

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORÍA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°4

Diseño de Filtros Analógicos

Grupo 6:

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

Responsables de la cátedra:

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado: 07/11/2020

Corrección:

Contents

1	Filter Tool - Manual de Usuario	3
1.1	Etapas 1	3
1.1.1	Tipos de Filtro	3
1.1.2	Tipos de Aproximación	4
1.1.3	Parámetros de Plantilla	4
1.1.4	Parámetros de Filtro	5
1.1.5	Agregar Filtro	5
1.1.6	Remover todos los filtros	5
1.1.7	Función Transferencia	5
1.1.8	Tipo de Plot	5
1.1.9	Filtros Diseñados	6
1.1.10	Ir a Etapa 2	6
1.2	Etapas 2	7
1.2.1	Trabajar con etapas de Segundo y Primer Orden	7
1.2.2	Tipo de Plot	9
1.2.3	Tipo de Plot - Etapas individuales	10
1.3	Resumen de Workflow de Diseño	11
2	Sallen-Key	12
2.1	Cálculo de función transferencia por aproximación de Butterworth	12
2.2	Circuito a implementar	13
2.2.1	Celda de primer orden: Análisis	14
2.2.2	Celda de segundo orden Sallen Key: Análisis	14
2.2.3	Sensibilidades	16
2.3	Diseño de filtro	17
2.4	Respuesta en frecuencia y análisis Monte Carlo	18
2.5	Restricciones por ganancia y factor de calidad	22
2.6	Conclusiones	22
3	Celda Rauch (Deliyannis-Friend modificada)	22
3.1	Introducción	22
3.2	Diseño del Filtro con Chebyshev	24
3.3	Selección de Componentes	25
3.3.1	Sensibilidad de los Componentes	25
3.3.2	Selección de Componentes a Utilizar	25
3.4	Análisis de Experimental	27
3.4.1	Respuesta en Frecuencia	27
3.4.2	Impedancia de Entrada	28
3.4.3	Rango Dinámico	28
3.5	Conclusión	29
4	Celda Sedra-Ghorab-Martin	29
4.1	Introducción	29
4.2	Celda Sedra-Ghorab-Martin	29
4.3	Análisis matemático	30
4.4	Sensibilidades	32
4.5	Aproximación del filtro	33
4.6	Etapa I	34
4.7	Etapa II	35
4.8	Simulaciones	36
4.9	Impedancia de entrada	36
4.10	Conclusión	37

5	Celda universal	37
5.1	Análisis de celdas: función transferencia y características	37
5.1.1	Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb	38
5.1.2	Celda Tow-Thomas	39
5.1.3	Celda Ackerberg-Mossberg	40
5.1.4	Celda Fleischer-Tow	40
5.2	Diseño del Filtro a partir de Chebycheb II	41
5.3	Selección de Celda	42
5.4	Selección de Componentes	43
5.4.1	Análisis de sensibilidades	43
5.4.2	Selección de Componentes a Utilizar	44
5.5	Análisis Montecarlo	44
5.6	Cálculo de impedancia de entrada	46
5.7	Conclusión	46

1 Filter Tool - Manual de Usuario

Se presentará a continuación un breve manual de usuario sobre la Filter Tool implementada para el presente trabajo práctico.

1.1 Etapa 1

A continuación se puede ver la pantalla general de la Etapa 1:

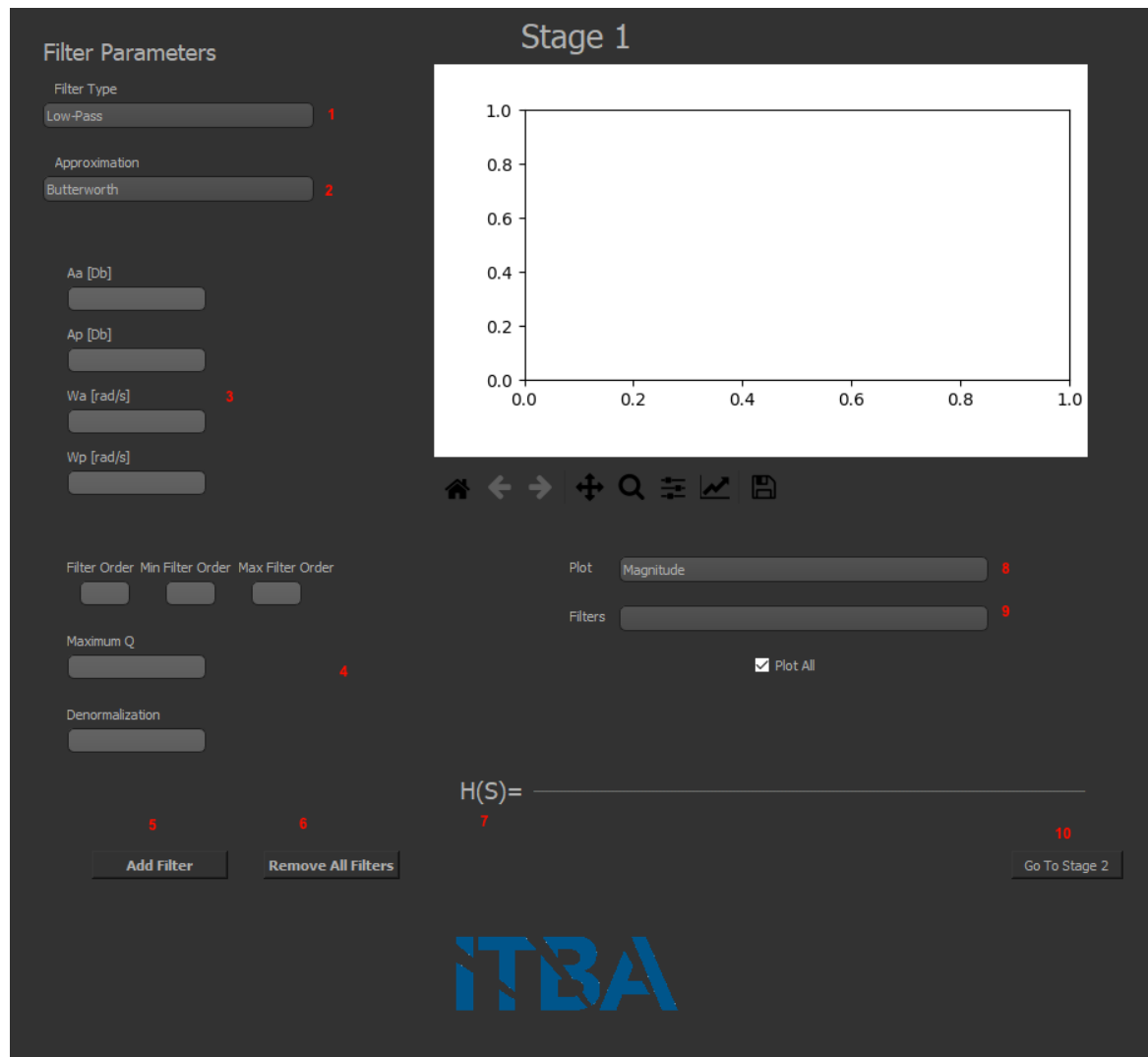


Figure 1: Etapa 1 - Vista General

1.1.1 Tipos de Filtro

Se podrán realizar los siguientes tipos de filtro con la herramienta diseñada:

- Low-Pass
- High-Pass
- Band-Pass
- Band-Rejection
- Group-Delay

Ellos pueden ser seleccionados desplegando el selector ubicado en 1 que se puede observar en la figura 1. Es importante destacar que durante la implementación final del trabajo práctico, Group-Delay no pudo ser implementado

en su totalidad por una cuestión de tiempo. Para ello, se intentó utilizar la aproximación de Gauss. De todas formas, el código desarrollado se encuentra en el archivo *gauss.py* pero en la versión final de la herramienta puede sufrir comportamientos inesperados o no calcular un filtro mediante esta aproximación.

El resto de los tipos de filtros pueden ser empleados en su totalidad con solo el hecho de seleccionarlos.

1.1.2 Tipos de Aproximación

Se pueden elegir entre los siguientes tipos de aproximación para calcular los tipos de filtro mencionados precedentemente:

- Butterworth
- Cauer
- Chebychev 1
- Chebychev 2
- Legendre

Ellos podrán ser utilizados para cualquiera de los tipos de filtro y se podrán seleccionar desde 2 de la figura 1.

1.1.3 Parámetros de Plantilla

En 3 de la figura 1 se podrán ingresar los parámetros de la plantilla que deberá cumplir el filtro a crear. Dependiendo si es un filtro Low-Pass, High-Pass o Band-Pass, Band-Rejection, se desplegarán los parámetros necesarios para que la aplicación pueda crear el filtro.

Los valores se ingresarán por teclado y se podrán ingresar valores en notación científica, expresados como en el siguiente ejemplo:

$$100e3 \implies 100000$$

Dichos valores podrán ser modificados cuantas veces sea necesario previo a crear el filtro. Dependiendo el tipo de filtro, todos estos valores deben ser ingresados por el usuario obligatoriamente.

The image shows a 'Filter Parameters' window with the following fields and controls:

- Filter Type:** A dropdown menu set to 'Band-Pass'.
- Approximation:** A dropdown menu set to 'Butterworth'.
- Aa [Db]:** A text input field.
- WpM [rad/s]:** A text input field.
- Ap [Db]:** A text input field.
- WpM [rad/s]:** A text input field.
- Wa [rad/s]:** A text input field.
- Wp [rad/s]:** A text input field.
- Filter Order, Min Filter Order, Max Filter Order:** Three text input fields.
- Maximum Q:** A text input field.
- Denormalization:** A text input field.
- Buttons:** 'Add Filter' and 'Remove All Filters' at the bottom.

Figure 2: Ejemplo de Parámetros de plantilla para un filtro BP o BR

1.1.4 Parámetros de Filtro

En 4 de la figura 1 se ingresarán los parámetros del filtro en cuestión. Ellos no son obligatorios, ya que en el caso de ser omitidos tomarán valores por defecto.

- Filter Order: Si no se especifica, el filtro se diseñará sin limitaciones. Caso contrario, se diseñará un filtro que tenga dicho orden.
- Min Filter Order: Si no se especifica, el filtro se diseñará sin limitaciones. Caso contrario, el filtro cumplirá mínimamente este orden.
- Max Filter Order: Si no se especifica, el filtro se diseñará con un orden máximo de 10. Caso contrario, el filtro tendrá como mucho dicho orden.
- Maximum Q: Si no se especifica, el filtro se diseñará sin limitaciones. Caso contrario, el filtro no superará dicho Q.
- Denormalization: Si no se especifica, el filtro se diseñará con una denormalización de 0. Puede tomar un valor máximo de 1.

Se podrán modificar cuantas veces sea necesario, previo a añadir un nuevo filtro. Es importante destacar que por una cuestión de diseño el orden máximo de un filtro posible es de 10.

1.1.5 Agregar Filtro

Una vez completados mínimamente los parámetros obligatorios, se podrá añadir un nuevo filtro, seleccionado 5 de la figura 1. La aplicación validará que los parámetros ingresados son pertinentes para el tipo de filtro y la aproximación deseada. En el caso de que los parámetros sean incorrectos, la aplicación emitirá una alerta indicando que parámetros son los incorrectos para ser remediados.

Se podrán añadir tantos filtros como se deseen, siempre y cuando no se cambien los parámetros ingresados en 4 o el tipo de filtro, es decir que no se cambie la plantilla. En el caso de que se añada un filtro con una plantilla diferente se podrá escoger borrar los anteriores con una plantilla diferente, o editar el filtro a ingresar para que conserve la misma.

En resumen, siempre que se mantengan el tipo de filtro y los valores de plantilla, se añadirán la cantidad necesaria de filtros. Ello además para observar comparativamente el comportamiento de las distintas aproximaciones para un mismo tipo de filtro.

1.1.6 Remover todos los filtros

Seleccionando 6 se podrán remover todos los filtros añadidos previamente. Ello implicará que el usuario podrá empezar nuevamente como si estuviese iniciando la aplicación. Esta acción no se puede deshacer.

1.1.7 Función Transferencia

En 7 se podrá observar la función transferencia $H(S)$ para el filtro añadido y seleccionado.

1.1.8 Tipo de Plot

En 8 se podrá elegir qué tipo de gráfico se desea obtener para un filtro añadido o todos los filtros añadidos. Con dicha herramienta se podrá comparar u observar el comportamiento individual de cada filtro en los siguientes gráficos:

- Respuesta en Frecuencia - Magnitud
- Respuesta en Frecuencia - Fase
- Polos y ceros
- Retardo de Grupo
- Atenuación
- Atenuación Normalizada Low-Pass
- Respuesta al Impulso
- Respuesta al Escalón

Para todos los gráficos se podrá observar el comportamiento de un filtro en cuestión, variando el selector en 9 en donde se irá añadiendo cada filtro ingresado por el usuario con una identificación que cuenta con el tipo de filtro, orden, aproximación utilizada y denormalización.

Si se selecciona *Plot All*, se observarán todos los filtros para el tipo de plot elegido. Si no se selecciona, se podrá ver e iterar en cada filtro seleccionado mediante *Filters* para observar el comportamiento individual.

A continuación se puede ver un ejemplo de respuesta en frecuencia (amplitud) para varios filtros Low-Pass.

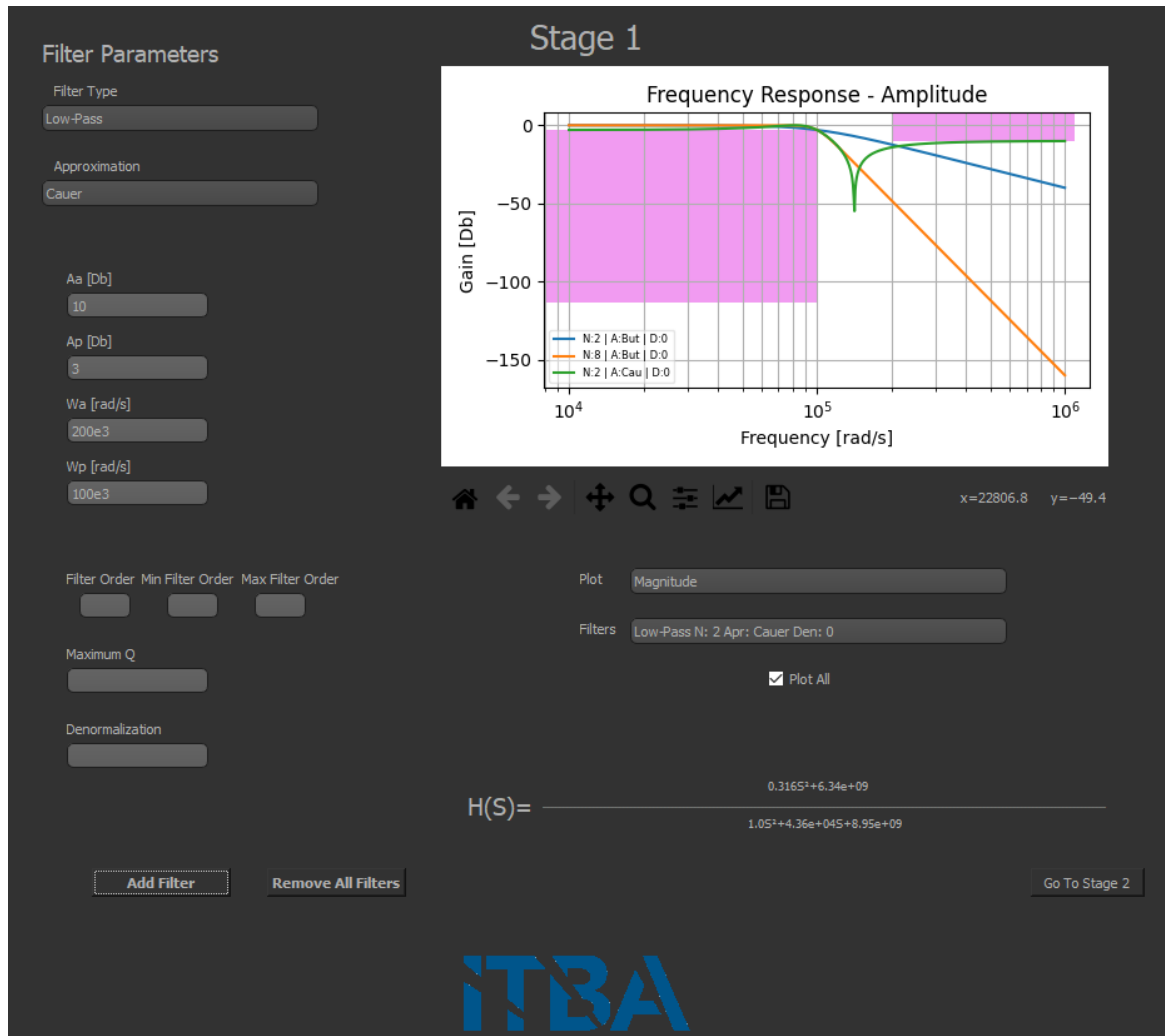


Figure 3: Etapa 1 - Ejemplo de Plot con Varios Filtros

La función transferencia visible en pantalla será siempre la del filtro que esté seleccionado en *Filters*.

