Instituto Tecnológico de Buenos Aires

TEORIA DE CIRCUITOS

Trabajo Práctico de Laboratorio N^o3

GIC, Gyrator, Amplificador de Instrumentación y Ecualizador

Grupo 6: Paulo Navarro 57.775 Benjamín Carlos Lin 57.242 Nicolas Lorenzo Mestanza 57.521 Facundo Nicolas Molina 60.526 German Carlos Bertachini 58.750

Responsables de la cátedra:
Daniel Andres Jacoby
Carlos Belaustegui Goitia

Presentado: Corrección:

${\rm \acute{I}ndice}$

- 1. Filtro con GIC
- 1.1. Filtro con GIC

2. Introducción a Diseño de Filtros

En la presente sección, se implementarán cuatro filtros de segundo orden según las siguientes especificaciones:

Tipo de Filtro	$f_p[Hz]$	$f_a[Hz]$	$f_c[Hz]$
Low-Pass	5000	17500	-
High-Pass	21000	6000	-
Band-Pass	-	-	10000
Band-Rejection	-	-	6000

En los casos Low-Pass y High-Pass se espera también:

- Ganancia mayor a -3 dB cuando $f < f_p$ o $f > f_p$
- Ganancia menor a -10 dB cuando $f > f_a$ o $f < f_a$
- Ganancia nunca superior a 0 dB
- Ganancia unitaria en continua $(f \to \infty)$

Cada circuito será empleado implementando una resistencia R, una inductancia L y un capacitor C, es decir un circuito RLC cláico. Pero la inductancia L, será reemplazada por componentes que unidos presenten un comportamiento similar a ella, en este caso un Gyrator. Antes de introducirnos en el diseño de filtros, se realizará una introducción a este elemento que se utilizará para observar por qué es tan útil y por qué lo emplearemos para las experiencias.

2.0.1. Introducción a Gyrators

Un Gyrator o girador es considerado un elemento pasivo adicional a los ya conocidos y analizados. Una de sus tantas funcionalidades es ser empleado como un inductor. El motivo de reemplazar a un inductor real por este dispositivo se encuentra en fines prácticos, ya que al utilizar éste en lugar de una inductancia, se pueden reducir tanto el tamaño de un circuito como el costo del mismo.

Una inductancia tiene asociada una resistencia que por lo general no podremos controlar. El cable que se utiliza para elaborar una inductancia tiene dicha resistencia asociada. Por otro lado, se pueden obtener capacitores de alta calidad y con un girador, obtener inductores de alta calidad y a su vez, pudiendo manipular el valor de la resistencia asociada

Un gyrator puede ser empleado de diferentes maneras. En el presente trabajo, nos focalizaremos en el gyrator compuesto por un amplificador operacional, dos resistencias y un capacitor. Para lograr ello, podemos definir también al gyrator como un inversor de las características corriente voltaje de un componente eléctrico.

El símbolo circuital utilizado para el gyrator es el siguiente:

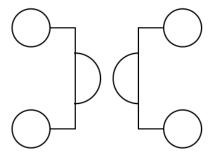


Figura 1: Símbolo circuital del Gyrator

2.0.2. Implementación real de un Gyrator

En la cátedra se han demostrado diferentes formas de implementarlo incluso con dos amplificadores, pero con el fin de simplificar las mediciones y armado de circuito se analizará el caso con un solo amplificador.

En el siguiente diagrama se puede ver la implementación de un Gyrator como inductancia observando éste a la izquierda y su equivalente a la derecha:

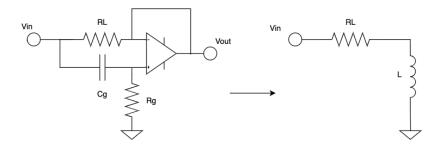


Figura 2: Equivalente circuital entre Gyrator e Inductor

En la próxima sección se verá que este equivalente no es válido para todo el rango de frecuencias, sino que su comportamiento dependerá de determinadas condiciones. En otras palabras el gyrator actuará como un inductor cuasi ideal hasta determinadas frecuencias donde su comportamiento como tal se deteriorará.

