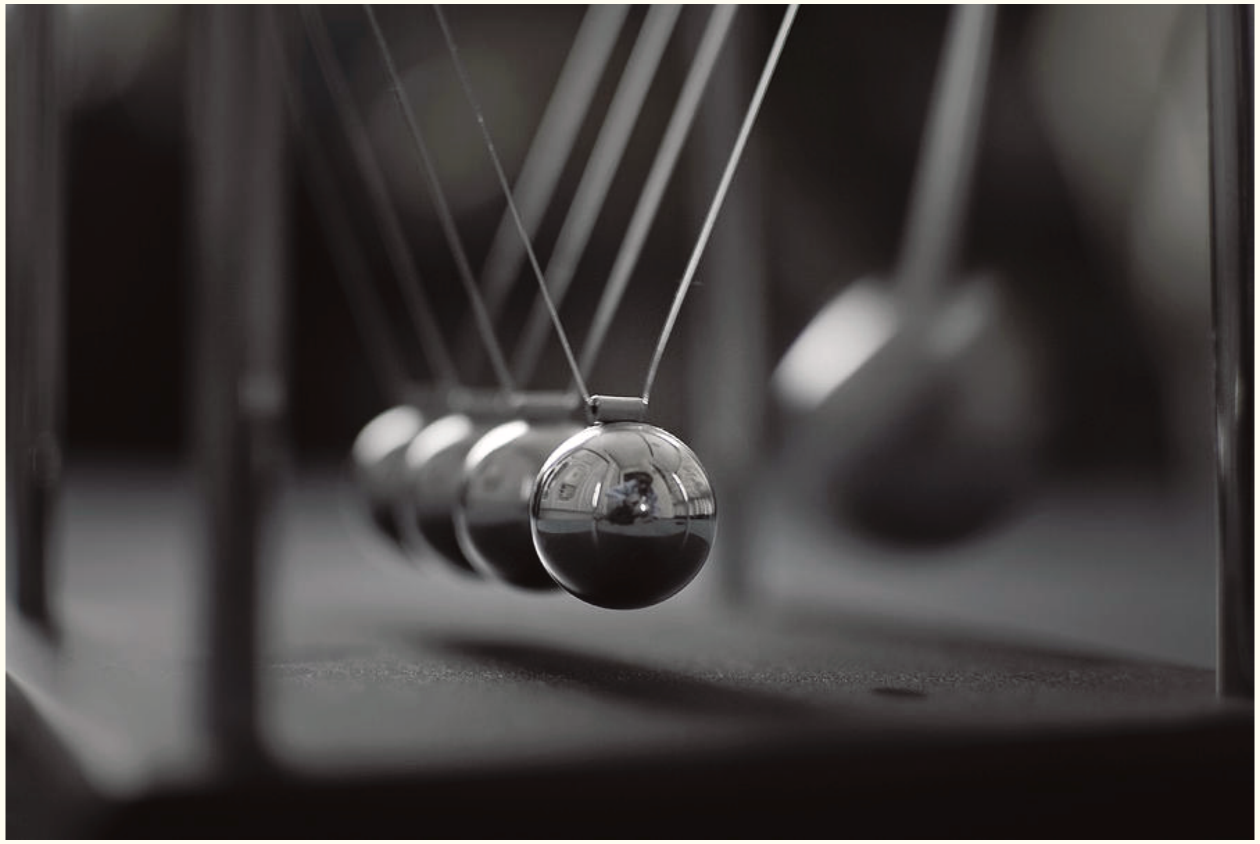
Estática y Dinámica
FIS1513

Clase #16
08-10-2018
Trabajo y Energía, Impulso y Momento

Anuncios

- ¡Espero que les haya ido bien en la i2!
- Hoy terminamos movimiento armónico simple y comenzamos un nuevo tema: momentum e impulso



Trabajo y Energía: Movimiento Armónico Simple

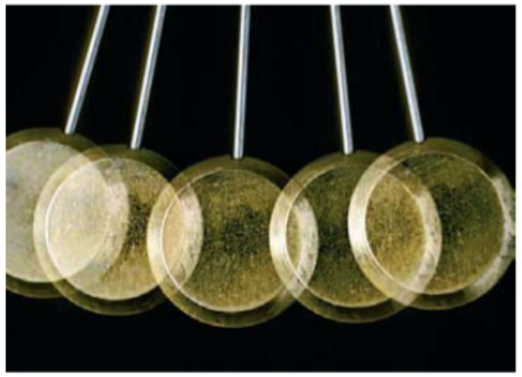
*22.1 Undamped Free Vibration

A *vibration* is the periodic motion of a body or system of connected bodies displaced from a position of equilibrium. In general, there are two types of vibration, free and forced. *Free vibration* occurs when the motion is maintained by gravitational or elastic restoring forces, such as the swinging motion of a pendulum or the vibration of an elastic rod. *Forced vibration* is caused by an external periodic or intermittent force applied to the system. Both of these types of vibration can either be damped or undamped. *Undamped* vibrations can continue indefinitely because frictional effects are neglected in the analysis. Since in reality both internal and external frictional forces are present, the motion of all vibrating bodies is actually *damped*.

Spring suspensions can induce vibrations in moving vehicles, such as this railroad car.
In order to predict the behavior we must use a vibrational analysis.

