

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°2

---

# Amplificadores Operacionales - Efectos en DC y AC

---

*Grupo 6:*

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

*Responsables de la cátedra:*

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado:

Corrección:

# Índice

<b>1. Caracterización de Amplificadores Operacionales</b>	<b>2</b>
1.1. Introducción . . . . .	2
<b>2. Medición de Bias</b>	<b>3</b>
2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset . . . . .	3
2.2. Análisis del Circuito . . . . .	4
2.2.1. Circuito de Realimentación . . . . .	4
2.2.2. Funcionamiento del Circuito . . . . .	5
2.3. Estudio de Resultados . . . . .	6
2.4. Evaluación del Circuito . . . . .	7
2.4.1. Capacitor en Uso . . . . .	7
2.4.2. Estabilidad del Circuito . . . . .	8
2.4.3. Configuraciones . . . . .	8
<b>3. Circuito Integradores y Derivadores</b>	<b>10</b>
3.1. Consideraciones generales . . . . .	10
3.2. Circuito Derivador . . . . .	10
3.2.1. Respuesta en frecuencia . . . . .	10
3.2.2. Impedancia de entrada . . . . .	13
3.2.3. Respuesta ante una senoidal . . . . .	15
3.2.4. Compensación . . . . .	20
3.3. Circuito Integrador . . . . .	22
3.3.1. Introducción . . . . .	22
3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal . . . . .	22
3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A finito . . . . .	24
3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$ . . . . .	25
3.3.5. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador . . . . .	27
<b>4. Circuito de Aplicación</b>	<b>28</b>
4.1. Introducción . . . . .	28

# **1. Caracterización de Amplificadores Operacionales**

## **1.1. Introducción**

## 2. Medición de Bias

### 2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset

En un amplificador operacional ideal la impedancia de entrada es infinita, por lo que no habría corriente por la que pase por ella. Sin embargo, se debe reconocer que en un modelo real de un amplificador operacional su impedancia de entrada no es infinita, lo que significa la existencia de corrientes de entrada y tensión de offset.

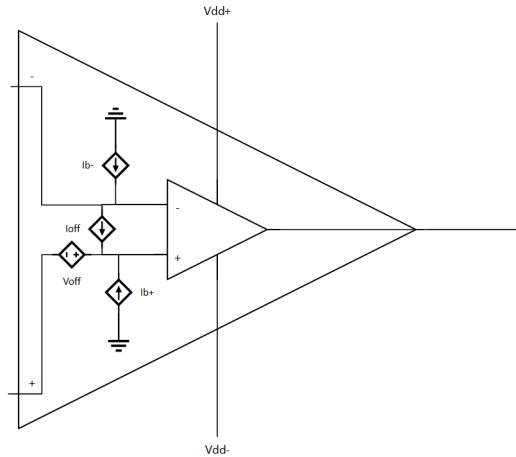
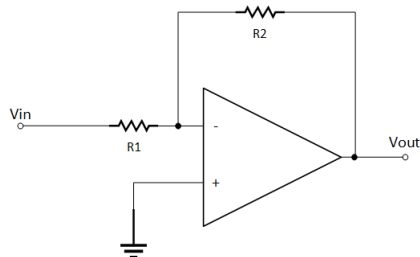


Figura 1: Modelo Real del Amplificador Operacional

- Tensión de offset ( $V_{off}$ ):

Sin la existencia de esta tensión parásita es lineal la determinación de la función de transferencia en un op-amp ideal con configuración inversa es:



$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R2}{R1}$$

Pero al tener la tensión de offset ( $V_{off}$ ) de modo tal representado en la figura 1 obtenemos que:

$$V_{out} = -V_{in} \frac{R2}{R1} + V_{off} \left( 1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

Del cual observamos que dependiendo del valor de  $V_{in}$  y  $V_{off}$ , el efecto de  $V_{off}$  puede no ser despreciable, por ejemplo cuando:

$$V_{in} = 0 \longrightarrow V_{out} = V_{off} \left( 1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

- Corrientes de Bias ( $I_b$ ) y de offset ( $I_{off}$ ):

Si bien estas corrientes no es querida dentro del circuito es esencial e inevitable esta porque es la que se encarga de polarizar el operador, en otras palabras que funcione de manera correcta el amplificador. Pero, a su vez introduce error en el sistema agregando una diferencia de tensión indeseada cuando halla una resistencia en serie en la entrada.

En consecuencia, es importante el análisis de las mismas para un realizar un diseño apropiado para la aplicación deseada conteniendo los errores mencionados.

## 2.2. Análisis del Circuito

Se realiza las mediciones de las  $I_b$ ,  $I_{off}$  y de  $V_{off}$  sobre el siguiente circuito:

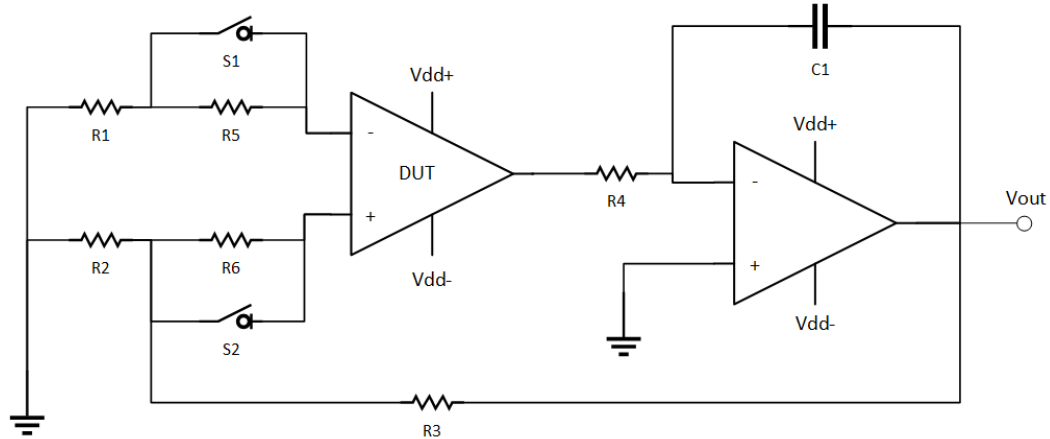


Figura 2: Circuito de Medición de Corrientes y Tensiones de Offset

Se aclara que el DUT es el op-amp a analizar, que en este caso es el TL081 y LF365; las resistencias utilizadas  $R1 = R2 = 10\Omega$   $R3 = 3k\Omega$   $R4 = R5 = R6 = 100k\Omega$ ; y el capacitor  $C1 = 1\mu F$

### 2.2.1. Circuito de Realimentación

Para conocer la operatividad del circuito se debe introducir el concepto de realimentación, circuito aquel en el que una muestra de la salida se superpone a la entrada con el propósito de controlar el comportamiento del sistema.

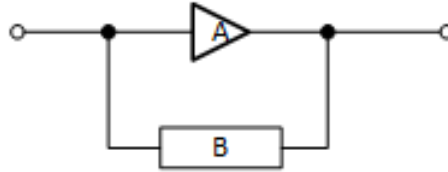


Figura 3: Modelo de Realimentación

Hay 2 categorías de circuitos de realimentación, produciendo los siguientes efectos:

■ Negativa (fase de  $\pi$  a  $2\pi$  en relación a la entrada):

- Disminuye de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de salida.
- Aumenta la impedancia de entrada.
- Aumento el ancho de banda.
- Disminuye el ruido.
- Reduce la distorsión no lineal.
- Mejora la estabilidad.

■ Positiva (fase de 0 a  $\pi$  en relación a la entrada):

- Aumento de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de entrada.
- Disminuye el ancho de banda.
- Aumento la relación  $\frac{\text{señal}}{\text{ruido}}$ , o sea ruido mayor.
- Puede conducir inestabilidad y auto-oscilaciones.

En este caso se utilizara una realimentación positiva cuya ecuación nos resulta:

$$x_i = x_A + x_B, \quad x_B = \beta x_A$$

$$y_o = A_{OL} x_i = A_{OL} (x_A + x_B) \Rightarrow y_o - A_{OL} \beta y_o = A_{OL} x_i$$

$$H(s) = \frac{y_o}{x_i} = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL} \beta}$$

Como en todos los amplificadores operacionales, se considera que la ganancia en lazo abierto  $A_{OL} \gg 1$  o infinita, entonces la ganancia a lazo cerrado es:

$$A_{CL} = -\frac{1}{\beta}$$

### 2.2.2. Funcionamiento del Circuito

Teniendo 2 etapas dentro del circuito, comenzamos primeramente por la etapa de salida ya que de tal manera comprendemos la función del op-amp no analizado. Siendo  $A_{vol}$  igual a la ganancia en lazo abierto del op-amp y considerando el capacitor en la realimentación, se obtiene la ganancia en lazo cerrado de esta etapa.

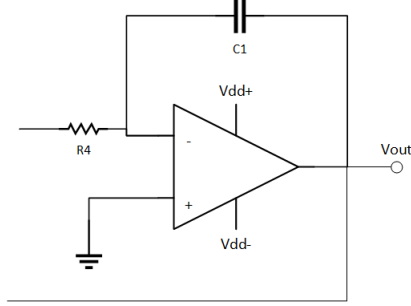


Figura 4: Etapa de Salida: Amplificación Inversa

En esta etapa se amplifica la señal continua, de esta manera se aumenta la precisión en la medición de las corrientes y tensiones de offset, esto es requerido porque las señales que se quieren medir tienen una amplitud comparable con el ruido que pueda llegar a inducirse en el circuito. Esta precisión se logra ya que el estudio del circuito es en continua, con  $f = 0Hz$ , por lo que el capacitor  $C1$  va a actuar como un circuito abierto, bloqueando cualquier realimentación proveniente de la salida de  $Vout$  cuya frecuencia sea mayor a  $f > 0Hz$ .

Luego, en la etapa de entrada:

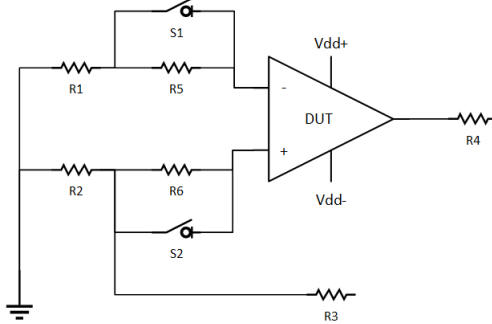


Figura 5: Etapa de Entrada: Amplificación No Inversa

Como mencionamos anteriormente, los amplificadores operacionales no son ideales, por lo que existen corrientes y tensiones parásitas que por consecuencia sucede que exista una tensión representada como:

$$V_{in} = (V^+ - V^-) = V_{off} + I_b^+ R5 - I_b^- R6$$

$$I_b = \frac{I_b^+ + I_b^-}{2} \quad I_{off} = I_b^+ - I_b^-$$

Se aclara que como en como  $R1$  es relativamente chica, la diferencia de tensión que produce es casi nula por lo que  $\Delta V_{R1} = I_b^- 10\Omega \approx 0$ , análogamente  $R2$ . Sin embargo, cuando se abren los switch  $S1$  o  $S2$  existe una caída de tensión considerable por la resistencia  $R5$  o  $R6$ .

