PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Primer Semestre 2018

Examen - Alternativas

2018-06-25

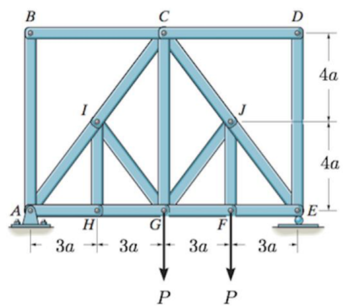
Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
3. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
4. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
5. Cualquier acto vaya en contra del *código de honor* se sancionará con nota final 1.0 en el curso.

Reglas preguntas de selección múltiple:

1. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
2. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** $1/4$ **de punto**.
3. Al finalizar la interrogación, entregue únicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).

Utilice la siguiente figura para los dos siguientes problemas.



Problema 1 [1 punto]

¿Cuáles de los miembros de la armadura de la figura son de fuerza cero?

a) AB, BC, CD, DE, HI, CJ, GJ, IG

b) AB, BC, CD, DE

c) AB, BC, CD, DE, HI, CJ, GJ

d) AB, BC, CD, DE, HI

e) AB, BC, CD, DE, HI, IG

Problema 2 [1 punto]

¿Cuál es el valor de la fuerza en el miembro CG de la armadura de la figura?

a) $\frac{8}{5}P$

b) $\frac{3}{2}P$

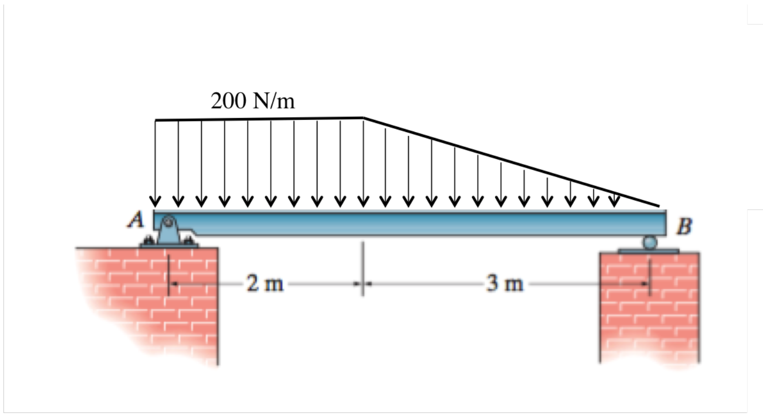
c) $\frac{15}{16}P$

d) $\frac{4}{5}P$

e) $\frac{5}{4}P$

Problema 3 [1 punto]

Una viga de 5 m de largo está apoyada simplemente como se muestra en la figura, con una rótula fija en el punto A, y un apoyo deslizante en B. La viga está sometida a la carga distribuida indicada en la figura.



Considerando que la viga tiene masa despreciable y está en equilibrio estático, ¿cuáles son las magnitudes de las fuerzas de reacción vertical en los puntos A y B? (A_y y B_y, respectivamente)

a) $A_y = 440$ N, $B_y = 260$ N

b) $A_y = 350$ N, $B_y = 350$ N

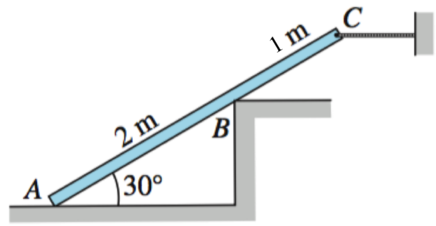
c) $A_y = 260$ N, $B_y = 440$ N

d) $A_y = 380$ N, $B_y = 320$ N

e) $A_y = 700$ N, $B_y = 0$ N

Problema 4 [1 punto]

Una barra homogénea ABC de peso $W = 20\sqrt{3}$ N se mantiene en la posición mostrada en la figura mediante una cuerda ideal horizontal fija en el extremo C. Considerando que no hay roce en ninguna superficie, determine la tensión en la cuerda.



