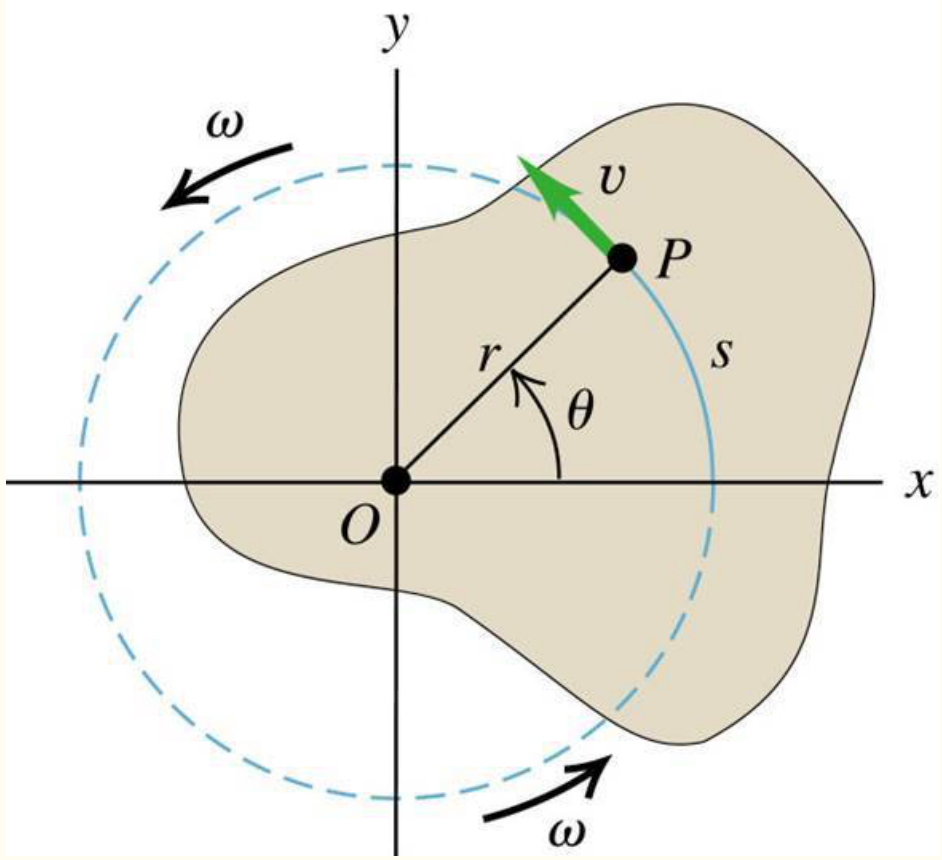


A pesar de que por lo general nos interesa considerar objetos con un cierto volumen (autos, proyectiles, bolas… etc), en muchas situaciones estos objetos pueden modelar como si fueran partículas.

¿Por qué partícula?

¿Por qué modelar objetos como si fueran partículas?

Una partícula tiene posición pero no volumen. Por ende, no puede hacer algo que sí puede hacer un cuerpo rígido: **rotar**



En otras palabras, estamos diciendo que para la primera parte del curso vamos a ignorar rotaciones, y a considerar sólo translaciones.

Definiciones en Cinemática

Es necesario hacer algunas definiciones:

Posición: es el **vector** que va del origen a la posición instantánea de la partícula en un instante dado $\vec{x}$ o $\vec{r}$

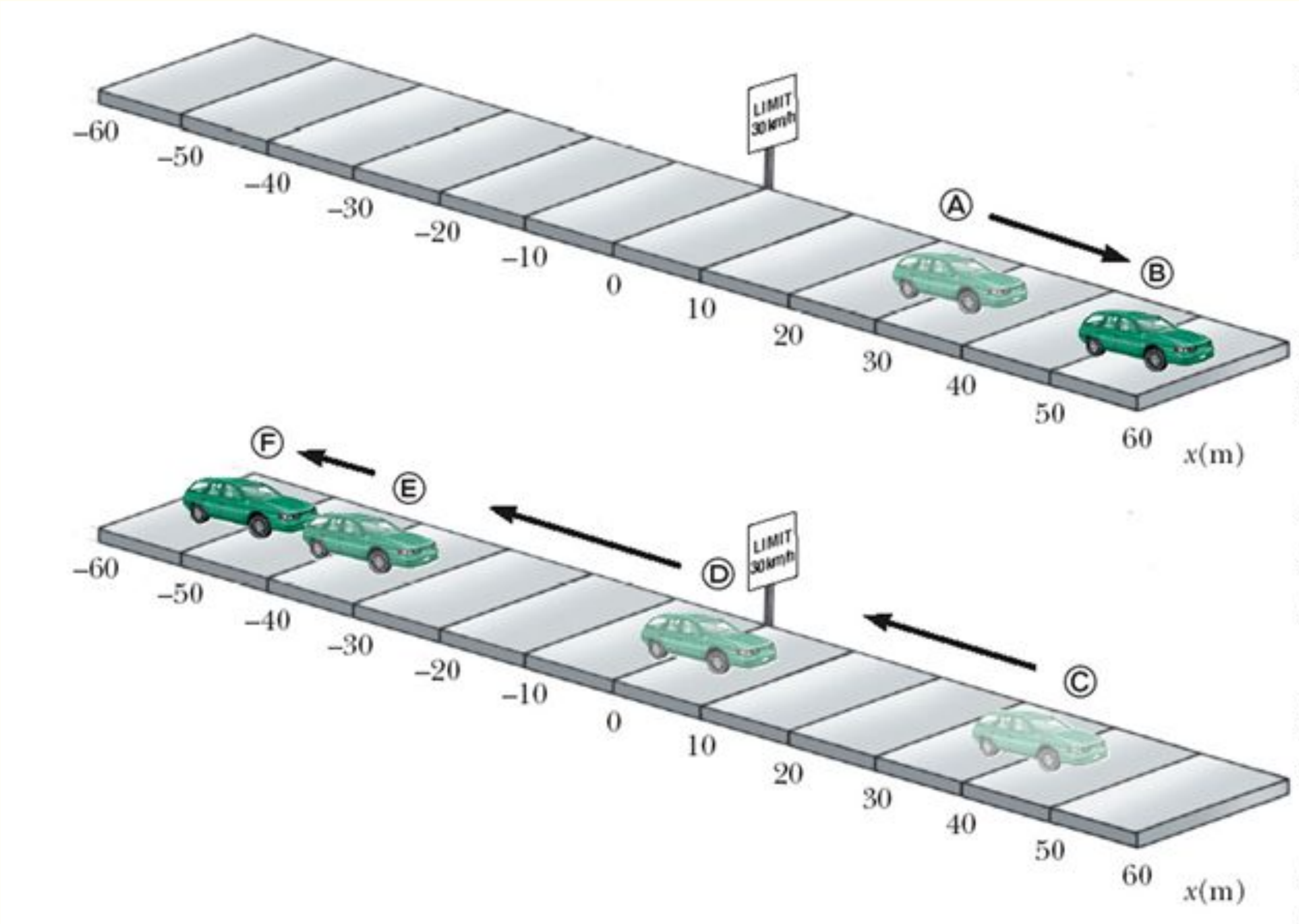
Desplazamiento: es el cambio en posición entre dos instantes de tiempo. Es una resta de vectores, por lo que también es un **vector**. $\Delta\vec{x}$ o $\Delta\vec{r}$

