

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORÍA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°3

GIC, Gyrator, Amplificador de Instrumentación y Ecualizador

Grupo 6:

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

Responsables de la cátedra:

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado: 14/10/2020

Corrección:

Contents

1	Filtro con GIC	3
1.1	Introducción al GIC	3
1.2	Diseño de un Filtro Pasa-Todo	3
1.2.1	Respuesta en frecuencia	4
1.2.2	Funcionamiento de Resistencias	5
1.2.3	Análisis de Sensibilidad	6
1.2.4	Impedancia del Circuito	7
1.2.5	Implementación del Circuito	7
1.2.6	Elección de Amplificador Operacional	8
1.3	Análisis de Resultados	8
1.3.1	Respuesta en Frecuencia	8
1.3.2	Impedancia de Entrada	10
1.3.3	Impedancia de Salida	10
1.4	Respuesta al Escalón	11
1.5	Limitaciones del Circuito	13
1.5.1	Limitación por Tensión	13
1.5.2	Limitación por Frecuencia	14
1.5.3	Limitación por Señal	14
1.6	Conclusión	14
2	Introducción a Diseño de Filtros	15
2.1	Implementación de un Inductor con Gyrator	15
2.1.1	Introducción a Gyrtors	15
2.1.2	Implementación real de un Gyrator	16
2.1.3	Análisis de Z_{in} del Gyrator	16
2.1.4	Elección del amplificador operacional para el Gyrator y diseño de filtros	19
2.2	Filtro Pasa-Bajos (Low-Pass)	19
2.2.1	Especificaciones	19
2.2.2	Diseño del Filtro	19
2.2.3	Diseño del Filtro con Gyrator	21
2.2.4	Análisis mediante simulación	21
2.2.5	Análisis empírico	25
2.3	Filtro Pasa-Altos (High-Pass)	27
2.3.1	Especificaciones	28
2.3.2	Diseño del Filtro	28
2.3.3	Diseño del Filtro con Gyrator	29
2.3.4	Análisis mediante simulación	30
2.3.5	Análisis empírico	33
2.4	Filtro Rechaza-Banda (Band-Rejection)	35
2.4.1	Especificaciones	36
2.4.2	Diseño del Filtro	36
2.4.3	Diseño del Filtro con Gyrator	36
2.4.4	Análisis mediante simulación	37
2.4.5	Análisis empírico	40
2.5	Filtro Pasa-Banda (Band-Pass)	42
2.6	Especificaciones	43
2.6.1	Diseño del filtro	43
2.6.2	Diseño de filtro con Gyrator	44
2.6.3	Análisis mediante simulación	44
2.7	Análisis empírico	47
2.8	Implementación	49
2.8.1	Consideraciones de diseño	49
2.9	Conclusión	52

3	Amplificador de Instrumentación	53
3.1	Amplificador de Instrumentación	53
3.1.1	Introducción	53
3.2	Descripción del comportamiento del circuito	53
3.2.1	Modelo ideal	54
3.2.2	Modelos no ideales	55
3.2.3	Análisis con componentes empleados	55
3.3	Mediciones	57
3.3.1	Modo común	58
3.3.2	Modo diferencial	59
3.4	Tensión de salida montada sobre nivel de DC	60
4	Control de Tonos y Ecualizador de Fase	61
4.1	Ecualizador de Fase	61
4.2	Análisis matemático	61
4.3	Elección de componentes	67
4.4	Simulaciones	67
4.4.1	Frecuencias bajas	67
4.4.2	Frecuencias medias	69
4.4.3	Frecuencias altas	70

1 Filtro con GIC

1.1 Introducción al GIC

Generalized Impedance Converter (GIC) son, como su nombre lo indica, convertidores de impedancia, es decir para algunos filtros se podrá remplazar alguno de los componentes con un GIC. Por ejemplo cuando el uso de la bobina con inductancias de valor elevado puede involucrar agregar a un circuito un componente de gran tamaño como resistencia parásita indeseado, para ello, en rango de frecuencias donde se permite utilizar amplificadores operacionales, se utilizan los GIC.

Los GIC tienen la siguiente configuración:

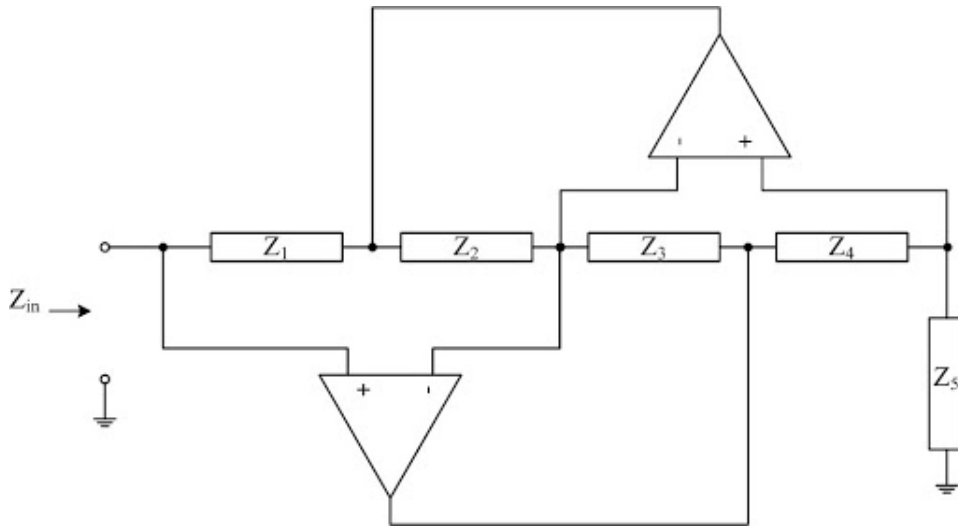


Figure 1: Generalized Impedance Converter Genérico

Considerando los amplificadores ideales, o sea con $A_{vol} \rightarrow \infty$ y $Z_{Ain} \rightarrow \infty$ como no hay corriente entre V^+ y V^- para ninguno de los operacionales, hay sólo tres corrientes, puesto que la corriente de Z_2 es la misma que la de Z_3 , y la de Z_4 que la de Z_5 obtenemos que:

$$I_4 = \frac{V_{in}}{Z_5} \quad I_2 = \frac{I_1 Z_1}{Z_2} \quad I_2 = \frac{I_4 Z_4}{Z_3}$$

$$\therefore I_4 = I_1 \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

Por lo que la impedancia de entrada del GIC sera:

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

De esta manera es posible simular cualquier componente, sea resistivo capacitivo o inductivo mediante la selección adecuada de los componentes. Luego utilizando el GIC es posible obtener filtros de segundo orden como el notch, pasa-todo y pasa-banda minimizando el espacio utilizado.

1.2 Diseño de un Filtro Pasa-Todo

Se implementó el siguiente circuito:

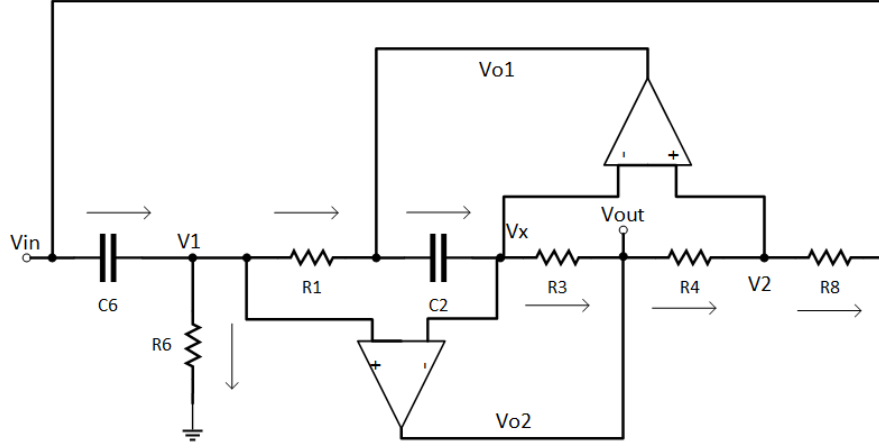


Figure 2: Circuito de un Filtro con GIC

1.2.1 Respuesta en frecuencia

Considerando que los amplificadores operacionales son ideales obtenemos que:

$$\begin{aligned} V_{o1} &= V_1 - R_1 I_1 & V_{o2} &= V_x - R_3 I_3 \\ V_{o1} &= V_x + \frac{1}{sC_2} I_2 & V_{o2} &= V_2 + R_4 I_4 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\therefore I_4 = I_1 \frac{sC_2 R_3 R_1}{R_4} \quad (2)$$

Además como $A_{vol} \rightarrow \infty$,

$$\begin{aligned} V_1 &= V_x = V_2 \\ I_1 &= I_{C6} - I_{R6} & I_{C6} &= (V_{in} - V_1)sC_6 & I_{R6} &= \frac{V_1}{R_6} \\ I_{R8} &= I_4 \end{aligned}$$

$$\therefore V_x = V_{in} \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 + R_4 R_6}{s^2 C_2 R_1 R_3 R_8 (sC_6 R_6 + 1) + R_4 R_6} \quad (3)$$

Luego reemplazando las ecuaciones (2) y (3) en (1) la función de transferencia quedará como:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 - sC_2 R_1 R_3 R_4 + R_4 R_6}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 + sC_2 R_1 R_3 R_8 + R_4 R_6} \quad (4)$$

Esta respuesta en frecuencia corresponde a un Pasa-Todo con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_4}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8}} \quad (5)$$

$$Q_z = -R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_8}{C_2 R_1 R_3 R_4}} \quad (6)$$

$$Q_p = R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_4}{C_2 R_1 R_3 R_8}}$$

Se simplifican las ecuaciones si establecemos los valores de los componentes como los siguientes:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_3 = R_4 = R_8 = R \\ R_6 &= QR \\ C_2 &= C_6 = C \end{aligned}$$

Del cual modifica la transferencia a:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^2 C^2 R^2 - s \frac{CR}{Q} + 1}{s^2 C^2 R^2 + s \frac{CR}{Q} + 1} \quad (7)$$

1.2.2 Funcionamiento de Resistencias

- Resistencia R_8 :

La función de esta resistencia es conectar la salida del GIC que le da un camino a la corriente y/o la suministra. Luego el efecto de esta resistencia en casos límites será:

$$\lim_{R_8 \rightarrow 0} H(s) = 1 - \frac{sC_2R_1R_3}{R_6}$$

En esta circunstancia se comporta como un filtro pasa altos, donde la impedancia del C_2 y C_6 se vuelve despreciable y a su vez circula mayor corriente en el GIC. Debido a esto aumenta la caída de tensión en los componentes resistivos del GIC, dando lugar a un incremento en la tensión de salida.

En caso de que R_8 tenga un valor muy elevado:

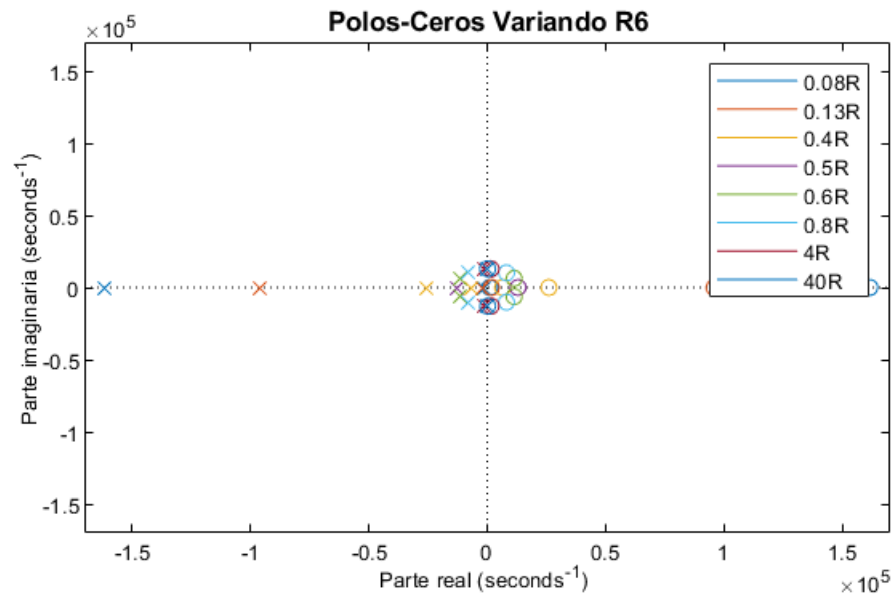
$$\lim_{R_8 \rightarrow \infty} H(s) = \frac{sC_6R_6}{sC_6R_6 + 1}$$

Es posible visualizar el circuito como abierto en la salida del GIC, es decir que no pasa corriente por ella. Es entonces que la tensión de salida $V_{out} = V_1$, que tiene configuración de un RC pasa altos.

Cabe mencionar que para los valores límite de R_8 , el filtro deja de ser de segundo orden, con lo que su presencia es crucial para obtener los resultados esperados a la hora de utilizar un GIC para un filtro pasa-todo.

- Resistencia R_6 :

Esta resistencia es de suma importancia ya que presenta un rol importante en la selección del factor de calidad Q , es decir los polos y los ceros del circuito. Manteniendo las otras resistencias fijas con valor R y los capacitores de valor C de modo que la única resistencia que varía es R_6 obtenemos el siguiente gráfico del polo y ceros:



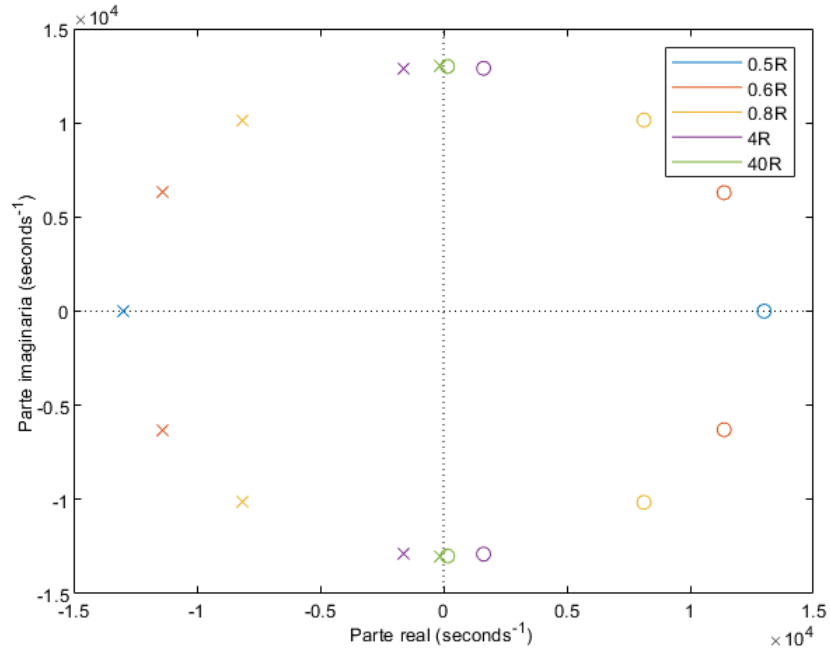


Figure 3: Distribución de Polos y Ceros Variando R6

Se nota entonces que los polos y ceros son opuestos para cualquier valor de R_6 . Además para valores mayores de Q , o sea valores mayores de $R_6 = QR$, se acercan al eje imaginario sobre la circunferencia de radio ω_0 . Por lo que podemos apreciar que:

$$\lim_{R_8 \rightarrow \infty} H(s) = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4} = 1$$

Cuya respuesta nos indica que al desconectar R_6 el circuito deja pasar toda frecuencia sin cambio de fase, en esencia un cable.

En contra parte, valores pequeños de Q dejan de pertenecer a la circunferencia ω_0 , y se mueven en el eje real. Es claro si tomamos valores pequeños de R_6 tenemos:

$$\lim_{R_8 \rightarrow 0} H(s) = -\frac{R_4}{R_8}$$

Es equivalente entonces a un circuito de amplificación inversa con realimentación R_4 y R_8 en serie a la entrada.

1.2.3 Análisis de Sensibilidad

Dado que en las experiencias se desea el menor error posible, se debe tomar en cuenta las tolerancias y los valores comerciales que restringen la elección de parámetros del circuito. Para ello se realiza un análisis de las sensibilidades de los distintos parámetros con respecto a cada componente, esto indicará el peso que tendrá cada componente en el circuito.

La sensibilidad se calcula como:

$$S_x^y = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx}$$

Donde ' x ' es el componente e ' y ' la sensibilidad de un parámetro, que en este caso serán ω_0 , Q_z y Q_p dados por las ecuaciones 5 y 6. Entonces para cada uno de los componentes su sensibilidad sera:

y/x	R_1	C_2	R_3	R_4	R_8	C_6	R_6
ω_0	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$-1/2$	$-1/2$	0
Q_z	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$1/2$	1
Q_p	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$-1/2$	$1/2$	1

Table 1: Sensibilidad de los componentes

Cabe notar que se verifica la propiedad de suma:

$$\sum_n R_n^y - \sum_k C_k^y = 0$$

De acuerdo con las sensibilidades obtenidas, se sabe que las variaciones en $R6$ no tiene efecto en ω_0 , sin embargo presentan un rol importante para la selección de Q_z y Q_p dado que una modificación de esta afecta con una relación 1:1, o sea si se aumenta un porcentaje la resistencia se incrementa el valor de los Q a la misma razón. Por otro lado, los otros componentes tienen una relación de módulo $\frac{1}{2} : 1$ para ω_0 , Q_z y Q_p . Pero dependiendo del signo de sensibilidad la variación positiva de una no necesariamente significa la elevación de las variables, por ejemplo en ω_0 el aumento del valor de $R4$ causa que la variable se incremente, no obstante un aumento en el valor del resto de los componentes provoca un decremento de éste parámetro.

1.2.4 Impedancia del Circuito

- Impedancia de Entrada

La impedancia de entrada de un circuito esta definida como:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}}$$

Como se analiza el amplificador en condiciones ideales, su impedancia de entrada es infinita. Por lo que podemos obtener la corriente de entrada como:

$$I_{in} = I_{C6} + I_{R8}$$

Por lo tanto desde las relaciones de corrientes obtenidas en el ítem 1.2.1 tenemos que:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{s^2 C2 C6 R1 R3 R6 R8 + s C2 R1 R3 R8 + R4 R6}{s^2 C2 C6 R1 R3 R8 + s C2 R1 R3} \quad (8)$$

Observando entonces que si se excita el circuito con tensión continua o frecuencias bajas su impedancia es muy alta. Este fenómeno es debido a los capacitores $C2$ y $C6$ que a estas frecuencias son componentes de alta impedancias, por lo que es escasa la corriente entrante al circuito.

- Impedancia de Salida

Como se espera trabajar en condiciones próximo al ideal, el amplificador operacional presenta muy baja impedancia de salida, por ende para nuestro circuito se espera tener una muy baja impedancia de salida aproximando el 0.

1.2.5 Implementación del Circuito

Los filtros pasa-todo son utilizados para corregir la fase de una frecuencia en particular, de tal manera que modifica lo menos posible las demás frecuencias. Para ello, se selecciona la frecuencia de corte de los polos y ceros, de modo que a la frecuencia deseada ocurra un desfase de 180° .

Para este filtro en particular se pide que:

ω_0 [rad/s]	Q	Ganancia [dB]
13 000	4	0

Por lo que desde la función de transferencia dada por la ecuación 7 se sabe que:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Entonces obtenemos la relación que deben tener los componentes del circuito como:

$$RC = 76.92 \mu s$$

$$R6 = 4R$$

Se selecciono entonces una resistencia $R = 2.2 k\Omega$ para realizar un análisis experimental, por lo que los componentes a utilizar serán:

	Valor ideal	Valor aplicado	Error (%)
R_1	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
C_2	$34.965nF$	$34.812nF$	0.44
R_3	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
R_4	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
R_8	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
C_6	$34.965nF$	$34.812nF$	0.44
R_6	$8.8k\Omega$	$8.9k\Omega$	1.12

Table 2: Valores de los Componentes Ideales y Aplicados

Luego si experimentamos el circuito se notará en teoría:

$\omega_0[\text{rad/s}]$	Q
13 057	4.05

1.2.6 Elección de Amplificador Operacional

La selección de los amplificadores operacionales dependen del circuito a implementar, ya que son los que determinan que características son las mas importantes para el caso.

Para el filtro a aplicar se busca un gran GBW y A_{vol} para que el $A_{vol}(j\omega)$ no baje por los polos dominantes que actúan a frecuencias altas, de esta manera el integrado puede actuar cercano la ideal. En particular los filtros pasa-todos, que se utiliza para la corrección de fase, es importante que tenga ganancia de $0dB$ para toda frecuencia, por ello se debe mantener el mayor rango posible de frecuencia sin distorsiones.

Otra de las características a considerar es el slew-rate, que al estar operando a altas frecuencias un alto valor de ella evita la posibilidad de que se vea limitada la tensión máxima a frecuencias menores menor al del polo.

Por último, la impedancia de entrada del amplificador operacional debe ser muy alta en relación con los otros componentes del circuito, es por esta que impide que circule corriente por las entradas del amplificador haciendo valida las ecuaciones realizadas anteriormente.

Por lo tanto se tuvo en cuenta los opamps $LM833$ y $TL082$ las cuales cumplen con un considerable GBW, slew-rate y impedancia de entrada. Se selecciono entonces el $TL082$, que si bien tiene menor GBW que el $LM833$, a frecuencias que se utiliza el circuito $4MHz$ es suficiente por lo que luego se aprecio mas el slew-rate que es $13\frac{V}{\mu s}$ mayor al del $LM833$.

1.3 Análisis de Resultados

1.3.1 Respuesta en Frecuencia

Realizando un análisis en frecuencia, superponiendo resultados teóricos, simulados y experimentales se obtuvo el siguiente gráfico:

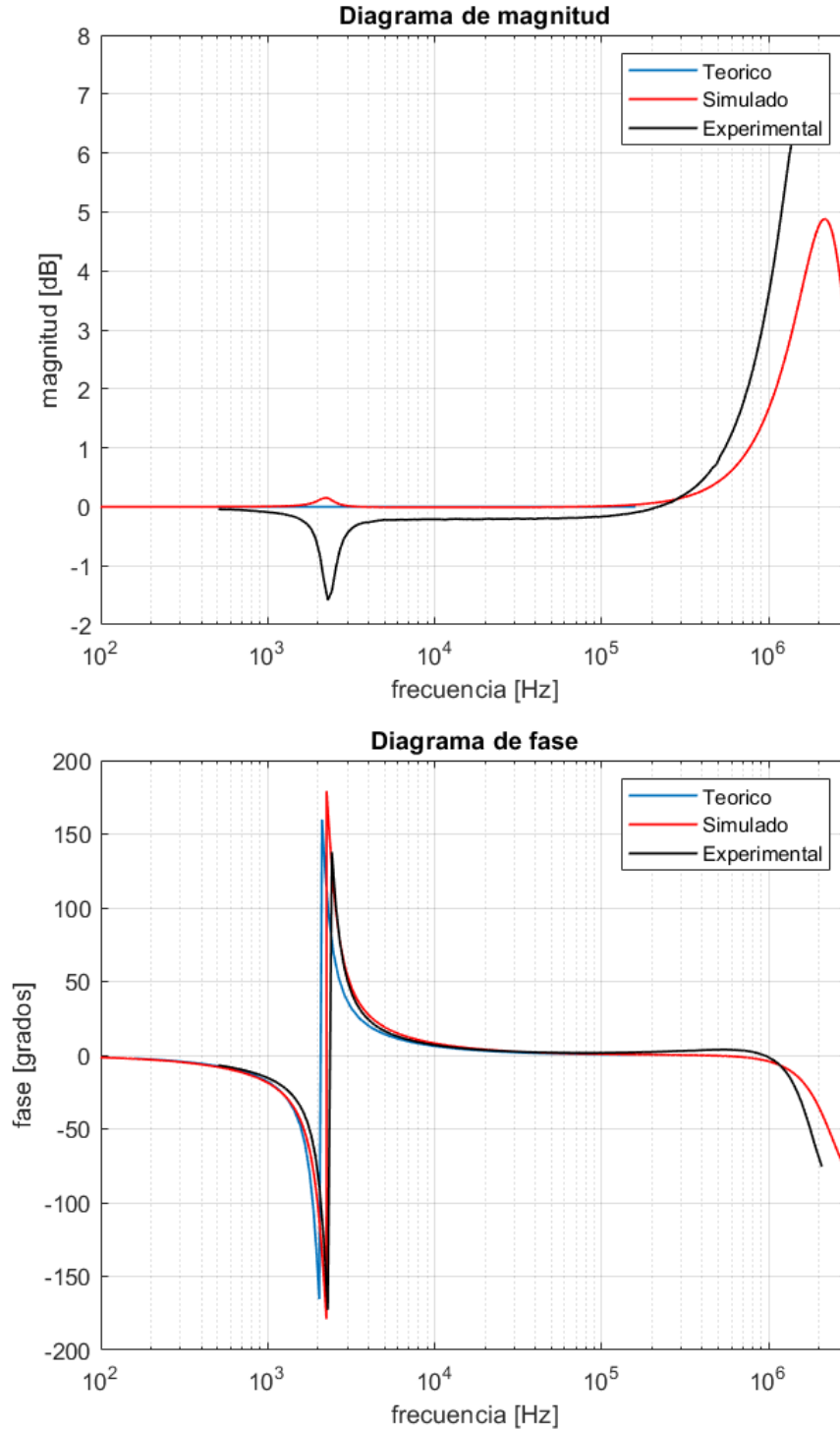


Figure 4: Respuesta en Frecuencia del Circuito

De esta notamos que en la frecuencia de corte $f_c = \frac{1}{2\pi}\omega_0 \approx 2.07\text{kHz}$ ocurre un cambio de fase de -180° , si bien experimentalmente se obtuvo que su frecuencia de corte fue en 2.30kHz . Esta leve diferencia es atribuido a las tolerancias de los componentes utilizados, resistencias de 5% y capacitores de 20%. Además, la caída notoria en la frecuencia de corte es debido a que la transferencia presenta ceros y polos de orden 2 a una misma frecuencia, y ambos factores de calidad $Q > 1/\sqrt{2}$, es decir que son suficientemente grandes para provocar sobre-picos o sobre-caídas. El valor de Q_p determinaría la magnitud de un sobre-pico en casos donde no hubiera ceros, mientras que el valor de Q_z provocaría una sobre-caída. En otras palabras, si los valores del Q_p y Q_z son distintos en alguna frecuencia provocaría una subida o una caída dependiendo de sus valores. En nuestro caso, dado que se observa una caída, se concluye que los valores de Q_z y Q_p fue alterado por las dispersiones de los componentes, llevando que el valor de Q_z sea mayor al de Q_p en esta frecuencia. Estos fenomenos son observables el en la figura 5.

