PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Segundo Semestre 2017

Interrogación 02
Preguntas de selección múltiple

Duración: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Las mochilas se deben dejar en el área designada para ello.
3. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
4. No se podrá abandonar la sala hasta el término de la evaluación. Si necesita ir al baño se registrará su salida/entrada.
5. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
6. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
7. Está permitido el uso de lápiz mina en las preguntas de desarrollo pero pierde el derecho a recorrección.
8. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y con la reprobación de éste. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:
   Cometer fraude en la evaluación
   Adulterar el acta de asistencia
   Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas
   Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica
   Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Reglas preguntas de selección multiple:

1. Debe **seleccionar una sola respuesta** en las preguntas de selección múltiple. Para ello debe rellenar completamente el círculo de la respuesta seleccionada (de lo contrario su respuesta se considerará inválida). Los cálculos y desarrollo de las preguntas de selección múltiple no se consideran.
2. En las preguntas de selección múltiple: **las respuestas incorrectas descuentan** 1/4 **de punto**.
3. Al finalizar la interrogación, entregue unicamente la hoja de respuestas (no entregue este cuadernillo).

Pregunta	Respuesta
1	c
2	c
3	b
4	a
5	b
6	a
7	a
8	d

Problema 1 [1 punto]

Un balón de fútbol tiene una masa m e inicialmente se mueve hacia la izquierda con una rapidez V_0, pero luego es pateado de manera que adquiere una velocidad con magnitud de V_1 y dirección de 45^0 hacia arriba y a la derecha, como se muestra en la figura. Considere las magnitudes V_0 y V_1 conocidas.

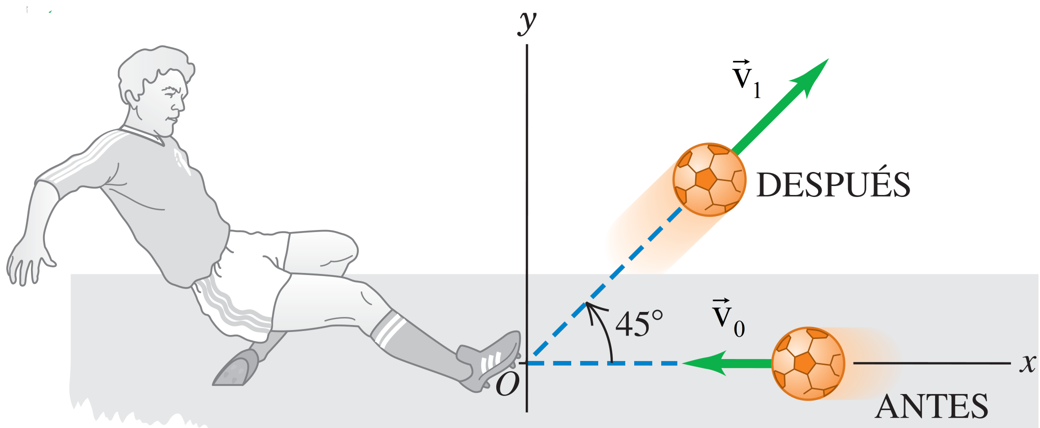


Figura 1: Futbolista pateando el balón: trayectoria del balón antes y después de ser pateado

Si suponemos que el choque dura un tiempo Δt muy corto (también de valor conocido) ¿Cuál es la fuerza neta media $\vec{F}_{\text{media}}$ de la patada? ($\mathbf{F}_{\text{media}} = \frac{\int_{\Delta t} \mathbf{F}\, dt}{\Delta t}$)

Ayuda: Asuma que la fuerza neta media es constante durante el intervalo Δt

a)
$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{m}{\Delta t}\left\{(V_1 - V_0)\hat{i} + V_1\hat{j}\right\}$$

b)
$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{m}{2\Delta t}\left\{(V_1 + 2V_0)\hat{i} + V_1\hat{j}\right\}$$

c)
$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{m}{\sqrt{2}\Delta t}\left\{(V_1 + \sqrt{2}V_0)\hat{i} + V_1\hat{j}\right\}$$

d)
$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{m}{\Delta t}\left\{(V_1 + V_0)\hat{i} + V_1\hat{j}\right\}$$

e)
$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{m}{\sqrt{2}\Delta t}\left\{(V_1 - \sqrt{2}V_0)\hat{i} + V_1\hat{j}\right\}$$

Solución: Sabemos que la fuerza media está dada por

$$\vec{F}_{\text{media}} = \frac{\int_{\Delta t} \vec{F}\, dt}{\Delta t}$$

Además, conocemos la relación entre momentum y fuerza:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Por lo tanto:

$$\int_{\Delta t} \vec{F}\, dt = \vec{p}_f - \vec{p}_0$$

Por lo que el problema se reduce a calcular la diferencia $\vec{p}_f - \vec{p}_i$ y reemplazar en la primera ecuación.
Los momentum iniciales y finales son:

$$\vec{p}_0 = m\vec{v}_0 = -mv_0\hat{i}$$
$$\vec{p}_f = m\vec{v}_f = mv_1(\frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j})$$

Por lo tanto:

$$\vec{p}_f - \vec{p}_0 = \frac{m}{\sqrt{2}}((v_1 + v_0\sqrt{2})\hat{i} + v_1\hat{j})$$

Reemplazando en la primera ecuación, se obtiene la respuesta:

$$\vec{F}_{media} = \frac{m}{\sqrt{2}\Delta t}((v_1 + \sqrt{2}v_0)\hat{i} + v_1\hat{j})$$

Problema 2 [1 punto]

Un deslizador conectado a un resorte horizontal oscila armónicamente sobre una mesa de aire (no hay fricción).