Si queremos llevar los resultados obtenidos a la forma general de la retroalimentación positiva  $H(s) = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL}\beta}$  debemos analizar primeramente la ganancia total del lazo abierto del sistema. Para ello, concediéramos que la realimentación al sistema  $\beta$  esta dada por la resistencia  $R3$ , de ello obtenemos la ganancia de lazo abierto como la multiplicación del lazo abierto de la etapa de entrada y el lazo cerrado de la etapa de salida, que para el sistema que concediéramos este lazo es coincidente al lazo abierto, por lo que nos queda:

$$A_{OL} = \frac{-A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}$$

Remplazando en la ecuación de realimentación la funcion de transferencia sera:

$$H(s) = \frac{-\frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}}{1 + \frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}} \beta} = -\frac{1}{\frac{1}{A_{vol}^2} + \beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{1 + A_{vol}^2 \beta}{RC A_{vol}}} + 1}$$

Si se considera que  $A_{vol}^2 \beta \gg 1$  se puede simplificar la expresión:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_{vol}^2 \beta}{RC}} + 1}$$

Considerando un modelo de polo dominante  $\Rightarrow A_{vol} = \frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1}$ , donde  $\omega_p = 2\pi \frac{BWP}{A_{vol}}$ , tenemos:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1} \beta} + 1}$$

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{RC}{\omega_p A_o \beta} + s \frac{RC}{A_o \beta} + 1}$$

Trayendo su forma a:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{2\xi}{\omega_0} + 1} \quad (1)$$

Resulta a un filtro pasa-bajos de segundo orden con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}} \frac{RC}{A_o \beta} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p RC}{A_o \beta}}$$

Como la realimentación esta dada por  $R3$  sabemos que  $\beta = \frac{1}{(1 + \frac{R3}{R2})} = \frac{1}{301} \Rightarrow A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$ .

## 2.3. Estudio de Resultados

Se espera obtener resultados similares a la de la hoja de datos siendo:

	<b>TL081</b>			<b>LF356</b>		
	<b>Voff[mV]</b>	<b>Ib[pA]</b>	<b>Ioff[pA]</b>	<b>Voff[mV]</b>	<b>Ib[pA]</b>	<b>Ioff[pA]</b>
Valor típico	3	30	5	3	30	3
Valor máximo	15	400	200	10	200	50

Tabla 1: Valores de las hojas de datos a 25°C

### ■ Medición de $V_{off}$ :

Para medir la tensión de offset es necesario eliminar las otras variables incógnitas, por lo que se cierran S1 y S2 provocando que la diferencia de tensión de entrada en ambos pines sea aproximadamente nula dando solo lugar a la tensión de offset parásita en juego. De esta manera se obtuvo que:

$$V_{off} = -\frac{V_{out}}{(1 + \frac{R3}{R2})}$$

Note que el negativo es de la función es porque luego de la ganancia en la etapa de salida se procede a la etapa de salida, donde amplifica inversamente, o analíticamente también es posible justificarlo con la función de transferencia debido a que trabajamos a una frecuencia  $f = 0Hz$  la ganancia es  $H(s) = A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$ .

Los resultados obtenidos fuero:

<b>Entrada (DUT)</b>	<b>Salida</b>	<b>Vout [mV]</b>	<b>Voff [mV]</b>
TL081	TL081	-43.754	0.145
TL081	LF356	-38.295	0.127
LF356	LF356	429.7	-1.428
LF356	TL081	415.4	-1.380

### ■ Medición de $I_b$ y $I_{off}$ :

Como luego de medir  $V_{off}$  tenemos la tensión parásita que esta constantemente dentro del circuito es posible buscar las corrientes parásitas dentro del circuito.

$Ib^+$  se podrá medir abriendo el switch S2 y cortocircuitado R5 y encontrar la relación:

$$Ib^+ = \frac{1}{R6} \left( -\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} - V_{off} \right)$$

$Ib^-$  se podrá medir abriendo el switch S1 y cortocircuitado R6 y encontrar la relación:

$$Ib^- = -\frac{1}{R5} \left( \frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} + V_{off} \right)$$

Luego al medir observamos:

Entrada (DUT)	Salida		Vout [mV]	Ib+[pA]		Vout [mV]	Ib-[pA]	—Ib[pA]—	—Ioff[pA]—
TL081	TL081	<b>Ib+</b>	-31.996	-387	<b>Ib-</b>	-34.154	-315	351	72
TL081	LF356		-32.77	-181		-29.99	-274	227.5	93
LF356	LF356		419.7	336		449.8	-663	163.5	999
LF356	TL081		410	179		446.4	-1031	426	1201

Como podemos observar, si bien existe una diferencia al utilizar amplificador desiguales en la etapa de salida pero es posible identificar que los r  zagos dominantes a la salida son las del DUT, o sea del amplificador a evaluar.

Por otra parte, al finalizar las mediciones de los dispositivos es notable la disparidad con los valores esperados, aunque los  $V_{off}$  est  n dentro de los rangos esperados, las corrientes presentan una mayor desigualdad. Estas diferencias son posibles de ser justificadas por la temperatura que está operando el sistema. Uno de las componentes afectadas por la temperatura es la resistencia, que a mayor temperatura estas generan mas ruido térmico. Otro es el amplificador que puede no estar operando a  $25^\circ C$ , es decir existe un mayor rango de error cuando se midieron las corrientes y tensiones, es por ello que el fabricante también incluye los datos del valor máximo de corriente  $Ib$  e  $I_{off}$  del integrado operando dentro de la temperatura de trabajo que son:

	<b>TL081</b>			<b>LF356</b>		
	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA])	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA]
Valor máximo	20	10	2	13	8	2

Tabla 2: Valores de las hojas de datos a rango entero

De acuerdo a esta tabla los valores obtenidos de  $Ib$  y  $I_{off}$  podemos notar que efectivamente pudo haber influido en la medición la temperatura al que estaban trabajando.

Otro problema pudo ser provocado por la placa utilizada, esta es el Electronics Explorer que tiene un limite en la tensión que puede dar al amplificador operacional de  $V_{dd} = \pm 9V$ , la cual difiere con las especificaciones dadas por el fabricante que se test   a  $V_{dd} = \pm 15$ . Además, el Electronics Explorer en esencia es una protoboard, es decir una placa de testeo útil pero no son muy capaces cuando queremos mediciones precisas porque son mucho mas afectadas por el ruido externo e interno de la placa, esto nos lleva a mas errores durante la medición del circuito.

## 2.4. Evaluación del Circuito

### 2.4.1. Capacitor en Uso

Como el circuito introducido es vulnerable al ruido es inevitable el uso de un capacitor para realizar una medición del bias. Sin embargo la cuesti   es cual capacitor seleccionar, para ello debemos recurrir a la función de transferencia mencionada en la ecuación 1. De aqui encontramos que:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

Teniendo en cuenta la información dada en la hoja de datos podemos calcular su frecuencia de corte:

Es decir que los ruidos que son de aproximadamente  $50Hz$  no se encuentran atenuadas para nuestro circuito. Entonces, si se desea atenuar el ruido debemos tener una frecuencia de corte  $f_0 < 50Hz$  necesitar  mos un capacitor de:

$$C > \frac{\omega_p A_o \beta}{4\pi^2 R (50Hz)^2}$$

Lo cual para el TL081 el capacitor debe valer  $C > 6.3\mu F$  y para el LF356 uno de  $C > 10.6\mu F$ .



	TL081	LF365
$A_{vol}$	200	200
BWP [MHz]	3	5
$\omega_p$ [kHz]	94	157
$f_0$ [Hz]	126	163

### 2.4.2. Estabilidad del Circuito

Si se desea estudiar la estabilidad del circuito, nuevamente es esencial la función de transferencia de la ecuación 1. Por lo que se estudia las singularidades del sistema, o sea los polos del mismo.

$$S_{1,2} = \frac{-\frac{2\xi}{\omega_0} \pm \sqrt{\frac{4\xi^2}{\omega_0^2} - \frac{4}{\omega_0^2}}}{\frac{2}{\omega_0^2}} = -\omega_0\xi \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$$

Siendo  $\omega_0\xi > \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$  en ambos circuitos con los diferentes opamps, el sistema resulta estable por tener los polos con parte real negativa.

### 2.4.3. Configuraciones

#### ■ Inversión las entradas:

Si se invierten las entradas de los amplificadores, su amplificación en el sistema sufre leves alteraciones, cambiando el producto final de la función de transferencia.

- Invertir las entradas de la etapa de salida: En este caso la amplificación a lazo cerrado del circuito cambiara a:
- Invirtiendo las entradas de ambas etapas: Cuando se realiza esta acción sucede que:

$$A_{CL} = \frac{A_{vol}}{1 - sRCA_{vol}} \Rightarrow A_{OL} = \frac{A_{vol}^2}{1 - sRCA_{vol}}$$

Además, como ahora la entrada es una etapa de amplificación inversa:

$$\beta = -\frac{1}{\frac{R3}{R1}} = -\frac{1}{300}$$

#### ■ Circuito de compensación:

Es posible la compensación de las tensiones de offset con ciertas configuraciones. Para este caso los propios fabricantes mencionan en la hoja de datos los siguientes circuitos con resistencias variables como muestran las siguientes figuras:

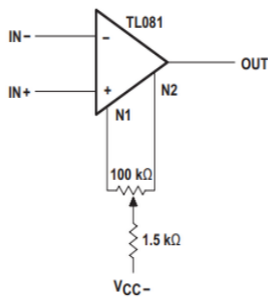


Figura 6: Compensación de offset del TL081 con  $R = 100k\Omega$

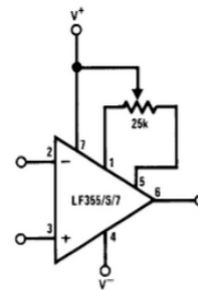


Figura 7: Compensación de offset del LF365 con  $R = 25k\Omega$

Otra compensación posible es en las corrientes de bias para los circuitos de amplificación inversa con una resistencia en la entrada positiva con una  $R = \frac{R1R2}{R1+R2}$  como se muestra en la figura:

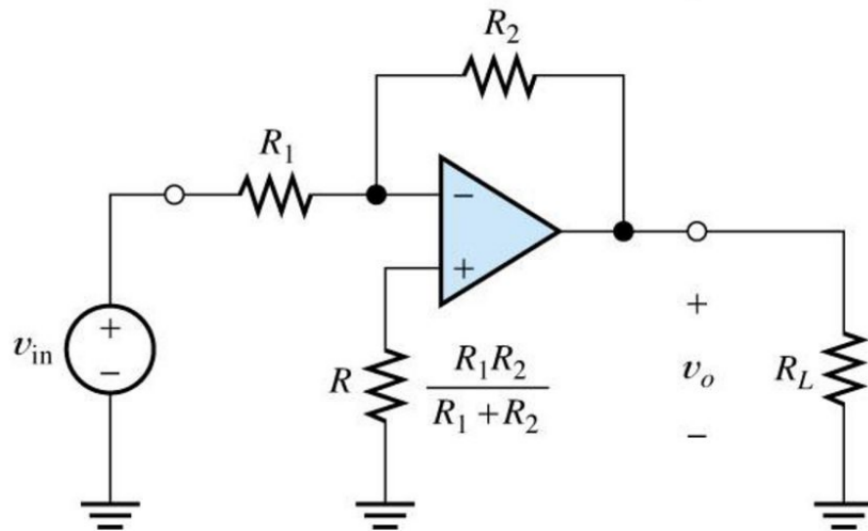


Figura 8: Compensación de Corriente de Bias

### 3. Circuito Integradores y Derivadores

#### 3.1. Consideraciones generales

#### 3.2. Circuito Derivador

Para armar los circuitos propuestos por la cátedra se dispone de un amplificador operacional LM-833N. Los datos más importantes a considerar vistos en la hoja de datos son los siguientes:

- $A_{vol} = 110dB$
- $BWP = 15MHz$
- $\omega_b = 47Hz$

A continuación, se realiza el análisis sobre el circuito derivador planteado por la cátedra utilizando un amplificador operacional LM833 aplicado en el siguiente circuito.