2.0.3. Análisis de Z_{in}

Para describir el comportamiento del circuito como un inductor es importante analizar la impedancia de entrada a dicho circuito tal que $Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}}$. Para ello, utilizaremos el siguiente diagrama circuital:

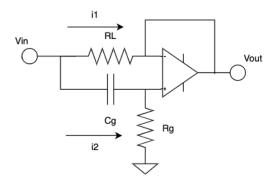


Figura 3: Equivalente circuital entre Gyrator e Inductor

Se puede observar del gráfico que:

$$V_{out} = V^-$$

Por ello:

$$V_{out} = A_{vol}(V^+ - V^-) \longrightarrow V^- = A_{vol}(V^+ - V^-) \longrightarrow V^- = V^+ \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}$$

Luego podemos ver utilizando un divisor de tensión que:

$$V^{+} = V_{in} \frac{R_g}{R_g + \frac{1}{sC_g}}$$

Además obsevamos que:

$$I_{in} = i_1 + i_2$$

Como no ingresa corriente al amplificador operacional:

$$i_1 = \frac{V_{in} - V^-}{R_L}$$

$$i_2 = \frac{V^+}{R_g}$$

Entonces:

$$I_{in} = \frac{V_{in} - V^{-}}{R_L} + \frac{V^{+}}{R_g} \longrightarrow I_{in} = V_{in} \left(\frac{R_g + \frac{1}{sC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}{R_L (R_g + \frac{1}{sC_g})} \right)$$

Finalmente:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{V_{in}}{V_{in} \left(\frac{R_g + \frac{1}{sC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}{R_L (R_g + \frac{1}{sC})}\right)}$$

$$Z_{in} = \frac{R_L(R_g + \frac{1}{sC_g})}{R_g + \frac{1}{sC_g} + R_L - R_g \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}}}$$

Si ahora multiplicamos por el factor sC_g en numerador y denominador:

$$Z_{in} = \frac{R_L(sC_gR_g + 1)}{sC_g(R_g + R_L - R_g\frac{A_{vol}}{1 + A_{ord}}) + 1}$$

Como $A_{vol} = \frac{A_0}{1+\frac{s}{w_p}}$, el factor $\frac{A_{vol}}{1+A_{vol}}$ cambia su comportamiento según la frecuencia de trabajo:

$$\frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}} = \frac{\frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_p}}}{1 + \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_p}}} = \frac{A_0}{A_0 + 1 + \frac{s}{w_p}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} + \frac{s}{A_0 w_p}}$$

Notemos que GBP o Gain Bandwidth Product es equivalente a A_0w_p , y A_0 tiene un valor alto, por ello:

$$\frac{1}{1 + \frac{s}{GBP}}$$

Entonces, siempre que $\frac{s}{GBP} >> 1$, podremos aproximar dicha expresión:

$$\frac{1}{1 + \frac{s}{GBP}} \approx 1$$

Siendo:

$$Z_{in} = \frac{R_L(sC_gR_g+1)}{sC_qR_L+1}$$

Tomaremos dicha relación cuando $\frac{s}{GBP} \ge 10$, o equivalente a decir una diferencia de un orden de magnitud.

Caso contrario, nuestro impedancia no podrá aproximarse a un inductor. Como $Z_{in} = \frac{R_L(sC_gR_g+1)}{sC_gR_L+1}$, para obtener una expresión de la forma de un inductor, podremos establecer las siguientes relaciones tal que:

$$1 >> sC_aR_L$$

Cumpliendo dicha situación, nuestro inductor usando gyrator estará representado por:

$$Z_{in} = R_L(sC_gR_g + 1) \longrightarrow Z_{in} = sC_gR_gR_L + R_L$$

Donde:

$$L = C_q R_q R_L$$

Como nota final de este comportamiento es importante ver que la relación $1 >> sC_qR_L$, se cumplirá a bajas frecuencias, mayores o menores dependiendo de los componentes elegidos. Además de ello, el Gyrator para ser empleado como inductor deberá estar referenciado a tierra aunque en uno de los filtros a diseñar se lo implementará de tal manera que esté flotante. Nuestro equivalente quedará representado por:

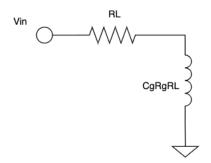


Figura 4: Equivalente de Inductor utilizando un Gyrator

2.0.4. Elección del amplificador operacional para el Gyrator

Filtro Pasa-Bajos (Low-Pass) 2.1.