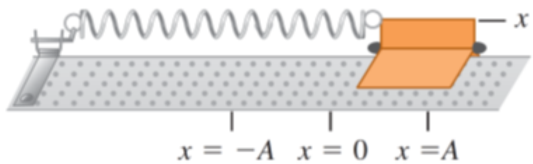
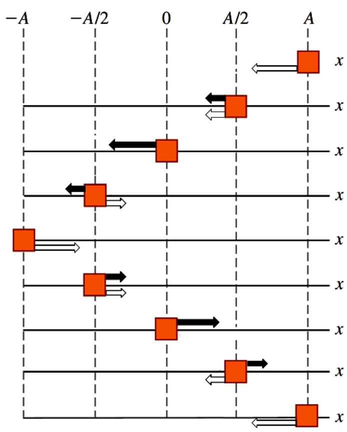


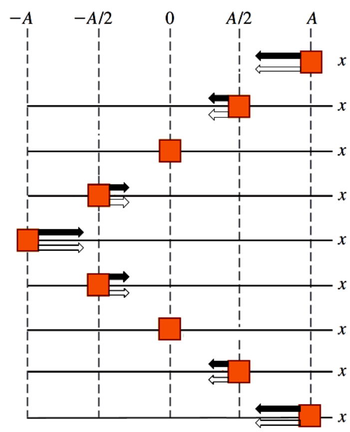
Figura 2

En las gráficas a continuación los vectores de color negro corresponden a la aceleración y los de color blanco a la velocidad. La longitud del vector indica la magnitud. La ausencia de vector indica que la magnitud es cero.

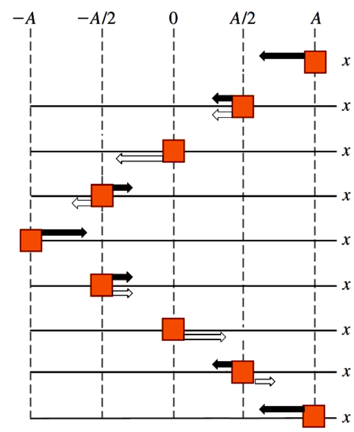
Indique cuál de las gráficas describe correctamente el comportamiento de la velocidad y la aceleración de este sistema



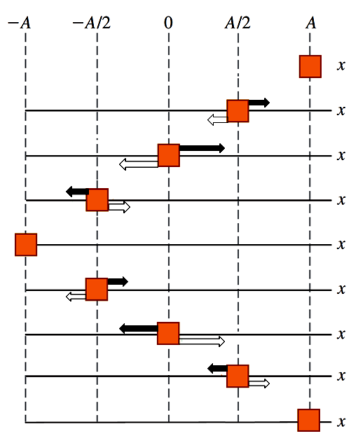
a)



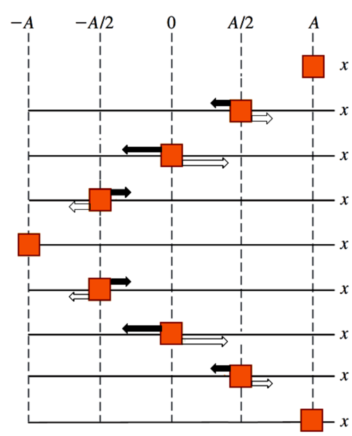
b)



c)



d)



e)

Problema 3 [1 punto]

Un bloque de 10 kg es levantado por el sistema mostrado en la figura, en donde el motor M tira de la cuerda con una fuerza constante. El bloque parte desde $s = 0$ en reposo y alcanza una velocidad de 2 m/s cuando $s = 1$ m. Determine la potencia ejercida por el motor en el instante que s=1 m. Puede despreciar el peso de la polea y de la cuerda. Asuma que la magnitud de la aceleración de la gravedad es $g = 10$ m/s^2.

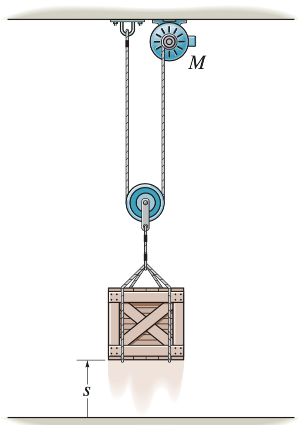


Figura 3

a) P=180 W

b) P=240 W

c) P=300 W

d) P=360 W

e) P=120 W

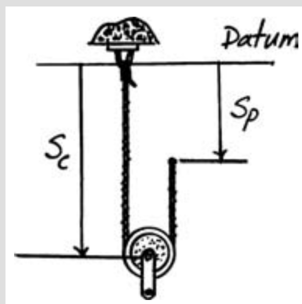
Solución: puesto que todas las fuerzas que actúan sobre el bloque son constantes, la aceleración $\ddot{s} \equiv a_b$ con la que sube es constante. Para determinarla, notamos que la altura $s(t)$ y la velocidad $v(t)$ están dadas por:

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2} a_b t^2 \\ v(t) &= \frac{ds(t)}{dt} = a_b t \end{aligned}$$

De la segunda ecuación despejamos el tiempo y lo remplazamos en la primera, obteniendo que $a = \frac{1}{2}\frac{v^2}{s}$. Remplazando valores, obtenemos que $a_b = 2$ m/s^2.
Debido a la polea, la fuerza que el bloque siente hacia arriba es de $2T$. Aplicando la segunda ley de Newton al bloque llegamos a:

$$2T - mg = ma_b$$

de donde obtenemos que $T = \frac{m(a_b+g)}{2} = 60$ N. Por último, notamos que cuando el bloque sube con una velocidad de 2 m/s, un punto P en la cuerda directo bajo el motor sube con el doble de velocidad, es decir 4 m/s. Esto se puede ver al hacer la condición de ligadura de la siguiente forma:



de donde obtenemos que $s_C + (s_C - s_P) = l$, y $2\dot{s_C} = \dot{s_P}$. Por ende, la potencia que hace el motor en ese instante es simplemente $P = T\dot{s_P} = 60 \times 4 = 240$ W.

