

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°2

Amplificadores Operacionales - Efectos en DC y AC

Grupo 6:

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

Responsables de la cátedra:

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado:

Corrección:

Índice

1. Caracterización de Amplificadores Operacionales	2
1.1. Introducción	2
2. Medición de Bias	3
2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset	3
2.2. Análisis del Circuito	4
2.2.1. Circuito de Realimentación	4
2.2.2. Funcionamiento del Circuito	5
2.3. Estudio de Resultados	6
2.4. Evaluación del Circuito	7
2.4.1. Capacitor en Uso	7
2.4.2. Estabilidad del Circuito	8
2.4.3. Configuraciones	8
3. Circuito Integradores y Derivadores	10
3.1. Consideraciones generales	10
3.2. Circuito Derivador	10
3.3. Circuito Integrador	12
3.3.1. Introducción	12
3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal	12
3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A_{vol} finito	14
3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$	15
3.3.5. Análisis de Entrada Senoidal al circuito integrador	19
3.3.6. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador	21
3.3.7. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador	24
3.3.8. Compensación/Limitación del Circuito Integrador con una R adicional	26
3.3.9. Respuesta en Frecuencia del sistema integrador compensado	30
4. Circuito de Aplicación	33
4.1. Introducción	33

1. Caracterización de Amplificadores Operacionales

1.1. Introducción

2. Medición de Bias

2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset

En un amplificador operacional ideal la impedancia de entrada es infinita, por lo que no habría corriente por la que pase por ella. Sin embargo, se debe reconocer que en un modelo real de un amplificador operacional su impedancia de entrada no es infinita, lo que significa la existencia de corrientes de entrada y tensión de offset.

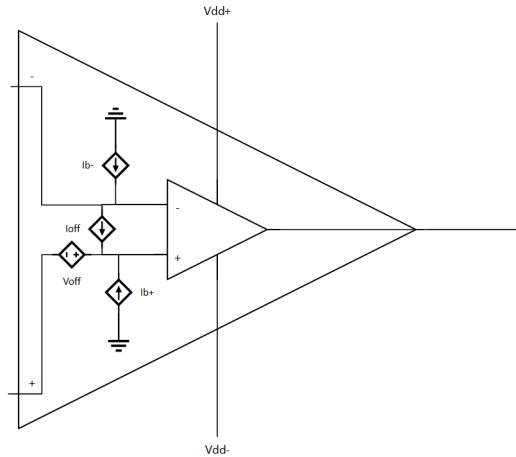
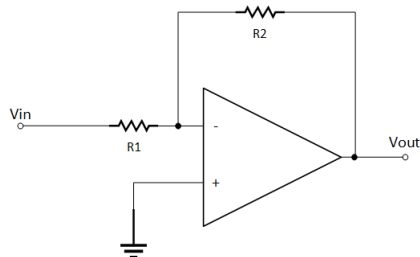


Figura 1: Modelo Real del Amplificador Operacional

- Tensión de offset (V_{off}):

Sin la existencia de esta tensión parásita es lineal la determinación de la función de transferencia en un op-amp ideal con configuración inversa es:



$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R2}{R1}$$

Pero al tener la tensión de offset (V_{off}) de modo tal representado en la figura 1 obtenemos que:

$$V_{out} = -V_{in} \frac{R2}{R1} + V_{off} \left(1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

Del cual observamos que dependiendo del valor de V_{in} y V_{off} , el efecto de V_{off} puede no ser despreciable, por ejemplo cuando:

$$V_{in} = 0 \longrightarrow V_{out} = V_{off} \left(1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

- Corrientes de Bias (I_b) y de offset (I_{off}):

Si bien estas corrientes no es querida dentro del circuito es esencial e inevitable esta porque es la que se encarga de polarizar el operador, en otras palabras que funcione de manera correcta el amplificador. Pero, a su vez introduce error en el sistema agregando una diferencia de tensión indeseada cuando halla una resistencia en serie en la entrada.

En consecuencia, es importante el análisis de las mismas para un realizar un diseño apropiado para la aplicación deseada conteniendo los errores mencionados.

2.2. Análisis del Circuito

Se realiza las mediciones de las I_b , I_{off} y de V_{off} sobre el siguiente circuito:

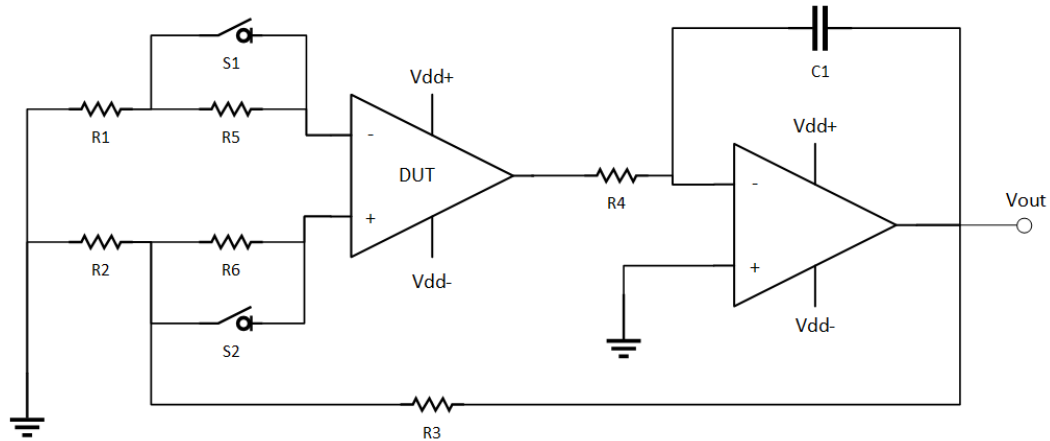


Figura 2: Circuito de Medición de Corrientes y Tensiones de Offset

Se aclara que el DUT es el op-amp a analizar, que en este caso es el TL081 y LF365; las resistencias utilizadas $R1 = R2 = 10\Omega$ $R3 = 3k\Omega$ $R4 = R5 = R6 = 100k\Omega$; y el capacitor $C1 = 1\mu F$

2.2.1. Circuito de Realimentación

Para conocer la operatividad del circuito se debe introducir el concepto de realimentación, circuito aquel en el que una muestra de la salida se superpone a la entrada con el propósito de controlar el comportamiento del sistema.

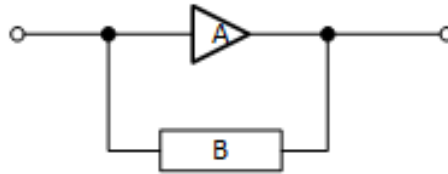


Figura 3: Modelo de Realimentación

Hay 2 categorías de circuitos de realimentación, produciendo los siguientes efectos:

■ Negativa:

- Disminuye de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de salida.
- Aumenta la impedancia de entrada.
- Aumento el ancho de banda.
- Disminuye el ruido.
- Reduce la distorsión no lineal.
- Mejora la estabilidad.

■ Positiva:

- Aumento de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de entrada.
- Disminuye el ancho de banda.
- Aumento la relación $\frac{\text{señal}}{\text{ruido}}$, o sea ruido mayor.
- Puede conducir inestabilidad y auto-oscilaciones.

En este caso se utilizara una realimentación positiva cuya ecuación nos resulta:

$$x_i = x_A + x_B, \quad x_B = \beta x_A$$

$$y_o = A_{OL}x_i = A_{OL}(x_A + x_B) \Rightarrow y_o - A_{OL}\beta y_o = A_{OL}x_i$$

$$H(s) = \frac{y_o}{x_i} = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL}\beta}$$

Como en todos los amplificadores operacionales, se considera que la ganancia en lazo abierto $A_{OL} \gg 1$ o infinita, entonces la ganancia a lazo cerrado es:

$$A_{CL} = -\frac{1}{\beta}$$

2.2.2. Funcionamiento del Circuito

Teniendo 2 etapas dentro del circuito, comenzamos primeramente por la etapa de salida ya que de tal manera comprendemos la función del op-amp no analizado. Siendo A_{vol} igual a la ganancia en lazo abierto del op-amp y considerando el capacitor en la realimentación, se obtiene la ganancia en lazo cerrado de esta etapa.

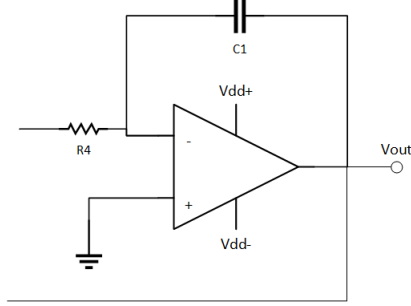


Figura 4: Etapa de Salida: Amplificación Inversa

En esta etapa se amplifica la señal continua, de esta manera se aumenta la precisión en la medición de las corrientes y tensiones de offset, esto es requerido porque las señales que se quieren medir tienen una amplitud comparable con el ruido que pueda llegar a inducirse en el circuito. Esta precisión se logra ya que el estudio del circuito es en continua, con $f = 0Hz$, por lo que el capacitor $C1$ va a actuar como un circuito abierto, bloqueando cualquier realimentación proveniente de la salida de $Vout$ cuya frecuencia sea mayor a $f > 0Hz$.

Luego, en la etapa de entrada:

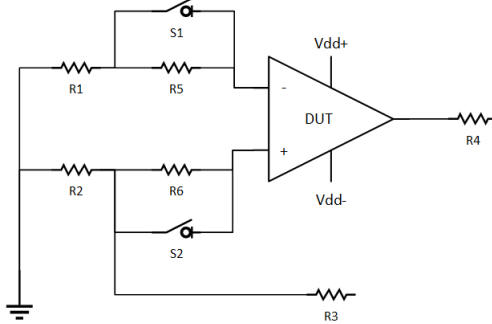


Figura 5: Etapa de Entrada: Amplificación No Inversa

Como mencionamos anteriormente, los amplificadores operacionales no son ideales, por lo que existen corrientes y tensiones parásitas que por consecuencia sucede que exista una tensión representada como:

$$V_{in} = (V^+ - V^-) = V_{off} + I_b^+ R5 - I_b^- R6$$

$$I_b = \frac{I_b^+ + I_b^-}{2} \quad I_{off} = I_b^+ - I_b^-$$

Se aclara que como en como $R1$ es relativamente chica, la diferencia de tensión que produce es casi nula por lo que $\Delta V_{R1} = I_b^- 10\Omega \approx 0$, análogamente $R2$. Sin embargo, cuando se abren los switch $S1$ o $S2$ existe una caída de tensión considerable por la resistencia $R5$ o $R6$.

Si queremos llevar los resultados obtenidos a la forma general de la retroalimentación positiva $H(s) = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL}\beta}$ debemos analizar primeramente la ganancia total del lazo abierto del sistema. Para ello, concediéramos que la realimentación al sistema β esta dada por la resistencia $R3$, de ello obtenemos la ganancia de lazo abierto como la multiplicación del lazo abierto de la etapa de entrada y el lazo cerrado de la etapa de salida, que para el sistema que concediéramos este lazo es coincidente al lazo abierto, por lo que nos queda:

$$A_{OL} = \frac{-A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}$$

Remplazando en la ecuación de realimentación la funcion de transferencia sera:

$$H(s) = \frac{-\frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}}{1 + \frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}} \beta} = -\frac{1}{\frac{1}{A_{vol}^2} + \beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{1 + A_{vol}^2 \beta}{RC A_{vol}}} + 1}$$

Si se considera que $A_{vol}^2 \beta \gg 1$ se puede simplificar la expresión:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_{vol}^2 \beta}{RC}} + 1}$$

Considerando un modelo de polo dominante $\Rightarrow A_{vol} = \frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1}$, donde $\omega_p = 2\pi \frac{GBW}{A_{vol}}$, tenemos:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1} \beta} + 1}$$

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{RC}{\omega_p A_o \beta} + s \frac{RC}{A_o \beta} + 1}$$

Trayendo su forma a:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{2\xi}{\omega_0} + 1} \quad (1)$$

Resulta a un filtro pasa-bajos de segundo orden con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}} \frac{RC}{A_o \beta} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p RC}{A_o \beta}}$$

Como la realimentación esta dada por $R3$ sabemos que $\beta = \frac{1}{(1 + \frac{R3}{R2})} = \frac{1}{301} \Rightarrow A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$.

2.3. Estudio de Resultados

Se espera obtener resultados similares a la de la hoja de datos siendo:

	TL081			LF356		
	Voff[mV]	Ib[pA]	Ioff[pA]	Voff[mV]	Ib[pA]	Ioff[pA]
Valor típico	3	30	5	3	30	3
Valor máximo	15	400	200	10	200	50

Tabla 1: Valores de las hojas de datos a 25°C

■ Medición de V_{off} :

Para medir la tensión de offset es necesario eliminar las otras variables incógnitas, por lo que se cierran S1 y S2 provocando que la diferencia de tensión de entrada en ambos pines sea aproximadamente nula dando solo lugar a la tensión de offset parásita en juego. De esta manera se obtuvo que:

$$V_{off} = -\frac{V_{out}}{(1 + \frac{R3}{R2})}$$

Note que el negativo es de la función es porque luego de la ganancia en la etapa de salida se procede a la etapa de salida, donde amplifica inversamente, o analíticamente también es posible justificarlo con la función de transferencia debido a que trabajamos a una frecuencia $f = 0Hz$ la ganancia es $H(s) = A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$.

Los resultados obtenidos fuero:

Entrada (DUT)	Salida	Vout [mV]	Voff [mV]
TL081	TL081	-43.754	0.145
TL081	LF356	-38.295	0.127
LF356	LF356	429.7	-1.428
LF356	TL081	415.4	-1.380

■ Medición de I_b y I_{off} :

Como luego de medir V_{off} tenemos la tensión parásita que esta constantemente dentro del circuito es posible buscar las corrientes parásitas dentro del circuito.

Ib^+ se podrá medir abriendo el switch S2 y cortocircuitado R5 y encontrar la relación:

$$Ib^+ = \frac{1}{R6} \left(-\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} - V_{off} \right)$$

Ib^- se podrá medir abriendo el switch S1 y cortocircuitado R6 y encontrar la relación:

$$Ib^- = -\frac{1}{R5} \left(\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} + V_{off} \right)$$

Luego al medir observamos:

Entrada (DUT)	Salida		Vout [mV]	Ib+[pA]		Vout [mV]	Ib-[pA]	—Ib[pA]—	—Ioff[pA]—
TL081	TL081	Ib+	-31.996	-387	Ib-	-34.154	-315	351	72
TL081	LF356		-32.77	-181		-29.99	-274	227.5	93
LF356	LF356		419.7	336		449.8	-663	163.5	999
LF356	TL081		410	179		446.4	-1031	426	1201

Como podemos observar, si bien existe una diferencia al utilizar amplificador desiguales en la etapa de salida pero es posible identificar que los r azagos dominantes a la salida son las del DUT, o sea del amplificador a evaluar.

Por otra parte, al finalizar las mediciones de los dispositivos es notable la disparidad con los valores esperados, aunque los V_{off} están dentro de los rangos esperados, las corrientes presentan una mayor desigualdad. Estas diferencias son posibles de ser justificadas por la temperatura que está operando el sistema. Uno de las componentes afectadas por la temperatura es la resistencia, que a mayor temperatura estas generan mas ruido térmico. Otro es el amplificador que puede no estar operando a $25^\circ C$, es decir existe un mayor rango de error cuando se midieron las corrientes y tensiones, es por ello que el fabricante también incluye los datos del valor máximo de corriente Ib e $Ioff$ del integrado operando dentro de la temperatura de trabajo que son:

	TL081			LF356		
	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA])	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA]
Valor máximo	20	10	2	13	8	2

Tabla 2: Valores de las hojas de datos a rango entero

De acuerdo a esta tabla los valores obtenidos de Ib y $Ioff$ podemos notar que efectivamente pudo haber influido en la medición la temperatura al que estaban trabajando.

Otro problema pudo ser provocado por la placa utilizada, esta es el Electronics Explorer que tiene un limite en la tensión que puede dar al amplificador operacional de $V_{dd} = \pm 9V$, la cual difiere con las especificaciones dadas por el fabricante que se test   a $V_{dd} = \pm 15$. Además, el Electronics Explorer en esencia es una protoboard, es decir una placa de testeo   til pero no son muy capaces cuando queremos mediciones precisas porque son mucho mas afectadas por el ruido externo e interno de la placa, esto nos lleva a mas errores durante la medición del circuito.