Se procederá a realizar un filtro pasa-bajos de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos en la siguiente figura:

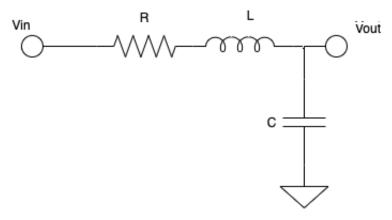


Figura 5: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Las especificaciones son las siguientes:

- E1: Ganancia mayor a -3 dB cuando f < 5KHz
- E2: Ganancia menor a -10 dB cuando f > 17.5KHz
- E3: Ganancia nunca superior a 0 dB
- E4: Ganancia unitaria en continua $(f \to \infty)$

En el dominio de Laplace podemos ver que la función de transferencia para este circuito está dada por:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{\frac{1}{SC}}{SL + R + \frac{1}{SC}} \longrightarrow H(S) = \frac{1}{S^2LC + SCR + 1}$$

De allí podemos observar que $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \ Q = \frac{1}{2\xi}$ y $\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}}$ Por la condición E3, la ganancia nunca deberá superar a 0 dB entonces no se deben presentar sobrepicos en el circuito RLC. Sabiendo que los sobrepicos se presentarán en casos donde $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, se tomarán valores que cumplan la relación:

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Además de ello, para un circuito de segundo orden la pendiente de la recta que se presenta en H(S) es de $40 \frac{dB}{dec}$, más precisamente -40 $\frac{dB}{dec}$ en este caso.

Para establecer una relación y hallar una frecuencia de corte f_0 apropiada, tal que se cumplan los requisitos de la plantilla, E1 y E2, estableceremos una diferencia mínima de 10 dB entre 5KHz y 17.5KHz, ya que la diferencia establecida por la plantilla es de por lo menos 7 dB (-3 dB a -10 dB) para dichas frecuencias.

Sabiendo que en $\frac{1}{4}$ de década se representará una diferencia de 10 dB para dicha función transferencia, y buscando obtener una relación entre ambas frecuencias según lo estipulado previamente:

$$\frac{1}{4} = \log_{10}(\frac{17.5KHz}{f_0})$$

De esta manera, podremos estimar una f_0 tal que se cumpla la plantilla:

$$f_0 = \frac{17.5KHz}{1.7782} = 9.84KHz$$

Se utilizará una frecuencia un poco menor, $f_0 = 9KHz$ ya que con la diferencia establecida de 10 dB, usar una frecuencia menor, no afectará el comportamiento esperado según la plantilla y todavía nos encontraremos en los límites estipulados.

Por las relaciones expresadas previamente:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \longrightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Luego:

$$\frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Como tenemos varias incógnitas, elegiremos el C a utilizar basándonos en los elementos disponibles, siendo para este caso, $C=0.1\mu F$.

Por ello:

$$2\pi 9KHz = \frac{1}{\sqrt{L0.1\mu F}} \longrightarrow L = 3.1271mH$$

Además:

$$\frac{R\sqrt{0.1\mu F}}{2\sqrt{3.1271mH}} > \frac{1}{\sqrt{2}} \longrightarrow R > 249.76\Omega$$

Es importante notar que a medida que R aumenta nos encontraremos en una situación donde el circuito será cada vez más sobreamortiguado, y por ello buscaremos utilizar un valor de R lo más cercano posible, ya que de otra forma por la reducción de la pendiente, debido al sobreamortiguamiento podríamos no encontrarnos en los parámetros establecidos en la plantilla. Se utilizó entonces $R=330\Omega$ ya que es el valor más cercano con el que se contaba.