Problema 4 [1 punto]

Un bloque de 20 kg sobre una superficie horizontal sin roce es empujado por una fuerza que hace un ángulo de 60° con la horizontal. El ángulo de la fuerza no cambia, pero su magnitud depende de la posición x del bloque como $F(x) = 60x^2$ (donde F se mide en Newton y x en metros). Si en $x = 0$ el bloque tiene una velocidad de 1 m/s hacia la derecha, determine su posición cuando su velocidad llega a 3 m/s.

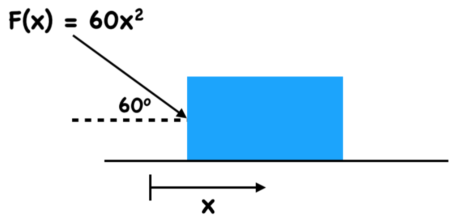


Figura 4

a) $x = 2.0$ m

b) $x = 2.5$ m

c) $x = 1.0$ m

d) $x = 0.5$ m

e) $x = 2.5$ m

Solución: El trabajo realizado por la fuerza al desplazarse de $x_1 = 0$ a x_2 está dado por:

$$\begin{aligned} W = \int \vec{F} \cdot \vec{dr} &= \int_{x_1}^{x_2} F(x) \cos 60^\circ dx \\ &= \int_0^{x_2} \frac{1}{2} 60 x^2 dx \\ &= 10 x_2^3 \end{aligned}$$

De acuerdo al teorema del trabajo y la energía, tenemos que:

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Remplazando valores:

$$\begin{aligned} 10 x_2^3 &= \frac{1}{2}(20)(3^2 - 1^2) \\ x_2^3 &= 8 \\ \rightarrow x_2 &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Problema 5 [1 punto]

Un bloque de masa M se deja caer por un plano inclinado con roce desde una altura h, el plano está inclinado un ángulo α, y el coeficiente de roce cinético es μ_c. El tiempo t_f que demora en llegar a la base del plano y el valor máximo del roce cinético para que el bloque llegue a la base del plano son:

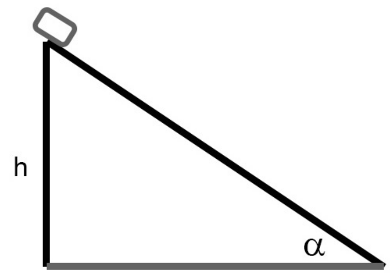


Figura 5

a) $t_f = \sqrt{\frac{2h}{g(sen^2\alpha)}}$; $\mu_c = tg\alpha$

b) $t_f = \sqrt{\frac{2h}{g(sen^2\alpha - \mu_c cos\alpha sen\alpha)}}$; $\mu_c = tg\alpha$

c) $t_f = \sqrt{\frac{2h}{g(sen^2\alpha - \mu_c cos^2\alpha)}}$; $\mu_c = tg\alpha$

d) $t_f = \sqrt{\frac{h}{g\mu_c cos\alpha sen\alpha}}$; $\mu_c = sen\alpha$

e) $t_f = \sqrt{\frac{h}{g(sen^2\alpha - \mu_c cos\alpha sen\alpha)}}$; $\mu_c = cot\alpha$

Solución:A lo largo del plano inclinado tenemos:

$$F = ma = mgsen\alpha - \mu_c mgcos\alpha = mg(sen\alpha - \mu_c cos\alpha) \tag{1}$$

Y la distancia recorrida $d = h/sen\alpha$ se puede obtener integrando la aceleración constante asumiendo que parte desde el reposo:

$$d = \frac{h}{sen\alpha} = \frac{1}{2}at_f^2 = \frac{g(sen\alpha - \mu_c cos\alpha)t_f^2}{2} \tag{2}$$

despejamos el tiempo $t_f = \sqrt{\frac{2h}{g(sen^2\alpha - \mu_c cos\alpha sen\alpha)}}$ La condicion para que el bloque baje es que en el balance de fuerza la aceleracion sea mayor a cero:

$$F = ma = mgsen\alpha - \mu_c mgcos\alpha = mg(sen\alpha - \mu_c cos\alpha) \tag{3}$$

$$a > 0 \quad \Rightarrow \quad sen\alpha - \mu_c cos\alpha > 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_c < tg\alpha \tag{4}$$

Problema 6 [1 punto]

Una masa M cuelga con una cuerda desde el techo, y describe un movimiento circular de forma tal que la cuerda forma un ángulo α respecto a la vertical. Determine la frecuencia angular del movimiento circular descrito:

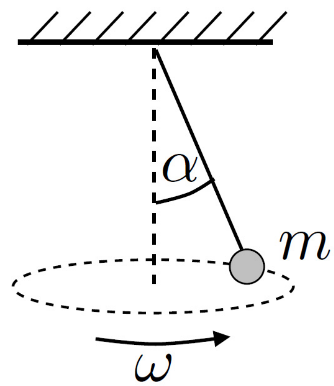


Figura 6

a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{lcos\alpha}}$

b) $\omega = \sqrt{\frac{g}{lsen\alpha}}$

c) $\omega = \sqrt{\frac{g}{ltan\alpha}}$

d) $\omega = \sqrt{\frac{g}{lcot\alpha}}$

e) $\omega = \sqrt{\frac{g}{lsin^2\alpha}}$

Solución:Se define el sistema de coordenadas cilindrico:

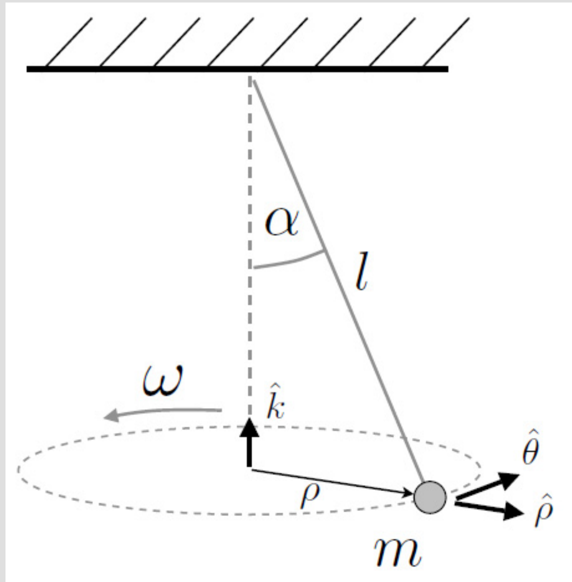


Figura 7

Ecuaciones de fuerza en los diferentes ejes:

$$\hat{k} : F_k = 0 = Tcos\alpha - mg \tag{5}$$

$$\hat{\rho} : F_\rho = m(\ddot{\rho} - r\dot{\theta}^2) = -Tsen\alpha \tag{6}$$

Desepejamos $T = \frac{mg}{cos\alpha}$, y tenemos que $\rho = lsin\alpha$ es constante y $\dot{\theta} = \omega$

$$m(-lsin\alpha\omega^2) = \frac{mg}{cos\alpha}sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{lcos\alpha}} \tag{7}$$

Problema 7 [1 punto]

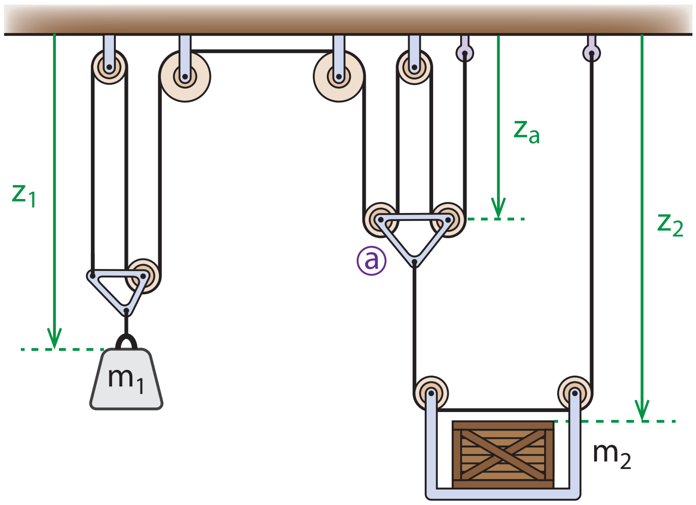


Figura 8: Máquina de Atwood: las cuerdas, poleas, conectores, y soportes tienen masa y roce despreciables.

La máquina de Atwood de la figura 8 tiene dos masas suspendidas. Las cuerdas, poleas, conector (llamado a en la figura8), y soporte de la caja/masa m_2; tienen todos masa y roce despreciables. Llamando z_1 y z_2 a las posiciones de las masas 1 y 2 respectivamente; la relación entre las velocidades de ambas está dada por:

a) $3\,\dot{z}_1 = -8\,\dot{z}_2$

b) $4\,\dot{z}_1 = -6\,\dot{z}_2$

c) $8\,\dot{z}_1 = -3\,\dot{z}_2$

d) $2\,\dot{z}_1 = -12\,\dot{z}_2$

e) $6\,\dot{z}_1 = -4\,\dot{z}_2$

Solución:Se toman las coordenadas z desde el "techo" de la figura (las relaciones entre las velocidades y aceleraciones no cambian con distintos datum o referencias). El largo de la cuerda principal L_a y secundaria L_b es:

$$3z_1 + 4z_A + \text{cte} = L_a \qquad \text{y} \qquad (z_2 - z_A) + z_2 + \text{cte} = L_b$$

Derivando ambas expresiones:

$$3\dot{z}_1 + 4\dot{z}_A = 0 \qquad \text{y} \qquad 2\dot{z}_2 - \dot{z}_A = 0$$

De la segunda ecuación $\dot{z}_A = 2\dot{z}_2$, que reemplazado en la primera:

$$\begin{aligned} 3\dot{z}_1 + 4\,(2\dot{z}_2) &= 0 \\ 3\dot{z}_1 &= -8\dot{z}_2 \end{aligned}$$

Problema 8 [1 punto]

Una banda de ladrones está usando la "técnica del lazo" para robar un cajero automático. Por error activan la alarma y deben darse a la fuga arrastrando el cajero. El vehículo acelera con aceleración constante e igual a $1\,m/s^2$. La masa del vehículo es $m_1 = 2000\,kg$, su roce viscoso con el aire es $c = 15\,Ns/m$. La masa del cajero es $m_2 = 500\,kg$, su roce viscoso con el aire es $c = 5\,Ns/m$, y su coeficiente de roce cinético con el pavimento es $\mu_k = 0.4$. Sobre el vehículo sólo actúa la fuerza del motor, roce viscoso, y la tensión en la cuerda.
Asuma $g = 10\,m/s^2$, y que la magnitud del roce viscoso es $f_c = c \cdot \dot{u}$.