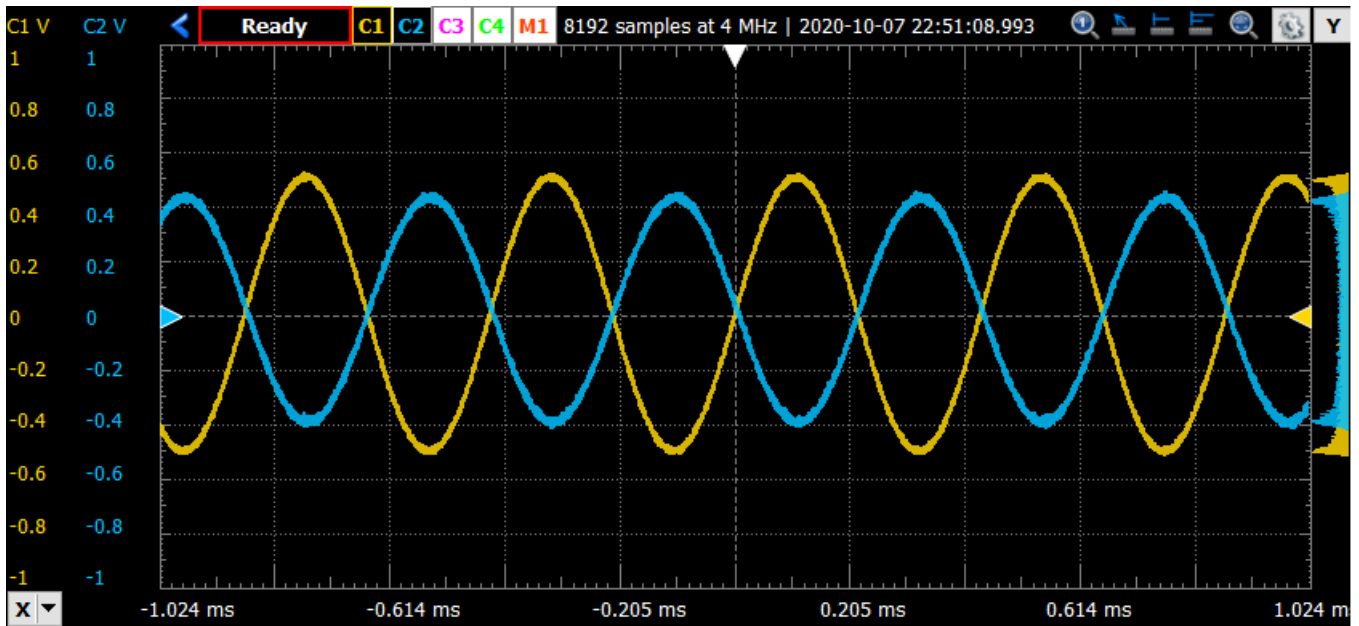


Figure 5: Respuesta en Frecuencia de 2.29kHz

Por otro lado, en altas frecuencias, mayores a 200kHz , se observa un sobre-pico ya que a partir de estas frecuencias comienzan a afectar los efectos del polo del operacional, que no se tuvieron en cuenta en el análisis teórico realizado anteriormente. A su vez, la diferencia en el sobre-pico es influenciado por las tolerancias de los componentes y las puntas de osciloscopio colocados al circuito, que inyectan una resistencia y capacitancia parásita al circuito, modificando en cierta medida la ubicación y la magnitud.

1.3.2 Impedancia de Entrada

Para la medición de esta característica del circuito se colocó una resistencia en serie a la entrada del circuito, luego calculando la corriente que circula por la misma se tiene que la impedancia del circuito es $Z_{in} = \frac{V_{carga}}{i_{R1}}$. Para la selección la resistencia de testeo se utilizó uno cercano a los valores esperados de la impedancia de entrada, ya que si se pusiese una resistencia muy chica, la diferencia entre las tensiones medidas sobre sus bornes sería muy chica aumentando incertidumbre, y si se colocase una resistencia muy grande, la tensión que caería sería mucho mayor a la que caería en el circuito, haciendo que la tensión luego de la resistencia sea muy chica haciendo que sea más vulnerable al ruido.

Luego la impedancia de entrada al circuito dado resulta en:

Observamos entonces que la impedancia de entrada a bajas frecuencias es muy alta debido a los capacitores del circuito. Luego de una caída por el cero, el módulo de la impedancia queda estable en las cercanías de $10\text{k}\Omega$ hasta que hacen efecto los polos dominantes de los operacionales en cercanía a 1MHz .

Cabe notar que a altas frecuencias porque sus tensiones de salida son bajas, el ruido es comparable con la señal de entrada, lo que logra inyectarse en las mediciones dando lugar a un grado de incertidumbre apreciable.

1.3.3 Impedancia de Salida

Para la medición de esta, se realizó la medición de la salida del circuito en el vacío y luego con una carga la salida. Como la corriente de salida debe ser la misma en el vacío como en el de carga obtenemos que la impedancia de salida es:

$$Z_{out} = R_{test} \frac{V_{test}}{V_{vacio} - V_{test}}$$

Luego su impedancia de salida resultó:

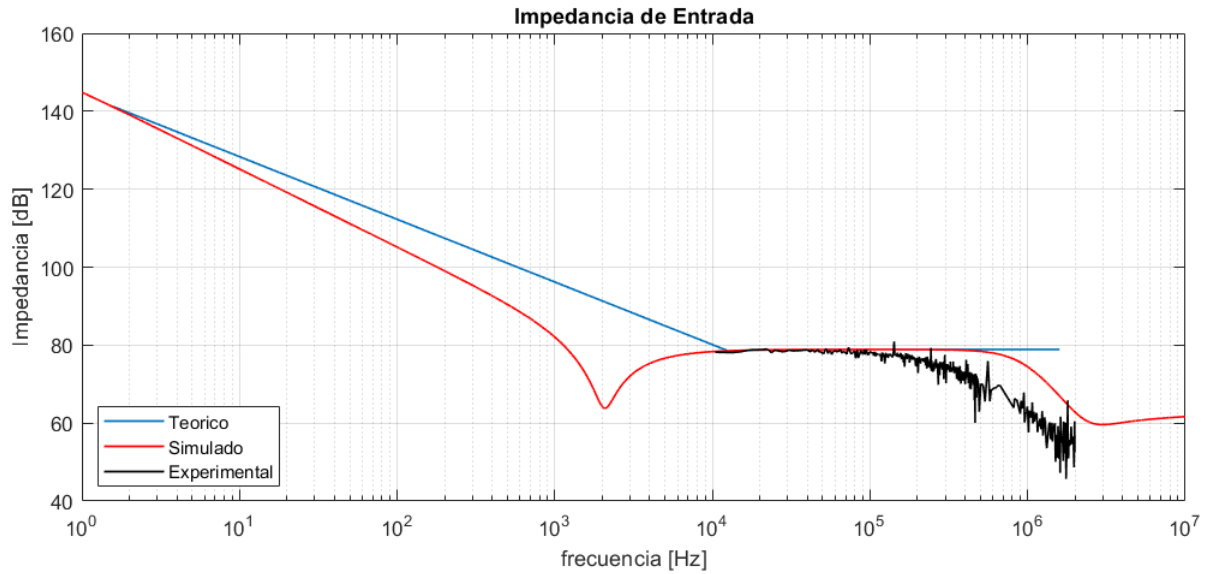


Figure 6: Impedancia de Entrada del Circuito

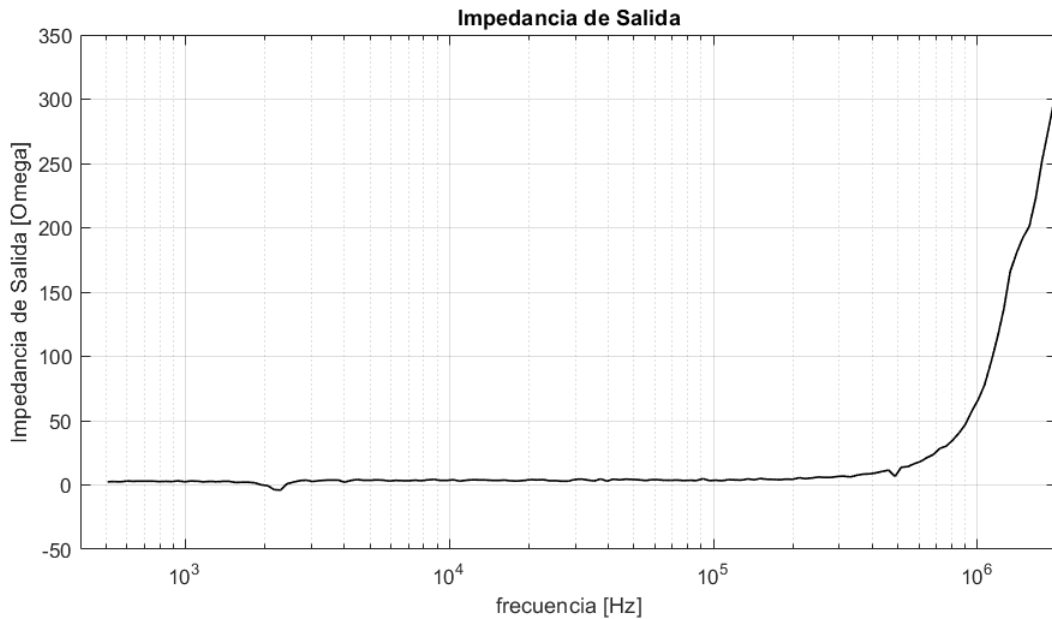


Figure 7: Impedancia de Salida del Circuito

Este resultado fue acorde a lo esperado, teniendo su impedancia para frecuencias menores a 1MHz aproximadamente iguales a 0. Se nota que para frecuencias mayores a 1MHz comienza a tomar otros valores, esto es debido a que los efectos de los polos en el amplificador están tomando efecto en el circuito causando que los amplificadores ya no actúen de forma ideal.

1.4 Respuesta al Escalón

La transferencia del circuito $H(s)$ con $Q_p > \frac{1}{2}$ tiene característica de una oscilación subamortiguado, es decir que la estabilización temporal sufre una oscilación hasta que se pueda estabilizar.

Este efecto es visible excitando el circuito con un escalón del cual la salida sera:

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad X(s) = \frac{1}{s}$$

Por lo que la respuesta al escalón es:

$$Y(s) = \frac{s^2 C^2 R^2 - s \frac{CR}{Q} + 1}{s^2 C^2 R^2 + s \frac{CR}{Q} + 1} \frac{1}{s}$$

Luego, obtenemos que:

$$y(t) = \frac{2CR(e^{t(-\frac{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}}{(2C^2QR^2)} - \frac{1}{(2CQR)})} - e^{t(\frac{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}}{(2C^2QR^2)} - \frac{1}{(2CQR)})})}{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}} + 1$$

Donde obtenemos que $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ y $\alpha = \frac{1}{2CQR}$, luego $\omega_d = 12.9 \frac{rad}{s}$ y $\tau = \frac{1}{\alpha} = 615 \mu s$.
Entonces la respuesta al escalón sera:

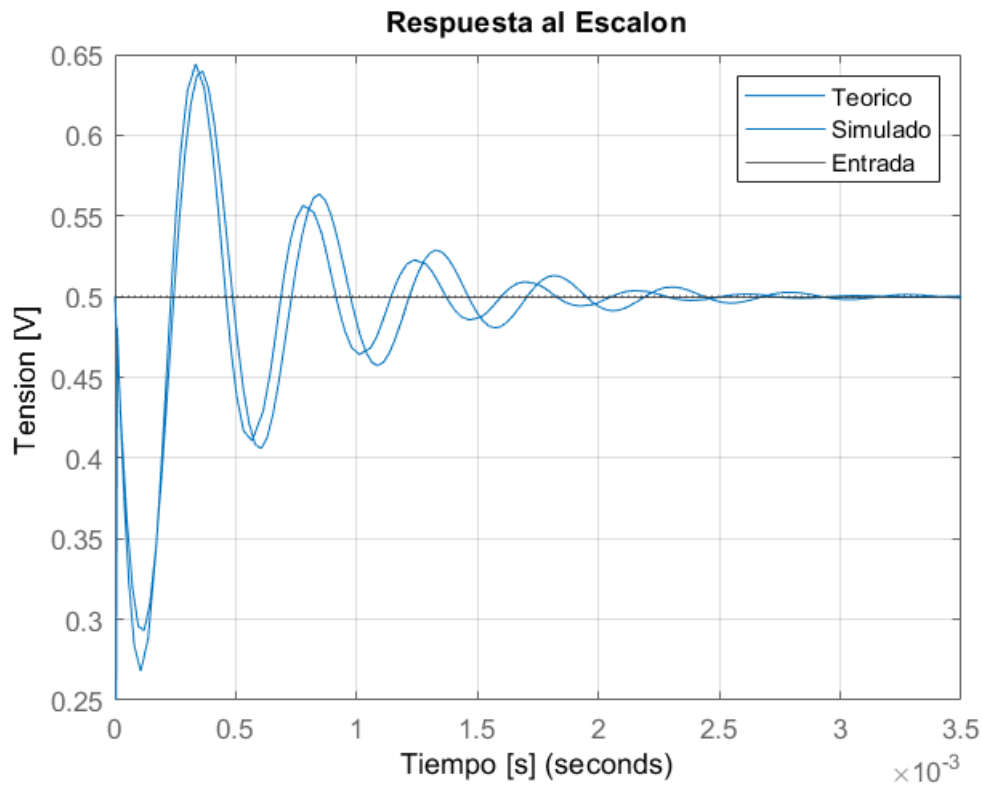


Figure 8: Respuesta al Escalón Teórico y Simulado

Del cual obtuvimos experimentalmente lo siguiente:

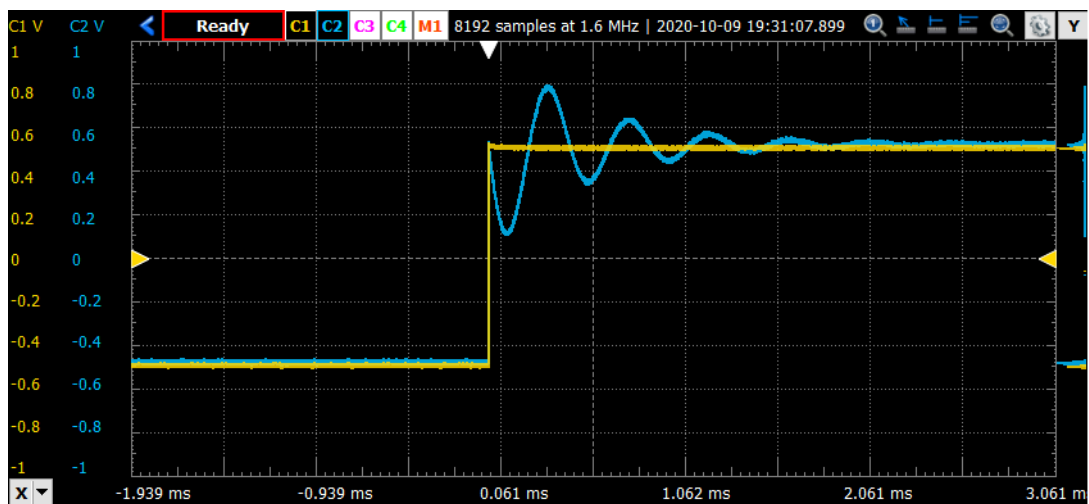


Figure 9: Respuesta al Escalón Experimental

Se observa que las oscilaciones empiezan con pendiente negativa, lo que indica defasaje de 180 grados. Esto se

debe al desfase que introduce el filtro a las componentes de la cuadrada de frecuencia mayor a la de corte. Como las componentes de la cuadrada que actúan primero son las de mayor frecuencia, éstas se ven desfasadas 180 grados.

Por otro lado, se establece el circuito a partir del quinto pseudoperiodo, es decir que tiene un tiempo de establecimiento de aproximadamente 2.06ms en el experimental mientras que en la simulación y el teórico se establece a tiempos mayores al rededor de los 2.15ms . Dado que existen resistencias parásitas dentro del circuito, es esperable esta mayor atenuación en la experiencia hecha.

Este tiempo de establecimiento es un problema para un filtro pasa-todo ya que a frecuencias con periodos menores a la misma los resultados obtenidos de la misma serán oscilantes en vez de la salida sea otra señal cuadrada. Por ejemplo para señales de frecuencia 1kHz o periodo 1ms , la tensión de salida resulta:

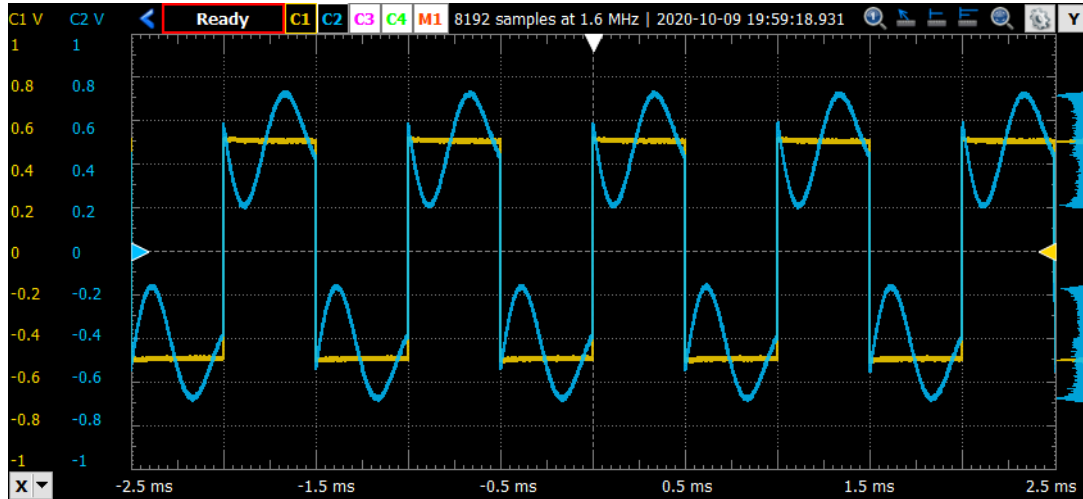


Figure 10: Respuesta al Escalon a 1kHz

1.5 Limitaciones del Circuito

Es importante tener en cuenta las características del amplificador operación a la hora de experimentar un circuito, es por ello que se deben saber los limites en la que podemos operar el circuito con funcionamiento normal.

1.5.1 Limitación por Tensión

Debido a que los operacionales se alimentaron con $V_{CC} = \pm 9\text{V}$, si se excita el circuito con $18V_{pp}$ la salida se satura. Como lo podemos notar en la siguiente figura 11.

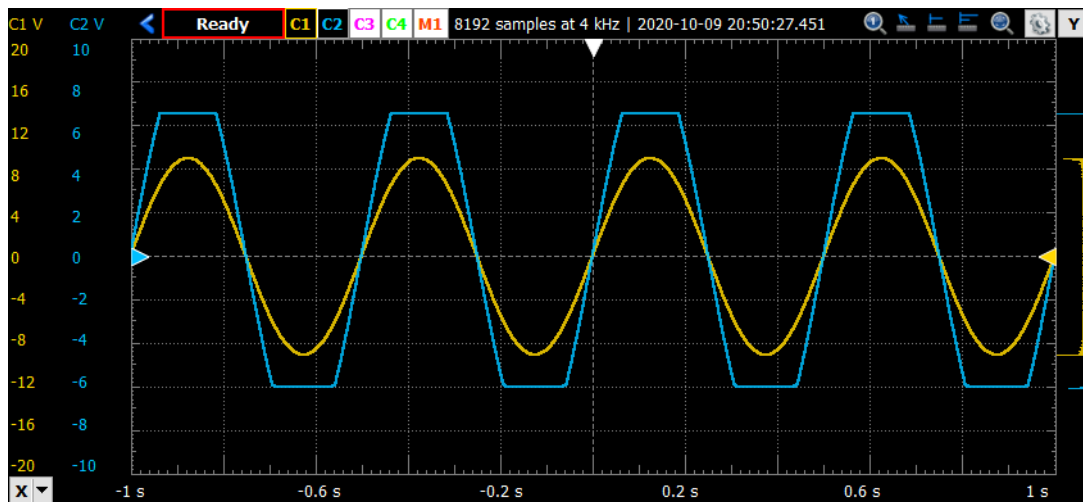


Figure 11: Limite por Tensión

Como se puede observar el circuito se satura a $12V_{pp}$, es decir que no permite que la tensión de entrada supere $12V_{pp}$, pues sino los resultados obtenidos no serán precisos.

1.5.2 Limitación por Frecuencia

El ancho de banda del operacional utilizado es de $4MHz$. Sin embargo, en las mediciones de respuesta en frecuencia se pone de manifiesto que el polo del operacional afecta el comportamiento del filtro mucho antes, como se observa en los gráficos de la figura 4. Por lo tanto, sólo puede asegurarse que el filtro siga el comportamiento calculado hasta los $200kHz$ donde luego de ello aparece el sobre-pico.

1.5.3 Limitación por Señal

En caso de utilizar el circuito con entrada no sinusoidales, es importante tener en cuenta el tiempo de establecimiento de la respuesta temporal, que es de $2.06ms$.

1.6 Conclusión

Con el uso de un GIC, se pudo implementar un pasa-todo, si bien con cierto grado de error debido a tolerancias y/o componentes parásitas, se obtuvieron a grandes rasgos los resultados esperados hasta los $200kHz$, donde pasando esta frecuencia el operacional deja de tener carácter ideal. Es también importante remarcar la importancia de sensibilidad que tienen los componentes, es decir debemos tener en cuenta cuales son los componentes mas importantes a la hora de realizar una experiencia para tener resultados acorde a lo planeado, pues una variación de ciertos componentes puede afectar ampliamente los resultados obtenidos.