Distancia recorrida: es la longitud recorrida entre dos instantes de tiempo. Es un **escalar, siempre positivo.** d o l

Nota: en el caso de movimiento unidimensional, los vectores posición y desplazamiento tienen sólo una coordenada, por lo que son esencialmente cantidades escalares.

Ejemplo

Por ejemplo, consideremos un auto moviéndose a lo largo del eje x en el orden A-B-C-D-E-F



Posiciones:

$x_A=30$, $x_B=50$, $x_C=40$, $x_D=0$, $x_E=-35$, $x_F=-55$

Desplazamientos:
(algunos ejemplos)

$\Delta x_{AB}=x_B-x_A=20$,

$\Delta x_{AD}=x_D-x_A=-30$,

$\Delta x_{AF}=x_D-x_A=-85$

Distancias:
(algunos ejemplos)

$d_{AB}=20$,

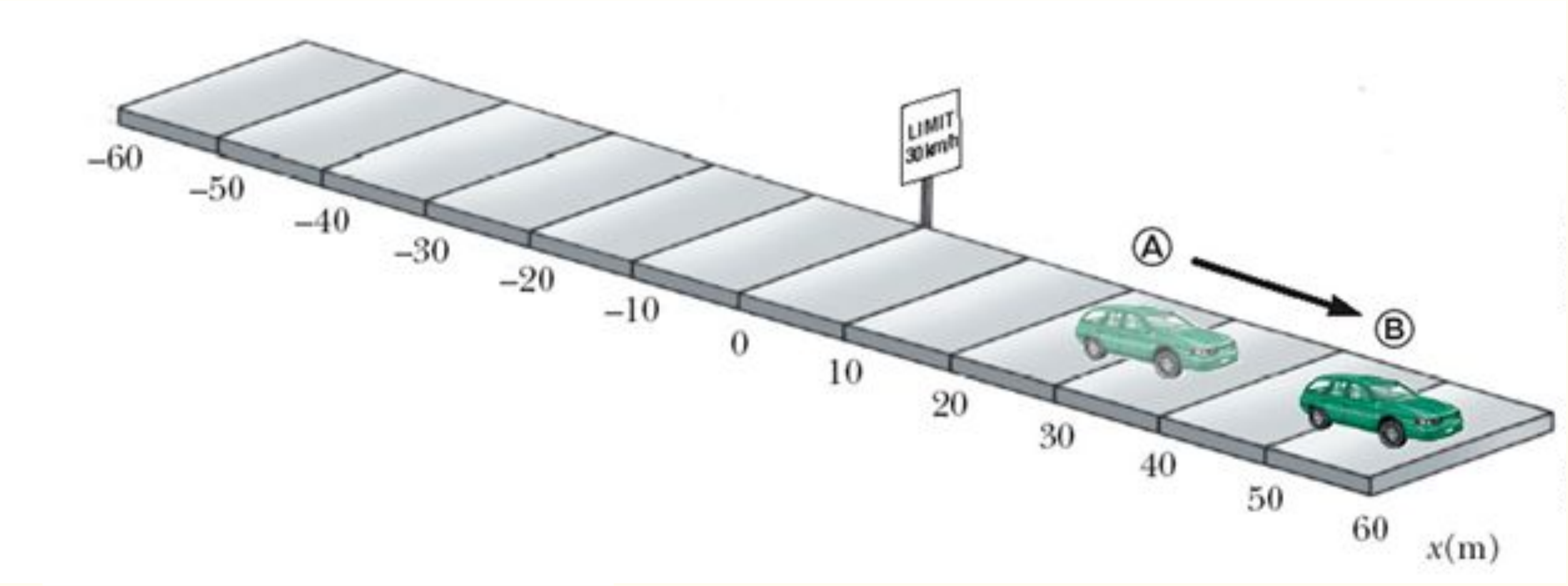
$d_{AD}=70$,

$d_{AF}=125$

Más Definiciones: velocidad

La **velocidad** es la cantidad que indica qué tan rápido se mueve un objeto. Se mide en base a la distancia recorrida por unidad de tiempo.