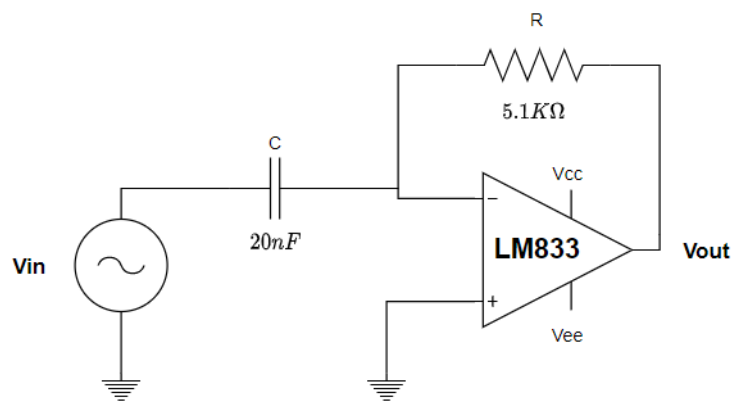


Figura 9: Circuito derivador implementado con Opamp

Se obtuvo una diferencia entre los valores teóricos y medidos de los componentes que se muestran en la siguiente tabla.

	C	R
Teórico	20 nF	5k1Ω
Medido	18.8 nF	5.27 Ω
$\epsilon_r$	6.4 %	3.3 %

##### 3.2.1. Respuesta en frecuencia

Consiguientemente, se procede a calcular la transferencia de tensión entra la entrada y salida del circuito.

En condición ideales, se considera que la ganancia del amplificador operacional es infinita, por lo que, basándonos en su ecuación característica (2), se puede asegurar que para mantener la relación  $V^+ = V^-$ , la resta entre ambos voltajes va a tender a 0.

$$V_{out} = A_0(V^+ - V^-) \rightarrow V_{out} = -A_0V^- \quad (2)$$

Por lo tanto, se pueden escribir a las corrientes del circuito como:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{X_c} = V_{in}C_1 \quad I_2 = \frac{V_{out}}{R} \quad (3)$$

Considerando que  $V^- = 0$  y que  $I_1 = I_2$  se logra llegar a la transferencia bajo condiciones ideales:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -R s C \quad (4)$$

Por otro lado, considerando a  $A_{vol}$  finito se vuelve indispensable reformular las ecuaciones vistas en 3 ya que al

considerar un  $A_{vol}$  que no tiende a infinito se vuelve imposible asegurar que la tensión  $V^-$  sea nula. Bajo las nuevas circunstancias se obtienen:

$$I_1 = \frac{V_{in} - V^-}{X_c} = (V_{in} - V^-)sC_1 \quad I_2 = \frac{V_{out} - V^-}{R} \quad (5)$$

Utilizando 2 y 5 se puede despejar la transferencia como:

$$H_1(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R s C}{1 + \left( \frac{R s C + 1}{A_0} \right)} = - \left( \frac{A_{vol} R C}{A_{vol} + 1} \right) \frac{s}{\left( \frac{s}{\frac{A_{vol} + 1}{R C}} \right) + 1} \quad (6)$$

Se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_1(s) = H(s)$$

Obteniéndose la transferencia en condiciones ideales vista en 4.

Para finalizar se realiza un análisis considerando  $A_{vol}$  variante en frecuencia debido a la presencia de un polo dominante que le da una respuesta en frecuencia característica de un filtro pasa-bajos. La dependencia en frecuencia de la ganancia del opamp está dada por la siguiente fórmula:

$$A_v(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_b}} \quad (7)$$

Siendo  $A_0$  la ganancia en lazo abierto del opamp y  $w_b$  la frecuencia del polo dominante, frecuencia para la cual el dispositivo atenúa 3 dB.

Reemplazando (7) en (6) se obtiene:

$$H_2(s) = \frac{-R s C}{\left( 1 + \frac{1}{A_0} \right) + s \left( \frac{R C w_b + 1}{w_b A_0} \right) + \frac{s^2}{\frac{w_b A_0}{R C}}} \quad (8)$$

Esta ecuación se puede dividir según su ganancia ideal  $G_I$  y su factor de corrección  $F_c$  de la siguiente forma:

$$G_I = -R s C \quad F_c = \left( 1 + \frac{1}{A_0} \right) + \frac{s(R C w_b + 1)}{w_b A_0} + \frac{R s^2 C}{w_b A_0}$$

Siguiendo el mismo procedimiento aplicado para  $H_1(s)$ , se puede formular:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_2(s) = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} G_I F_c = G_I = H(s)$$

Las expresiones obtenidas se plasman en el siguiente gráfico, pudiéndose observar una mayor precisión a medida que se usan modelos más realistas sin consideraciones ideales.

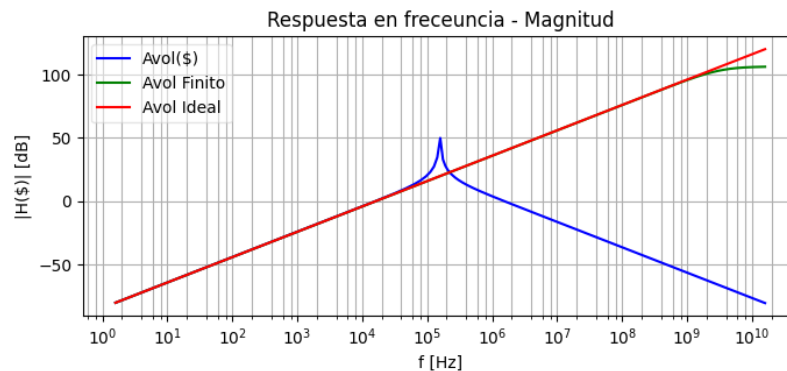


Figura 10: Respuesta en frecuencia teóricas - Módulo

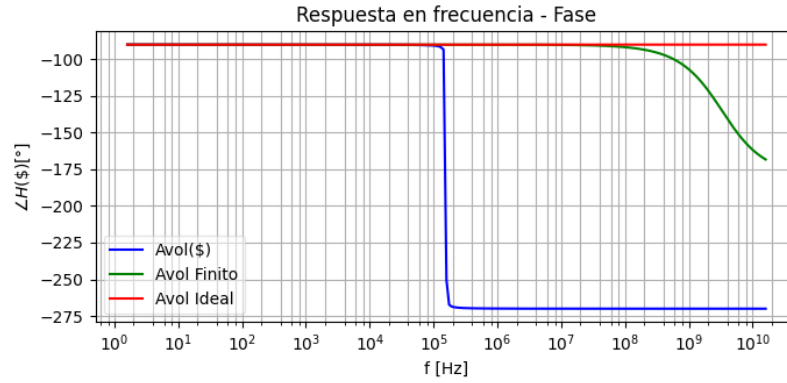


Figura 11: Respuesta en frecuencia teóricas - Fase

A mayores frecuencias se puede observar un par de polos conjugados en el modelo de  $A_{vol}$  finito, cuya frecuencia se puede despejar de la función transferencia 3.2.1, tomando la misma el siguiente valor:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{w_b(A_0 + 1)}{RC}} \approx 154.5 \text{ KHz} \quad (9)$$

Por otro lado, al considerar que el sobrepico presente es de magnitud considerable y que el cambio de fase es rápido, se esperara un  $\xi$  relativamente bajo que indique un circuito sumamente subamortiguado. Dicho valor se puede despejar de 3.2.1 como el valor anterior:

$$\xi = \frac{w_0(RCw_b + 1)}{2A_0w_b} \approx 5.22 \times 10^{-3} \quad (10)$$

Tomando en consideración  $A_{vol}$  finito, se observa la transferencia hallada en 6. De la misma se desprende la presencia de un polo en:

$$f = \frac{A_{vol} + 1}{RC} \approx 508 \text{ MHz} \quad (11)$$

Esto coincide con lo visto en el gráfico ya que aproximadamente una década por debajo empieza un desfasaje de  $-90^\circ$  que termina una década por encima. Bajo lo anteriormente expuesto, los cálculos despejados de la ecuación coinciden con lo visto en los gráficos. A fines prácticos, dicho polo no es de interés ya que el circuito no será utilizados a altas frecuencias.

A continuación, se presentan la respuesta en frecuencia tanto simulada como medida en el circuito.

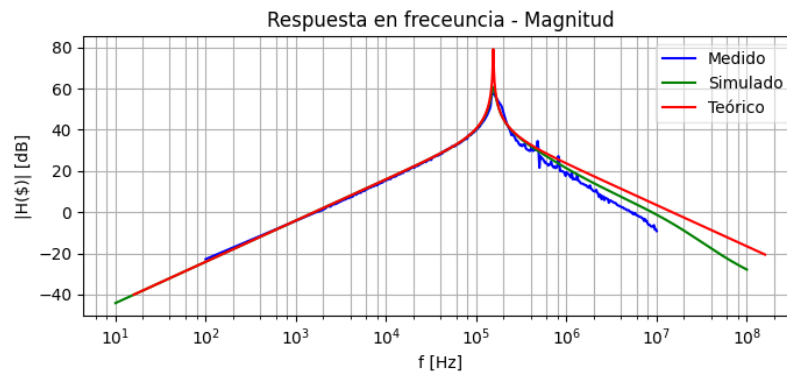


Figura 12: Comparación respuesta en frecuencia - Módulo

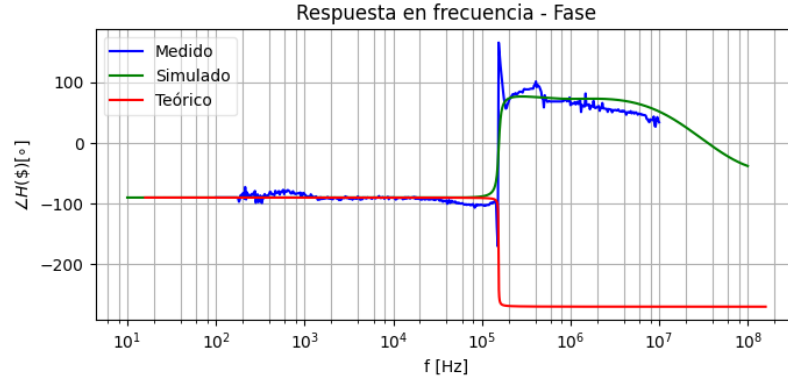


Figura 13: Comparación respuesta en frecuencia - Fase

Observando las figuras anteriores, se hace presente una correcta correlación entre el modelo teórico, la experiencia simulada y su realización empírica. Al ser de interés su comportamiento como derivador el circuito tendrá que ser usado a una frecuencia inferior a los  $100\text{KHz}$ , frecuencias para las cuales el comportamiento es consistente para los tres casos.

Consideramos pertinente comentar los problemas presentes al intentar medir el sobrepico de la respuesta en frecuencia debido a que el equipo *Electronic Explorer* realiza el barrido en frecuencia usando una señal de entrada configurable de un  $1\text{V}$ , la cual al estar en el pico, es amplificada en más de  $40\text{dB}$ . Dicha amplificación nos producía que el sistema se fuera de escala, siendo imposible detectarlo. Por otro lado, al experimentar con una tensión de entrada menor, la señal ya se perdía junto con el ruido de alta frecuencia presente en el sistema.

Para sortear dicho problema se implementó el circuito mostrado en 14, utilizando un atenuador de  $40\text{dB}$  más un buffer, de manera tal de separar las etapas y que no se carguen entre si. De esta manera, se logró medir efectivamente el pico postulado tanto en el modelo simulado como el teórico.