2 Introducción a Diseño de Filtros

En la presente sección se implementarán cuatro filtros de segundo orden según las siguientes especificaciones:

Tipo de Filtro	$f_p[Hz]$	$f_a[Hz]$	$f_c[Hz]$
Low-Pass	5000	17500	-
High-Pass	21000	6000	-
Band-Pass	-	-	10000
Band-Rejection	-	-	6000

En los casos Low-Pass y High-Pass se espera también:

- Ganancia mayor a -3 dB cuando $f < f_p$ o $f > f_p$
- Ganancia menor a -10 dB cuando $f > f_a$ o $f < f_a$
- Ganancia nunca superior a 0 dB
- Ganancia unitaria en continua ($f \rightarrow \infty$)

Cada circuito será empleado implementando una resistencia R , una inductancia L y un capacitor C , es decir un circuito RLC clásico.

La inductancia L será reemplazada por componentes que unidos presenten un comportamiento similar a ella, en este caso un Gyrator.

Antes de introducirnos en el diseño de filtros propiamente, se realizará una introducción a este elemento que se utilizará para observar por qué es tan útil y por qué lo emplearemos para las experiencias reemplazando la inductancia.

2.1 Implementación de un Inductor con Gyrator

2.1.1 Introducción a Gyrators

Un Gyrator o girador es considerado un elemento pasivo adicional a los ya conocidos y analizados. Una de sus tantas funcionalidades es ser empleado como un inductor. El motivo de reemplazar a un inductor real por este dispositivo, se encuentra en fines prácticos, ya que al utilizar éste en lugar de una inductancia, se pueden reducir tanto el tamaño de un circuito como el costo del mismo.

Una inductancia tiene asociada una resistencia que por lo general no podremos controlar ya que el cable que se utiliza para elaborarla tiene dicha resistencia asociada. Por otro lado, se pueden obtener capacitores de alta calidad con mayor sencillez y con un girador, por ende, obtener inductores de alta calidad y a su vez, pudiendo manipular el valor de la resistencia asociada.

Un gyrator puede ser empleado de diferentes maneras. En el presente trabajo, nos focalizaremos en el gyrator compuesto por un amplificador operacional, dos resistencias y un capacitor. Es importante saber que se puede definir también al gyrator como un inversor de las características corriente voltaje de un componente eléctrico.

El símbolo circuital utilizado para el gyrator es el siguiente:

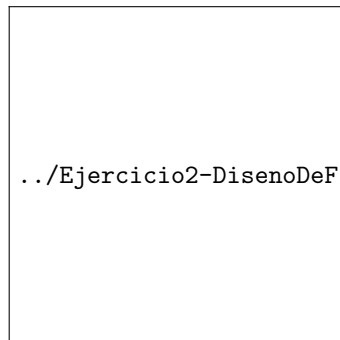


Figure 12: Símbolo circuital del Gyrator

2.1.2 Implementación real de un Gyrator

En la cátedra se han demostrado diferentes formas de implementarlo incluso con dos amplificadores operacionales, pero con el fin de simplificar las mediciones, armado de los distintos filtros y posterior elaboración del PCB para todos ellos, se analizará el caso con un solo amplificador operacional y se focalizará la atención en cómo lograr que éste se comporte como un inductor.

En el siguiente diagrama se puede ver la implementación de un Gyrator como un inductor observando éste a la izquierda y su equivalente a la derecha:



Figure 13: Equivalente circuital entre Gyrator e Inductor

En la próxima sección se verá que este equivalente no es válido para todo el rango de frecuencias, sino que su comportamiento dependerá de determinadas condiciones, siendo algunas de ellas parámetros del propio amplificador operacional. El gyrator actuará como un inductor cuasi ideal hasta determinadas frecuencias donde su comportamiento como tal se deteriorará.

2.1.3 Análisis de Z_{in} del Gyrator

Para describir el comportamiento del circuito como un inductor es importante analizar la impedancia de entrada a dicho circuito tal que $Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}}$. Para ello, utilizaremos el siguiente diagrama circuital:



Figure 14: Diagrama de Gyrator como Inductor

Se puede observar del gráfico que:

$$V_{out} = V^-$$

Por ello:

$$V_{out} = A_{vol}(V^+ - V^-) \longrightarrow V^- = A_{vol}(V^+ - V^-) \longrightarrow V^- = V^+ \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}$$

Utilizando un divisor de tensión, obtenemos la siguiente relación:

$$V^+ = V_{in} \frac{R_g}{R_g + \frac{1}{SC_g}}$$

Por definición en el diagrama anterior:

$$I_{in} = i_1 + i_2$$

Como no ingresa corriente al amplificador operacional, definimos a las corrientes como:

$$i_1 = \frac{V_{in} - V^-}{R_L}$$

$$i_2 = \frac{V^+}{R_g}$$

Entonces:

$$I_{in} = \frac{V_{in} - V^-}{R_L} + \frac{V^+}{R_g} \longrightarrow I_{in} = V_{in} \left(\frac{R_g + \frac{1}{SC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}{R_L(R_g + \frac{1}{SC_g})} \right)$$

Finalmente:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{V_{in} \left(\frac{R_g + \frac{1}{SC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}{R_L(R_g + \frac{1}{SC_g})} \right)} \longrightarrow Z_{in} = \frac{R_L(R_g + \frac{1}{SC_g})}{R_g + \frac{1}{SC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}$$

Si ahora multiplicamos por el factor SC_g en numerador y denominador:

$$Z_{in} = \frac{R_L(SC_g R_g + 1)}{SC_g(R_g + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}) + 1}$$

Como $A_{vol} = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$, el factor $\frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}$ cambia su comportamiento según la frecuencia de trabajo:

$$\frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}} = \frac{\frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_p}}}{1 + \frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_p}}} = \frac{A_0}{A_0 + 1 + \frac{S}{w_p}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{S}{A_0 w_p}}$$

Notemos que GBP o el Gain Bandwidth Product es equivalente a $A_0 w_p$, y A_0 tiene un valor alto, por ello se puede aproximar la anterior expresión a:

$$\frac{1}{1 + \frac{S}{GBP}}$$

Siempre que $1 \gg \frac{S}{GBP}$, podremos aproximar dicha expresión:

$$\frac{1}{1 + \frac{S}{GBP}} \approx 1$$

Obteniendo así una impedancia de entrada con una forma que se acerca a un inductor real:

$$Z_{in} = \frac{R_L(sC_g R_g + 1)}{sC_g R_L + 1}$$

Tomaremos dicha relación cuando $\frac{S}{GBP} \geq 10$, o equivalente a decir una diferencia de un orden de magnitud. Caso contrario, nuestra impedancia no podrá aproximarse a un inductor y el comportamiento no será el esperado así que aquí se presenta una primera condición.

Como $Z_{in} = \frac{R_L(sC_g R_g + 1)}{sC_g R_L + 1}$, para obtener una expresión de la forma de un inductor, podremos establecer otra relación necesaria tal que:

$$1 \gg SC_g R_L$$

Cumpliendo dicha condición, nuestro inductor usando gyrator estará representado por:

$$Z_{in} = R_L(sC_g R_g + 1) \longrightarrow Z_{in} = sC_g R_g R_L + R_L$$

Donde:

$$L = C_g R_g R_L$$

Como nota final de este comportamiento es importante ver que la relación $1 \gg SC_g R_L$, se cumplirá a bajas frecuencias, mayores o menores dependiendo de los componentes elegidos. Además de ello, el Gyrator para ser empleado como inductor en este caso deberá estar referenciado a tierra aunque en uno de los filtros a diseñar se lo implementará de tal manera que esté flotante. Luego se podrán observar las limitaciones tanto por los polos del amplificador operacional como por el rango de trabajo como inductor del gyrator propuesto.

Nuestro equivalente quedará representado por:

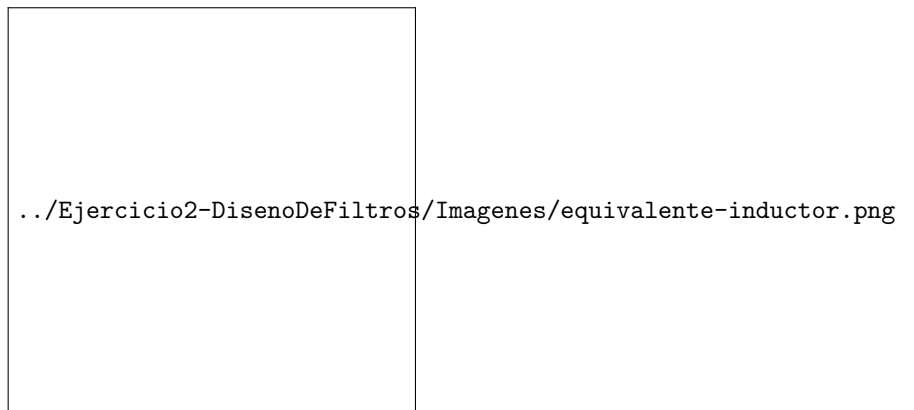


Figure 15: Equivalente de Inductor utilizando un Gyrator

Este modelo es válido siempre que se de:

- $SC_g R_L \ll 1$
- $\frac{S}{GBP} \geq 10$

2.1.4 Elección del amplificador operacional para el Gyrator y diseño de filtros

Para la implementación experimental del Gyrator y de los distintos filtros, se ha elegido el circuito integrado *TL084*, cuya hoja de datos se puede encontrar [aquí](#) por diferentes razones:

- Al momento de armar el PCB contaremos con 4 amplificadores operacionales en un solo circuito integrado, ideal para el diseño de 4 filtros con 1 gyrator cada uno.
- Slew-Rate típico de $13 \frac{V}{\mu s}$ lo cual nos permitirá trabajar experimentalmente en un amplio rango sin sufrir alinealidad en el comportamiento de los filtros.
- GBP típico de $3MHz$, por lo cual nuestra relación $1 \gg \frac{S}{GBP}$ se cumplirá para un gran rango de frecuencias.

2.2 Filtro Pasa-Bajos (Low-Pass)

Se procederá a realizar un filtro pasa-bajos de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos en la siguiente figura:

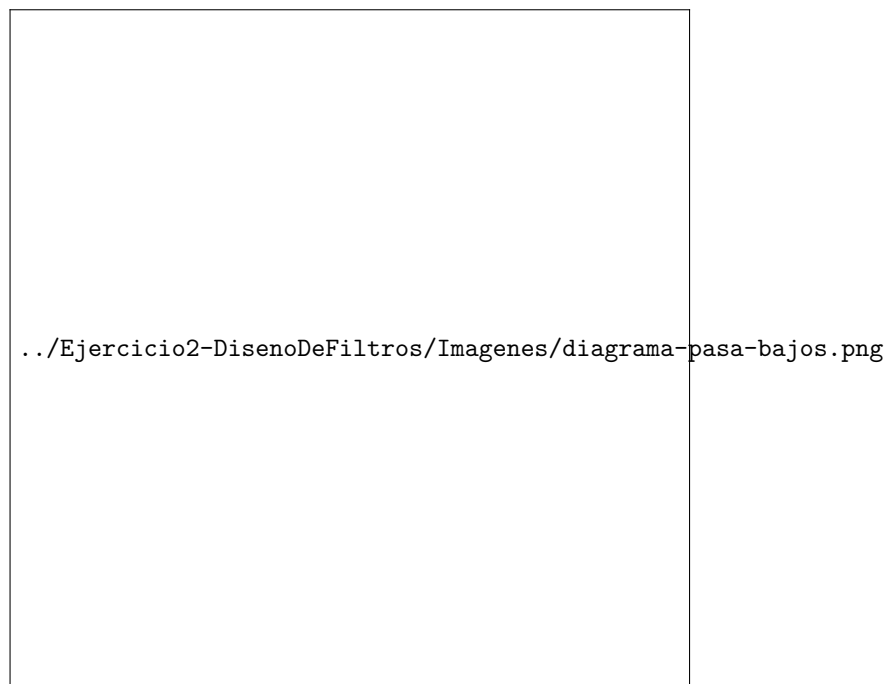


Figure 16: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden con elementos pasivos

2.2.1 Especificaciones

Las especificaciones son las siguientes:

- E1: Ganancia mayor a -3 dB cuando $f < 5KHz$
- E2: Ganancia menor a -10 dB cuando $f > 17.5KHz$
- E3: Ganancia nunca superior a 0 dB
- E4: Ganancia unitaria en continua ($f \rightarrow \infty$)

2.2.2 Diseño del Filtro

En el dominio de Laplace podemos ver que la función de transferencia para este circuito está dada por:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{\frac{1}{SC}}{SL + R + \frac{1}{SC}} \rightarrow H(S) = \frac{1}{S^2LC + SCR + 1}$$

De allí podemos observar que $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{2\xi}$ y $\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}}$. Por la condición E3, la ganancia nunca deberá superar a 0 dB lo que implica que no se deben presentar sobrepicos en el circuito RLC. Sabiendo que ellos se presentarán en casos donde $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, se tomarán valores que cumplan la relación:

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Además de ello, para un circuito de segundo orden la pendiente de la recta que se presenta en la amplitud de la respuesta en frecuencia de $H(S)$ es de $40 \frac{dB}{dec}$, más precisamente $-40 \frac{dB}{dec}$ en este caso.

Partiendo del hecho donde antes de la f_0 la ganancia es mayor a $-3dB$, se podría elegir una f_0 estratégicamente tal que $f = 5000KHz$ sea menor a ella y $f = 17.5KHz$ esté alejada lo suficiente como para tener un valor tal que se cumpla E2.

Para establecer una relación y hallar una frecuencia de corte f_0 apropiada, sabiendo que en valores un poco anteriores a dicha frecuencia, la pendiente se empieza a notar como tal, y tal que se cumplan los requisitos de la plantilla, E1 y E2, estableceremos una diferencia mínima de 10 dB entre la f_0 y $17.5KHz$. Ello nos asegurará estar en un valor aproximado a $-13dB$ en $f = 17.5KHz$ (cumpliéndose E2) y si f_0 es mayor a $f = 5KHz$, se cumplirá E1 por lo mencionado anteriormente.

Sabiendo que en $\frac{1}{4}$ de década se representará una diferencia de 10 dB para dicha función transferencia por la pendiente asociada, buscando obtener una relación entre ambas frecuencias según lo estipulado previamente y estableciendo la condición E2 como parámetro ($f = 17.5KHz$) para obtener la relación deseada:

$$\frac{1}{4} = \log_{10}\left(\frac{f_{Ref}}{f_0}\right)$$

$$\frac{1}{4} = \log_{10}\left(\frac{17.5KHz}{f_0}\right)$$

De esta manera, podremos estimar una f_0 tal que se cumpla la plantilla:

$$f_0 = \frac{17.5KHz}{1.7782} = 9.84KHz$$

Se esperará que antes de dicha frecuencia la ganancia esté por encima de los $-3dB$ y como la f_0 obtenida es mayor que $f = 5KHz$ se cumple E1. Para simplicidad de cálculos y análisis, se utilizará una frecuencia un poco menor, $f_0 = 9KHz$. Ello afirmará que la condición E2 se cumpla aun con mayor probabilidad.

Por las relaciones expresadas previamente:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Luego:

$$\frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Elegiremos el C a utilizar basándonos en los elementos disponibles, siendo para este caso, $C = 0.1\mu F$.

Por ello:

$$2\pi 9KHz = \frac{1}{\sqrt{L0.1\mu F}} \rightarrow L = 3.1271mH$$

Además:

$$\frac{R\sqrt{0.1\mu F}}{2\sqrt{3.1271mH}} > \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R > 249.76\Omega$$

Es importante notar que a medida que R aumenta nos encontraremos en una situación donde el circuito será cada vez más sobreamortiguado, y por ello buscaremos utilizar un valor de R lo más cercano posible al calculado teóricamente, ya que de otra forma por el efecto de sobreamortiguación, si éste llegase a ser lo suficientemente grande, podríamos no encontrarnos en los parámetros establecidos en la plantilla. Se utilizó entonces $R = 330\Omega$ ya que es el valor más cercano con el que se contaba.

R[Ω]	C[μF]	L[mH]
330	0.1	3.1271

Table 3: Valores de elementos para el filtro pasa-bajos con circuito RLC

2.2.3 Diseño del Filtro con Gyrator

Una vez obtenidos los valores nominales de los elementos, se buscó implementar dicho circuito pero utilizando el gyrator descrito previamente para reemplazar a la inductancia. Para ello, basándonos en las siguientes relaciones:

$$Z = SC_g R_g R_L + R_L$$

$$1 \gg sC_g R_L$$

Partiendo de la última expresión, se escogió:

$R_L [\Omega]$	$C_g [\mu F]$	$R_g [\Omega]$	$L_{eq} [mH]$
10	0.1	3300	3.3

Table 4: Valores de elementos para el Gyrator del filtro pasa-bajos

Notar que el valor escogido es tal que $C = C_g$ y R_L es pequeña en comparación a la R del circuito para no generar un sobreamortiguamiento adicional.

Se verifica a continuación el rango de frecuencias de trabajo para el gyrator como inductor:

$$1 \gg S(0.1\mu)(10) \longrightarrow 1 \gg 2\pi f 10^{-6} \longrightarrow f \ll 160KHz$$

La función transferencia del filtro considerando el rango de trabajo anterior y la implementación del gyrator estará dada por:

$$H(S) = \frac{1}{S^2(C_g R_g R_L)C + SC(R + R_L) + 1}$$

2.2.4 Análisis mediante simulación

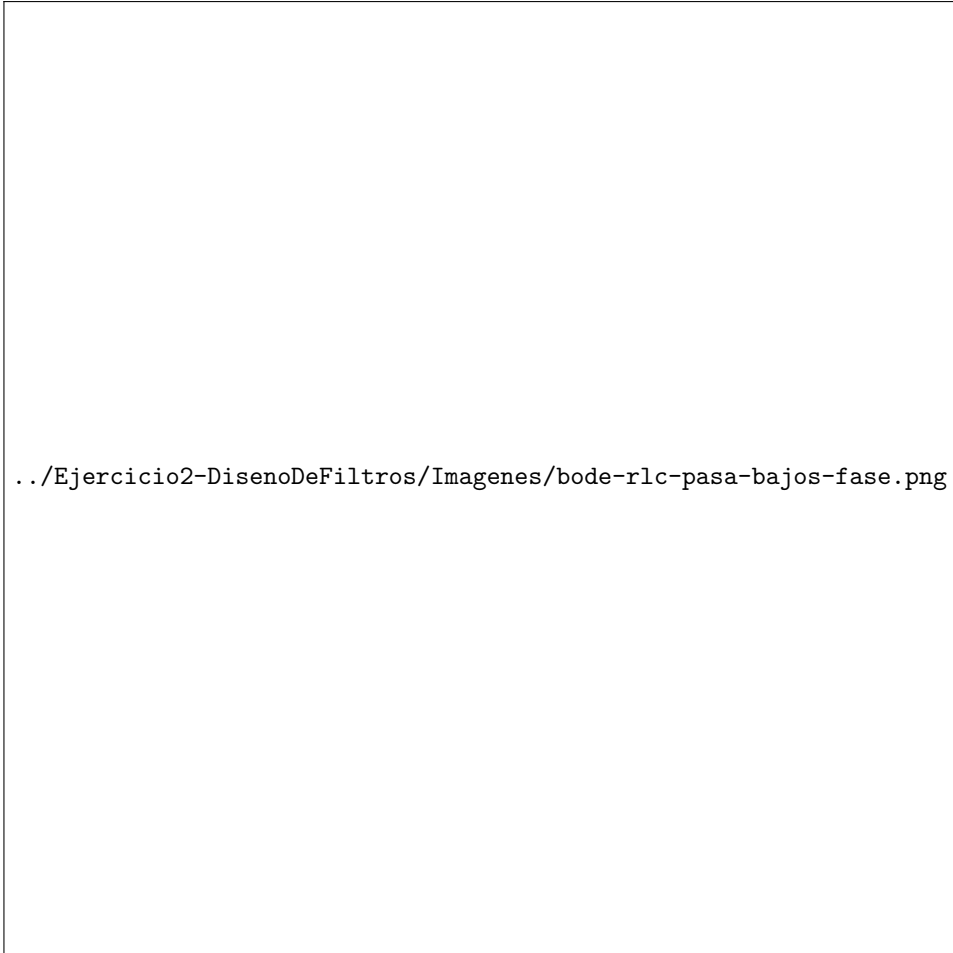
Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente con los valores obtenidos de la implementación con el gyrator para observar si su comportamiento es el esperado y si con los valores equivalentes, nos encontraremos dentro de las especificaciones buscadas:

$R + R_L [\Omega]$	$C [\mu F]$	$L [mH]$
340	0.1	3.3

Table 5: Valores de elementos para RLC equivalente del filtro pasa-bajos



Figure 17: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Bajos Equivalente



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-rlc-pasa-bajos-fase.png

Figure 18: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Bajos Equivalente

Se pudo comprobar entonces que para el circuito equivalente con gyrator se cumple lo establecido en la plantilla. De la simulación se observó que en $f = 5.00007\text{KHz}$, la ganancia es de -1.904dB (cumpliéndose E1) y en $f = 17.503\text{KHz}$, es de -13.25dB (cumpliéndose E2).

Comprobado ello, se realizó la simulación utilizando ahora el amplificador operacional y los elementos pasivos del gyrator obtenidos anteriormente.



