

# ANÁLISIS DE SEÑALES Y SISTEMAS DIGITALES

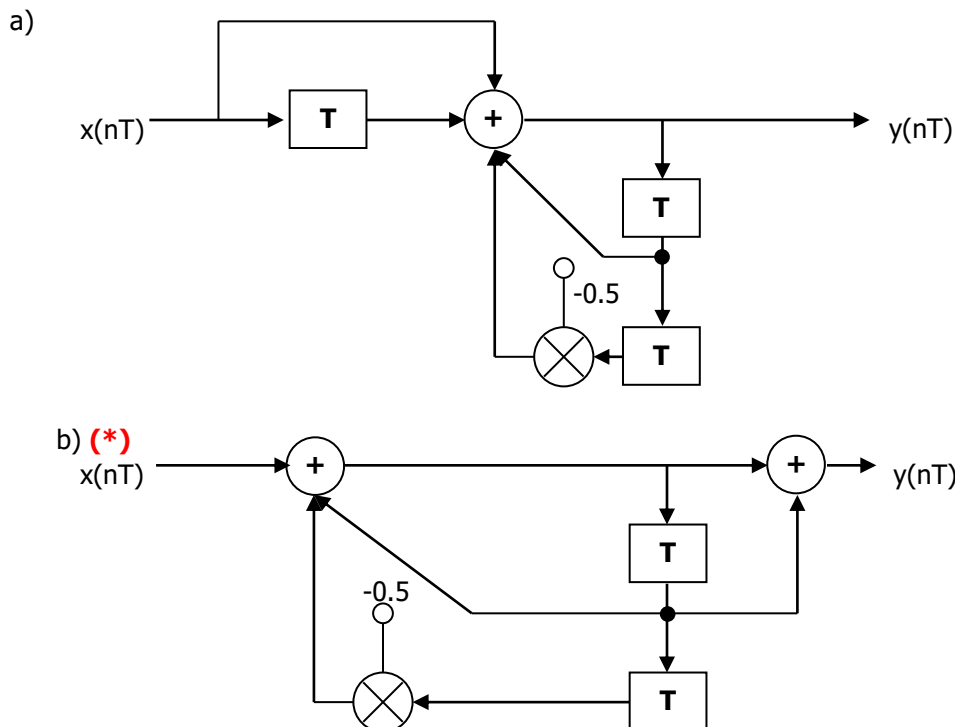
## Guía de Problemas N°1 "Sistemas discretos"

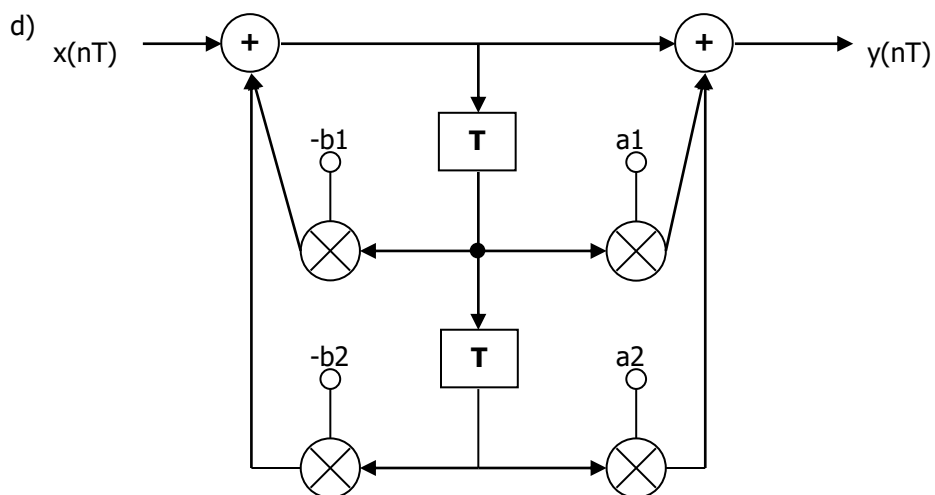
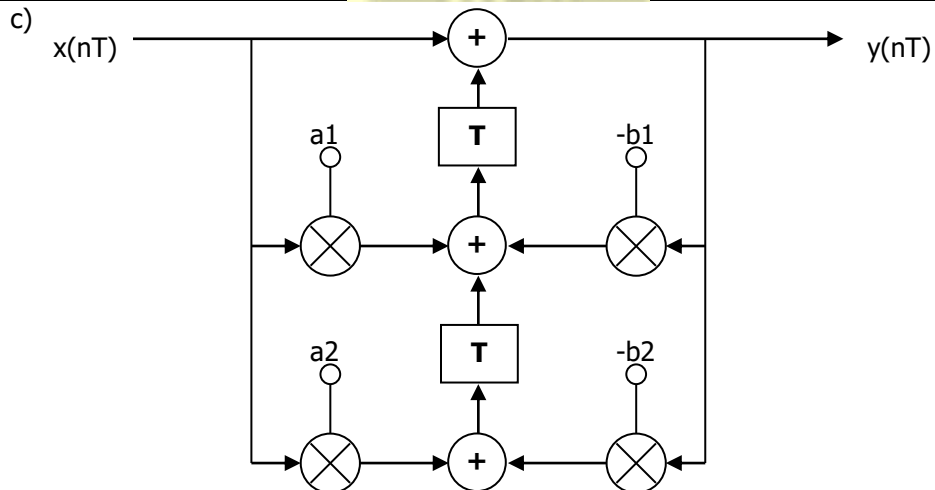
**NOTA:** Los ejercicios marcados con (\*) son **OBLIGATORIOS**.  
El trabajo es grupal