a) $T = 27$ N

b) $T = \frac{90}{11}$ N

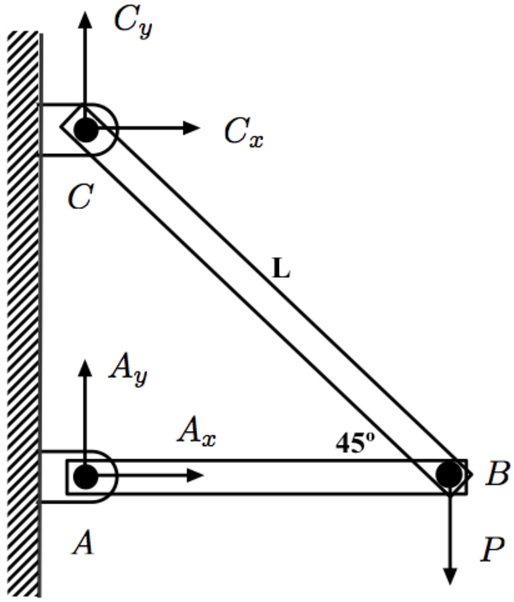
c) $T = 27\sqrt{3}$ N

d) $T = 18\sqrt{3}$ N

e) $T = 18$ N

Problema 5 [1 punto]

En la estructura de la figura, formada por barras de masa despreciable, las componentes del apoyo en A están dadas por,



a)
$$A_x = P, \qquad A_y = 0$$

b)
$$A_x = -P, \qquad A_y = 0$$

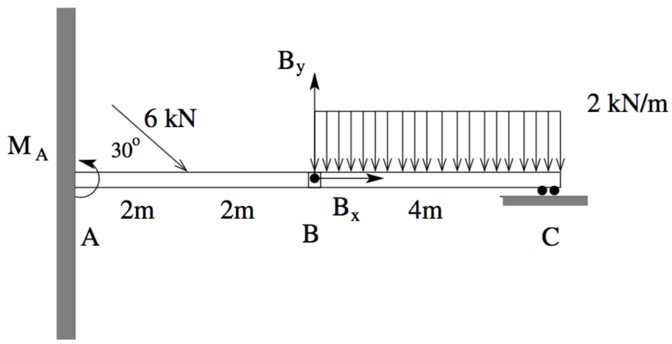
c)
$$A_x = 0, \qquad A_y = 2\,P$$

d)
$$A_x = P, \qquad A_y = 2\,P$$

e)
$$A_x = -P, \qquad A_y = P$$

Problema 6 [1 punto]

La estructura de la figura consiste en dos elementos: AB y BC unidos por un pasador en B. La viga AB está empotrada en la pared.



Si la fuerza que hace el elemento <u>AB sobre BC</u> tiene componentes B_x y B_y como se indica en la figura entonces,

a)
$$M_A = -10\,\text{kN·m, y} \qquad B_y = 4\,\text{kN}$$

b)
$$M_A = -10\,\text{kN·m, y} \qquad B_y = -4\,\text{kN}$$

c)
$$M_A = 22\,\text{kN·m, y} \qquad B_y = -4\,\text{kN}$$

d)
$$M_A = 22\,\text{kN·m, y} \qquad B_y = 4\,\text{kN}$$

e)
$$M_A = 6\,\text{kN·m, y} \qquad B_y = 0,$$

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Primer Semestre 2018

Examen
Preguntas de desarrollo - PAUTA

Problema 1 [6 puntos]

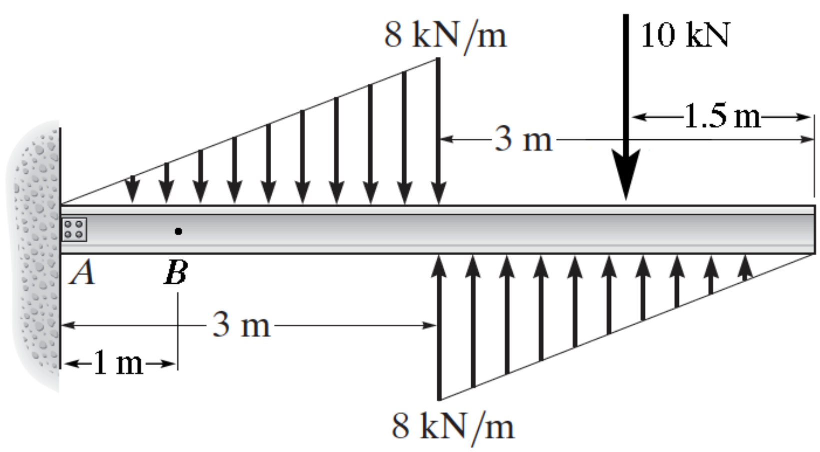
Una viga de 6 m, anclada en una pared, está sometida a las fuerzas que se muestran en la siguiente figura. Despreciando la masa de la viga, determine:

a) La magnitud y la posición respecto al punto A de la fuerzas equivalentes (resultantes) correspondientes a las dos cargas distribuidas a las que está sometida la viga. (1.5 pts.)