Figure 19: Circuito empleado para el filtro Pasa-Bajos - Simulación en LTSpice

Lo obtenido fue lo siguiente:

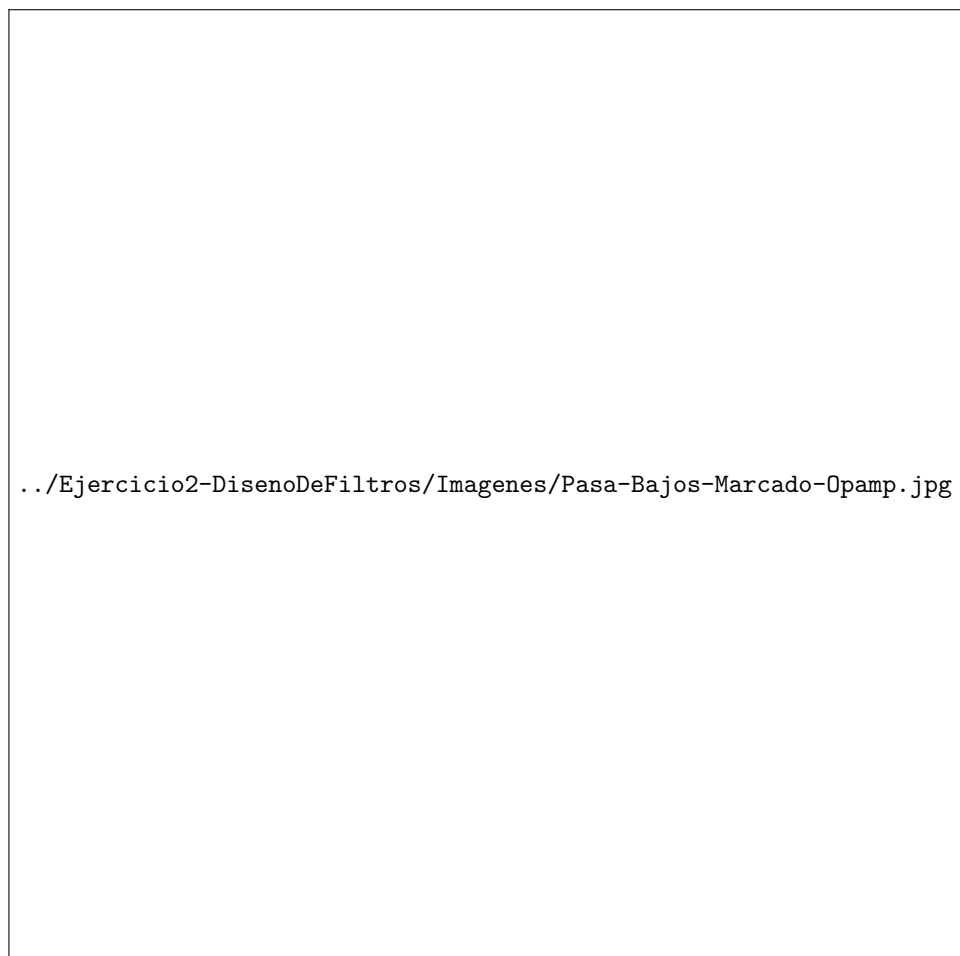
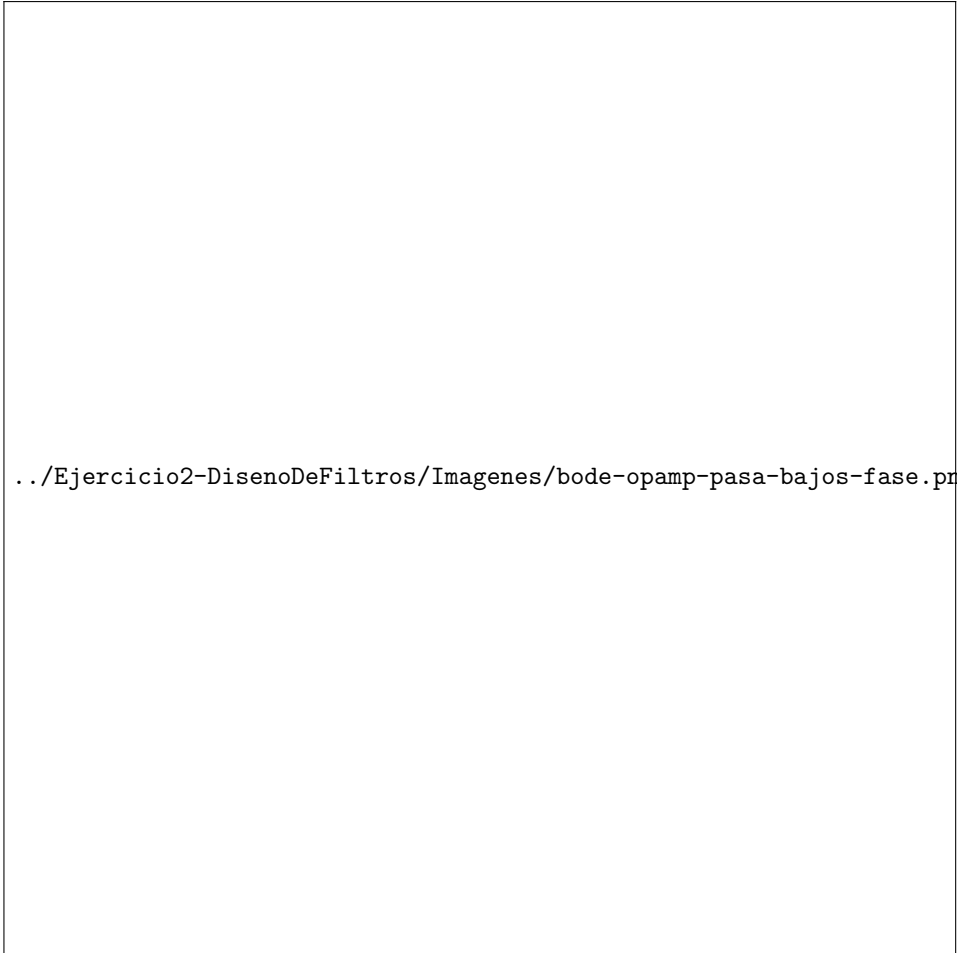


Figure 20: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud - Filtro Pasa-Bajos con Gyrator



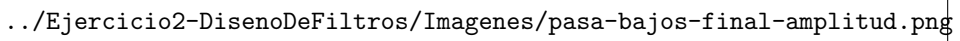
../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-opamp-pasa-bajos-fase.png

Figure 21: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase - Filtro Pasa-Bajos con Gyrator

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro pasa-bajos con el comportamiento deseado.

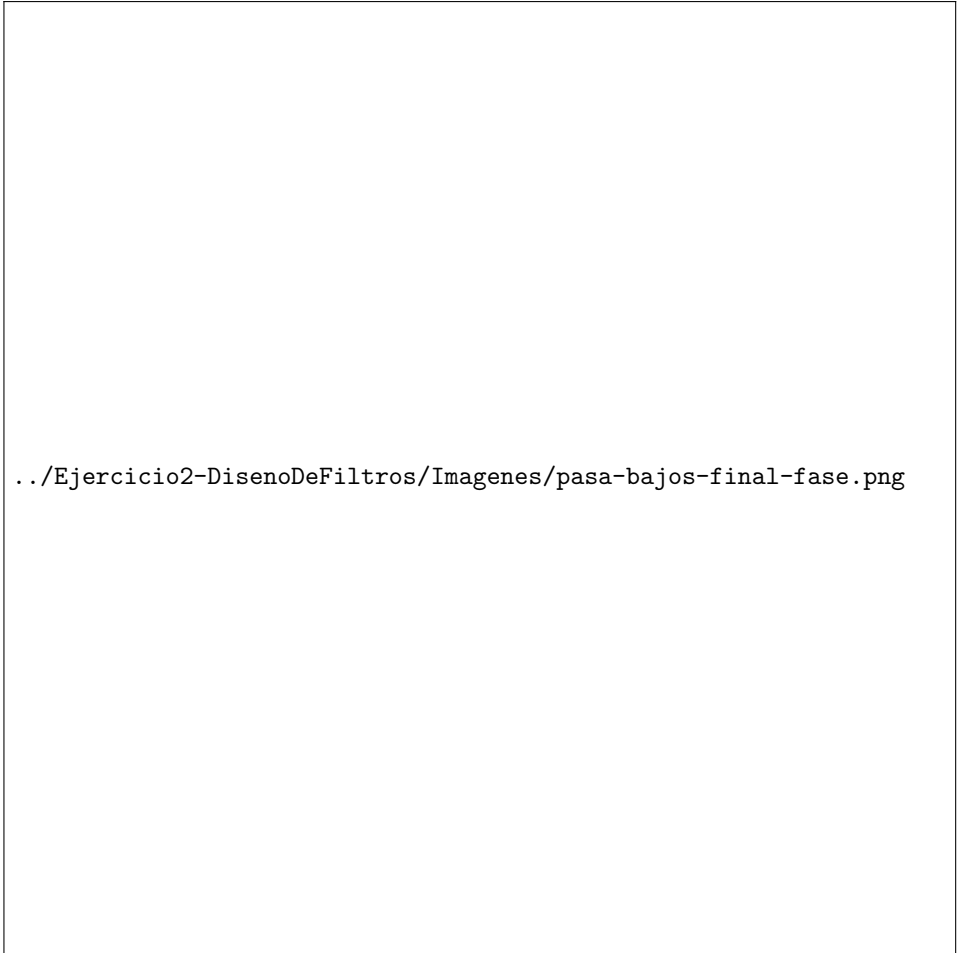
2.2.5 Análisis empírico

Como punto final, se empleó el circuito diseñado en la *Digital Explorer Board*, y se midió la respuesta en frecuencia:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-bajos-final-amplitud.png

Figure 22: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Bajos Comparativo



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-bajos-final-fase.png

Figure 23: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Bajos Equivalente

En principio lo más importante es analizar si el filtro se establece dentro de los valores asignados en la plantilla. Gráficamente, se puede observar que en 5KHz , la ganancia es de -1.89dB y en 17.5KHz de -12.153dB , hallándonos dentro de las especificaciones requeridas.

De las mediciones podemos observar que ellas coinciden notablemente con la simulación realizada utilizando el Gyrator pero distan de un filtro elemental pasa-bajos.

Se destaca que únicamente para este filtro, el gyrator no fue referenciado a tierra, como se pudo observar en la simulación realizada. Se realizaron simulaciones referenciándolo a tierra y midiendo la caída de tensión sobre el capacitor pero los efectos no fueron los esperados, tal que se optó por dicha disposición.

Se observa que cercanos a los 200KHz hay un cero presente en el circuito por la atenuación de la pendiente de la magnitud de la respuesta en frecuencia y se observa un cambio de fase alrededor de dicha frecuencia también. Llama la atención en la fase que se produce un sobrepico tanto en la simulación como en las mediciones realizadas. Ello se debe al desreferenciamiento del gyrator a tierra.

Las mediciones se realizaron utilizando una señal senoidal de amplitud 2V tal que se presente el efecto slew-rate a mayores frecuencias y se realizaron hasta 1MHz ya que la atenuación era considerable en valores mayores a 100KHz obteniendo mediciones no tan precisas.

El filtro diseñado como tal puede ser empleado en frecuencias tal que $f < 50\text{KHz}$ ya que el comportamiento difiere de un filtro elemental equivalente a partir de dicha frecuencia obteniendo un comportamiento indeseado en la fase y para $f > 100\text{KHz}$ se observa una atenuación menor a la deseada.

2.3 Filtro Pasa-Altos (High-Pass)

Se realizó un filtro pasa-altos de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos para el mismo en la siguiente figura:



Figure 24: Circuito Pasa-Altos de segundo orden

2.3.1 Especificaciones

Las especificaciones para esta experiencia son las siguientes:

- E1: Ganancia mayor a -3 dB cuando $f > 21KHz$
- E2: Ganancia menor a -10 dB cuando $f < 6KHz$
- E3: Ganancia nunca superior a 0 dB
- E4: Ganancia unitaria en continua ($f \rightarrow \infty$)

2.3.2 Diseño del Filtro

En el dominio de Laplace podemos ver que la función de transferencia para este circuito está dada por:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{SL}{SL + R + \frac{1}{SC}} \rightarrow H(S) = \frac{S^2LC}{S^2LC + SRC + 1}$$

Aquí también podemos observar que $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{2\xi}$ y $\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}}$.

Como la ganancia nuevamente nunca deberá superar a 0 dB no se deberán presentar sobrepicos en este circuito. Sabiendo que los sobrepicos se presentarán también aquí en casos donde $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, se tomarán valores que cumplan la relación:

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Se realizará un análisis similar al filtro pasa-bajos, donde para establecer una relación y hallar una frecuencia de corte f_0 apropiada, sabiendo que para una f mayor a la f_0 la ganancia será mayor a $-3dB$ y siendo $f_{REF} = 21.5KHz$.

$$\frac{1}{4} = \log_{10}\left(\frac{21KHz}{f_0}\right)$$

Estimamos una f_0 tal que se cumpla la plantilla:

$$f_0 = \frac{21KHz}{1.7782} = 11.80KHz$$

Se utilizará una frecuencia un poco menor, $f_0 = 11KHz$ ya que ello no afectará al diseño del filtro según la plantilla. Para frecuencias mayores a $11KHz$, la ganancia será mayor a $-3dB$ cumpliéndose E1 y está alejada lo suficiente para

que por la pendiente propia de la respuesta en frecuencia para la magnitud, en $f = 6KHz$, nos encontremos en un valor de ganancia menor a $-10dB$ cumpliéndose E2.

Por las relaciones expresadas previamente:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Luego:

$$\frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Tomando nuevamente C a utilizar como $C = 0.1\mu F$:

$$2\pi 11KHz = \frac{1}{\sqrt{L0.1\mu F}} \rightarrow L = 2.0934mH$$

Además:

$$\frac{R\sqrt{0.1\mu F}}{2\sqrt{2.0934mH}} > \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R > 204.58\Omega$$

Otra vez a medida que R aumenta nos encontraremos en una situación donde el circuito será cada vez más sobreamortiguado, obteniendo efectos no contemplados en los cálculos precedentes. Por ello se utilizó un valor de $R = 220\Omega$ ya que es el valor más cercano con el que se contaba.

R[Ω]	C[μF]	L[mH]
220	0.1	2.0934

Table 6: Valores de elementos para el filtro pasa-altos con circuito RLC

2.3.3 Diseño del Filtro con Gyrator

Para implementar dicho circuito pero utilizando el gyrator descrito previamente para reemplazar a la inductancia y teniendo las relaciones descriptas anteriormente:

$$Z = sC_g R_g R_L + R_L$$

$$1 \gg sC_g R_L$$

Para este filtro se escogió el mismo valor de C_g que en el caso anterior y también de R_L ya que no agrega un sobreamortiguamiento adicional notable al comportamiento del circuito:

R_L [Ω]	C_g [μF]	R_g [Ω]	L_{eq} [mH]
10	0.1	2200	2.2

Table 7: Valores de elementos para el Gyrator del filtro pasa-altos

El rango de trabajo ideal del "inductor" al haber elegido los mismos valores de R_L y C_g es igual al filtro anterior.

$$f \ll 160KHz$$

Para el rango de trabajo del gyrator, la función transferencia estará representada por :

$$H(S) = \frac{S^2(C_g R_g R_L)C + SC R_L}{S^2(C_g R_g R_L)C + SC(R + R_L) + 1}$$

2.3.4 Análisis mediante simulación

Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente con el gyrator implementado para observar si su comportamiento es el esperado:

$R + R_L [\Omega]$	$C [\mu F]$	$L [mH]$
230	0.1	2.2

Table 8: Valores de elementos para RLC equivalente del filtro pasa-altos



Figure 25: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Altos Equivalente



Figure 26: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Altos Equivalente


Para el circuito equivalente RLC se cumple lo establecido en la plantilla. De la simulación se observó que en $f = 6.00007\text{KHz}$, la ganancia es de -10.97dB y en $f = 21.003\text{KHz}$, es de -0.6955dB . Tampoco se observan sobrepicos ni un efecto de sobreamortiguamiento notable.

Se realizó la simulación utilizando el gyrator en lugar del inductor y lo obtenido fue:



Figure 27: Circuito empleado para el filtro Pasa-Altos - Simulación en LTSpice

Lo obtenido fue lo siguiente:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/Pasa-Altos-Marcado-Opamp.jpg

Figure 28: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud - Filtro Pasa-Altos con Gyrator

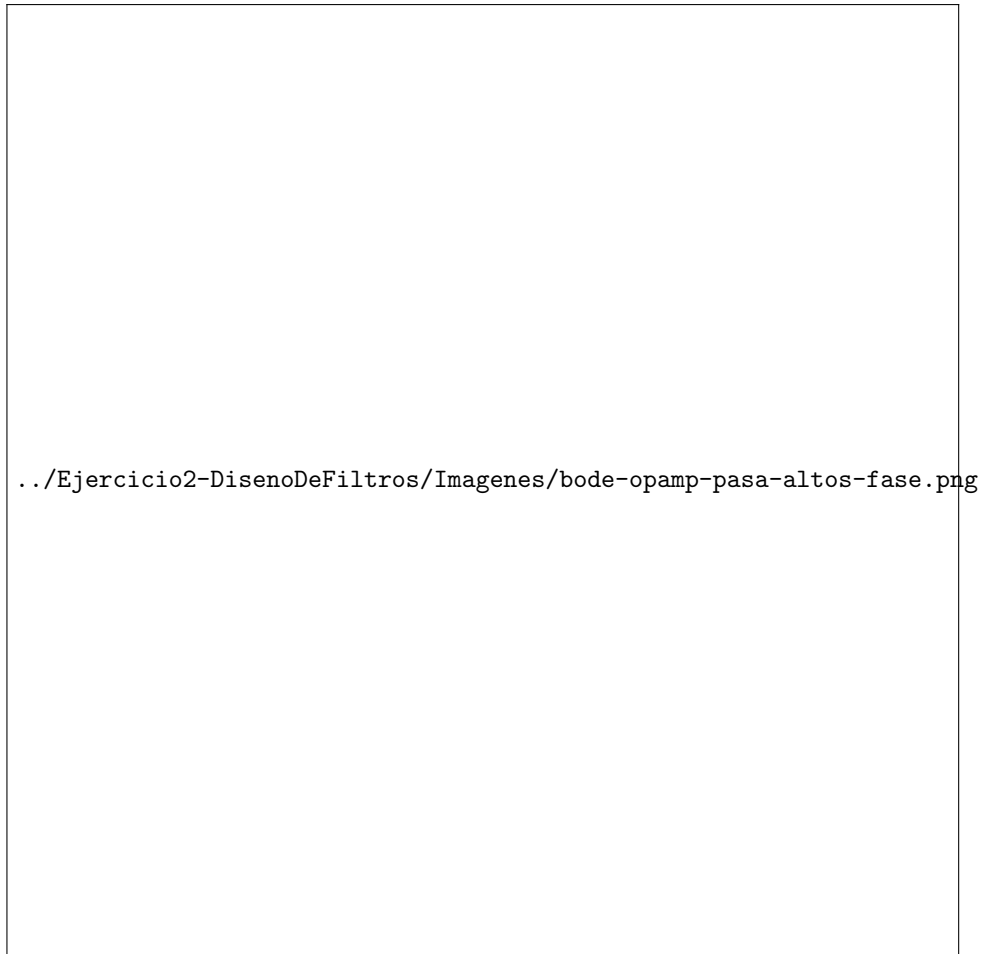
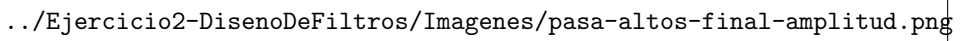


Figure 29: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase - Filtro Pasa-Altos con Gyrator

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro pasa-altos buscado.

2.3.5 Análisis empírico

Para la contrastación empírica, se midió la respuesta en frecuencia utilizando la *Electronics Explorer Board*:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-altos-final-amplitud.png

Figure 30: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Altos Comparativa



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-altos-final-fase.png

Figure 31: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Altos Comparativa

Nuevamente podemos ver que el modelo simulado con Gyrator y el medido coinciden en gran medida. Aquí a diferencia del filtro anterior, el gyrator se utilizó referenciándose a tierra evitando obtener efectos alejados de lo buscado.

Cuando $f \rightarrow \infty$, la ganancia no es unitaria ya que se puede observar que aproximadamente 50KHz la respuesta en frecuencia para la amplitud de un circuito RLC equivalente y el implementado realmente, varían. Para una implementación con el gyrator utilizado, no será posible mantener la condición E4 para $f > 50\text{KHz}$.

Más allá de ello, se pudo comprobar que el circuito cumplió con E1 y E2 ya que lo observado fue para $f = 6\text{KHz}$, una ganancia de -11.15dB y para $f = 21\text{KHz}$, de -0.0663

Se observa el efecto de un cero en el circuito y un polo adicional también ya que en la respuesta en frecuencia para la fase, se encuentra un cambio que no logra compensarse como si hubiese únicamente un cero en f aproximadamente en 100KHz . Este efecto es introducido claramente por el amplificador operacional empleado, ya que como se demostró en la relación anterior, para determinada frecuencia el comportamiento del gyrator no es el de un inductor ideal.

Para realizar las mediciones, en este caso se optó también por una señal senoidal de entrada de 2V . Al igual que en el caso anterior el filtro cumple la función estipulada pero para $f < 50\text{KHz}$ por los efectos introducidos por el polo dominante del amplificador operacional y consecuentemente el comportamiento del gyrator como inductor condicionado por éste.

2.4 Filtro Rechaza-Banda (Band-Rejection)

Se realizó un circuito rechaza-banda de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos en la siguiente figura:



Figure 32: Circuito Rechaza-Banda de segundo orden

2.4.1 Especificaciones

La única especificación en este caso es:

- E1: $f_c = 6KHz$

2.4.2 Diseño del Filtro

En el dominio de Laplace podemos observar que la función de transferencia para este circuito es:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{SL + \frac{1}{SC}}{SL + R + \frac{1}{SC}} \rightarrow H(S) = \frac{S^2LC + 1}{S^2LC + SRC + 1}$$

Podemos ver que aquí también $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, y por ello:

$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow 2\pi 6KHz = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Mantendremos una consistencia en el capacitor utilizado, eligiendo nuevamente $C = 0.1\mu F$, entonces:

$$L = 7.036mH$$

Para este caso, optaremos por obtener un circuito críticamente amortiguado o cercano a él, por ello utilizando la relación que también aplica a este filtro:

$$\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R = 375.06$$

El valor comercial más cercano con el que contamos es 560Ω por lo que observaremos un comportamiento sobreamortiguado aunque aquí no tendrá mucha importancia ya que no se especificaron parámetros adicionales más que E1 siempre y cuando nos encontremos en la f_c solicitada.

R[Ω]	C[μF]	L[mH]
560	0.1	7.036

Table 9: Valores de elementos para el filtro rechaza-banda con circuito RLC

2.4.3 Diseño del Filtro con Gyrator

Al analizar el comportamiento del inductor mediante Gyrator, se eligieron los siguientes valores:

$R_L[\Omega]$	$C_g[\mu F]$	$R_g[\Omega]$	$L_{eq}[mH]$
10	0.1	6800	6.8

Table 10: Valores de elementos para el Gyrator del filtro rechaza-banda

Cuyo rango de trabajo se dará también siempre y cuando:

$$f < 160 KHz$$

La función transferencia estará dada por:

$$H(S) = \frac{S^2(C_g R_g R_L)C + SC R_L + 1}{S^2(C_g R_g R_L)C + SC(R + R_L) + 1}$$

2.4.4 Análisis mediante simulación

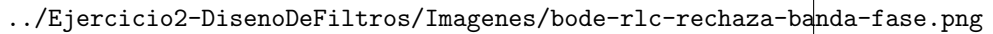
Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente para observar su comportamiento:

$R + R_L[\Omega]$	$C[\mu F]$	$L[mH]$
570	0.1	6.8

Table 11: Valores de elementos para RLC equivalente del filtro rechaza-banda

../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-rlc-rechaza-banda-amplitud.png

Figure 33: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Rechaza-Banda Equivalente

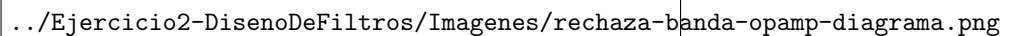


../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-rlc-rechaza-banda-fase.png

Figure 34: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Rechaza-Banda Equivalente

Se comprobó que para el circuito equivalente RLC se cumple lo establecido en la plantilla. observándose que $f_c = 6.1031KHz$, donde la ganancia es de $-90.64dB$.

