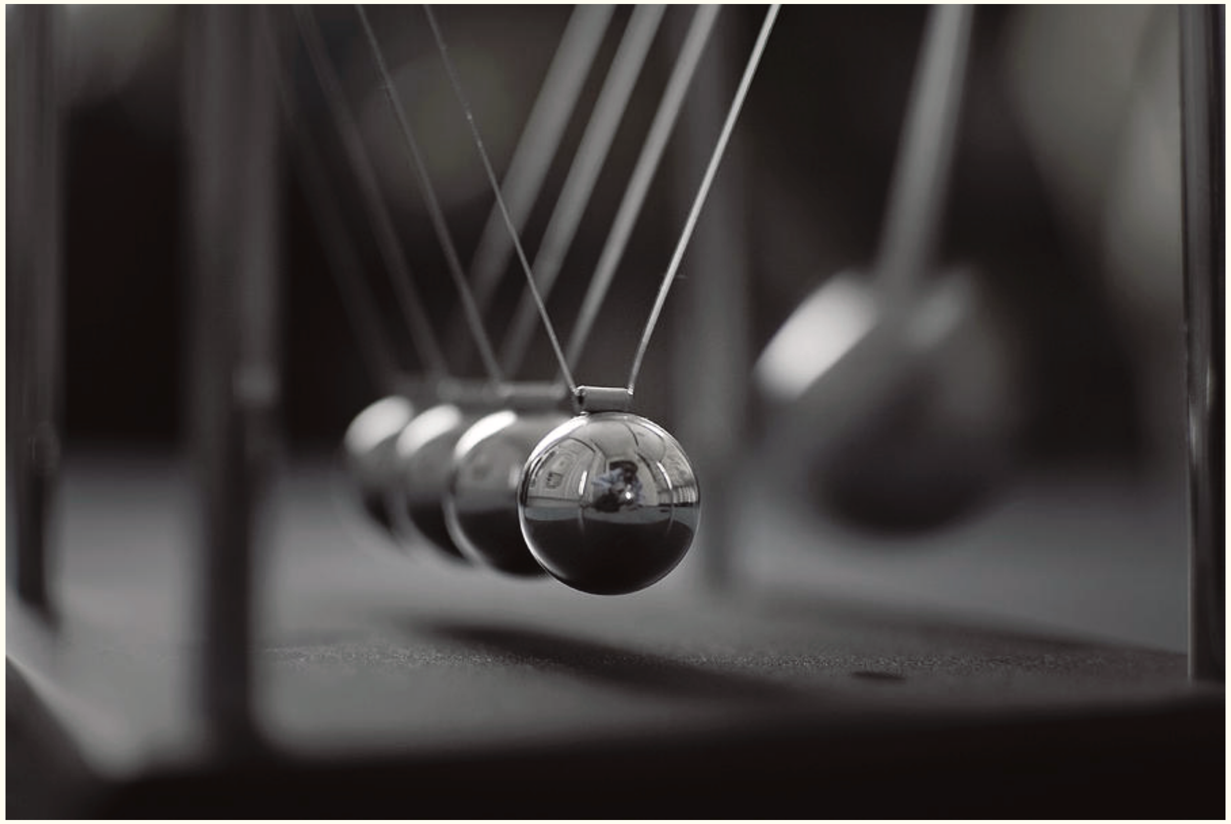
Estática y Dinámica
FIS1513

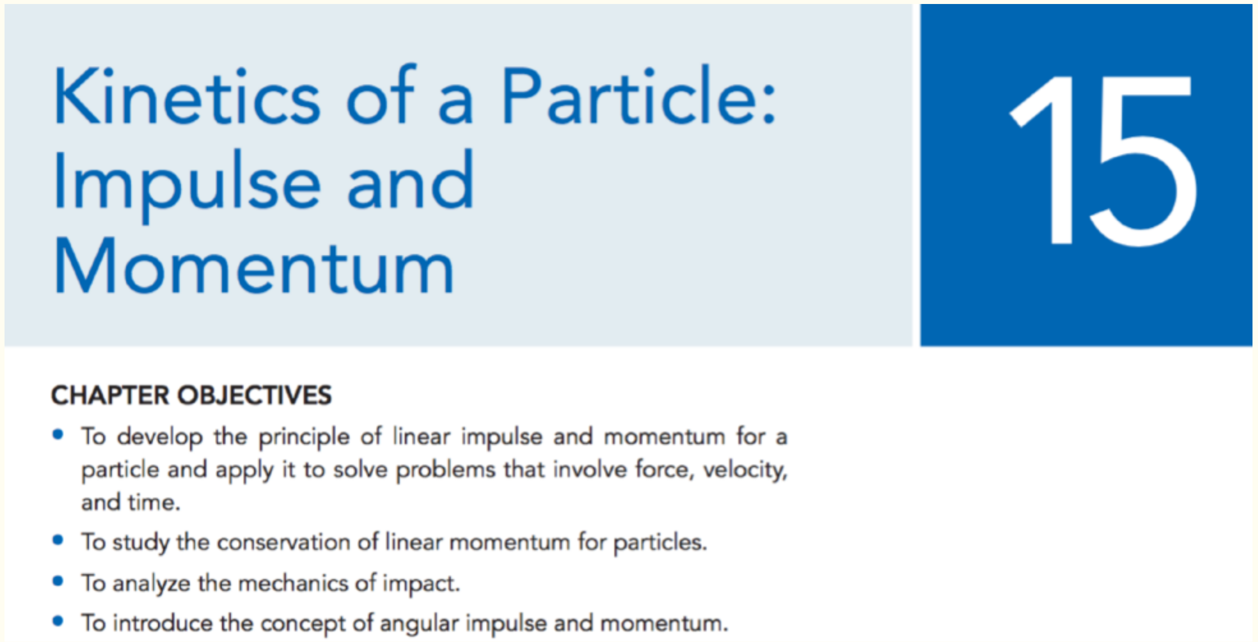
Clase #18
19-10-2018
Impulso y Momento

Anuncios

- El profe está de viaje debido a su trabajo de investigación
  - Regresa el 28 de Octubre
  - Durante su ausencia todo sigue con normalidad en los horarios usuales.
- La i3 es el martes 30 de Octubre a las 18.30 hrs.



Impulso y Momento



Kinetics of a Particle: Impulse and Momentum

15

CHAPTER OBJECTIVES

- To develop the principle of linear impulse and momentum for a particle and apply it to solve problems that involve force, velocity, and time.
- To study the conservation of linear momentum for particles.
- To analyze the mechanics of impact.
- To introduce the concept of angular impulse and momentum.

Impulse and momentum principles are required to predict the motion of this golf ball.