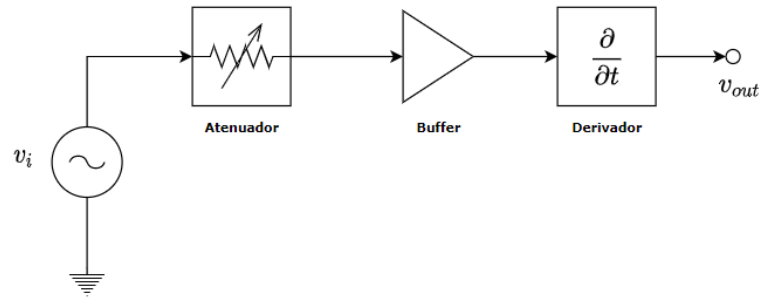


Figura 14: Circuito de medición para la respuesta en frecuencia

### 3.2.2. Impedancia de entrada

Para calcular la impedancia de entrada se procede con el mismo análisis que para la transferencia, considerando los distintos modelos para la ganancia del opamp. Para el primer caso, el hecho de poseer una  $A_{vol}$  de carácter infinito induce una tierra virtual perfecta en  $V^-$ , permitiendo llegar a:

$$Z_{in1} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \quad (12)$$

Por otro lado, al considerar una ganancia finita, se puede despejar de 5 y 2 la impedancia de entrada para el caso no ideal.

$$Z_{in2} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \left( \frac{1}{1 - \frac{R s C}{1 + A_0 + R s C}} \right) \quad (13)$$

Se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} Z_{in_2} = Z_{in_1}$$

Para finalizar, se reemplaza la variación en frecuencia del opamp dada por 7, obteniéndose:

$$Z_{in3} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \frac{1}{1 - \frac{R s C + \frac{R s^2 C}{w_b}}{\frac{R s^2 C}{w_b} + s(RC + \frac{1}{w_b}) + (1 + A_0)}} \quad (14)$$

También, se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} Z_{in3} = Z_{in_1}$$

Las expresiones obtenidas se plasman en el siguiente gráfico, pudiéndose observar una mayor precisión a medida que se usan modelos más realistas sin consideraciones ideales.

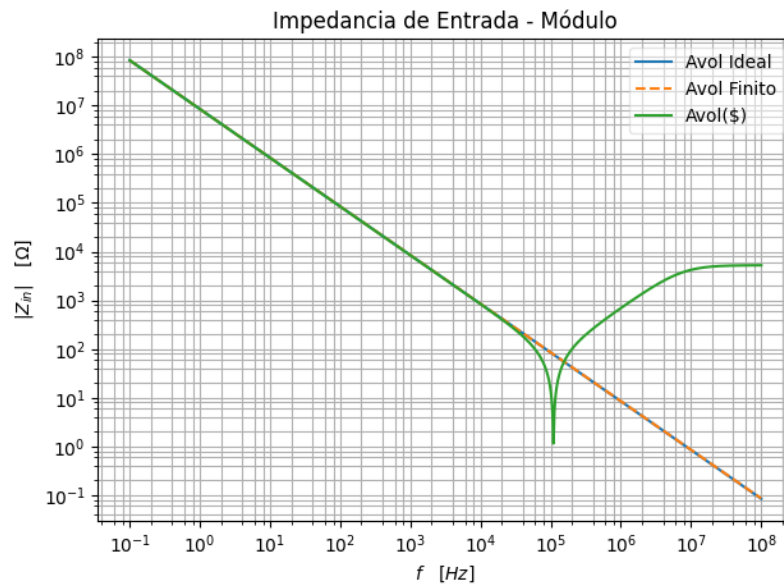


Figura 15: Impedancias de entrada teóricas - Módulo

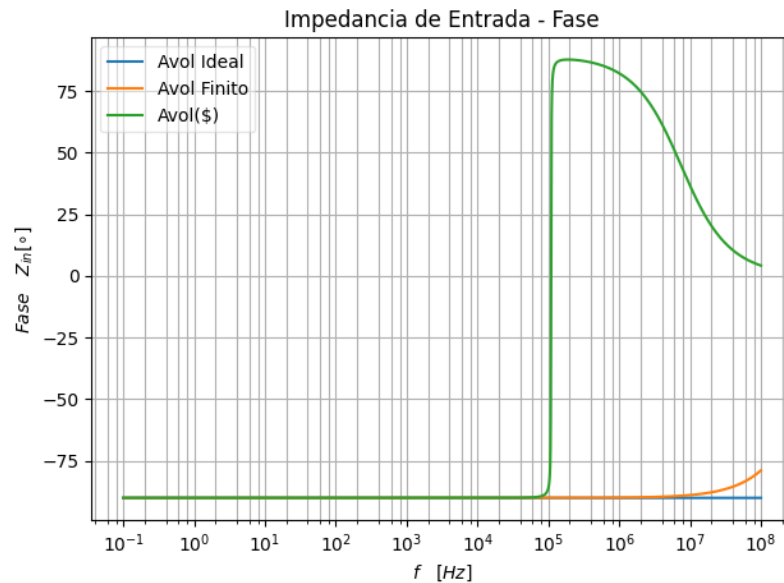


Figura 16: Impedancias de entrada teóricas - Fase

A continuación, se presentan la impedancia de entrada tanto simulada como teórica en el circuito.

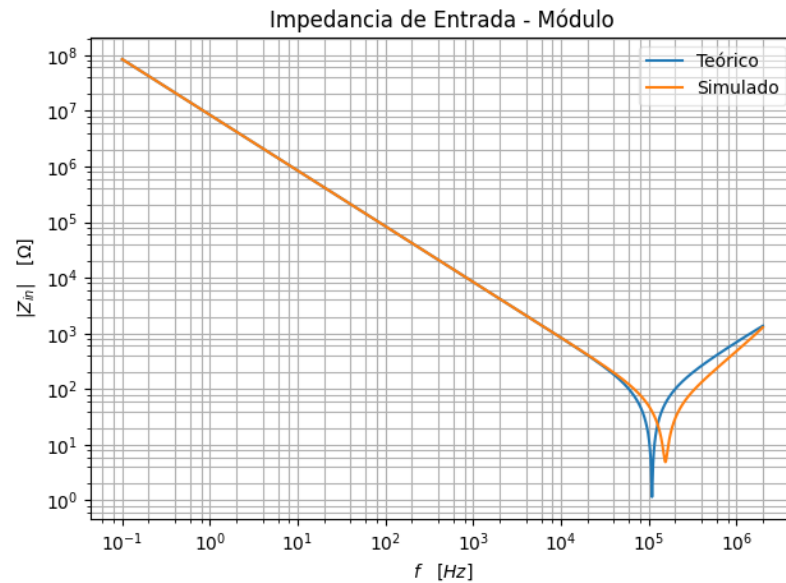


Figura 17: Comparación Impedancias de entrada - Módulo

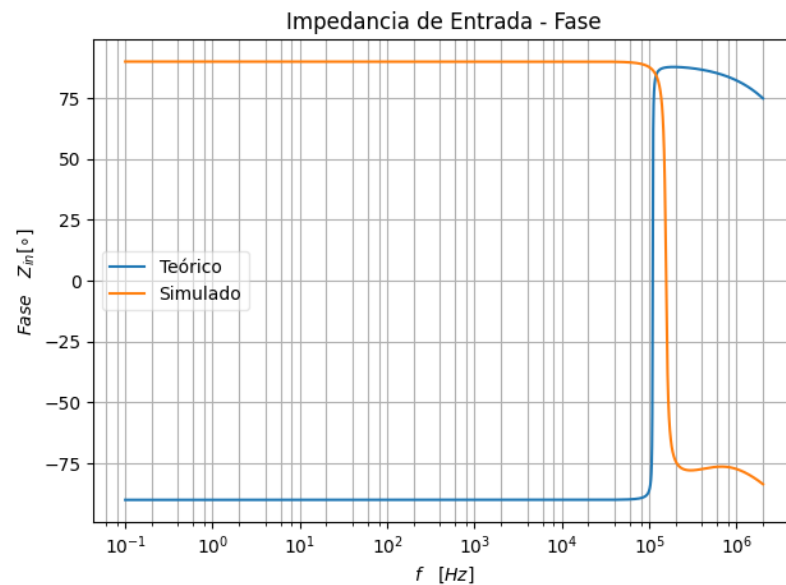


Figura 18: Comparación Impedancias de entrada - Fase

Observando las figuras anteriores, se puede observar una correcta correlación entre la impedancia de entrada y las transferencias obtenidas vistas en 12 y 13. Al ponerse el capacitor en corto alrededor de los  $150\text{ KHz}$  ocurre el mínimo de impedancia, se observa la coincidencia de sobrepico en el gráfico de transferencia. Por otro lado, el sobrepico menos abrupto se debe a que el modelo simulado del capacitor contiene una resistencia serie o paralela que no permite que su impedancia se haga realmente nula.

### 3.2.3. Respuesta ante una senoidal

A continuación, previo al análisis de la respuesta del circuito ante una senoidal, se hace un análisis de las frecuencias de operación del circuito que servirán como base para posteriores análisis.

Como primer consideración, se puede afirmar que el comportamiento como derivador, la zona de estudio sobre la cual hay interés, coincide para los tres modelos propuestos, por lo tanto, se toma el modelo más sencillo de transferencia



dado por 4, considerando un  $A_{vol}$  infinito. En dicho caso, el modulo de la transferencia será proporcional a la frecuencia, estando dado por:

$$|H(f)| = \frac{CRf}{2\pi} \quad (15)$$

Despejando de la función transferencia 4 se puede observar que la frecuencia de ganancia unitaria del circuito está dada por:

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} \approx 1.6KHz \quad (16)$$

Dicho valor coincide con el observable en el gráfico 12.

Por debajo de  $f_t$  se podrán lograr atenuaciones de hasta  $50dB$  a frecuencias bajas y ganancias de hasta  $40dB$  justo antes del polo dominante del circuito, punto en el cual el derivador deja de cumplir su función.

Habiendo realizado todas las consideraciones anteriores, se analiza la respuesta del sistema ante una señal senoidal de frecuencia  $1.6KHz$ , esperando observar su comportamiento derivador con una ganancia unitaria.

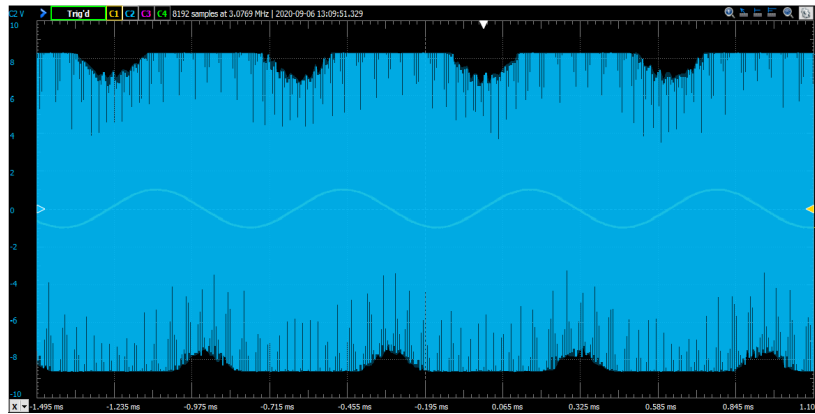


Figura 19: Ruido de alta frecuencia generado por el THD del generador

Lamentablemente, no se observa lo esperado debido a que la experiencia empírica dista en gran medida del modelo teórico, esto se debe a factores y limitaciones que no estamos considerando. Para este caso en particular, lo que está sucediendo es que el generador de funciones del equipo no es un generador ideal, siendo incapaz de ofrecer una señal que sólo tenga componentes en la frecuencia deseada, poseyendo una composición armónica parásita denominada distorsión armónica (*THD*). Para este caso en particular, la THD del generador es alta.