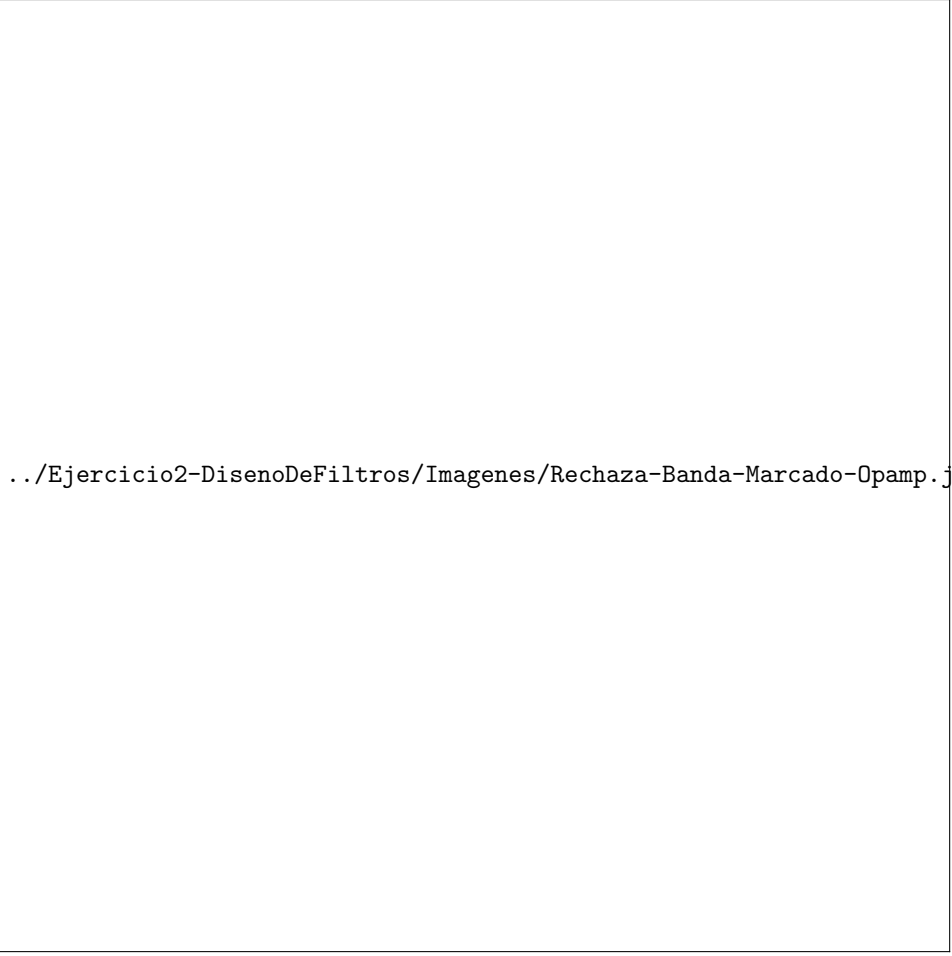
Una vez comprobado el correcto funcionamiento del filtro, se realizó la simulación pertinente al circuito con el gyrator:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/rechaza-banda-opamp-diagrama.png

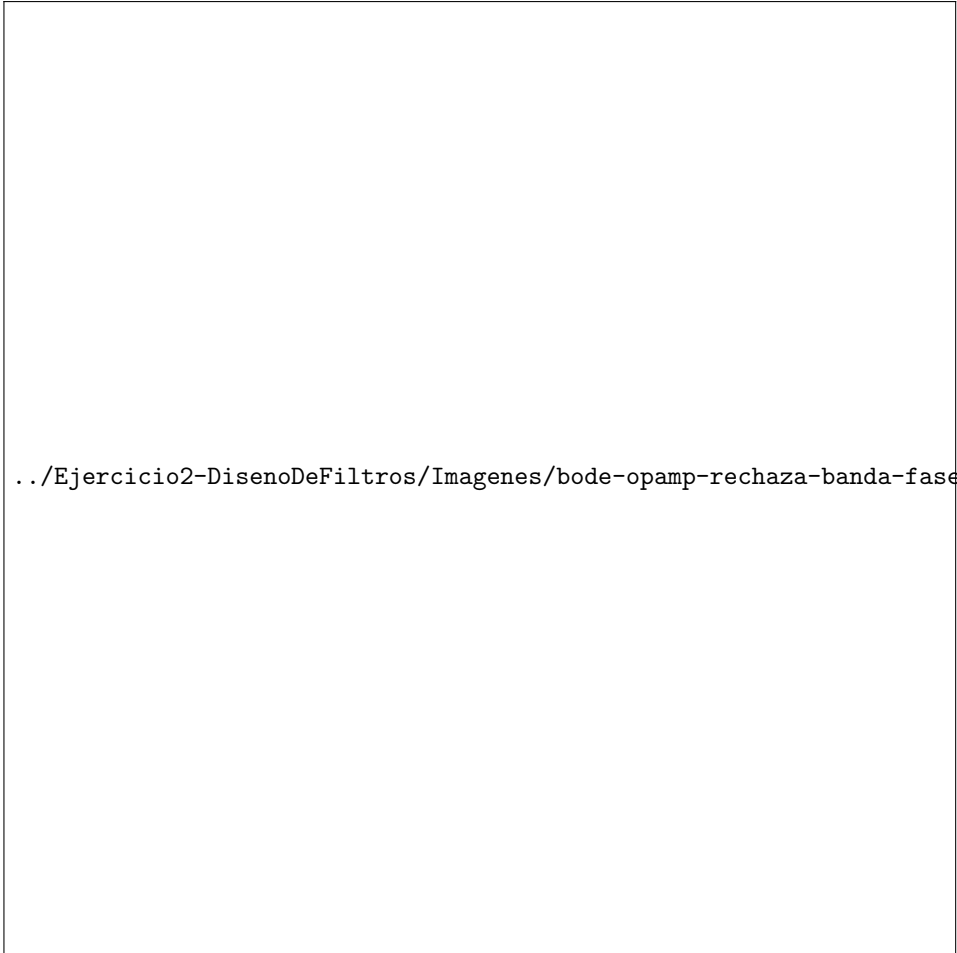
Figure 35: Circuito empleado para el filtro Rechaza-Banda - Simulación en LTSpice

Lo obtenido fue lo siguiente:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/Rechaza-Banda-Marcado-Opamp.jpg

Figure 36: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud - Filtro Rechaza-Banda con Gyrator



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-opamp-rechaza-banda-fase.png

Figure 37: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase - Filtro Rechaza-Banda con Gyrator

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro rechaza-banda deseado.

2.4.5 Análisis empírico

Se procedió a armar el circuito en la *Electronics Explorer Board*, para medir la respuesta en frecuencia del filtro:



Figure 38: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Rechaza-Banda comparativo



Figure 39: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Rechaza-Banda comparativo

Aquí como solo se contaba con una especificación el diseño fue más sencillo. El valor de la f_c obtenida empíricamente coincide con lo buscado siendo esta de $6094.94Hz$ que dado los valores de los elementos utilizados y su tolerancia se encuentra del rango esperado.

Al igual que en el filtro anterior alrededor de los $50KHz$, se observa el efecto del polo dominante del amplificador operacional del gyrator pero a diferencia del caso anterior aquí la frecuencia cuando $f \rightarrow \infty$ no debe ser unitaria. Sin embargo al buscar un filtro rechaza-banda la atenuación que se observa, puede afectar el comportamiento y consecuente uso del filtro.

La profundidad tanto simulada como medida coinciden notablemente siendo esta $-32.57dB$.

En resumen, este filtro cumple con la única especificación solicitada por lo cual podría ser utilizado como tal para un rango de frecuencias mayor que en los casos anteriores.

2.5 Filtro Pasa-Banda (Band-Pass)

Realizaremos como último filtro, un pasa-banda de segundo orden clásico, con los siguientes elementos:



Figure 40: Circuito Pasa-Banda de segundo orden

2.6 Especificaciones

La única especificación en este caso es:

- E1: $f_c = 10\text{KHz}$

2.6.1 Diseño del filtro

Nuevamente utilizando la transformada de Laplace obtenemos la función de transferencia para el último filtro a diseñar:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{\frac{1}{sC} \parallel SL}{\frac{1}{sC} \parallel SL + R} \rightarrow H(S) = \frac{S \frac{L}{R}}{S^2 LC + S \frac{L}{R} + 1}$$

Como en los filtros analizados anteriormente, la frecuencia de corte será $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, por lo tanto:

$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow 2\pi 10\text{KHz} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

En todos los filtros optamos por $C = 0.1\mu\text{F}$. El mismo será empleado aquí también, por lo que nuestra inductancia será:

$$L = 2.533\text{mH}$$

También al buscar un circuito críticamente amortiguado:

$$\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R = 225.04$$

El valor que utilizaremos entonces es 220Ω por lo que observaremos un comportamiento apenas subamortiguado. Nuevamente no es un factor que nos afecte en el diseño del filtro, ya que la única condición establecida es la frecuencia de corte.

R[Ω]	C[μF]	L[mH]
220	0.1	2.533

Table 12: Valores de elementos para el filtro pasa-banda con circuito RLC

2.6.2 Diseño de filtro con Gyrator

Para el gyrator, se escogieron los siguientes elementos:

$R_L[\Omega]$	$C_g[\mu F]$	$R_g[\Omega]$	$L_{eq}[mH]$
10	0.1	2700	2.7

Table 13: Valores de elementos para el Gyrator del filtro pasa-banda

El rango de trabajo del inductor con gyrator es el mismo que para los tres filtros anteriores ($f \ll 160KHz$). La función transferencia resultante es:

$$H(S) = \frac{S(C_g R_g R_L) + R_L}{S^2(C_g R_g R_L) C R + S(C R_L R + C_g R_g R_L) + R + R_L}$$

2.6.3 Análisis mediante simulación

Se simuló el comportamiento del circuito RLC equivalente para verificar el correcto funcionamiento del filtro.

$R + R_L[\Omega]$	$C[\mu F]$	$L[mH]$
230	0.1	2.7

Table 14: Valores de elementos para RLC equivalente del filtro pasa-bandas



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-rlc-pasa-banda-amplitud.png

Figure 41: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Banda Equivalente



Figure 42: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Banda Equivalente

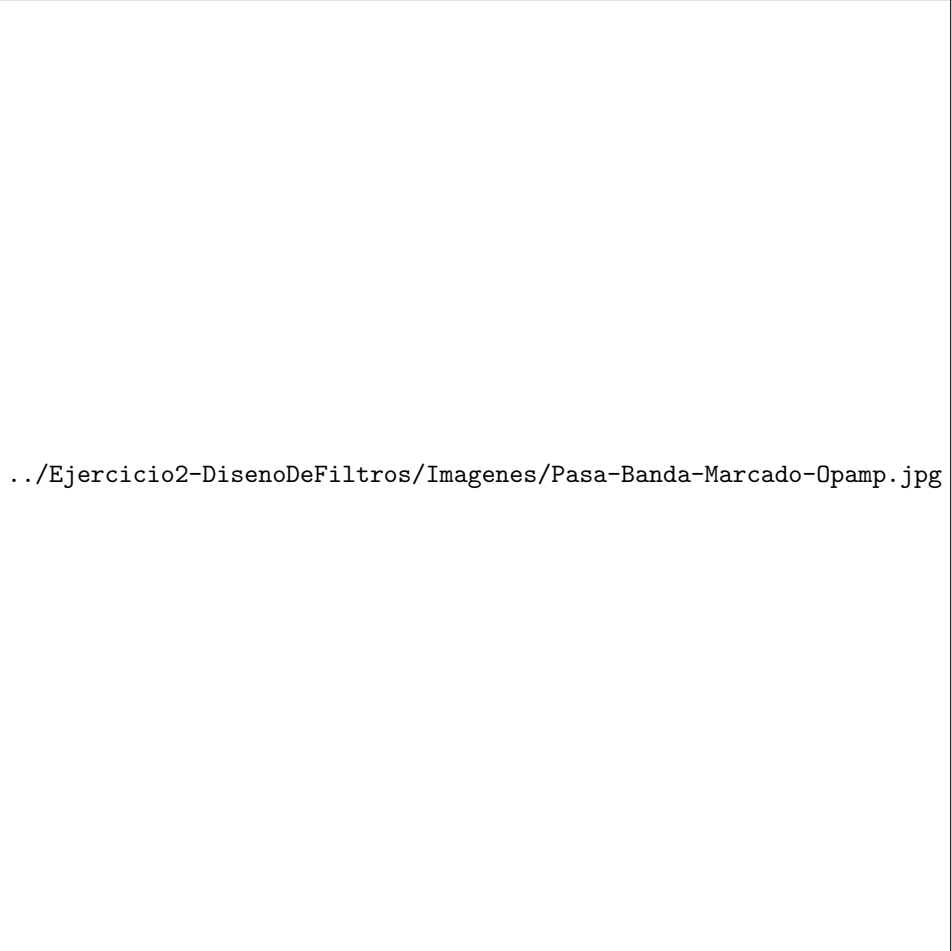
A simple vista se puede observar que la frecuencia de corte es muy cercana a los 10KHz , con el corrimiento dado por el cambio de los valores equivalentes utilizados.

La simulación con la implementación del gyrator arrojó los siguiente resultados:



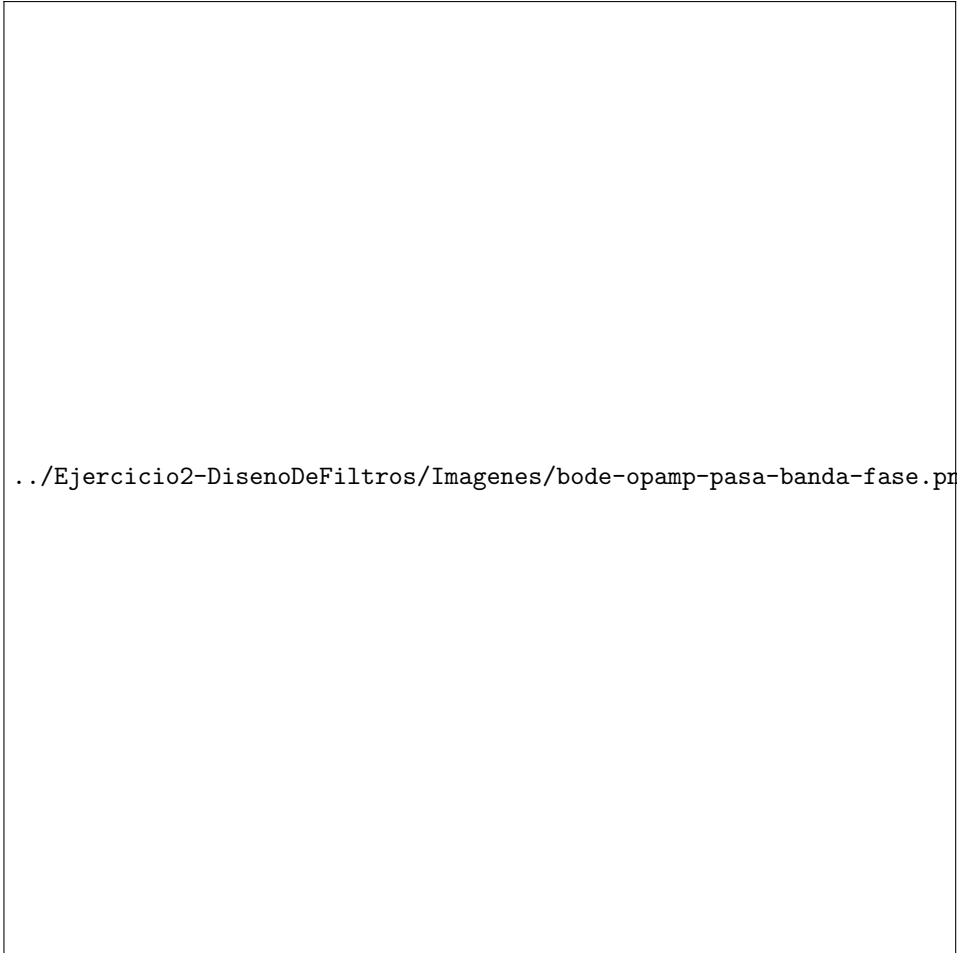
Figure 43: Circuito empleado para el filtro Pasa-Banda - Simulación en LTSpice

Lo obtenido fue lo siguiente:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/Pasa-Banda-Marcado-Opamp.jpg

Figure 44: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud - Filtro Pasa-Banda con Gyrator



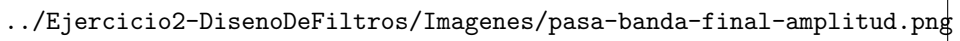
../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/bode-opamp-pasa-banda-fase.png

Figure 45: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase - Filtro Pasa-Banda con Gyrator

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro pasa-banda buscado con un corrimiento f_c muy pequeño.

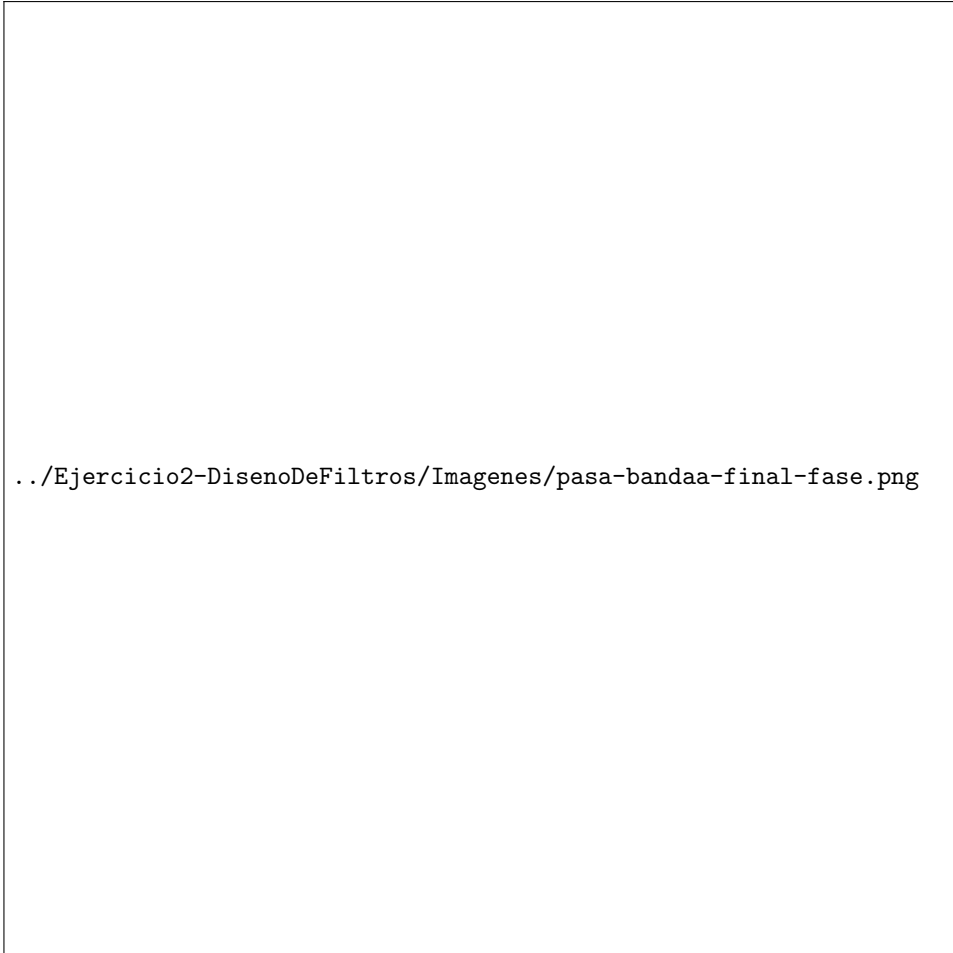
2.7 Análisis empírico

Se procedió a armar el circuito en la *Electronics Explorer Board*, para medir la respuesta en frecuencia:



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-banda-final-amplitud.png

Figure 46: Respuesta en Frecuencia - Amplitud - Filtro Pasa-Banda Comparativo



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/pasa-banda-final-fase.png

Figure 47: Respuesta en Frecuencia - Fase - Filtro Pasa-Banda Comparativo

Lo primero que llama la atención es que la atenuación para frecuencias aproximadamente menores a 1KHz no es similar a la esperada de un filtro elemental de este tipo. Ello mismo se puede observar en el desfase donde la fase teórica y real no coinciden para el mismo rango de frecuencias. La f_c empírica prácticamente se solapa con la simulada por lo cual el filtro se encuentra en el rango aceptado según la especificación.

Aquí no se observa un efecto adverso en frecuencias mayores a $f = 50\text{KHz}$ pero si se observa el efecto adverso para bajas frecuencias donde el filtro atenúa en menor medida a lo que se podría buscar.

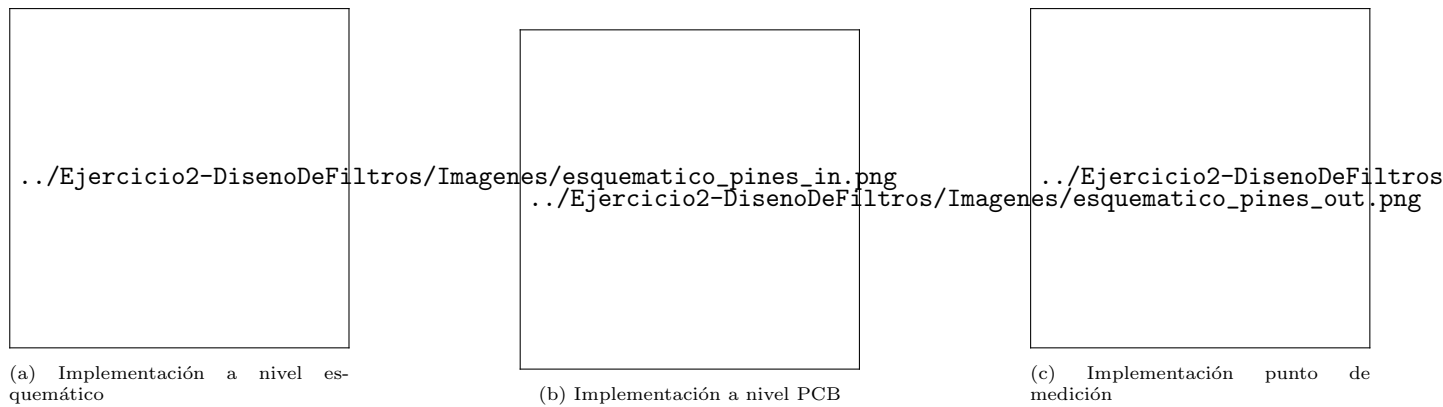
2.8 Implementación

En esta sección se plantean las consideraciones de diseño llevadas a cabo para implementar los circuitos presentados anteriormente en un PCB. Lamentablemente, dadas las condiciones presentes no se puede implementar físicamente lo expuesto pero se toman todos los recaudos necesarios para lograr un diseño fidedigno a una implementación real.

La cátedra plantea la condición de que es necesario implementar el diseño de los filtros usando un sólo circuito integrado, por ende, se decide utilizar el *TL084CN* fabricado por *Texas Instruments*, encapsulado que cuenta con cuatro amplificadores operacionales en su interior. A su vez, de lo anterior se desprende que habrá que implementar nuestro diseño en el mismo PCB. Consecuentemente, los cuatro filtros solicitados, *Band Pass*, *Band Reject*, *Low Pass* y *High Pass*, requieren un filtro de segundo orden RLC para cumplir con las especificaciones, utilizando un *girator* cada uno para simular una inductancia. Para implementar el anterior dispositivo se utiliza el circuito presentado anteriormente en las simulaciones.

2.8.1 Consideraciones de diseño

Dado que cada filtro requiere un amplificador operacional y que los valores de inductancia simulados con el girator son distintos para cada implementación, se considera que lo óptimo es asignar un amplificador operacional a cada filtro, de manera de tener cuatro circuitos implementados en la misma placa pero que no comparten componentes. De esta manera, se minimiza la posibilidad de errores o de incompatibilidades.




Por otro lado, en vista de un uso óptimo, se procede a aislar los cuatro circuitos para poder usarlos de manera independiente. Esto se logra implementando tanto pines a la entrada como a la salida del PCB, los cuales son la conexión eléctrica de entrada y de salida de cada filtro. Se utiliza un *header 4x2* en el esquemático que representa las tiras de pares de pines con las conexiones posibles. Para utilizar un filtro es necesario cerrar la conexión eléctricamente entre los dos pines utilizando un *jumper*. Este procedimiento se debe realizar tanto a la entrada como a la salida de cada filtro. Por otro lado, en las proximidades de las conexiones de salida se colocaron dos pines, conectados a la señal de salida y tierra, de manera tal de colocar de manera sencilla y práctica la punta del osciloscopio para medir.

La limitación que nos plantea este diseño es la imposibilidad de medir más de un filtro a la vez. A nivel lógico lo implementado responde al siguiente esquema:



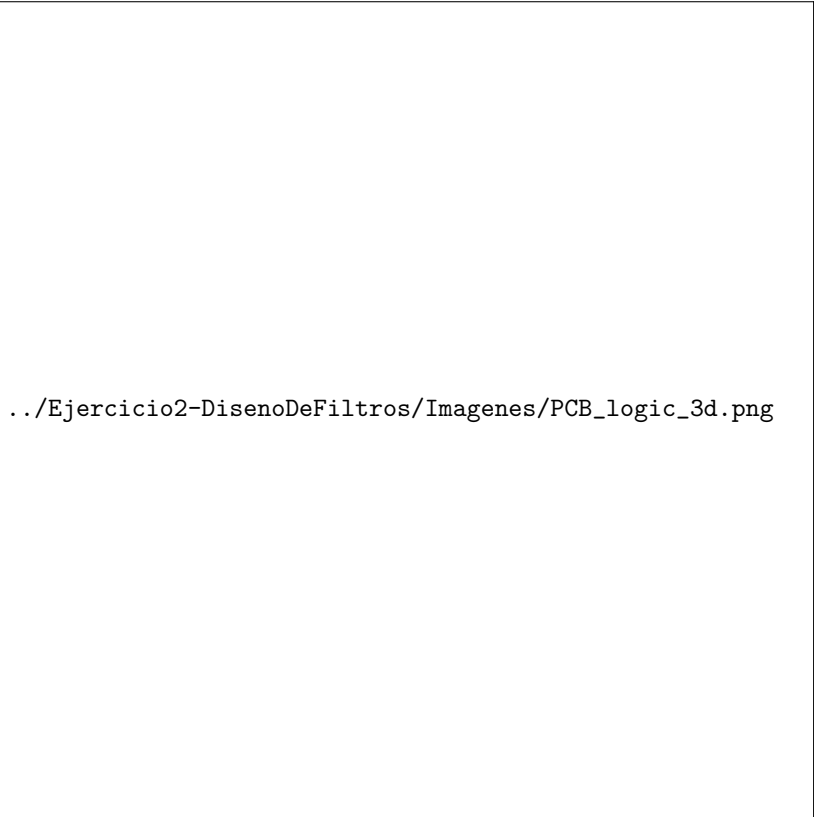
Figure 49: Diagrama de Bloques lógico

La implementación final del PCB se presenta a continuación.