Secciones 22.1-2 del Hibbeler y 13.1-3 del Young-Freedman

MOVIMIENTO PERIÓDICO 13

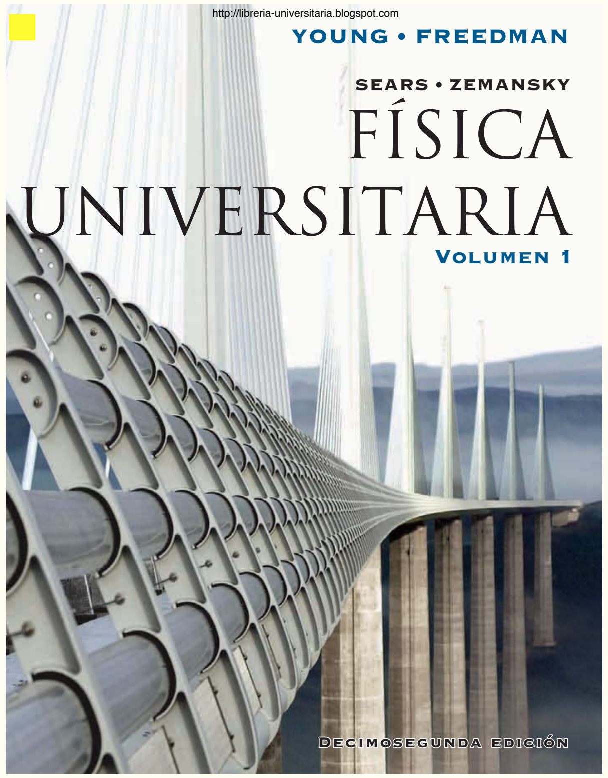


?Suponga que usted duplica la masa de la péndola de un reloj (que incluye la varilla y la lenteja en su extremo) manteniendo iguales sus dimensiones. ¿El reloj se adelantaría o se atrasaría?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir las oscilaciones en términos de amplitud, periodo, frecuencia y frecuencia angular.
- Cómo efectuar cálculos de movimiento armónico simple, un tipo de oscilación importante.
- Cómo utilizar los conceptos de energía para analizar el movimiento armónico simple.
- Cómo aplicar estas ideas de



Nota: esto es un tema que podría abarcar todo un capítulo entero, pero que sólo veremos de forma muy rápida, utilizando principalmente los principios de trabajo y energía

Recordatorio: Movimiento Armónico Simple

Un objeto cuya coordenada obedece esta ecuación diferencial se mueve en "movimiento armónico simple":

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \boxed{\omega^2} f = 0$$

la cantidad que aparece aquí es la frecuencia angular al cuadrado

La solución general de esta ecuación diferencial es:

$$f(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

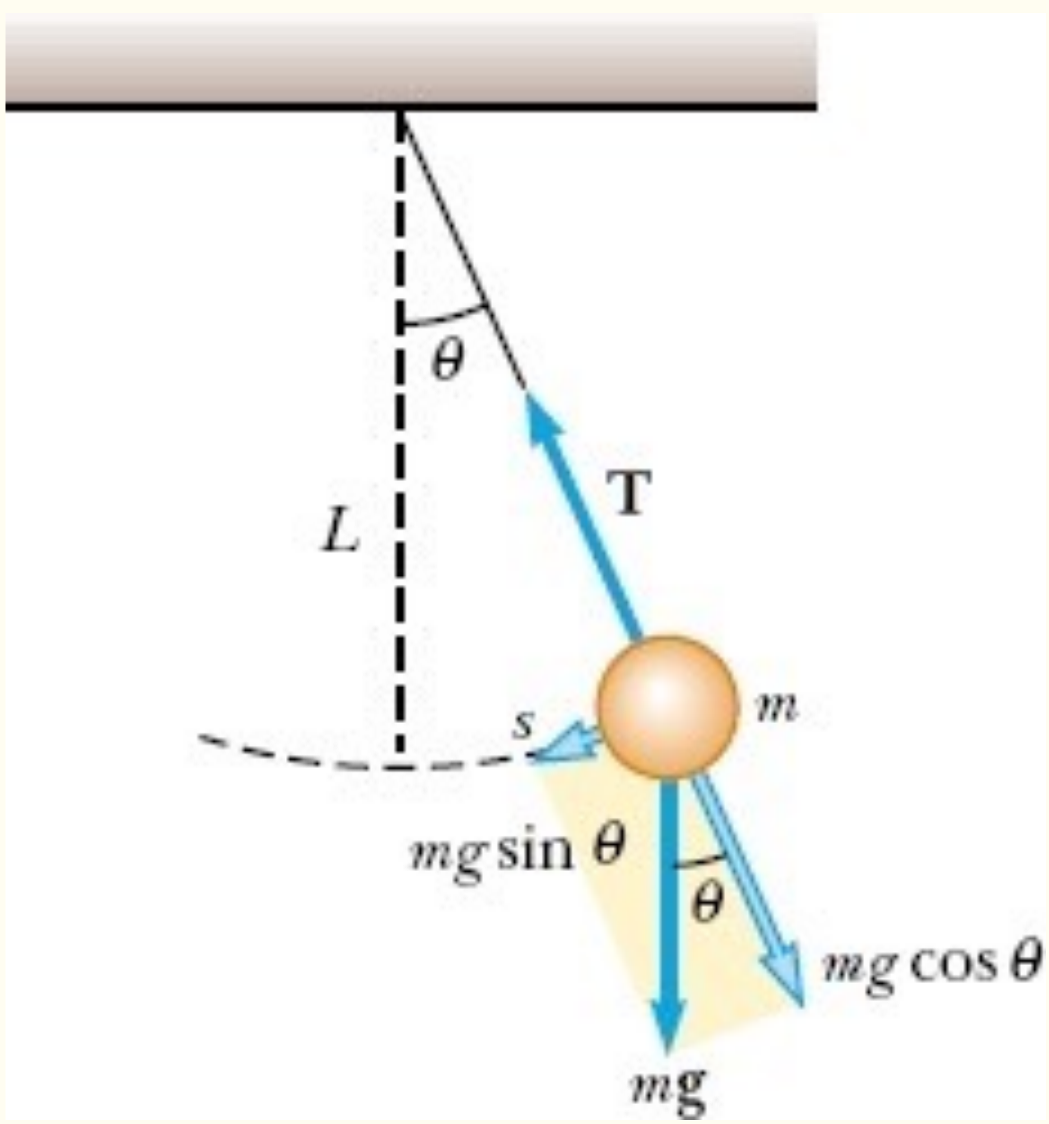
A es la amplitud del movimiento (el valor máximo que alcanza f(t)), y ϕ es un ángulo. Ambos dependen de las condiciones iniciales, mientras que ω depende de los parámetros del problema

Hasta ahora sólo hemos visto el ejemplo más simple de MAS que es un bloque amarrado a un resorte sin fricción. Sin embargo, hay muchos otros. El ejemplo a continuación es otro ejemplo clásico: el péndulo

Ejemplo (Resuelto): Péndulo Simple

Considere un péndulo simple. ¿Cuál es la frecuencia con la que oscila si asume ángulos pequeños?