Capítulo 15 del Hibbeler y 8 del Young-Freedman

MOMENTO LINEAL, IMPULSO Y CHOQUES

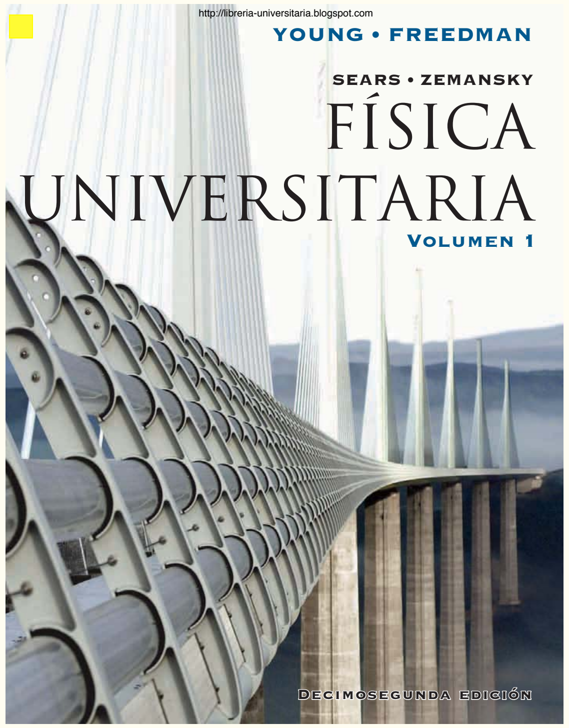
8

?¿Qué podría causar una lesión más grave: ser tacleado por un jugador ligero que corre rápidamente, o ser tacleado por un jugador con el doble de masa, pero que corre con una rapidez que equivale a la mitad de la del primero?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- El significado de momento lineal de una partícula y cómo el impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula hace que su momento lineal varíe.
- Las condiciones en las que el momento lineal total de un sistema de partículas es constante (es decir, se conserva).
- A resolver problemas en los que



Nota: una vez más, el Young & Freedman es bueno para entender algunos de los conceptos, pero el Hibbeler tiene un nivel más avanzado.

Recordatorio: clase pasada

La clase pasada vimos la segunda ley de Newton para un sistema de partículas:

$$\boxed{\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}_{\text{total}}}{dt}}$$

(donde el momento lineal total se define como la suma vectorial de todos los momentos individuales:)

$$\vec{p}_{\text{total}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ...\vec{p}_N$$

De esta ecuación se desprende una conclusión importantísima:

si la suma vectorial de fuerzas externas sobre un sistema es cero en una dimensión, el momento lineal total se conserva en esa dimensión

¿Aplicación?

Una de las aplicaciones más útiles del principio de conservación de momento lineal: **colisiones**

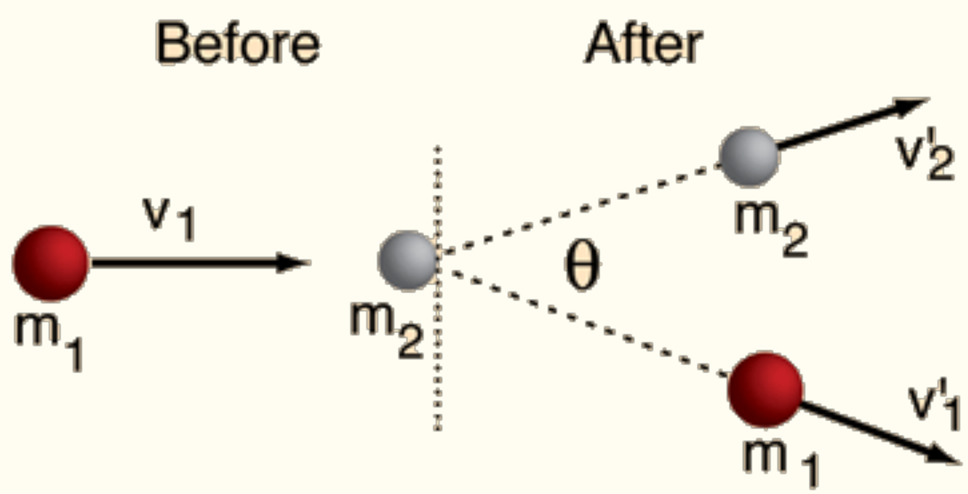
No necesitamos saber ***nada*** sobre la colisión:el tiempo de contacto, si la superficie de contacto fue lisa o rugosa, si los objetos que colisionaron estaban “acolchonados” o no…..

Lo que le hizo #1 a #2 se lo hizo #2 a #1 en sentido contrario, y el momento que perdió #1 lo ganó #2 (o viceversa), así que todas las fuerzas internas se cancelan y el **momento total del sistema se conserva** (siempre y cuando no haya fuerzas externas)

Tipos de Colisiones

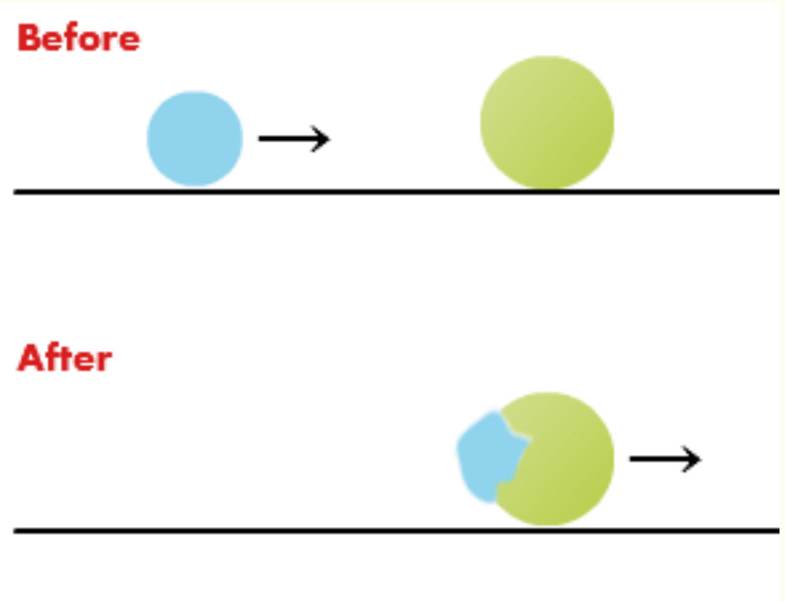
Distinguiremos **dos tipos de colisiones**:

Elásticas



SI se conserva la energía cinética del sistema

Inelásticas



NO se conserva la energía cinética del sistema

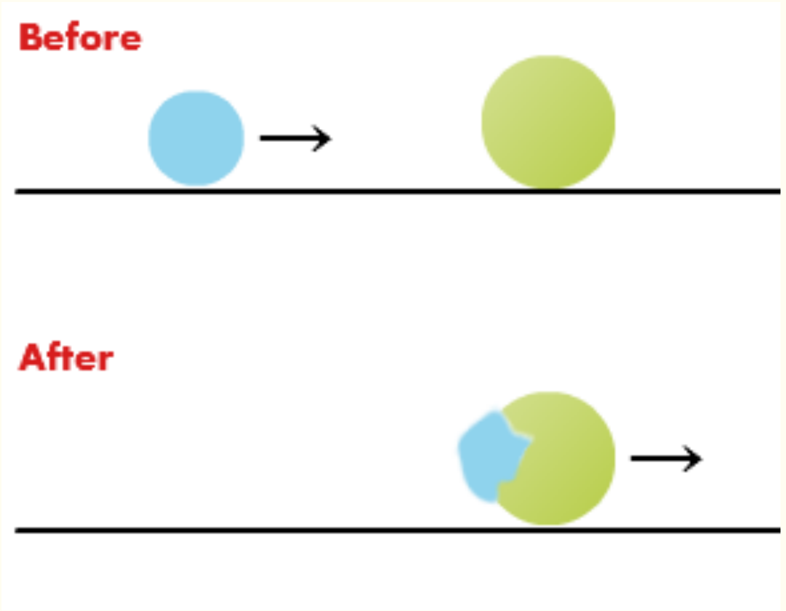
En todas las colisiones se conserva el momento lineal si el sistema es aislado, pero no en todas se conserva la energía cinética del sistema

Colisiones Inelásticas

Si en las colisiones inelásticas no se conserva la energía cinética, ¿en qué tipo de energía se convierte?

sonido y/o calor

En colisiones inelásticas, parte de la energía se gasta en deformar los objetos que colisionaron, lo que ultimadamente genera calor y ruido.