2.4. Evaluación del Circuito

2.4.1. Capacitor en Uso

Como el circuito introducido es vulnerable al ruido es inevitable el uso de un capacitor para realizar una medición del bias. Sin embargo la cuestión es cual capacitor seleccionar, para ello debemos recurrir a la función de transferencia mencionada en la ecuación 1. De aqui encontramos que:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

Teniendo en cuenta la información dada en la hoja de datos podemos calcular su frecuencia de corte:

	TL081	LF365
$A_{vol} [\frac{V}{mV}]$	200	200
GBW [MHz]	3	5
ω_p [Hz]	94	157
f_0 [Hz]	126	163

Es decir que los ruidos que son de aproximadamente $50Hz$ no se encuentran atenuadas para nuestro circuito. Entonces, si se desea atenuar el ruido debemos tener una frecuencia de corte $f_0 < 50Hz$ necesitaríamos un capacitor de:

$$C > \frac{\omega_p A_o \beta}{4\pi^2 R (50Hz)^2}$$

Lo cual para el TL081 el capacitor debe valer $C > 6.3\mu F$ y para el LF356 uno de $C > 10.6\mu F$.

2.4.2. Estabilidad del Circuito

Si se desea estudiar la estabilidad del circuito, nuevamente es esencial la función de transferencia de la ecuación 1. Por lo que se estudia las singularidades del sistema, o sea los polos del mismo.

$$S_{1,2} = \frac{-\frac{2\xi}{\omega_0} \pm \sqrt{\frac{4\xi^2}{\omega_0^2} - \frac{4}{\omega_0^2}}}{\frac{2}{\omega_0^2}} = -\omega_0 \xi \pm \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Siendo $\omega_0 \xi > \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}$ en ambos circuitos con los diferentes opamps, el sistema resulta estable por tener los polos con parte real negativa.

2.4.3. Configuraciones

■ Inversión las entradas:

Si se invierten las entradas de los amplificadores, su amplificación en el sistema sufre leves alteraciones, cambiando el producto final de la función de transferencia.

- Invertir las entradas de la etapa de salida: En este caso la amplificación a lazo cerrado del circuito cambiara a:
- Invirtiendo las entradas de ambas etapas: Cuando se realiza esta acción sucede que:

$$A_{CL} = \frac{A_{vol}}{1 - sRCA_{vol}} \Rightarrow A_{OL} = \frac{A_{vol}^2}{1 - sRCA_{vol}}$$

Además, como ahora la entrada es una etapa de amplificación inversa:

$$\beta = -\frac{1}{\frac{R3}{R1}} = -\frac{1}{300}$$

■ Circuito de compensación:

Es posible la compensación de las tensiones de offset con ciertas configuraciones. Para este caso los propios fabricantes mencionan en la hoja de datos los siguientes circuitos con resistencias variables como muestran las siguientes figuras:

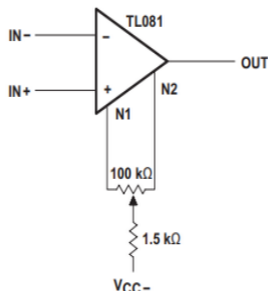


Figura 6: Compensación de offset del TL081 con $R = 100k\Omega$

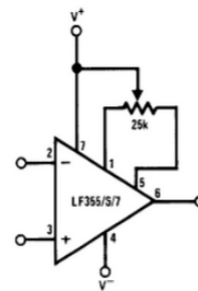


Figura 7: Compensación de offset del LF365 con $R = 25k\Omega$

Otra compensación posible es en las corrientes de bias para los circuitos de amplificación inversa con una resistencia en la entrada positiva con una $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ como se muestra en la figura:

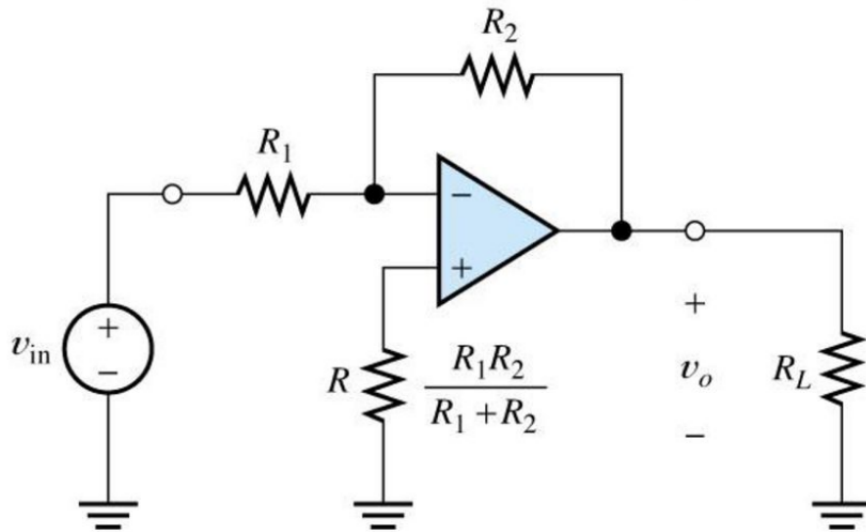


Figura 8: Compensación de Corriente de Bias

3. Circuito Integradores y Derivadores

3.1. Consideraciones generales

Para armar los circuitos propuestos por la cátedra se dispone de un amplificador operacional LM-833N. Los datos más importantes a considerar vistos en la hoja de datos son los siguientes:

1. $A_{vol} = 110dB$
2. $BWP = 15MHz$

3.2. Circuito Derivador

A continuación se realiza el análisis sobre el circuito derivador planteado por la cátedra utilizando un amplificador operacional *LM833* propuesto por la cátedra en el siguiente circuito.

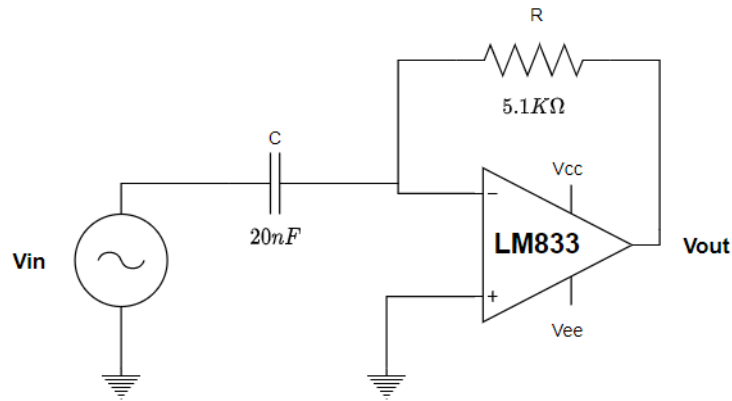


Figura 9: Circuito derivador implementado con Opamp

Consiguientemente, se procede a calcular la transferencia de tensión entre la entrada y salida del circuito.

En condición ideales se puede considerar que la ganancia del amplificador operacional es infinita por lo que, basándonos en su ecuación característica (3.2), se puede asegurar que para mantener la relación $V^+ = V^-$ van a tender a 0.

$$V_{out} = A_0(V^+ - V^-)$$

Por lo tanto, se pueden escribir a las corrientes del circuito como:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{X_c} = V_{in} \cdot C_1 \quad I_2 = \frac{V_{out}}{R}$$

Considerando que $V^- = 0$ y que $I_1 = I_2$ se logra llegar a la transferencia bajo condiciones ideales:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -R \cdot C \quad (2)$$

Por otro lado, considerando a A_{vol} finito se vuelve indispensable reformular las ecuaciones vistas en 3.2 ya que al considerar un A_{vol} que no tiende a infinito se vuelve imposible asegurar que la tensión V^- sea nula. Bajo las nuevas circunstancias se obtienen:

$$I_1 = \frac{V_{in} - V^-}{X_c} = (V_{in} - V^-) \cdot C_1 \quad I_2 = \frac{V_{out} - V^-}{R}$$

Utilizando 3.2 y 3.2 se puede despejar la transferencia como:

$$H_1(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R \cdot C}{1 + \left(\frac{R \cdot C + 1}{A_0}\right)} \quad (3)$$

Se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_1(s)$$

Se obtiene la transferencia en condiciones ideales vista en 2.

Para finalizar se realiza un análisis considerando A_{vol} variante en frecuencia debido a la presencia de un polo dominante que le da una respuesta en frecuencia característica de un filtro pasa-bajos. La dependencia en frecuencia de la ganancia del opamp está dada por la siguiente fórmula:

$$A_v(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_b}} \quad (4)$$

Siendo A_0 la ganancia en continua y w_b el ancho de banda del filtro, la frecuencia para la cual el dispositivo atenúa 3 dB.

Reemplazando (4) en (3) se obtiene:

$$H_2(s) = \frac{-RSC}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{RSC}{A_0} + \frac{RS^2C}{w_b A_0}} \quad (5)$$

Esta ecuación se puede dividir según su ganancia ideal G_I y su factor de corrección F_c de la siguiente forma:

$$G_I = -RSC \quad F_c = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{RSC}{A_0} + \frac{RS^2C}{w_b A_0}}$$

Siguiendo el mismo procedimiento aplicado para $H_1(s)$, se puede

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_2(s) = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} G_I F_c = G_I = H(s)$$

Las expresiones obtenidas se plasman en el siguiente gráfico, pudiéndose observar una mayor precisión a medida que se usan modelos más realistas sin consideraciones ideales.

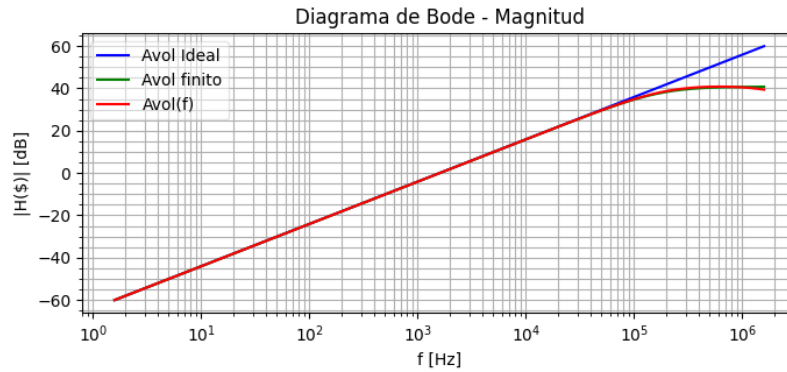


Figura 10: Respuesta en frecuencia teóricas - Modulo

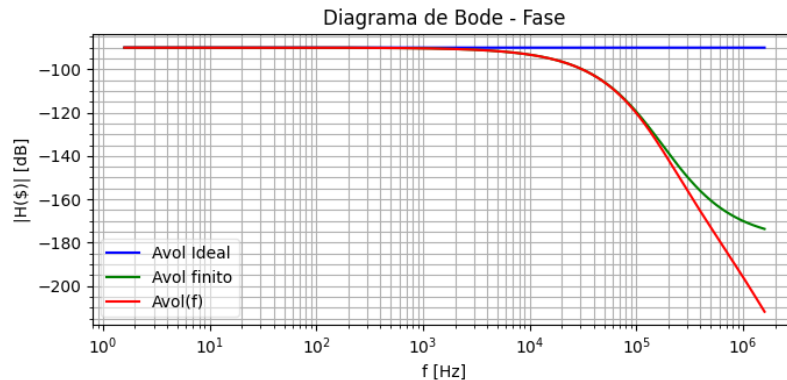


Figura 11: Respuesta en frecuencia teóricas - Fase

3.3. Circuito Integrador

3.3.1. Introducción

Se realizó el análisis de un circuito integrador ideal, utilizando en este caso los tres mismos componentes que para el integrador, una Resistencia R , un capacitor C y un amplificador operacional. Cabe destacar que se considera a este circuito como un integrador ya que a diferencia del circuito RC analizado en el primer trabajo práctico de laboratorio, éste funcionará como integrador "teórico" para cualquier frecuencia y no solo a frecuencias altas.

Los valores nominales utilizados para la experiencia fueron:

- $R : 5.1K\Omega$
- $C : 20nF$
- $OPAMP : LM833$

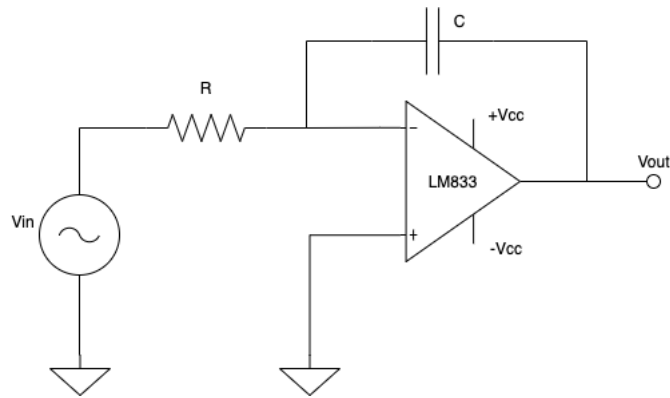


Figura 12: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

A continuación se procederá a calcular teóricamente el valor de las funciones transferencia para los casos en donde el amplificador operacional tiene un comportamiento ideal, con A_{vol} finito y $A_{vol}(w)$ con polo dominante.

3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal

Para obtener la función transferencia en este caso, $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$, partiremos de las siguientes condiciones iniciales para el amplificador operacional:

- $A_{vol} : \infty$
- $Z_{in} : \infty$
- $Z_{out} : 0$

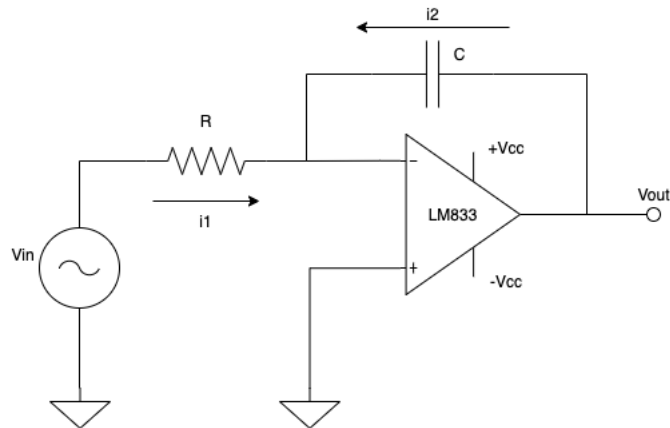


Figura 13: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

Podemos observar a simple vista que:

- $i1 = -i2$
- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out} - V^-}{X_c}$
- $V_{out} = A_{vol}(V^+ - V^-)$

Como $A_{vol} \rightarrow \infty$ y V_{out} es finito, $(V^+ - V^-) \rightarrow 0$ y como V^+ está conectado a tierra, V^- representa tierra virtual, por lo cual su valor es de $0V$.