Supongamos ahora que el auto se mueve de A a B en 4 segundos:



¿Cuál es la velocidad del auto al desplazarse de A a B?

La tentación es decir $\frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t_{AB}}$, que en este caso equivale a 5m/s.

Pero el problema es que 5m/s es sólo la velocidad promedio. En realidad el auto hubiera podido avanzar a 10m/s el primer segundo, y a 3.3m/s los otros 3 segundos, etc…. ¡la pregunta está mal planteada, porque la velocidad puede cambiar cada instante!

Más Definiciones: velocidad

Por esto, para definir velocidad necesitamos considerar intervalos de tiempo infinitesimalmente pequeños:

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

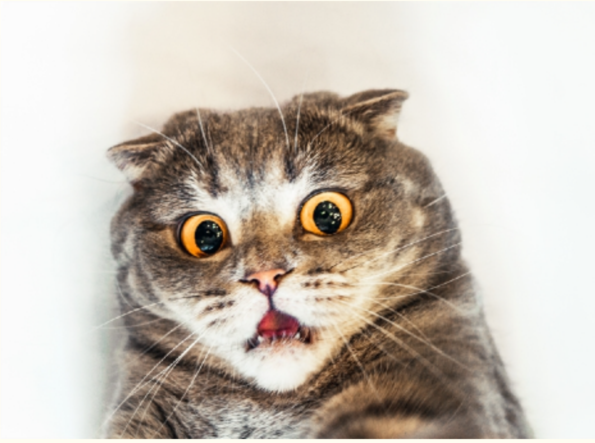
Pero esto no es nada más que la definición de una derivada, por lo que:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}}$$

Note que es un vector, aunque en el caso unidimensional se reduce a un escalar.

En palabras: la velocidad es la tasa de cambio de la posición respecto al tiempo. *Por ejemplo, una velocidad de 7m/s en la dirección x nos dice que en ese instante la posición en x aumenta de 7m cada segundo.*

Unidades: longitud/tiempo
(SI: m/s)



(significa que es esto es importante)

Más Definiciones: velocidad promedio

Si consideramos un intervalo de tiempo finito (es decir, no infinitesimalmente pequeño), obtenemos la velocidad promedio:

La velocidad promedio es también la velocidad que se obtiene al asumir que se va de un punto a otro en un cierto tiempo a velocidad constante

$$\vec{v}_{prom}(t) = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

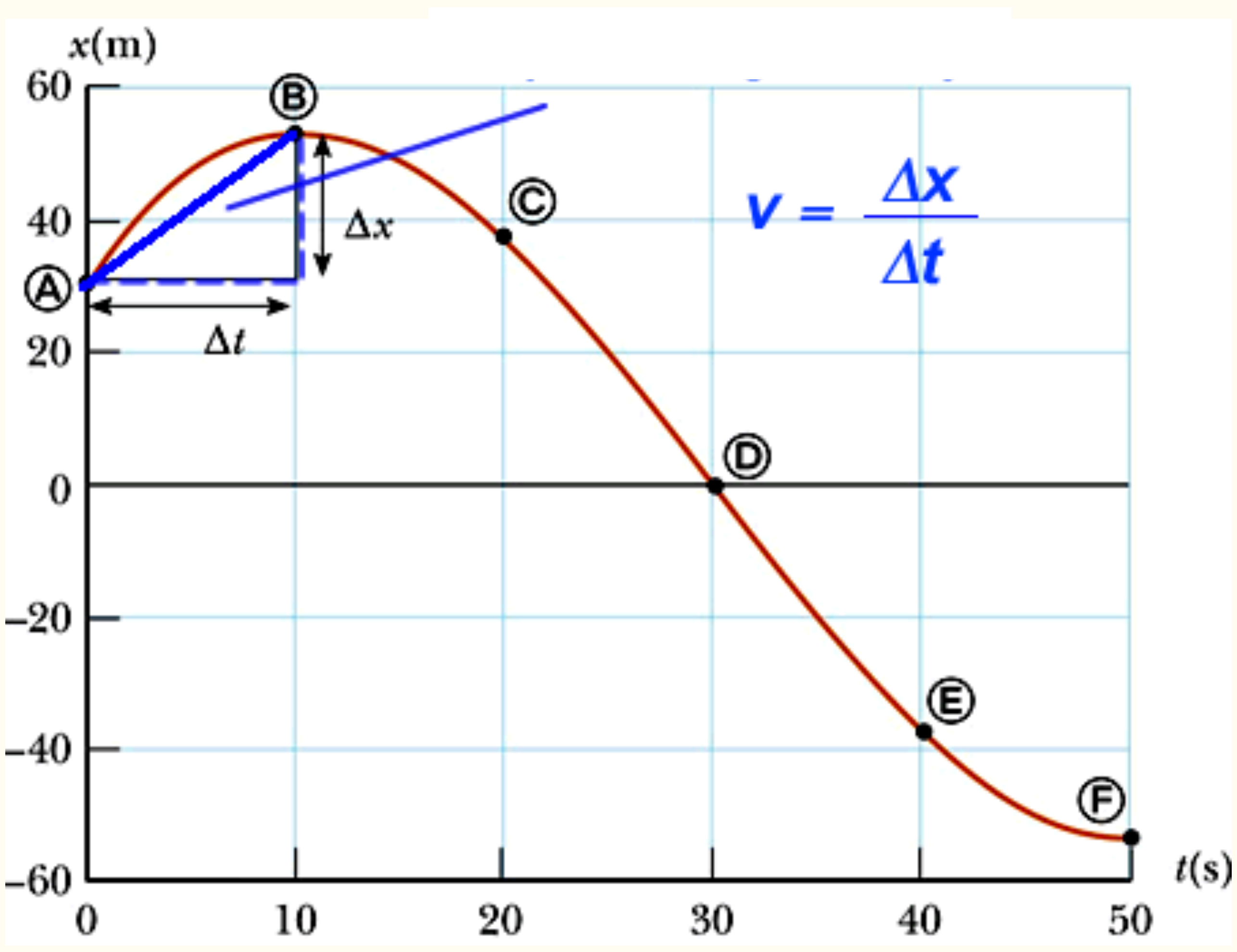
Mientras menor sea Δt, más se acerca esta cantidad a la velocidad instantánea. Si la velocidad es constante, la velocidad promedio es igual a la instantánea