1.1.9 Filtros Diseñados

En 9 se añadirán automáticamente todos los filtros creados para poder trabajar con ellos y seleccionarlos para obtener el gráfico o función transferencia deseada.

1.1.10 Ir a Etapa 2

Si se cuenta mínimamente con un filtro añadido, se podrá proceder a la etapa 2, seleccionando 10 de la figura 1.

En dicha etapa se trabajará sobre un filtro únicamente. Para seleccionar qué filtro de los diseñados será el elegido para proceder a la etapa 2, bastará con seleccionarlo en el seleccionador de filtros *Filters*. Es importante saber que al pasar a la Etapa 2 con un filtro seleccionado, no implicará que todos los filtros de la Etapa 1 sean eliminados. Ellos seguirán estando disponibles siempre y cuando se vuelva a la etapa 1.

1.2 Etapa 2

Una vez escogido el filtro diseñado en la etapa 1, luego de haber analizado su comportamiento utilizando los distintos tipos de gráficos y función de transferencia, se procede a trabajar sobre él en la etapa 2, haciendo los ajustes que el usuario considere necesarios.

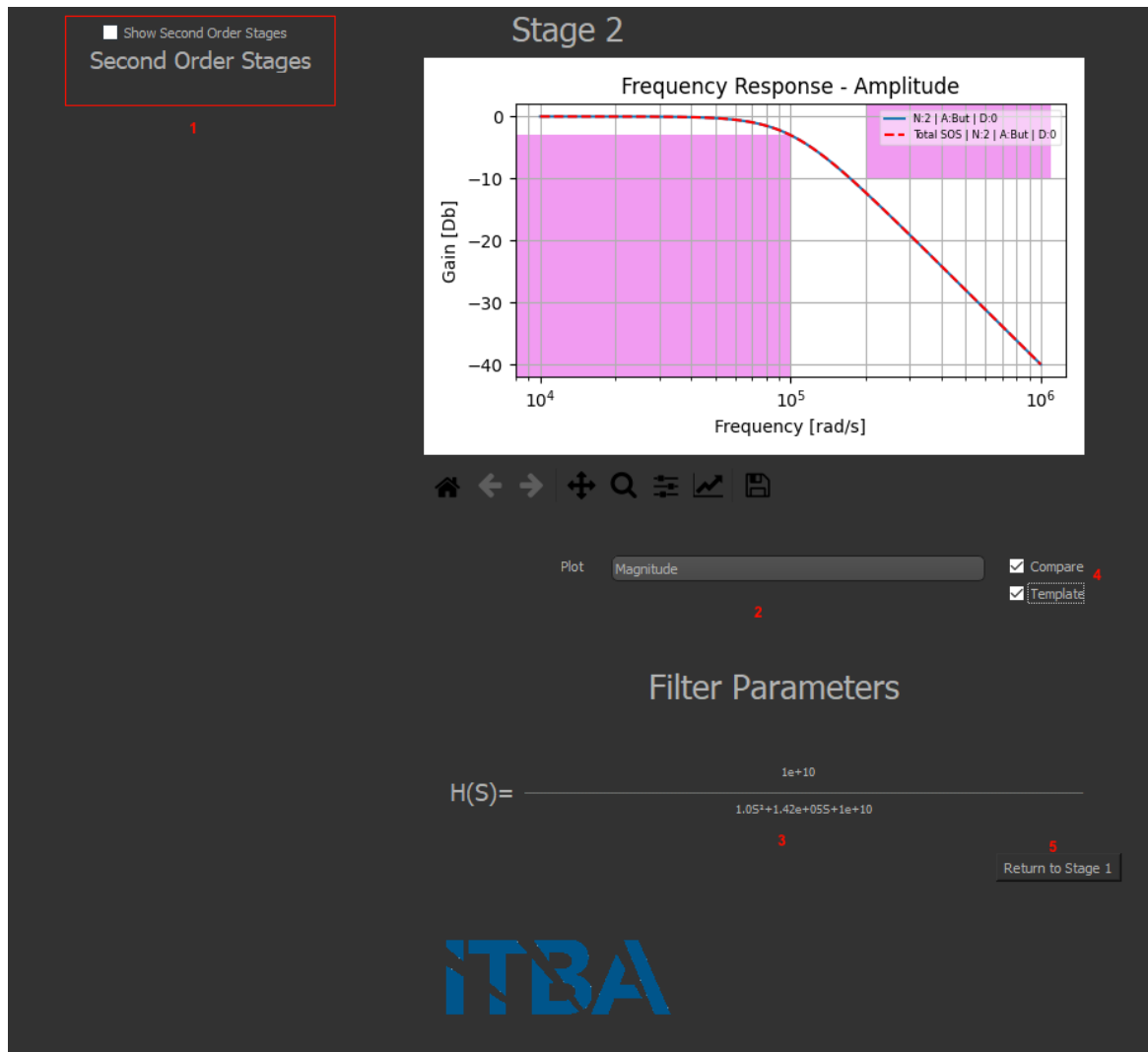


Figure 4: Etapa 2 - Vista General

1.2.1 Trabajar con etapas de Segundo y Primer Orden

Si el usuario selecciona *Show Second Order Stages*, que se puede observar en 1 de la figura 4, se mostrarán sistemas de segundo y primer orden que en su conjunto conforman al filtro total diseñado.

Obviamente si el orden de los filtros es impar, se empleará un filtro de primer orden y el resto de segundo orden. Si el orden es par, todas las etapas serán de segundo orden. Es importante notar que para el diseño de cada etapa, se planteó en el código desarrollado que la ganancia del filtro total se distribuya equitativamente. Ese es el comportamiento default, aunque para un desarrollo posterior, se puede cambiar la variable *DistribuiteGainBetweenAllSections* a un valor de *False* y la ganancia será absorbida por la última etapa.

A continuación se puede ver el comportamiento de dicha funcionalidad para un sistema de octavo orden de tipo Low-Pass.

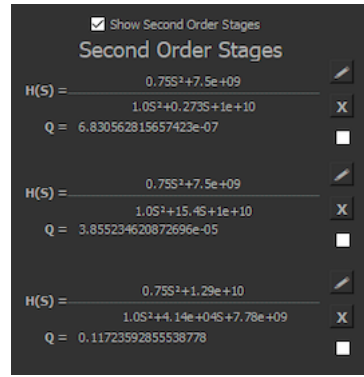


Figure 5: Etapa 2 - Sistemas de Segundo Orden

Se puede ver que para cada etapa, la herramienta mostrará su función transferencia así como su Q .

A su vez, se podrá editar cada uno de ellas o removerla del circuito total. Para editar una etapa en particular basta con seleccionar el símbolo del *lápiz* para cada una de ellas. Se podrá cambiar la función transferencia de dicha etapa, por ende modificarla en su totalidad incluyendo la ganancia. Con el botón "X" se podrá remover dicha etapa.

Para editar una etapa en particular, una vez seleccionada la acción de Editar, se deberá ingresar la función transferencia en formato numerador y denominador:

$$H(S) = \frac{aS^n + bS^{n-1} + \dots + cS^{n-i}}{eS^m + fS^{m-1} + \dots + gS^{m-j}}$$

Para ello, se deben completar los campos correspondientes ingresando los valores de los coeficientes del polinomio del numerador y denominador correspondientemente separados por ",". El primer valor ingresado tanto para el numerador como el denominador representarán el coeficiente de la potencia de mayor grado del polinomio y los siguientes elementos representarán los de grado $n - 1, n - 2, \dots, n - m$. Deberán ingresarse tantos elementos como coeficientes haya en el polinomio que se quiera representar. En los casos donde haya coeficientes nulos, se deberán ingresar 0 como elemento. En caso de que se deseen representar coeficientes que no sean números enteros, podrá utilizarse ".". Es decir, que si queremos representar un polinomio de grado n y algunos o todos los coeficientes de las potencias de grado menor son nulas, indefectiblemente, el usuario deberá ingresar 0 para poder alcanzar el grado deseado del polinomio.

Una vez ingresados y aceptados los parámetros dicha etapa será reemplazada por la editada individualmente.

A continuación se puede ver como se puede editar dicha etapa:

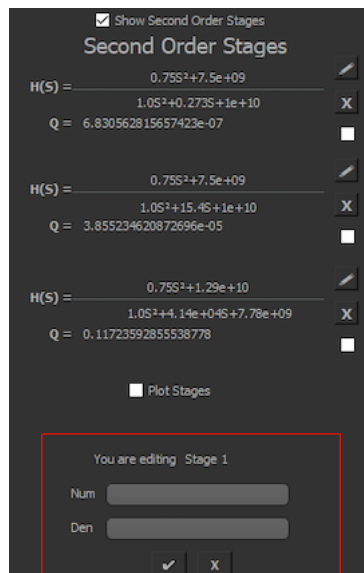


Figure 6: Etapa 2 - Sistemas de Segundo Orden

Siempre la función diseñada en la etapa 1 quedará guardada y visible en la etapa 2 para que el usuario pueda comparar su comportamiento a medida que se editan las etapas individualmente o se remueven. Cada cambio realizado sobre el filtro permanecerá en la etapa 2, a menos que se vuelva a la etapa 1.

1.2.2 Tipo de Plot

En 2 de la figura 4, se podrá elegir qué tipo de gráfico se podrá observar para el filtro en cuestión. Los tipos de gráfico para esta etapa son:

- Respuesta en Frecuencia - Magnitud
- Respuesta en Frecuencia - Fase
- Polos y Ceros

En 4 de la figura 4, se contará con dos checkbox para la respuesta en frecuencia (magnitud):

- Compare: Si está seleccionado, se mostrará en el gráfico tanto la función del filtro original obtenido en la Etapa 1 como el filtro resultante a medida que se va editando cada etapa.
- Template: Para observar si el filtro editado por etapas cumple la plantilla seleccionada en la Etapa 1, se podrá observar o no la plantilla en el gráfico.

Si el gráfico seleccionado es respuesta en frecuencia (Fase), solo se observará la opción *Compare* obteniendo el mismo efecto que para el gráfico de respuesta en frecuencia (magnitud).

Finalmente para el gráfico de Polos y Ceros, solo se observarán los de la función original. A continuación se puede ver un caso donde el usuario removió una etapa de un filtro diseñado y su comparación gráfica utilizando a su vez la plantilla.

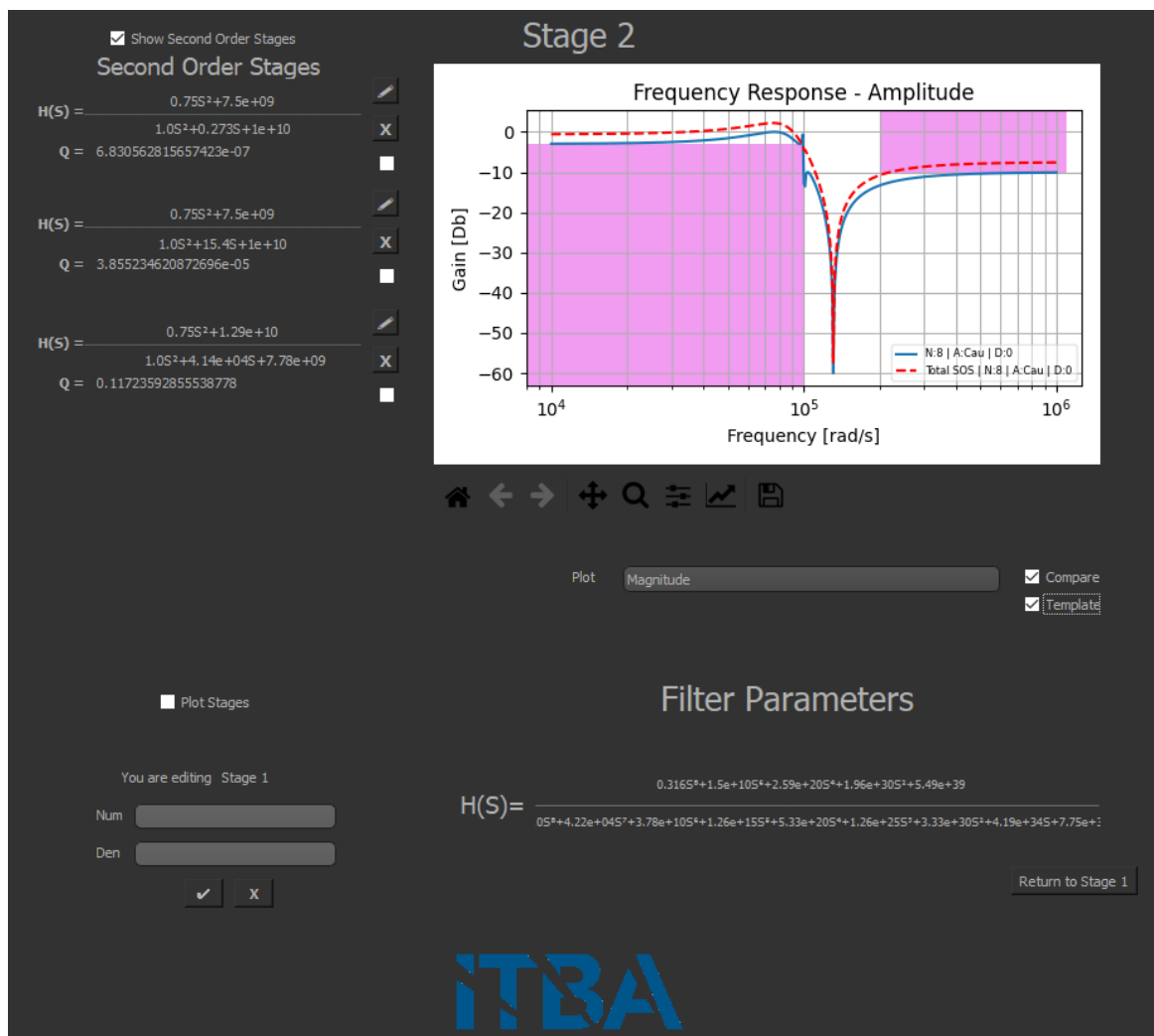


Figure 7: Etapa 2 - Ejemplo de Plot con Filtro Original y Editado

En la siguiente figura, se puede observar un gráfico comparativo donde el usuario no realizó ninguna modificación:

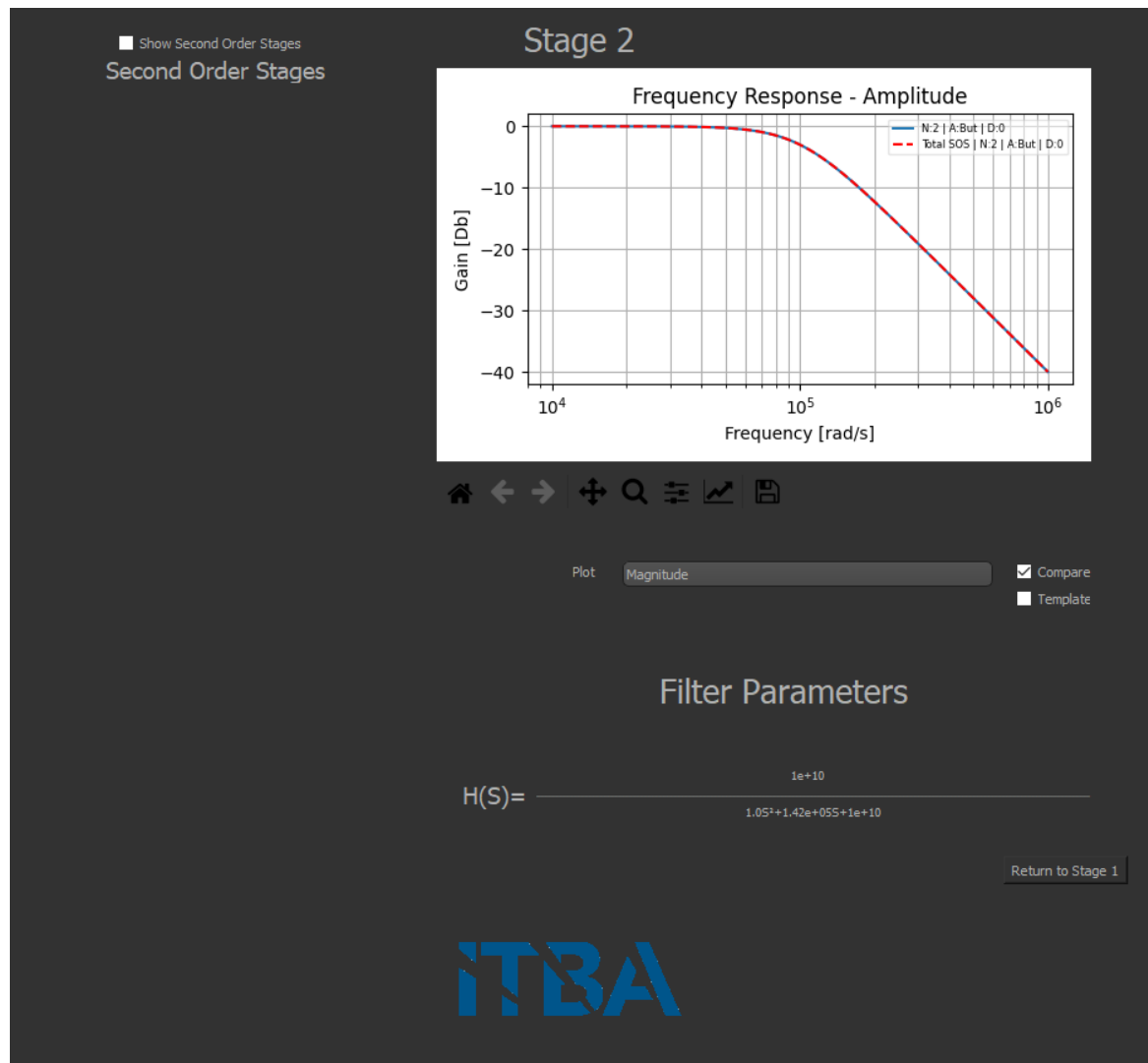


Figure 8: Etapa 2 - Ejemplo de Plot con Filtro Original y Representado por Etapas

El filtro que se está editando será identificado con "SOS" en los labels de cada gráfico.

1.2.3 Tipo de Plot - Etapas individuales

Si se selecciona *Plot Stages* en la pantalla donde se encuentran los sistemas de segundo orden, se podrá obtener gráficamente la respuesta en frecuencia (amplitud y fase) para cada etapa, alguna de ellas o todas.

Para cada etapa que se desee obtener su gráfico bastará con seleccionarla con el checkbox debajo de "X". Ello hará que se la incluya dentro de los gráficos o no. Para volver al modo anterior donde se puede comparar el filtro total con el filtro total editado, bastará con no seleccionar *Plot Stage*.

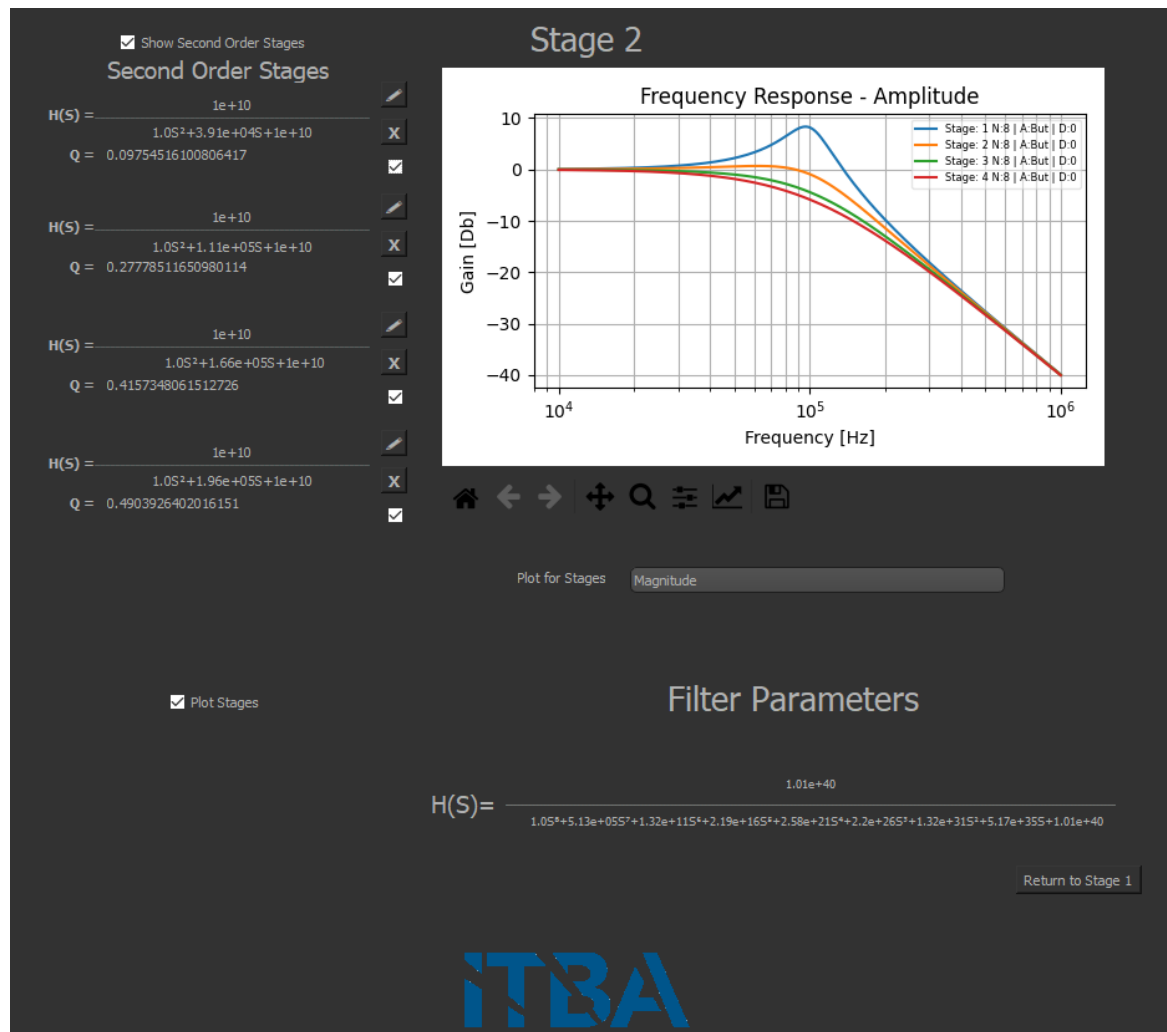


Figure 9: Etapa 2 - Ploteo de cada Etapa de Segundo Orden

1.3 Resumen de Workflow de Diseño

- El usuario podrá elegir algún tipo de filtro de los mencionados previamente, y establecer una plantilla que deba cumplir.
- Estableciendo parámetros del filtro como el orden, la aproximación, el Q o la denormalización, se podrán agregar tantos filtros como se desee para observar su comportamiento y elegir el más adecuado.
- Se podrán observar múltiples gráficos de interés para comparar el comportamiento del filtro ya sea de manera comparativa o individual.
- Una vez seleccionado el filtro, se podrá proceder a la Etapa 2, donde el usuario podrá trabajar en etapas de segundo y primer orden y editar cada una de ellas individualmente que conformarán al filtro total.
- El hecho de editar cada etapa implica que se la podrá remover o editar en su totalidad.
- Al editar cada etapa se podrá observar comparativamente el filtro original obtenido en la Etapa 1 y el resultante luego de aplicar cambios sobre cada etapa.
- Finalmente como último análisis se podrá obtener la respuesta en frecuencia para cada etapa para observar que su comportamiento no tenga efectos adversos individualmente.
- Si el usuario lo desea, podrá volver a la etapa 1, perdiendo todos los cambios realizados en la etapa 2, pero con los filtros diseñados previamente disponibles.

2 Sallen-Key

Se iniciará el estudio y diseño de celdas con la implementación mediante una celda de tipo *Sallen Key* de un filtro pasa-bajos aproximado con Butterworth. Se realizará un análisis teórico de la celda y sus características, el diseño de la misma para cumplir con los parámetros calculados previamente usando la aproximación, y simulaciones en LTSpice para observar el cumplimiento del filtro y el efecto de las variaciones de los componentes pasivos.

2.1 Cálculo de función transferencia por aproximación de Butterworth

A partir de las características especificadas por la plantilla de la tabla ?? y representadas en la figura 12, se calculó la función transferencia mediante la aproximación de Butterworth. Observando las frecuencias límite para la banda de paso y la de atenuación, se denota que se trata de un filtro *pasa-bajos*. La aproximación empleada resulta conveniente cuando se quiere asegurar la mayor planicie posible en la banda de paso y que la transferencia sea monótonamente decreciente.

f_p	3300Hz
f_a	15600Hz
A_p	3dB
A_a	40dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$

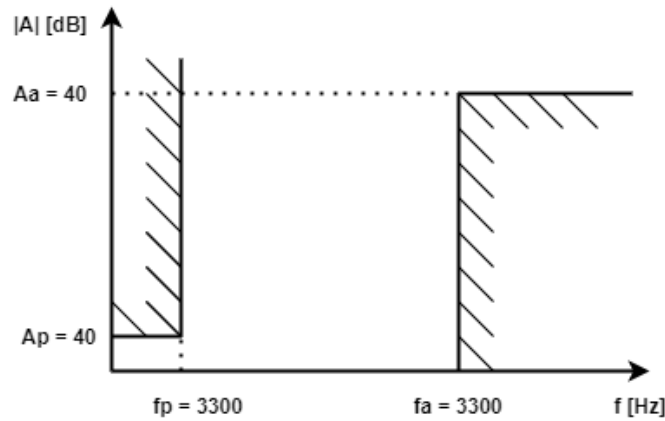


Figure 10: Plantilla desnormalizada

Partiendo de la expresión del cuadrado del módulo de la función transferencia 1, se busca cumplir que las que las primeras $2n - 1$ derivadas del módulo de la transferencia se anulen en $w = 0$. Para ello, se determinan los parámetros ε y el orden del filtro.

$$|H(jw_n)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 w_n^2} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_p(dB)}{10}} - 1} \Rightarrow \varepsilon = 1 \quad (2)$$

$$n = \left\lceil \frac{\log \left(\frac{10^{\frac{A_a(dB)}{10}} - 1}{\varepsilon^2} \right)}{2 \cdot \log \left(\frac{w_a}{w_p} \right)} \right\rceil \Rightarrow n = \left\lceil \frac{\log(10^4 - 1)}{2 \cdot \log(4,7272)} \right\rceil = \lceil 2.964664 \rceil \Rightarrow n = 3 \quad (3)$$

A partir del orden del filtro, se obtiene el polinomio de Butterworth que fija la ubicación normalizada de los polos. Se obtiene así la función transferencia normalizada correspondiente a un filtro pasa-bajos a implementar luego con un filtro activo.

$$H_N(s) = \frac{1}{(s + 1)(s^2 + s + 1)} \quad (4)$$

Donde la función transferencia desnormalizada se obtiene reemplazando $s \rightarrow \frac{s}{w_p}$. Se observa de 4 que el factor de calidad de la función de segundo orden es $Q=1$.

$$w_p = 2\pi 3300 \text{ Hz} = 20734.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

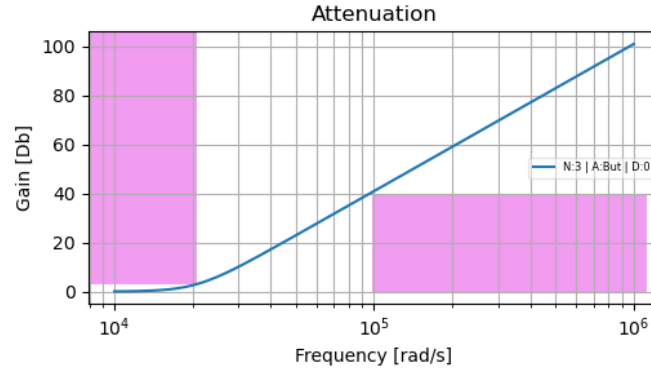


Figure 11: Butterworth orden 3

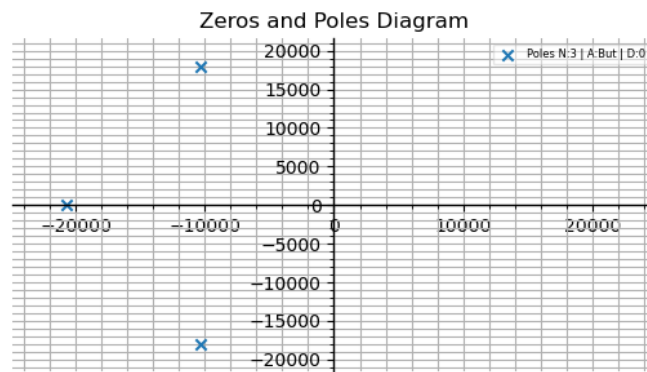


Figure 12: Ubicación de polos polinomio de Butterworth

2.2 Circuito a implementar

Para la implementación de la función transferencia calculada, se segmentará el filtro en etapas que conectadas en cascada permitirán obtener el comportamiento deseado. Esto es posibilitado con la utilización de filtros activos, los cuales cuentan con una impedancia de salida muy baja que evita cargar la etapa siguiente, de modo que cada etapa puede considerarse prácticamente aislada de las demás, pudiendo calibrarse independientemente de ser necesario. Este enfoque de diseño proyecta un atractivo sobre las llamadas **celdas**, ya que proveen una forma casi estandarizada de implementar etapas de un filtro de segundo orden de determinadas características.

Al implementar un diseño en cascada es importante cuidar el orden de conexión de las celdas. Si bien matemáticamente el orden de implementación es irrelevante, la conexión de las celdas puede tener algunas limitaciones. Por un lado, para evitar pérdida en el rango dinámico del filtro y la posibilidad de saturación de la señal en las etapas con un Q mas alto (y por lo tanto posibilidad de amplificación), se recomienda conectar las etapas de menor a mayor Q . Sin embargo, si se desea proteger del ruido interno del filtro, el cual puede causar inconvenientes con las etapas de Q alto, es conveniente ubicar las etapas de mayor Q al principio de la conexión. Vale destacar que, sin embargo, no se espera ninguno de estos inconvenientes en la implementación del filtro calculado ya que se cuenta con una única instancia de segundo orden.

Siguiendo el enfoque de diseño en cascada, se implementará el filtro pasa-bajos de tercer orden separándolo en dos etapas: la inicial de primer orden empleando un **circuito RC con buffer** a su salida y la segunda mediante una **celda Sallen-Key Low Pass**. Se realizará el análisis y diseño de cada instancia.

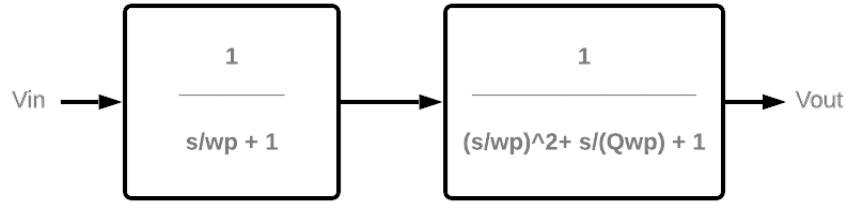


Figure 13: Diagrama de etapas en cascada.

2.2.1 Celda de primer orden: Análisis

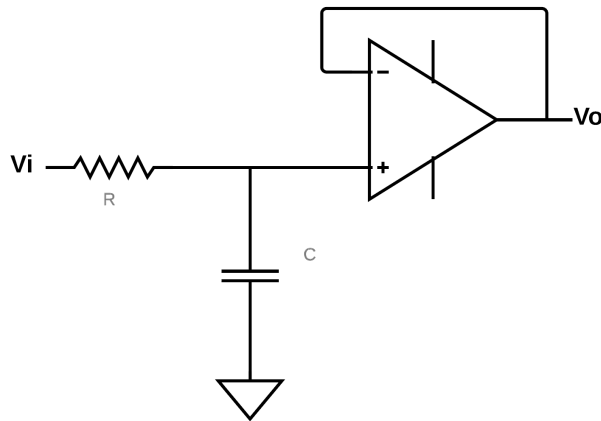


Figure 14: Circuito Low Pass primer orden.