Los componentes parásitos de alta frecuencia de la señal se ven amplificados según la transferencia vista en 12, dicho análisis coincide con el visto mediante en el analizador de espectro del equipo en el siguiente gráfico.

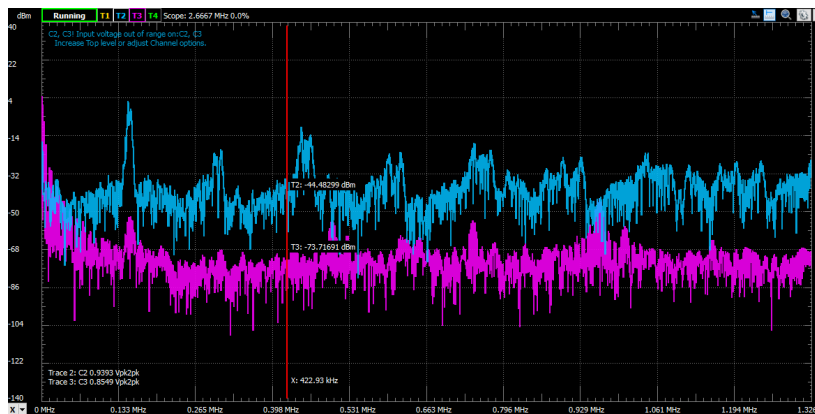


Figura 20: Análisis espectral del THD

La señal azul es la observada en la salida del derivador mientras que la violeta es su correlativa a la entrada. A simple vista, los componentes parásitos de la señal de entrada no son distinguibles del piso de ruido, sin embargo

para valores cercanos al pico de transferencia se produce una gran amplificación de los mismos, generando el ruido observado en 19.

Por ende, para resolver este problema se utiliza un filtro pasa-bajos a la entrada para filtrar los componentes parásitos de alta frecuencia provistos por la fuente. El sistema de medición utilizado es el siguiente:

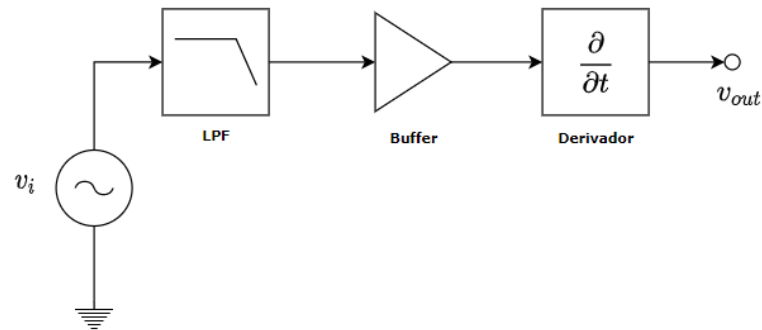


Figura 21: Circuito implementado para reducir el ruido

La frecuencia de corte será una década por encima de la frecuencia de la senoidal buscada, en este caso  $16\text{KHz}$ . Por otro lado, habrá que tener en consideración el desfase agregado de  $-90^\circ$ .

Implementado este sistema, se puede observar lo siguiente:

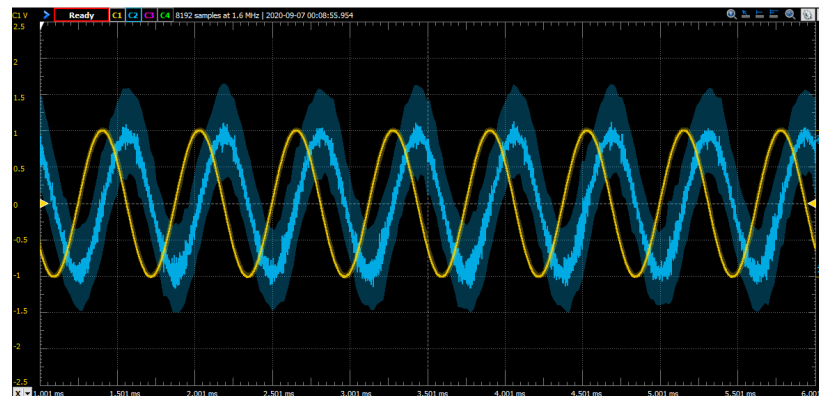


Figura 22: Respuesta medida del sistema ante una señal senoidal de  $1\text{K}6\text{ Hz}$

A continuación, se grafica la comparación entre el la respuesta del sistema teórico, medido y simulado.

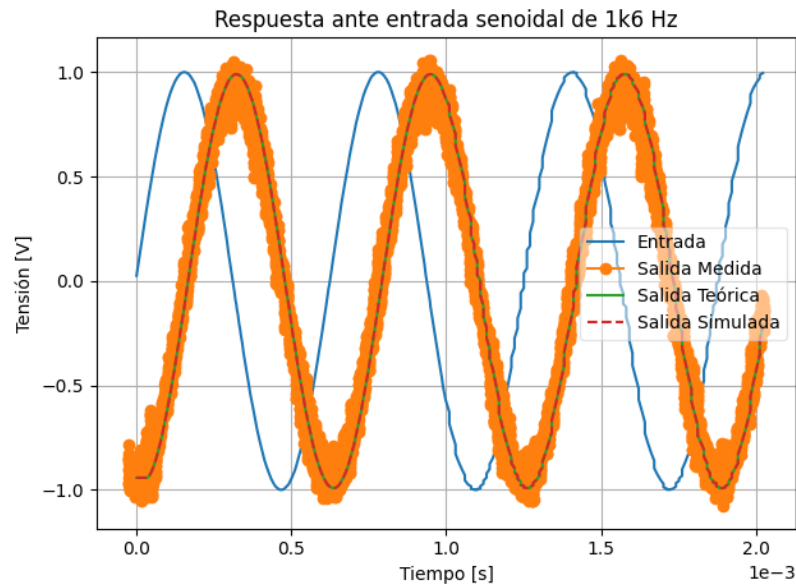


Figura 23: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal senoidal de 1K6 Hz

Se puede apreciar una excelente correlación entre los tres sistemas planteados.

Para continuar con el análisis del derivador implementado, se estudiará la respuesta del sistema ante una señal triangular. Para este caso, se elimina el filtro pasa-bajos ya que deformaría en gran medida la señal de la entrada.

Como primer análisis, se elige una señal de amplitud  $1V$  y frecuencia  $1.6KHz$ , la misma coincide con su frecuencia de ganancia unitaria por lo que se esperará que la señal de salida no vea modificada su amplitud. De otra manera, lo que sí se verá modificado será la forma de la señal, esperando obtener una señal cuadrada a la salida.

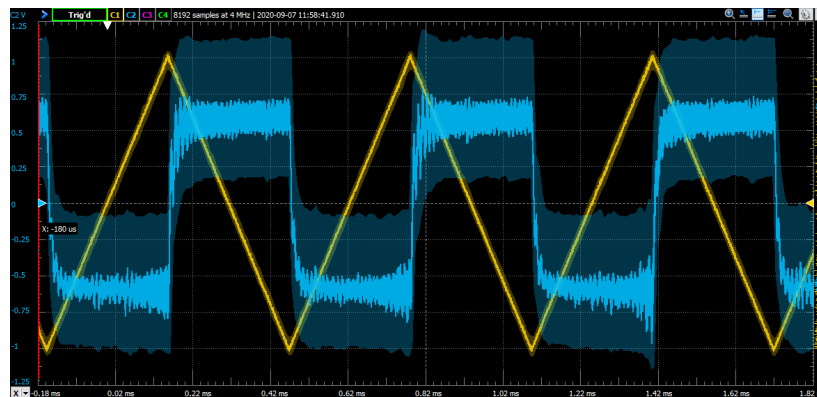


Figura 24: Respuesta medida del sistema ante una señal triangular de 1K6 Hz

Teniendo en consideración lo observado en la imagen anterior, se puede sostener que se obtiene lo esperado, una señal cuadrada de igual magnitud. El gran nivel de ruido se debe a la presencia de componentes de alta frecuencia de la triangular que son amplificadas por el derivador.

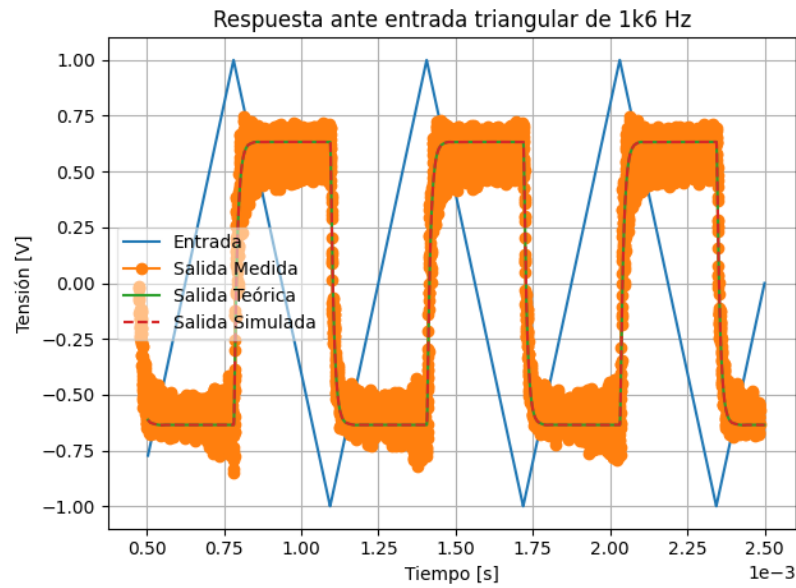


Figura 25: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal triangular de 1K6 Hz

El siguiente caso a analizar es el de una señal triangular de amplitud de  $1V$ , pero con una frecuencia que se encuentra una década por debajo de la frecuencia de ganancia unitaria, es decir, utilizaremos una frecuencia de  $160Hz$ . Observando el gráfico de transferencia visto en 12, es de esperar una atenuación de  $20dB$  en la señal de salida.

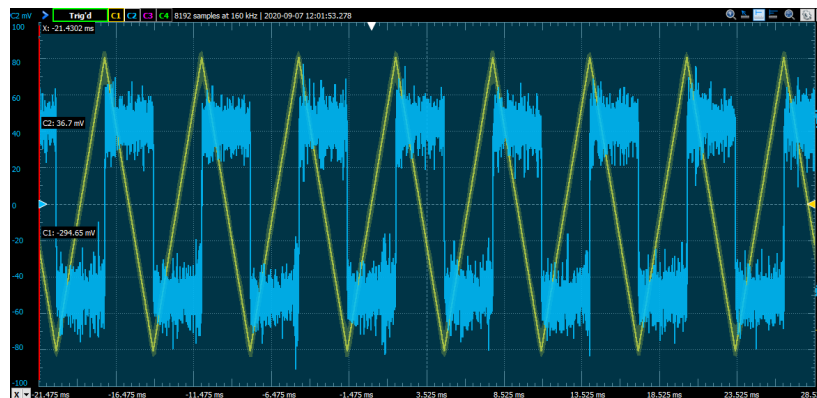


Figura 26: Respuesta medida del sistema ante una señal triangular de 160 Hz

La salida coincide con lo esperado, siendo una señal cuadrada de amplitud  $100mV$ . Por otro lado, también se observa un mayor nivel de ruido, esto se debe a que el piso de ruido de alta frecuencia se hace más notorio al trabajar con amplitudes más pequeñas.