Regresando al ejemplo del auto:

A cada instante, la velocidad es la **pendiente de la tangente de la curva x(t)**

La velocidad es mayor cuando el auto inicia el recorrido en A, y decrece hasta que se hace igual a 0 en B

La velocidad promedio entre A y B es Δx/Δt, que gráficamente corresponde a la pendiente de la recta que une A y B



Más Definiciones: aceleración

Así como se puede estudiar como cambia la posición respecto al tiempo, se puede estudiar el cambio de la velocidad respecto al tiempo. Esto es la **aceleración**:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

por lo que nos queda:

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}}$$

En palabras, la aceleración es la tasa de cambio de la velocidad.

Por ejemplo, una aceleración de 3m/s^2 en la dirección x nos dice que en ese instante la velocidad en x se incrementa de 3m/s cada segundo.

Unidades: longitud/tiempo^2
(SI: m/s^2)

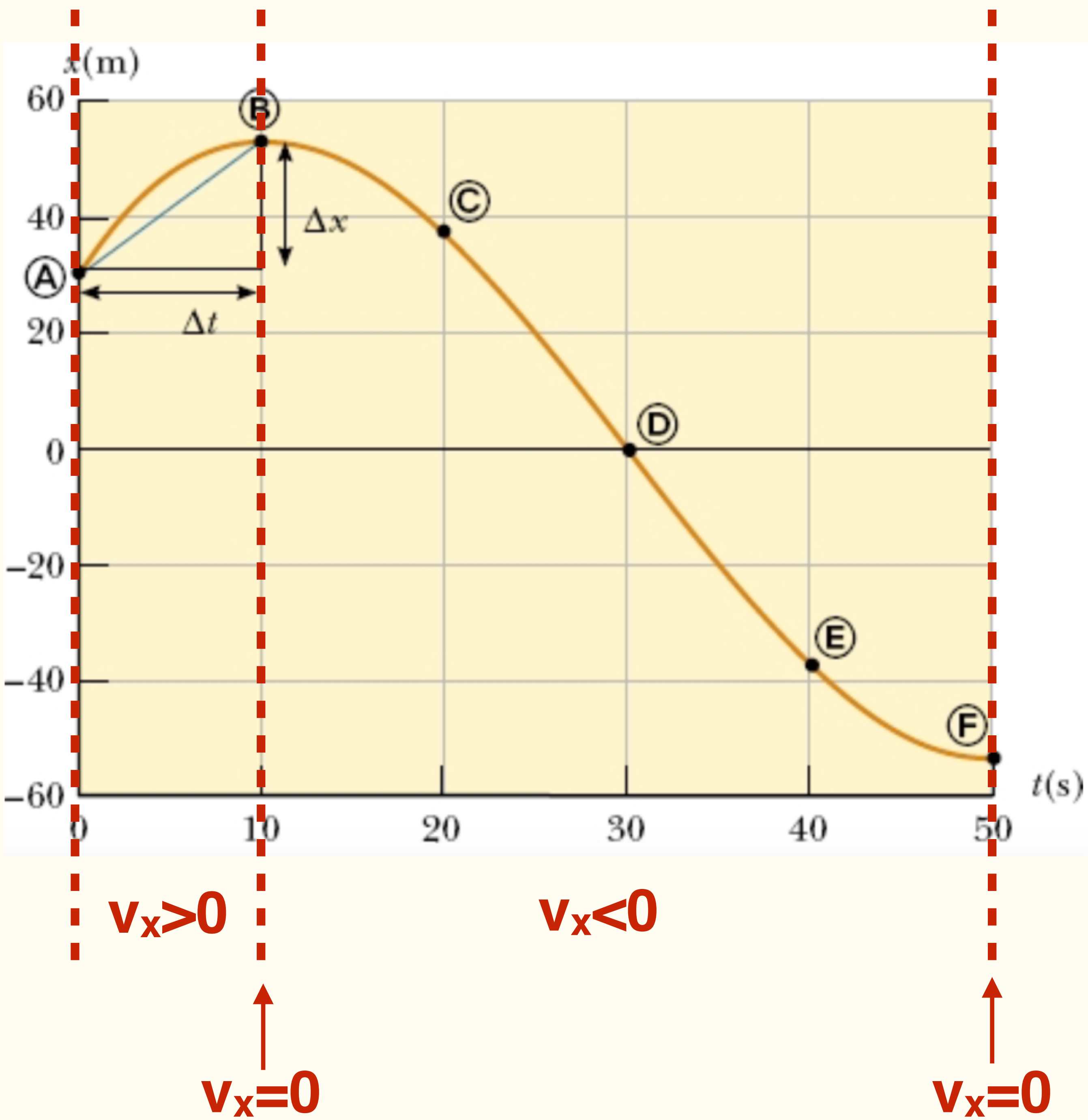
Preguntas con cliqueras

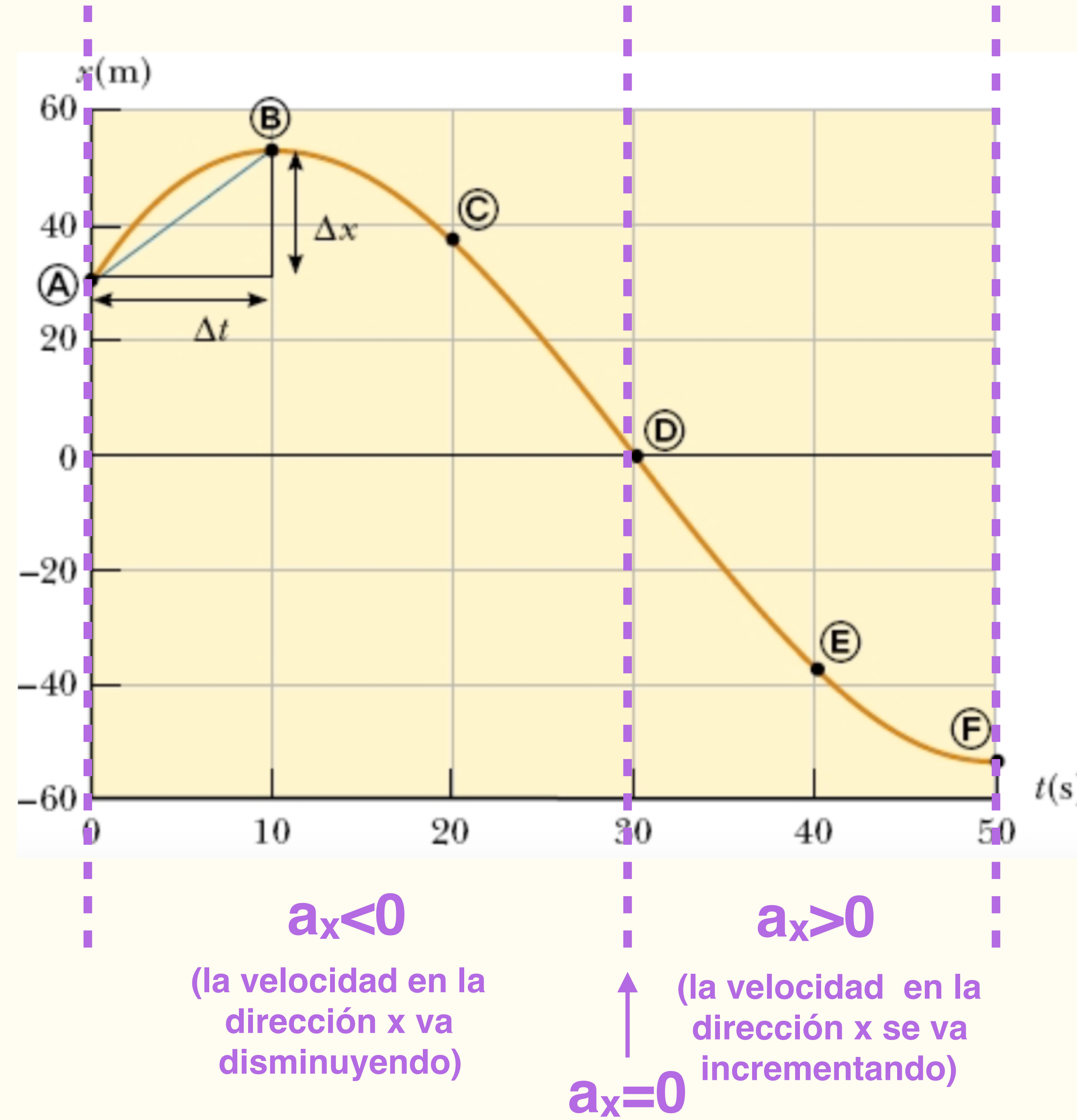
Ejemplo #1

Considere la representación estroboscópica de un auto moviéndose en una dimensión (x). Represente cualitativamente la **velocidad (en rojo)** y la **aceleración (en morado)** a cada instante:

Ejemplo #2

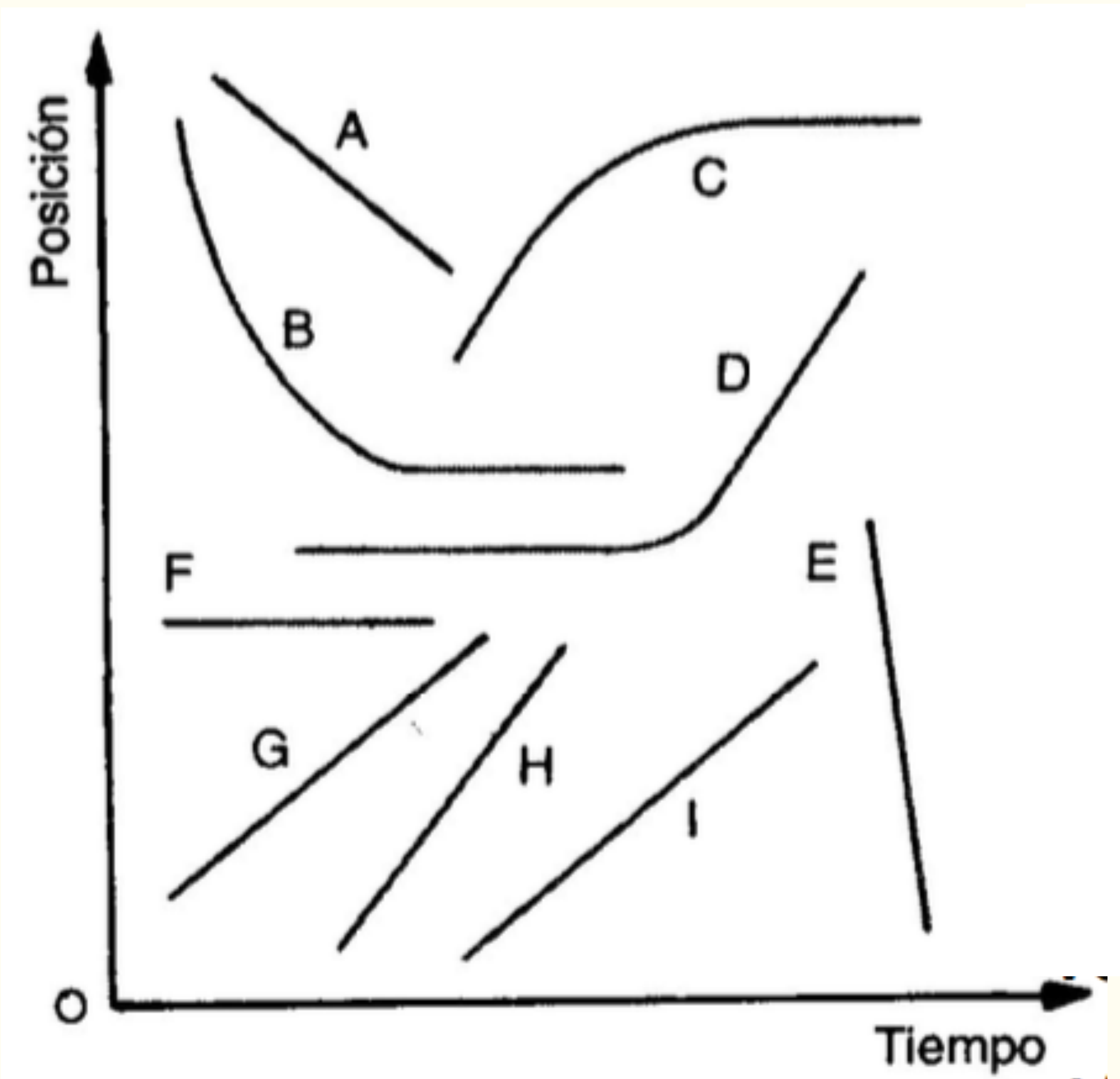
Considere el ejemplo del auto que se mueve en el eje x como mostrado, e indique cuándo la velocidad es positiva, negativa, o cero. Haga lo mismo para la aceleración.





Tip: la velocidad es la pendiente de la tangente a la curva en cada punto. La aceleración es la concavidad en cada punto de la curva.

Ejemplo #3



¿Qué auto se aleja siempre del inicio de la carretera? **G, H, I**

¿Qué auto tiene una velocidad constante de mayor magnitud? **E**

¿Qué auto fue acelerado, partiendo del reposo, y alcanzó una velocidad constante? **D**

¿Qué autos se mueven siempre con la misma velocidad entre ellos? **G, I**

¿Qué auto permanece detenido? **F**

Posición, Velocidad y Aceleración

Hasta ahora hemos hablando de aceleración, velocidad, posición, y tiempo. Estas cuatro cantidades están conectadas por estas ecuaciones:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} \qquad \vec{\upsilon} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

Es importante recordar que estas son ecuaciones vectoriales. Como vivimos en 3 dimensiones, en realidad corresponden a **6** ecuaciones independientes:

$$a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\hat{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\hat{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\hat{k}$$

es decir

$$\boxed{\begin{aligned} a_x &= \frac{d\upsilon_x}{dt} \\ a_y &= \frac{d\upsilon_y}{dt} \\ a_z &= \frac{d\upsilon_z}{dt} \end{aligned}}$$

$$\upsilon_x\hat{i} + \upsilon_y\hat{j} + \upsilon_z\hat{k} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

es decir

$$\boxed{\begin{aligned} \upsilon_x &= \frac{dx}{dt} \\ \upsilon_y &= \frac{dy}{dt} \\ \upsilon_z &= \frac{dz}{dt} \end{aligned}}$$

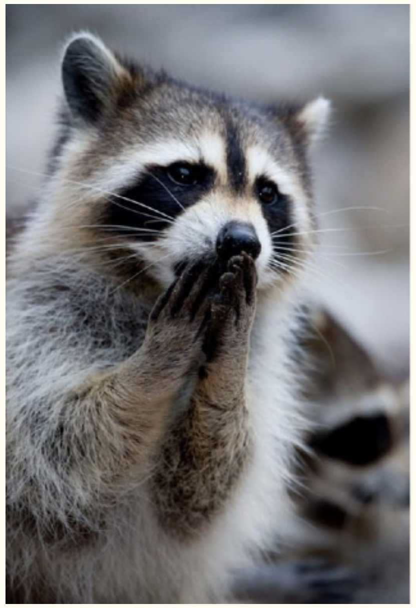
Principio: Posición, Velocidad y Aceleración

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

Debido a esta interconexión, ocurre algo muy útil:

Si en una cierta dimensión se conoce la relación entre dos de estas variables, se pueden encontrar las otras dos (en esa misma dimensión) utilizando cálculo diferencial e integral

Lo más fácil es cuando se conoce la posición en función del tiempo, en cuyo caso sólo hay que derivar para encontrar v(t) y a(t).



Pero también se puede ir en la otra dirección, integrando. ***En ese caso la clave es separar las variables*** *(poner una variable de un lado de la ecuación, la otra del otro, e integrar).*

Primero aplicaremos esto al caso más fácil, en el que se conoce la relación entre aceleración y tiempo y que ésta es constante. Más adelante haremos un ejemplo cuando lo que se conoce es la relación entre velocidad y aceleración.

Aceleración constante, una dimensión

Una situación que se encuentra muy comúnmente en física es la de movimiento bajo aceleración constante.