Vamos a resolverlo con la opción (2), es decir con energía



Sólo la gravedad hace trabajo, por lo que la energía mecánica es:

$$E = K + U_g$$

es decir:

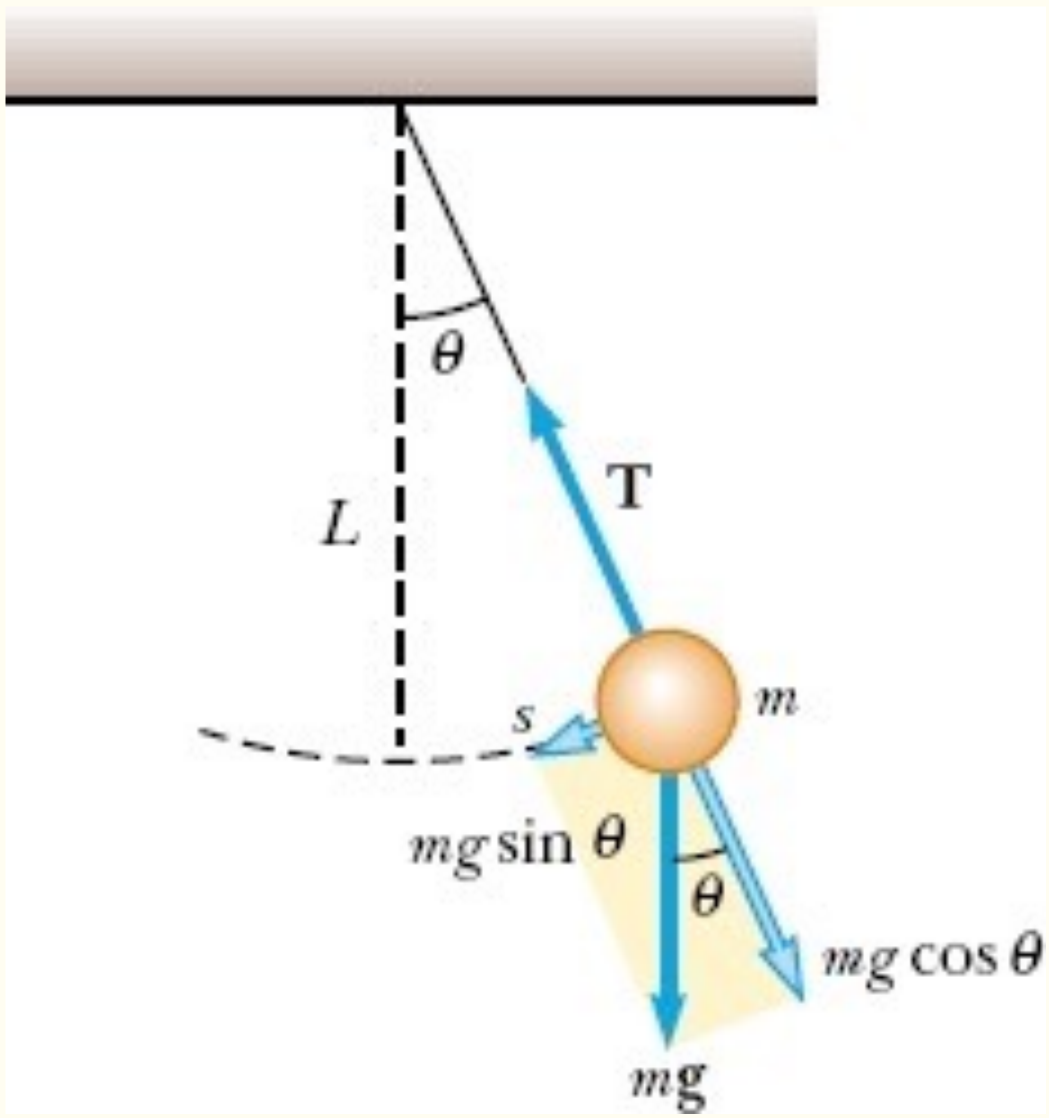
$$E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgy$$

Necesitamos relacionar v y y por medio de una misma variable. Usemos θ:

$$\upsilon = L\dot{\theta}$$

$$y = -L\cos\theta$$

Péndulo Simple



Nos queda:

$$E = \frac{1}{2} m \left(L\dot{\theta} \right)^2 - mgL\cos\theta$$

Conservación de energía mecánica requiere:

$$\frac{dE}{dt} \doteq 0$$

es decir:

$$\frac{1}{2} mL^2 \left(2\dot{\theta}\ddot{\theta} \right) + mgL\dot{\theta}\sin\theta = 0$$

que se simplifica a :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$$

Péndulo Simple

Esta ecuación diferencial es bastante fea, pero se puede simplificar si consideramos que

$$\sin\theta \approx \theta \longleftarrow \text{cuando } \theta \text{ es pequeño}$$

Entonces, para ángulos pequeños, la ecuación se reduce a:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