Una vez obtenidos los valores nominales de los elementos, se buscó implementar dicho circuito pero utilizando el gyrator descripto previamente para reemplazar a la inductancia. Para ello, basándonos en las siguientes relaciones:

$$Z = sC_aR_aR_L + R_L$$

$$1 >> sC_qR_L$$

Partiendo de la última expresión, se escogió:

- $C_q = 0.1 \mu F$
- $R_L = 10\Omega$
- $R_q = 3.3K\Omega$

Notar que el valor escogido es tal que $C = C_g$ y R_L es pequeña en comparación a la R del circuito para no generar un sobreamortiguamiento adicional.

Verificando las relaciones:

$$Z = sC_qR_qR_L + R_L \longrightarrow Z = s3.3m + 10$$

$$1 >> (s100n)(10) \longrightarrow 1 >> s(1\mu)$$

Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente con el gyrator implementado para observar si su comportamiento es el esperado:

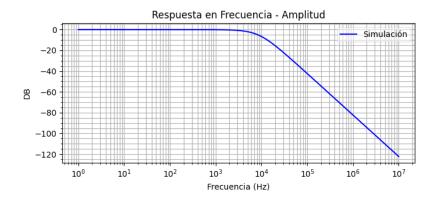


Figura 6: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

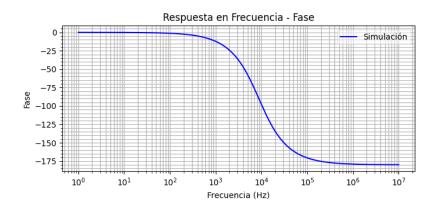


Figura 7: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Se pudo comprobar entonces que para el circuito equivalente con gyrator se cumple lo establecido en la plantilla. De la simulación se observó que en f=5.00007KHz, la ganancia es de -1.904dB y en f=17.503KHz, es de -13.25dB Comprobado ello, se realizó la simulación utilizando ahora el amplificador operacional y los elementos pasivos del gyrator obtenidos anteriormente.

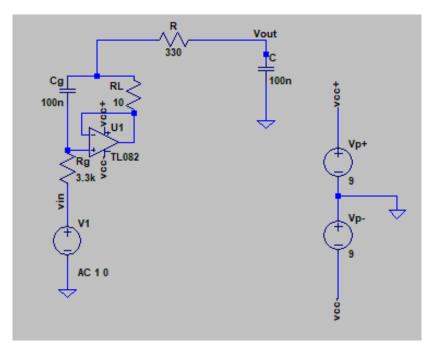


Figura 8: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Lo obtenido fue lo siguiente:

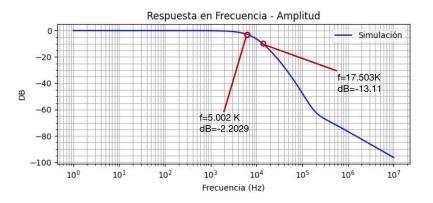


Figura 9: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

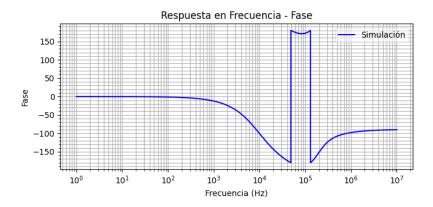


Figura 10: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro pasa-bajos con el comportamiento dseeado.