Analizando el circuito de la figura 14 se plantea rápidamente el siguiente sistema. Se considera A_{Vol} constante y $Z_{IN_{OpAmp}} \rightarrow \infty$, de modo que la corriente hacia el amplificador operacional resulta nula. Se obtiene su función transferencia e impedancia de entrada.

$$\begin{cases} I_{in} = \frac{V^+ - 0}{\frac{1}{sC}} \\ I_{in} = \frac{V_{in} - V^+}{R} \\ V_o = V^- \\ V_o = A_{Vol}(V^+ - V^-) \end{cases} \quad (5)$$

$$H(s) = \frac{A_{Vol}}{(A_{Vol} + 1)(sCR + 1)} \approx \frac{1}{sCR + 1} \quad (6)$$

$$Z_{in} = R + \frac{1}{sC} \quad (7)$$

Donde si $s = j0 \Rightarrow Z_{in} \rightarrow \infty$, la impedancia de entrada ideal de un amplificador operacional, y con $s = j0 \rightarrow \infty \Rightarrow Z_{in} = R$

Otra opción para implementar esta etapa sería el **integrador inversor compensado**, el cual permite incrementar la atenuación en banda pasante del filtro. No obstante, a los fines de la transferencia solicitada, basta con utilizar el circuito descrito arriba, el cual a su vez no invierte la fase.

2.2.2 Celda de segundo orden Sallen Key: Análisis

La figura 15 muestra la configuración pasa-bajos de la celda Sallen Key. Para su análisis se consideró nuevamente A_{Vol} constante y $Z_{IN_{OpAmp}} \rightarrow \infty$. A partir de la relación de corrientes en el nodo V_1 se obtiene la función transferencia y la impedancia de entrada.

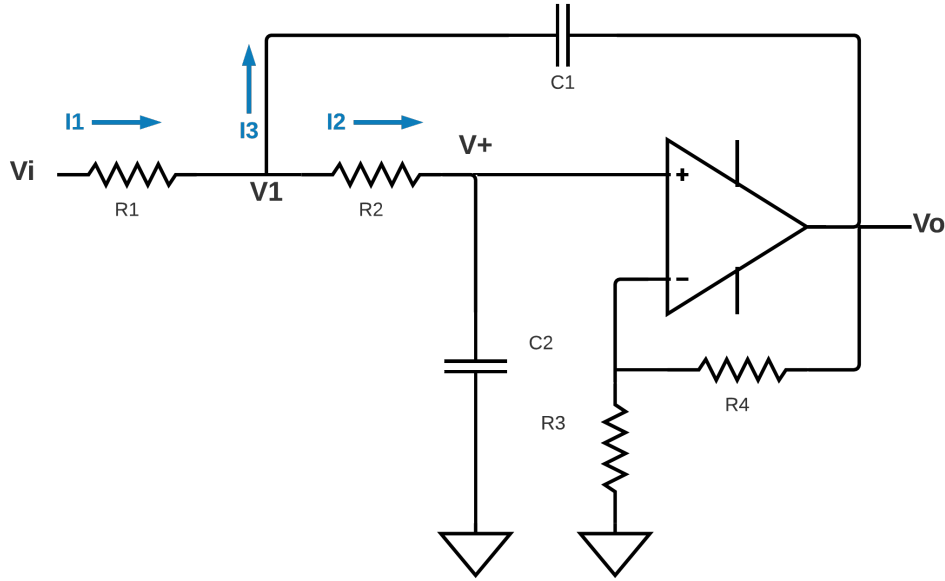


Figure 15: Análisis de Sallen Key Low Pass

$$\begin{cases} V_o = A_{Vol} \cdot (V^+ - V^-) \\ V^- = V_o \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = V_o \cdot \frac{1}{K} \\ V^+ = V_1 \cdot \frac{\frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{V_1}{sC_2 R_2 + 1} \\ \frac{V_i - V_1}{R_1} - \frac{V_1 - 0}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} - \frac{V_1 - V_o}{\frac{1}{sC_1}} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$H(s) = \frac{A_{Vol} \cdot K}{(A_{Vol} + K) \cdot (s^2 \cdot R_1 C_1 R_2 C_2 + s \cdot \frac{A_{Vol}((R_2 + R_1)C_2 + R_1 C_1(1 - K)) + K(R_1 C_1 + (R_2 + R_1)C_2)}{A_{Vol} + K}) + 1)} \quad (9)$$

Para la cual:

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \\ Q &= \frac{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{A_{Vol}((R_2 + R_1)C_2 + R_1 C_1(1 - K)) + K(R_1 C_1 + (R_2 + R_1)C_2)} \\ G &= \frac{A_{Vol}(R_3 + R_4)}{A_{Vol}R_3 + R_3 + R_4} \\ K &= \frac{R_3 + R_4}{R_3} \end{aligned}$$

Empleando el caso mas ideal, para el que $A_{Vol} \rightarrow \infty$, se obtiene la siguiente función transferencia:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{K}{\frac{s^2}{(\frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}})^2} + s \cdot [R_1 C_1(1 - K) + (R_2 + R_1)C_2] + 1} \\ w_0 &= \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \\ Q &= \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{R_1 C_1(1 - K) + (R_2 + R_1)C_2} \end{aligned} \quad (10)$$

Teniendo que la impedancia de entrada se define como $Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_1}$, a partir del mismo sistema 8 resulta:

$$Z_{in} = \frac{C_1 C_2 R_1 R_2 (A_{Vol} + K) s^2 + (A_{Vol} C_1 R_1 (1 - K) + A_{Vol} C_2 (R_1 + R_2) + K (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2)) s + A_{Vol} + K}{(C_1 C_2 R_2 (A_{Vol} + K)) s^2 + s (A_{Vol} C_1 (1 - K) + K (C_1 + C_2) + A_{Vol} C_2)} \quad (11)$$

En el caso mas ideal con $A_{Vol} \rightarrow \infty$, la impedancia de entrada obtiene la siguiente expresión:

$$Z_{in}(s) = \frac{s^2 \cdot C_1 C_2 R_1 R_2 + s \cdot (C_2 R_1 + C_2 R_2 + C_1 R_1 (1 - K)) + 1}{s^2 \cdot C_1 C_2 R_2 + s \cdot (C_2 + C_1 (1 - K))} \quad (12)$$

2.2.3 Sensibilidades

La sensibilidad relativa de una función y respecto a una variable x está dada por $S_x^y = \frac{x}{y} \frac{\partial y}{\partial x}$. Se analizan las sensibilidades para el factor de calidad Q, la frecuencia de corte w_0 y la ganancia G considerando A_{Vol} constante. Recordando que $K = \frac{R_3 + R_4}{R_3}$ es la ganancia ideal de la celda, se calculan las sensibilidades respecto a las variables involucradas en cada uno.

$$Q = \frac{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{A_{Vol} ((R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 (1 - K)) + K (R_1 C_1 + (R_2 + R_1) C_2)}$$

x	S_x^Q
R_1	$\frac{1}{2} - \frac{Q R_1 ((R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 (1 - K))}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
R_2	$\frac{1}{2} - \frac{Q R_2 (A_{Vol} C_2 + K C_2)}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
R_3	$\frac{A_{Vol} + 1}{A_{Vol} + K} - \frac{Q (A_{Vol} (R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 + (R_2 + R_1) C_2)}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
R_4	$\frac{R_4}{A_{Vol} R_3 + R_3 + R_4} - \frac{Q R_4 ((R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 - A_{Vol} R_1 C_1)}{(A_{Vol} R_3 + R_3 + R_4) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
C_1	$\frac{1}{2} - \frac{Q C_1 ((K R_1) + A_{Vol} R_1 (1 - K))}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
C_2	$\frac{1}{2} - \frac{Q C_2 (A_{Vol} (R_2 + R_1) + K (R_2 + R_1))}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$
A_{Vol}	$\frac{A_{Vol}}{A_{Vol} + K} \left[1 - \frac{Q ((R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 (1 - K))}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \right]$
K	$\frac{K}{A_{Vol} + K} - \frac{Q K ((R_2 + R_1) C_2 + R_1 C_1 - A_{Vol} R_1 C_1)}{(A_{Vol} + K) \sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

x	$S_x^{w_0}$
R_1	$-\frac{1}{2}$
R_2	$-\frac{1}{2}$
C_1	$-\frac{1}{2}$
C_2	$-\frac{1}{2}$

$$G = \frac{A_{Vol} (R_3 + R_4)}{A_{Vol} R_3 + R_3 + R_4}$$

x	S_x^G
A_{Vol}	$1 - \frac{1}{K}$
R_3	$\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_3(A_{Vol}+1)}{A_{Vol}(R_3+R_4)}$
R_4	$\frac{R_4}{R_3+R_4} - \frac{R_4(A_{Vol}+1)}{A_{Vol}(R_3+R_4)}$

Resulta de interés recalcar que a medida que $A_{Vol} \rightarrow \infty$, la sensibilidad de Q respecto a A_{Vol} tiende a cero, lo esperado en el caso mas ideal.

2.3 Diseño de filtro

Se procederá a diseñar las etapas del filtro pasa-bajos solicitado mediante las celdas analizadas. Para facilidad del diseño, se aproximará A_{Vol} A infinito a modo de emplear las ecuaciones transferencias mas ideales. Ambas etapas cuentan con $w_0 = w_p = 20\pi 3300Hz = 20734.5 \frac{rad}{s}$.

Para la implementación de la celda se decidió emplear los amplificadores operacionales del integrado TL084, el cual presenta buenos parámetros de ganancia, GBP y alto slew rate. Para los resistores, se considerarán los valores de las series E24 y E96 de 1% de tolerancia. Se emplearán capacitores cerámicos multicapa de 10 % tolerancia.

Primera etapa: filtro pasa-bajos orden uno con seguidor de tensión. Planteando la expresión de la frecuencia de corte, se puede obtener la relación entre R y C. En esta etapa, se busca cumplir con la condición de impedancia de entrada del filtro Z_{in} mayor igual que $50k\Omega$; se verá luego que la impedancia de entrada del filtro se mantiene por encima de ese valor para todo el rango de frecuencias analizada. Debido que los valores de capacitores son menos abundantes, se plantea un capacitor de $470pF$. Con esto, se calcula la resistencia de la primera etapa:

$$w_0 = \frac{1}{RC}$$

Proponiendo $C = 470pF \Rightarrow R = 102616,9\Omega \approx 102k\Omega + 1k\Omega$ Preset.

Por lo tanto, se plantea implementar la primera etapa con un capacitor $C = 470pf$ y $R = 102000\Omega +$ Preset $1k\Omega$ para ajuste fino.

Segunda etapa: celda Sallen Key pasa-bajos. Para implementar la celda Sallen Key estudiada es conveniente adoptar un criterio de diseño, tanto para facilitar el calculo de los componentes como para imponer condiciones. Se busca asegurar el cumplimiento de $Q = 1$ y $K = 1$. Una forma óptima de encarar el diseño es plantear el diseño con ganancia unitaria y componentes proporcionales. De este modo, se tiene que:

$$R_1 = mR_2 = mR \quad ; \quad C_2 = nC_2 = nC \quad (13)$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{mn}RC} \quad ; \quad Q = \frac{\sqrt{mn}}{1+m} \Rightarrow 1 + 2m + m^2 = \frac{mn}{Q^2} \quad (14)$$

Imponiendo la condición que $m > 0$:

$$m = \frac{n}{Q^2} - 1 + \sqrt{\left(\frac{n}{Q^2} - 1\right)^2 - 1} \quad ; \quad m > 4Q^2 \quad (15)$$

Intentando asegurar esta ultima condición entre m y Q y asegurando $Q = 1$, se plantearon distintos valores de C a modo de cumplir la relación para luego calcular los valores de n, R2 y R1. Se iteró este procedimiento hasta obtener valores convenientes y cercanos a los normalizados de las series E24 o E96. Finalmente, se impuso que $C_2 = C = 4.7nF$ y $C_1 = 22nF$. se tiene que $n = 4.681$ y $m = 2.232$. De este modo, se obtienen $R_2 = 3175\Omega$ y $R_1 = 7086\Omega$. Normalizando a valores de la serie E96:

$$R_2 = 3160\Omega$$

$$R_1 = 6980\Omega + Preset500\Omega$$

Para lograr $K = 1$, se conecta directamente la entrada inversora del OpAmp con su salida. Lo cual otorga una frecuencia de corte idealmente de $w_0 =$ tanto y $Q = 1.0019$.

2.4 Respuesta en frecuencia y análisis Monte Carlo

Con los valores de los componentes fijados, se realizaron simulaciones en LTSpice para observar el comportamiento en frecuencia del filtro y comparar la respuesta obtenida con respecto a la función transferencia teórica con los componentes normalizados y a la aproximación calculada por Butterworth. Se decidió realizar la simulación considerando las resistencias implementadas con presets con los valores resultantes de los calculos y no directamente los normalizados.

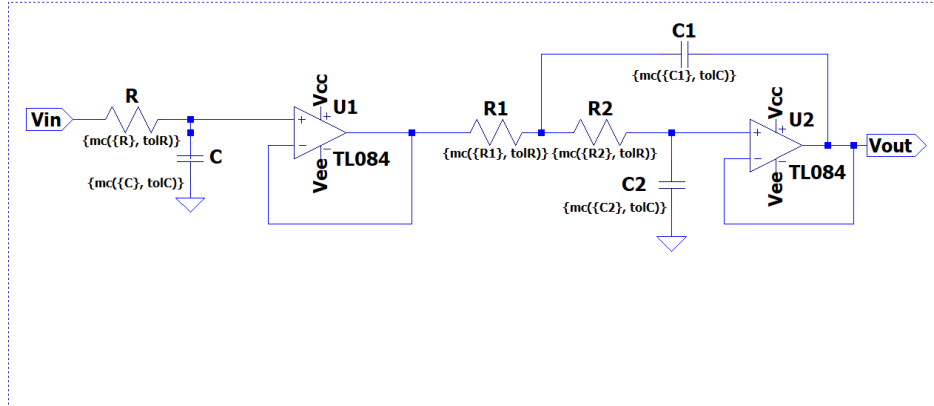


Figure 16: Circuito simulado en LTSpice.

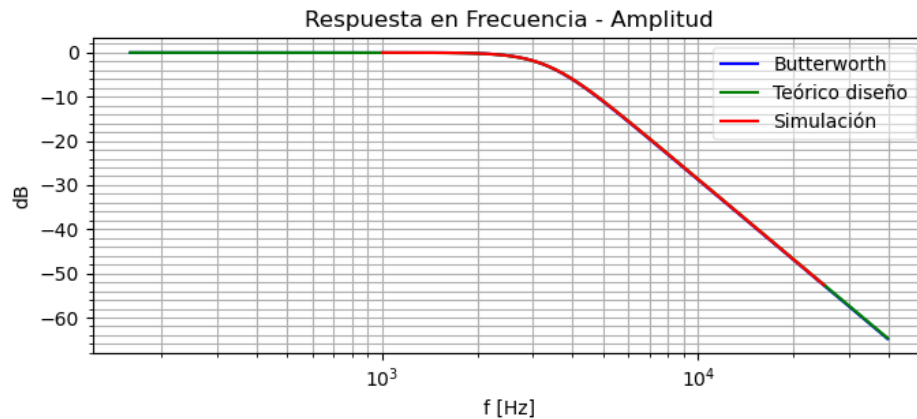


Figure 17: Respuesta en frecuencia de filtro implementado con resistores serie E96 sin ajuste de preset: Ganancia

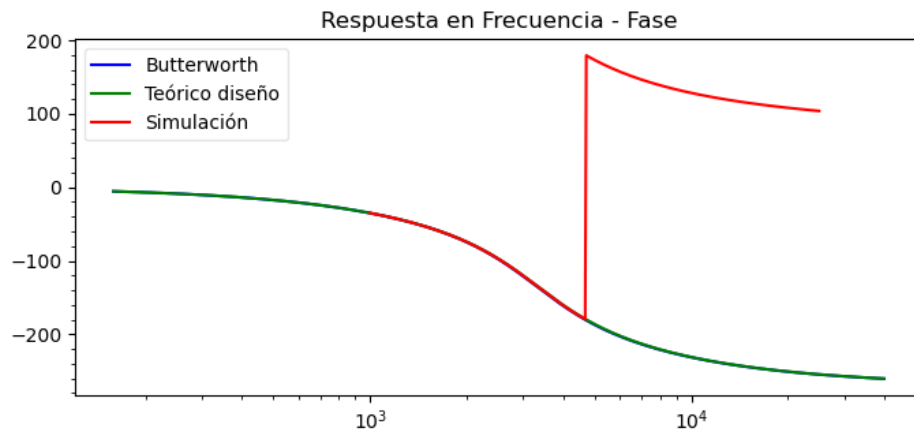


Figure 18: Respuesta en frecuencia de filtro implementado con resistores serie E96 sin ajuste de preset: diferencia de fase

Se observa en la figura 26 que las ganancias de las transferencias obtenidas por la aproximación de Butterworth, la

implementada en el diseño del filtro y la simulación coinciden en gran medida para el rango de frecuencia de transición de banda de paso a banda atenuada. Por lo tanto, el filtro implementado cumple la plantilla. El salto en la fase en la simulación frente a los teóricos se puede deber a que la función implementada en el *PlotTool* toma la fase en otro intervalo respecto a la simulada. Desde la simulación, como se verá seguidamente, se observa que desde el panel de simulación la fase continúa descendiendo mas allá de los -180° .