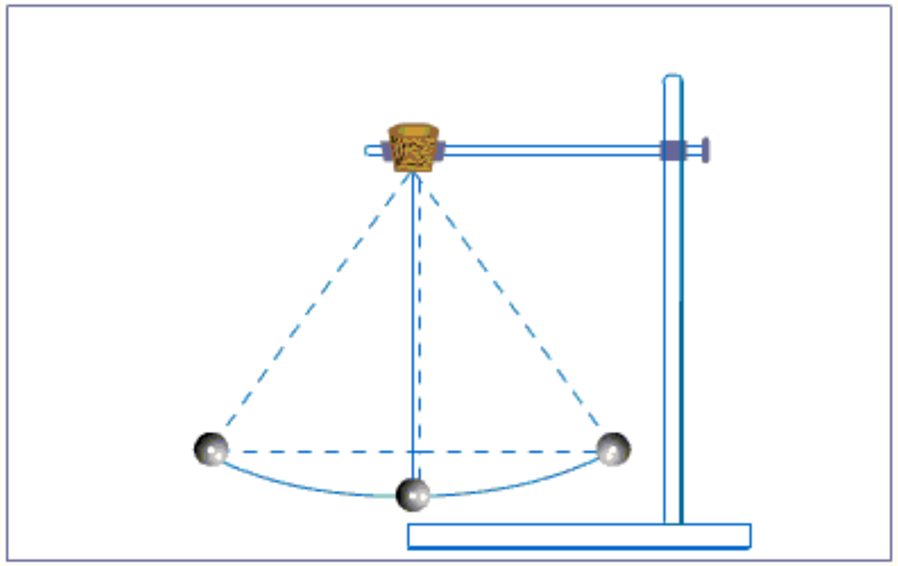
¡Esta es la ecuación diferencial de movimiento armónico simple!

Concluimos que:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

y

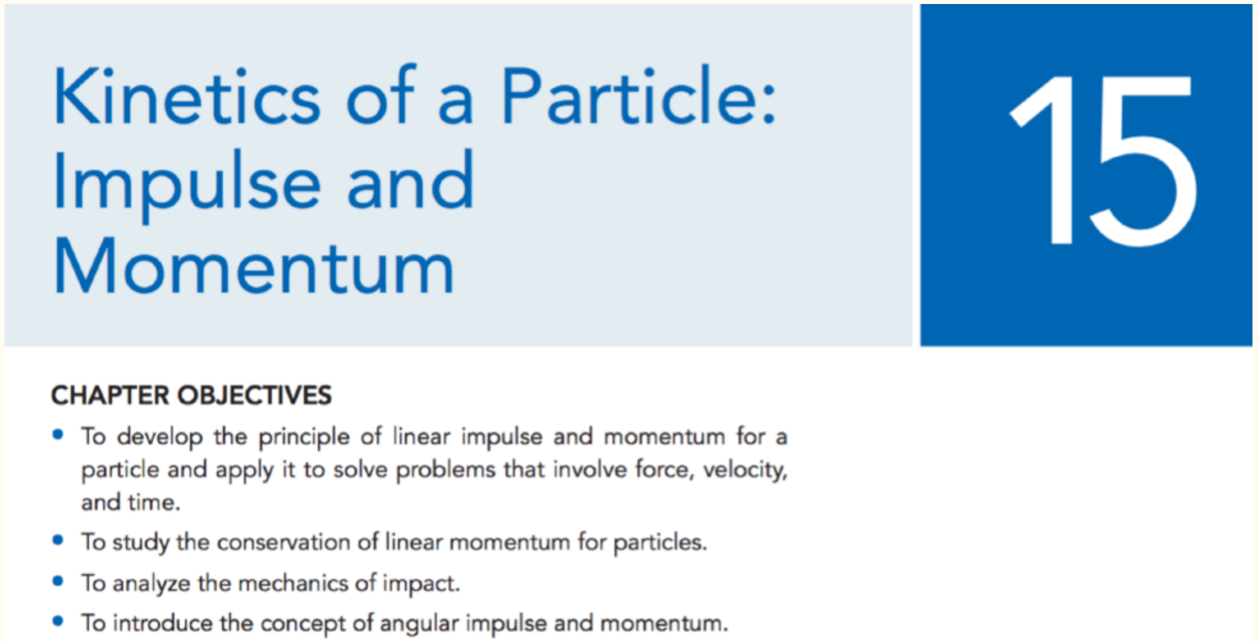
$$\theta(t) = A\cos\left(\sqrt{g/L}\,t + \phi\right)$$



Un péndulo también describe movimiento armónico simple (cuando la amplitud es pequeña), y su frecuencia angular es √(g/L)

Nota: el experimento de hoy ilustra esto

Impulso y Momento



Kinetics of a Particle: Impulse and Momentum

15

CHAPTER OBJECTIVES

- To develop the principle of linear impulse and momentum for a particle and apply it to solve problems that involve force, velocity, and time.
- To study the conservation of linear momentum for particles.
- To analyze the mechanics of impact.
- To introduce the concept of angular impulse and momentum.

Impulse and momentum principles are required to predict the motion of this golf ball.

Capítulo 15 del Hibbeler y 8 del Young-Freedman

MOMENTO LINEAL, IMPULSO Y CHOQUES

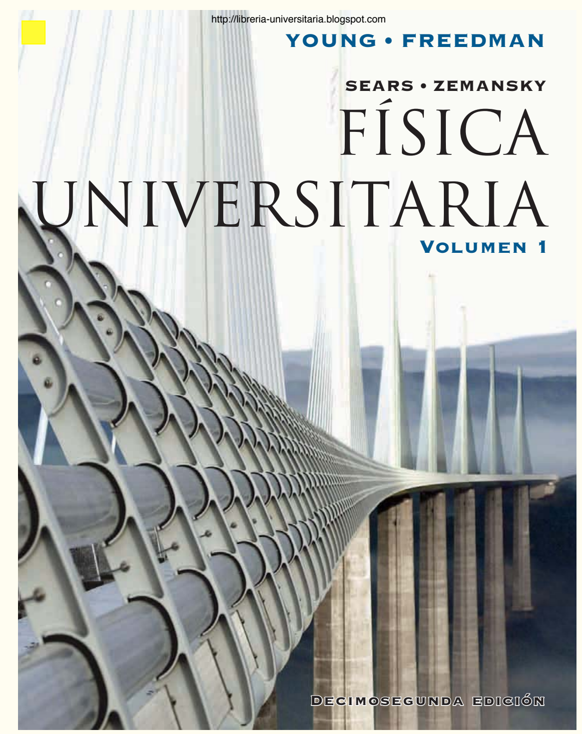
8

?¿Qué podría causar una lesión más grave: ser tacleado por un jugador ligero que corre rápidamente, o ser tacleado por un jugador con el doble de masa, pero que corre con una rapidez que equivale a la mitad de la del primero?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- El significado de momento lineal de una partícula y cómo el impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula hace que su momento lineal varíe.
- Las condiciones en las que el momento lineal total de un sistema de partículas es constante (es decir, se conserva).
- A resolver problemas en los que