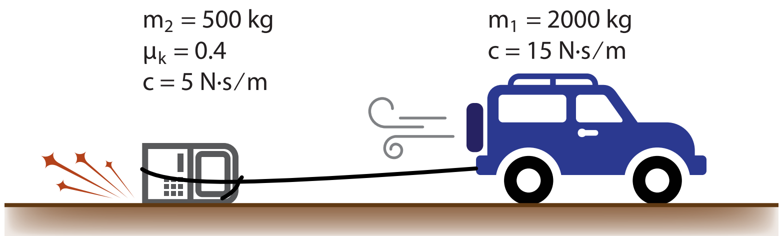


Figura 9: Robo de un cajero con la "técnica del lazo".

Si inicialmente $v_0 = 0$, la fuerza que ejerce el motor del vehículo en $t = 20\,s$ es más cercana a:

a) $f_m = 8500\,N$

b) $f_m = 3100\,N$

c) $f_m = 4400\,N$

d) $f_m = 4900\,N$

e) $f_m = 4500\,N$

Solución:La velocidad del vehículo en $t = 20\,s$ es:

$$v_{t=20} = \left(1\,m/s^2\right)(20\,s) = 20\,m/s$$

La sumatoria de todas las fuerzas actuando en el sistema es:

$$\sum \mathbf{f} = -f_r - f_c + f_m = -(0.4)(500\,kg)\left(10\,m/s^2\right) - (5\,Nm/s + 15\,Nm/s)(20\,m/s) + f_m$$
$$\sum \mathbf{f} = -2000 - 400 + f_m$$

Usando la 2^a Ley de Newton:

$$\begin{aligned} m\,\mathbf{a} &= \sum \mathbf{f} \\ (2000\,kg + 500\,kg)\left(1\,m/s^2\right) &= -2000 - 400 + f_m \\ 4900\,N &= f_m \end{aligned}$$

Nombre: ______________________________

RUT: ______________________________
N lista: __________

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
Instituto de Física & Escuela de Ingeniería
FIS1513 / ICE1513 — Estática & Dinámica
Segundo Semestre 2017

Interrogación 02
Preguntas de desarrollo

Duración: 150 minutos

Reglas generales:

1. Escriba su nombre, RUT, y sección, de manera clara y legible.
2. Las mochilas se deben dejar en el área designada para ello.
3. Está prohibido el uso de aparatos electrónicos: calculadora, celulares, etc.
4. No se podrá abandonar la sala hasta el término de la evaluación. Si necesita ir al baño se registrará su salida/entrada.
5. Se debe firmar el acta de asistencia y mostrar su TUC o cédula de identidad al momento de firmar.
6. **No se aceptan preguntas de ningún tipo**. Si cree que hay algún error, déjelo claramente explicado al final de la prueba.
7. Todo acto contrario a la honestidad académica realizado durante el desarrollo de esta evaluación, será sancionado con la suspensión inmediata de la actividad y con la reprobación de éste. Se considerarán infracciones a la honestidad académica las siguientes:
   - Cometer fraude en la evaluación
   - Adulterar el acta de asistencia
   - Adulterar en forma posterior al término de la evaluación la hoja de respuestas
   - Cualquier acto u omisión que sea calificado como infracción académica
   - Cualquier acto u omisión que vaya en contra del *código de honor* `http://www.uc.cl/codigodehonor`

Reglas preguntas de desarrollo:

1. Está permitido el uso de lápiz mina en las preguntas de desarrollo pero pierde el derecho a recorrección.

Nombre: ______________________________

RUT: ______________________________

N lista: ________

Problema 1 [6 puntos]

Una serie de pequeños paquetes, cada uno de masa m=0.5 kg, son descargados mediante una cinta transportadora que se mueve con velocidad constante de 1 m/s, como se muestra en la figura. Considerando que el coeficiente de roce estático entre cada paquete y la cinta transportadora es $\mu_s = 0.5$:

1. Realice un Diagrama de Cuerpo Libre para un paquete y escriba sus ecuaciones de movimiento en las direcciones radial y transversal, para un ángulo θ cualquiera.
2. Encuentre la fuerza normal ejercida por la cinta sobre el paquete justo después de pasar por el punto A (movimiento circular).
3. Encuentre el ángulo θ que define el punto B, donde el paquete primero desliza (patina) respecto de la cinta transportadora, sin despegarse de ella.

En sus cálculos, considere $g \sim 10$ m/s^2. Puede expresar el resultado en términos de raíces cuadradas.