Para estudiar el impacto de la tolerancia de los componentes en la respuesta en frecuencia, se realizó un análisis Monte Carlo. Como se mencionó anteriormente, se emplearon resistores con tolerancia de 1% y capacitores con tolerancia del 10%. Para el análisis se fijaron los componentes a los valores comerciales. Primeramente se observó el impacto de las variaciones de los componentes en el comportamiento del filtro en su totalidad y luego se vio el caso individual de cada celda.

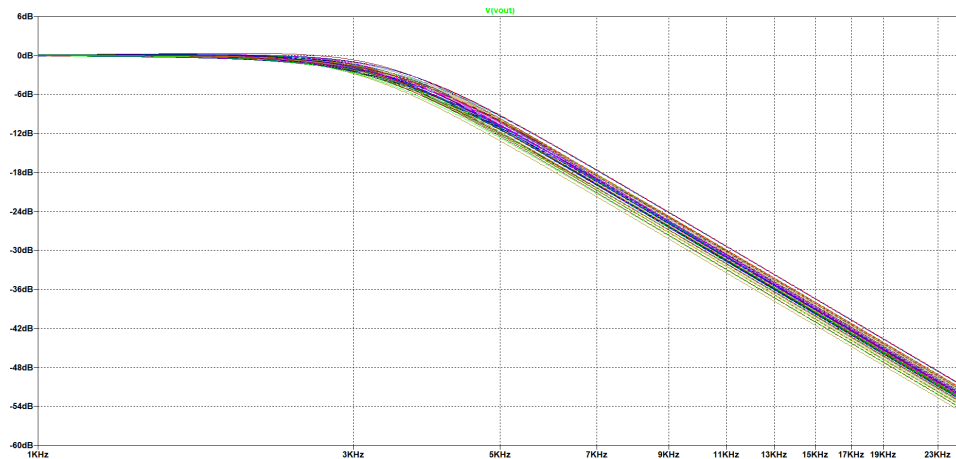


Figure 19: Simulación respuesta en frecuencia con tolerancias: Ganancia.

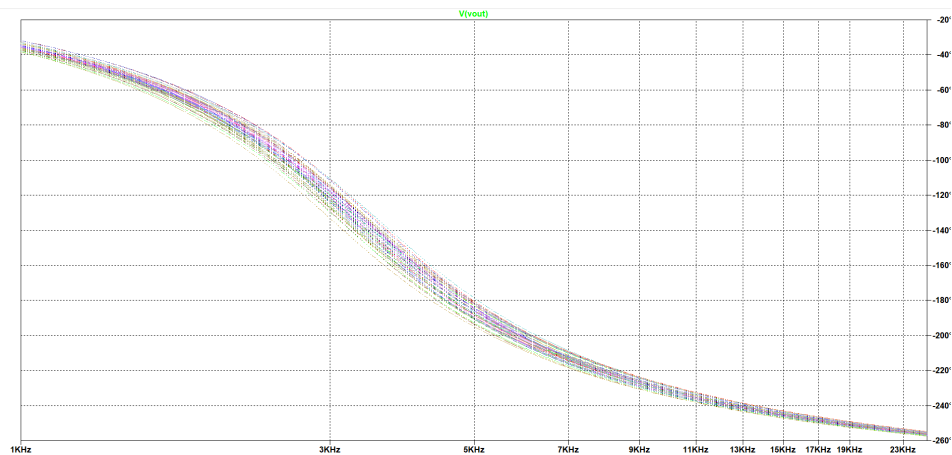


Figure 20: Simulación respuesta en frecuencia con tolerancias: Ganancia.

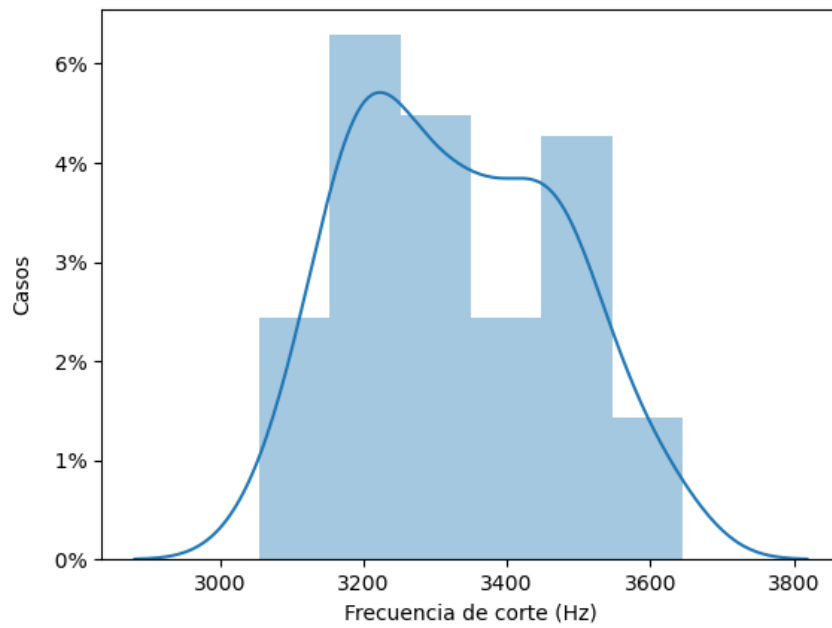


Figure 21: Histograma análisis Monte Carlo con resistores serie E96.

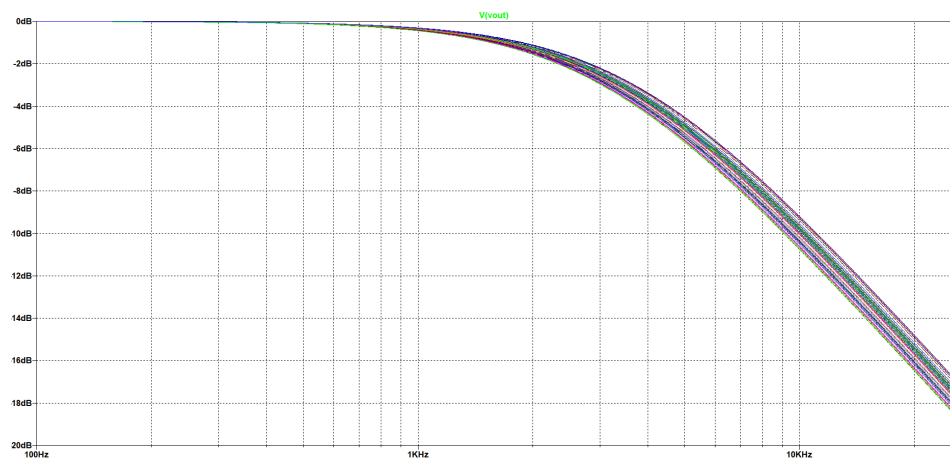


Figure 22: Celda primer orden. Simulación de respuesta en frecuencia con tolerancias: Ganancia.

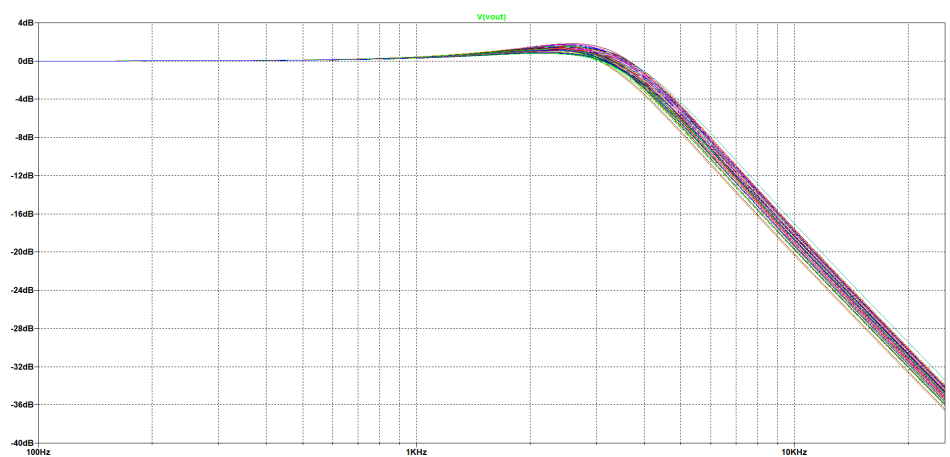


Figure 23: Celda Sallen Key. Simulación de respuesta en frecuencia con tolerancias: Ganancia.

Con el histograma del filtro 24 se puede observar que la mayoría de las curvas pasan a $-3dB$ alrededor de la frecuencia de corte planteada de 3.3KHz. Sin embargo, un aspecto importante de la plantilla solicitada es que a esa frecuencia se buscaba una atenuación como máximo de $-3dB$. Para cumplir con esa condición, es deseable que la mayoría de las curvas sufran esa atenuación para una frecuencia igual o mayor que la $f_p = 3300Hz$. Por ello, se analizó la opción de implementar el filtro con valores de resistencias menores y correspondientes a la serie E24, ya que son valores normalizados mas comunes para construir luego el filtro. Con esto en mente, se plantea implementar $R = 100k\Omega + \text{preset } 25k\Omega$, $R_2 3k\Omega$ y $R_1 = 6,8k\Omega + \text{preset } 500\Omega$. Simulando con estos valores, se observó el corrimiento de las curvas a frecuencias un poco mayores. Asimismo, se obtendría una $Q = 0.9970$ para la celda Sallen Key, por lo que no se afectaría el comportamiento buscado. Por otro lado, puede ser conveniente ser mas conservadores en cuanto a plantear primeramente una frecuencia de corte mayor, ya que con los presets en serie a R y a R_1 se puede "correr" la frecuencia de corte a valores menores.

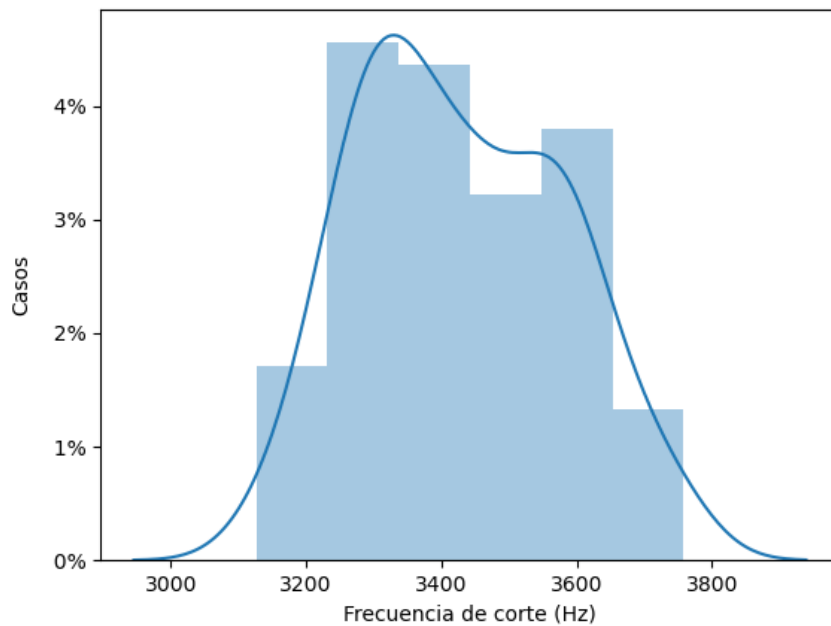


Figure 24: Histograma análisis Monte Carlo con resistores serie E24.

Asimismo, se simuló la magnitud de la impedancia de entrada. Se observa que esta se mantiene siempre por encima de los $50k\Omega$.

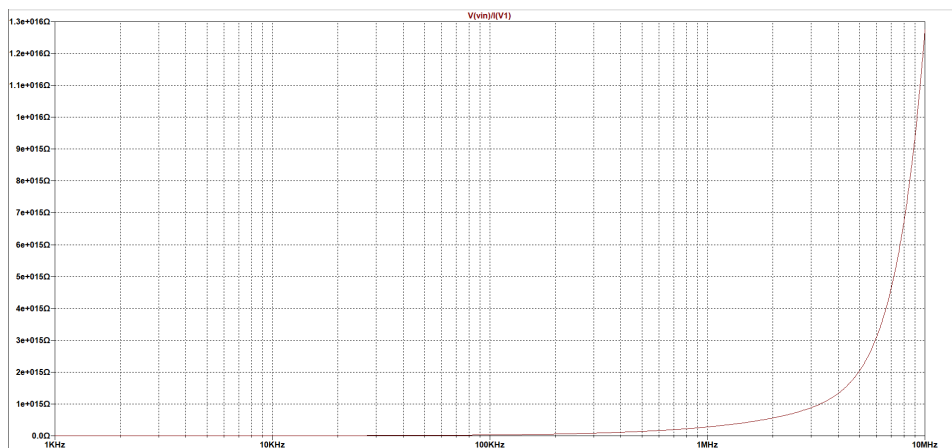


Figure 25: Respuesta en frecuencia de magnitud de impedancia de entrada.

En cualquier caso, será necesario calibrar el filtro para cumplir con la plantilla. Emplea los resistores propuestos por último mueven en mayor medida la frecuencia a valores mayores al deseado, pero mediante los presets implementados en cada etapa puede regularse. Para esto, se propone verificar si la frecuencia a la que se da una atenuación de $-3dB$

supera los $3300Hz$; siendo ese el caso, se debe pasar a ajustar el valor de la resistencia R en el filtro pasa bajos de primer orden. Para un ajuste fino de la f_p y la Q , se puede regular el preset asociado a la R_1 .

2.5 Restricciones por ganancia y factor de calidad

Si bien la celda Sallen Key resulta versátil para implementar un filtro de segundo orden, presenta restricciones en cuanto a factor de calidad Q y ganancia K . En el circuito implementado en esta sección del informe, tanto la K como la Q de la Sallen Key fueron unitarias, por lo que no se visualizaron las restricciones. Sin embargo, a partir del análisis de sensibilidades se observa que la Q está relacionada con todas las variables del circuito, por lo que se puede ver muy afectado por sus variaciones. En particular, las restricciones se acentúan al momento del diseño. En el caso de imponer condición de componentes iguales, es decir $C_2 = C_1 = C$ y $R_2 = R_1 = R$, se tiene que la Q queda directamente relacionada con la ganancia con $Q = \frac{1}{3-K}$. Por lo tanto, se pierde independencia del diseño. Por las sensibilidades, este circuito no es recomendable para implementar filtros con $Q < 5$.

En cuanto a la ganancia, es posible agregar una derivación a la entrada con la cual se obtiene una transferencia con ganancia multiplicada por un factor "a".