Si los objetos terminan pegados, a esa colisión se le llama "**perfectamente inelástica**" (o "plástica")

Ejemplos de Colisiones

Inelástica

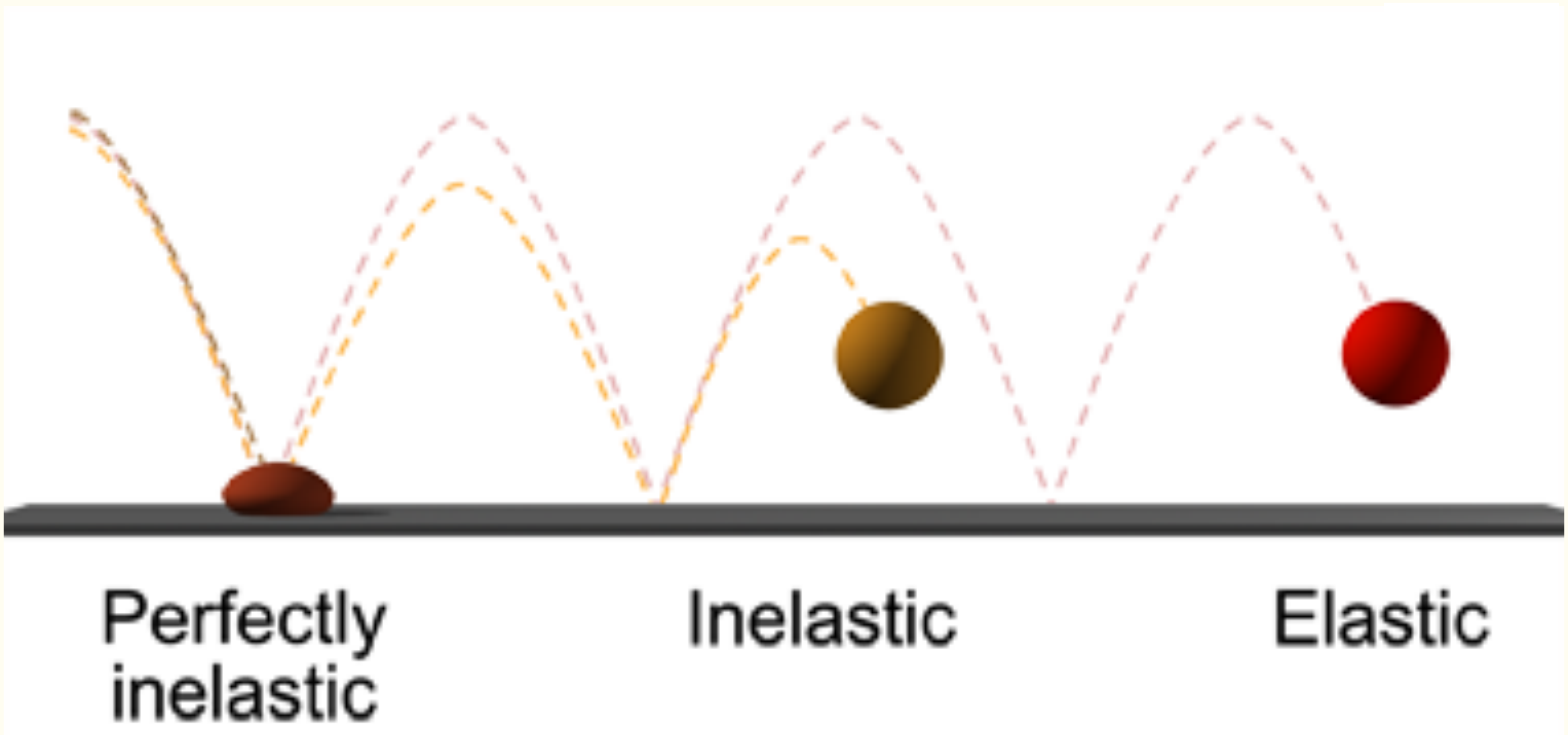
Elásticas
(casi)