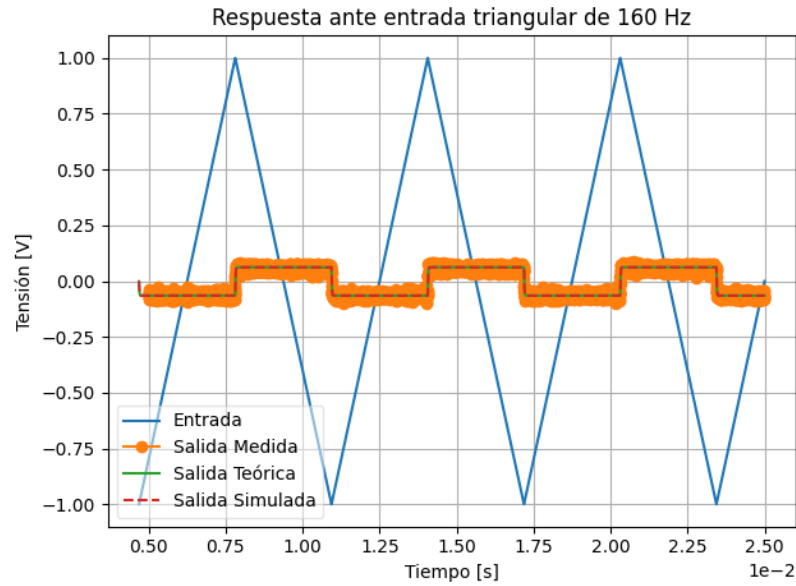


Figura 27: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal triangular de 160 Hz

### 3.2.4. Compensación

En este apartado se realizará un análisis sobre la colocación de una resistencia de compensación  $R_C$  en el circuito para mejorar su funcionamiento, atenuando el sobrepico presente a altas frecuencias, alrededor de los  $150\text{ KHz}$ .

Como se puede observar en las gráficas ya presentadas de  $Z_{in}$  y  $H(s)$  (12 y 17), el sobrepico se debe a que la impedancia del capacitor se vuelve mínima, siendo equivalente a un cortocircuito, de esta manera, la impedancia de entrada se hace casi cero, permitiendo una transferencia extremadamente alta.

Para corregir dicho inconveniente, es necesario colocar una resistencia de bajo valor en serie con el capacitor del circuito mostrado previamente en 14. De esta manera, cuando la impedancia del capacitor baje llegará un punto en el que la misma se haga del orden de la resistencia, evitando la situación de cortocircuito y el sobrepico. Para este punto, el circuito se comportará como un inversor.

Cuando nos referimos a bajo valor hacemos referencia a un valor tal que no afecte el funcionamiento normal del derivador, ya sea modificando su transferencia y/o impedancia de entrada. Para calcular el valor de resistencia a colocar, se analiza la impedancia del capacitor a dicha frecuencia, siendo la misma:

$$X_c = \frac{1}{2\pi * 80\text{ KHz} * 18.88\text{ nF}} \approx 100\Omega$$

Basándonos en el razonamiento anterior, se utilizará una resistencia  $R_C$  en serie con el capacitor del sistema de valor nominal  $100\Omega$ .

Los resultados experimentales se presentan a continuación:

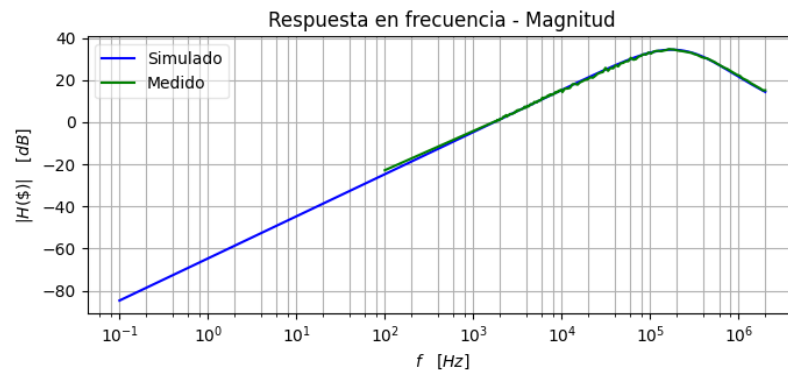


Figura 28: Transferencia compensada - Diagrama de magnitud



Figura 29: Transferencia compensada - Diagrama de fase

Como es de esperar, la transferencia compensada medida coincide con la simulada para nuestro modelo de amplificador operacional. Consiguientemente, se procede a comparar los dos sistemas, con y sin compensación.

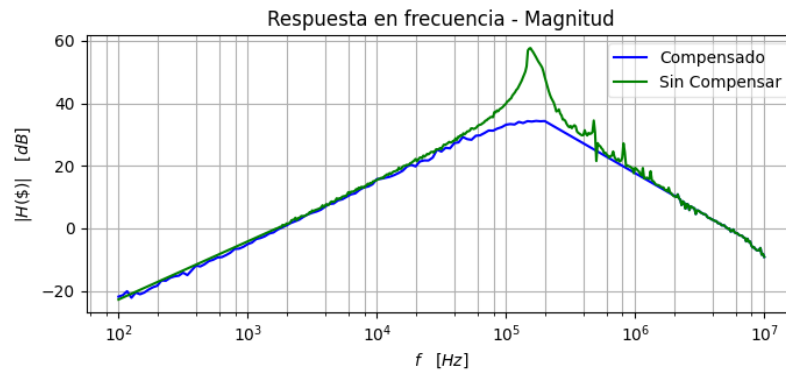


Figura 30: Comparación de las transferencias - Diagrama de magnitud

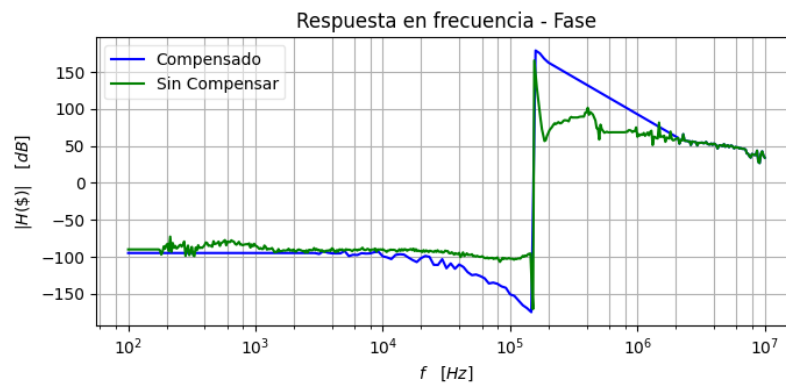


Figura 31: Comparación de las transferencias - Diagrama de fase

Como conclusión, se puede afirmar que la compensación se produjo con éxito, teniendo como resultado un sistema con menor sobrepico, produciéndose una atenuación de aproximadamente  $30\text{dB}$  para dicha frecuencia, otorgándole a la respuesta en frecuencia del circuito mayor estabilidad. Por otro lado, el agregado de la  $R_C$  no modifica la transferencia del circuito original, comportándose de igual manera a frecuencias menores a los  $150\text{KHz}$ , zona de interés para el uso de nuestro derivador.

Respecto a la fase, no se observan cambio alguno en la fase de ambos sistemas respecto a la frecuencia para la cual el desfase es  $90^\circ$ . Sin embargo, la presencia de  $R_C$  suaviza el cambio de fase respecto a los valores medidos en su ausencia.

### 3.3. Circuito Integrador

#### 3.3.1. Introducción

Se realizó el análisis de un circuito integrador ideal, utilizando en este caso tres componentes, una Resistencia  $R$ , un capacitor  $C$  y un amplificador operacional. Cabe destacar que se considera un integrador ideal ya que a diferencia del circuito RC analizado en el primer trabajo práctico de laboratorio, éste funcionará como integrador para cualquier frecuencia y no solo a frecuencias altas.

Los valores nominales utilizados para la experiencia fueron:

- $R : 5.1K\Omega$
- $C : 20nF$
- $OPAMP : LM833$

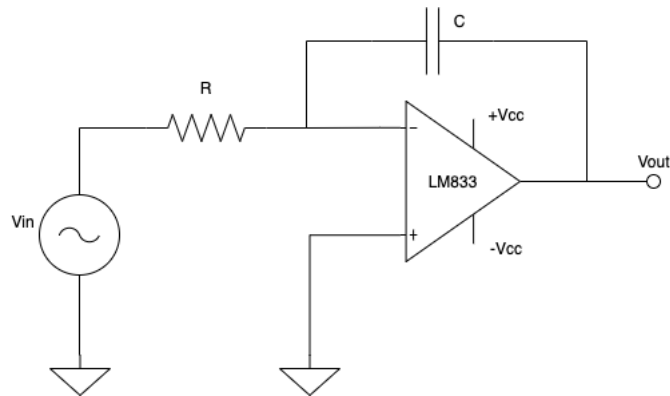


Figura 32: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

A continuación se procederá a calcular teóricamente el valor de las funciones transferencias para los casos en donde el amplificador operacional tiene un comportamiento ideal, con  $A_{vol}$  finito y  $A_{vol}(w)$  con polo dominante.

#### 3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal

Para obtener la función transferencia en este caso,  $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$ , partiremos de las siguientes condiciones iniciales para el amplificador operacional:

- $A_{vol} : \infty$
- $Z_{in} : \infty$
- $Z_{out} : 0$

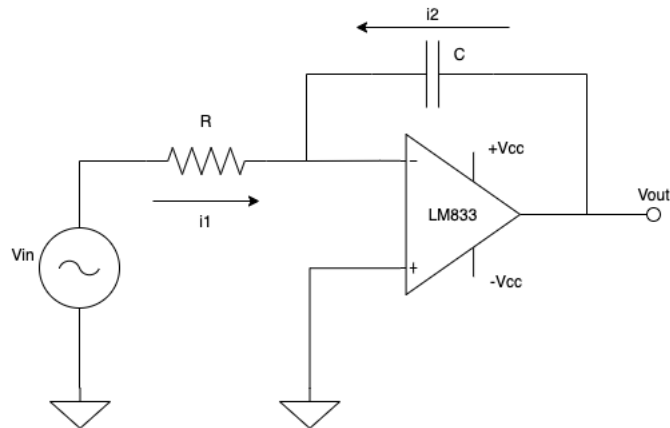


Figura 33: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

Podemos observar a simple vista que:

- $i_1 = -i_2$
- $i_1 = \frac{V_{in} - V^-}{R}$
- $i_2 = \frac{V_{out} - V^-}{X_c}$
- $V_{out} = A_{vol}(V^+ - V^-)$

Como  $A_{vol} \rightarrow \infty$  y  $V_{out}$  es finito,  $(V^+ - V^-) \rightarrow 0$  y como  $V^+$  está conectado a tierra, ( $V^-$  representa tierra virtual, por lo cual su valor es de  $0V$ ).

Entonces, redefiniendo las ecuaciones anteriores:

- $i_1 = \frac{V_{in}}{R}$
- $i_2 = \frac{V_{out}}{X_c}$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in}}{R} = -\left(\frac{V_{out}}{X_c}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{X_c}{R} = -\frac{1}{SRC}$$

$$H(S) = -\frac{1}{SRC}$$

Claramente se puede apreciar que este circuito se comportará como un integrador, ya que si antitransformamos la función de transferencia obtenida implicará que para obtener  $v_{out}(t)$  habrá que integrar  $v_{in}(t)$  en el dominio del tiempo.

En las siguientes figuras, se puede apreciar el Diagrama de Bode para este caso.