1) Analizar para los siguientes filtros invariancia en el tiempo, causalidad y linealidad.

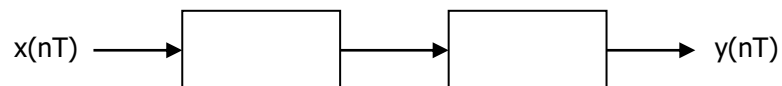
- a)  $R[x(nT)] = 2 x(nT - gT)$   
b)  $R[x(nT)] = \begin{cases} 6 x(nT - 5T) & \text{para } x(nT) \leq 6 \\ 7 x(nT - 5T) & \text{para } x(nT) > 6 \end{cases}$   
c)  $R[x(nT)] = (nT + 3T) x(nT - 3T)$   
d) (\*)  $R[x(nT)] = 5nT x^2(nT)$   
e)  $R[x(nT)] = 3 x(nT + 3T)$   
f)  $R[x(nT)] = x(nT) \sin(\omega nT)$   
g)  $R[x(nT)] = K_1 \Delta x(nT)$  siendo  $\Delta x(nT) = x(nT + T) - x(nT)$   
h)  $R[x(nT)] = K_2 \nabla x(nT)$  siendo  $\nabla x(nT) = x(nT) - x(nT - T)$   
i) (\*)  $R[x(nT)] = x(nT + T) e^{-nT}$   
j)  $R[x(nT)] = x^2(nT + T) e^{-nT} \sin(\omega nT)$   
k) (\*)  $R[x(n)] = x(Mn)$  (Decimacion o downsampling)

2) Analizar las siguientes redes, hallando la ecuación diferencia (no usar Transf. Z):

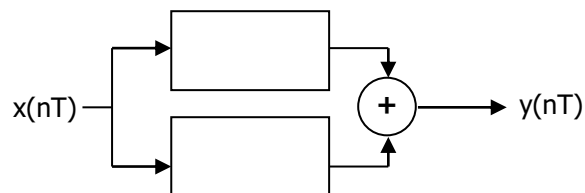




- 3) Dos secciones de segundo orden como la 2) c. del ejercicio anterior son conectadas en cascada. Si los parámetros de ambas secciones son:  $a_{11}$ ,  $a_{21}$ ,  $-b_{11}$ ,  $-b_{21}$  y  $a_{12}$ ,  $a_{22}$ ,  $-b_{12}$ ,  $-b_{22}$  respectivamente, encontrar la característica del filtro combinado.



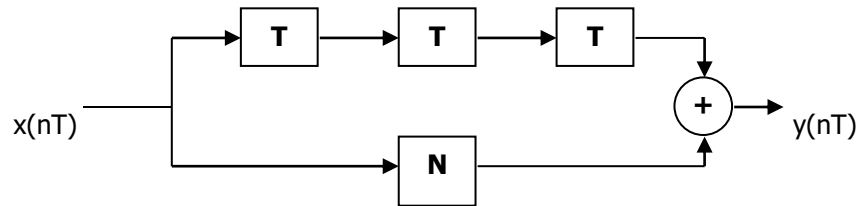
- 4) Las mismas secciones del ejercicio anterior son ahora conectadas en paralelo. Encontrar la ecuación diferencia del filtro combinado.