b) Las reacciones en el punto A. (1.5 pts.)

c) Los esfuerzos internos a los que está sometida la viga en el punto B. (1.5 pts.)

d) Los diagramas (gráficas) de corte y momento para dicha viga desde la pared hasta una distancia a 3 metros de la misma. (1.5 pts.)



1.1 Solución:

a) La fuerza equivalente a una carga distribuida y su posición (punto de aplicación) se calculan mediante la expresión:

$$\vec{R} = \int w(x)\, dx$$

$$\overline{x} = \int x\, w(x)\, dx$$

En el caso de distribuciones triangulares de carga se puede utilizar directamente que la magnitud se corresponde con el área del triángulo y la posición donde se aplica se sitúa a 2/3 de la distancia al vértice del triángulo. Por tanto para este caso los resultados son:

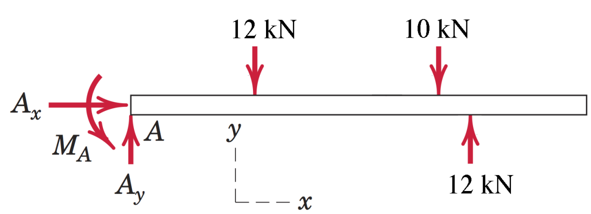
$R_1 = 12\ kN$ (0.25 puntos)

$\overline{x_1} = 2\ m$ (0.25 puntos)

$R_2 = 12\ kN$ (0.25 puntos)

$\overline{x_2} = 4\ m$ (desde el punto A) (0.25 puntos)

b) Considerando el tipo de soporte debemos considerar las reacciones que denotamos con A_x, A_y y M_A.



Aplicando las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad A_x = 0 \quad (0.5\ puntos)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad A_y = 10\, kN \quad (0.5\ puntos)$$

$$\sum \tau_A = M_A - 2\, m * 12\, kN + 4\, m * 12\, kN - 4.5\, m * 10\, kN = 0 \quad \rightarrow \quad M_A = 21\, kN\, m \quad (0.5\ puntos)$$

c) Calcular los esfuerzos internos en el punto B, equivale a obtener N_B, V_B y M_B. Aplicando las condiciones de equilibrio al segmento A-B se obtiene:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad N_B = 0 \quad (0.5\,puntos)$$

$$\sum F_y = 10\,kN - (4/3)\,kN - V_B = 0 \quad \rightarrow \quad V_B = 26/3\,kN \quad (0.5\,puntos)$$

$$\sum \tau_A = 21\,kN\,m - 8/9\,kN\,m - 26/3\,kN\,m + M_B = 0 \;\rightarrow\; M_B = -103/9\,kN\,m \quad (0.5\,puntos)$$

El signo de M_B nos indica que va en sentido contrario a como lo hemos supuesto inicialmente para calcularlo. No importa si el alumno obtiene el mismo signo que el obtenido de esta forma.

d) Para obtener las gráficas de corte y momento en los primeros 3 metros, se toma un segmento de longitud x medida desde la pared hasta $x < 3\,m$. Para encontrar $V(x)$ se aplica la condición de equilibrio para la suma de fuerzas verticales. M(x) se puede obtener de 2 formas: (i) utilizando que la suma de torques debe ser igual a 0 o (ii) integrando $V(x)$. Cualquier método debe llevar al mismo resultado.

$$\sum F_y = 10\,kN - 4/3x^2\,kN - V_B(x) = 0 \quad \rightarrow \quad V_B(x) = (10 - 4/3x^2)\,kN \quad (0.25\,puntos)$$