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/PCB_logic.png

Figure 50: Vista del PCB a nivel conexionado



../Ejercicio2-DisenoDeFiltros/Imagenes/PCB_logic_3d.png

Figure 51: Vista 3D del PCB

La única consideración a realizar es que se omitió la utilización de agujeros de sujeción para colocar tamecos a la placa. Se decidió omitirlos para poder presentar el diseño de manera más clara y tener más espacio para pistas. Sin

embargo, en una implementación real es indispensable tenerlos en consideración por comodidad y para una correcta manipulación del PCB.

2.9 Conclusión

Se comprobó el diseño de filtros elementales de segundo orden utilizando el gyrator como inductor y analizando los beneficios de éste. Así como se encontraron beneficios, se demostraron y midieron efectos adversos en el comportamiento de los filtros siendo el rango de frecuencias de trabajo el afectado. Los efectos introducidos por el amplificador operacional y su polo dominante juegan un papel importante en la transferencia y por ende comportamiento del filtro, haciendo que tener en cuenta y analizar sus parámetros como GBP sean factores fundamentales a la hora del diseño.

El hecho de no emplear una bobina, facilitó mucho el diseño de un circuito ya que como se diseñó en el PCB correspondiente, se lograron emplear cuatro filtros con un solo IC en un tamaño bastante reducido pero con las limitaciones mencionadas precedentemente.

En la mayoría de los casos, la implementación fue muy cercana a la ideal para frecuencias menores a 50KHz por lo cual dicho rango sería el que se debería emplear para los filtros diseñados anteriormente.

Como nota final, es importante mencionar que no solo el comportamiento del gyrator asociado al amplificador afectan al circuito, sino que el slew-rate de él, juegan un papel muy importante, ya que hay una limitación en cuanto a la señal de entrada del circuito como una limitación de tensión máxima atribuible a la V_{sat} propia del elemento activo.

3 Amplificador de Instrumentación

3.1 Amplificador de Instrumentación

3.1.1 Introducción

Un **amplificador diferencial** es un dispositivo electrónico como el visto en la FIGURA que amplifica la diferencia de sus señales de entrada. Idealmente, su configuración resulta tal que amplifica únicamente señales en **modo diferencial** mientras que rechaza por completo señales en **modo común**, definiéndose éstas como:

$$V_{DM} = V_2 - V_1$$

$$V_{CM} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

A partir de esto, se definen la **ganancia en modo común** y la **ganancia en modo diferencial**, respectivamente, de la siguiente forma:

$$A_{CM} = \frac{V_{out_{CM}}}{V_{CM}}$$

$$A_{DM} = \frac{V_{out_{DM}}}{V_{DM}}$$

La Razón de Rechazo en Modo Común (CMRR, por sus siglas en inglés) es un parámetro que indica el rechazo que ofrece el circuito a una entrada en modo común y es definido en decibelios por la relación entre la ganancia en modo diferencial y la ganancia en modo común.

$$CMRR_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{A_{DM}}{A_{CM}} \right|$$

Un amplificador diferencial ideal posee una ganancia en modo diferencial tendiente a infinito y una ganancia en modo común igual a cero, ya que rechaza por completo las señales que ingresan con igual tensión por ambas entradas del operacional. Esta característica se logra con la correcta disposición y balance entre resistencias del circuito. En particular, en la FIGURA se logrará un completo rechazo a las señales en modo común cuando se cumpla la llamada condición de puente balanceado:

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

Dado que todos los componentes pasivos cuentan con una cierta tolerancia de fabricación, resulta difícil cumplir esta condición y, por lo tanto, conseguir un CMRR tendiente a infinito.

Un **amplificador de instrumentación** (In Amp) es un dispositivo que actúa como un amplificador diferencial de precisión, ya que permite amplificar señales diferenciales de baja amplitud y elimina el ruido común a ambas entradas. Los In Amp de tres operacionales parten de una configuración circuital básica que consta de una etapa de entrada no inversora simétrica, la cual contribuye a lograr una alta impedancia de entrada y amplifica las señales de modo diferencial, y una etapa de salida diferencial. Su ganancia en modo diferencial puede ser modificada cambiando el valor de la impedancia R_G entre los dos operacionales de entrada. Los *In Amp* se caracterizan por tener una alta impedancia de entrada (idealmente infinita); impedancia de salida baja (idealmente cero); ganancia estable y un CMRR alto (normalmente del orden de los 100dB). Por las características descriptas, estos amplificadores son utilizados en aplicaciones de precisión como ser sistemas de control, instrumentación médica, sistemas de audio, entre otras.

En esta sección del presente trabajo se analizarán el comportamiento y características de un amplificador de instrumentación. Se partirá de un análisis matemático del circuito para obtener parámetros relevantes para luego realizar mediciones sobre el circuito y poder así contrastar con los modelos teóricos y los resultados simulados.

3.2 Descripción del comportamiento del circuito

Con lo descripto en la introducción, realizará un análisis del comportamiento del siguiente circuito:

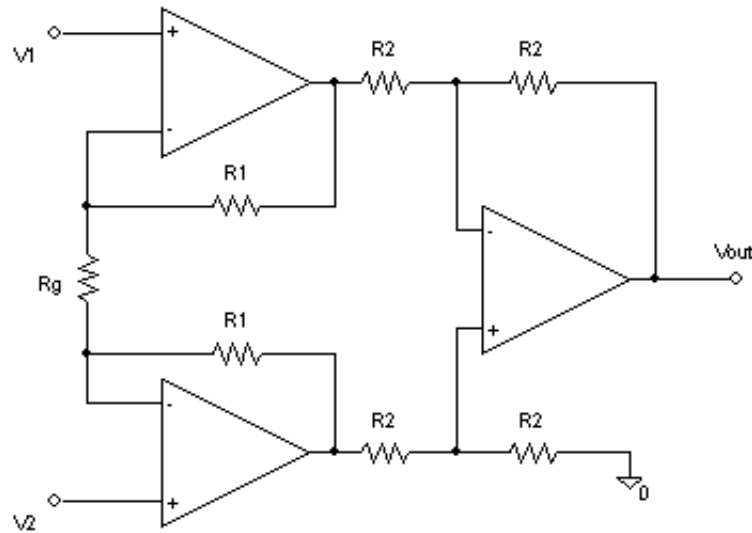


Figure 52: Señal de entrada cuadrada y salida del circuito RLC

En este circuito, además de la etapa de entrada compuesta por OA1 y OA2, en configuración no inversora, y la etapa diferencial de salida dada por OA3, se cuenta con el OA4, cuya entrada no inversora está conectada a GND, con el cual idealmente se fija una tensión cercana a cero para la salida del OA2 y la entrada no inversora del OA3. Además, idealmente se espera que fije una tensión próxima a cero a su salida, y por la simetría de la etapa de entrada, en consecuencia en el nodo V_x .

3.2.1 Modelo ideal

Para el estudio del modelo ideal, se estudiará paso por paso las relaciones entre las diferentes tensiones del circuito a fin de comprender cómo aporta cada etapa.

Considerando una ganancia a lazo abierto infinita, se tiene que:

$$\begin{cases} V_1^- = V_1 \\ V_2^- = V_2 \\ V_4^+ = V_4^- = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Como las impedancias de entrada de los operacionales se modelizan como infinitas, no circula corriente saliente de V_{o2} , de modo que se fija a una tensión nula.

Mediante divisor resistivo obtengo V_2 en función de V_x y observando que OA1 está en configuración no inversora, se obtiene la tensión de salida del OA1 V_{o1} . Dado que la entrada no inversora del OA3 está conectada a un potencial nulo, se la plantea en configuración inversora. Con esto, se tiene:

$$\begin{aligned} V_{o1} &= \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot V_1 - \frac{R_3}{R_4} \cdot V_x \\ V_2 &= \left(\frac{R_7}{R_7 + R_6}\right) \cdot V_x \Rightarrow V_x = \left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right) \cdot V_2 \\ V_{out} &= -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_{o1} \end{aligned}$$

Resolviendo, se obtiene la señal de salida del *In Amp*:

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(V_1 \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) - V_2 \cdot \left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right) \cdot \frac{R_3}{R_4} \right)$$

Como un amplificador instrumental debe rechazar la señal de modo común, para que se cumpla que la salida sea igual a cero cuando $V_1 = V_2 = V$ se debe cumplir la siguiente condición entre resistencias:

$$R_7 \cdot R_4 = R_6 \cdot R_3$$

Con esto, se obtiene que:

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot (V_1 - V_2)$$

De modo que las ganancias resultan:

$$A_{DM} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)$$

$$A_{CM} = 0$$

Observándose que el CMRR tendería a infinito. Se observa, además, que en la ganancia a modo diferencial la etapa de entrada aporta una ganancia $1 + \frac{R_3}{R_4}$ y la etapa diferencial de salida con OA3 aporta una ganancia $-\frac{R_2}{R_1}$.

3.2.2 Modelos no ideales

Para el análisis del circuito en condiciones no ideales se plantearon las relaciones para sus distintos nodos y para su resolución se utilizó un software matemático. Considerando la ganancia a lazo abierto como una constante, se tienen las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} V_{o1} = A_{ol} \cdot (V_1 - V_1^-) \\ V_{o2} = A_{ol} \cdot (V_2 - V_2^-) \\ V_{out} = A_{ol} \cdot (V_{o2} - V_3^-) \\ V_{feed} = A_{ol} \cdot V_{o2} \\ \frac{V_1^- - V_{o1}}{R_3} = \frac{V_x - V_1^-}{R_4} \\ \frac{V_x - V_2^-}{R_6} = \frac{V_2^- - V_{o2}}{R_7} \\ \frac{V_{o1} - V_3^-}{R_1} = \frac{V_3^- - V_{out}}{R_2} \\ \frac{V_{feed} - V_x}{R_5} + \frac{V_1^- - V_x}{R_4} = \frac{V_A - V_2^-}{R_6} \end{cases} \quad (10)$$

Tomando el modelo de polo dominante para la ganancia a lazo abierto del circuito, se agrega al sistema 10 la siguiente relación:

$$A_{vol} = \frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

Resolviendo el sistema y simplificando se obtuvieron las expresiones para las transferencias en modo diferencial y en modo común, es decir, las ganancias A_{DM} y A_{CM} , tanto con A_{ol} constante para todos los operacionales del sistema como considerando en todos el modelo de polo dominante. Por su longitud y complejidad para mostrarlas en forma simbólica, se emplearon los resultados directamente en el análisis gráfico.

3.2.3 Análisis con componentes empleados

En el circuito estudiado se emplearon los siguientes valores nominales de resistencias:

- $R_1 = R_4 = R_6 = R_8 = 1k\Omega$
- $R_2 = R_9 = 20k\Omega$
- $R_3 = R_7 = 6.2k\Omega$

Para la resistencia R_2 se empleó un resistor variable de tipo *Preset* de manera de regular el valor de su resistencia a los fines del análisis buscado.

Para la construcción del circuito, se empleó el integrado *TL084*, el cual contiene cuatro amplificadores operacionales. Se cuentan entre sus características:

- Ganancia de tensión A_v = valor típico de $200 \frac{V}{mV}$ (Es decir, 200k); y una ganancia de tensión mínima de $25 \frac{V}{mV}$.
- Gain Bandwidth Product GBW: valor típico de $3MHz$.
- Slew rate típico $13 \frac{V}{\mu s}$.
- Impedancia de entrada del orden de los $T\Omega$ dada su estructura interna con transistores JFET.

En los amplificadores de instrumentación (y en los amplificadores diferenciales en general) tiene especial relevancia cuidar las relaciones entre los componentes que constituyen el circuito. Es por esto que se emplearon resistores con tolerancias del 1%.

Se tiene que R_5 afectará, en mayor o menor medida, en las funciones transferencias en ambos modos.

Considerando que la tensión V_{feed} fija la tensión en V_x , se puede establecer una relación entre la tensión de salida del OA4 y la resistencia R_5 según los valores de las señales ingresantes a V_1 y V_2 . Dado que los valores máximos de V_{feed} estarán dados por los valores de saturación del OA4, se podrá plantear a partir de ello cotas para el valor de R_5 . De aquí se obtuvo que en modo común la resistencia R_5 debe tener valores comprendidos entre cero y $236k\Omega$ para tensiones V_{CM} menores a los 6.85V.

Analizando distintos valores de R_5 directamente en las funciones transferencias, se puede visualizar el comportamiento de la ganancia y la diferencia de fase en respuesta a la frecuencia.

Se puede observar en las siguientes figuras que el valor de R_5 afecta especialmente las ganancias y fases para el circuito en modo común. En particular, se denota que un valor bajo de R_5 afecta a la estabilidad del comportamiento en frecuencia del circuito. Se desea que un amplificador de instrumentación rechace en todas las frecuencias a las señales en modo común; sin embargo, para valores bajos de ese resistor no se obtendría un *In Amp* de utilidad.

En modo diferencial, en tanto, el valor de R_5 no afecta en forma perceptible a la respuesta en frecuencia del circuito.

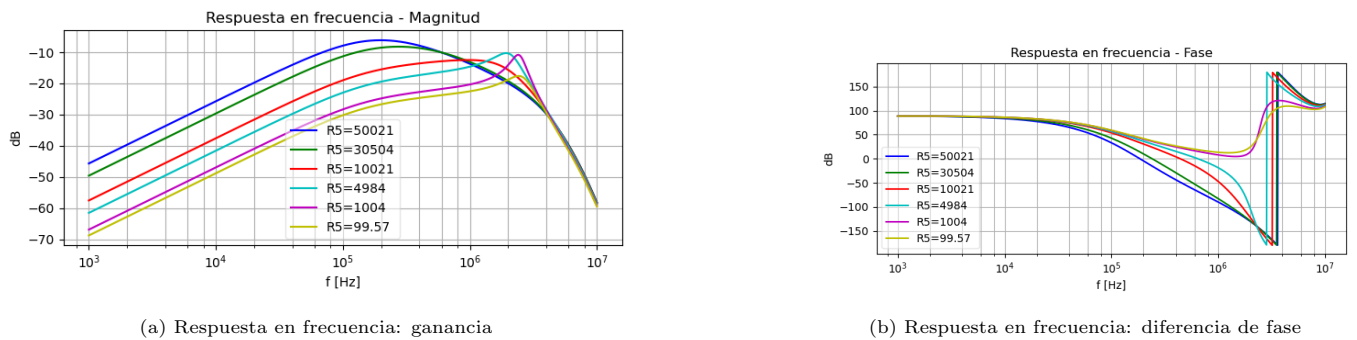


Figure 53: Modo común: función transferencia teórica para distintos valores de R_5

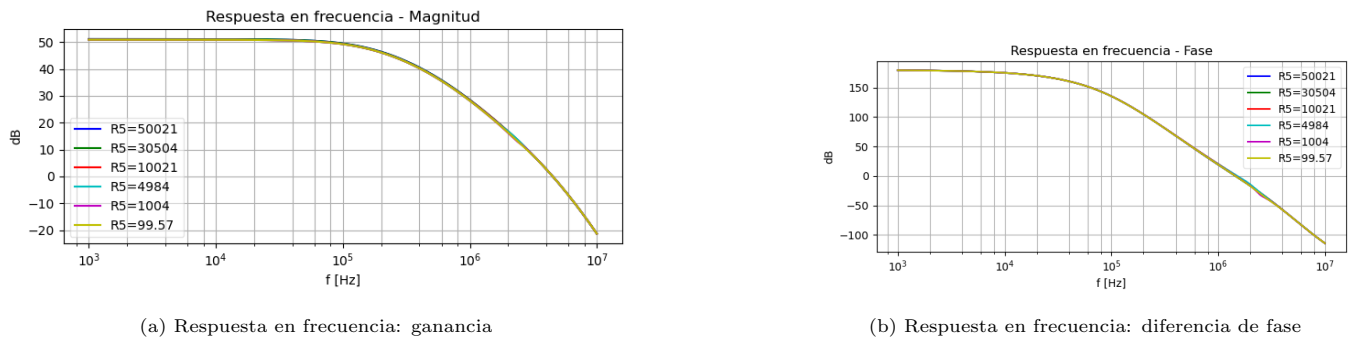
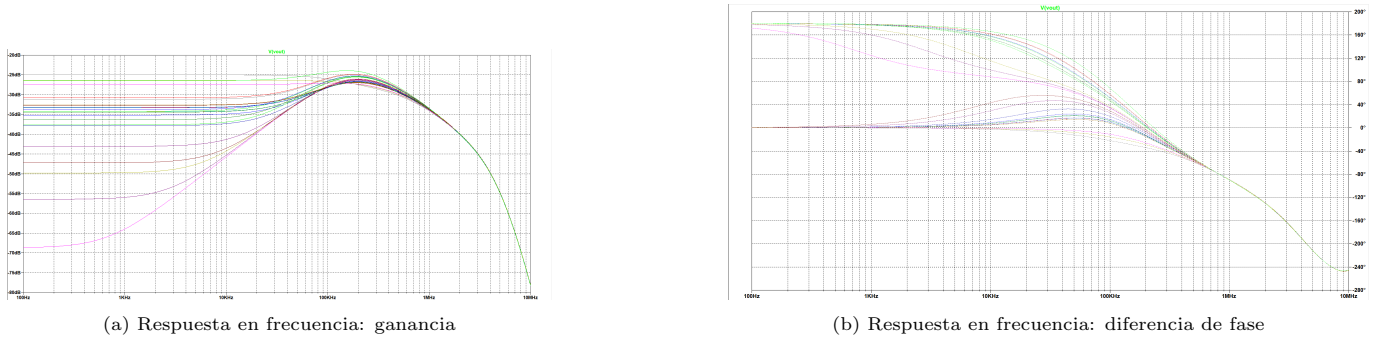
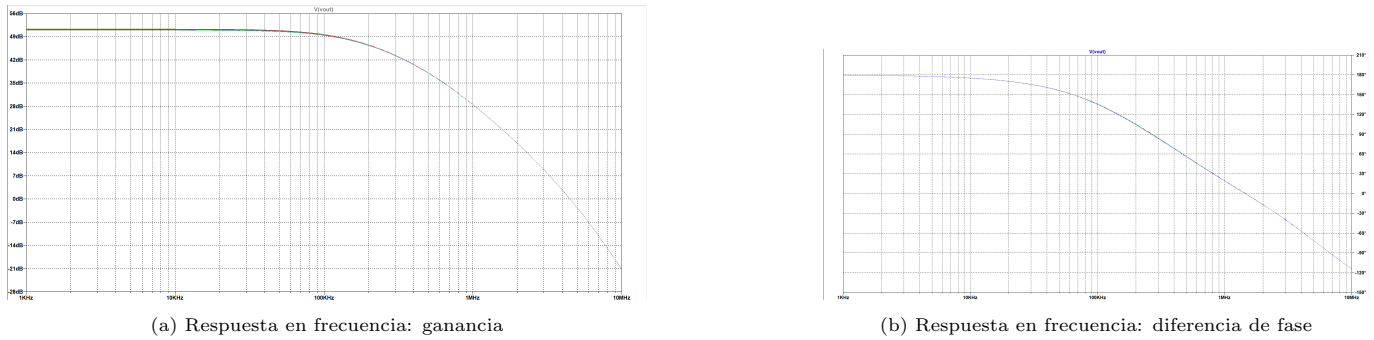


Figure 54: Modo diferencial: función transferencia teórica para distintos valores de R_5

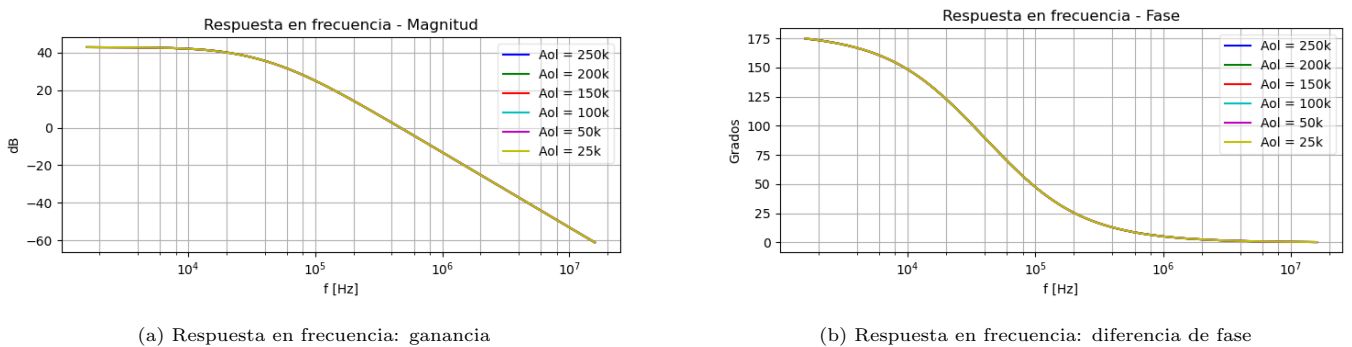
Por otra parte, como se mencionó previamente, es importante mantener en el circuito las relaciones de resistencias para lograr un alto CMRR. No obstante, los resistores empleados cuentan con una tolerancia del 1%, pudiendo afectar el comportamiento del circuito. Para estudiar su efecto, se realizó una simulación de Monte Carlo para señales de entrada en modo común y en modo diferencial, con un valor de $R_5 = 50k\Omega$. Se presentan los resultados a continuación.

Figure 55: Modo común: análisis de Monte Carlo mediante simulación con $R_5 = 50k\Omega$ Figure 56: Modo diferencial: análisis de Monte Carlo mediante simulación con $R_5 = 50k\Omega$

Se observa que nuevamente el modo diferencial no muestra grandes asimetrías aún con la variación en los valores de los resistores. En tanto, para modo común se observan mayores asimetrías respecto al caso con resistencias balanceadas que se presenta. En ningún caso se tiene una ganancia mayor a cero, lo cual probablemente se deba a que se realizó la simulación con un valor de R_5 que otorga estabilidad a la respuesta en frecuencia del circuito.

Otro posible factor que afecte a la ganancia del In Amp, además de contribuir a las asimetrías de los valores medidos con respecto al modelo teórico, puede provenir de los parámetros de los amplificadores operacionales empleados. Para el análisis teórico se considero el valor típico de ganancia a lazo abierto provisto por el fabricante. No obstante, se menciona un valor mínimo de $A_{ol} = 25k$. Por lo tanto, resulta de interés analizar el efecto de su variación en las funciones transferencias.

Se estudió primeramente el efecto de la variación en $A_{ol} = 25k$ para el modo diferencial dado que será el modo de empleo principal del circuito. No obstante, no se encontró efecto alguno en el comportamiento teórico de las funciones de transferencia.

Figure 57: Modo diferencial: función transferencia teórica para distintos valores de A_{ol} de los *Op Amp* en TL084.

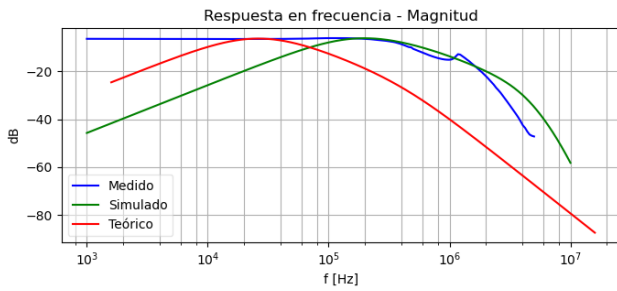
3.3 Mediciones

Se construyó el circuito en el *board* del *Digilent electronics explorer*. Se emplearon dos capacitores de $0.1\mu F$ entre GND y las entradas $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$ para reducir posibles errores por ruido dada la alta impedancia de las fuentes de alimentación. Se fijaron en el preset los valores mencionados anteriormente para R_5 para observar empíricamente su efecto sobre el circuito en ambos modos.