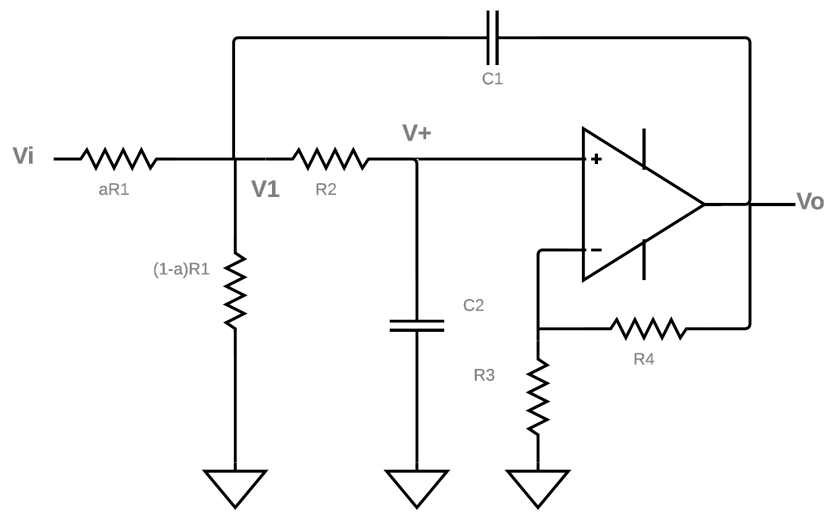


Figure 26: Celda Sallen Key con derivación de ganancia.

2.6 Conclusiones

Se pudo observar que los resultados simulados se corroboraron de forma excelente respecto a las transferencias calculadas. En pocas palabras, la celda Sallen Key resultó óptima para implementar el filtro solicitado y cumplir con las características de la aproximación de Butterworth; se logra un comportamiento con máxima planicie en banda pasante y una caída monótona en banda atenuada.

Por otro lado, la celda Sallen Key resulta de sencilla implementación ya que pueden adoptarse distintos criterios de diseño para calcular sus componentes. La adoptada en este informe se debió a las restricciones en ganancia y factor de calidad. Es importante recalcar que además las características solicitadas en la plantilla fueron ideales para emplear una celda Sallen Key ya que otorgaban valores bajos de Q y K . De haber sido mucho mayores alguno de ellos, no se hubiera podido conseguir el comportamiento deseado fácilmente con este tipo de celda, siendo esa la principal desventaja que presenta.

3 Celda Rauch (Deliyannis-Friend modificada)

3.1 Introducción

Se busca mediante el uso de una celda de Rauch o también conocida como Deliyanis-Friend y la aproximación de Chebyshev para diseñar un filtro pasa banda con las siguientes parámetros:

Parámetros de diseño	
Pendiente de pasabajos normalizado	-40dB/dec
f_p	64KHz
B	1/10
A_p	3dB
$Z_{in}(f)$	$\geq 50K\Omega$
Filtro	Pasa-Banda

Table 1: Parámetros de diseño para el filtro a implementar

Para ello debemos primero introducir la celda de Rauch que tiene la forma:

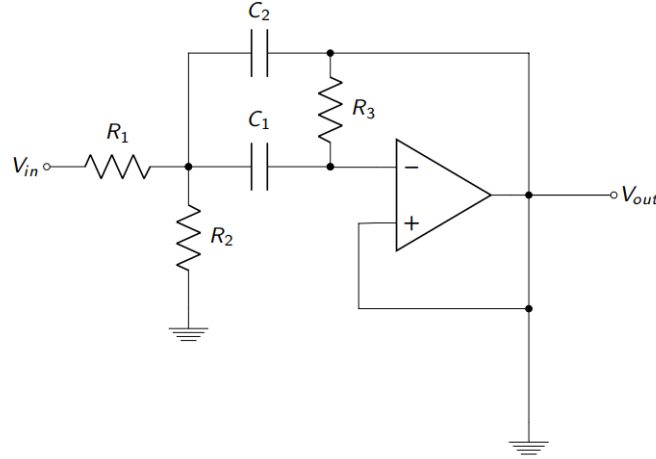


Figure 27: Celda de Rauch

Sin embargo, se observa que uno de los requisitos que debe cumplir el filtro es que $B = \frac{1}{Q} = \frac{1}{10}$, un valor de Q hace que las relaciones entre las resistencias R1 y R2 sean muy elevadas, puesto que los valores de estas resistencias son inversa y directamente proporcionales, respectivamente, a este valor. Es por ello que se utiliza la versión modificada de la celda Deliyannis-Friend que hace uso de un ciclo de realimentación positiva logrando así valores elevados de Q.

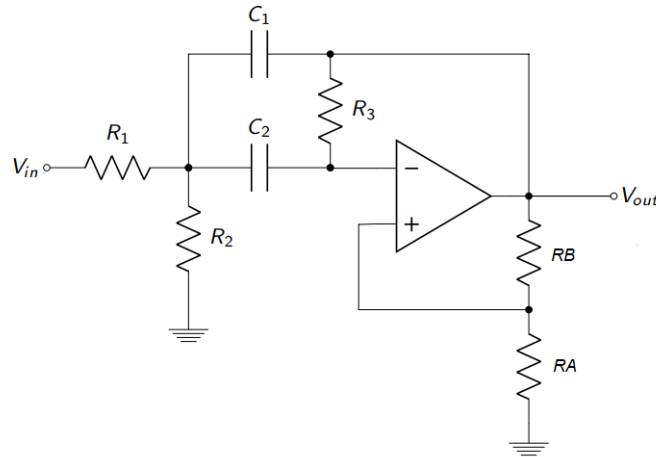


Figure 28: Celda de Rauch Mejorada

Luego analizando el circuito con amplificadores operacionales ideales, o sea los $A_{vol} \rightarrow \infty$, nos queda que la transferencia de la misma es:

$$H(s) = \frac{sC2R2R3(RA + RB)}{s^2(C1C2R1R2R3RB) + s(C1R1R2RB + C2(R1R2RB - RA(R1R3 + R2R3))) + RB(R1 + R2)} \quad (16)$$

Conociendo que las resistencia de retroalimentación valen $RA = KR$ y $RB = (1-K)R$ y si conciderando los capacitores iguales ($C = C1 = C2$) obtenemos que:

$$Q = \frac{\sqrt{R1R2R3(R1 + R2)}}{2R1R2 - \frac{K}{1-K}(R1 + R2)R3} \quad (17)$$

$$\omega_0^2 = \frac{R1 + R2}{C^2 R1 R2 R3} \quad (18)$$

$$G = \frac{R2R3}{2R1R2(K - 1) + KR3(R1 + R2)} \quad (19)$$

3.2 Diseño del Filtro con Chebyshev

Para obtener una función trasferencia que cumpla con una plantilla, es posible utilizar la aproximación de Chebyshev cuyas fórmulas características se muestran en 20.

$$|H(s)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 \cdot T_n^2(\omega_N)}, \quad \epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1} \quad (20)$$

Donde $T_n(\omega)$ son los polinomios de Chebyshev.

Debido a que se pide una pendiente de pasa bajos normalizado de $40dB/dec$, el orden de dicho pasa bajos es $n = 2$, luego desnormalizando la aproximación, se encuentra que el orden del filtro pasa-banda es 4. En consecuencia, se utilizarán 2 celdas Rauch de orden 2. Además, se pide una atenuación máxima en banda pasante de $3dB$ pero debido a las tolerancias de los componentes es óptimo una $A_p = 1dB$ para tener margen de error.

Luego, sabiendo que es un filtro pasa-banda podemos establecer la siguiente relación:

$$\begin{aligned} f_0^2 &= f_P^+ \cdot f_P^- \\ B &= \frac{\Delta f}{f_0} \end{aligned} \quad (21)$$

En resumen el filtro tendrá las siguientes propiedades:

Parámetros de diseño	
Orden normalizado [n]	2
Orden del filtro	4
f_p^+	67kHz
f_p^-	61kHz
A_p	1dB

Table 2: Propiedades del Filtro a Diseñar

Teniendo en cuenta dichas propiedades, la transferencia del circuito sera:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{s^2 B^2 \omega_0^2}{s^4 + s^3 B \omega_0 1.0977343 + s^2 \omega_0^2 (2 + B^2 1.1025103) + s B \omega_0^3 1.0977343 + \omega_0^4} \\ &= \frac{1.62 \cdot 10^9 s^2}{s^4 + 44.14 \cdot 10^3 s^3 + 3.25 \cdot 10^{11} s^2 + 7.13 \cdot 10^{15} s + 2.61 \cdot 10^{22}} \end{aligned} \quad (22)$$

Como se menciona, utilizaremos dos celdas Rauch en cascada por lo que podemos diseñar el circuito separando la transferencia en dos etapas factorizando, resultando en:

$$H(s) = 1.62 \cdot 10^9 \frac{s}{s^2 + 21.01 \cdot 10^3 s + 1.47 \cdot 10^{11}} \frac{s}{s^2 + 23.13 \cdot 10^3 s + 1.77 \cdot 10^{11}} \quad (23)$$

Por otro lado para asegurar que la impedancia de entrada nunca sea menor a $50k\Omega$, se utilizaron 4 amplificadores operacionales. Dos de ellas para el funcionamiento de las celdas, uno se coloco como un buffer entre las dos etapas, asegurando que no se altere ninguna etapa, y el cuarto fue utilizado como buffer de entrada, es decir impedancias muy altas a las frecuencias de interés.

3.3 Selección de Componentes

Conociendo entonces la función de transferencia del circuito dado en la ecuación 23 es posible determinar los componentes indicados para el filtro deseado. Estos componentes lo podemos determinar utilizando las siguientes relaciones dado por Schaumann con $Q_0 = 1.5$, el factor óptimo de calidad de la celda Deliyannis-Friend sin mejora, y las respectivas Q y ω_0 del las etapas:

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{Q_0}{1 - 2\alpha Q_0^2} & \alpha &= \frac{K}{1 - K} \\
 H_B &= \frac{HQ}{Q_0(1 - K)} & R3 &= \frac{2Q_0}{\omega_0 C} \\
 R' &= \frac{R3}{4Q_0^2} & a &= \frac{H}{2Q_0^2} \\
 R1 &= \frac{R'}{a} & R2 &= \frac{R'}{1 - a}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Despejando desde las ecuaciones 24 con $C = 1nF$ obtenemos los componentes a utilizar idealmente.

Componente	Primera Etapa	Segunda Etapa
C [nF]	1	1
R1 [Ω]	30.11k	27.63k
R2 [Ω]	895.25	815.69
R3 [Ω]	7.82k	7.13k
RA [Ω]	2.03k	2.03k
RB [Ω]	9.97k	9.97k

Table 3: Componentes Ideales

3.3.1 Sensibilidad de los Componentes

Es importante conocer las sensibilidades de los parámetros previo a la selección de componentes, de esta manera tener una idea de que valores pueden variar sin causar grandes cambios en el circuito.

Componentes	S_x^w	S_x^H	S_x^Q
C	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{(K-1)R1R2+KR3(R1+R2)}{2R1R2(K-1)+KR3(R1+R2)}$	$\frac{KR3(R1+R2)}{2(((K-1)2R2+KR3)R1+KR2R3)}$
R1	$-\frac{R2}{2(R1+R2)}$	$-\frac{R1(2R2(K-1)+KR3)}{2R1R2(K-1)+KR3(R1+R2)}$	$-\frac{R2((2R1(K-1)-KR3)R2-KR1R3)}{2(R1+R2)((2R1(K-1)+KR3)R2+KR1R3)}$
R2	$-\frac{R1}{2(R1+R2)}$	$-\frac{KR1R3}{(2R2(K-1)+KR3)R1+KR2R3}$	$-\frac{R1(((K-1)2R2-KR3)R1-KR2R3)}{2(R1+R2)((2R1(K-1)+KR3)R2+KR1R3)}$
R3	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2R1R2(K-1)}{(2R2(K-1)+KR3)R1+KR2R3}$	$-\frac{R1((K-1)2R2-KR3)-KR2R3}{2(R1((K-1)2R2+KR3)+KR2R3)}$
K	0	$-\frac{2KR1R2+KR3(R1+R2)}{2R1R2(K-1)+KR3(R1+R2)}$	$\frac{KR3(R1+R2)}{(K-1)(R1((K-1)2R2+KR3)+KR2R3)}$

Table 4: Ecuaciones de Sensibilidad

3.3.2 Selección de Componentes a Utilizar

Como los valores no suelen ser comerciales se debe adaptar los valores, luego teniendo en cuenta sus sensibilidades se selecciono los componentes a implementar como:

Componente	Primera Etapa	Implementación	Segunda Etapa	Implementación
C [nF]	1	1	1	1
R1 [Ω]	30.11k	27k+3k	27.63k	27k+560
R2 [Ω]	895.25	560+330	815.69	560+150+100
R3 [Ω]	7.82k	4.7k+3k+100	7.13k	6.2k+1k
RA [Ω]	2.03k	2k	2.03k	2k
RB [Ω]	9.97k	10k	9.97k	10k

Table 5: Valores de Componentes Seleccionados

Luego, realizando un análisis de montecarlo con los componentes utilizados, resistencia de tolerancia 5% y capacitor de tolerancia 20%, se obtuvo los posibles casos que enfrentaríamos en una medición experimental.

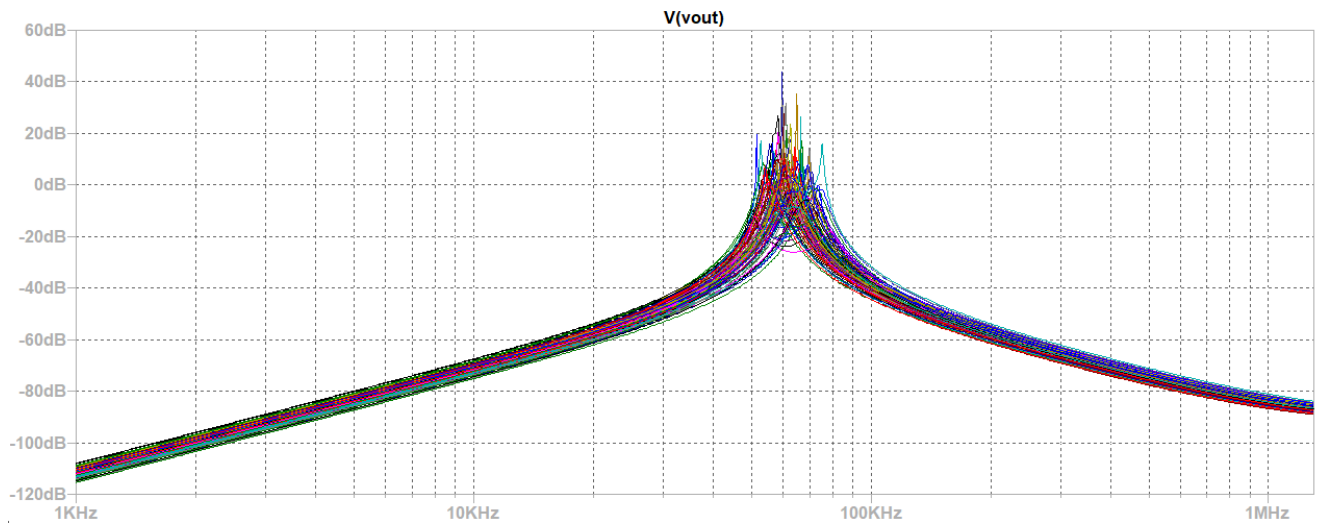


Figure 29: Análisis de Montecarlo

Para una representación mas gráfica se realizo un histograma de dispersión por etapa para la verificar del correcto uso de los componentes.