Entonces, redefiniendo las ecuaciones anteriores:

- $i1 = \frac{V_{in}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out}}{X_c}$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in}}{R} = -\left(\frac{V_{out}}{X_c}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{X_c}{R} = -\frac{1}{SRC}$$

$$H(S) = -\frac{1}{SRC}$$

Como se ha mencionado anteriormente, queda demostrado el comportamiento del sistema como integrador, ya que si antitransformamos la función de transferencia obtenida implicará que para obtener $v_{out}(t)$ habrá que integrar $v_{in}(t)$ en el dominio del tiempo por tener el factor en el dominio de Laplace de $L(S) = \frac{1}{S}$

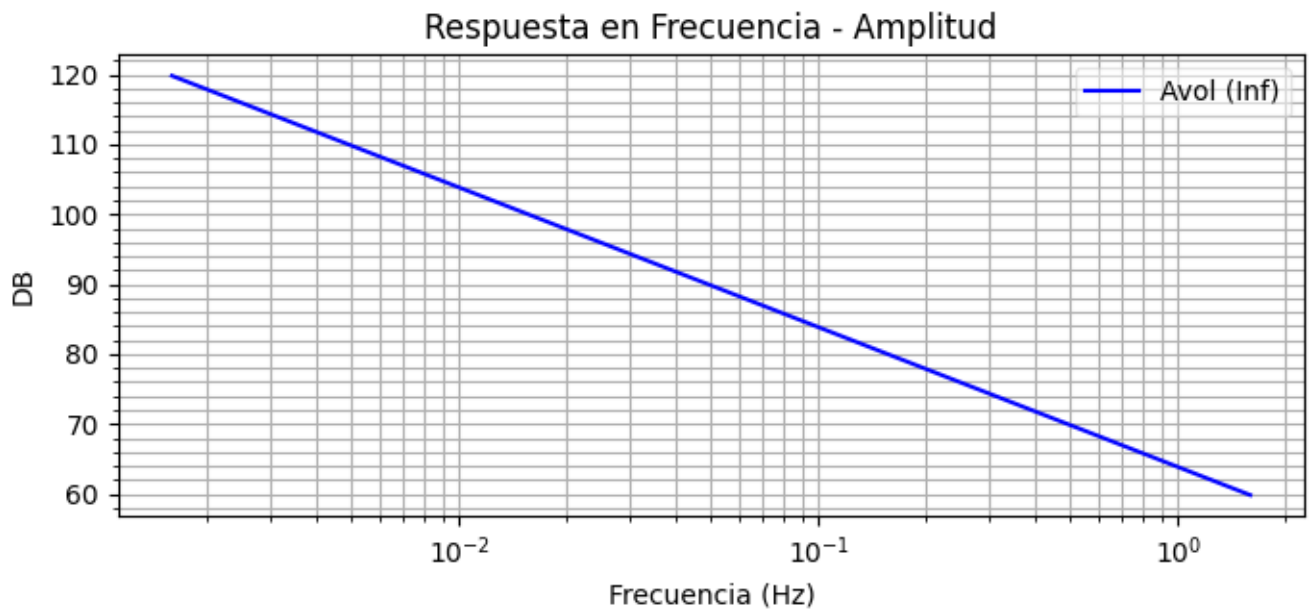


Figura 14: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP ideal

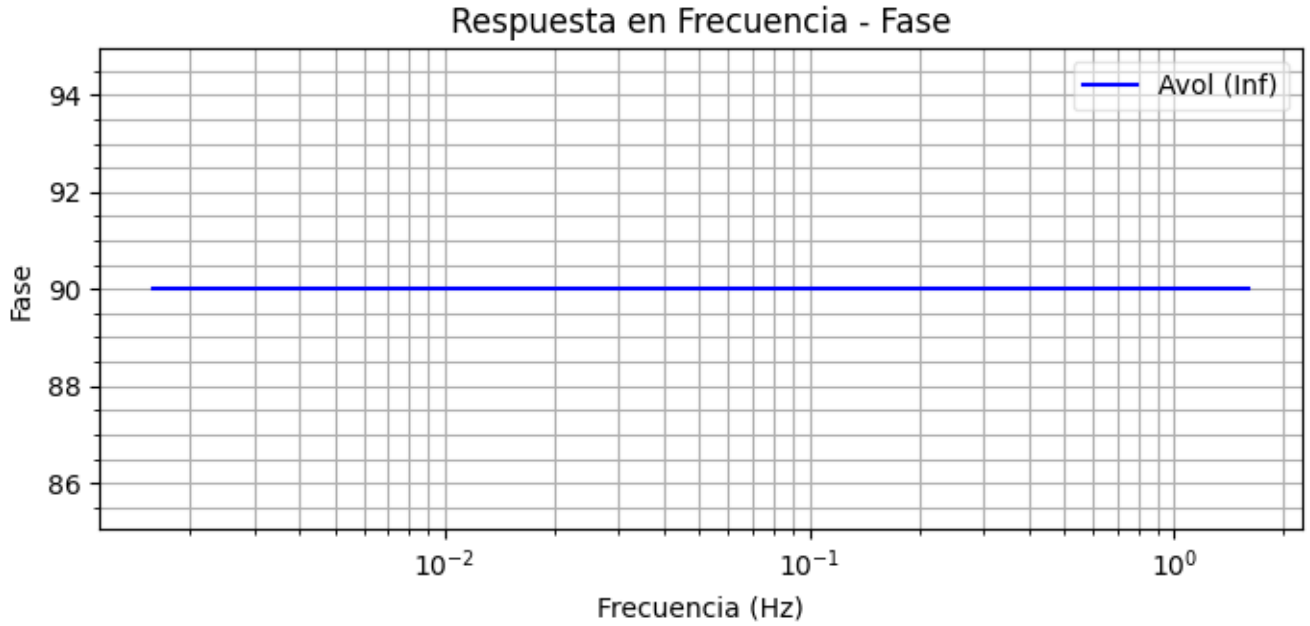


Figura 15: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP ideal

3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A_{vol} finito

A diferencia del caso anterior, para el cálculo de la función transferencia, $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$, partiremos de las condiciones planteadas previamente, excepto :

- $A_{vol} : finito$

Utilizando entonces las mismas relaciones, se puede observar ahora que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^- \implies V^- = \frac{-V_{out}}{A_{vol}}$$

Por lo tanto:

- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R} = \frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out} - V^-}{X_c} = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c}$

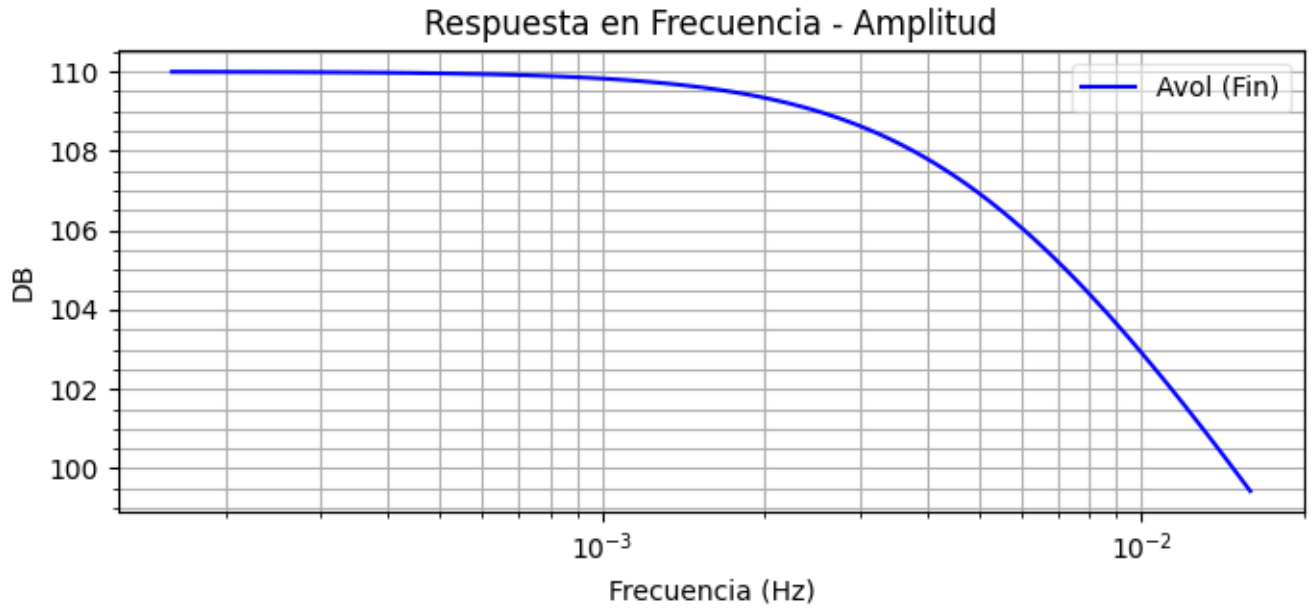
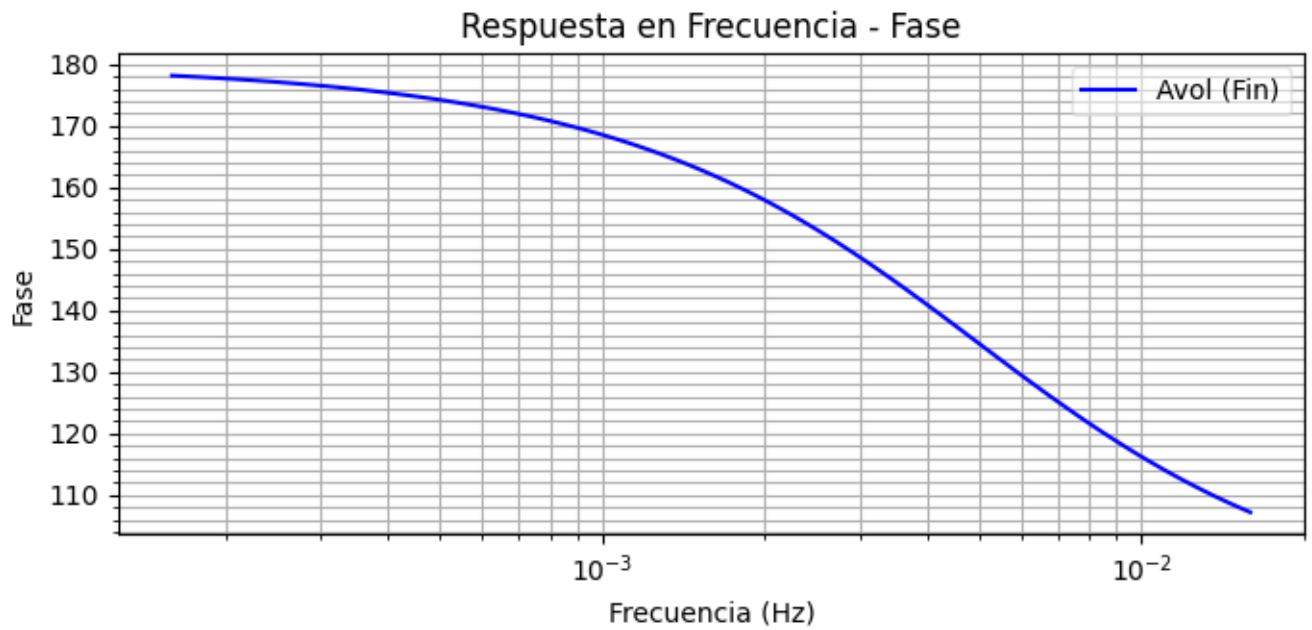
Siendo entonces:

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} = -\left(\frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c}\right) \implies \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-1}{SCR\left(1 + \frac{1}{A_{vol}} + \frac{1}{A_{vol}SCR}\right)} = \frac{-1}{SCR\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{1}{A_{vol}}}$$

Finalmente:

$$H(S) = \frac{-A_{vol}}{SCR(A_{vol} + 1) + 1}$$

Es importante notar que siendo la ganancia para el caso ideal, donde A_{vol} es ∞ , $GI = -\frac{1}{SRC}$, la función transferencia se puede representar como $H(S) = GI \cdot \frac{-A_{vol}}{SCR(A_{vol}+1)+1}$. Y si A_{vol} es lo suficientemente grande, tendremos la función transferencia ideal nuevamente del primer caso analizado para el circuito integrador.

Figura 16: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP con A_{vol} finitoFigura 17: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP con A_{vol} finito

3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$

En este último caso de análisis, A_{vol} no es constante sino que es función de la frecuencia según:

$$A_{vol}(S) = \frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_b}}$$

Por lo cual la expresión para la función transferencia calculada en el caso anterior, quedará denominada por:

$$H(S) = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1 + \frac{1}{SCR}}{A_{vol}})} \Rightarrow H(S) = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1 + \frac{1}{SCR}}{\frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_b}}})}$$

Reacomodando algebraicamente:

$$H(S) = -\frac{1}{S^2 \frac{CR}{A_o W_b} + SCR(1 + \frac{1}{A_o} + \frac{1}{W_b A_o CR}) + \frac{1}{A_o}}$$

Finalmente:

$$H(S) = -\frac{A_o}{S^2 \frac{CR}{W_b} + SCR(A_o + 1 + \frac{1}{W_b CR}) + 1}$$

Podemos observar que si A_o es muy grande, nuevamente estaremos en el caso donde la ganancia que obtendremos será la ideal para este circuito.

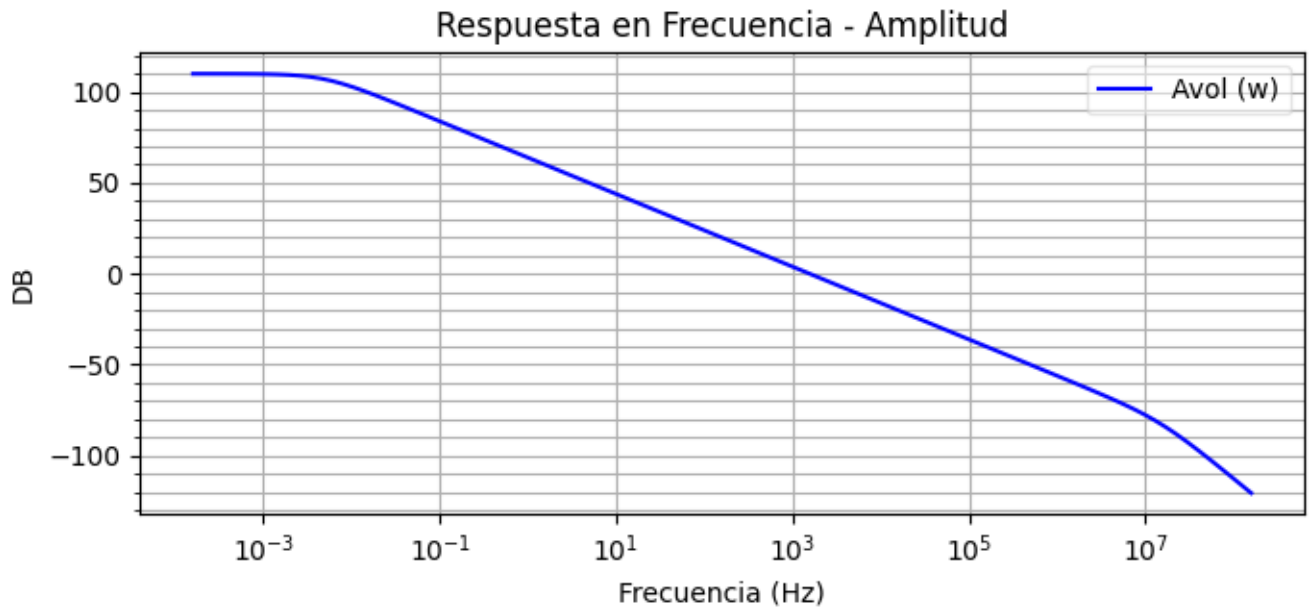


Figura 18: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP con $A_{vol}(w)$

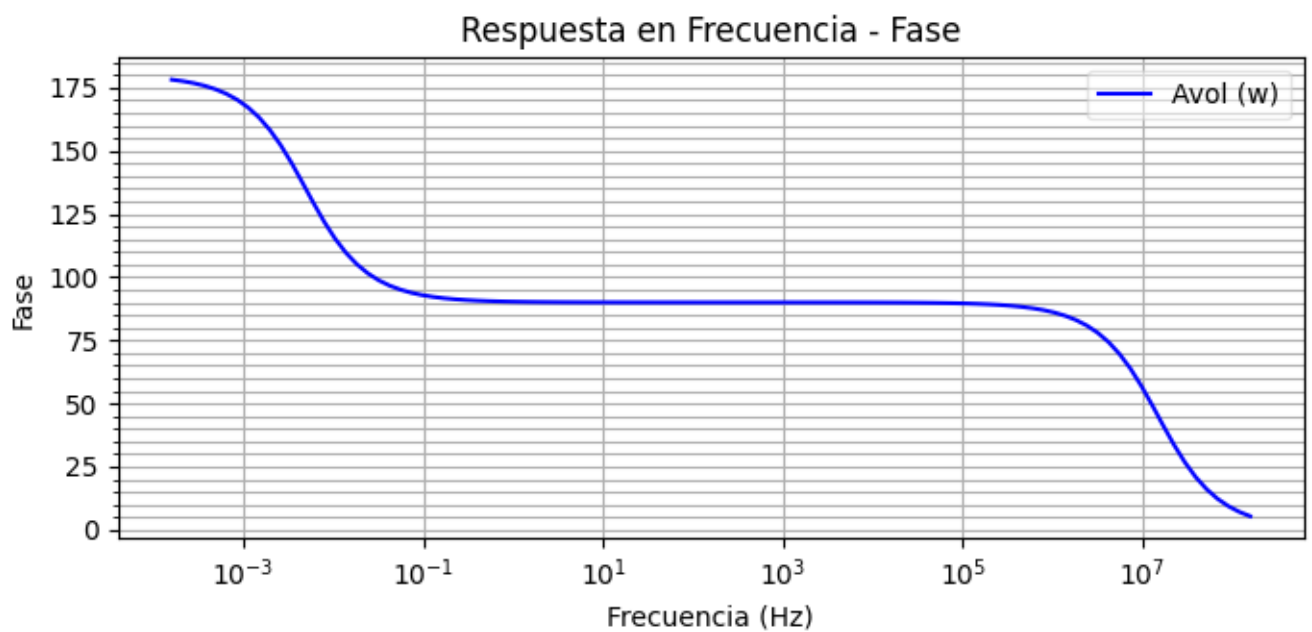


Figura 19: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP con $A_{vol}(w)$