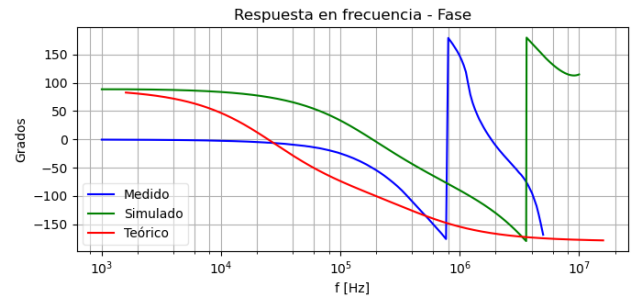
Para la medición en modo común, se conectaron ambas entradas a la señal excitada por una de las salidas del generador de funciones. En cuanto al modo diferencial, se configuraron las dos salidas del generador de funciones para que funcionen de forma sincronizada, conectando cada uno respectivamente a una de las entradas del circuito, siendo una de las señales un poco mayor en amplitud que la otra para poder medir la amplificación de la señal diferencial a la salida. Para la medición en este modo se debió tener especial cuidado con la saturación del circuito, por lo que se configuraron las señales de excitación con una amplitud del orden de las decenas de mV .

3.3.1 Modo común

Se obtuvo la ganancia y la diferencia de fase en respuesta a la frecuencia para los distintos valores de R_5 . Se presentan los resultados superpuestos con los obtenidos de los modelos teóricos y simulados.

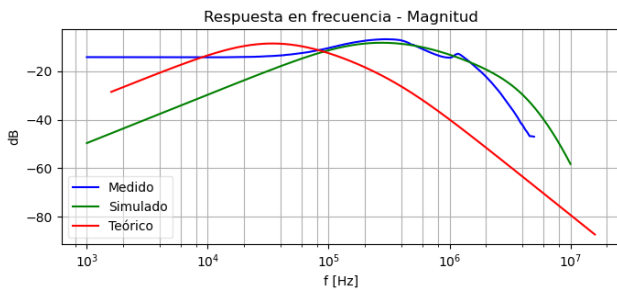


(a) Respuesta en frecuencia: ganancia

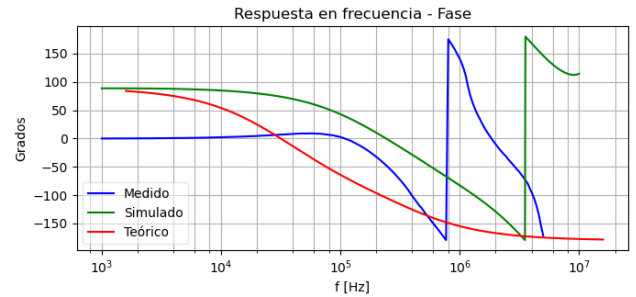


(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 58: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 50k\Omega$

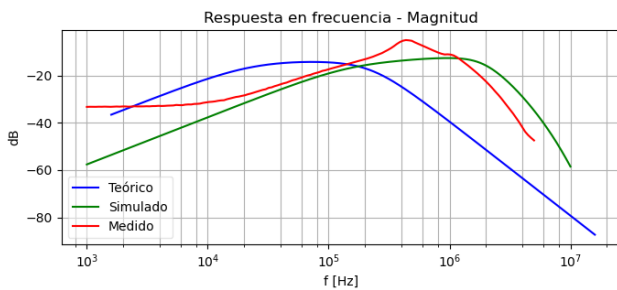


(a) Respuesta en frecuencia: ganancia

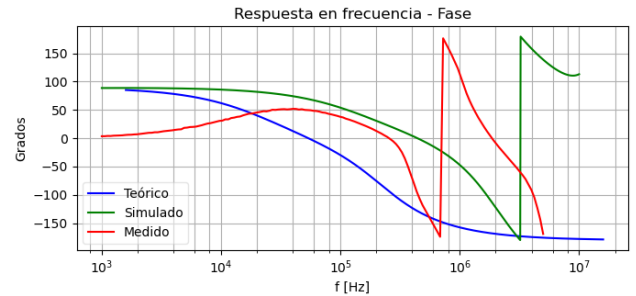


(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 59: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 30k\Omega$

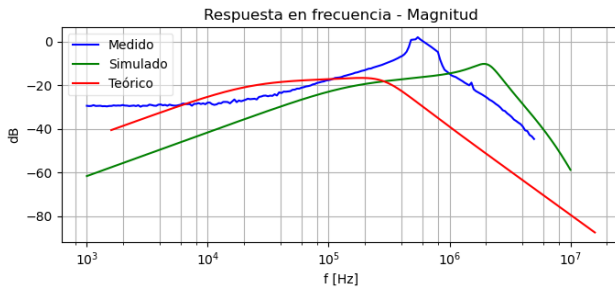


(a) Respuesta en frecuencia: ganancia

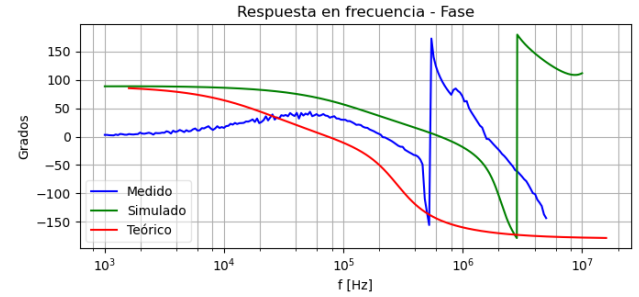


(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

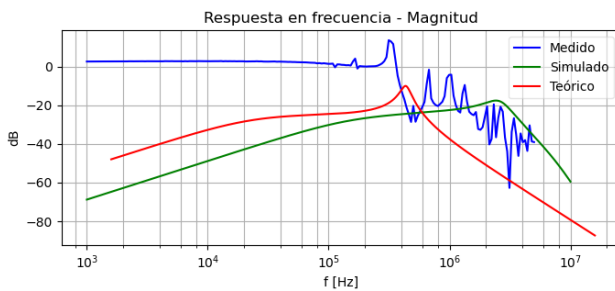
Figure 60: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 10k\Omega$



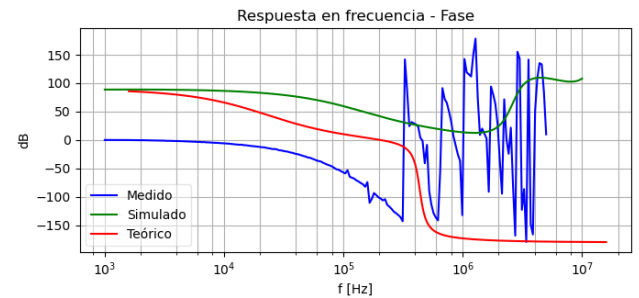
(a) Respuesta en frecuencia: ganancia



(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 61: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 5k\Omega$ 

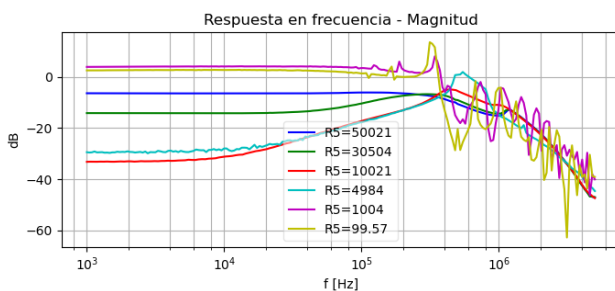
(a) Respuesta en frecuencia: ganancia



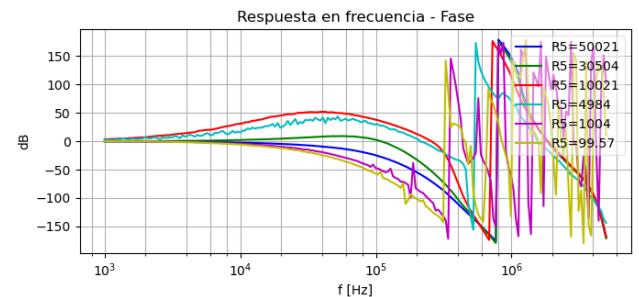
(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 62: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 100\Omega$

En cada uno de los gráficos se presentan diferencias entre el modelo teórico y los resultados medidos y simulados, aunque se observa, especialmente en los gráficos de fase, una similitud en el comportamiento. Las mayores diferencias se encuentran con bajos valores de R_5 , lo cual era esperado dado la poca estabilidad del circuito en esas situaciones. Se confirma la predicción teórica que para bajos valores de ese resistor se puede llegar a obtener una ganancia para ciertas frecuencias, lo cual no resulta conveniente para la implementación de un In Amp.



(a) Respuesta en frecuencia: ganancia



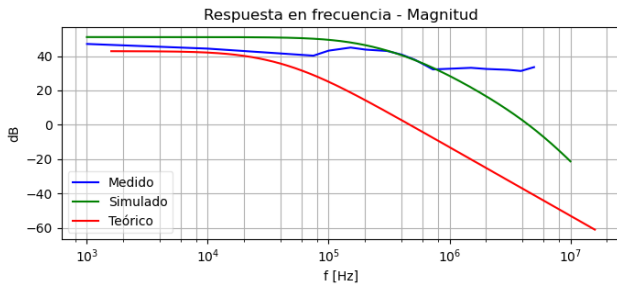
(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 63: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 50k\Omega$

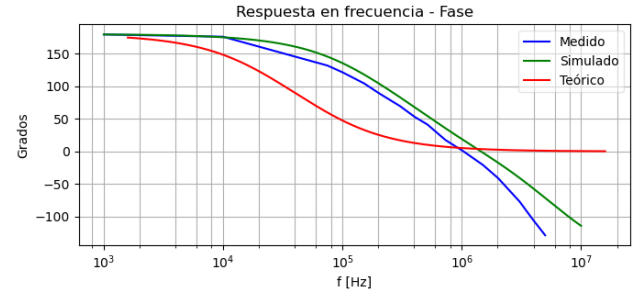
Observando en la figura 63 las respuestas en frecuencia de la ganancia y fase en modo común para los distintos valores superpuestas, se puede observar precisamente que bajos valores de R_5 dan inestabilidad al comportamiento del circuito.

3.3.2 Modo diferencial

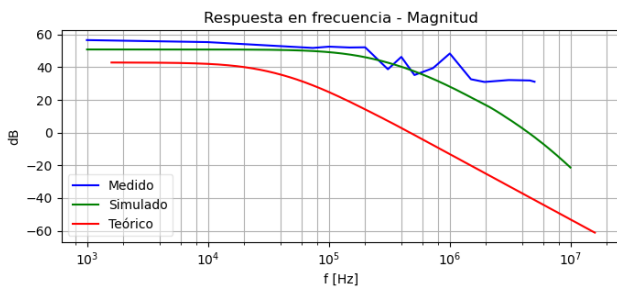
En el análisis anterior se observó que en el modo diferencial el circuito posee gran estabilidad para valores bajos y altos de R_5 . Por simplificación, se estudiaron las respuestas en frecuencia para $R_5 = 50k\Omega$ y $R_5 = 5k\Omega$.



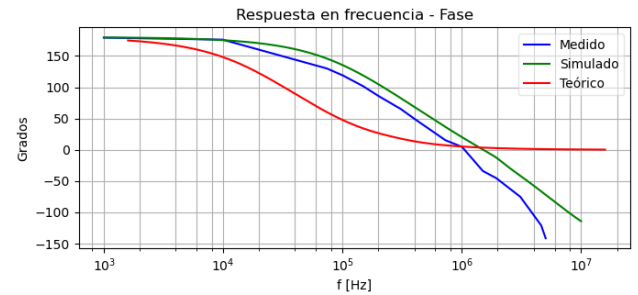
(a) Respuesta en frecuencia: ganancia



(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 64: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 50k\Omega$ 

(a) Respuesta en frecuencia: ganancia



(b) Respuesta en frecuencia: diferencia de fase

Figure 65: Respuesta en frecuencia para $R_5 = 50k\Omega$

Se puede visualizar que se presentan diferencias entre los modelos teóricos y los resultados simulados y medidos tanto para la ganancia como para la diferencia de fase en respuesta a la frecuencia. Donde mayores diferencias se observan es en la ganancia, mientras que en los gráficos de las fases los valores medidos se asemejan en gran grado a los simulados.

3.4 Tensión de salida montada sobre nivel de DC

Para que la tensión de salida del circuito aparezca montada sobre una señal continua se debe modificar la referencia del circuito. Hasta el momento, el circuito analizado posee una referencia directamente a GND por medio de la entrada inversora del OA. Planteando una conexión a una V_{DC} en dicha entrada y considerando a todos los amplificadores operacionales como ideales, tal como se vio al comienzo de esta sección, se tienen las siguientes relaciones en el circuito:

$$V_{o2} = V_3^+ = V_4^+ = V_4^- = V_{DC}$$

$$V_{o1} = \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot V_1 - \frac{R_3}{R_4} \cdot V_x$$

Teniendo por las relaciones planteadas que:

$$V_x = \left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right) \cdot V_2 - \frac{R_4}{R_3} \cdot V_{DC}$$

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot V_{o1} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_{DC} \Rightarrow V_{out} = V_{DC} - \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) (V_1 - V_2)$$

Siendo $V_1 = V_2 = V_{CM}$:

$$V_{out} = V_{DC}$$

En modo diferencial se obtiene:

$$V_{out} = V_{DC} - \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) \cdot V_{DM}$$

Consiguiendo de esta forma "montar" la señal de salida del In Amp sobre una tensión continua.

4 Control de Tonos y Ecualizador de Fase

4.1 Ecualizador de Fase

En esta sección del informe se procederá a analizar un ecualizador de fase y control de tonos, cuyo circuito se presenta a continuación en la figura [66].

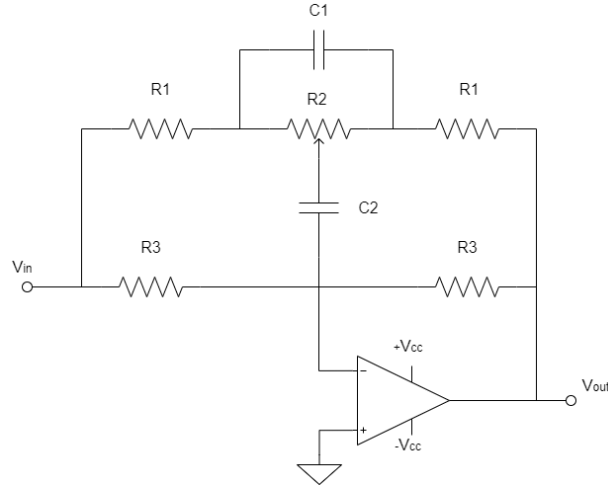


Figure 66: Circuito Ecualizador de Fase

4.2 Análisis matemático

A continuación, se presenta el desarrollo matemático pertinente para obtener la función transferencia del circuito planteado por la cátedra.

Para analizar el circuito propuesto, se optó por reemplazar el potenciómetro R_2 por dos resistencias las cuales llamaremos R_{21} y R_{22} , relacionadas por un coeficiente L . De esta forma será más fácil poder resolver el circuito propuesto, entonces definimos:

$$R_{21} = R_2 L \quad (11)$$

$$R_{22} = R_2 (1 - L) \quad (12)$$

Las relaciones entre ambas resistencias se plantean a continuación:

$$R_{21} + R_{22} = R_2 L + R_2 (1 - L) = R_2 \quad (13)$$

$$R_{21} R_{22} = R_2 L R_2 (1 - L) = R_2^2 (L - L^2) \quad (14)$$

Usaremos las ecuaciones planteadas en [13] y [14] para simplificar las ecuaciones de la transferencia más adelante.

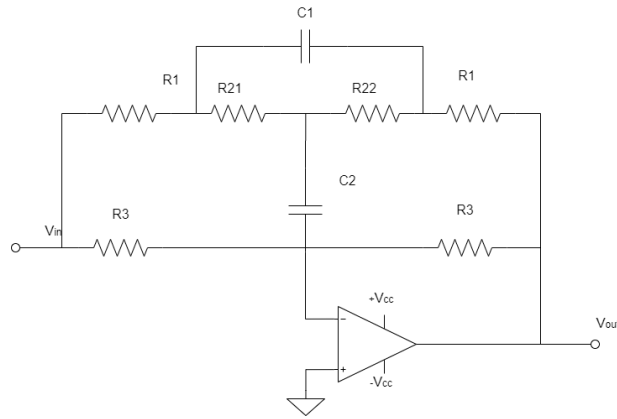


Figure 67: Modelo matemático

Para simplificar el circuito se procedió a aplicar las transformaciones de Kenelly en dos oportunidades. Primero, se procedió a una conversión triángulo-estrella para luego utilizar su contraparte estrella-triángulo. Este procedimiento se muestra en las figuras [68] y [69].

Para el primer reemplazo se usaron las siguientes ecuaciones:

$$Z_{AB} = \frac{1}{sC_1}$$

$$Z_{BC} = R_{22}$$

$$Z_{CA} = R_{21}$$

Considerando,

$$Z_{eq} = Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}$$

Se procede a realizar la primera transformación de Kenelly. Obteniéndose:

$$Z_A = \frac{Z_{AB} + Z_{CA}}{Z_{eq}} \quad (15)$$

$$Z_B = \frac{Z_{AB} + Z_{BC}}{Z_{eq}} \quad (16)$$

$$Z_C = \frac{Z_{BC} + Z_{CA}}{Z_{eq}} \quad (17)$$

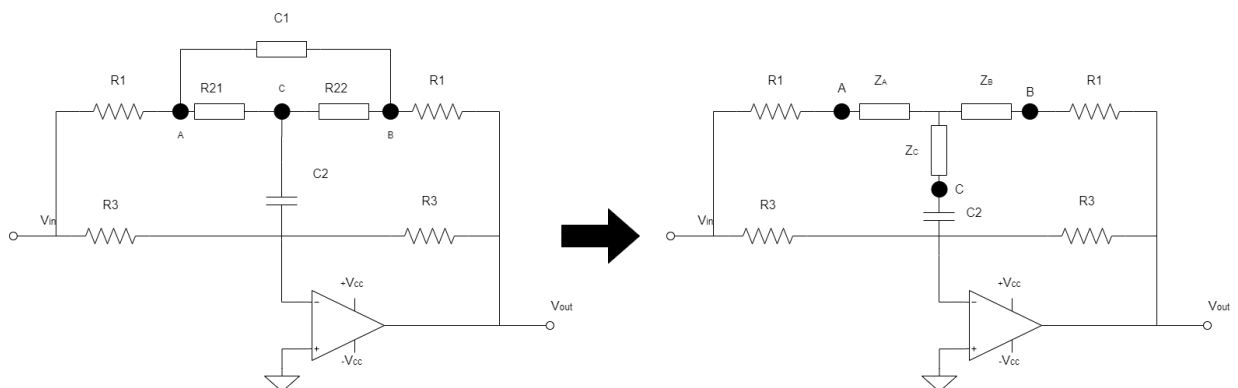


Figure 68: 1° Reemplazo - Transformación estrella a triángulo

Para el segundo reemplazo, se reagrupan las impedancias de la siguiente manera:

$$Z_{A'} = R_1 + Z_A \quad (18)$$

$$Z_{B'} = R_1 + Z_B \quad (19)$$

$$Z_{C'} = \frac{1}{sC_2} + Z_C \quad (20)$$

Se hacen las siguientes consideraciones:

$$Z_{eq'} = Z_{A'} + Z_{B'} + Z_{C'}$$

Consecuentemente, se realiza la segunda transformación de Kenelly, pasando de un modelo estrella un triángulo. Obteniéndose las siguientes expresiones:

$$Z_{A'B'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{C'}} \quad (21)$$

$$Z_{B'C'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{A'}} \quad (22)$$

$$Z_{C'A'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{B'}} \quad (23)$$

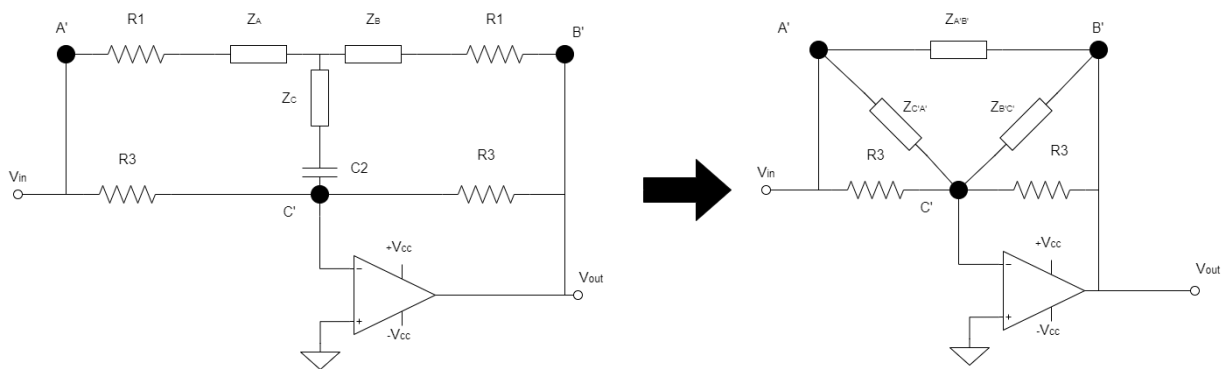


Figure 69: 2° Reemplazo - Transformación estrella a triángulo

Por último, simplificamos las impedancias que estaban en paralelo obteniendo un circuito de 3 impedancias, representado por la figura [70], mucho más simple de resolver.

$$Z_1 = Z_{C'A'} // R_3 \quad (24)$$

$$Z_2 = Z_{B'C'} // R_3 \quad (25)$$

$$Z_3 = Z_{A'B'} // R_3 \quad (26)$$

Debido al gran trabajo de cálculo requerido se decidió utilizar un programa matemático para asistirnos en el despeje de ecuaciones. El programa utilizado fue Matlab, del cual se desprenden las siguientes ecuaciones:

$$Z_1 = \frac{R_3(\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3)}{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_{21} + C_1 C_2 R_1 R_3 R_{22}) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{22} R_3 C_2) + \alpha_3} \quad (27)$$

$$Z_2 = \frac{R_3(\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3)}{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_{21} + C_1 C_2 R_1 R_3 R_{22}) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{21} R_3 C_2) + \alpha_3} \quad (28)$$

$$Z_3 = \frac{\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3}{s^2(C_1 C_2 R_{21} R_{22}) + s(C_1 R_{21} + C_1 R_{22}) + 1} \quad (29)$$

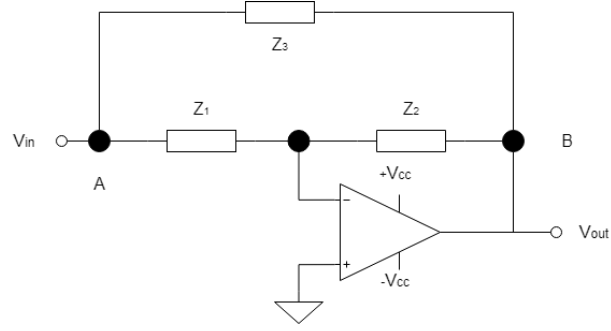


Figure 70: Circuito simplificado

Considerando las siguientes constantes:

$$\alpha_1 = C_1 C_2 R_1^2 R_{21} + C_1 C_2 R_1^2 R_{22} + 2C_1 C_2 R_1 R_{21} R_{22} \quad (30)$$

$$\alpha_2 = 2C_1 R_1 R_{21} + 2C_1 R_1 R_{22} + R_1^2 C_2 + R_1 R_{21} C_2 + R_1 R_{22} C_2 + R_{21} R_{22} C_2 \quad (31)$$

$$\alpha_3 = 2R_1 + R_{21} + R_{22} \quad (32)$$

Aplicando las expresiones obtenidas al principio de la sección en [11] y [12], se pueden simplificar las ecuaciones [30], [31] y [32] como:

$$\alpha_1 = C_1 C_2 R_1^2 R_2 + 2C_1 C_2 R_1 R_2^2 (L - L^2) \quad (33)$$

$$\alpha_2 = 2C_1 R_1 R_2 + R_1^2 C_2 + R_1 R_2 C_2 + R_2^2 (L - L^2) C_2 \quad (34)$$

$$\alpha_3 = 2R_1 + R_2 \quad (35)$$

Por otro lado, utilizando las mismas expresiones se pueden simplificar las ecuaciones [27], [28] y [29] como:

$$Z_1 = \frac{R_3(\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3)}{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_2) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{22} R_3 C_2) + \alpha_3} \quad (36)$$

$$Z_2 = \frac{R_3(\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3)}{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_2) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{21} R_3 C_2) + \alpha_3} \quad (37)$$

$$Z_3 = \frac{\alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3}{s^2(C_1 C_2 R_2^2 (L - L^2)) + s(C_1 R_2) + 1} \quad (38)$$

A continuación, se realizarán dos análisis para obtener la función transferencia del circuito. La primera considerando un amplificador operacional ideal que implica las siguientes condiciones:

- $A_0 = \infty$
- $r_{in} = \infty$
- $r_o = 0$

De esta manera, se puede considerar una tierra virtual en la salida inversora del *opamp*, obteniéndose la siguiente transferencia:

$$H_I(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (39)$$

Por otro lado, se analiza el caso de un *opamp* no ideal, que implica las siguientes condiciones:

- $A = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{w_p}\right)} \neq \infty$
- $r_{in} \neq \infty$
- $r_o \neq 0$

Este caso, al considerar menos aproximaciones, implica una mayor correlación con el funcionamiento empírico del circuito. Es necesario también utilizar las siguientes expresiones:

$$V_{out} = A(V^+ - V^-) \quad (40)$$

$$V^+ = 0 \quad (41)$$

$$V^- = V_{in} - I_1 Z_1 \quad (42)$$

$$|I_1| = \frac{V^-}{Z_{inp}} + \frac{V^- - V_{out}}{Z_2} \quad (43)$$

El circuito representado por dichas ecuaciones se puede apreciar en la figura [71].