Nota: una vez más, el Young & Freedman es bueno para entender algunos de los conceptos, pero el Hibbeler tiene un nivel más avanzado.

Introducción

La base de todo lo que hemos hecho en los últimos dos capítulos ha sido la segunda ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

¡mismo el teorema de trabajo y energía lo derivamos utilizando esta ecuación!

La segunda ley de Newton es como una navaja suiza.

¡Sirve en una gran cantidad de situaciones, y uno no deja de sorprenderse de todo lo que contiene!

Principio de Momento Lineal e Impulso

Ahora introduciremos un nuevo método de análisis también basado en la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \xrightarrow[\text{ambos lados}]{\text{integramos}} \sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\int_{v_1}^{v_2} d\vec{v}$$

Y nos queda:

$$\boxed{\sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt} = \boxed{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}$$

Una cosa que llamaremos "suma de impulsos"

Cambio en una cantidad que llamaremos "momento lineal"

A esta ecuación se le llama el **"Principio de Momento Lineal y del Impulso"**

Definiciones

Veamos qué nos está diciendo está ecuación:

Momento Lineal

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Es una cantidad vectorial que cuantifica el "ímpetu" o la "cantidad de movimiento" de un objeto

Impulso

$$\vec{J} = \int \vec{F} dt$$

Es la aplicación de una fuerza por una cierta cantidad de tiempo

Principio:

$$\sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

Lo reescribimos como:

$$\sum \vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Este principio nos dice como la aplicación de un impulso sobre un objeto cambia su movimiento

Suma de impulsos = cambio en momento lineal

En el SI, tanto el impulso como el momento se miden en kg m/s = N s

¿Y a mí qué?

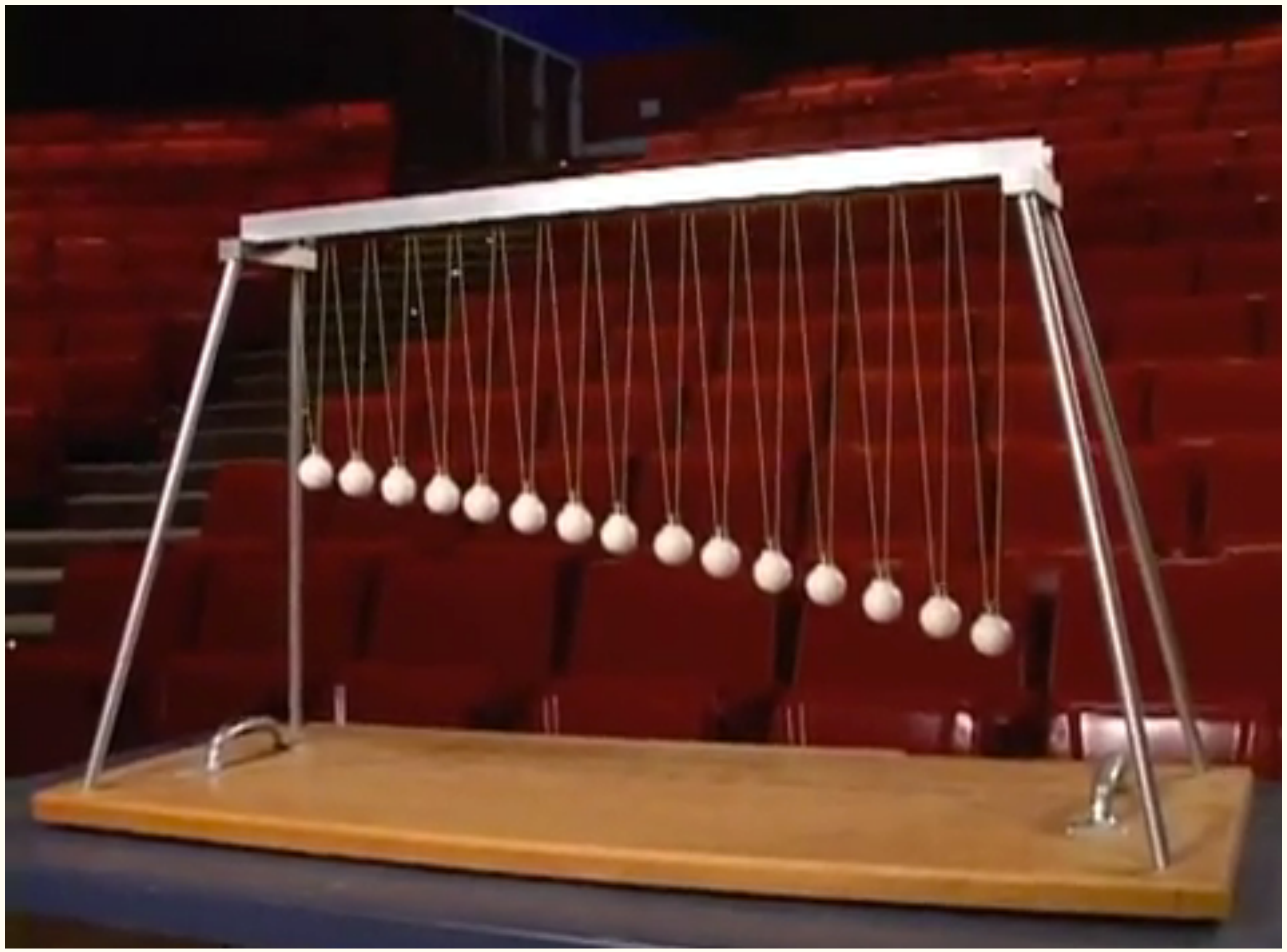
¿Para qué sirve esta ecuación?

$$\sum \vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Es sumamente útil. En muchas situaciones de la vida real se aplica una fuerza por solamente un periodo finito de tiempo.