Supongamos que un objeto se mueve en una sola dimensión x, y que la aceleración "a" es una constante. Tenemos que:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} \longrightarrow d\upsilon = a dt \longrightarrow \int_{\upsilon_0}^{\upsilon} d\upsilon' = \int_0^t a\, dt' \longrightarrow \upsilon = \int_0^t a\, dt' + \upsilon_0$$

por lo que: $\upsilon(t) = \int_0^t a\, dt' + \upsilon_0 = \underline{at + \upsilon_0}$

De igual forma:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} \longrightarrow dx = \upsilon dt \longrightarrow \int_{x_0}^{x} dx' = \int_0^t \upsilon\, dt' \longrightarrow x = \int_0^t \upsilon\, dt' + x_0$$

por lo que: $x(t) = \int_0^t \upsilon\, dt + x_0 = \int_0^t (at' + \upsilon_0)\, dt' + x_0 = \underline{\frac{1}{2}at^2 + \upsilon_0 t + x_0}$

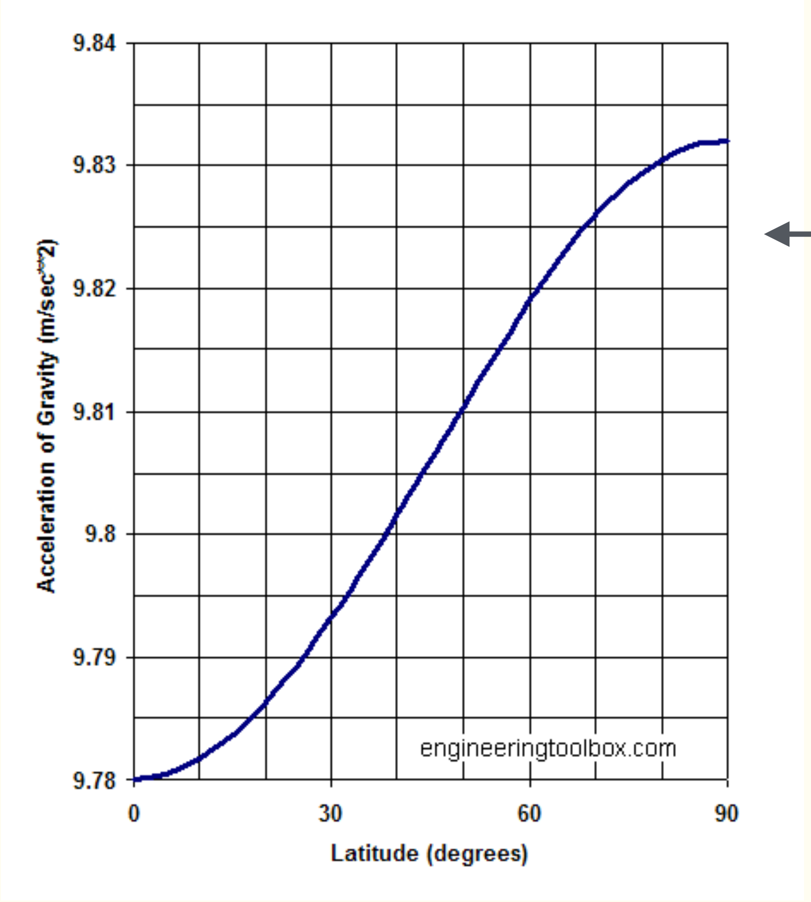
Paréntesis: Aceleración de la Gravedad

Estas ecuaciones son muy utilizadas en física debido a lo siguiente:

la gravedad acelera a *todos* los objetos en la superficie de la tierra con la misma aceleración, igual a $g=-9.8 m/s^2$

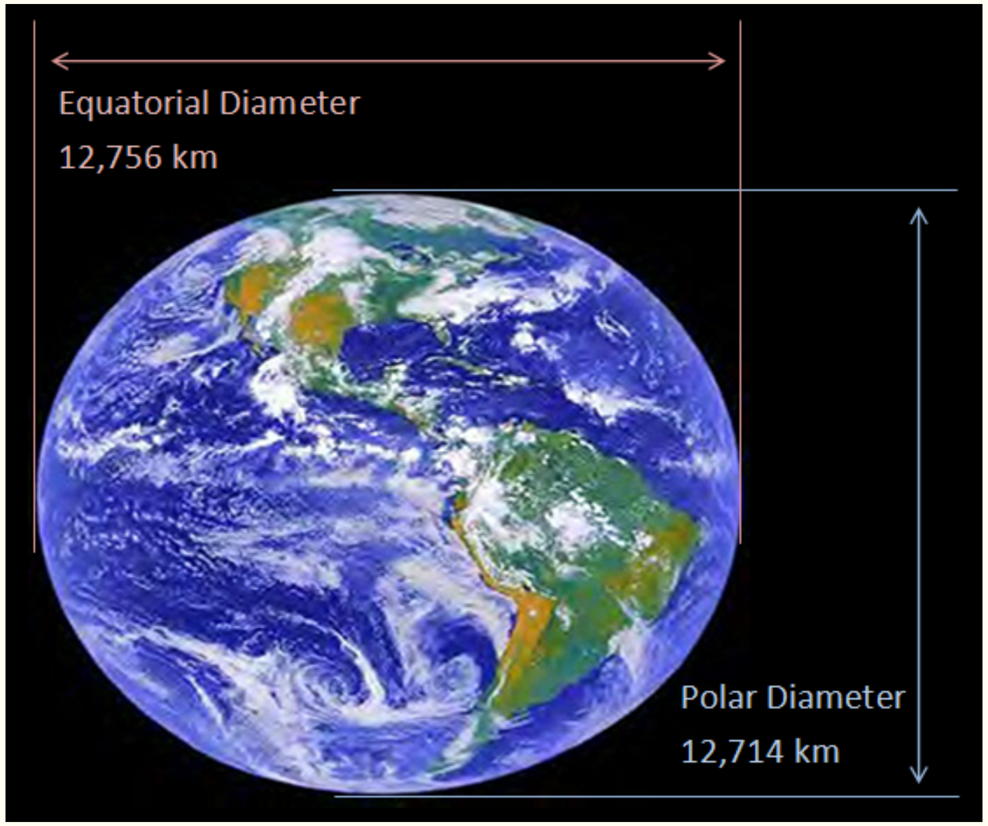
(obviamente la dirección de esta aceleración es hacia el centro de la tierra, es decir verticalmente hacia abajo)