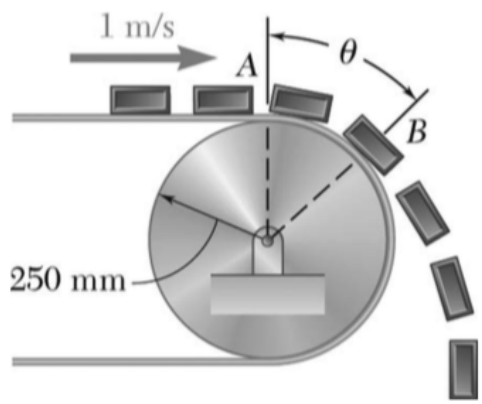
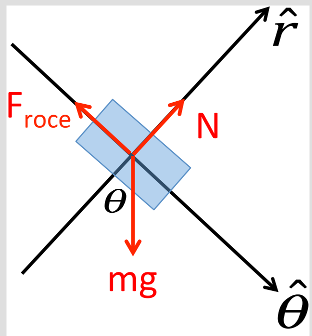


Figura 1

Solución:
a) DCL [0.5 PUNTOS (0.1 por los ejes, 0.1 por cada fuerza, 0.1 por angulo θ)]



Para un ángulo θ cualquiera, las ecuaciones de movimiento en direcciones radial y transversal son:

$$\hat{r} : N - mg\cos\theta = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \tag{1}$$

[1.0 PUNTO]

$$\hat{\theta} : mg\sin\theta - F_r = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \tag{2}$$

[1.0 PUNTO] b) Mientras los paquetes no deslicen, describen un movimiento circular con radio $r = 0.25$ m, por lo tanto $\ddot{\theta} = 0$ [0.25 PUNTO]. Además la velocidad es constante ($v = 1$ m/s) y se puede escribir como $v = r\dot{\theta}$, por lo tanto $\dot{\theta} = v^2/r = 4$ m/s [0.5 PUNTO]. Con esto, la expresión para la fuerza normal queda:

$$N = mg\cos\theta - mr\dot{\theta}^2 \tag{3}$$

[0.25 PUNTO] Justo después del punto A, $\theta = 0$ [0.25 PUNTO], y se obtiene:

$$N = mg - mr\dot{\theta}^2 = 0.5 \cdot 10 - 0.5 \cdot 0.25 \cdot 16 = 3\,\mathrm{N} \tag{4}$$

[0.25 PUNTO] c) Mientras el paquete no deslice sobre la cinta, está actuando la fuerza de roce estático. El paquete siguen entonces un movimiento circular, solidario al de la cinta, y se tiene por lo tanto: $\dot{r} = 0, \ddot{\theta} = 0$ [0.25 PUNTO]. De acuerdo a la ecuación de movimiento para la dirección $\hat{\theta}$, la fuerza de roce estático está debe cumplir entonces

$$F_r = mg\sin\theta \tag{5}$$

[0.25 PUNTO] Además, la condición para la fuerza de roce estático es:

$$F_r \leq \mu_e N \tag{6}$$

[0.5 PUNTO] En el caso límite cuando el paquete desliza, se cumple la igualdad. Por lo tanto, reemplazando la expresión para N, se obtiene:

$$F_r = \mu_e(mg\cos\theta - mr\dot{\theta}^2) \tag{7}$$

Y combinando con la ecuación (5), llegamos a una ecuación para el ángulo θ para el cual el paquete desliza:

$$mg\sin\theta = \mu_e(mg\cos\theta - mr\dot{\theta}^2) \tag{8}$$

[0.5 PUNTO] Eliminamos m a ambos lados de la ecuación, y reemplazamos los datos del problema:

$$g\sin\theta = \mu_e(g\cos\theta - r\dot{\theta}^2) \tag{9}$$

$$10\sin\theta = 0.5\cdot 10\cos\theta - 0.5\cdot 0.25\cdot 4^2 \tag{10}$$

$$10\sin\theta = 5\cos\theta - 2 \tag{11}$$

Elevamos al cuadrado a ambos lados:

$$100\sin^2\theta = 25\cos^2\theta - 20\cos\theta + 4 \tag{12}$$

Usando $\sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$:

$$100(1-\cos^2\theta) = 25\cos^2\theta - 20\cos\theta + 4 \tag{13}$$

[0.25 PUNTO] (por llegar a una ecuación que depende sólo de $\sin\theta$ o $\cos\theta$)

$$125\cos^2\theta - 20\cos\theta - 96 = 0 \tag{14}$$

$$\cos\theta - 20\cos\theta = \frac{20\pm\sqrt{400+4\cdot 96\cdot 125}}{250} \tag{15}$$

$$\cos\theta = \frac{20\pm\sqrt{48400}}{250} \tag{16}$$

[0.25 PUNTO (hasta acá ya obtienen el puntaje completo, no es necesario calcular la raíz ni el $\cos^{-1}$)

$$\cos\theta = \frac{20\pm 220}{250} \tag{17}$$

La solución válida es:

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{240}{250}\right) = 16.3^\circ \tag{18}$$

Nombre: ______________________

RUT: ______________________

N lista: ________

Problema 2 [6 puntos]

Un bloque pequeño de masa m en reposo se suelta desde el punto A y se desliza verticalmente por la superficie mostrada en la figura 2. La superficie es lisa (no hay roce) entre el punto A y E. A partir del punto E la superficie es rugosa con un coeficiente de roce cinético μ_k. La superficie está compuesta de una parte vertical (entre los puntos A y B), otra circular (entre los puntos B y D) y un plano inclinado desde el punto D en adelante.