Como punto final, se empleó el circuito diseñado en la Digital Explorer Board, y se midió la respuesta en frecuencia:

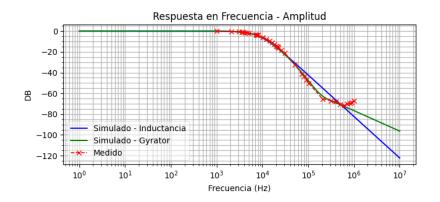


Figura 11: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

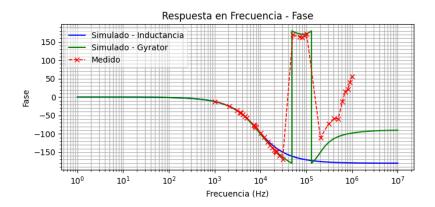


Figura 12: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

2.2. Filtro Pasa-Altos (High-Pass)

Se realizó un filtro pasa-altos de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos para el mismo en la siguiente figura:

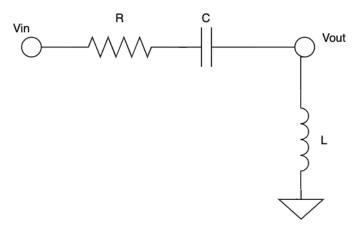


Figura 13: Circuito Pasa-Altos de segundo orden

Las especificaciones para esta experiencia son las siguientes:

- E1: Ganancia mayor a -3 dB cuando f > 21KHz
- E2: Ganancia menor a -10 dB cuando f < 6KHz

- E3: Ganancia nunca superior a 0 dB
- E4: Ganancia unitaria en continua $(f \to \infty)$

En el dominio de Laplace podemos ver que la función de transferencia para este circuito está dada por:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{SL}{SL + R + \frac{1}{SC}} \longrightarrow H(S) = \frac{S^2LC}{S^2LC + SRC + 1}$$

Aquí también podemos observar que $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{1}{2\xi}$ y $\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}}$ Como la ganancia nuevamente nunca deberá superar a 0 dB no se deberán presentar sobrepicos en este circuito. Sabiendo que los sobrepicos se presentarán también aquí en casos donde $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, se tomarán valores que cumplan la relación:

$$\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Se realizará el mismo análisis que para el circuito pasa-bajos, donde para establecer una relación y hallar una frecuencia de corte f_0 apropiada, tal que se cumplan los requisitos de esta plantilla, estableceremos una diferencia mínima de 10 dB entre 21KHz y 6KHz, ya que la diferencia establecida por la plantilla, E1 y E2, es de por lo menos 7 dB (-3 dB a -10 dB).

Mediante dicha relación, entonces sabiendo que en $\frac{1}{4}$ de década se obtendrá una diferencia de 10 dB:

$$\frac{1}{4} = \log_{10}(\frac{17.5KHz}{f_0})$$

También podremos estimar una f_0 tal que se cumpla la plantilla:

$$f_0 = \frac{21KHz}{1.7782} = 11.80KHz$$

Se utilizará una frecuencia un poco menor, $f_0 = 11KHz$ ya que con la diferencia establecida de 10 dB, usar una frecuencia menor, no afectará el comportamiento esperado según la plantilla.

Por las relaciones expresadas previamente:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \longrightarrow 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Luego:

$$\frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Nuevamente elegiremos el C a utilizar como $C = 0.1 \mu F$.

Por ello:

$$2\pi 11KHz = \frac{1}{\sqrt{L0.1\mu F}} \longrightarrow L = 2.0934mH$$

Además:

$$\frac{R\sqrt{0.1\mu F}}{2\sqrt{2.0934mH}} > \frac{1}{\sqrt{2}} \longrightarrow R > 204.58\Omega$$

Otra vez a medida que R aumenta nos encontraremos en una situación donde el circuito será cada vez más sobreamortiguado, obteniendo efectos no contemplados en los cálculos precedentes. Por ello se utilizó un valor de $R = 220\Omega$ ya que es el valor más cercano con el que se contaba.

Una vez obtenidos los valores nominales de los elementos, se buscó implementar dicho circuito pero utilizando el gyrator descripto previamente para reemplazar a la inductancia. Para ello, basándonos en las siguientes relaciones donde se espera el gyrator actúe como inductor:

$$Z = sC_aR_aR_L + R_L$$

$$1 >> sC_qR_L$$

Partiendo de la última expresión, se escogió:

- $C_g = 0.1 \mu F$
- $R_L = 10\Omega$
- $R_g = 2.2K\Omega$

El valor escogido es tal que $C=C_g$ y R_L es pequeña en comparación a la R del circuito para no generar un sobreamortiguamiento adicional.