Comparando los tres casos, podemos observar que en determinado rango de frecuencias el comportamiento entre los tres casos es muy similar:

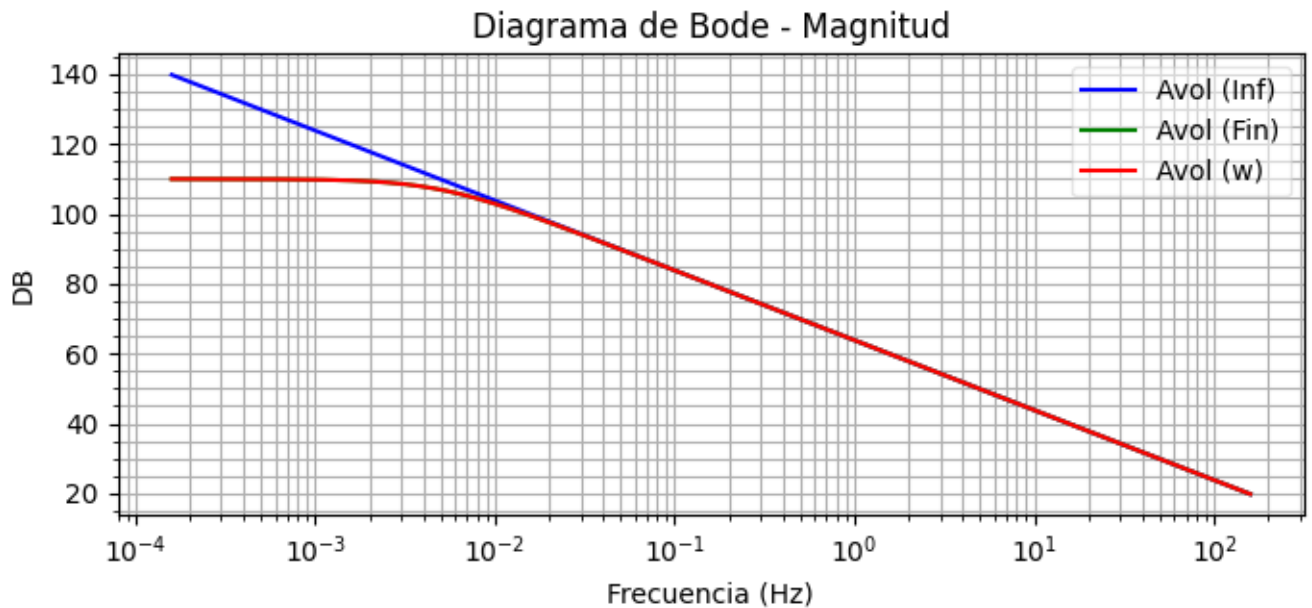


Figura 20: Diagrama de BODE de Amplitud para OPAMP comparativo

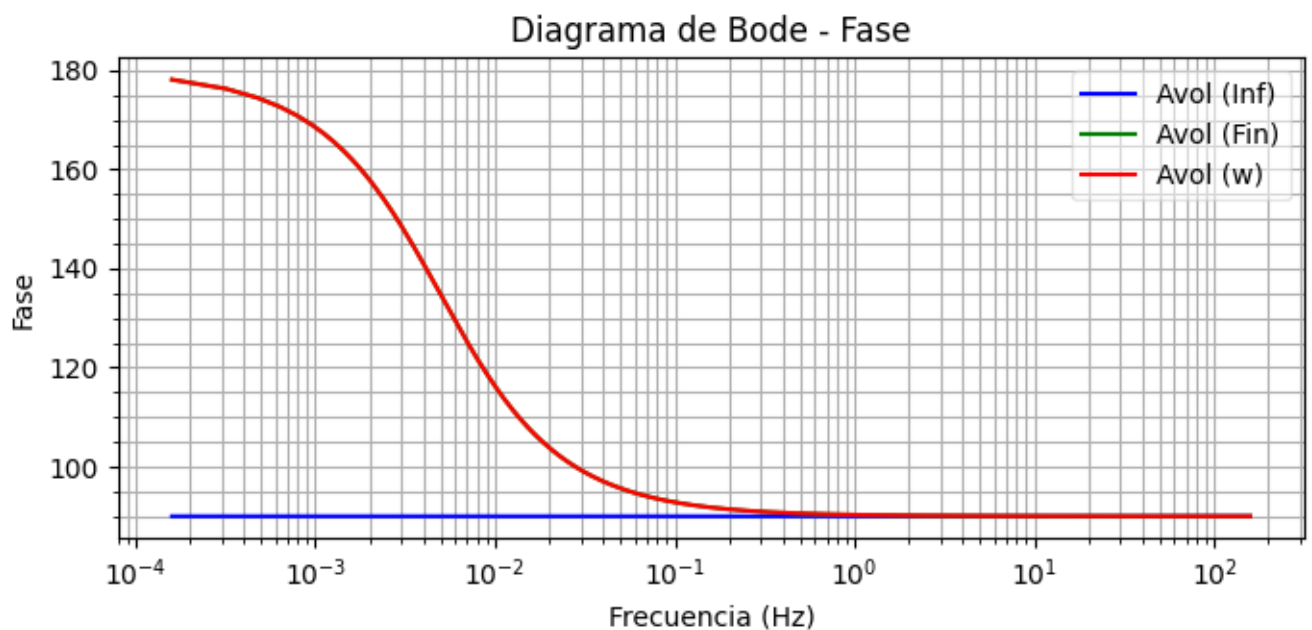


Figura 21: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP comparativo

Gráficamente se puede observar que en el orden del 100mHz , los tres casos empiezan a comportarse de manera similar, tanto en su Respuesta en Frecuencia para la Amplitud como para la Fase. Para el caso en el que $A_{vol}(w)$, observamos el efecto del polo dominante del amplificador operacional en el abrupto cambio de la fase. Para los cálculos de la presente sección y analizando el DataSheet del amplificador operacional *LM833*, se obtubieron los siguientes valores:

- $w_b = 298.011$
- $A_0 = 110\text{Db}$

Además, como se está analizando el comportamiento del circuito como analizador y el comportamiento esperado no será ideal, se puede confirmar con solo observar los gráficos anteriores de Respuesta en Frecuencia, en especial, el comparativo entre los tres casos, que el rango real de frecuencias esperado, donde el circuito se comportará como ideal, será en donde la respuesta en frecuencia para los tres casos, coincide.

Para aportar un valor adicional al análisis y contrastar lo obtenido teóricamente, se realizó la simulación correspondiente en el software *LTSpice*. Lo obtenido para la respuesta en frecuencia con los elementos mencionados previamente es:

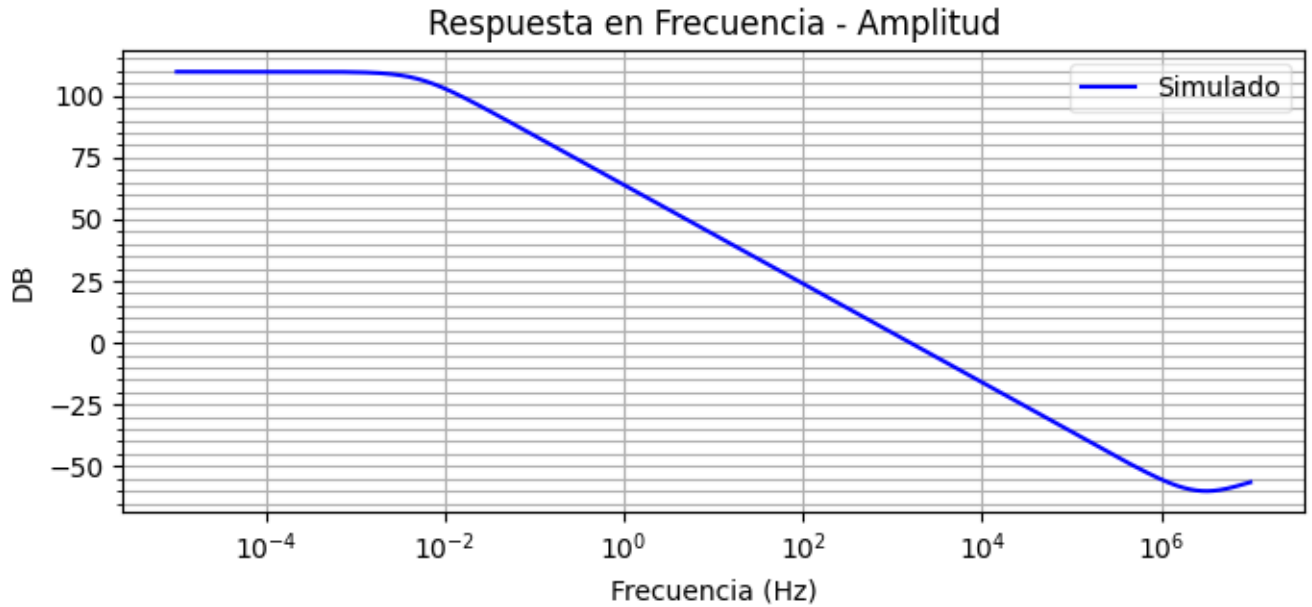


Figura 22: Respuesta en Frecuencia Simulada para Circuito Integrador - Amplitud

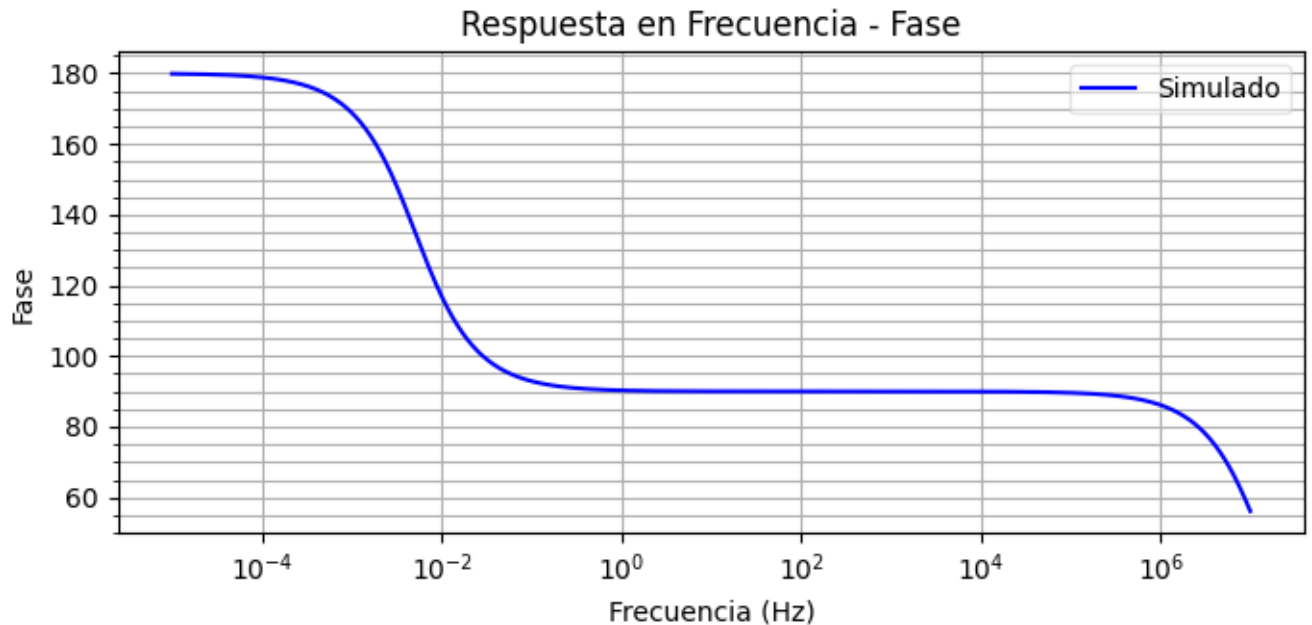


Figura 23: Respuesta en Frecuencia Simulada para Circuito Integrador - Fase

Se puede observar que los resultados de la simulación muestran total similitud con lo analizado teóricamente para el caso $A_{vol}(w)$.

3.3.5. Análisis de Entrada Senoidal al circuito integrador

Se inyectó una señal senoidal variando su amplitud y frecuencia para analizar el comportamiento y la respuesta del circuito a ella. Se tiene en cuenta que para frecuencias bajas, la ganancia del circuito es mayor y podría generar saturación en la salida del circuito $v_{out}(t)$, que fue alimentado con $9V$ y a su vez para frecuencias muy altas, la atenuación es tan grande que los valores a analizar se encuentran dentro de los rangos de error de los elementos de medición del *Electronic Explorer Board*. En primera instancia, se pudo observar que el circuito cumple su cometido. Integra la señal, es decir, si a la entrada tenemos una señal senoidal, a la salida tendremos una señal cosenoidal de signo opuesto. En segunda instancia, el circuito amplifica o disminuye la amplitud de la señal de entrada dependiendo éste de la frecuencia. A frecuencias muy bajas, la señal será amplificada y a frecuencias muy altas, la amplitud se ve reducida, ya que como previamente se mencionó, la ganancia ideal está determinada por $\frac{-1}{SRC}$.

Partiendo de que para el caso ideal:

$$|H(jw)| = \frac{1}{wRC}$$

Podemos mencionar que teóricamente el circuito atenuará la amplitud de una señal para valores de frecuencia aproximados de:

$$\frac{1}{wRC} \leq 1 \rightarrow w \geq \frac{1}{RC} \rightarrow f \geq \frac{1}{2\pi RC} \rightarrow f \geq 1560Hz$$

Entonces el circuito aumentará la amplitud de la señal de salida con respecto a la señal de entrada para valores de frecuencia aproximados de:

$$f \leq 1560$$

A medida que la frecuencia disminuye, se puede ver que la ganancia es cada vez mayor pero ésta estará limitada por el valor A_0 del amplificador operacional utilizado que es de $110DB$ o aproximadamente una ganancia de 316000 en términos de amplitud, valores que nunca serán alcanzados en este caso, ya que no tiene sentido real trabajar con frecuencias tan bajas, tal que se pueda llegar a ese caso.

Para ejemplificar lo descrito, se utilizan las siguientes imágenes obtenidas con el Osciloscopio del *Electronic Explorer Board*. En cada caso, se tomó la máxima amplitud posible para la frecuencia en la cual se realizaba la medición en la señal inyectada. En el Canal 1, se midió la señal de entrada y en el Canal 2, la señal de salida.

En el primer caso se puede observar el desfase correspondiente entre las señales y a su vez la gran ganancia en la amplitud de la señal de salida.

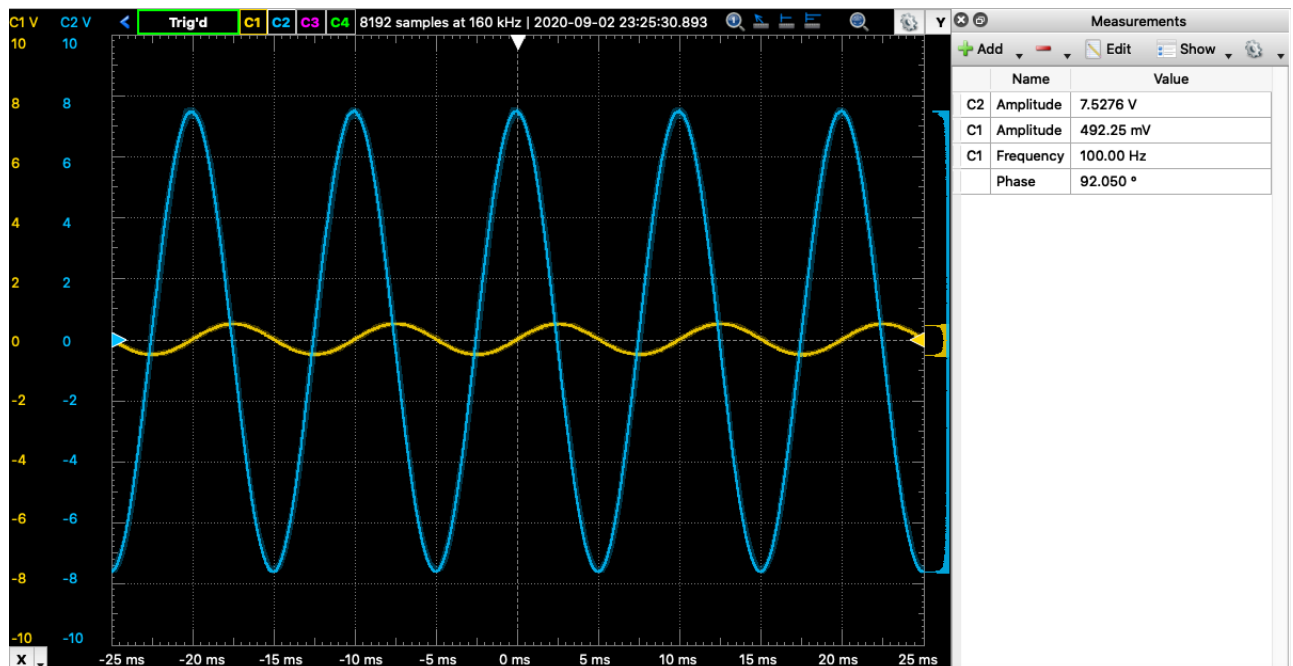


Figura 24: Señal de Entrada y Salida - Frecuencia 100 Hz

En el segundo caso, se pudo observar también el desfase pero la ganancia de amplitud ya reducida como era esperado.