Inelástica

Inelástica

Ejemplos de Colisiones

Otro ejemplo: una pelota colisionando con el piso



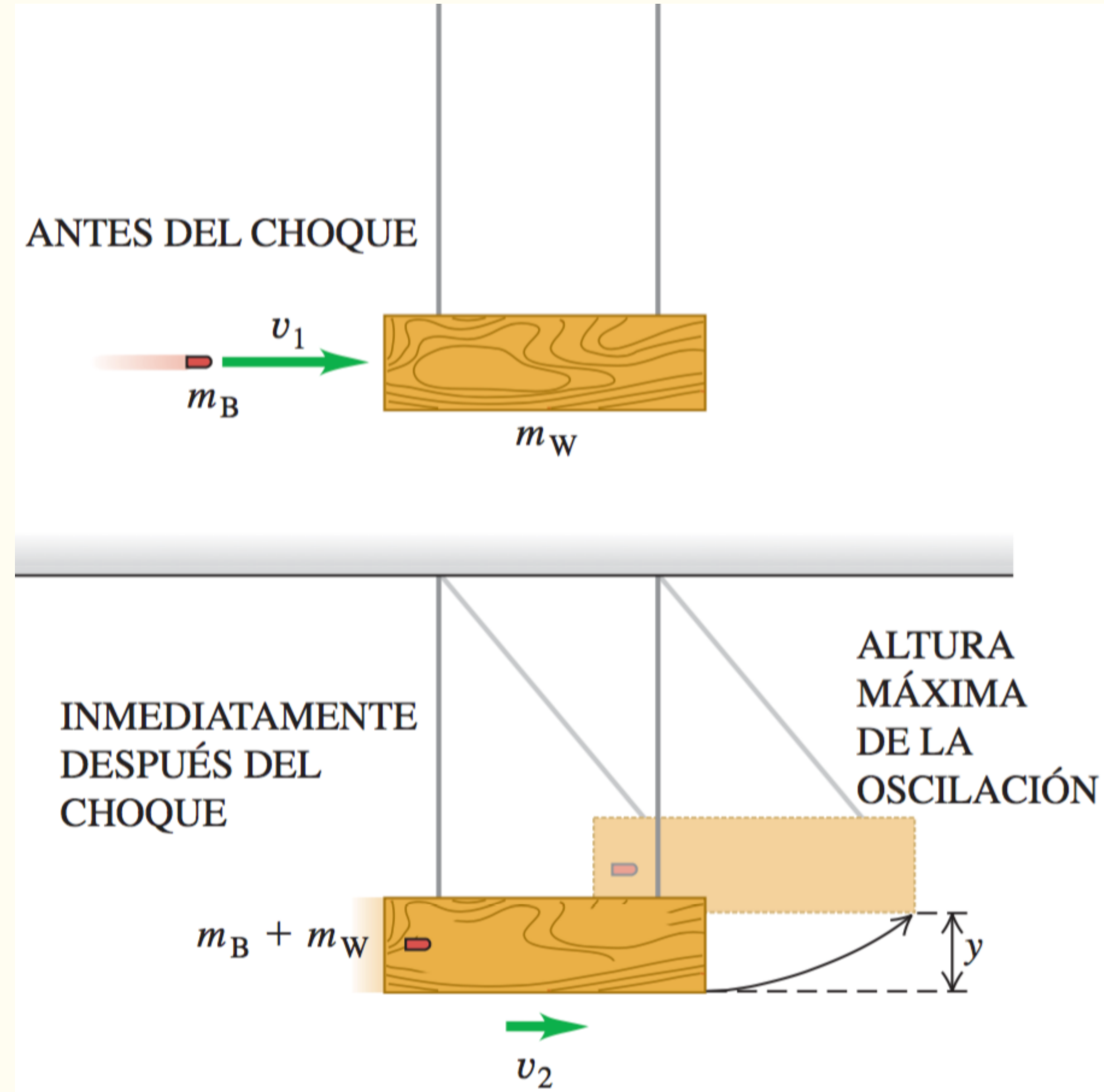
Ejemplo

(8.8 en Young & Freedman)

Un péndulo balístico es un sistema que se usa para medir la rapidez de una bala.

La bala se dispara hacia un bloque de madera suspendido. La bala se detiene en la madera, y todo el sistema se balancea hasta alcanzar una altura máxima.

Si el péndulo y la bala alcanzan una altura máxima y, determine la velocidad inicial de la bala. Suponga que la bala tiene masa m_B y la madera m_W.



(resolver en pizarra)

Respuestas: $v_2 = \dfrac{m_B v_1}{m_B + m_W}$ y $v_1 = \dfrac{m_B + m_W}{m_B}\sqrt{2gy}$

Pregunta extra sobre el ejemplo anterior:

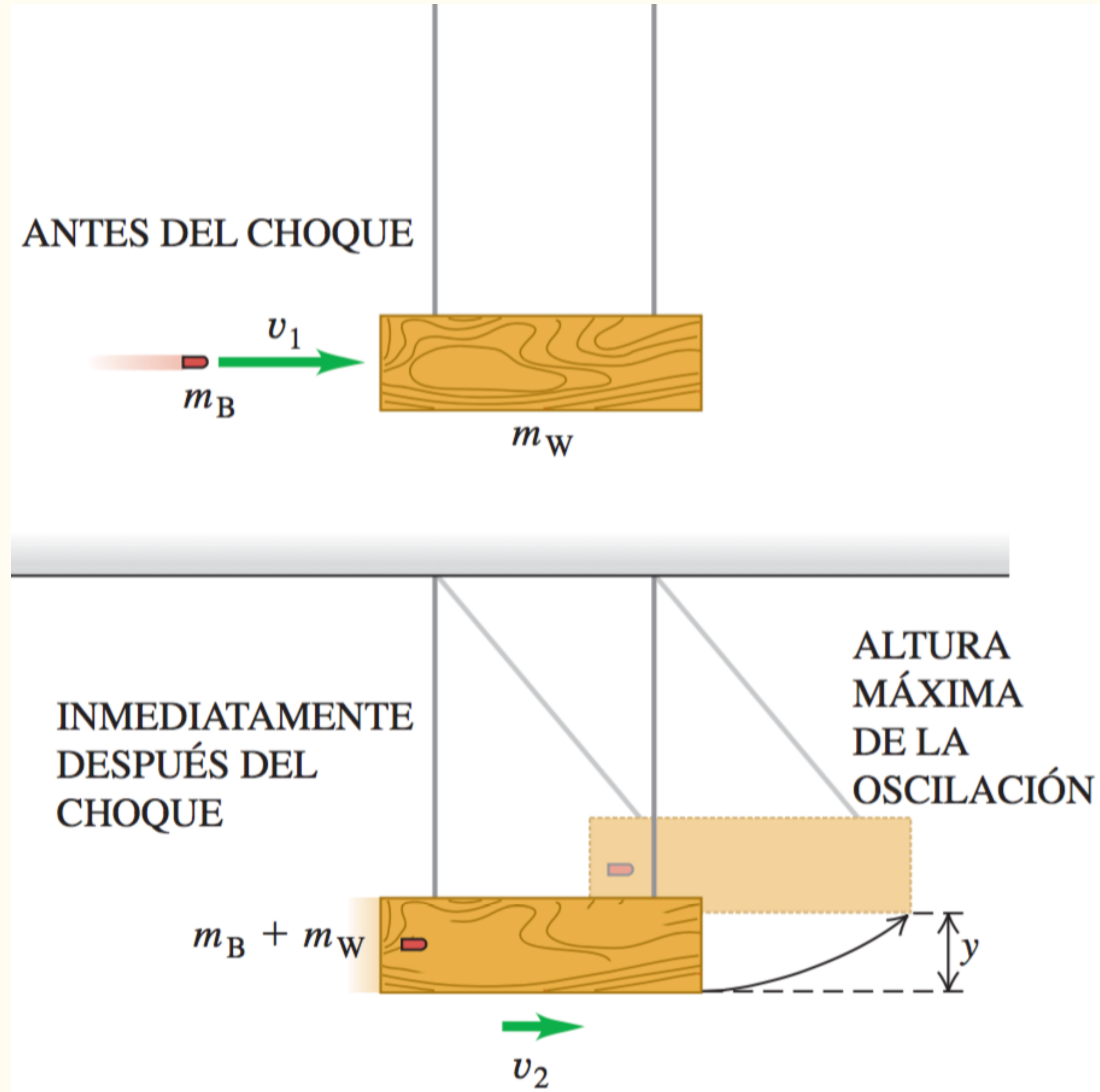
¿Se conserva la energía cinética en la colisión?

Tenemos que $K_1 = \frac{1}{2} m_B v_1^2$ y

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_B + m_W)v_2^2 = \frac{1}{2}\frac{m_B^2 v_1^2}{m_B + m_W}$$

es decir $K_2 = \frac{m_B}{m_B + m_W} K_1$

y concluimos que: $K_2 < K_1$



¡Esto es lo esperado! La colisión, por definición, es perfectamente inelástica, ya que los dos objetos se quedan pegados.

Nota: en una colisión perfectamente inelástica no necesariamente se pierde el 100% de la energía cinética

Recomendaciones para Problemas

Es muy común encontrarse con problemas que **mezclan conservación de momento con trabajo y energía**, como el anterior.

Para estos problemas es muy **importante dividir bien el problema** y preguntarse en qué partes se conserva el momento, en qué partes la energía, y/o ambos.

Por ejemplo, para el problema anterior le podemos llamar instante #1 al momento justo antes de la colisión, #2 justo después de la colisión, y #3 cuando el péndulo llega al punto más alto.