Verificando las relaciones:

$$Z = sC_qR_qR_L + R_L \longrightarrow Z = s2.2m + 10$$

$$1 >> s(100n)(10) \longrightarrow 1 >> s(1\mu)$$

Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente con el gyrator implementado para observar si su comportamiento es el esperado:

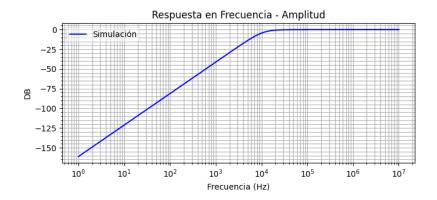


Figura 14: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

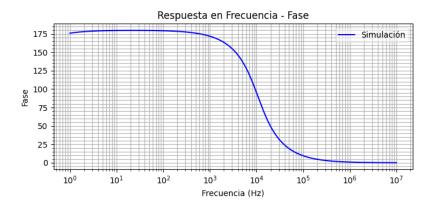


Figura 15: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Para el circuito equivalente con gyrator se cumple lo establecido en la plantilla. De la simulación se observó que en f = 5.00007KHz, la ganancia es de -10.97dB y en f = 21.003KHz, es de -0.6955dB.

Luego, se realizó la simulación utilizando ahora el amplificador operacional y los elementos pasivos del gyrator obtenidos anteriormente.

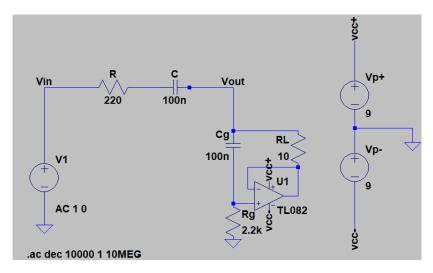


Figura 16: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Lo obtenido fue lo siguiente:

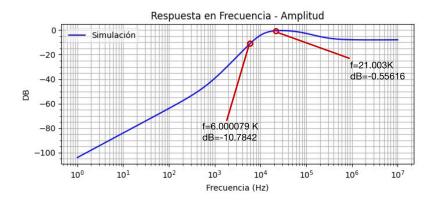


Figura 17: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

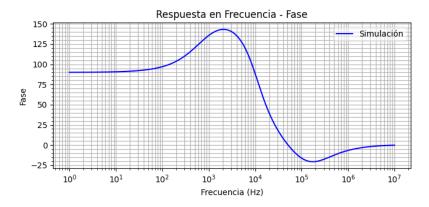


Figura 18: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro pasa-altos buscado. Para contrastar aquí empíricamente, también se armó el circuito en la *Electronics Explorer Board*:

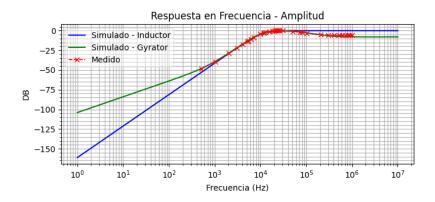


Figura 19: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

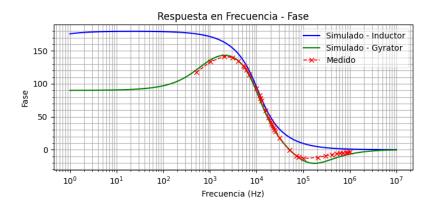


Figura 20: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

2.3. Filtro Pasa-Banda (Band-Pass)

1. Diseñar una función transferencia que cumpla con las especificaciones. 2. Diseñar un circuito que implemente la función transferencia utilizando un Gyrator. Justificar adecuadamente la elección de todos sus componentes y redactar una introducción teórica al tema. 3. Determinar rangos de operación en zona lineal. Se espera adecuada profundidad en este análisis. 4. Contrastar el diseño del circuito con las simulaciones correspondientes. 5. Implementar el circuito y comprobar su funcionamiento con las mediciones correspondientes. 6. Analizar el comportamiento del sistema en altas frecuencias. 7. Diseñar un PCB que contenga todos los circuitos pedidos (en el mismo PCB). A su vez, puede utilizarse un sólo IC en la implementación pedida.