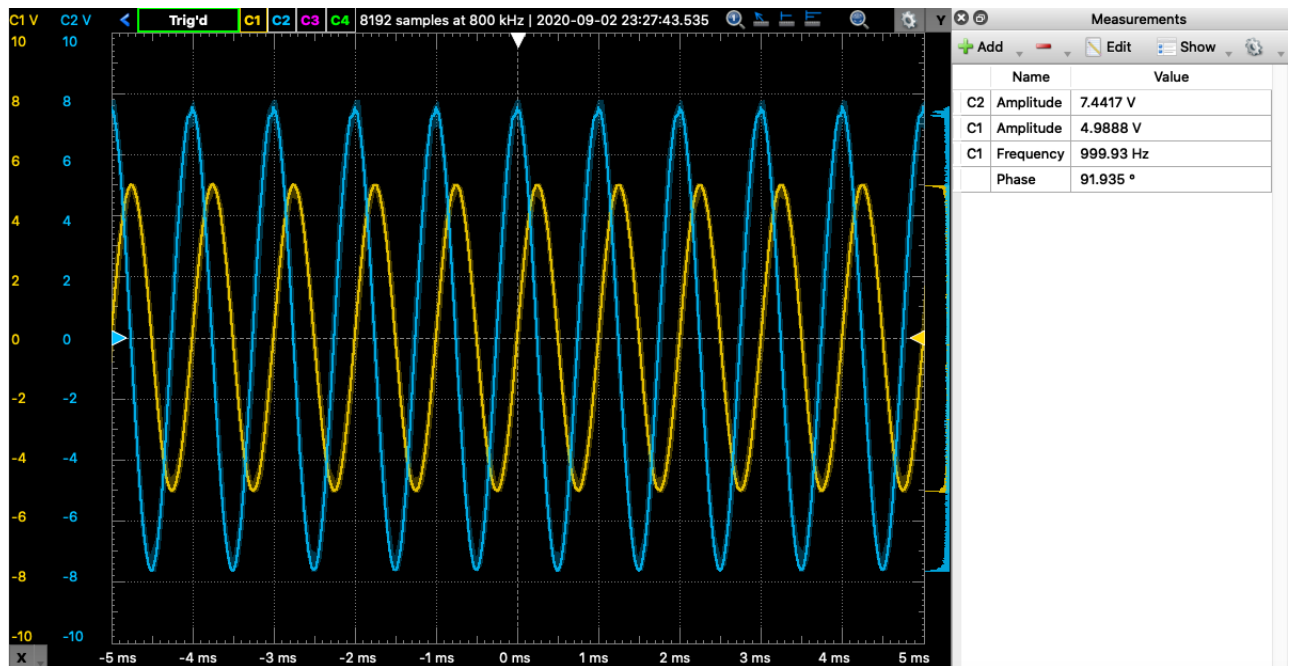


Figura 25: Señal de Entrada y Salida - Frecuencia 1.000 Hz

Finalmente, para una frecuencia de 10 KHz , la señal de salida ha reducido notablemente su amplitud en comparación a la señal de entrada.

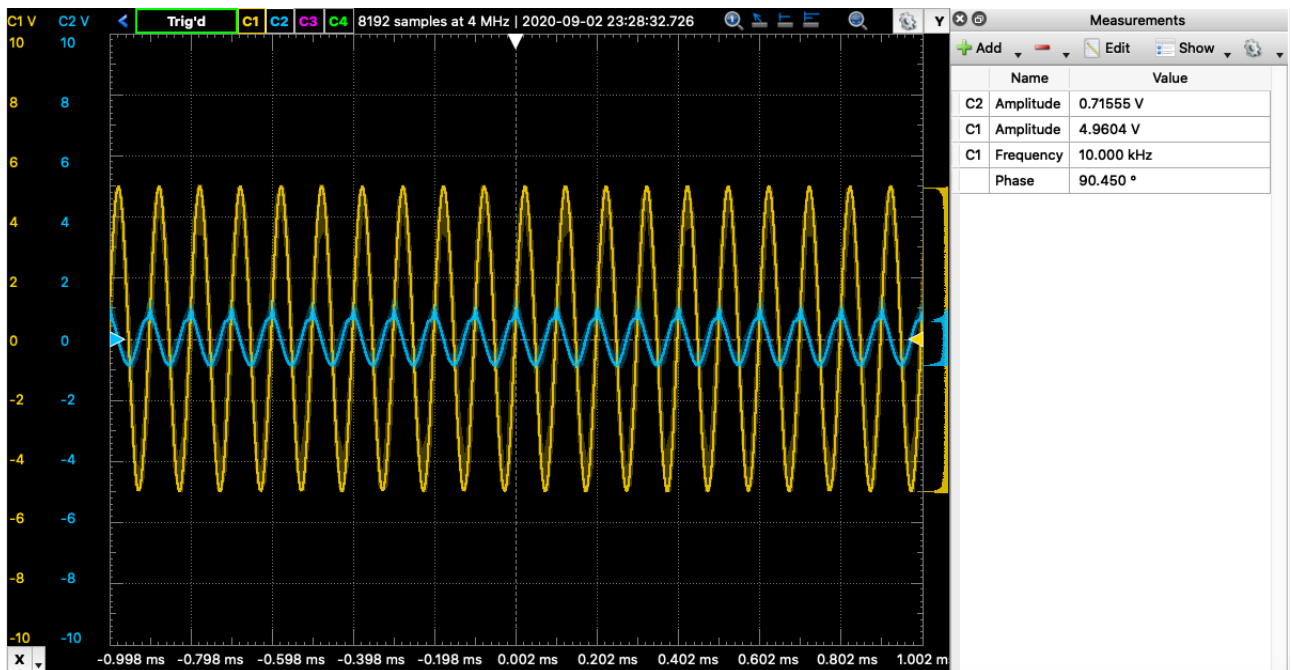


Figura 26: Señal de Entrada y Salida - Frecuencia 10.000 Hz

Para realizar el diagrama de respuesta en frecuencia no se pudo utilizar la funcionalidad *Network* del software *WaveForms* ya que al realizar un barrido en frecuencia con la misma amplitud para todos los casos, para el rango de frecuencias deseado, en las bajas frecuencias, el sistema saturaría para determinada amplitud y para las frecuencias muy altas, la amplitud de la señal a la salida está en el orden del error presentado por el osciloscopio del *Electronic Explorer Board*.

Se realizaron entonces mediciones manuales, variando la amplitud según la frecuencia convenientemente y resultó comparable (en las frecuencias donde se pudo realizar las mediciones) a los modelos simulados y teórico.

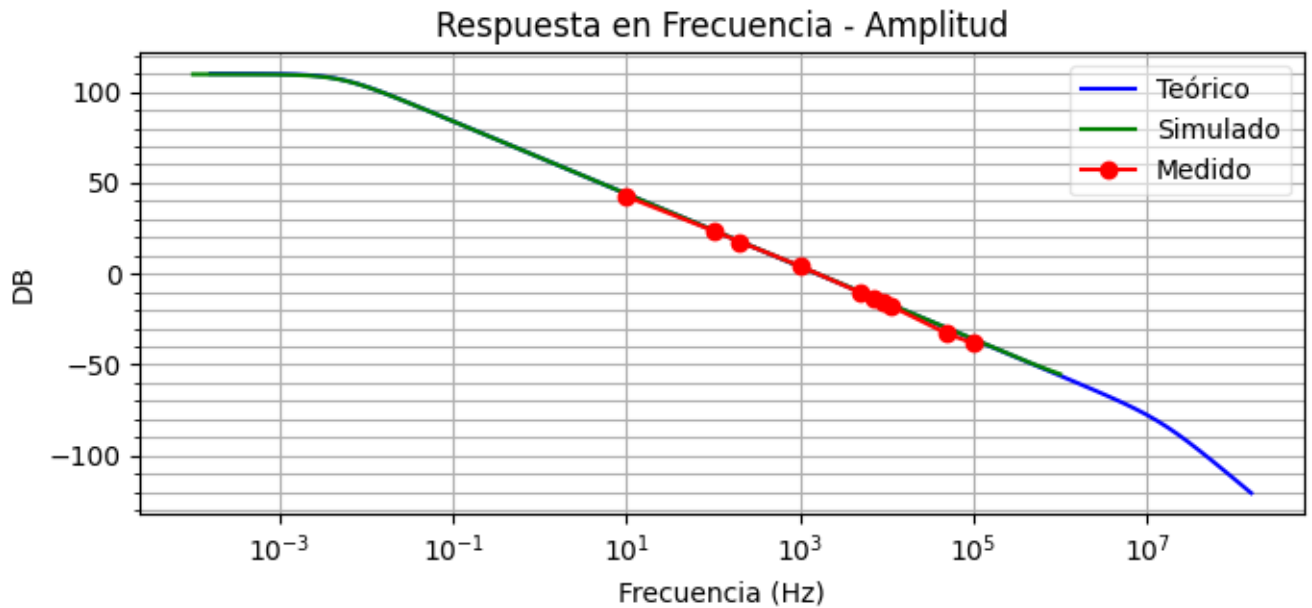


Figura 27: Respuesta en Frecuencia para el Circuito Integrador Comparativo - Amplitud

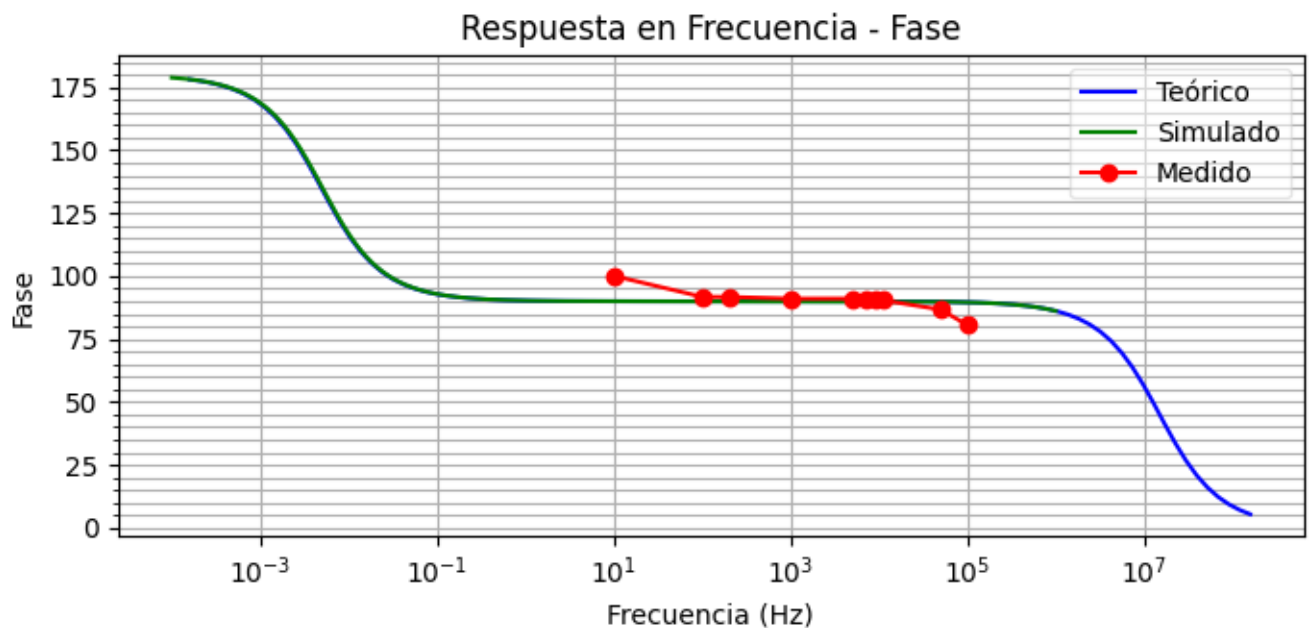


Figura 28: Respuesta en Frecuencia para el Circuito Integrador Comparativo - Fase

3.3.6. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador

Es importante antes de realizar el análisis para la correspondiente señal de entrada, analizar el comportamiento del capacitor en los distintos rangos de frecuencia. A medida que la frecuencia se reduce, se pudo observar que la magnitud de la señal de salida se ve amplificada pero a su vez, la impedancia representada por el capacitor también, ya que $X_c = \frac{1}{j\omega C}$. Al tener una frecuencia lo suficientemente baja, tal que la impedancia X_c es lo suficientemente grande, sucederá que por el cable donde está conectado el capacitor no circulará corriente al tener una impedancia extremadamente grande. En otras palabras, allí habrá un circuito abierto.

Al haber un circuito abierto, el proceso de realimentación se verá interrumpido, haciendo que la diferencia mencionada en incisos anteriores que determinaba a $v_{out} = A_0(V^+ - V^-)$ sea cada vez más grande. Esto guarda correlación con que el hecho de que si baja la frecuencia, la señal de salida se verá más y más amplificada, y a su vez la diferencia de

potencial ($V^+ - V^-$) será cada vez mayor, por estar V^+ conectada a tierra y por el hecho de que la retroalimentación del circuito se ve afectada por la alta impedancia del capacitor.

Otro factor importante a tener en cuenta es que en el mundo real, los generadores de señales, incluido el generador de señales del *Electronic Explorer Board* no son ideales, por lo cual en ellos se presenta una componente de tensión continua que puede ser de mayor o menor valor. La particularidad de este circuito integrador es que amplifica las componentes espectrales de frecuencia baja por lo cual, dicha componente de tensión continua se verá amplificada generando un offset en la señal de salida.

Para poder realizar mediciones con mayor sencillez, se utilizó la funcionalidad *Scope* pero conectado a la terminal *AC* para filtrar dicha componente continua y así evitar esa tensión de offset.

A continuación se puede observar el comportamiento integrador del circuito en las frecuencias que así lo permiten.