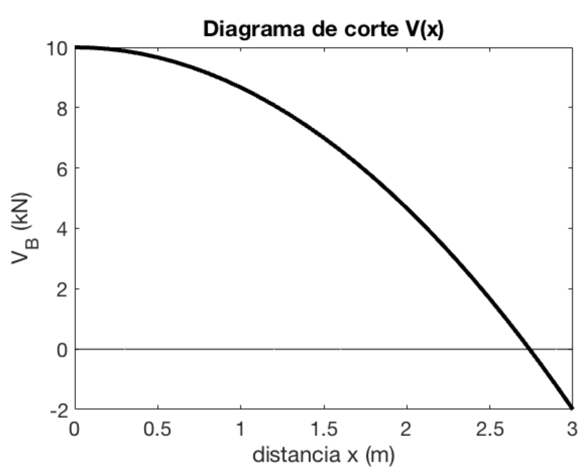
$$\sum \tau_A = 21\,kN\,m - 4/3x^2\,kN \times 3/3x\,m - (10 - 4/3x^2)\,kN \times x\,m + M_B(x) = 0$$

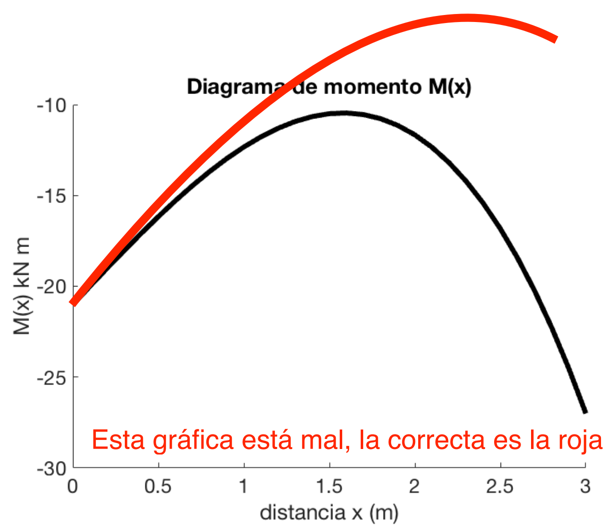
$$M_B(x) = (10x - 4/9x^3 - 21)\,kN\,m \quad (0.25\,puntos)$$

Alternativamente:

$$M_B(x) = M_o + \int V_B(x)dx = -21 + 10x - 4/9x^3$$

Por lo tanto los diagramas serían:



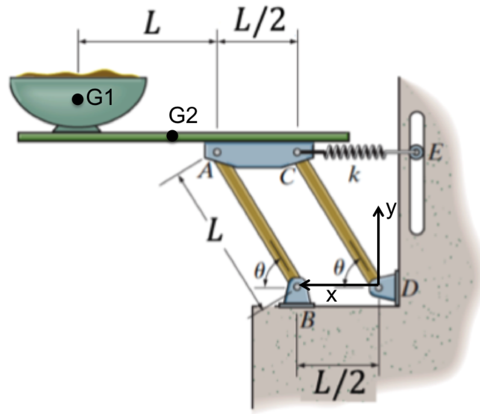


Se otorga 0.5 puntos por diagrama.

Nota: Puede que el convenio de signos utilizado por el alumno sea diferente y por tanto las gráficas no sean iguales pero sean coherentes, es decir, si presentan simetría con respecto al eje y con las mostradas aquí, el resultado también sería correcto.

Problema 2 [6 puntos]

Una bandeja de masa $M = 5m$ se sostiene por dos barras idénticas, AB y CD, y un resorte horizontal CE cuyo extremo se puede mover a lo largo de una guía vertical. Sobre la bandeja, se sitúa un recipiente de masa m y altura h, como se muestra en la figura. Considere que las barras tienen masa despreciable, y que el resorte está en su largo natural para $\theta = 90°$. Los puntos $G1$ y $G2$ corresponden al centro de gravedad del recipiente y de la bandeja, respectivamente.