En lugar de tener que lidiar con estas situaciones a partir de calcular una aceleración y utilizar cinemática, **podemos simplemente ver directamente el efecto que un impulso tiene sobre la velocidad de un objeto**.

Experimento #1



Acabamos de demostrar que el movimiento de un péndulo simple a ángulos pequeños es armónico simple, y que la frecuencia está dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

¡Ahora veamos esto en acción!

Ver video "Pendulum Waves" de Harvard: https://www.youtube.com/watch?v=yVkdfJ9PkRQ

Sobre Impulso

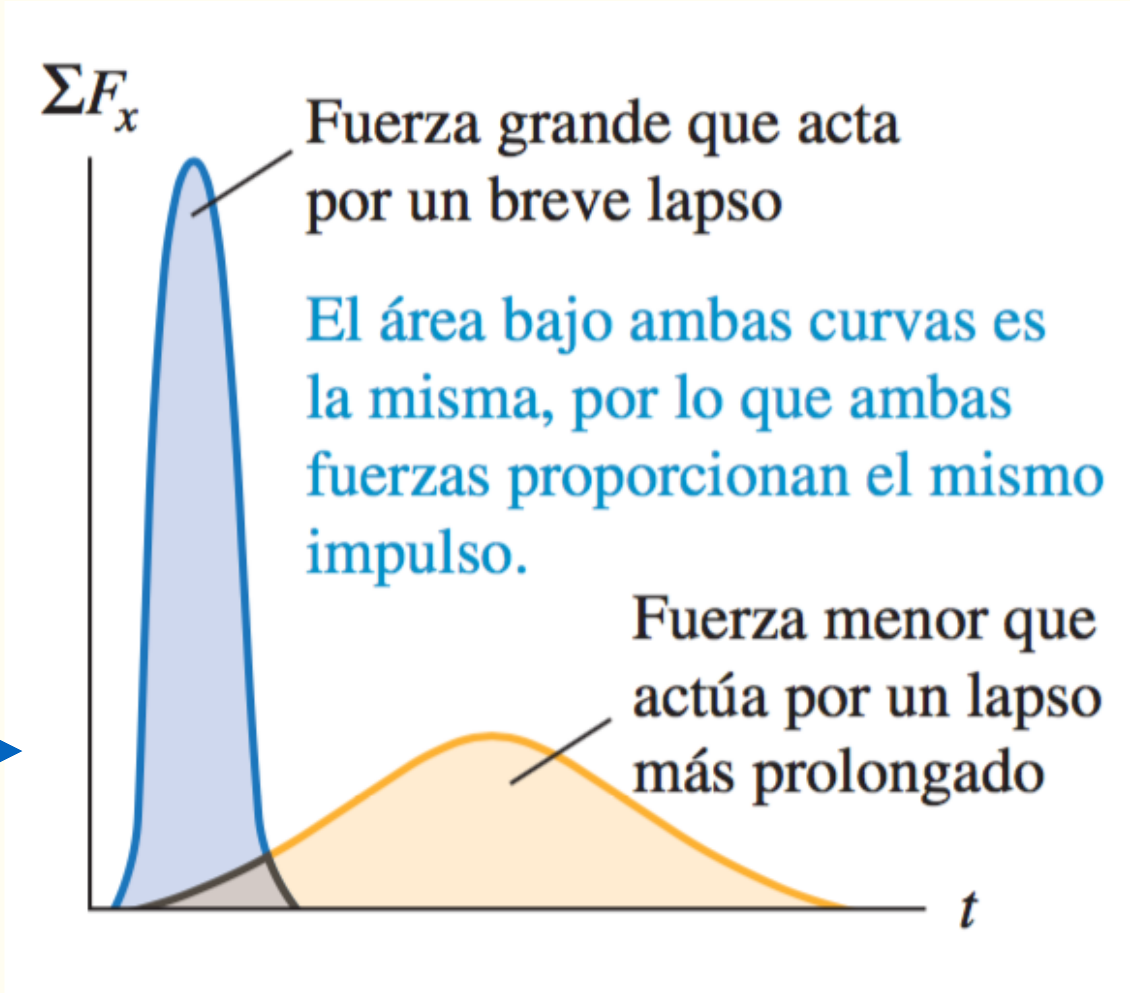
El impulso depende tanto de la intensidad de la fuerza como de su duración

Impulso

$$\vec{J} = \int \vec{F} dt$$

En una gráfica con fuerza vs. tiempo, el impuso es el área bajo la curva

Se puede <u>lograr el mismo impulso</u> si se aplica una fuerza muy grande en un corto tiempo, o una fuerza menor en un largo periodo →



