Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física

FIS1513 — Estática y Dinámica — 2' 2018

Ayudantía 9 – Repaso I3

Benjamín Earle (biearle@uc.cl)

1 Movimiento Armónico

Una masa de 10 Kg, amarrada a un resorte de constante k, se mantiene agarrado fuera de su posición de equilibrio, como se muestra en la figura 1. Al soltarla es golpeada con una fuerza $\vec{F} = -200000\hat{x}\ N$ por 0.001 s, quedando 50 cm a la derecha de su posición de equilibrio con velocidad distinta de 0. Asuma que la fuerza que realiza el resorte es despreciable durante el golpe.

A partir de esto, encuentre la amplitud y frecuencia de la oscilación resultante.

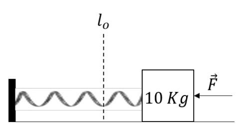


Figure 1: Diagrama de las condiciones iniciales

Frecuencia: $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{10}}\ s^{-1}$

Amplitud: $\sqrt{\frac{1}{4} + 400\sqrt{\frac{10}{k}}}\ m$

2 Momentum y Movimiento Armónico

Una bala de 10 g es disparada a 300 $\frac{m}{s}$ hacia un bloque de madera, tal como se muestra en la figura 2. La bala atraviesa al bloque, saliendo de él a 50 $\frac{m}{s}$. Considerando que el tiempo que la bala pasa adentro del bloque es despreciable, determine si se cumple la aproximación de ángulo pequeño para el movimiento oscilatorio que describirá el bloque.

Asumiendo que se cumple la aproximación de ángulo pequeño, determine la amplitud y frecuencia de la oscilación.

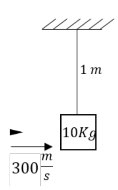
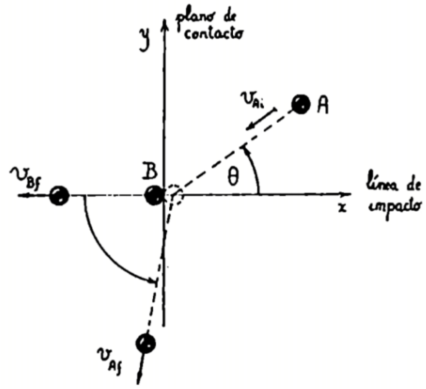


Figure 2: Diagrama de las condiciones iniciales

La aproximación de ángulo pequeño no es muy buena.
Frecuencia: $\frac{\sqrt{10}}{2\pi} \ s^{-1}$
Amplitud: $\frac{1}{4\sqrt{10}} \ m$

3 Colisiones[1]

Dos bolas de billar, A y B, tienen la misma masa m. Si A choca con B con una rapidez $(v_A)_i = v$ y en un ángulo θ conocido, determine la velocidad final de ambas bolas después de la colisión. Asuma que la bola B está originalmente en reposo y que el coeficiente de restitución del choque es e.

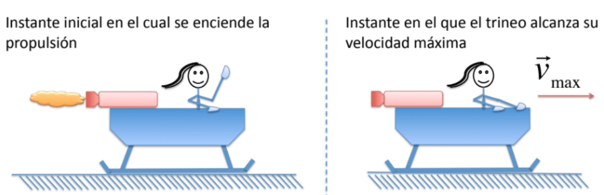


$$\vec{v}_{A_f} = v\sqrt{\sin^2(\theta) + (\tfrac{1-e}{2})^2\cos^2(\theta)} * (-\cos(\phi), -\sin(\phi)); \quad \phi = \tan^{-1}(\tfrac{2}{1-e}\tan(\theta))$$
$$\vec{v}_{B_f} = \tfrac{e+1}{2} v\cos(\theta)$$

4 Masa Variable I[2]

Considere que un temerario niño ha equipado un trineo con una pequeña turbina a gas que consume el combustible a razón de 100 $\frac{g}{s}$ y en la cual la velocidad de salida de los gases de combustión desde su escape es de 50 $\frac{m}{s}$. El niño ubica el trineo sobre una pista de hielo, con condiciones tales que el roce entre el trineo y la pista es despreciable. Considere que el niño pesa $60kg$, la masa del trineo es $100kg$, la masa dela turbina (sin gas) es de $20kg$ y que la carga inicial de gas es de $20kg$.

Determine el modulo de su aceleración cuando se enciende la turbina, y la velocidad máxima que alcanza el niño. Si, cuando se alcanza la velocidad máxima, el niño quiere detener el trineo saltando de el, calcule la velocidad horizontal a la que tiene que saltar para lograrlo.



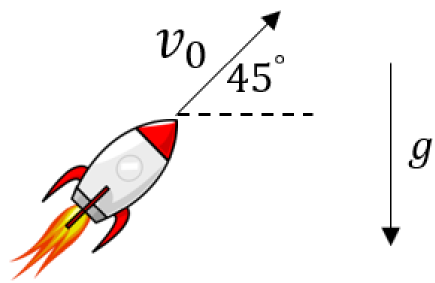
$$a(t=0) = 0.025 \ \frac{m}{s^2}$$
$$v_{max} = 50\ln(\tfrac{10}{9}) \ \frac{m}{s}$$
$$v_{salto} = 3v_{max}$$

[1]De una ayudantia de Sebastian Urrutia
[2]I2-2016-2

5 Masa Variable II

Un cohete de masa M viaja a velocidad v_0 en un ángulo de 45° respecto a la horizontal. El cohete libera combustible a una tasa de 200 $\frac{Kg}{s}$, velocidad 2700 $\frac{m}{s}$ (respecto al cohete), y en ese instante contiene 1000 Kg de combustible.

A partir de esto, calcule la velocidad vertical máxima que alcanza el cohete (respecto a su posición inicial).



$$\dot{y}_{max} = -5g + 1350\sqrt{2}\ln(\tfrac{M+1000}{M}) + v_0\tfrac{\sqrt{2}}{2}$$

6 Solución Pregunta 3

Sea ϕ el angulo de V_{Af} mostrado en la figura 3. Por conservacion de momentum en x e y:

$$-mv\cos(\theta) = -mv_{Af}\cos(\phi) - mv_{Bf} \longrightarrow v\cos(\theta) = v_{Af}\cos(\phi) + v_{Bf} \tag{1}$$

$$-mv\sin(\theta) = -mv_{Af}\sin(\phi) \longrightarrow v\sin(\theta) = v_{Af}\sin(\phi) \tag{2}$$

Utilizando el coeficiente de restitucion para el eje x:

$$ev\cos(\theta) = v_{Bf} - v_{Af}\cos(\phi) \tag{3}$$

Restando la ecuacion (3) y (1):

$$v_{Bf} = \frac{e+1}{2}v\cos(\theta) \tag{4}$$

Reemplazando (4) en (1):

$$v_{Af}\cos(\phi) = \frac{1-e}{2}v\cos(\theta) \tag{5}$$

Ahora, para obtener el modulo de la velocidad final de A, se suma $(4)^2$ y $(2)^2$, resultando:

$$v_{Af} = v\sqrt{\sin^2(\theta) + (\frac{1-e}{2})^2\cos^2(\theta)} \tag{6}$$

Dividendo (1) y (4):

$$\phi = \tan^{-1}(\frac{2}{1-e}\tan(\theta)) \tag{7}$$