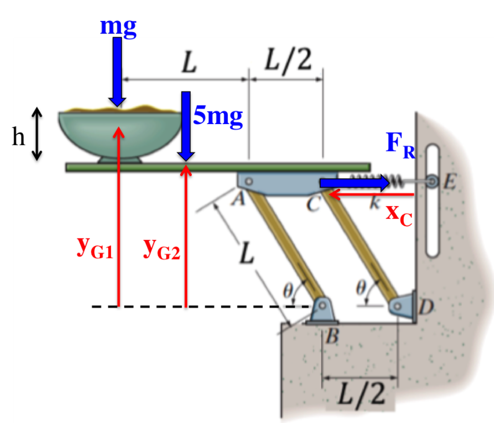


a) Utilizando el sistema de ejes $x - y$ mostrado en la figura, calcule los desplazamientos virtuales de los puntos C, $G1$ y $G2$ para un pequeño aumento $\delta\theta$ del ángulo que forman las barras con la horizontal (2 pts.)

b) Calcule los trabajos virtuales realizados por la fuerza elástica, el peso de la bandeja y el peso del recipiente para un desplazamiento virtual $\delta\theta$ (2 pts.)

c) Si el sistema está en equilibrio para $\theta = 30°$, ¿cuál es la constante elástica k del resorte? (2 pts.)

2.1 Solución:



a) Los puntos G1 y G2 están sometidos sólo a fuerzas verticales (el peso del recipiente y de la bandeja, respectivamente), por lo tanto interesan los desplazamientos virtuales en dirección y. Sobre el punto C, actúa la fuerza horizontal del resorte, por lo tanto en este caso necesitamos calcular el desplazamiento vistual en dirección x.

Utilizando el sistema de referencia indicado en la figura, las coordenadas de cada punto son:

$$x_C = L\cos\theta \quad (0.4\ puntos) \tag{1}$$

$$y_{G2} = L\sin\theta \quad (0.3\ puntos) \tag{2}$$

$$y_{G1} = L\sin\theta + \frac{h}{2} \quad (0.3\ puntos) \tag{3}$$

donde h es la altura del recipiente (*NOTA: la constante h es irrelevante para la solución del problema, da lo mismo si se considera o no. No descontar puntaje en caso de que el alumno no la considere*). Derivando respecto a θ se obtienen los desplazamientos virtuales:

$$\delta x_C = -L\sin\theta\delta\theta \quad (0.4\ puntos) \tag{4}$$

$$\delta y_{G2} = L\cos\theta\delta\theta \quad (0.3\ puntos) \tag{5}$$

$$\delta y_{G1} = L\cos\theta\delta\theta(0.3\ puntos) \tag{6}$$

a) El trabajo virtual de cada fuerza es el producto de la fuerza, por el desplazamiento virtual a lo largo de su línea de acción. Por lo tanto, de acuerdo a la figura, tenemos:

$$\delta F_R = -F_R \cdot \delta x_C \tag{7}$$

donde $F_R = k \cdot x_C = kL\cos\theta$ (0.5 puntos). Por lo tanto, el trabajo virtual para esta fuerza queda:

$$\delta W_{F_R} = -kL\cos\theta \cdot -L\sin\theta\delta\theta = kL^2\sin\theta\cos\theta \cdot \delta\theta \quad (0.5\ puntos) \tag{8}$$

Para las fuerzas de peso de la bandeja y el recipiente, los trabajos virtuales serán:

$$\delta W_{mg} = -mg \cdot \delta y_{G1} = -mg \cdot L\cos\theta \cdot \delta\theta \quad (0.5\ puntos) \tag{9}$$

$$\delta W_{5mg} = -5mg \cdot \delta y_{G2} = -5mg \cdot L\cos\theta \cdot \delta\theta \quad (0.5\ puntos) \tag{10}$$

c) Para encontrar la constante k, planteamos la ecuación de trabajo virtual:

$$\delta W_{5mg} + \delta W_{mg} + \delta W_{F_R} = 0 \quad (1\ puntos) \tag{11}$$

Reemplazando lo obtenido en a) y b), tenemos:

$$-5mg \cdot L\cos\theta \cdot \delta\theta - mg \cdot L\cos\theta \cdot \delta\theta + kL^2\sin\theta\cos\theta \cdot \delta\theta = 0 \quad (0.5\ puntos) \tag{12}$$

Por lo tanto,

$$6mg = kL\sin\theta \to k = \frac{6mg}{L\sin\theta} = \frac{12mg}{L} \quad (0.5\ puntos) \tag{13}$$