2.4. Filtro Rechaza-Banda (Band-Rejection)

Se procederá a realizar un circuito rechaza-banda de segundo orden clásico, tal que podemos ver la disposición de elementos en la siguiente figura:

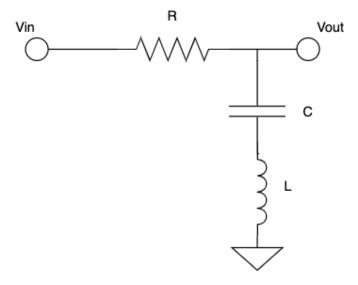


Figura 21: Circuito Pasa-Altos de segundo orden

La única especificación en este caso es:

■ E1: $f_c = 6KHz$

En el dominio de Laplace podemos observar que la función de transferencia para este circuito es:

$$H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{SL + \frac{1}{SC}}{SL + R + \frac{1}{SC}} \longrightarrow H(S) = \frac{S^2LC + 1}{S^2LC + SRC + 1}$$

Podemos ver que aquí también $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, y por ello:

$$2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \longrightarrow 2\pi 6 KHz = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Mantendremos una consistencia en el capacitor utilizado, eligiendo nuevamente $C=0.1\mu F$, entonces:

$$L = 7.036mH$$

Para este caso, optaremos por obtener un circuito críticamente amortiguado o cercano a él, por ello utilizando la relación que también aplica a este filtro:

$$\xi = \frac{R\sqrt{C}}{2\sqrt{L}} = \frac{1}{sqrt2} \longrightarrow R = 375.06$$

El valor comercial más cercano con el que contamos es 560Ω por lo que observaremes un comportamiento sobreamortiguado aunque aquí no tendrá mucha importancia ya que no se especificaron parámetros adicionales mas que E1.

Como usaremoz un gyrator, tendremos que analizar nuevamente:

$$Z = sC_gR_gR_L + R_L$$

$$1 >> sC_aR_L$$

Partiendo de la última expresión, se escogió:

- $C_g = 0.1 \mu F$
- $R_L = 10\Omega$
- $R_g = 6.8K\Omega$

Notar que el valor escogido es tal que $C = C_g$ y R_L es pequeña en comparación a la R del circuito para no generar un sobreamortiguamiento adicional.

Verificando las relaciones:

$$Z = sC_gR_gR_L + R_L \longrightarrow Z = s6.8m + 10$$

$$1 >> s100n.10 \longrightarrow 1 >> s1\mu$$

Se procedió a simular el comportamiento del circuito RLC equivalente con el gyrator implementado para observar si su comportamiento es el esperado:

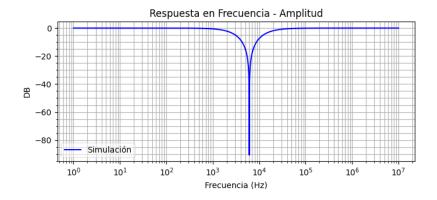


Figura 22: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

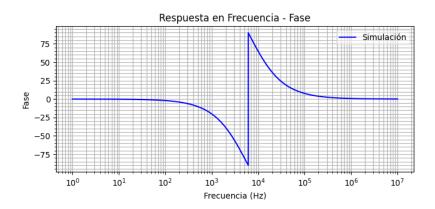


Figura 23: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Se comprobó que para el circuito equivalente con gyrator se cumple lo establecido en la plantilla. De la simulación se observó que en $f_c = 6.1031KHz$, donde la ganancia es de -90.64dB.

Luego, se realizó la simulación utilizando ahora el amplificador operacional y los elementos pasivos del gyrator obtenidos anteriormente.