Sobre Impulso

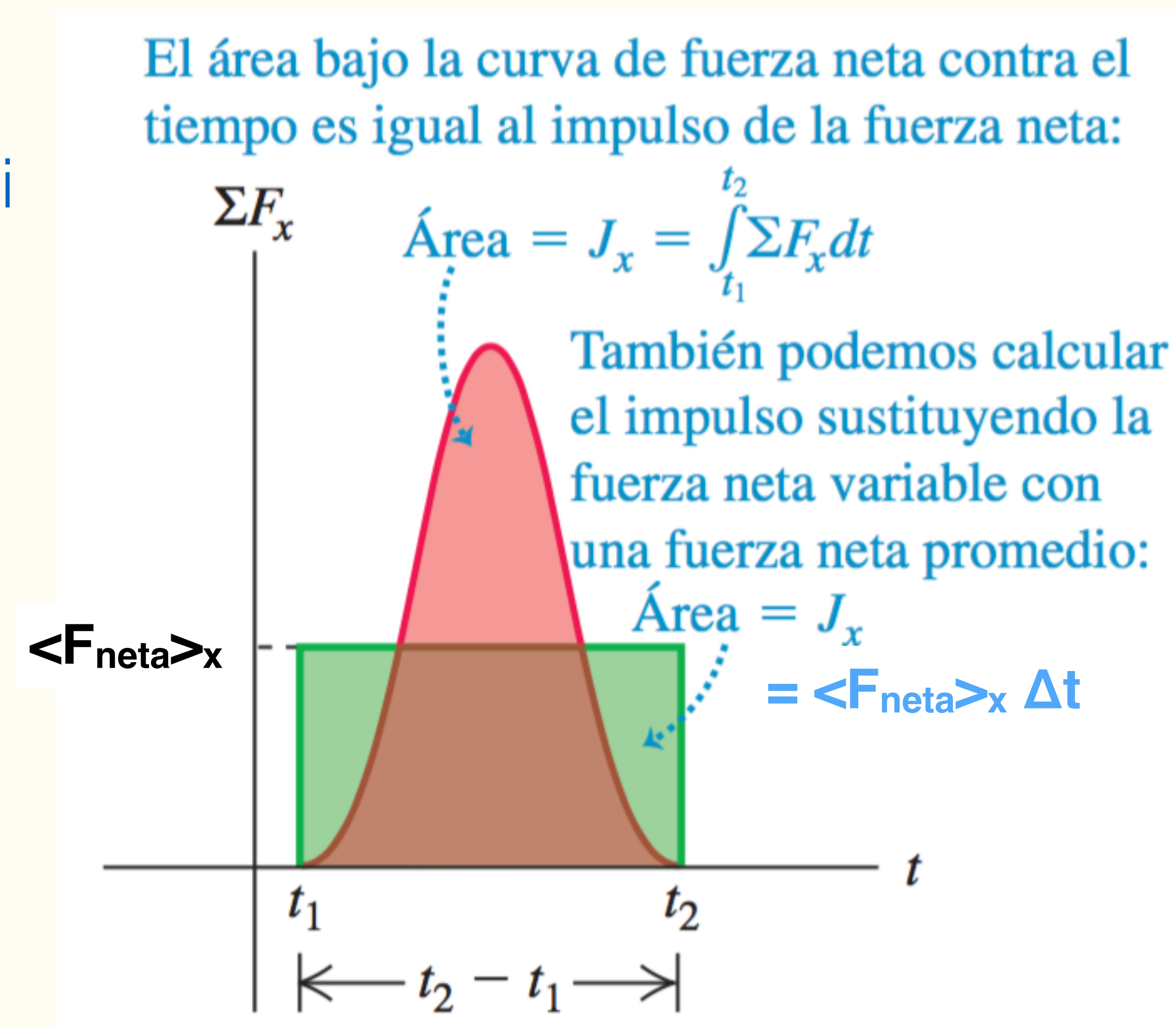
Si la fuerza en un impulso es constante (en magnitud y dirección), entonces

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{F}\left(t_2 - t_1\right) = \vec{F}\Delta t$$

En muchas situaciones la fuerza en un impulso no es constante. Sin embargo, si el periodo de tiempo durante el cual se aplica es bastante corto, se puede aproximar como constante.

En ese caso se modela el impulso como una fuerza neta promedio aplicada por el mismo tiempo:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \left\langle \vec{F}_{\text{neta}} \right\rangle \Delta t$$



Nota: a la fuerza neta promedio también se le llama a veces “fuerza media”

Experimento #2

Sobre el Experimento #2

¡Por eso las cerbatanas usadas por muchas tribus son muy largas!

Ejemplo #1

(No en libros)

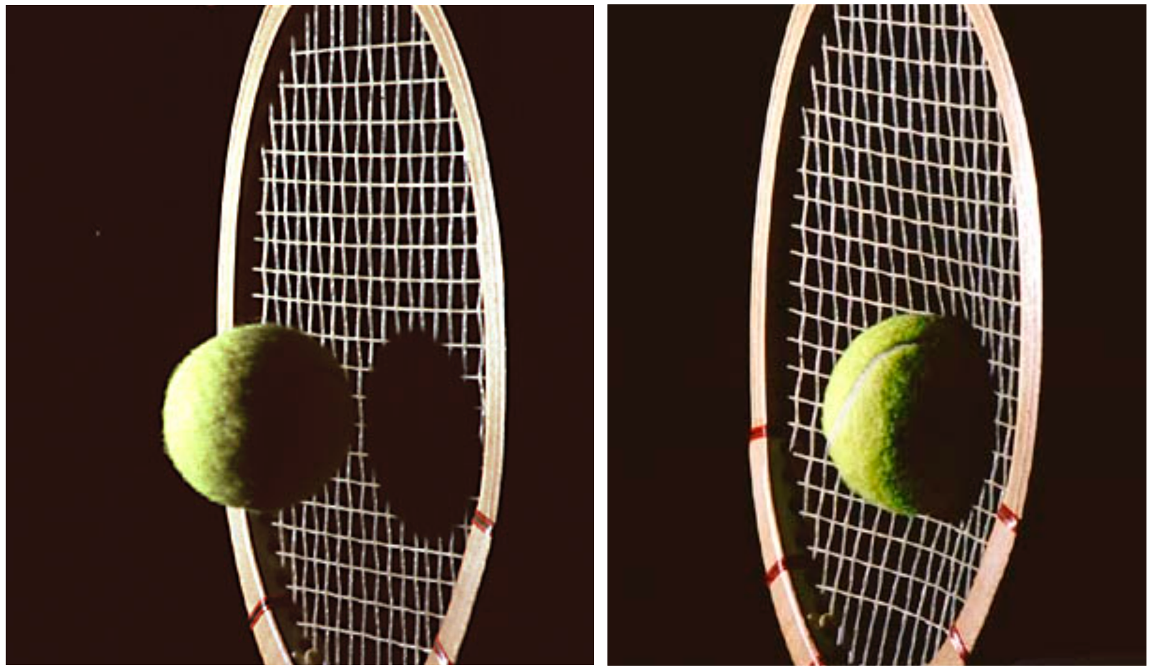
Un jugador patea un penal. El pie y la pelota permanecen en contacto durante 5×10^{-3} segundos. Como resultado, la pelota con masa 0.5kg adquiere una velocidad de 100km/h. ¿Cuál es la fuerza neta promedio que ejerce el jugador sobre la pelota?