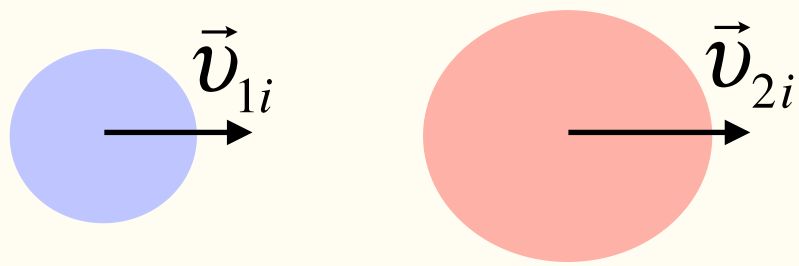
El momento se conserva entre #1 y #2 en la dirección x ya que no hay fuerzas externas en esa dirección sobre el sistema bala + péndulo. Pero la energía mecánica no se conserva ya que aparecen fuerzas no conservativas que hacen trabajo (la bala se detiene en la madera debido al roce).

La energía mecánica se conserva entre 2 y 3 ya que no hay fuerzas no-conservativas que hagan trabajo. Sin embargo, el momento no se conserva ya que hay fuerzas externas sobre el sistema bala+péndulo (gravedad y normal). De hecho la bala+péndulo comienza en #2 con un momento en x y termina con momento nulo en #3

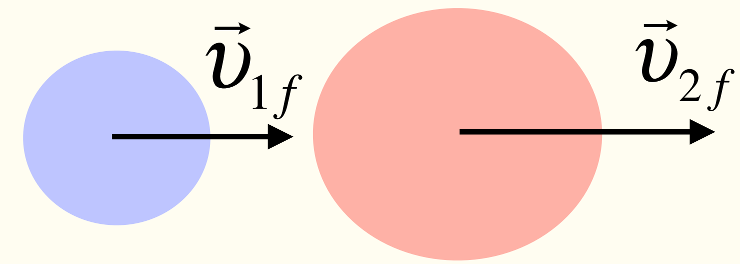
Colisiones Elásticas en 1D

Si tenemos una colisión elástica entre dos partículas en una dimensión, podemos derivar expresiones entre las velocidades iniciales y finales.

Antes:



Después:



Como estamos en una dimensión, no es necesario utilizar notación vectorial:

Conservación de momento: $$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Conservación de energía cinética: $$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

Nota: las cantidades v_{1i} y etc. son componentes, por lo que pueden ser positivas o negativas

Colisiones Elásticas en 1D

Si se conocen las velocidades iniciales podemos derivar expresiones para las finales. Con un poco de álgebra se llega a:

(álgebra en pizarra)

$$v_{1f} = v_{1i}\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) + v_{2i}\left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

$$v_{2f} = v_{1i}\left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) + v_{2i}\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)$$

¡Listo!

https://www.youtube.com/watch?v=1hj6dwY3CUw

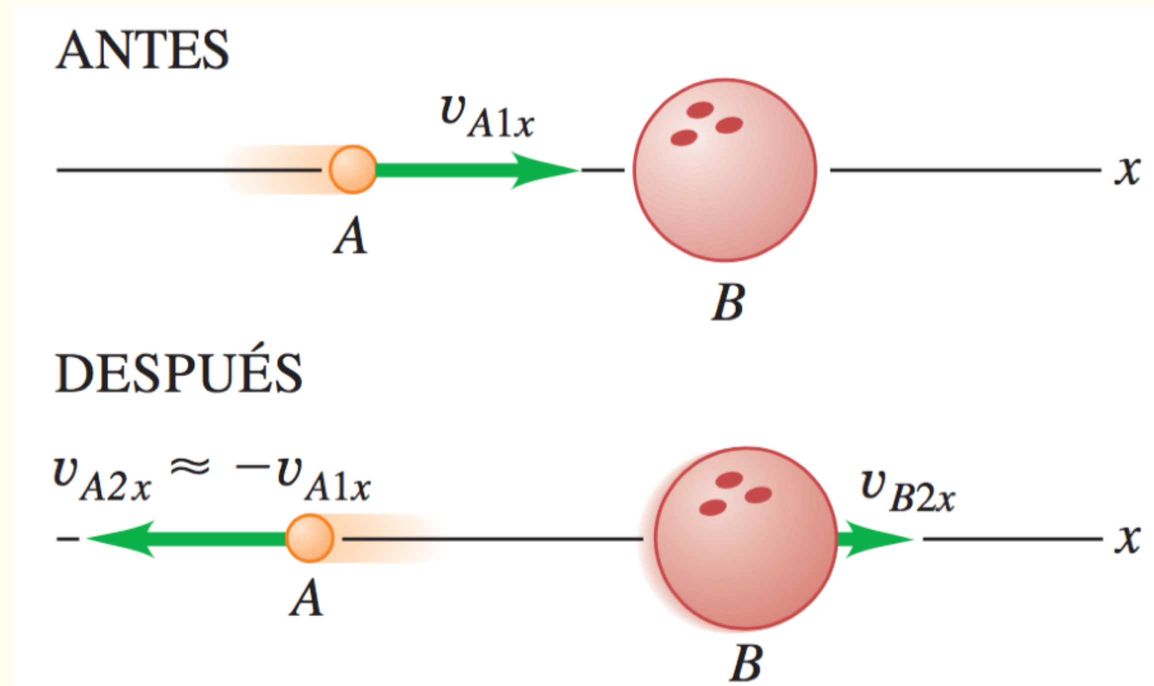
Colisiones Elásticas en 1D

¿Tienen sentido estas ecuaciones?

Si $m_1 << m_2$ (una bola de ping-pong vs. una bola de boliche), y la bola de boliche está en reposo, las ecuaciones nos predicen que:

$$v_{1f} \approx -v_{1i}$$
$$v_{2f} \approx 0$$

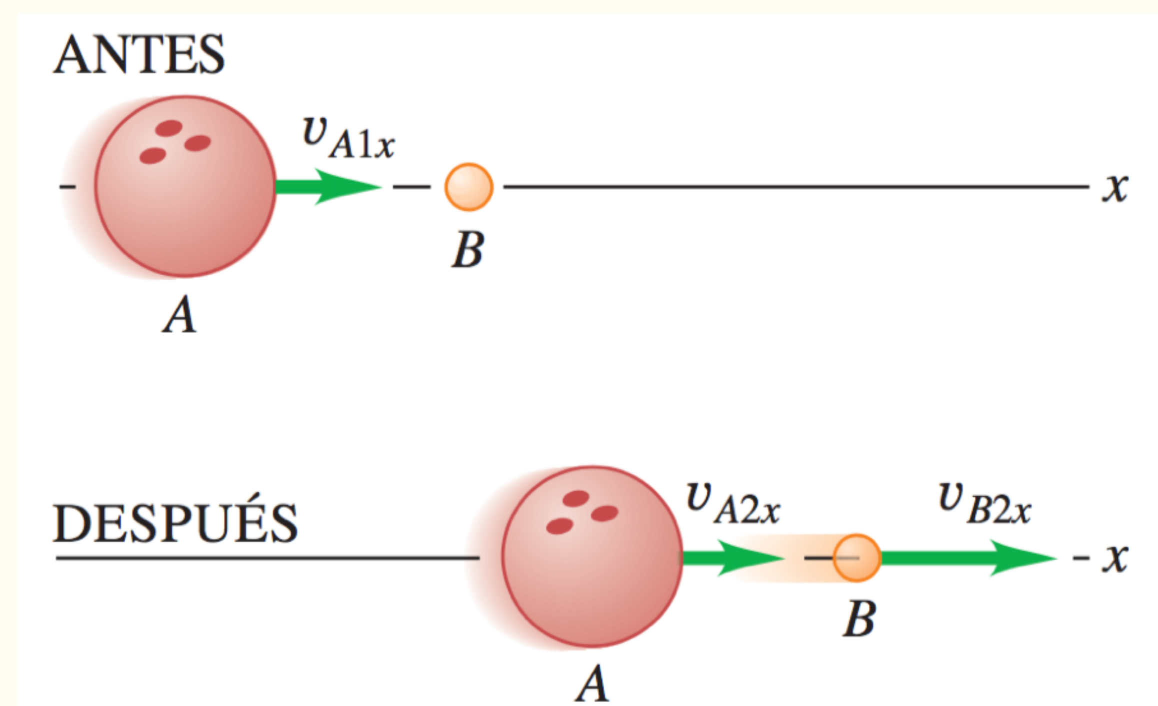
La bola de ping-pong rebota con prácticamente la misma velocidad y la de boliche ni se inmuta