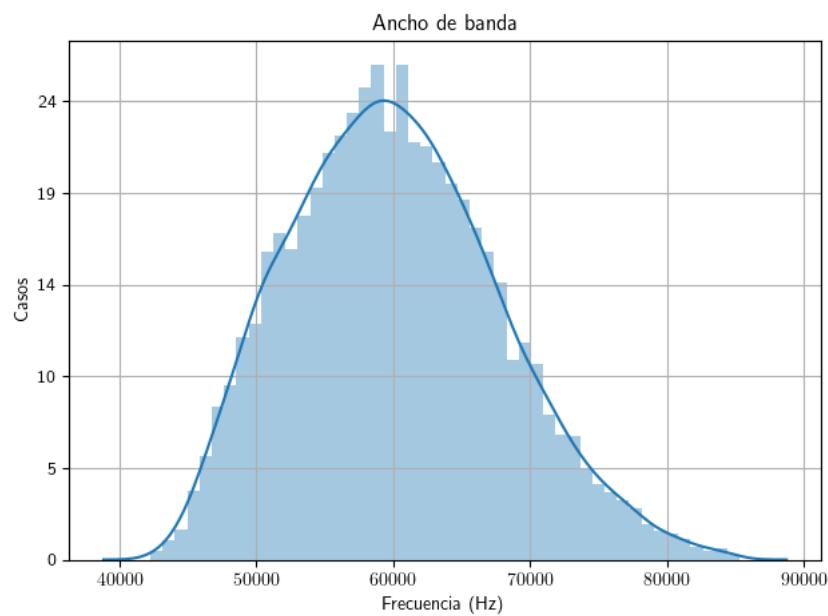
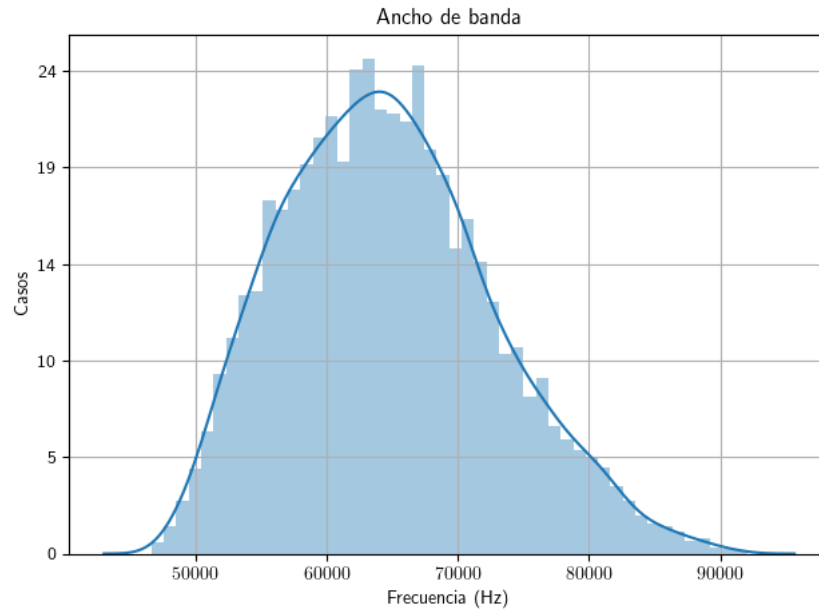


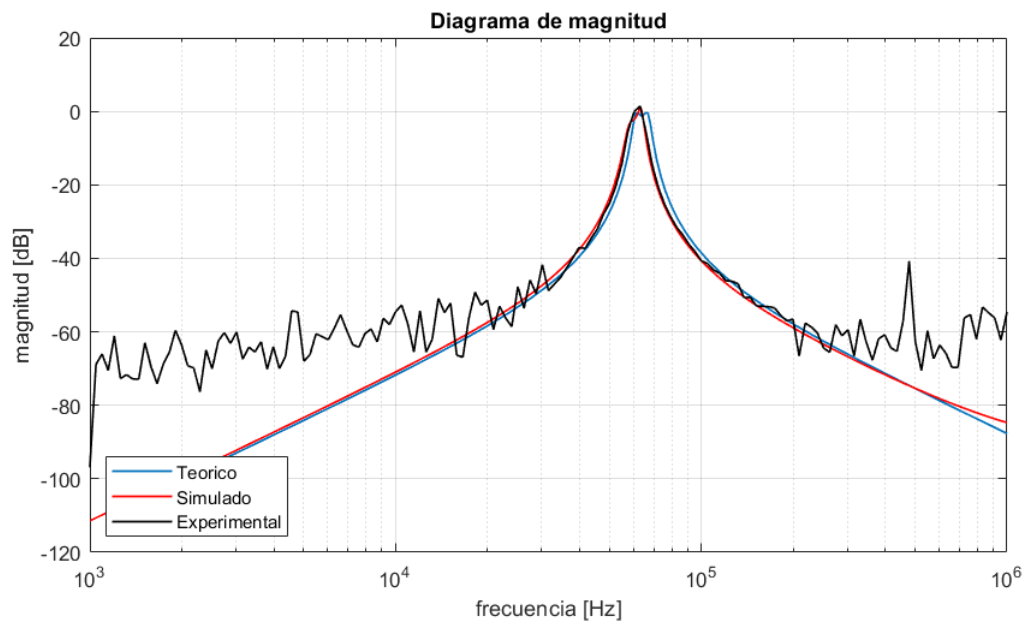
Figure 30: Histograma de Dispersión de f_0 de la Primera Etapa

Figure 31: Histograma de Dispersión de f_0 de la Segunda Etapa

3.4 Análisis de Experimental

3.4.1 Respuesta en Frecuencia

Realizando un análisis en frecuencia, superponiendo resultados teóricos, simulados y experimental se obtuvo el siguiente gráfico:



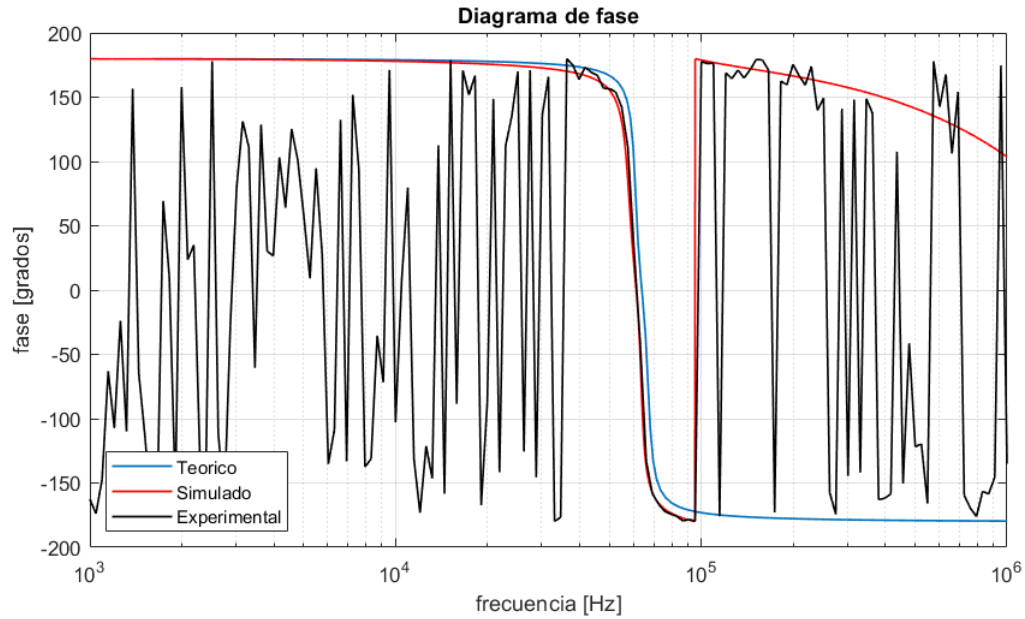


Figure 32: Respuesta en Frecuencia del Circuito

En las frecuencias de interés, se puede observar que se corresponden correctamente los valores medidos con los calculados, si bien con algunas leves diferencias debido a la tolerancia de los componentes pero se encuentra dentro de los resultados esperados. Es importante mencionar que como la atenuación a frecuencias lejanas al f_0 , el circuito es susceptible al ruido, por lo que las mediciones se verán afectadas grandemente, creando oscilaciones indeseadas. Por otro lado, como se ve en la simulación y en la medición empírica, hay un salto de fase cuando $f > 100kHz$, esta alteración es correspondiente al polo inducido por los amplificadores operacionales, dado que ahora no funcionan idealmente.

3.4.2 Impedancia de Entrada

Como los amplificadores operacionales tienen una impedancia de entrada muy elevada, y no tener resistencias comparables para una correcta medición, se estudio la impedancia de entrada desde la simulación.

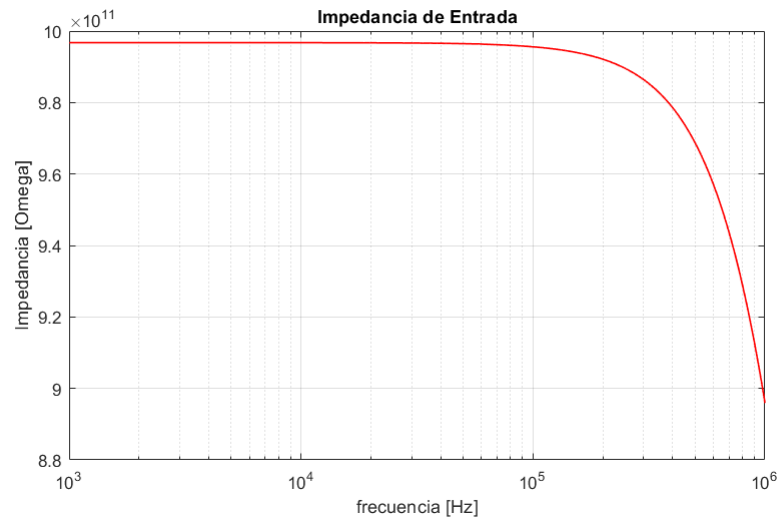


Figure 33: Impedancia de Entrada Simulado

3.4.3 Rango Dinámico

Para el calculo de rango dinámico, se utiliza la ganancia máxima del circuito experimentado $G = 1.45dB = 1.18$. La tensión máxima a la salida será 6V teniendo en cuenta que la alimentación $\pm 9V$. Por lo tanto, para hallar la máxima tensión sera:

$$V_i^{MAX} = \frac{V_o^{MAX}}{1.8} = 5.08V \quad (25)$$

Luego, suponiendo que la tensión mínima distinguible es el piso de ruido, ya que por debajo de este nivel de tensión no es posible distinguir entre la señal y el ruido, se considera entonces $V_o^{MIN} = 10mV$, por lo que resulta que:

$$V_i^{MIN} = 10mV \quad (26)$$

Entonces obtenemos el rango dinámico como:

$$RD = 20\log\left(\frac{V_i^{MAX}}{V_i^{MIN}}\right) = 54.12dB \quad (27)$$

3.5 Conclusión

Si bien los resultados resultaron ser similares a la esperado, es indispensable mencionar que no es filtro preciso ya que los componentes utilizados fueron con tolerancias mayores a 5% y no se utilizó prestes debido a la falta de un milímetro para conocer el valor utilizado. Por otro lado, se debe destacar la cualidad de esta celda de Rauch que se pudo obtener un elevado valor de factor de calidad debido a la realimentación positiva y negativa, pero se debe también tener cuidado ya que si los valores del ciclo de realimentación positiva no están bien diseñados, el circuito podría oscilar.

4 Celda Sedra-Ghorab-Martin

4.1 Introducción

En este apartado se realiza un análisis de la celda denominada Sedra-Ghorab-Martin para posteriormente diseñar, sintetizar y analizar un filtro activo empleando dicha celda con valores recomendados por la cátedra. La principal fuente de información será el paper denominado Optimum configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters.

4.2 Celda Sedra-Ghorab-Martin

La celda Sedra-Ghorab-Martin (en adelante, celda SGB) es un circuito creado en el año 1980 por los miembros de IEEE cuyos nombres se reflejan en el nombre de la celda. Dicho circuito se basa en el circuito pasabanda de Deliyannis, que se reproduce a continuación. Los miembros propusieron dos circuitos bicuadráticos (con funciones transferencia de denominador y numerador de orden dos) que hacen uso del circuito pasabanda de Deliyannis, que se reproduce a continuación:

Este circuito es posteriormente generalizado por Friend para poder construir cualquier tipo de configuración de filtro. El mismo se caracteriza por poseer una alta selectividad, empleando tanto realimentación positiva como negativa. Sin embargo, para poder sintetizar cualquier tipo de filtro es necesario cargar la red RC que se observa en la realimentación negativa del circuito, lo que hace poco realizable el diseño del mismo. Por otro lado, se encontró que realizando una transformación complementaria sobre el circuito de Deliyannis (esto es, intercambiando la salida del amplificador operacional por masa, y procediendo análogamente con la entrada inversora y no inversora del mismo) se deriva en el circuito de Sallen-Key manteniendo una realimentación positiva. Cabe destacar que esta transformación conserva la sensibilidad de los polos del circuito, pero no así con los ceros de transmisión del mismo. Aún así, se llegó a la conclusión de que es más ventajoso implementar las configuraciones de filtros en una celda Sallen-Key con realimentación positiva (exceptuando el caso de un filtro pasabanda). En la siguiente figura se muestra como aplicando transformación complementaria y cambios en la red RC se obtienen los distintos circuitos:

Los circuitos de la figura 35 (b) y 35 (d) son llamados EPF (Enhanced positive feedback), y son la base de la celda SGB. Esta característica está dada por un coeficiente $K > 1$. La ecuación que describe el comportamiento de los cuatro circuitos mostrado anteriormente es:

$$\frac{C}{G} = \frac{2Q_0}{\omega_0} \quad (28)$$

$$K - 1 = \frac{1}{2Q_0^2} \left(1 - \frac{Q_0}{Q}\right) \quad (29)$$

Donde Q_0 es un parámetro de diseño que cumple $Q > Q_0$. De esta forma, los circuitos del tipo EPF permiten implementar filtros con la siguiente función transferencia de segundo orden:

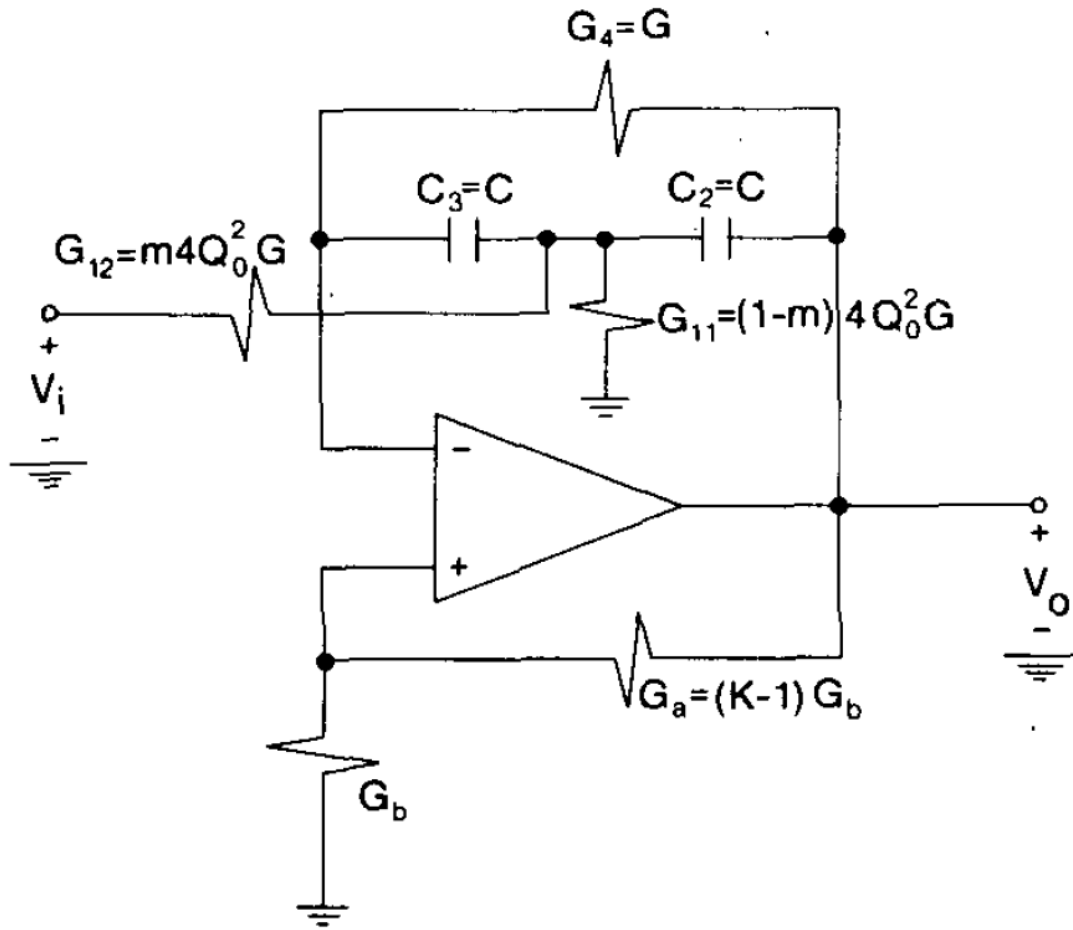


Figure 34: Celda Pasabanda de Deliyannis

$$H(s) = \frac{n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{s^2 + s\left(\frac{\omega_0}{Q}\right) + \omega_0^2} \quad (30)$$