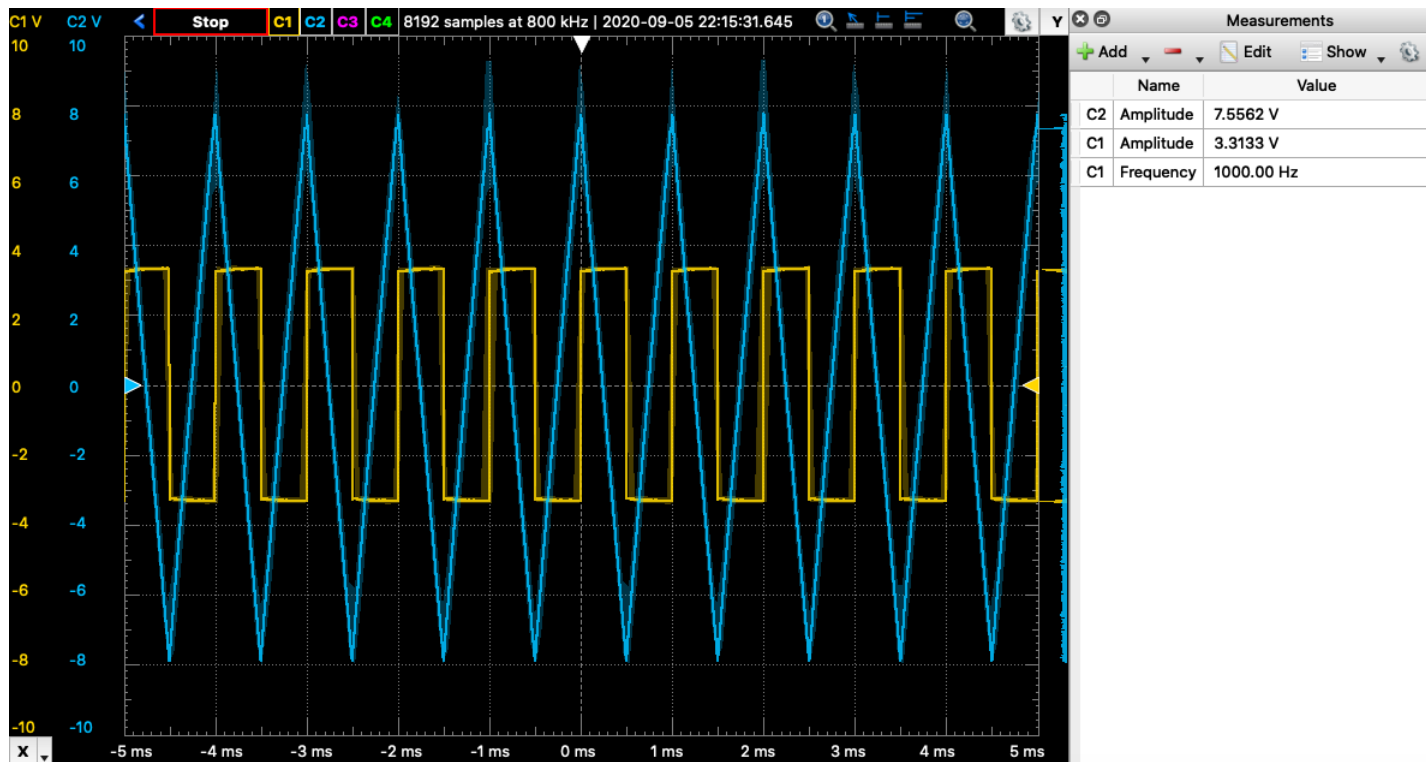


Figura 29: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 1000 Hz

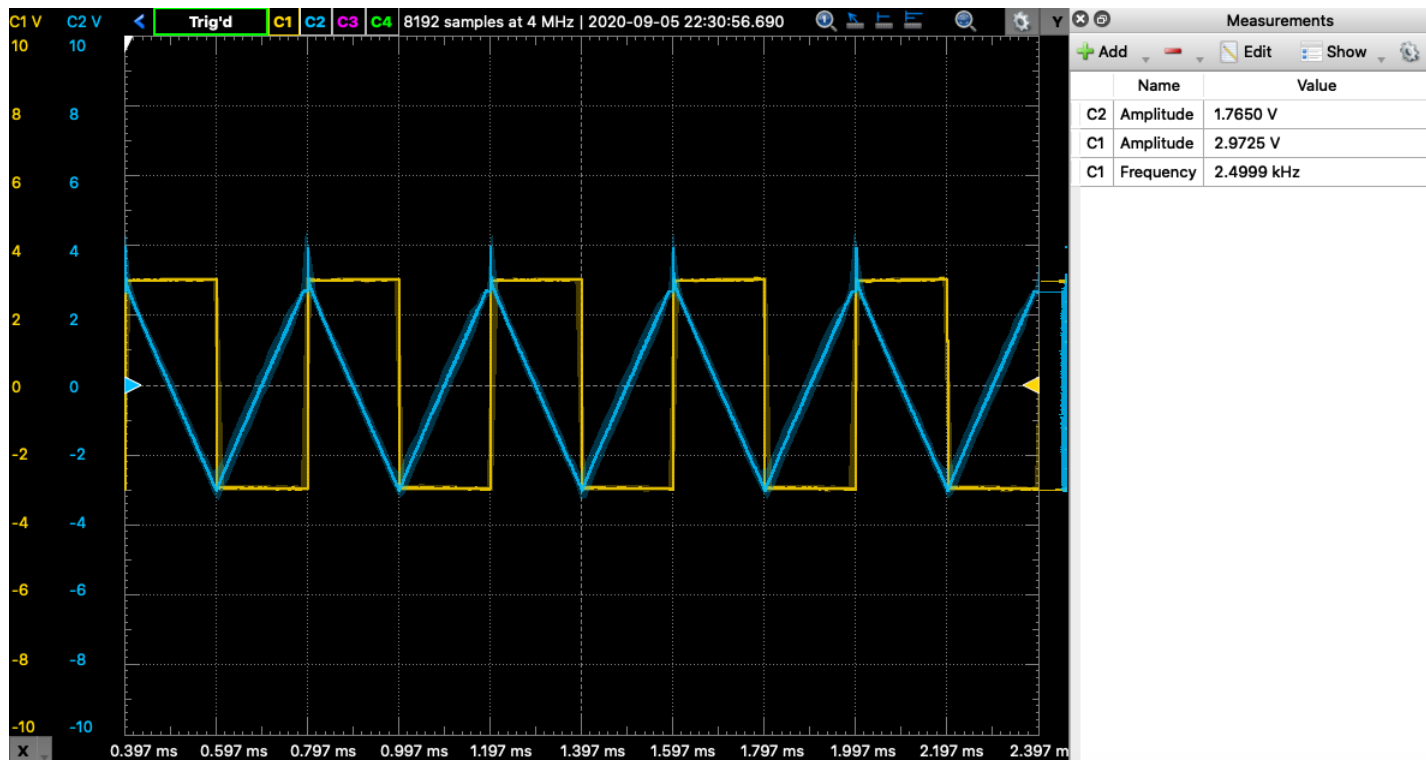


Figura 30: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 2500 Hz

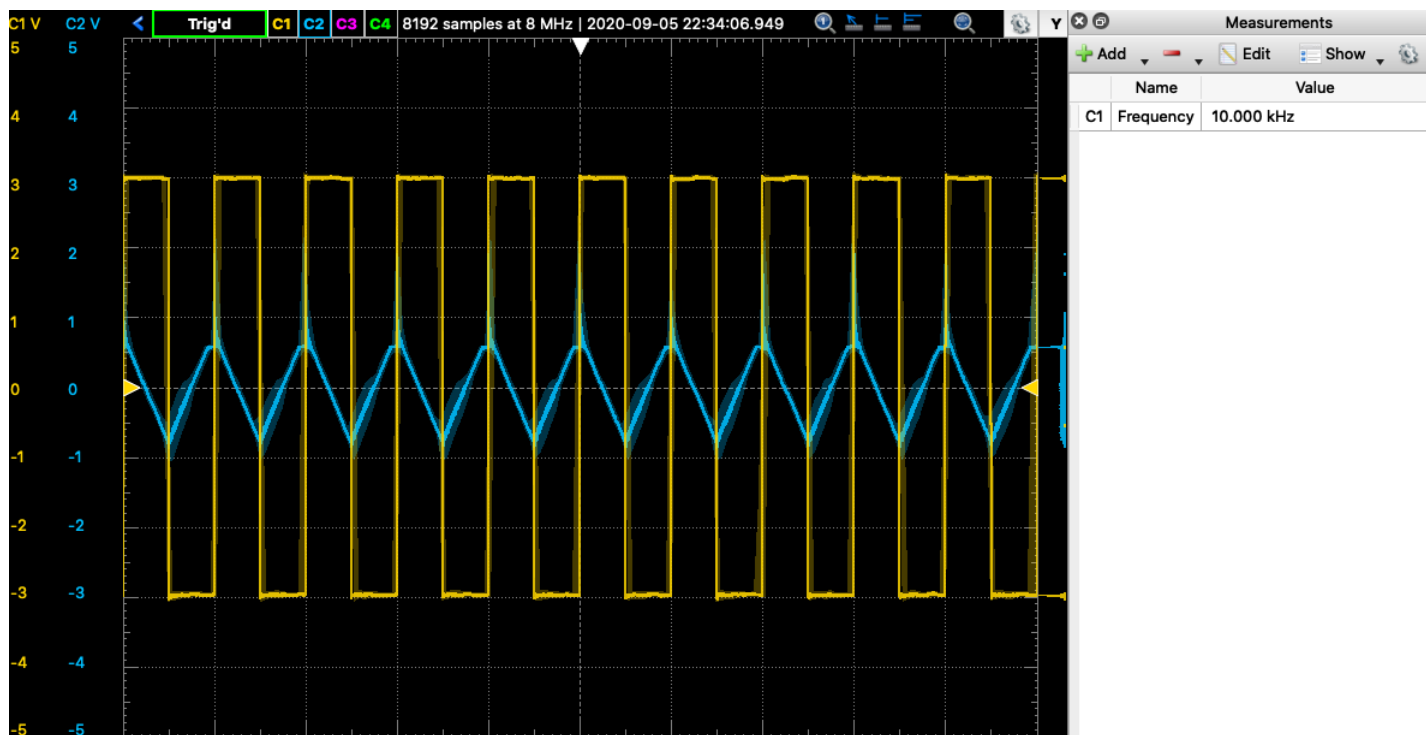


Figura 31: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 10.000 Hz

En los tres casos, se puede apreciar efectivamente el comportamiento integrador del circuito. Durante los semi-ciclos donde la tensión de la señal de la entrada cuadrada es positiva, se puede ver la pendiente negativa en la señal triangular y la situación opuesta se presenta durante el siguiente semi-ciclo. Además, se observa claramente que a medida que la frecuencia aumenta la amplitud de la señal triangular de salida se atenúa.

3.3.7. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador

Para poder calcular teóricamente la impedancia de entrada, Z_{in} , se utilizó el teorema de Miller tal que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^-$$

Como para este caso, $K = -A_{vol}$, el circuito integrador con el amplificador operacional, queda expresado como:

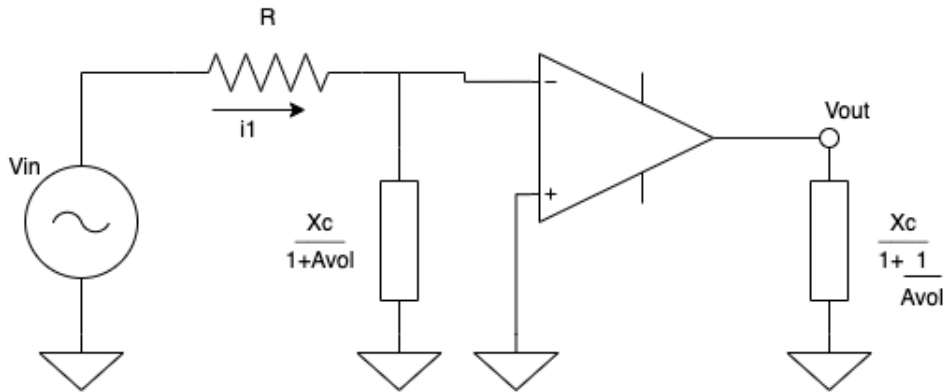
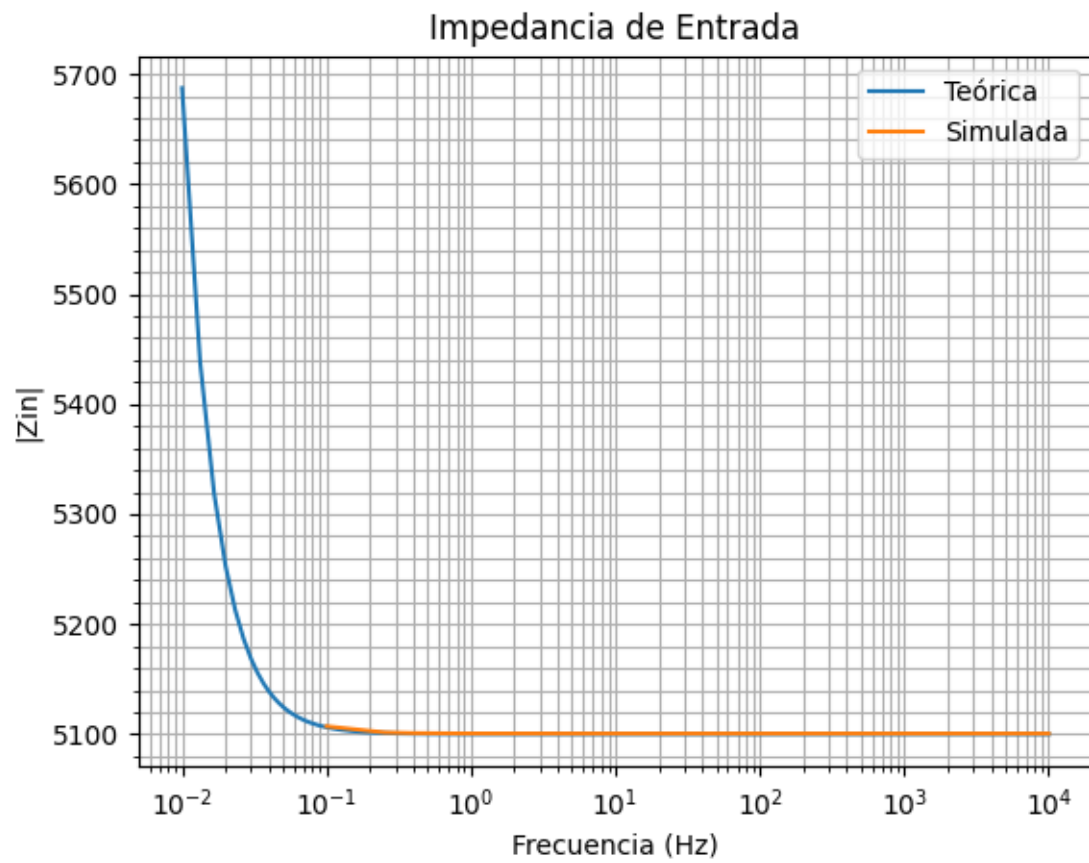


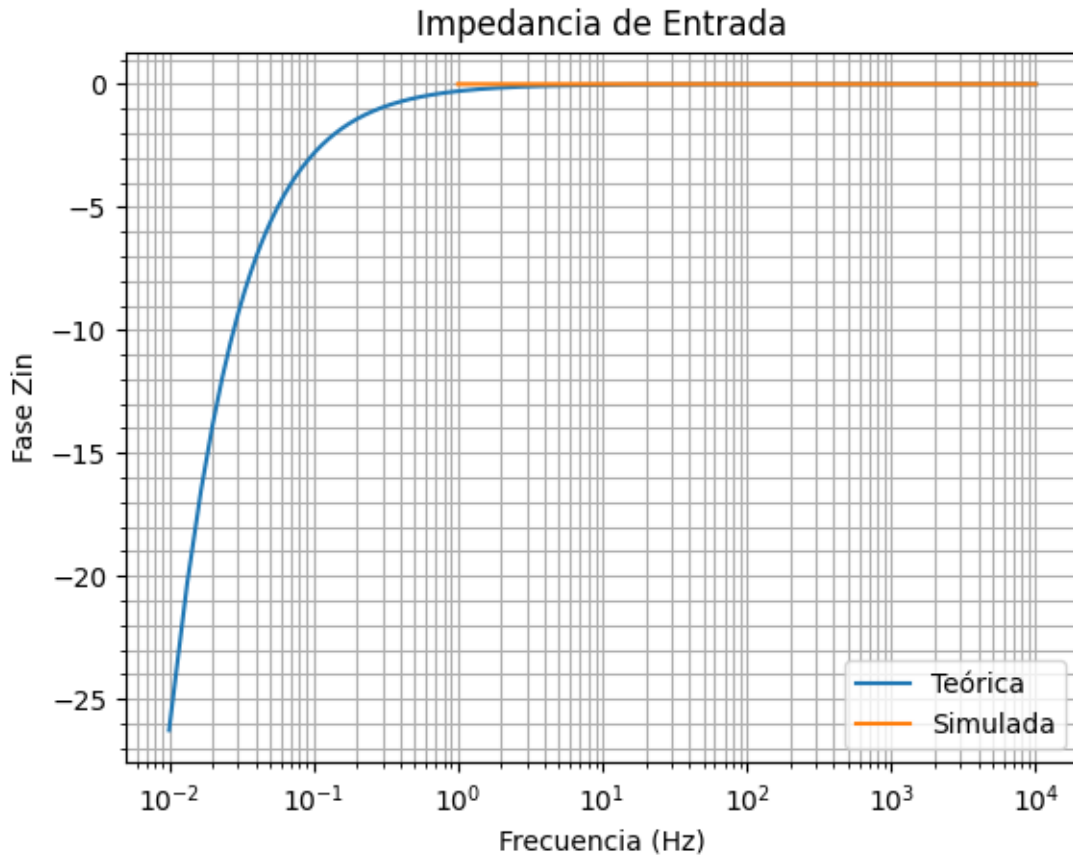
Figura 32: Diagrama de BODE de Fase para OPAMP comparativo

Como nos interesa $Z_{in} = \frac{V_{in}}{i_1}$, es muy sencillo ver que a la entrada no inversora del amplificador operacional no ingresa corriente, por lo cual utilizando la ley de tensiones de Kirchoff:

$$V_{in} = i_1 \cdot R + i_1 \cdot \frac{X_c}{1 + A_{vol}} \rightarrow \frac{V_{in}}{i_1} = R + \frac{X_c}{1 + A_{vol}} \rightarrow Z_{in} = R + \frac{1}{SC(1 + A_0)}$$

Dicha impedancia teórica puede verse expresada en las siguientes figuras en conjunto con la expresión simulada mediante *LTSpice* para ella:

Figura 33: Amplitud de Z_{in} en función de f

Figura 34: Fase de Z_{in} en función de f

Se puede observar que a frecuencias notablemente bajas, la impedancia tiende a aumentar en magnitud ya que la componente reactiva de Z_{in} es inversamente proporcional al valor de la frecuencia como se demostró anteriormente. A partir de frecuencias del orden de los mHz , se puede observar como el efecto de la reactancia capacitiva se reduce, dejando unicamente la componente de la R . Por lo cual podemos afirmar que Z_{in} es aproximadamente R para esos casos, además del efecto que genera A_0 . Lo mismo se puede observar con la fase que tiende a 0, ya que la componente compleja que aporta el capacitor se ve reducida conforme aumenta la frecuencia. Como conclusión entonces, para $f \geq 1Hz$:

$$Z_{in} \approx R$$

3.3.8. Compensación/Limitación del Circuito Integrador con una R adicional

Como se ha explicado previamente, para el circuito integrador con el amplificador operacional, en frecuencias bajas, se interrumpe el ciclo de retroalimentación, ya que debido a la alta impedancia, en dichas frecuencias, del componente reactivo del circuito, se "abre" el circuito entre los terminales donde está conectado el capacitor.