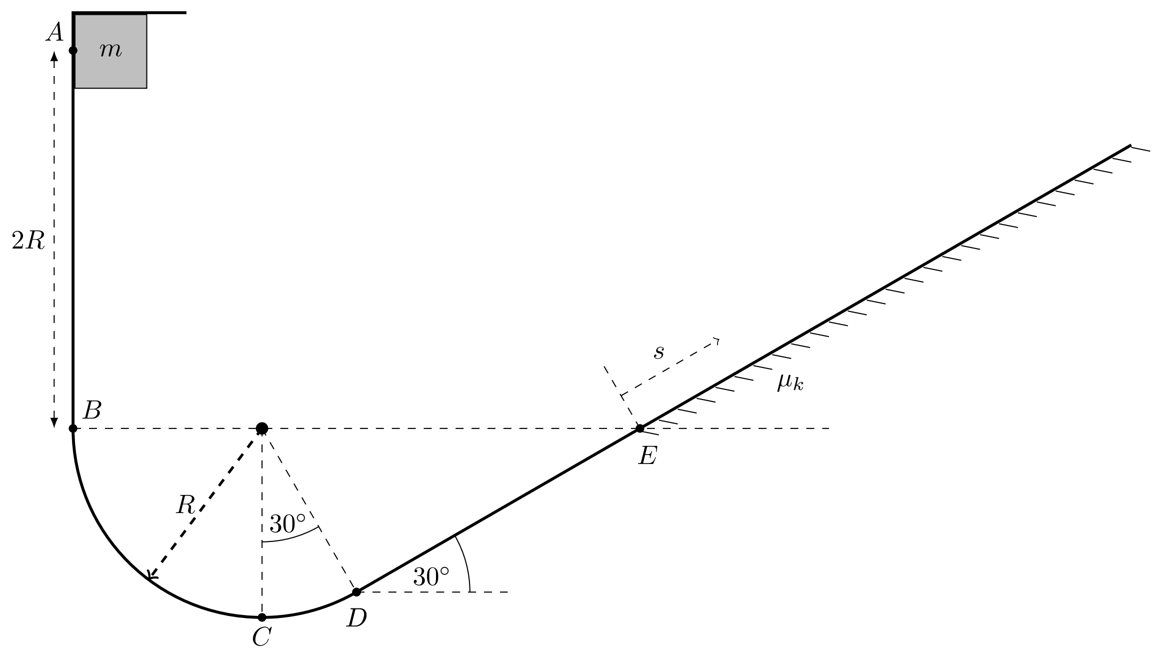


Figura 2

Determine:

1. La rapidez del bloque en el punto C.
2. La fuerza normal ejercida por la superficie sobre el bloque en el punto C
3. La distancia s que viaja el bloque por la superficie inclinada (desde el punto E) justo antes de detenerse.

Nota: Exprese sus respuestas en función de m**,** g**,** R **y** μ_k

Considere ahora que la situación cambia a la de la figura 3, donde ya no hay roce desde el punto E en adelante, pero hay un resorte largo de constante k en su largo natural a partir del punto F mostrado en la figura 3. Considere además que en todo momento el bloque permanece en contacto con la superficie.

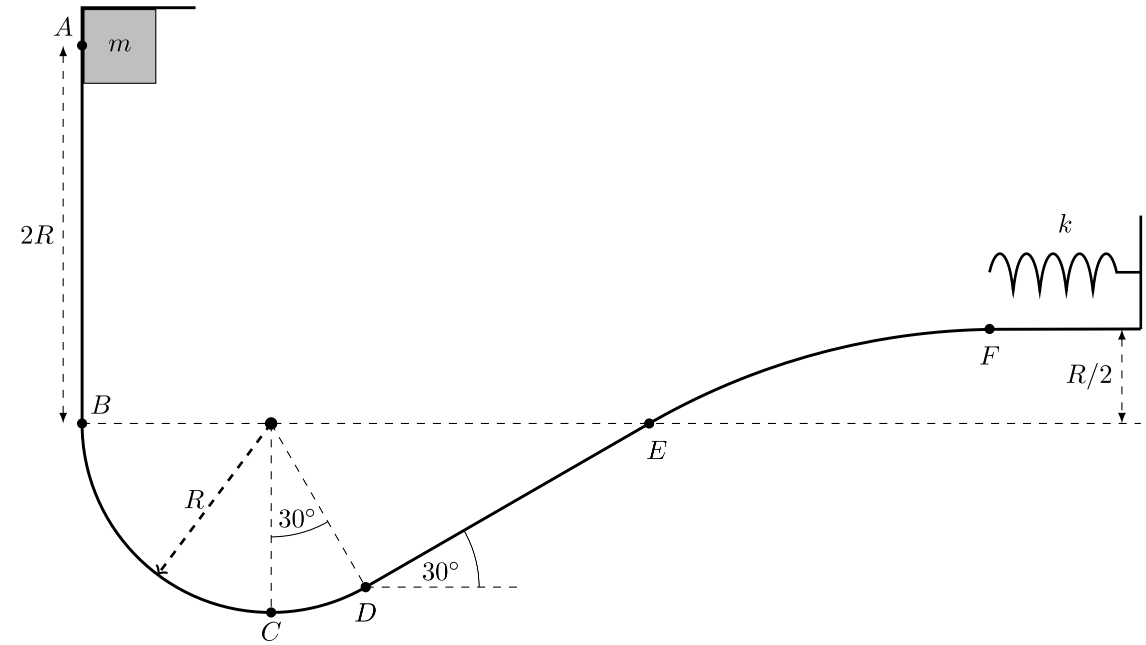


Figura 3

Determine:

4. La compresión máxima del resorte.

5. El intervalo de tiempo que transcurre entre que el bloque pasa la primera y la segunda vez por el punto F.

Nota: Exprese sus respuestas en función de m, g, R y k

Solución:

1. La rapidez del bloque en el punto C. Para obtener la rapidez (v_C) en el punto C utilizamos que la energía total se conserva entre los puntos A y C, debido a que no hay fuerzas **no** conservativas que realicen trabajo. (0,3 pts) Para evaluar la energía potencial es necesario establecer un nivel de referencia, el cual es arbitrario. Por ejemplo, se puede utilizar como referencia que la energía potencial en el punto C es cero, $U_C = 0$. De la conservación de energía tenemos entonces que:

$$\begin{aligned} E_A &= E_C \\ K_A + U_A &= K_C + U_C \end{aligned}$$

   donde:

   $K_A = 0$, el bloque parte desde el reposo en el punto A

   $U_A = mg(3R)$, donde $3R$ es la altura sobre el nivel de referencia del bloque en el punto A

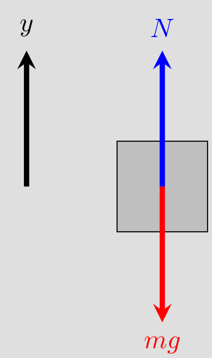
   $K_C = \frac{1}{2}mv_C^2$

   $U_C = 0 \quad (0,6\text{pts})$

   Utilizando la conservación de energía:

$$K_A + U_A = K_C + U_C \implies 3mgR = \frac{1}{2}mv_C^2 \implies m\frac{v_C^2}{R} = 6mg \implies v_C = \sqrt{6gR} \quad (0,3\text{pts})$$

2. La fuerza normal ejercida por la superficie sobre el bloque en el punto C. En el tramo $B - C$ el bloque sigue un movimiento circular, por lo que experimenta aceleración centrípeta. Para determinar la fuerza normal en el punto C utilizamos la segunda ley de Newton en la dirección vertical



$$\sum F_y = ma_y \implies N - mg = m\frac{v_C^2}{R} \implies N = mg + m\frac{v_C^2}{R} \quad (0,9\text{pts}) \tag{19}$$

   donde hemos usado que la aceleración en y corresponde a la aceleración centrípeta. Reemplazando el valor de v_C (obtenido en el punto (a)) en la ec. (19) tenemos que

$$N = mg + m\frac{v_C^2}{R} = mg + 6mg = 7mg \quad (0,3\text{pts})$$

3. La distancia s que viaja el bloque por la superficie inclinada (desde el punto E) antes de detenerse. Para calcular s usamos que:

$$W_{\text{Fzas. No Cons.}} = \Delta E \quad (0,3\text{pts})$$

En este caso la única fuerza no conservativa que realiza trabajo es la fuerza roce después del punto E. Tenemos entonces que:

$$W_{\text{Fzas. No Cons.}} = -F_{\text{roce}} \cdot s = -\mu_k N \cdot s \tag{20}$$

Como no hay movimiento en la dirección perpendicular al plano inclinado tenemos que:

$$N - mg\cos 30^\circ = 0 \implies N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$$

y el trabajo es:

$$W_{\text{Fzas. No Cons.}} = -F_{\text{roce}} \cdot s = -\frac{\sqrt{3}}{2}mg\mu_k \cdot s \quad (0,3\text{pts}) \tag{21}$$

Ahora calculamos ΔE, entre el punto A y el punto donde se detiene el bloque. La energía en el punto donde se detiene el bloque es:

$$E_F = K_F + U_f = 0 + mg(R + s\cdot\sin 30^\circ) = mgR + \frac{1}{2}mg\cdot s \quad (0,3\text{pts}) \tag{22}$$

Finalmente tenemos que:

$$W_{\text{Fzas. No Cons.}} = \Delta E \tag{23}$$
$$-\frac{\sqrt{3}}{2}mg\mu_k \cdot s = mgR + \frac{1}{2}mg\cdot s - 3mgR \tag{24}$$
$$2R = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{3}\mu_k\right)s \tag{25}$$
$$\implies s = \frac{4R}{1+\sqrt{3}\mu_k} \quad (0,3\text{pts}) \tag{26}$$

4. La compresión máxima del resorte. Denominemos la compresión máxima del resorte como $\Delta x_{\text{máx}}$. En el caso de la figura 2 no hay fuerzas NO conservativas, por lo tanto se conserva la energía entre el punto A y el punto de compresión máxima del resorte (0,3 pts)

$$E_A = E_C$$
$$K_A + U_A = K_C + U_C$$

donde:

$K_A = 0$
$U_A = mg(3R)$
$K_F = 0$ la compresión es máxima cuando el bloque se detiene
$U_F = \frac{3}{2}mgR + \frac{1}{2}k\Delta x^2_{\text{máx}}$ incluye energía potencial gravitacional y elástica (0,6pts)

Utilizando la conservación de energía:

$$K_A + U_A = K_C + U_C \implies 3mgR = \frac{3}{2}mgR + \frac{1}{2}k\Delta x^2_{\text{máx}}$$
$$\implies \frac{3}{2}mgR = \frac{1}{2}k\Delta x^2_{\text{máx}} \implies \Delta x_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{3mgR}{k}} \quad (0,3\text{pts})$$

5. El intervalo de tiempo que transcurre entre que el bloque pasa la primera y la segunda vez por el punto F. Una vez que la masa impacta el resorte, el movimiento queda descrito por un movimiento armónico simple hasta que la masa vuelva a pasar por el punto F una segunda vez. El movimiento que describe es la mitad de una oscilación completa (la mita del movimiento completo de un oscilador armónico), por lo tanto el tiempo que demora en volver a pasar por el punto F corresponde a la mitad del período de un movimiento armónico simple (0,9 pts):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \implies T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \implies t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (0,3\text{pts})$$