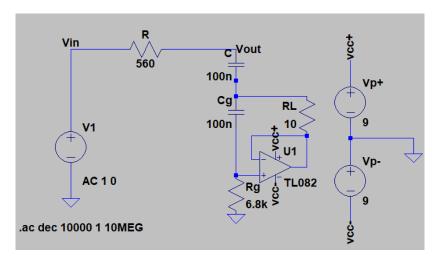


Figura 24: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Lo obtenido fue lo siguiente:

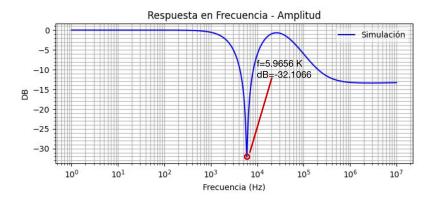


Figura 25: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

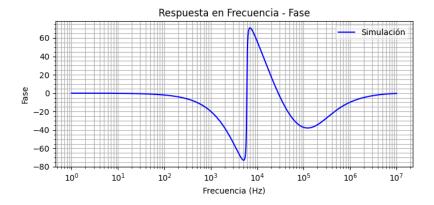


Figura 26: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

Se puede comprobar aquí también que la plantilla se sigue cumpliendo obteniendo el filtro rechaza-banda solicitado. Se procedió a armar el circuito en la *Electronics Explorer Board*, obteniendo la siguiente respuesta en frecuencia medida:

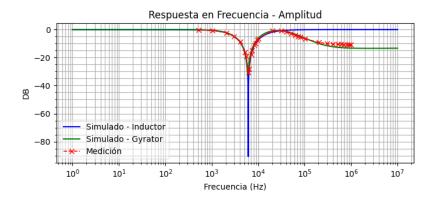


Figura 27: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

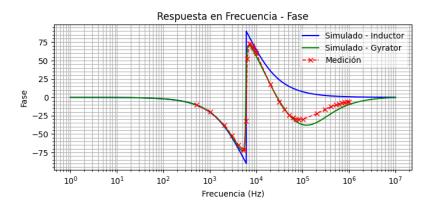


Figura 28: Circuito Pasa-Bajos de segundo orden

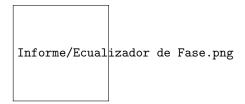
- 3. Amplificador de Instrumentación
- 3.1. Amplificador de Instrumentación

4. Control de Tonos y Ecualizador de Fase

empieza el 4

4.1. Ecualizador de Fase

Figura 29: Circuito Ecualizador de Fase



4.2. Análisis matemático

Para analizar el circuito propuesto, se opto por reemplazar la resistencia variable R_2 por dos resistencias las cuales llamaremos R_{21} y R_{22} , de esta forma será más fácil poder resolver el circuito propuesto, para esto definimos:

$$R_{21} = R_2.\delta \tag{1}$$

$$R_{22} = R_2.(1 - \delta) \tag{2}$$

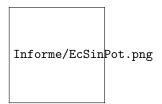


Figura 30: Modelo matemático

Se utilizo el reemplazo de impedancia de configuración triangulo a estrella y luego una transformación de configuración estrella a triangulo como se muestra en las imágenes ?? y ?? para poder simplificar el circuito lo mas posible el circuito. Para el primer reemplazo se usaron las siguientes ecuaciones:

$$Z_{AB} = \frac{1}{sC_1} \tag{3}$$

$$Z_{BC} = R_{22} \tag{4}$$

$$Z_{CA} = R_{21} \tag{5}$$

Para el segundo reemplazose usaron las siguientes ecuaciones:

$$Z_{A'} = R_1 + Z_A \tag{6}$$

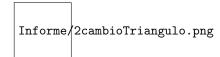
Figura 31: 1° Reemplazo



$$Z_{B'} = R_1 + Z_B \tag{7}$$

$$Z_{C'} = \frac{1}{sC_1} + Z_C \tag{8}$$

Figura 32: 2° Reemplazo



Para no complicar los cálculos se uso el programa Maple para poder obtener los resultados finales de los reemplazos, dejando asi las siguientes impedancias:

$$Z_1 = \tag{9}$$

$$Z_2 = R_1 + Z_B \tag{10}$$

$$Z_3 = \frac{1}{sC_1} + Z_C \tag{11}$$