Para limitar ese efecto en las bajas frecuencias, es conveniente conectar una resistencia en paralelo al capacitor. El efecto que se logrará es que eligiendo conveniente esa resistencia, a la que llamaremos R_c , se subsanará el efecto de circuito abierto entre las terminales del capacitor a bajas frecuencias. Cuando se "abra" el circuito, la corriente de retroalimentación aun podrá circular por dicha R_c aunque a su vez, la ganancia del circuito ya no será cada vez mayor a medida que la frecuencia baja, sino que estará limitada por la relación $\frac{R_c}{R}$.

Se pudo observar previamente que la ganancia tendía a ∞ conforme la frecuencia disminuía, ahora en ese rango de frecuencias, la ganancia estará limitada. Por ello, podemos afirmar que el efecto de agregar la R_c en paralelo al capacitor tendrá un efecto compensatorio para el efecto del capacitor en bajas frecuencias y a su vez limitador en cuanto a la ganancia.

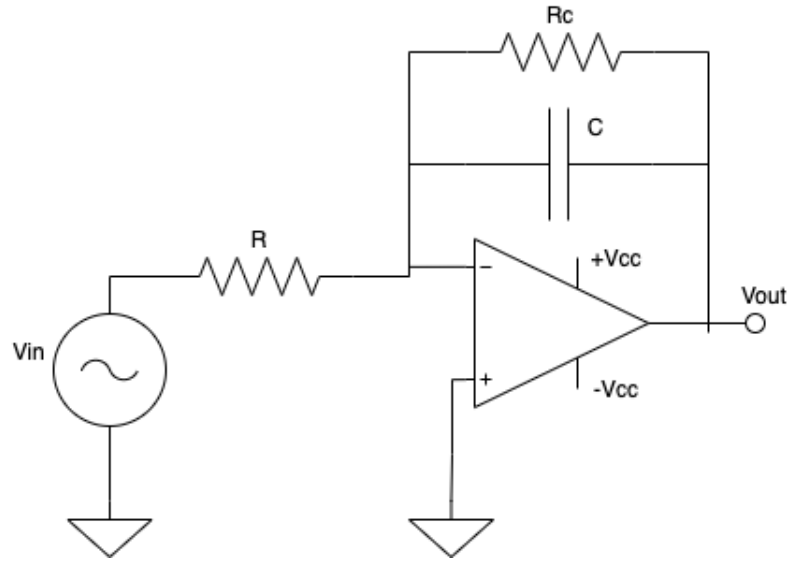
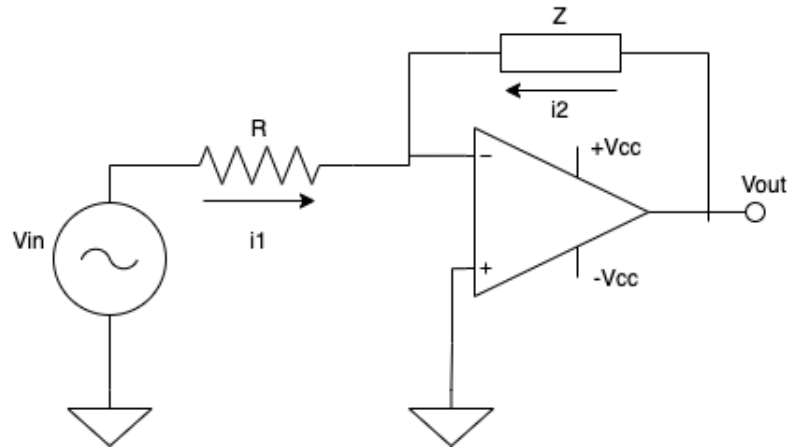


Figura 35: Diagrama del circuito integrador compensado

Es conveniente analizar, como será el efecto de esta nueva resistencia introducida en las representaciones de las funciones transferencia para los tres casos analizados anteriormente. Para ello, simplificaremos el diagrama definiendo a $Z = \frac{X_c \cdot R_c}{X_c + R_c} = \frac{R_c}{sR_c C + 1}$

Figura 36: Diagrama del circuito integrador compensado con impedancia equivalente para R_c y C

Si $A_{vol} = \infty$:

- $i1 = -i2$
- $i1 = \frac{V_{in}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out}}{Z}$

Entonces:

$$\frac{V_{in}}{R} = -\left(\frac{V_{out}}{Z}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z}{R} = -\frac{R_c}{R} \cdot \frac{1}{sR_c C + 1}$$

$$H(s) = -\frac{R_c}{R} \cdot \left(\frac{1}{sR_c C + 1}\right)$$

Para el caso donde A_{vol} es finito, utilizando las relaciones descriptas en el análisis sin R_c :

- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R} = \frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R}$

$$\blacksquare i2 = \frac{V_{out} - V^-}{Z} = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{Z}$$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} = -\left(\frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{Z}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-1}{(SCR_c + 1)\frac{R}{R_c}\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{1}{A_{vol}}} = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{(SCR_c + 1)\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{R_c}{RA_{vol}}}$$

Por lo tanto:

$$H(S) = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{(SCR_c + 1)\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{R_c}{RA_{vol}}}$$

Para finalizar este análisis, se calculará la función transferencia cuando $A_{vol}(w)$, siendo esta:

$$H(S) = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{S^2\left(\frac{CR_c}{W_b A_0}\right) + SCR_c\left(1 + \frac{1}{A_0} + \frac{1}{W_b A_0 CR_c} + \frac{1}{W_b A_0 CR}\right) + 1 + \frac{1}{A_0} + \frac{R_c}{RA_0}}$$

Se puede observar que para los últimos dos casos, nuevamente si A_{vol} es mas y mas grande, estaremos en el caso de la ganancia ideal para el circuito compensado por R_c .

Para poder conocer cuál es la R_c a emplear, se buscará obtener un desfase de 90° entre la señal de entrada y salida en frecuencias lo más baja posible. A su vez, la ganancia de $-3Db$ por década, será buscada en esa misma frecuencia. Contar con ambas características implica contar con las características propias del integrador ideal. Para poder encontrar ese valor, y partiendo del caso ideal con la resistencia de compensación, $H(S) = -\frac{R_c}{R} \cdot \frac{1}{(SCR_c + 1)}$, podemos observar que al introducir la resistencia R_c en paralelo contamos con un nuevo polo en donde el desfase cambiará a 90° y obtendremos la ganancia de $-3DB$ que dependerá de la frecuencia que nosotros consideremos como baja y el valor de R_c empleado. A su vez, podemos observar que para la función de transferencia ideal, contamos con la expresion de un filtro pasa-bajos pasivo como el analizado en la primera experiencia de laboratorio. Entonces la frecuencia de corte considerada para tal puede ser expresada como:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_c C}$$

Una década luego de esa frecuencia, obtendremos el comportamiento deseado propio del integrador, y a su vez la limitación en la ganancia del circuito que evitará posibles saturaciones en V_{out} . Tomaremos como frecuencia de integración inicial $f = 1KHz$, por lo cual para observar el efecto propio de un integrador a esta frecuencia, elegiremos como frecuencia $f = 100Hz$, ya que una década luego se observarán los efectos deseados.

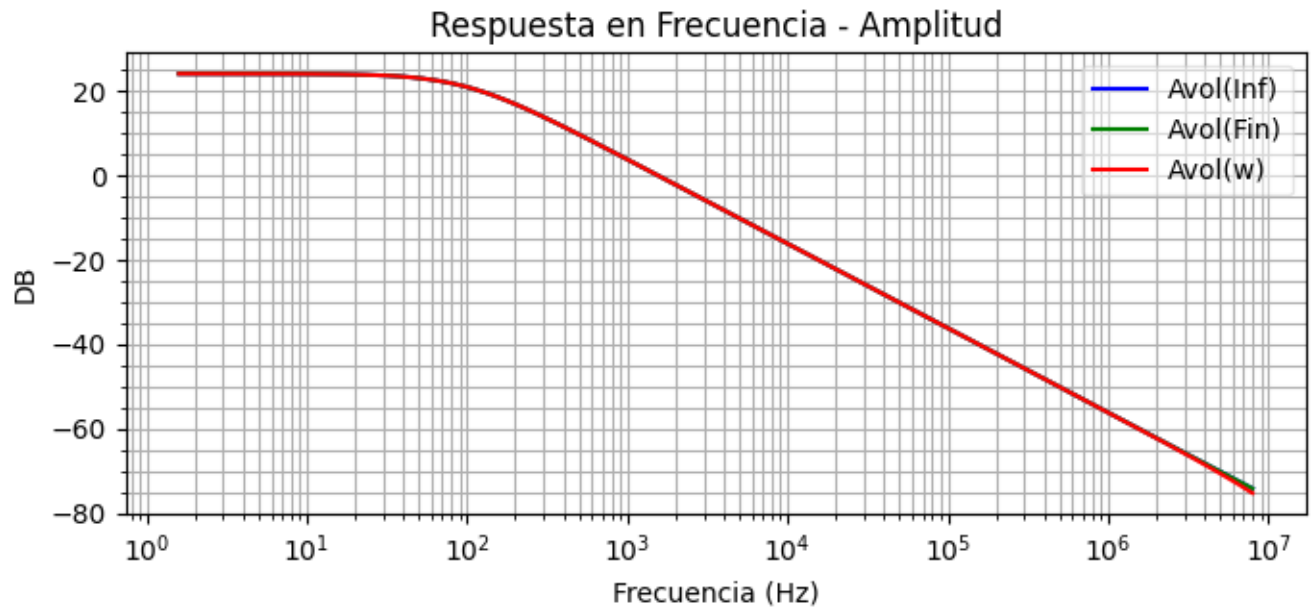
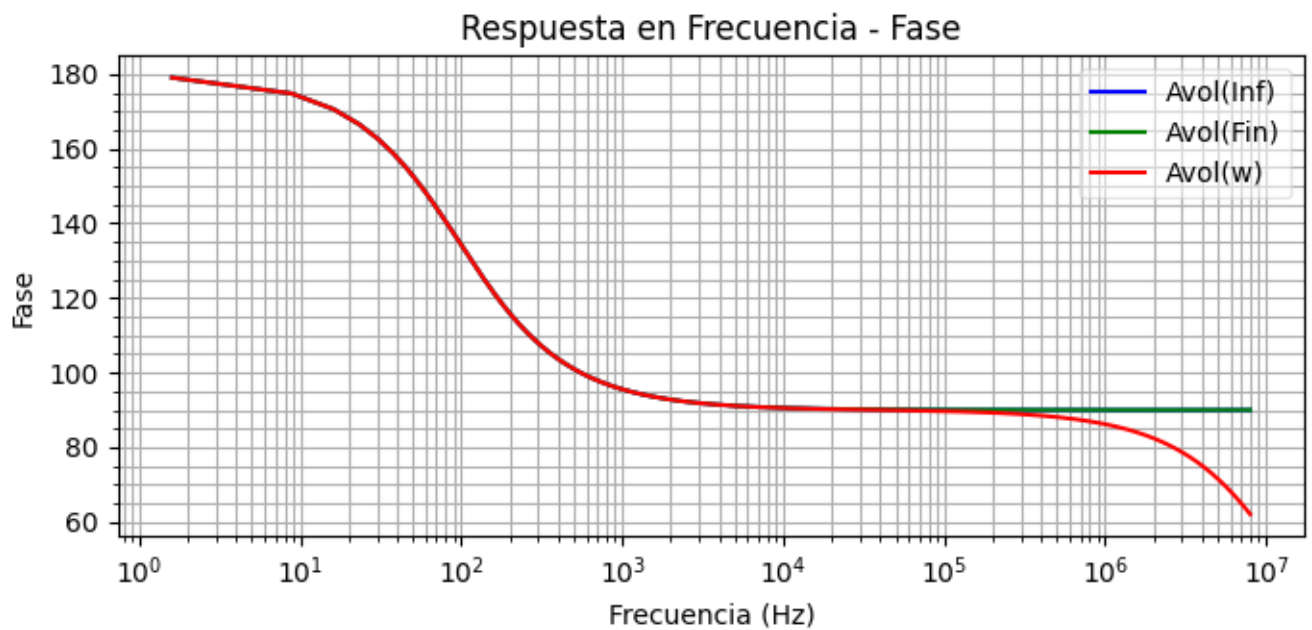
Entonces para obtener R_c :

$$R_c \geq \frac{1}{2\pi f C} \rightarrow R_c \geq \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot (20n)} \rightarrow R_c \geq 79577.47Hz$$