Si la bola de boliche es la que tiene velocidad inicial, las ecuaciones predicen que:

$$v_{1f} \approx v_{1i}$$
$$v_{2f} \approx 2v_{2i}$$

La bola de boliche no se inmuta, mientras que la de ping-pong se acelera al doble la velocidad de la de boliche



Para discusión: ¿Qué sucede en el caso que las dos bolas tienen la misma masa?

El comportamiento que predicen las ecuaciones es el observado en la vida real

Coeficiente de Restitución (1D)

En esta vida las colisiones elásticas no existen al 100%. Para cuantificar el grado de inelasticidad en una colisión, se introduce el “coeficiente de restitución”:

Antes: **Después:**

Cuidado: esta definición sólo es válida en una dimensión

$$e = \frac{|\text{velocidad relativa de separación}|}{|\text{velocidad relativa de acercamiento}|} = \frac{v_{bf} - v_{af}}{v_{ai} - v_{bi}}$$

Nota: si las partículas colisionaran “cara a cara”, v_{bi} sería negativo, igual que v_{af}

Este coeficiente siempre toma un valor entre 0 y 1

Para colisiones elásticas e=1, y para colisiones perfectamente inelásticas e=0

Tip: Sobre Colisiones Elásticas

Para resolver problemas con colisiones elásticas uno puede siempre plantear conservación de momento y energía y resolver las ecuaciones.

El problema es que, como vimos, esto es engorroso porque la ecuación de conservación de energía involucra la rapidez al cuadrado

Mejor usar un **tip**:

Para colisiones elásticas, a menudo es mejor recordar que el coeficiente de restitución tiene que ser 1

$$e = \frac{\text{velocidad relativa de separación}}{\text{velocidad relativa de acercamiento}}$$

Esto implica que la velocidad relativa entre los dos objetos tiene que ser <u>igual antes y después de la colisión</u>.

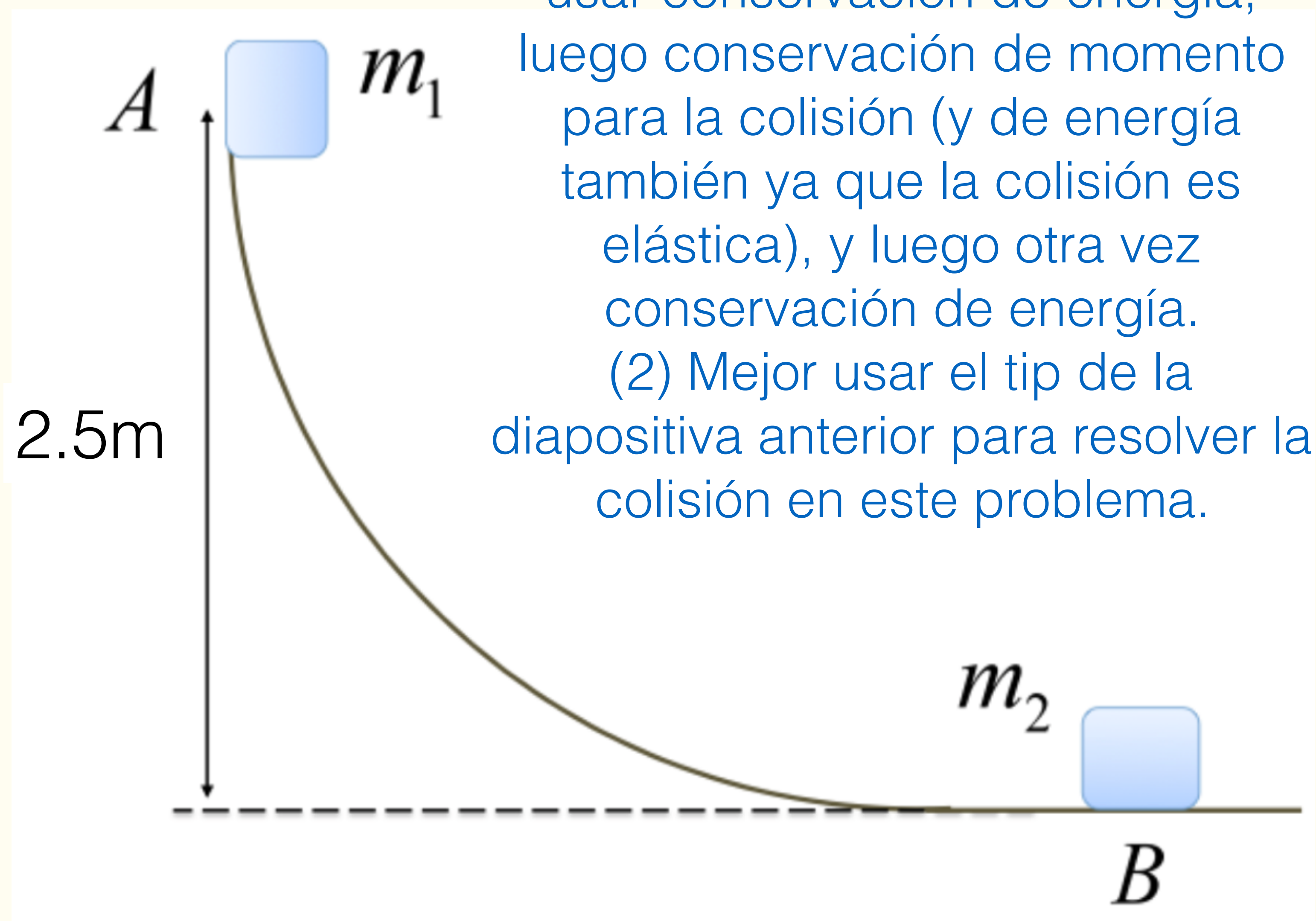
Para colisiones elásticas e puede imponer esta condición junto con conservación de momento y quedan dos ecuaciones que no involucran cuadrados, más fáciles de resolver

Ejemplo

(No en libros)

Un bloque de masa m_1=2kg baja por una rampa de 2.5m de altura sin experimentar roce y partiendo del reposo. En el extremo inferior de la rampa experimenta una colisión elástica con una caja de masa m_2=5kg, que se encuentra en reposo. ¿Cuál es la velocidad de m_2 después de la colisión? ¿Qué ocurre con m_1 después de la colisión?

Tips: (1) En este problema hay que usar conservación de energía, luego conservación de momento para la colisión (y de energía también ya que la colisión es elástica), y luego otra vez conservación de energía.
(2) Mejor usar el tip de la diapositiva anterior para resolver la colisión en este problema.