5) Chequear los siguientes filtros por invariancia al tiempo, linealidad y causalidad:

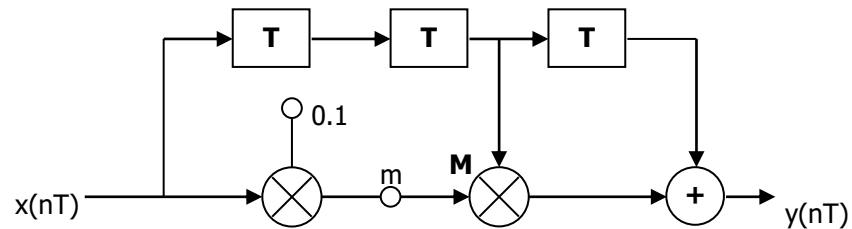
a) Este filtro usa un dispositivo N cuya característica es:

$$R_x(nT) = |x(nT)|$$



b) Este filtro tiene un multiplicador M dado por:

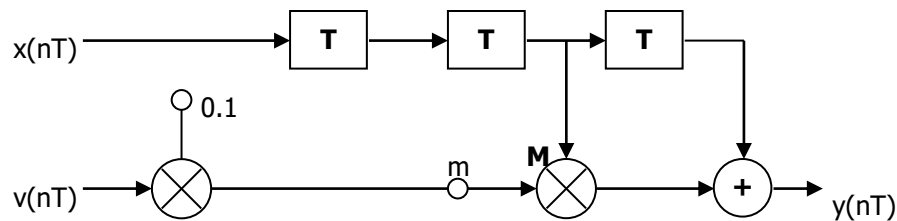
$$m = 0.1 x(nT)$$



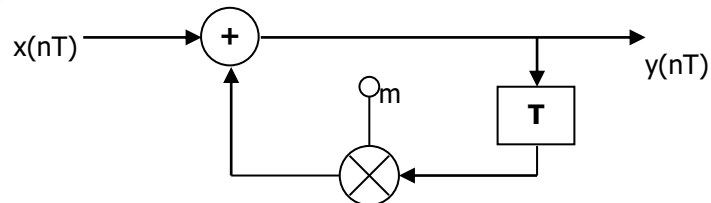
c) Este filtro tiene un multiplicador M dado por:

$$m = 0.1 v(nT)$$

y  $v(nT)$  es una señal independiente.



6) Dado el siguiente circuito:



Encontrar la respuesta en forma cerrada a la siguiente excitación:

$$x(nT) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 4 \\ 2 & n > 4 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

7) Repetir el problema anterior para esta excitación:

$$x(nT) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n < 0, n = 1, 2, 3, 4 \\ 1 & n > 4 \end{cases}$$

8) Suponiendo que  $h(n)$  es la respuesta al impulso de un filtro pasabajos cuya frecuencia de corte es  $\omega_p$  y su ecuación diferencia es de la forma:

$$y(n) = \sum_{k=1}^p a(k) y(n-k) + \sum_{k=0}^q b(k) x(n-k)$$

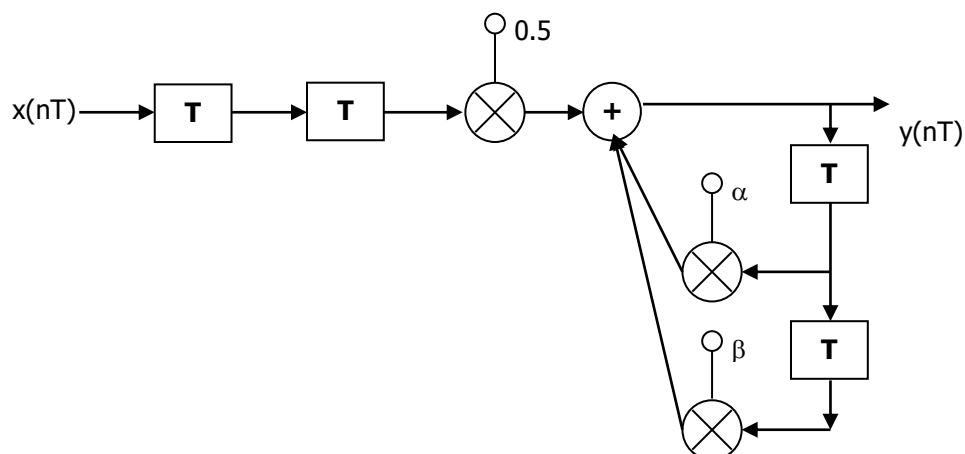
- ¿Qué tipo de filtro tendrá una respuesta al impulso de la forma:  
 $g(n) = (-1)^n h(n)$
- Hallar la nueva expresión de la ecuación diferencia cuando el sistema es  $g(n)$