En realidad esto no es 100% cierto, aunque es una muy buena aproximación:



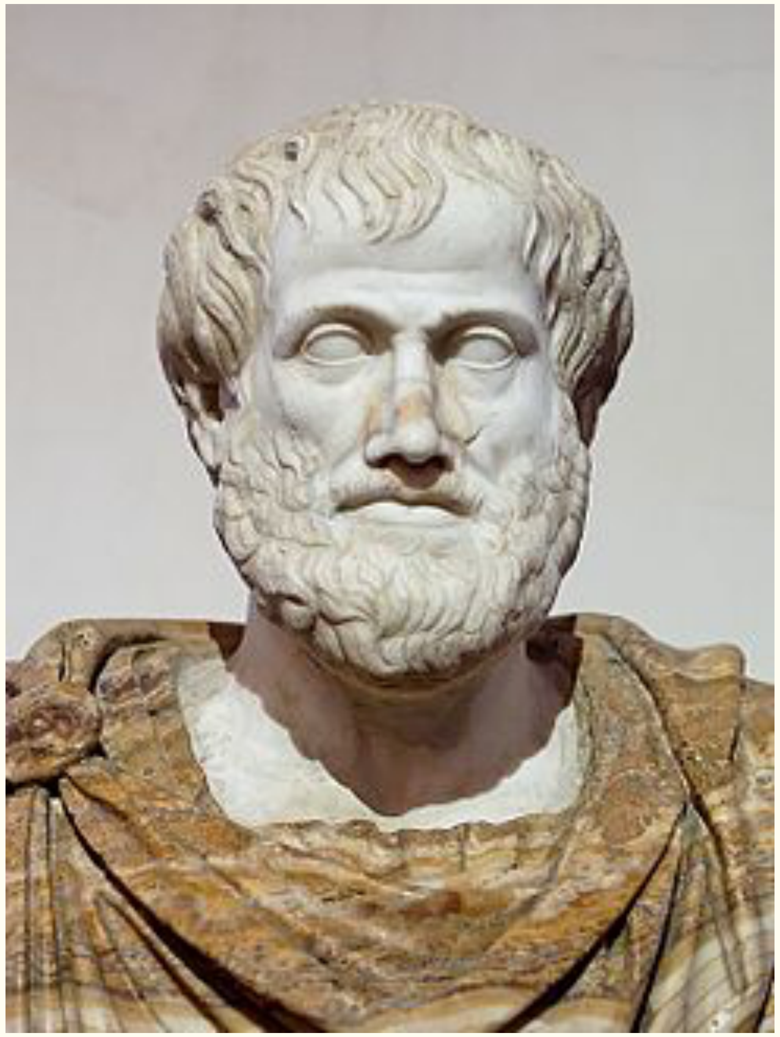
En realidad, la aceleración varía ligeramente con la latitud

Esto es porque, debido a su rotación, la tierra no es una esfera perfecta



Cápsula Informativa

Por milenios la humanidad creyó que esto no era así



Aristóteles (~350 años antes de Cristo) decía que todo está compuesto por 4 elementos: tierra, viento, agua, fuego.

Objetos hechos de viento (como el humo) quieren ir hacia el viento, objetos hechos de tierra (como piedras) quieren ir hacia la tierra… etc.

Aristóteles también decía que los **objetos más pesados caen más rápido**.

¿Tenía razón Aristóteles?

¡No!

Un experimento muy sencillo muestra lo equivocado que estaba….

Experimento #1

Si soltamos dos objetos de igual tamaño pero diferente masa de la misma altura y al mismo tiempo, ¿cuál cae primero?

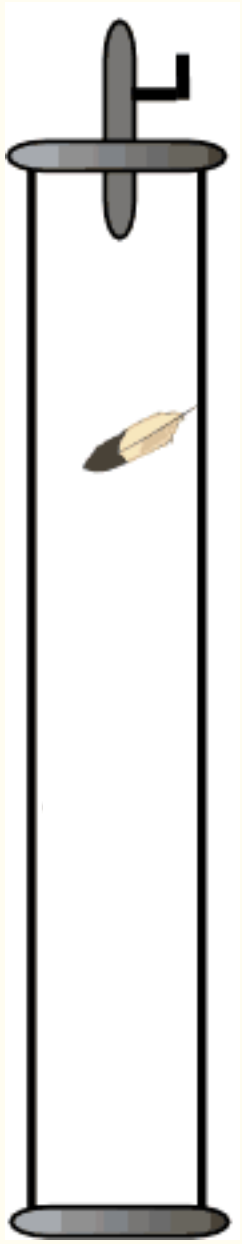
La leyenda dice que Galileo soltó dos esferas con diferente masa desde la torre de Pisa en Italia para ver cuál caía primero. En realidad hizo otros experimentos utilizando planos inclinados.

¿Pero qué pasa si uno de los objetos es algo muy ligero como una pluma o un pedazo de papel? En este caso hay un factor extra a considerar que es la resistencia del aire

Experimento #2

Galileo dijo que si se ignora la resistencia del aire, cualquier objeto cae con una aceleración de 9.81m/s^2. Probemos esto con una pluma en un vacío parcial:

(más adelante veremos un video en el que se hace este experimento en una cámara de vacío de la NASA)



¡¡La pluma cae mucho más rápido cuando hay un vacío parcial!!

Próxima clase: cinemática de una partícula