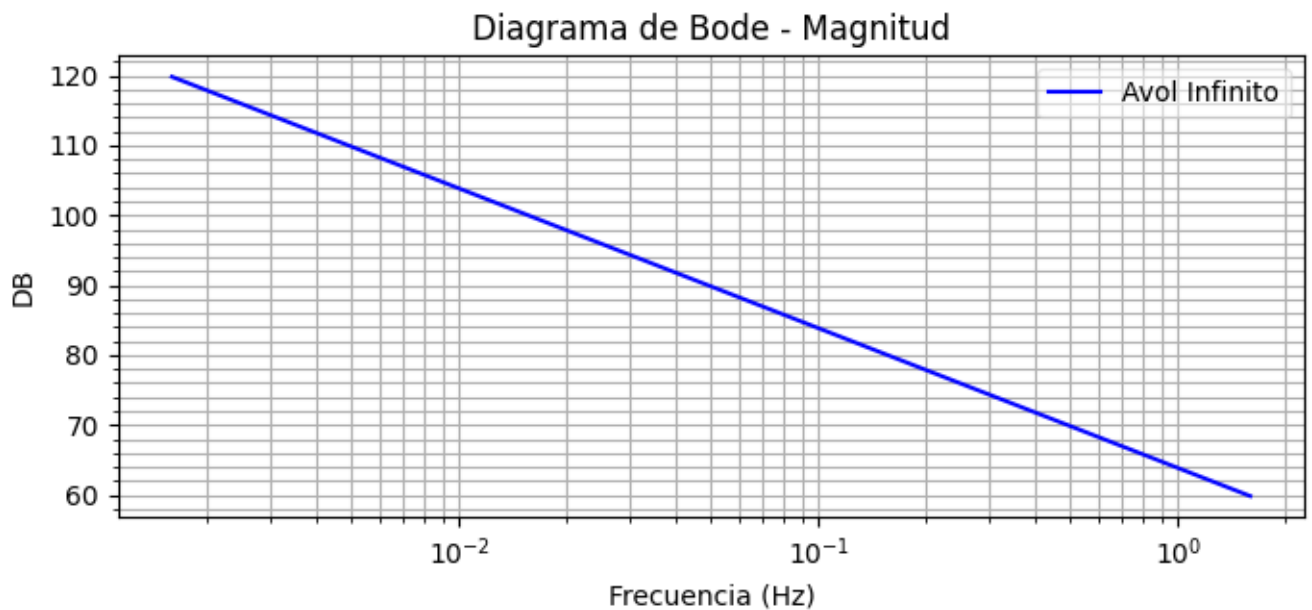


Figura 34: Diagrama de BODE de Amplitud para OPAMP ideal



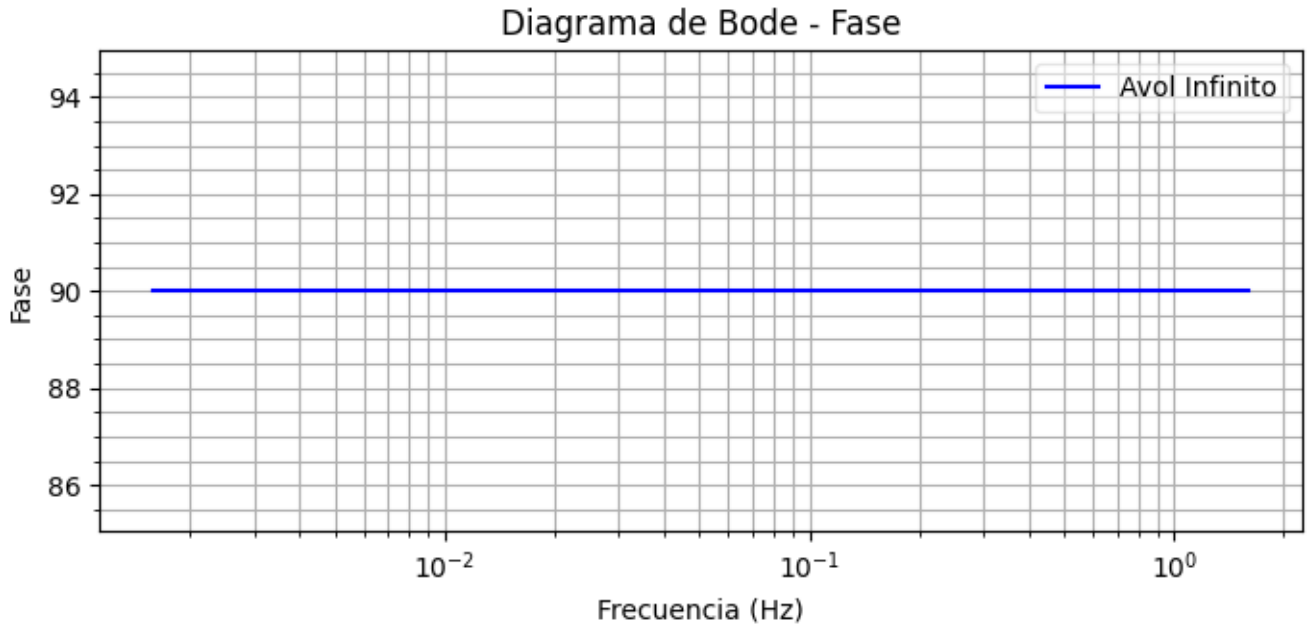


Figura 35: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP ideal

### 3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A finito

A diferencia del caso anterior, aquí la diferencia en el cálculo de la función transferencia,  $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$ , entre el amplificador operaciones ideal y éste será:

- $A_{vol} : finito$

Utilizando las mismas relaciones mencionadas en el apartado anterior, podemos observar ahora que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^- \implies V^- = \frac{-V_{out}}{A_{vol}}$$

Por lo tanto:

- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R} = \frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out} - V^-}{X_c} = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c}$

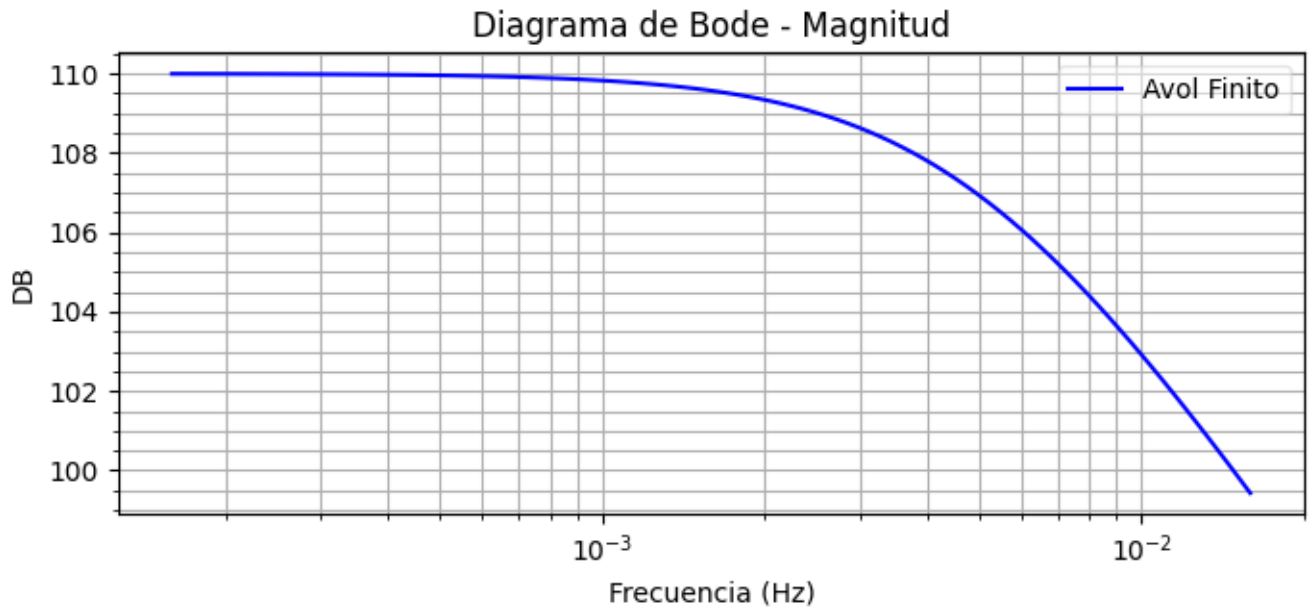
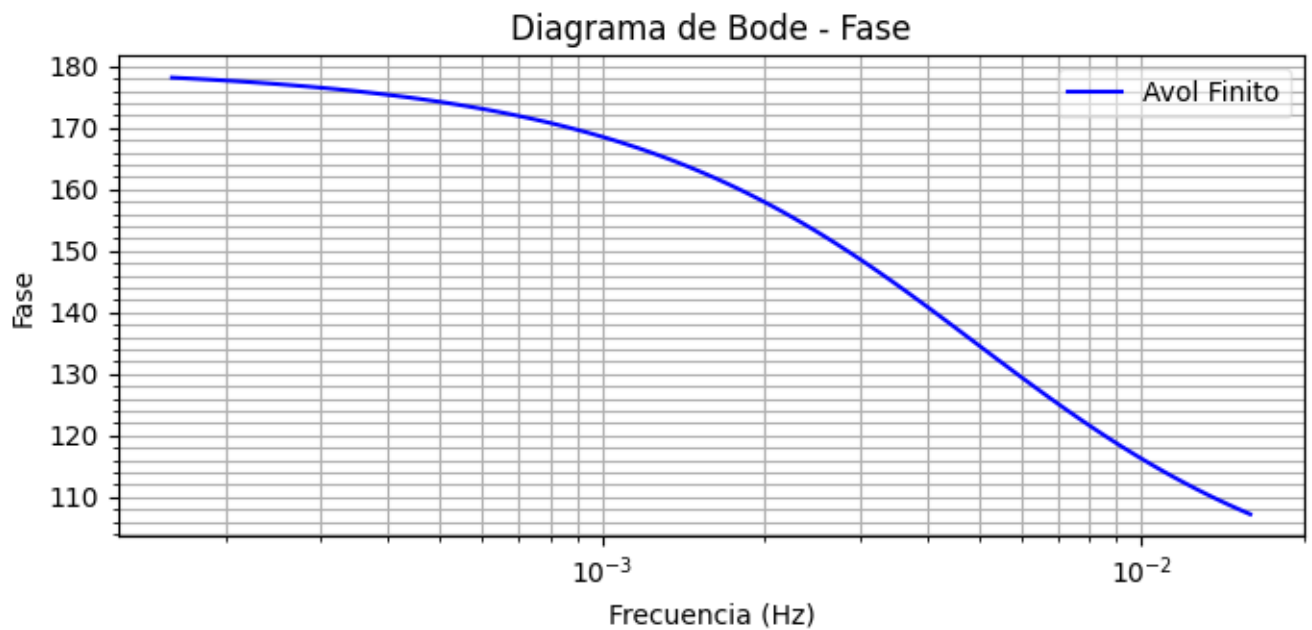
Siendo entonces:

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} = -\left(\frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c}\right) \implies \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{SCR(1 + \frac{1}{A_{vol}} + \frac{1}{A_{vol}SCR})}$$

Finalmente:

$$H(S) = \frac{1}{SCR(1 + \frac{1}{A_{vol}}) + \frac{1}{A_{vol}}}$$

Es importante notar que siendo la ganancia para el caso ideal (GI)  $-\frac{1}{SRC}$ , la función transferencia se puede representar como  $H(S) = GI \cdot \frac{1}{SCR(1 + \frac{1}{A_{vol}}) + \frac{1}{A_{vol}}}$ . Si  $A_{vol}$  es lo suficientemente grande, tendremos una función transferencia ideal nuevamente.