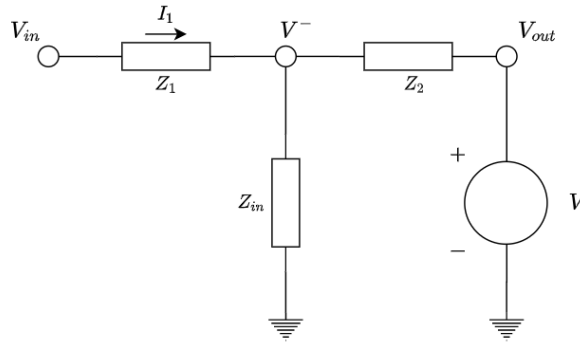


Figure 71: Circuito resultante sin aproximaciones

Finalmente, de las ecuaciones presentadas se puede despejar la transferencia no ideal del sistema como:

$$H_{NI}(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A_0 w}{Z_1 Y s + w(Z_1 Y - A_0 \frac{Z_1}{Z_2})} \quad (44)$$

Donde Y está dado por:

$$Y = \frac{1}{Z_{in}} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \quad (45)$$

A partir de [44] es posible llegar a [39] considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_{NI}(s) = H_I(s) \quad (46)$$

Por ende, se considera la transferencia ideal para seguir despejando.

$$H_I(s) = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_2) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{22} R_3 C_2) + \alpha_3}{s^2(\alpha_1 + C_1 C_2 R_1 R_3 R_2) + s(\alpha_2 + R_1 R_3 C_2 + R_{21} R_3 C_2) + \alpha_3} \quad (47)$$

Por otro lado, con el fin de simplificar la transferencia obtenida se aplican las siguientes condiciones de diseño sobre la ecuación [49].

$$R_3 \gg R_1 \quad \wedge \quad R_3 = 10R_2 \quad \wedge \quad C_1 = 10C_2 \quad (48)$$

Obteniéndose:

$$H(s) = -\frac{\alpha_{1'}s^2 + \alpha_{2'}s + \alpha_3}{\alpha_{1'}s^2 + \alpha_{2''}s + \alpha_3} \quad (49)$$

Donde las constantes están representadas por:

$$\alpha_{1'} \approx 20C_2^2R_1R_2^2(L - L^2) + 100C_2^2R_1R_2^2 \quad (50)$$

$$\alpha_{2'} \approx 31C_2R_1R_2 + C_2R_2^2(10 - 9L - L^2) \quad (51)$$

$$\alpha_{2''} \approx 31C_2R_1R_2 + C_2R_2^2(11L - L^2) \quad (52)$$

Considerando la ecuación [49], busco su variante normalizada para hallar la frecuencia de corte.

$$H(s) = -\frac{s^2 \left(\frac{\alpha_{1'}}{\alpha_3} \right) + s \left(\frac{\alpha_{2'}}{\alpha_3} \right) + 1}{s^2 \left(\frac{\alpha_{1'}}{\alpha_3} \right) + s \left(\frac{\alpha_{2''}}{\alpha_3} \right) + 1} \quad (53)$$

De [53] se puede despejar la frecuencia de corte del circuito dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha_3}{\alpha_{1'}}} \quad (54)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha_3}{\alpha_{1'}}} \quad (55)$$

Reemplazando [50] y [35] en [55], se obtiene:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2R_1 + R_2}{20C_2^2R_1R_2^2(L(1 - L)) + 100R_1R_2^2C_2^2}} \quad (56)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C_2 R_2} \sqrt{\frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{20L(1 - L) + 10}} \quad (57)$$

Considerando $10 \gg 20L(1 - L)$, se obtiene la expresión propuesta por la cátedra.

$$f_0 \approx \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2 R_2} \quad (58)$$

Para finalizar el análisis se puede tomar la frecuencia de corte hallada y reemplazarla en el módulo de la función transferencia. De esta manera, tomando los valores extremos para L se pueden obtener las cotas para dicha función, dadas por la ecuación [59].

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \quad (59)$$

4.3 Elección de componentes

Para obtener una mejor simulación usamos 3 frecuencias debido a que el controlador de tonos debería usar frecuencias dentro del espectro audible para el oído humano, esto es en el rango de entre 20Hz y 20kHz, por lo que se debería predecir 3 valores de componentes para distintas frecuencias. Para frecuencias bajas donde están los sonidos graves que están entre los 20Hz y 100Hz, para frecuencias medias donde se encuentran la una gran cantidad de sonidos musicales que están entre 400Hz y 900Hz, y para las frecuencias altas donde se encuentran los sonidos agudos suponemos un límite frecuencia ya que aunque el oído humano detecte hasta señales de 20kHz los sonidos que están por encima de los 5kHz ya no pertenecen a los generados por instrumentos musicales por lo que si suponemos un límite para nuestro circuito bien podría rondar entre los 5kHz y los 8kHz. Para poder elegir los componentes y mantener la relaciones de simplificación ($C_1 = 10.C_2$ y $R_3 = 10.R_2$) tuvimos en cuenta que en el mercado solo hay valores nominales, por lo cual la elección se debía hacer en base a los componentes que se venden y no a lo que teóricamente queremos. El componente más determinante es el potenciómetro R_2 el cual tiene valores de venta mas restringidos, por ese mismo motivo utilizamos un potenciómetro de $10k\Omega$ y optamos por una relación de $R_2 = 10.R_2$ dándonos una resistencia de $R_1 = 1k\Omega$. Luego buscamos mediante la ecuación 58 valores de C_2 para frecuencias bajas, medias y altas (50Hz, 500Hz y 5kHz aproximadamente). Los valores de C_2 fueron los siguientes:

Frecuencia deseada	C_2 deseado	C_2 comercial	Frecuencia obtenida
50Hz	110nF	100nF	55Hz
500Hz	11nF	10nF	551Hz
5kHz	1.1nF	1nF	5.5kHz

De los valores ya obtenidos a elección de R_2 y C_2 se calcularon las demás componentes con sus respectivas relaciones, siendo entonces la siguiente elección de componentes para las distintas frecuencias:

Frecuencia	C_2	C_1	R_1	R_2	R_3
55Hz	100nF	$1\mu F$	$1k\Omega$	$10k\Omega$	$100k\Omega$
551Hz	10nF	100nF	$1k\Omega$	$10k\Omega$	$100k\Omega$
5.5kHz	1nF	10nF	$1k\Omega$	$10k\Omega$	$100k\Omega$

A TENER EN CUENTA: Para tener mejores resultados en el circuito se debería usar tecnología SMD, que es tecnología de montaje superficial, ya que esta tecnología permite tener componentes resistivos con tolerancias de 1% y capacitivos con 5% logrando en la práctica mejores resultados.

4.4 Simulaciones

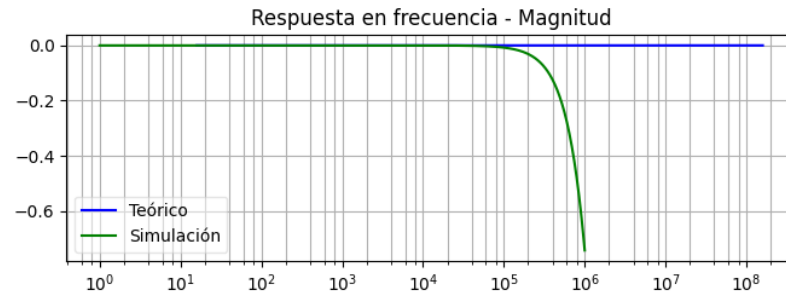
Para las simulaciones se tuvo en cuenta que la posición del potenciómetro es lo que genera más variación sobre la transferencia en las distintas frecuencias, por lo que se mostrará las distintas simulaciones en posición de $L=1$ (donde R_2 es máximo), $L=0.5$ (donde $R_{21} = R_{22}$) y con $L=0$ (donde R_2 es mínimo) como casos extremos de cada frecuencia.

4.4.1 Frecuencias bajas

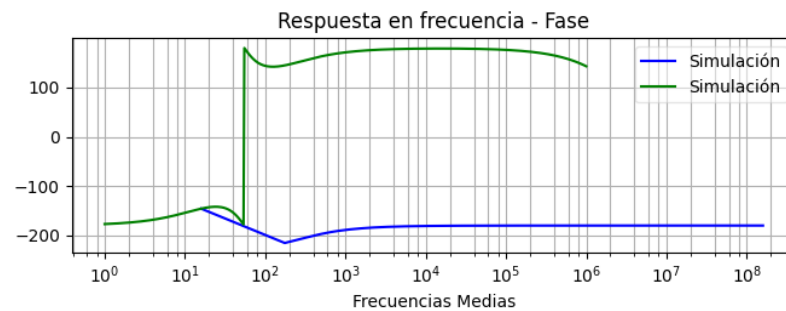
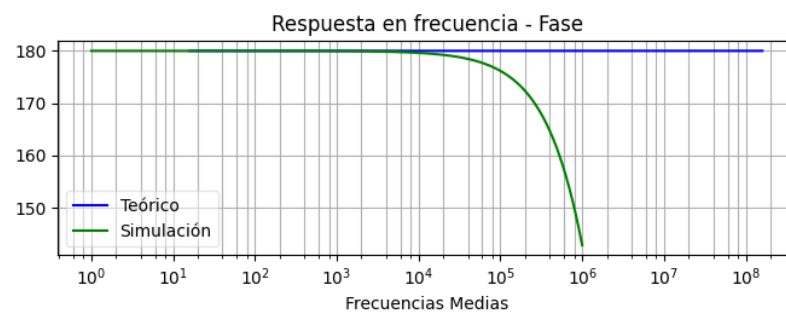
A continuación mostraremos las amplitudes en dB con los distintos valores de L simulados y teóricos. La frecuencia f_0 es de 55Hz.

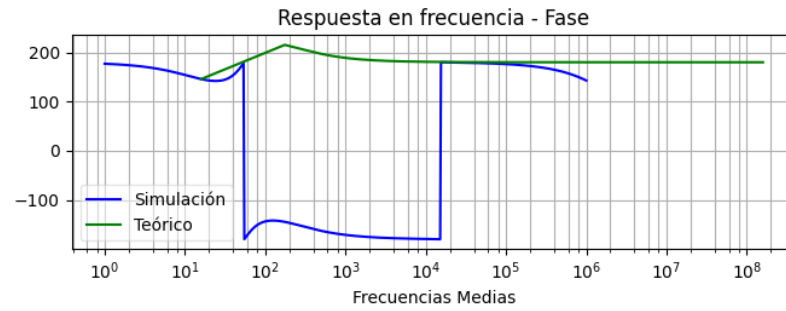


Figure 72: Magnitud en dB con $L=0$

Figure 73: Magnitud en dB con $L=0.5$ Figure 74: Magnitud en dB con $L=1$

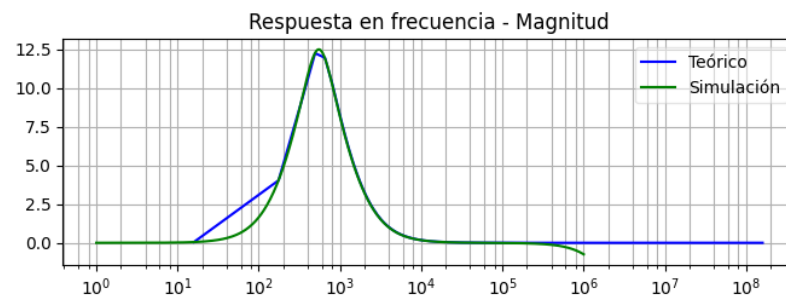
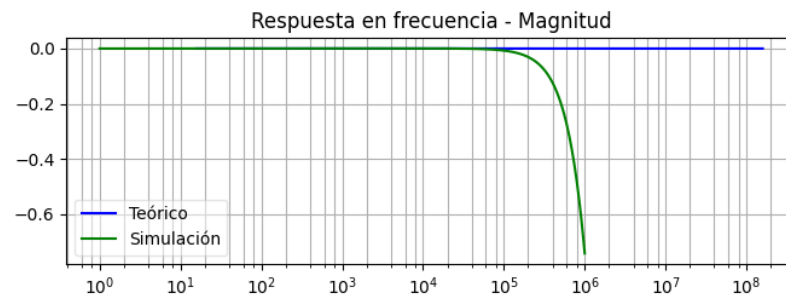
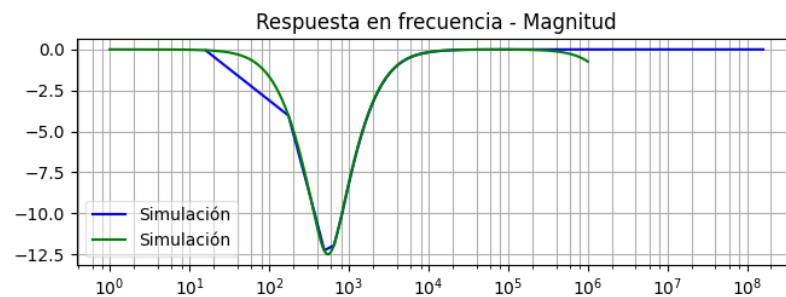
Ahora mostraremos las fases con los distintos valores de L simulados y teóricos.

Figure 75: Fase en grados con $L=0$ Figure 76: Fase en grados con $L=0.5$

Figure 77: Fase en grados con $L=1$

4.4.2 Frecuencias medias

A continuación mostraremos las amplitudes en dB con los distintos valores de L simulados y teóricos. La frecuencia f_0 es de 551Hz.

Figure 78: Magnitud en dB con $L=0$ Figure 79: Magnitud en dB con $L=0.5$ Figure 80: Magnitud en dB con $L=1$

Ahora mostraremos las fases con los distintos valores de L simulados y teóricos.

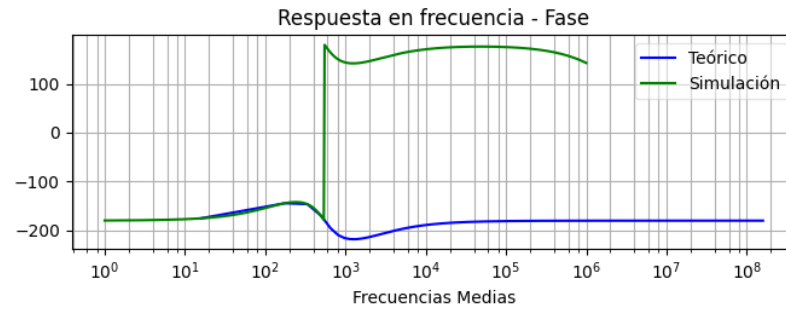


Figure 81: Fase en grados con L=0

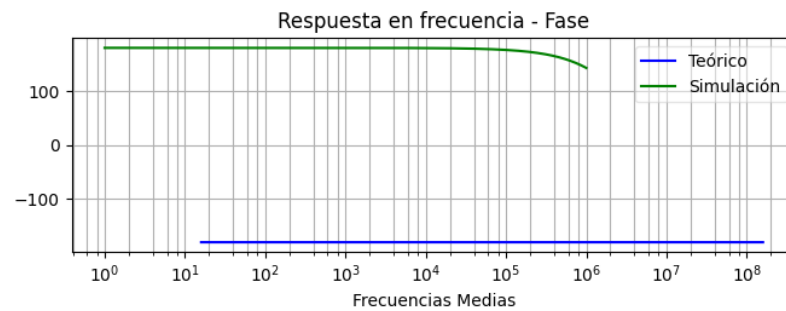


Figure 82: Fase en grados con L=0.5

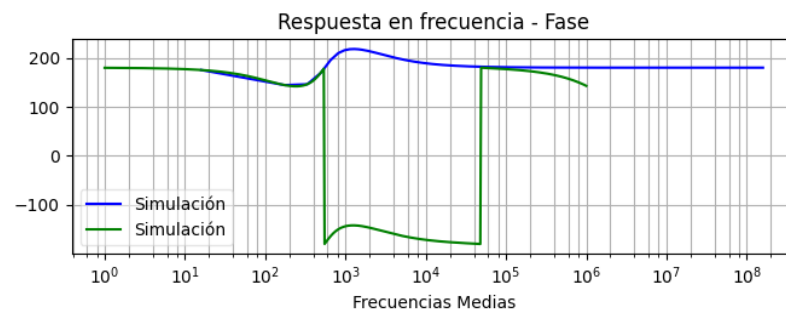


Figure 83: Fase en grados con L=1

4.4.3 Frecuencias altas

A continuación mostraremos las amplitudes en dB con los distintos valores de L simulados y teóricos. La frecuencia f_0 es de 5.5kHz.

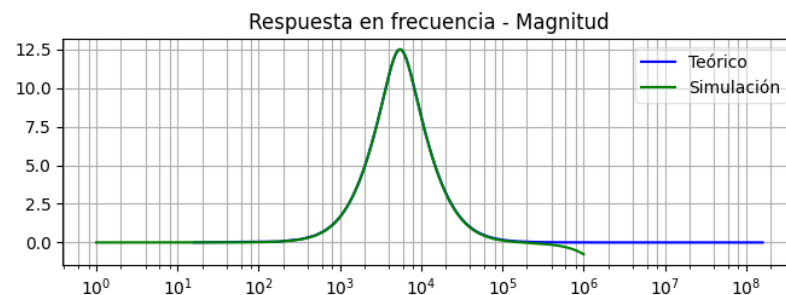
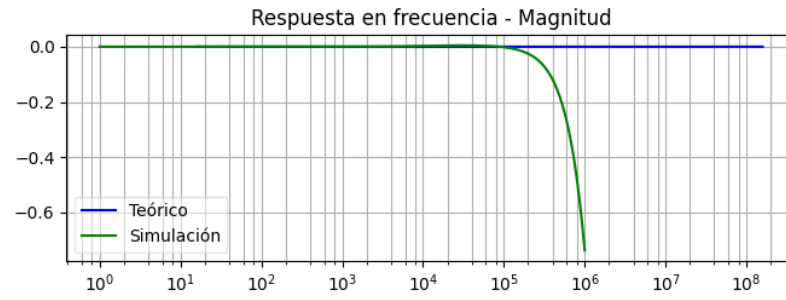
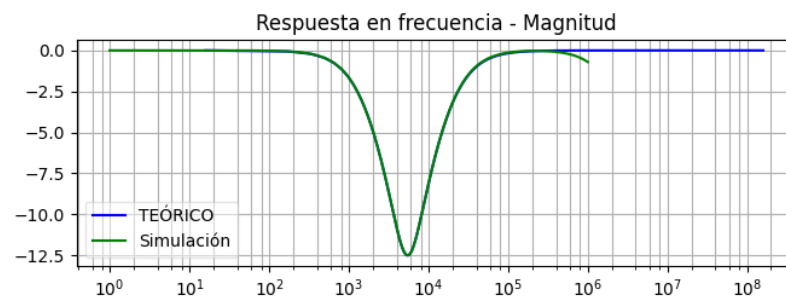
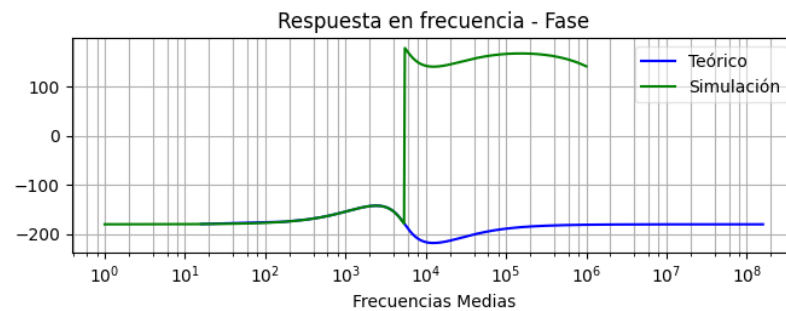
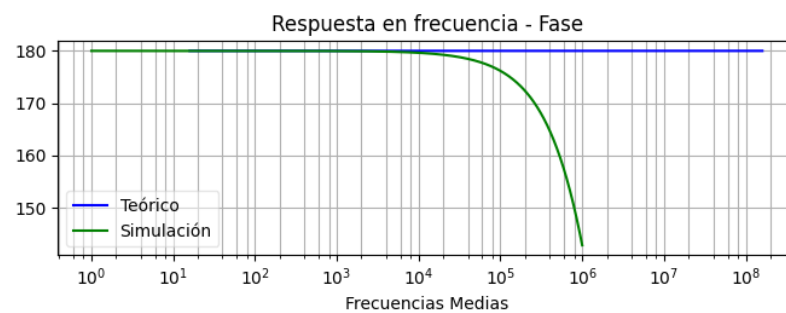
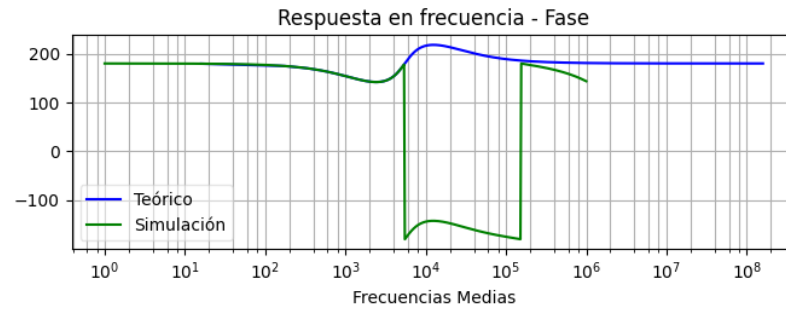


Figure 84: Magnitud en dB con L=0

Figure 85: Magnitud en dB con $L=0.5$ Figure 86: Magnitud en dB con $L=1$

Ahora mostraremos las fases con los distintos valores de L simulados y teóricos.

Figure 87: Fase en grados con $L=0$ Figure 88: Fase en grados con $L=0.5$

Figure 89: Fase en grados con $L=1$

De todas las simulaciones mostradas, tanto teóricas como por las del LTSpice, se puede notar como la posición del potenciómetro afecta a que las señales en f_0 se amplifiquen o se atenúen, esto es muy útil ya que la finalidad del controlador de tonos es poder elegir que tono quiero escuchar, si tuviera 3 bloques del mismo circuito (uno para cada frecuencia alta, media y baja) podría elegir a que frecuencia quiero escuchar o como balancear las 3 señales para generar la mejor armonía en mis sonidos de salida. También cabe destacar que las frecuencias mostradas fueron elegidas dentro 3 rangos amplios, podría hacerse varios circuitos para distintas frecuencias si lo que necesito son señales de determinadas frecuencias y no algo muy general, o contar con más de 3 bloques. Lo ideal sería conectar los bloques en cascada para que el ruido de un bloque no afecte a los demás.