(resolver en pizarra)

Respuesta: $\langle F \rangle = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t} \simeq 2780N$

Nota: ¡este es un número muy grande! Es la fuerza que se necesita para levantar un objeto de aproximadamente 280kg. Pero sólo se aplica por un muy corto periodo de tiempo….

Lo mismo sucede por ejemplo con una raqueta de tenis. La fuerza instantánea es muy grande

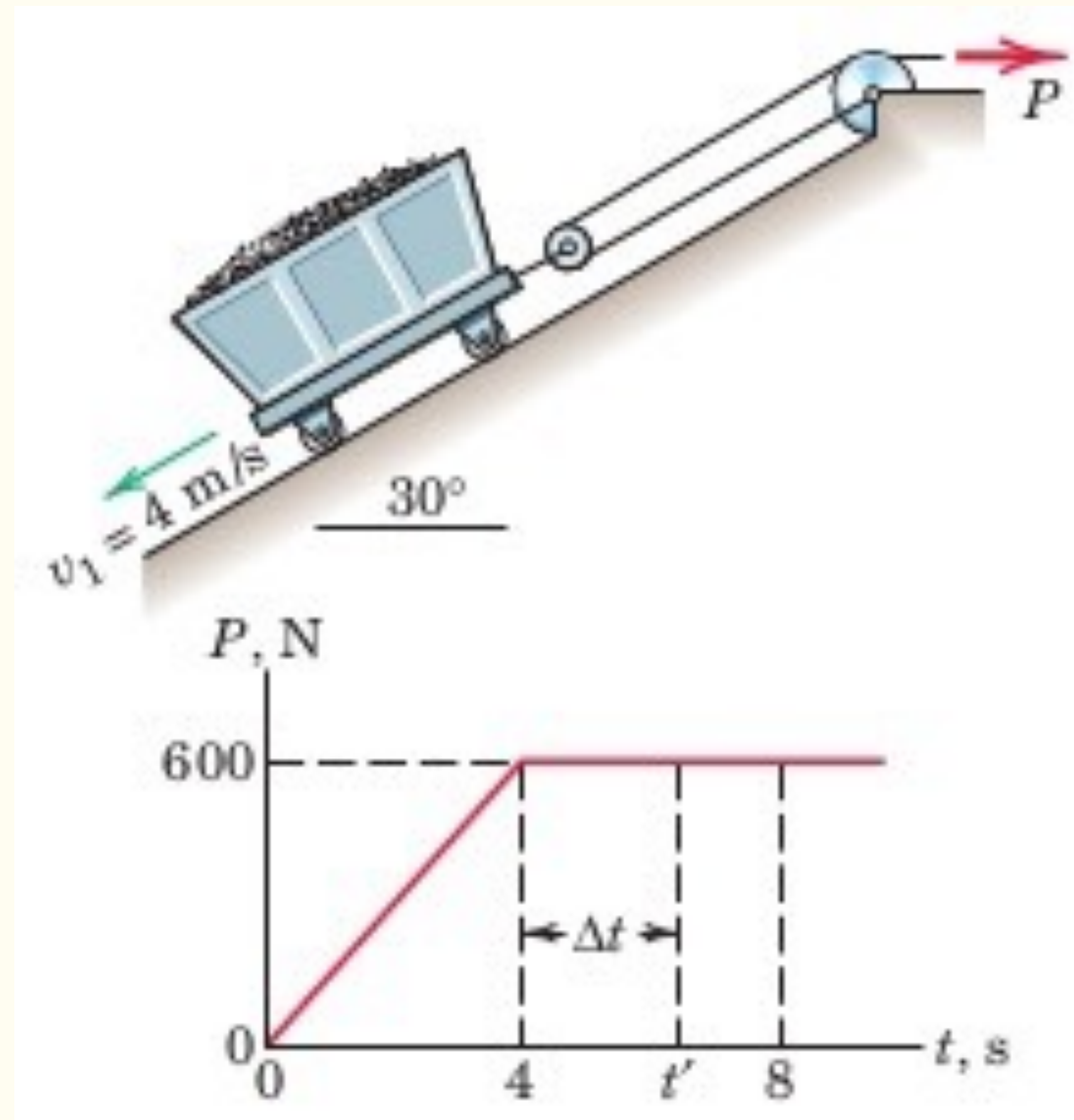


Ejemplo #2

(No en libros)

Un carro cuya masa y la de su carga suman 150kg desciende por una rampa a 4m/s como se muestra en la figura. En ese instante se comienza a aplicar una fuerza P a un cable que aumenta uniformemente con el tiempo hasta 600N en t=4s, y que después permanece constante en ese valor (ver gráfica y figura).

Determine el tiempo t' en el que el carro invierte el sentido de movimiento, y su velocidad en t=8s. Puede despreciar cualquier tipo de roce.



(resolver en pizarra)

Respuestas: t'=6.45s y v(t=8s)=4.8 m/s

Próxima clase: más sobre impulso y momento