Figura 36: Diagrama de BODE de Amplitud para OPAMP con  $A_{vol}$  finitoFigura 37: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP con  $A_{vol}$  finito

### 3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$

En este ultimo caso de analisis,  $A_{vol}$  no es constante sino que es función de la frecuencia según:

$$A_{vol} = \frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_b}}$$

Por lo cual la expresion para la funcion transferencia calculada en el caso anterior, quedara denominada por:

$$H(S) = \frac{1}{SCR(1 + \frac{1 + \frac{1}{SCR}}{A_{vol}})} \Rightarrow H(S) = \frac{1}{SCR(1 + \frac{1 + \frac{1}{SCR}}{\frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_b}}})}$$

Reacomodando algebraicamente:

$$H(S) = -\frac{1}{S^2 \frac{CR}{A_o W_b} + SCR(1 + \frac{1}{A_o} + \frac{1}{W_b A_o CR}) + \frac{1}{A_o}}$$

Podemos observar que si  $A_o$  es muy grande, nuevamente estaremos en el caso donde la ganancia que obtendremos será la ideal para este circuito.

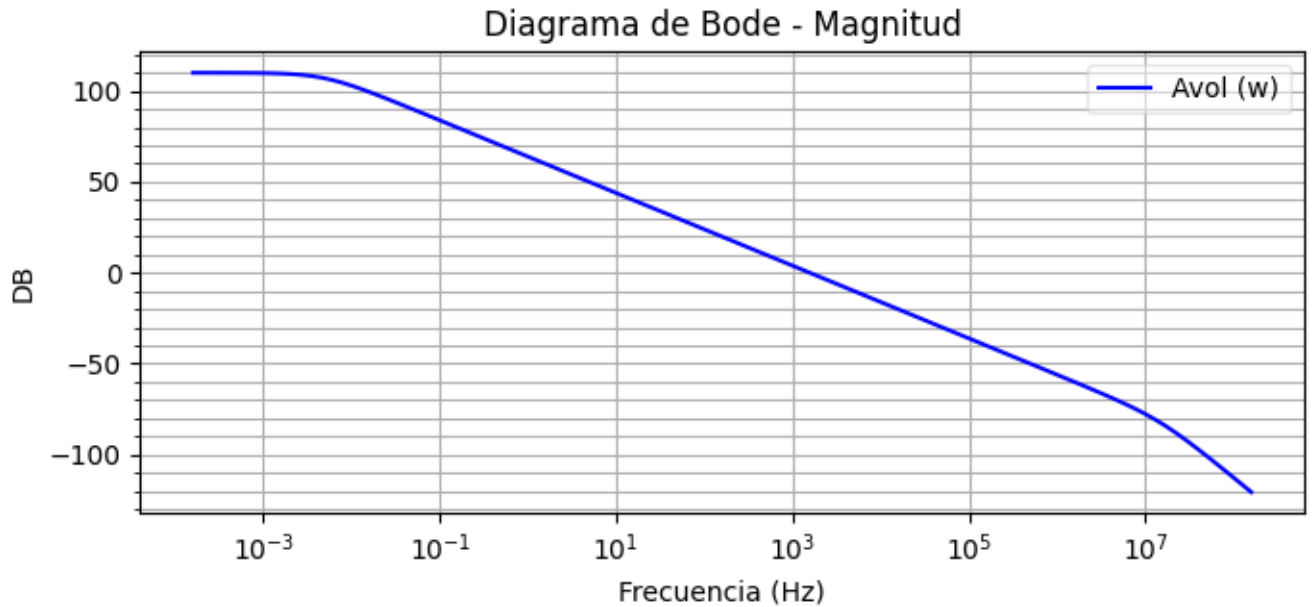


Figura 38: Diagrama de BODE de Amplitud para OPAMP con  $A_{vol}(w)$  finito

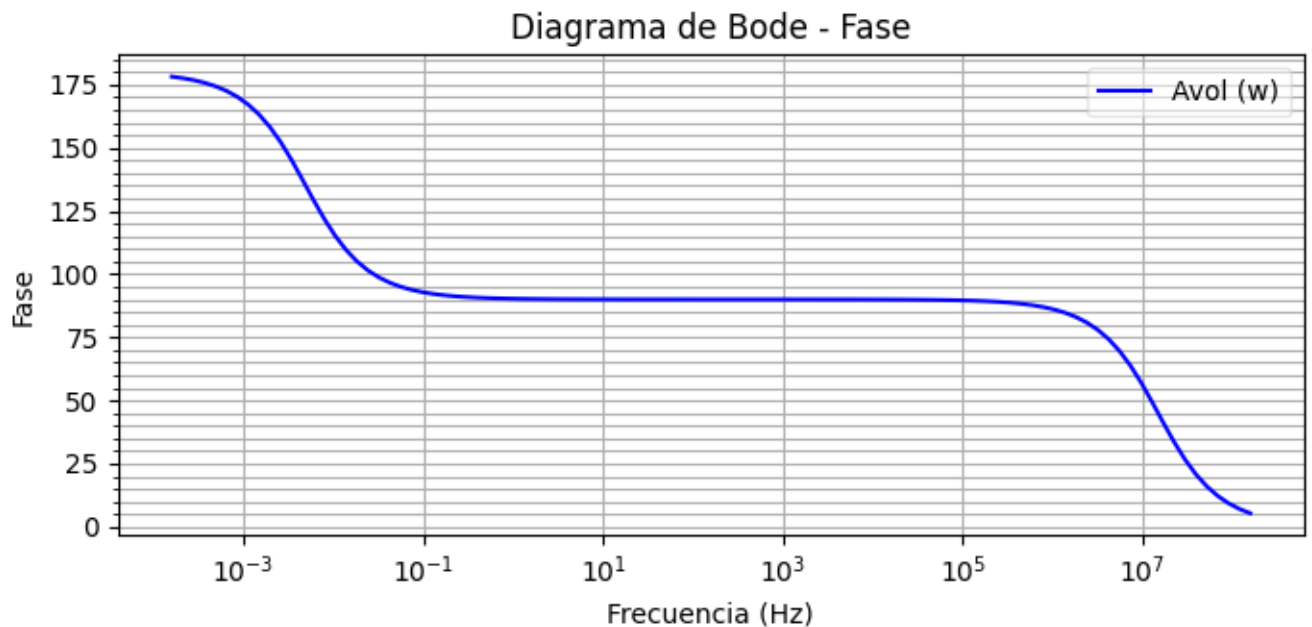


Figura 39: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP con  $A_{vol}(w)$

Comparando los tres casos, podemos observar que en determinadas frecuencias el comportamiento es idéntico:

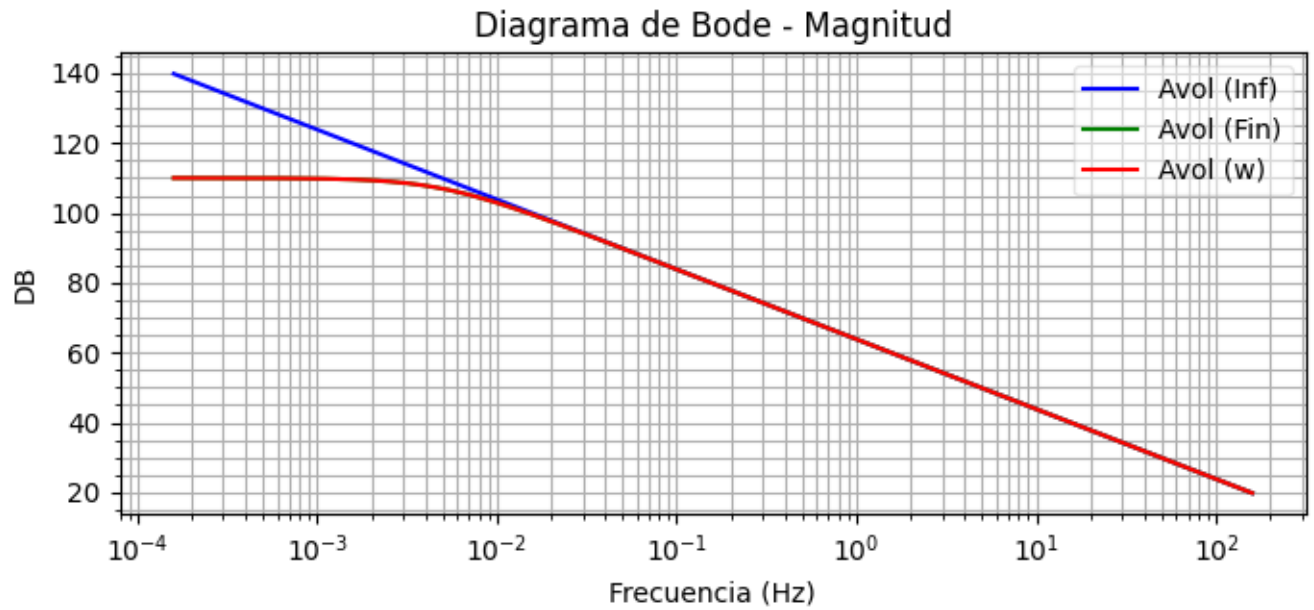


Figura 40: Diagrama de BODE de Amplitud para OPAMP comparativo

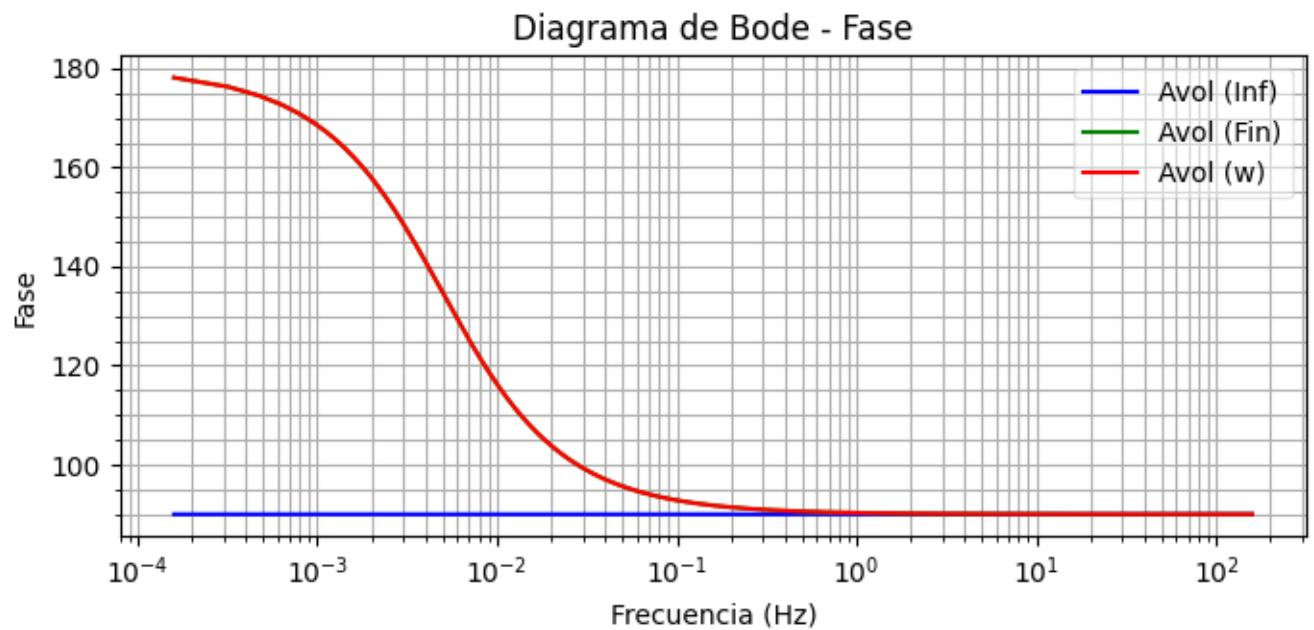


Figura 41: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP comparativo

### 3.3.5. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador

Para poder calcular teóricamente, la impedancia de entrada,  $Z_{in}$ , se utilizó el teorema de Miller tal que:

## **4. Circuito de Aplicación**

### **4.1. Introducción**