9) (\*) La siguiente figura muestra un filtro recursivo de segundo orden sin usar la TZ se pide:

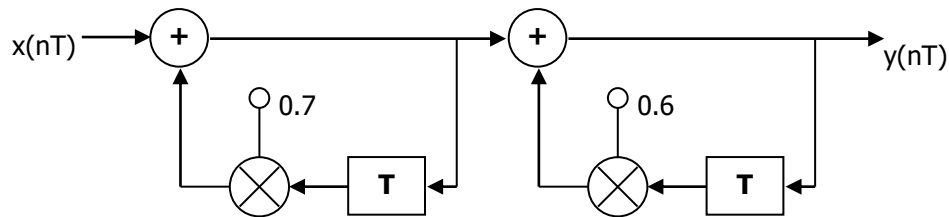
Computar la respuesta al impulso y al escalón para  $0 \leq n \leq 30$  si:

- $\alpha = 1$        $\beta = -1/2$
- $\alpha = 1/2$        $\beta = -1/8$
- $\alpha = 5/4$        $\beta = -25/32$

Comparar estas tres respuestas y determinar la frecuencia de oscilación en función de  $nT$ , cuando sea posible. Usar python o matlab para simular la ecuación diferencia. Como estimaría la respuesta en frecuencia para el caso a).



- 10) (\*) La figura a continuación muestra una cascada de dos secciones de primer orden.

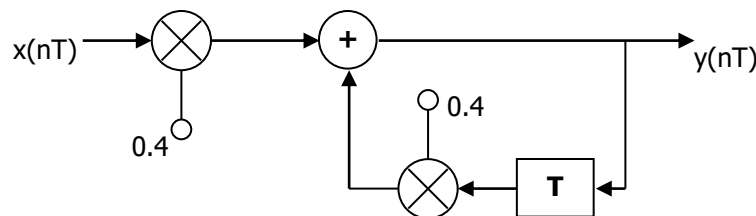


La señal de entrada es:

$$x(nT) = \begin{cases} \cos(\omega nT) & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

y  $T = 1$  ms. Computar la respuesta en régimen permanente de módulo y fase para la frecuencia  $f = 50$  Hz. Repetir para  $f = 500$  Hz. Analizar resultados. Resolver el problema en el dominio del tiempo y repetir la resolución en el dominio transformado (Transformada Z) comparar resultados.

- 11) (\*) El circuito que sigue es lineal de primer orden.



- Asumiendo excitación senoidal, derivar una expresión para la ganancia en régimen permanente. Graficar la ganancia en dB en función de  $\log(f)$ , para  $f$  entre 0 y 1 KHz, si  $T = 1$  ms. Usar Matlab o Python.
  - Determinar la frecuencia a la cual la ganancia es 3 dB menor a la ganancia en frecuencia cero.
- 12) Dos filtros de primer orden (como los del ejercicio 6) se colocan en paralelo, como en el ejercicio 4.

Si las constantes de los filtros son  $m_1 = e^{0.6}$  y  $m_2 = e^{0.7}$ , encontrar la respuesta al escalón del sistema combinado en forma cerrada.

- 13) La respuesta al escalón de un filtro es:

$$y(nT) = \begin{cases} nT & \text{para } n \geq 0 \\ 0 & \text{para } n < 0 \end{cases}$$

- Usando convolución, encontrar la respuesta a la rampa.
- Verificar estabilidad.

14) Un filtro no recursivo tiene esta respuesta al impulso:

$$h(nT) = \begin{cases} nT & 0 \leq n \leq 4 \\ (8-n)T & 5 \leq n \leq 8 \\ 0 & n < 0, n > 8 \end{cases}$$

La frecuencia de muestreo es  $2\pi$

- a) Deducir una red en base al filtro.
- b) Usando convolución, determinar la respuesta del filtro  $y(nT)$  en  $nT = 4T$ , si la señal de entrada es:

$$x(nT) = u(nT - T) e^{-nT}$$

- c) Ilustrar la solución de la parte b) con una construcción gráfica.

15) (\*) Dado el siguiente sistema  $y(n) = R[x(n)] = x(Mn)$   $M > 1$  (Decimación o downsampling) encontrar la relación entre el espectro de  $x(n)$  y  $R[x(n)]$ . Representar ambos espectros para  $M=2$  y  $M=3$ . Como debe ser el espectro de  $x(n)$  para que no quede alterado después de la operación de decimación.