(resolver en pizarra)

Respuestas: 4m/s; la caja 1 regresa por la rampa hasta una altura de 0.46m

Aplicación: diseño de autos

Si me veo involucrado en un accidente automovilístico a alta velocidad, ¿me conviene más que la colisión sea elástica o inelástica?

¡Inelástica!

Podemos entender esto con un ejemplo muy simple: **2 autos iguales viajando a 50km/h que colisionan frente a frente**

v_{1i}=50km/h

v_{2i}=-50km/h

Si la colisión es **elástica** los autos se comportan como bolas de billar

v_{1f}=-50km/h

v_{2f}=50km/h

Si la colisión es **perfectamente inelástica** los autos se pegan y quedan en reposo

v_{1f}=0 km/h

v_{2f}=0 km/h

Nota: puede haber otros casos "parcialmente" inelásticos. Por ejemplo, los autos podrían haber terminado con ±5km/h. El momentum siempre se conserva, pero la energía cinética no siempre.

Aplicación: diseño de autos

Imaginémonos que nosotros viajábamos en el auto azul:

Caso elástico

v_{2i}=-50km/h

v_{2f}=50km/h

En el caso elástico, el impulso que experimentamos fue
J=m(50)-m(-50)=100m

Caso inelástico

v_{2i}=-50km/h

v_{2f}=0 km/h

En el caso perfectamente inelástico, el impulso que experimentamos fue
J=m(50)-m(0)=50m

¡La mitad!

Aplicación: diseño de autos

Otra razón: $$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$ (para una F constante)

Para un Δp dado, mientras mayor sea el tiempo en el cual se transfiere este momento de un cuerpo a otro, menor es la fuerza

Cuando el auto se deforma absorbe energía y hace que tome más tiempo la transferencia de momento

(este es el mismo concepto bajo el cual operan las bolsas de aire)

En resumen:

Si pudiéramos viajar en autos que rebotaran como pelotas de billar, sería muy bueno para los autos….. **¡no importa cuantas colisiones, no habría que cambiarlos! Pero no sería bueno para los pasajeros.**

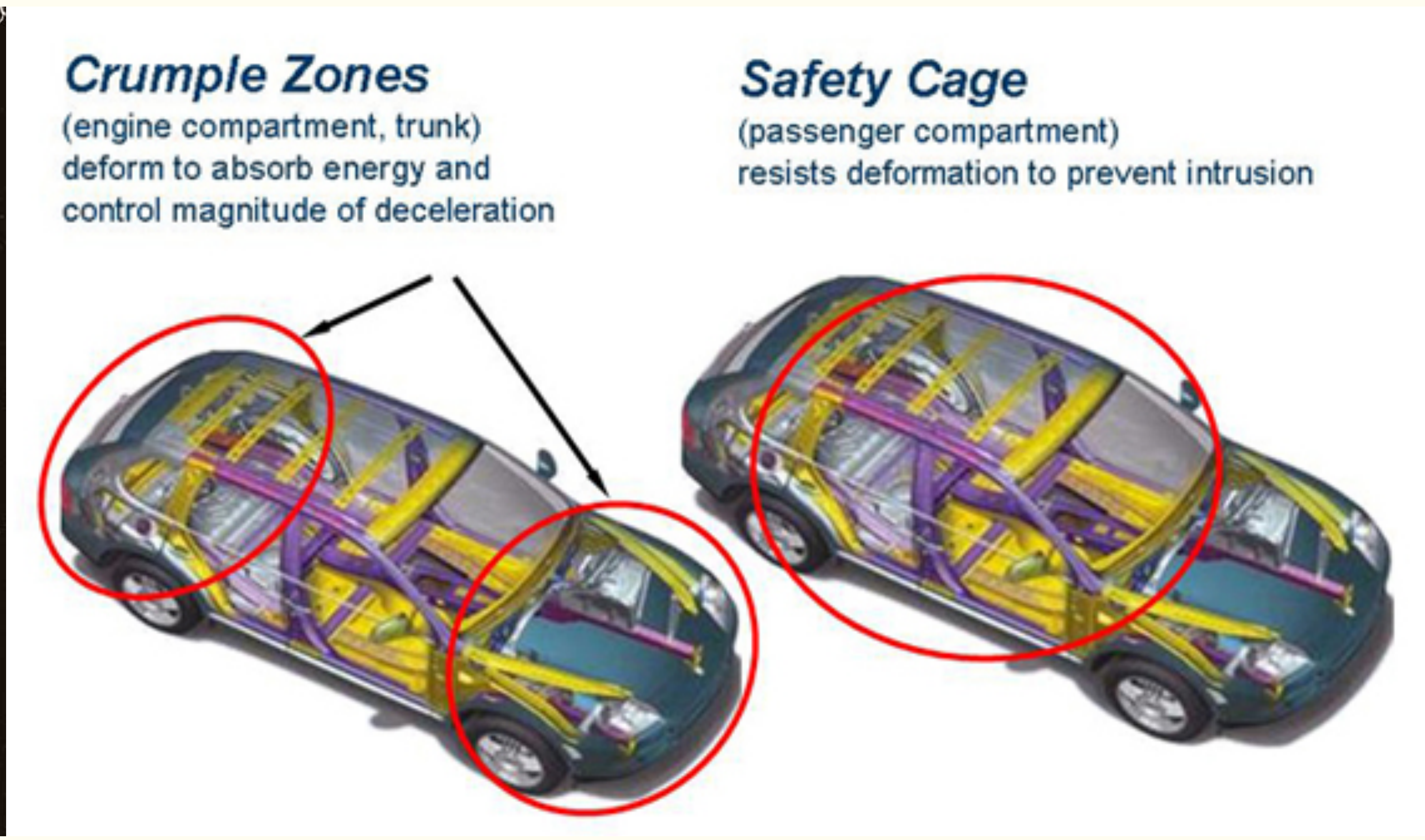
http://www.scienceclarified.com/everyday/Real-Life-Chemistry-Vol-3-Physics-Vol-1/Momentum-Real-life-applications.html

Aplicación: diseño de autos

Los autos antiguos eran mucho más rígidos, y por ende más inseguros:

Autos antiguos:

Autos modernos:

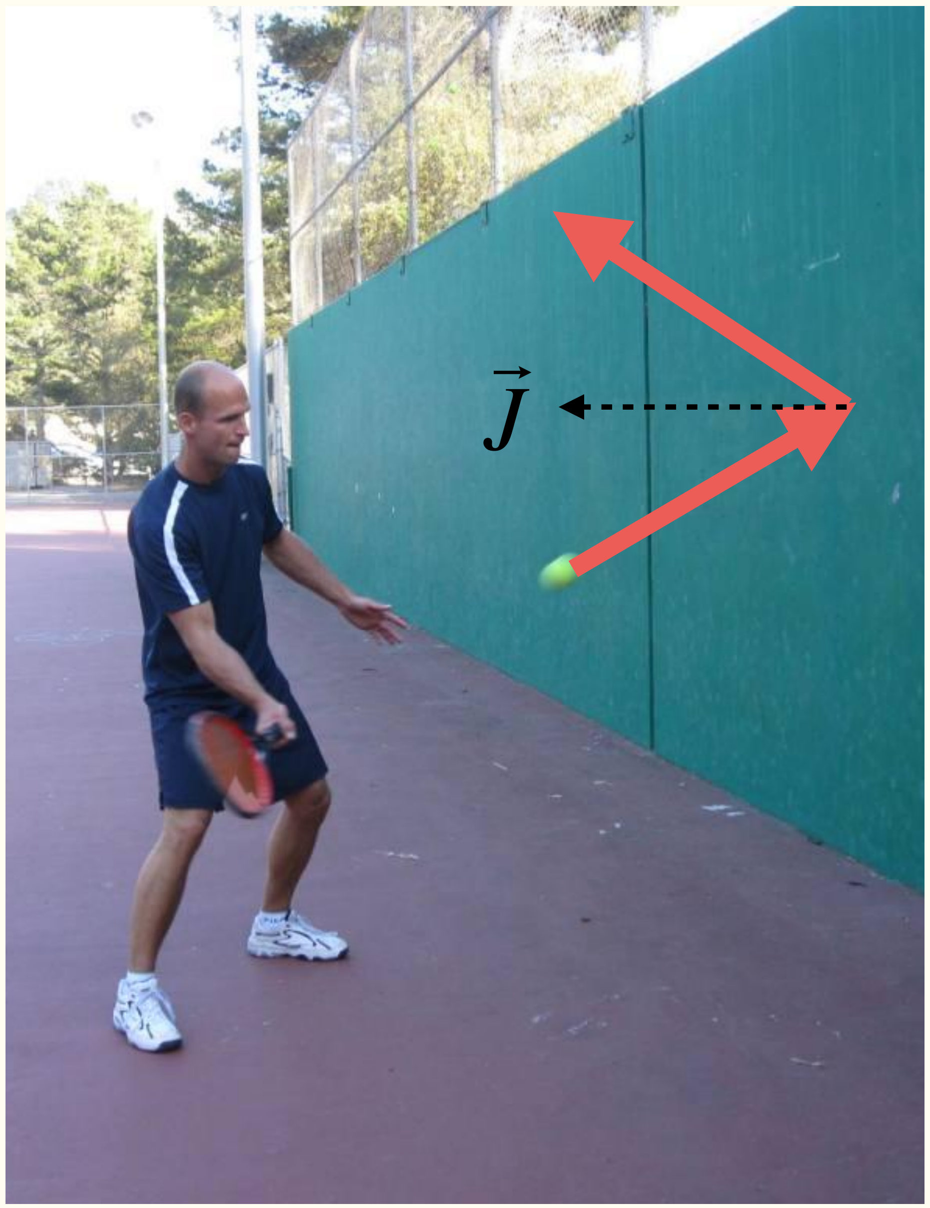


Los autos modernos se diseñan con una "zona de deformación" al frente y atrás, pero rodeando a los pasajeros con una "jaula rígida"

Próxima clase: más sobre impulso y momento

Colisiones con Paredes

¿Qué pasa si se colisiona algo con una superficie fija plana, como una pared?



Como ya comentamos, no podemos aplicar conservación de momento a la pared + la pelota, pero sí podemos aplicar el principio de momento-impulso a la pelota sola.

La pared hace una fuerza normal, por lo que la pelota recibe un impulso en la dirección perpendicular a la superficie.

Pero en la dirección tangencial no hay impulso. Por ende, **el momento de la pelota se tiene que conservar en esa dirección**.

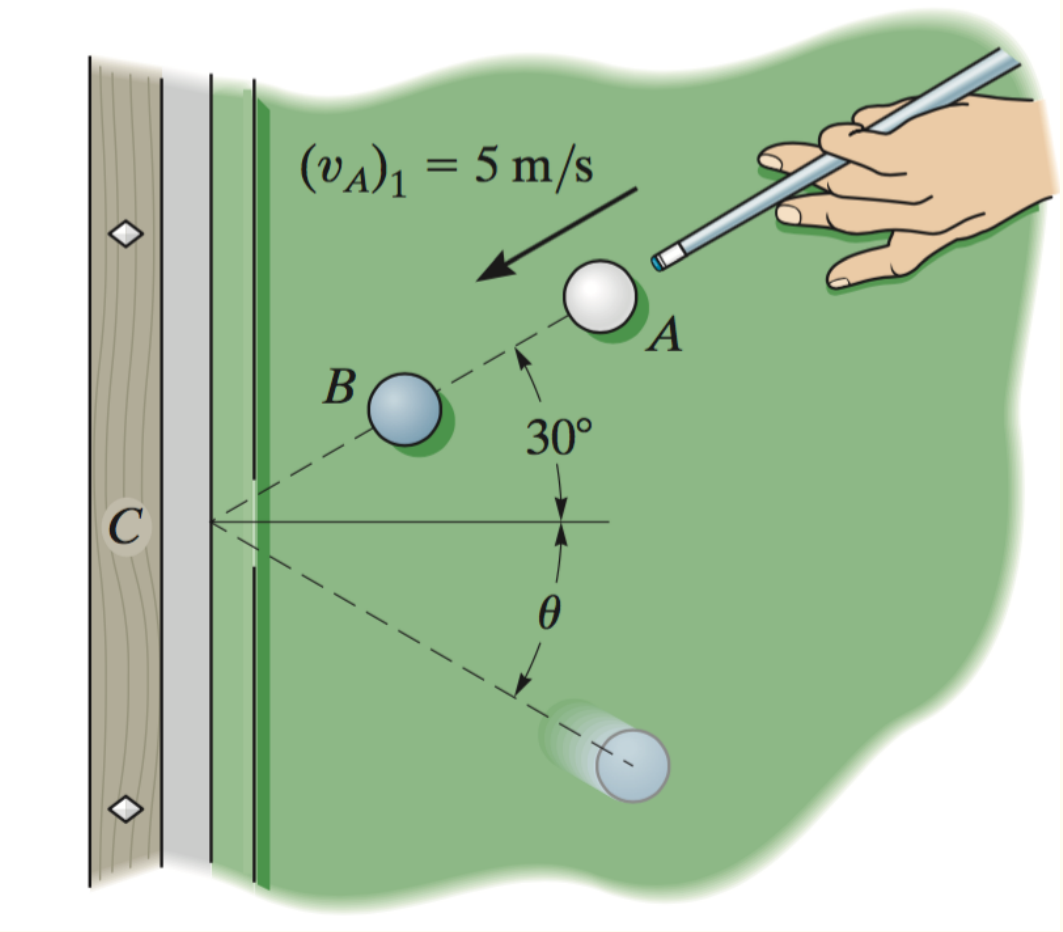
En colisiones con superficies planas, el coeficiente de restitución involucra sólo la componente perpendicular. La expresión se simplifica ya que

$$e = \frac{\cancelto{0}{\left(v_{bf}\right)_\perp} - \left(v_{af}\right)_\perp}{\left(v_{ai}\right)_\perp - \cancelto{0}{\left(v_{bi}\right)_\perp}}$$

Ejemplo

(Hibbeler 15.75)

La bola A tiene una velocidad inicial $(v_A)_1$=5m/s. Si impacta frontalmente con la bola B (e=0.8), determine la rapidez de B ($(v_B)_3$) y el ángulo θ, justo después de que rebota en el borde de la mesa en C (e'=0.6). Cada bola tiene una masa de 0.4kg. Desprecie el tamaño de cada bola.



(resolver en pizarra)

Respuestas: $(v_B)_3$ = 3.4m/s, y θ=43.9 º