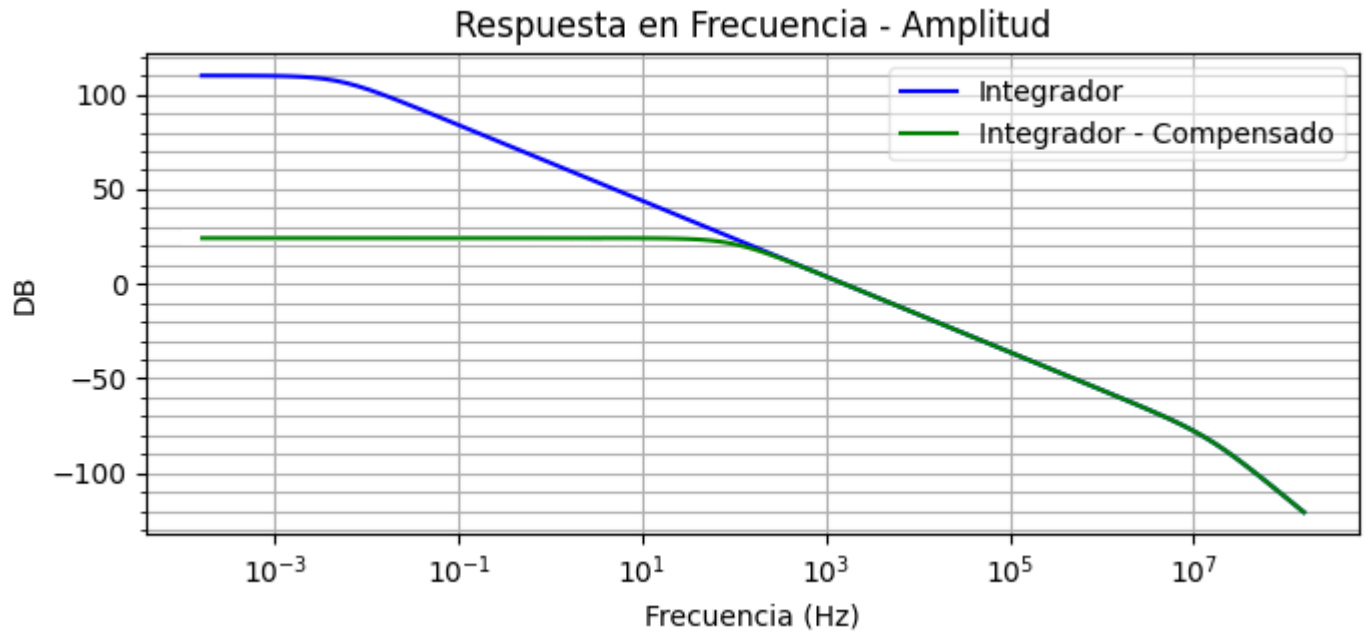
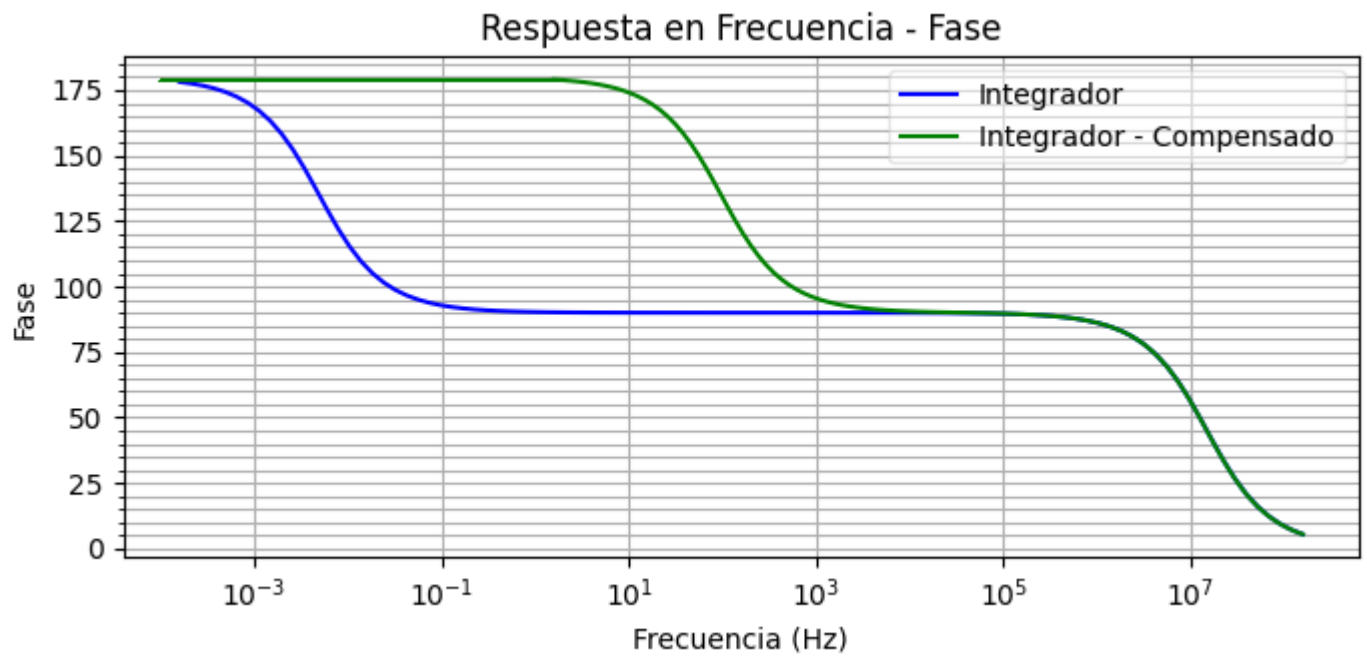
Entonces se ha utilizado un valor comercial de resistencia de $R_c = 82KHz$. Teóricamente, se puede demostrar que en frecuencias mayores a $970Hz$ el sistema deberá integrar sin efectos adversos y a su vez la máxima ganancia del circuito estará denotada por $\frac{R_c}{R}$ que es el equivalente a $24.12DB$ cuando antes a medida que las frecuencias se acercaban a $0Hz$, tendían a $110DB$. Se puede observar así nuestro efecto limitador en la ganancia.

Cabe destacar que se podría haber utilizado una R_c de mayor valor, pero en ese caso la ganancia se hubiese limitado menos generando para un mayor rango de frecuencias bajas un efecto de gran amplificación y consecuente saturación. Por ello, es que se decidió elegir el valor comercial más cercano al valor teórico obtenido.

A continuación se puede observar las funciones transferencia para los tres casos descriptos:

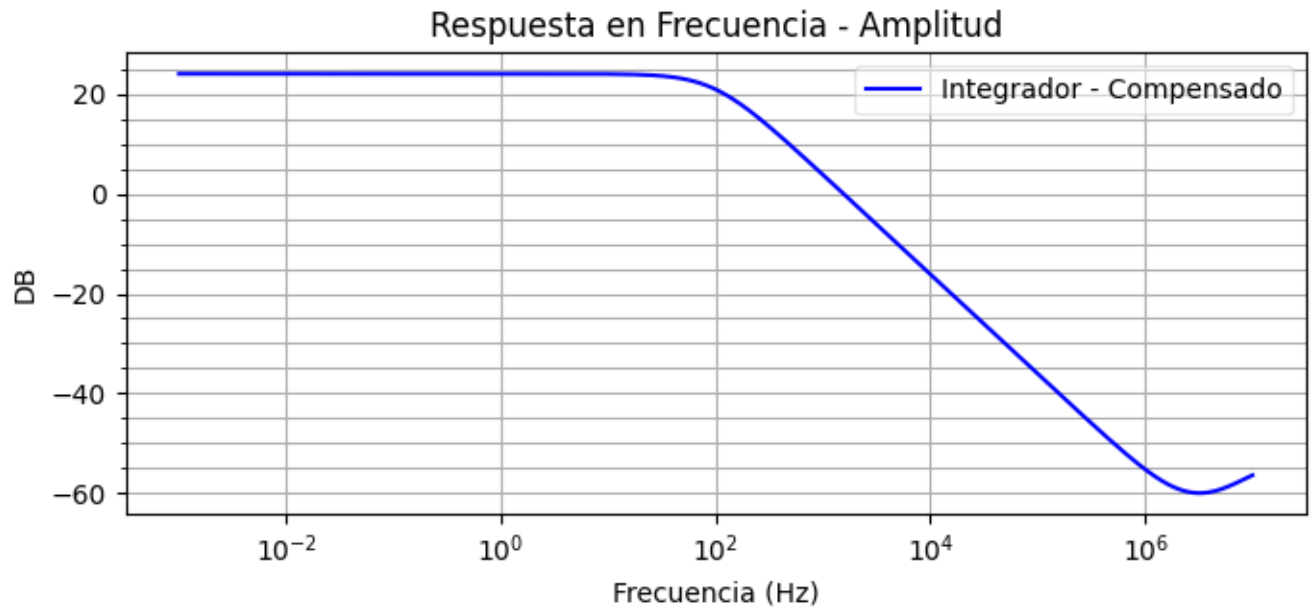
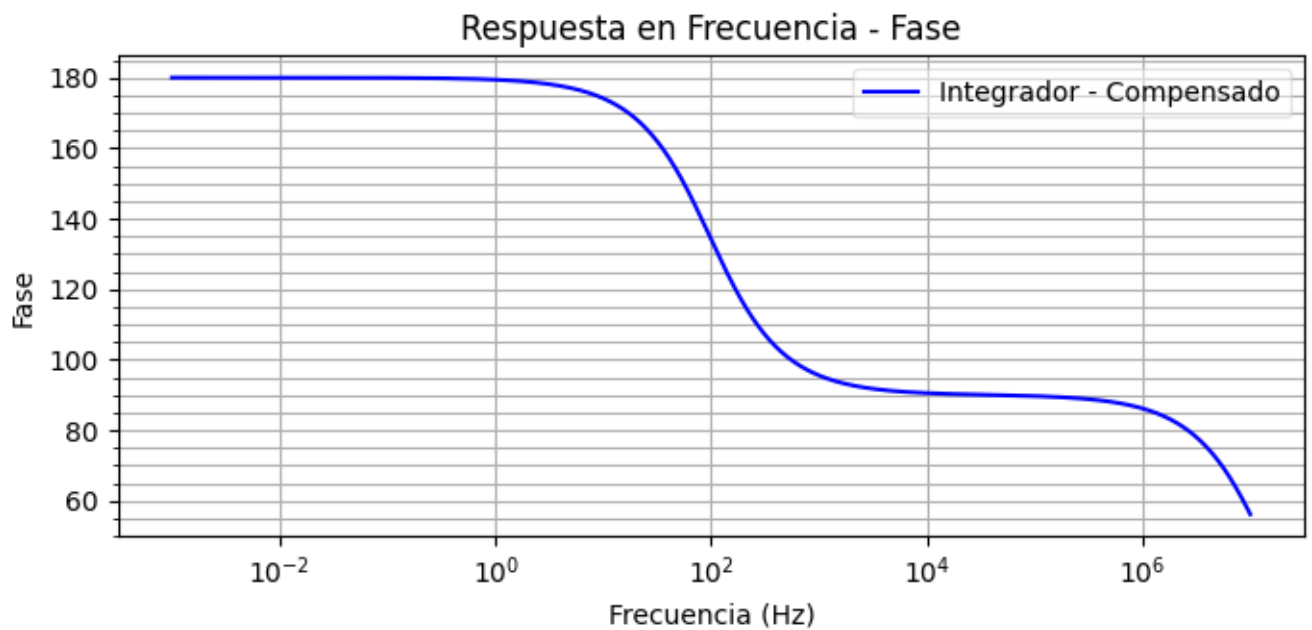
Figura 37: Amplitud de Z_{in} en función de f Figura 38: Fase de Z_{in} en función de f

También se puede observar como la ganancia queda limitada ahora al valor de 24.12DB para las bajas frecuencias:

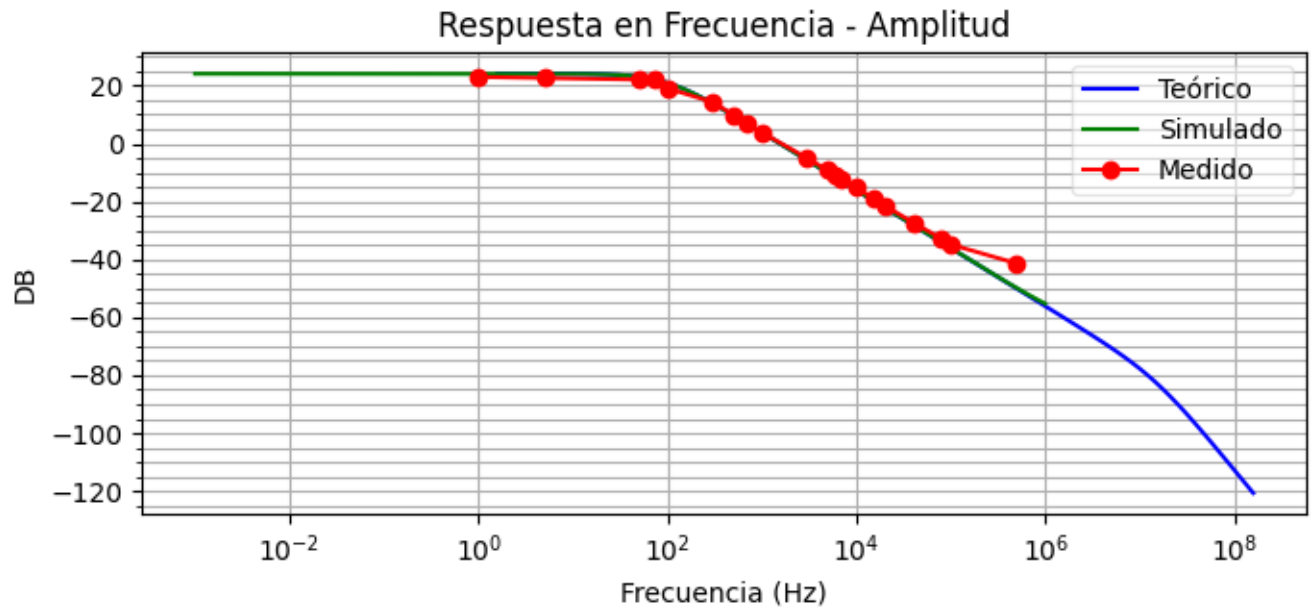
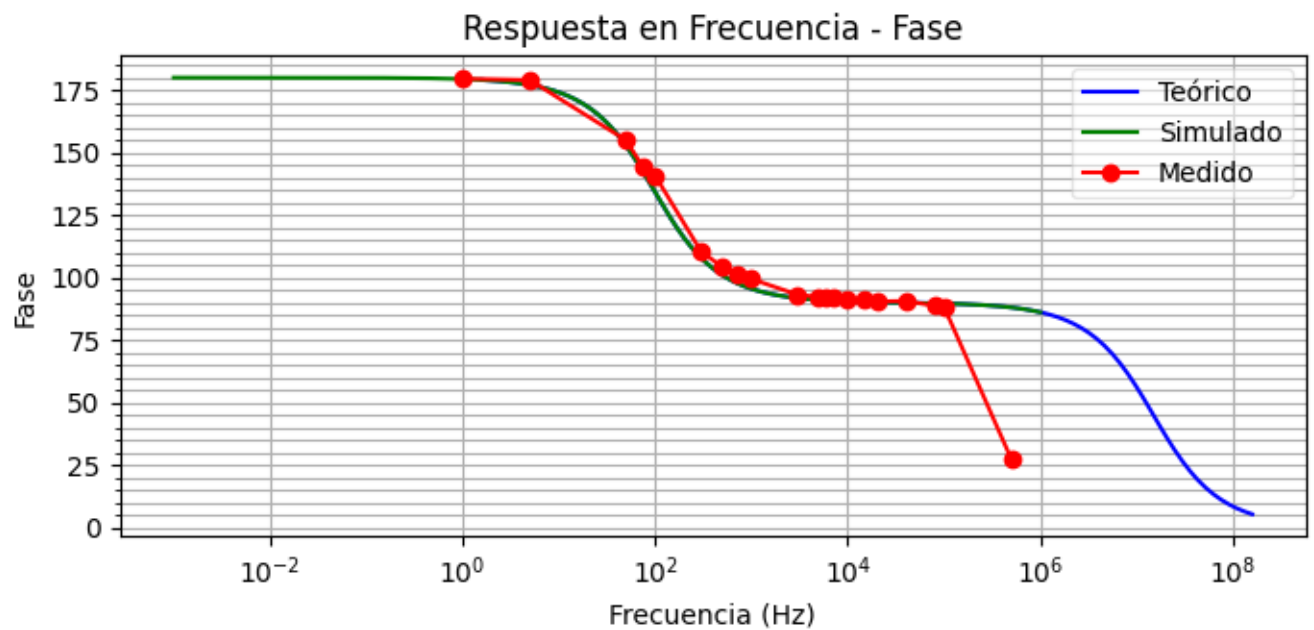
Figura 39: Amplitud de Z_{in} en función de f Figura 40: Fase de Z_{in} en función de f

3.3.9. Respuesta en Frecuencia del sistema integrador compensado

Se realizó la simulación del circuito en el software *LTSpice*, obteniendo su respuesta en frecuencia que coincide con lo obtenido teóricamente.

Figura 41: Amplitud de Z_{in} en función de f Figura 42: Fase de Z_{in} en función de f

Además de ello, se realizó la medición de la respuesta en frecuencia utilizando el *Electronic Explorer Board*. Es importante mencionar que en este caso debido a la limitación en la ganancia, se pudieron realizar mediciones en frecuencias donde antes no era posible por la alta ganancia en dichas frecuencias que generaban una saturación aun en valores pequeños de amplitud.

Figura 43: Amplitud de Z_{in} en función de f Figura 44: Fase de Z_{in} en función de f

Se puede observar que tanto el modelo teórico, simulado y experimental coinciden en su comportamiento. Se puede notar también que en frecuencias del orden de 1MHz , al ser tanta la atenuación no es posible medir con precisión la señal de salida.

4. Circuito de Aplicación

4.1. Introducción