Siendo los coeficientes n_i los ceros de transmisión que determinan el tipo de filtro que se implementa. Para poder lograr esto sin afectar la ubicación de los polos se necesita que aquellos componentes que se encuentren conectados a masa sean desconectados de la misma, total o parcialmente. De esta forma se obtienen los circuitos HPB(High-Pass Biquad) y LPB(Low-Pass Biquad) que se mostrarán a continuación:

4.3 Análisis matemático

A partir de la ecuación 30 se puede ver que se deben hallar los coeficientes n_i , los cuales están determinados por el tipo de circuito que se desea implementar. En nuestro caso se trata de un HPB por lo que las ecuaciones serán las siguientes:

Caso HPB

$$n_0 = \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})} \left(\frac{G_{42}}{G_{41} + G_{42}} \cdot \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} - \frac{G_{a2}}{G_b} \right) \quad (31)$$

$$n_1 = \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \cdot G_{42} \cdot \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) - \frac{G_{a2}}{G_b} \left[\frac{G_1}{C_{21} + C_{22}} + (G_{41} + G_{42}) \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) \right] \quad (32)$$

$$n_2 = \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \cdot \frac{C_{22}}{C_{21} + C_{22}} - \frac{G_{a2}}{G_b} \quad (33)$$

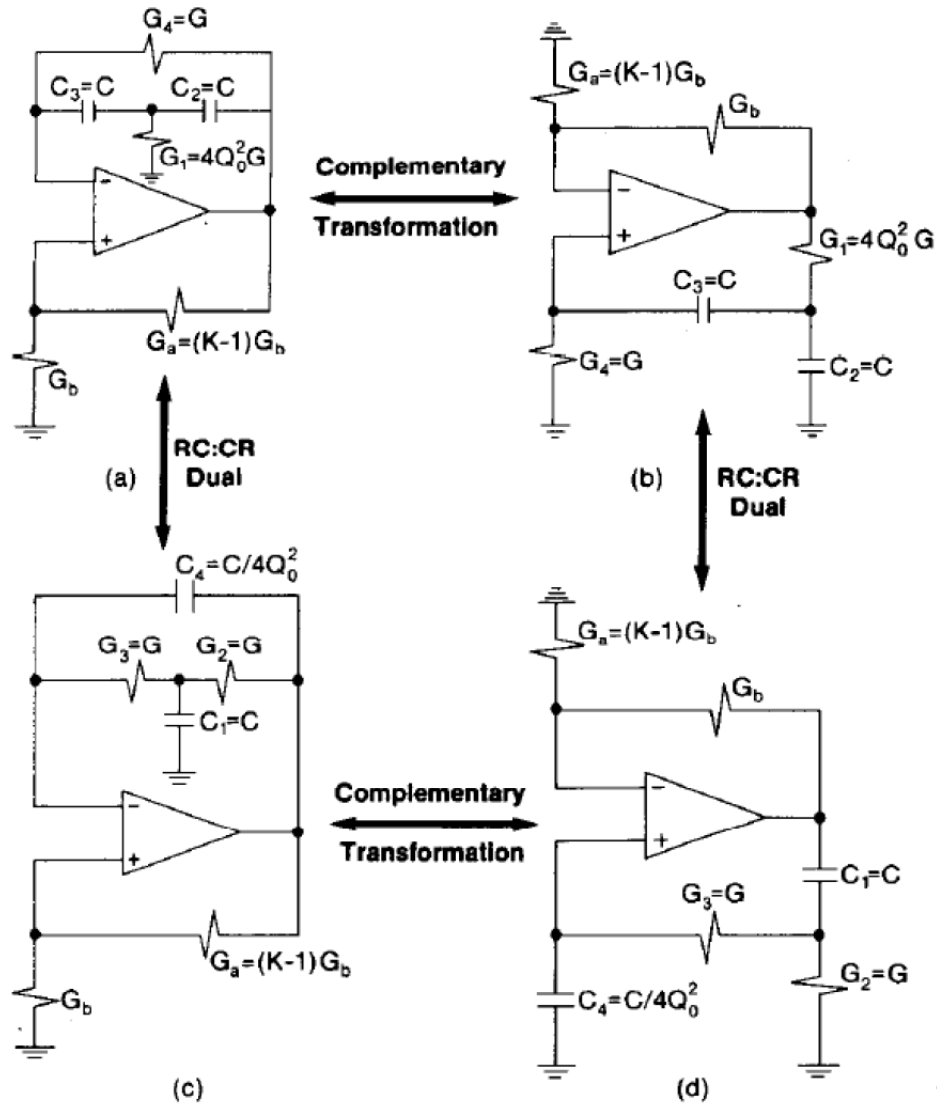


Figure 35: Transformaciones de los circuitos

Caso LPB

$$n_0 = \frac{G_3(G_{21} + G_{22})}{C_1(C_{41} + C_{42})} \left(\frac{G_{22}}{G_{21} + G_{22}} \cdot \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} - \frac{G_{a2}}{G_b} \right) \quad (34)$$

$$n_1 = \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \cdot G_{42} \cdot \frac{C_{42}}{C_{41} + C_{42}} \cdot \frac{G_{21} + G_{22} + G_3}{C_1} - \frac{G_{a2}}{G_b} \cdot \left(\frac{G_3}{C_{41} + C_{42}} + \frac{G_{21} + G_{22} + G_3}{C_1} \right) \quad (35)$$

$$n_2 = \frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \cdot \frac{C_{22}}{C_{21} + C_{22}} - \frac{G_{a2}}{G_b} \quad (36)$$

En pocas palabras hay que tener en cuenta los sub-índices en las ecuaciones ya que son complementarias entre sí. Para los denominadores se toman las siguientes ecuaciones características:

Caso HPB

$$\omega_0 = \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})} \quad (37)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = (G_{41} + G_{42}) \cdot \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) - \frac{G_1}{C_{21} + C_{22}} \cdot \frac{G_{a1} + G_{a2}}{G_b} \quad (38)$$

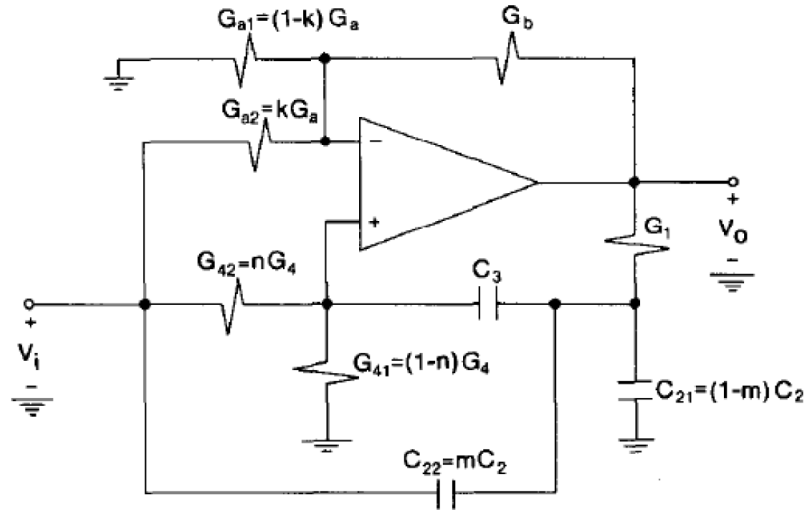


Figure 36: High-pass biquad

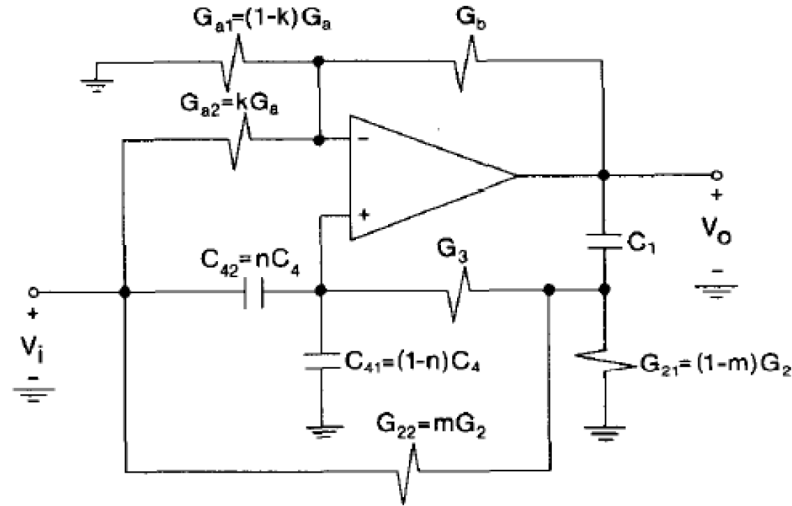


Figure 37: Low-pass biquad

Caso LPB

$$\omega_0 = \frac{G_3(G_{21} + G_{22})}{C_1(C_{41} + C_{42})} \quad (39)$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{G_{21} + G_{22} + G_3}{C_1} - \frac{G_3}{G_{41} + G_{42}} \cdot \frac{G_{a1} + G_{a2}}{G_b} \quad (40)$$

4.4 Sensibilidades

La sensibilidades del circuito se pueden diferenciar a grandes rasgos por dos muy importantes, las que corresponden a componentes pasivos (resistores y capacitores) y las que corresponden a componentes activos (amplificadores operacionales). El valor de Q_0 determina el balance entre los dos tipos de sensibilidades, por lo que su elección debe ser llevada a cabo considerando los valores de dispersión de ambos grupos de componentes. La ecuación que caracteriza Q_0 es la siguiente:

$$Q_0 = \left[|A(s_0)|^2 \cdot \frac{8\sigma_R^2 + \sigma_C^2}{8\sigma_A^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (41)$$

Donde σ_R es la variación de los resistores, σ_C es la variación de los capacitores y σ_A es la variación de la ganancia del Op-Amp. Mientras que $A(s_0)$ es la ganancia del amplificador operacional en la frecuencia nominal del polo s_0 , siendo

esta última:

$$s_0 = -\frac{\omega_0}{2Q} + j\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (42)$$

A partir de estas ecuaciones es posible determinar las sensibilidades con respecto a cada componente en ambos casos, siendo las sensibilidades correspondientes las mostradas en la siguiente tabla:

HPB	ω_0	Q	LPB	ω_0	Q
R_1	$-\frac{1}{2}$	$-(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$	C_1	$-\frac{1}{2}$	$-(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$
C_2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	R_2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
C_3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	R_3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
R_4	$-\frac{1}{2}$	$(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$	C_4	$-\frac{1}{2}$	$(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2})$
R_a	0	$-(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	R_a	0	$-(\frac{Q}{Q_0} - 1)$
R_b	0	$(\frac{Q}{Q_0} - 1)$	R_b	0	$(\frac{Q}{Q_0} - 1)$

Table 6: Tabla de sensibilidades

4.5 Aproximación del filtro

La cátedra nos dispuso de una plantilla para implementar un filtro pasa-altos activo. Para tener un margen de tolerancia se usaron valores más restrictivos mostrados en la siguiente tabla:

Parámetro	Valor propuesto	Valor elegido
f_a	13,3kΩ	13,5kΩ
f_p	26,6kΩ	27kΩ
A_a	40dB	45dB
A_p	2dB	1,5dB
Z_{in}	$\geq 50k\Omega$	$\geq 50k\Omega$

Table 7: Valores propuesto por la cátedra y elegido por nosotros

A partir del software programado para la primer parte de este mismo TP, se obtuvo las funciones transferencias de la celda y cada etapa usando la aproximación de Cauer, obteniendo lo siguiente:

$$H(s_0) = \frac{0,841s^4 + 2,48 \cdot 10^8 s^2 + 1,03 \cdot 10^{16}}{s^4 + 6,04 \cdot 10^4 s^3 + 3,47 \cdot 10^9 s^2 + 5,44 \cdot 10^{13} s + 1,83 \cdot 10^{18}} \quad (43)$$

A esta transferencia le corresponde los siguientes diagramas de bode (figura 38 y figura 39) y el diagrama de polos y ceros (figura 40)

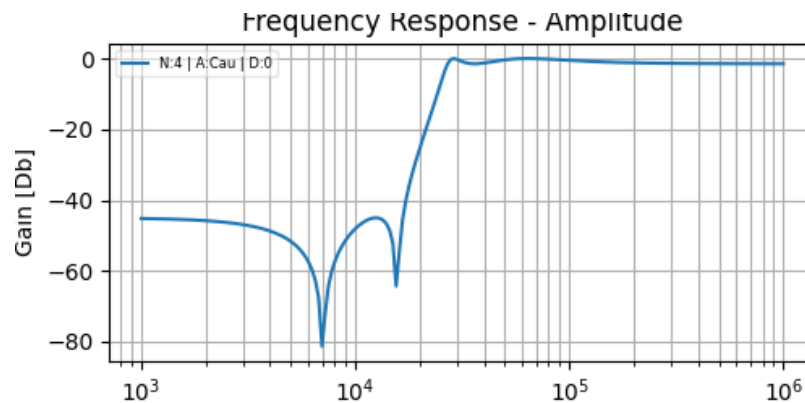


Figure 38: Magnitud del bode simulado

Del mismo programa se obtuvieron las 2 etapas en las cuales se dividió la celda, obteniendo así las siguientes funciones transferencias:

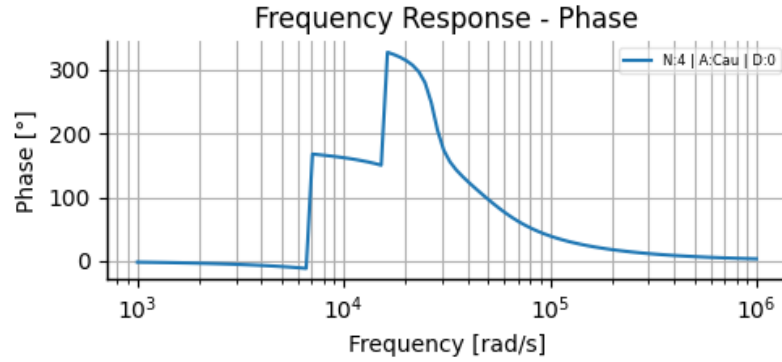


Figure 39: Fase del bode simulado

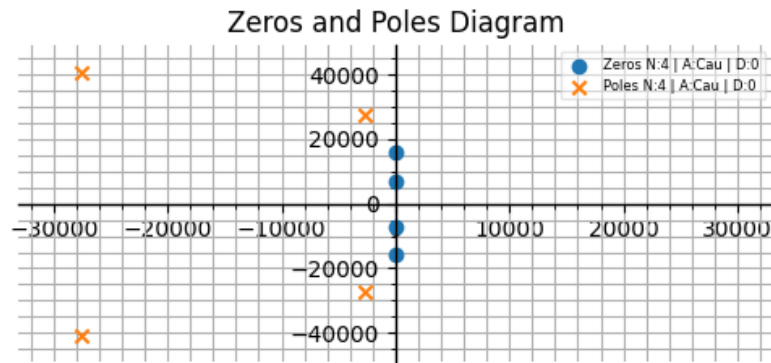


Figure 40: Polos y ceros de la celda

$$H_1(s_0) = \frac{0,917s^2 + 2,25 \cdot 10^8}{s^2 + 5,32 \cdot 10^3 s + 7,54 \cdot 10^8} \quad (44)$$

$$H_2(s_0) = \frac{0,917s^2 + 4,56 \cdot 10^7}{s^2 + 5,51 \cdot 10^4 s + 2,42 \cdot 10^5} \quad (45)$$

A partir de estas ecuaciones se buscaran los valores de los componentes para obtener el circuito 36. Para esto se deben encontrar las siguientes constantes:

Parámetro	Fórmula
K	$\frac{1}{2Q_0^2} \cdot (1 - \frac{Q_0}{Q}) + 1$
k	$\frac{\frac{n_2}{(1 - \frac{Q_0}{Q})} \cdot (\frac{\omega_z}{\omega_0})^2}{k \cdot (1 - \frac{Q_0}{K \cdot Q})}$
n	$k \cdot (1 - \frac{Q_0}{K \cdot Q})$
m	$k \cdot \frac{K-1}{K} \cdot [1 + 2Q_0^2 \cdot (\frac{\omega_0}{\omega_z})^2]$

Table 8: Parámetros intrínsecos de las celdas

4.6 Etapa I

A partir de la ecuación 44 se obtienen los siguientes valores:

Como tenemos un $Q < 1$ se opta por aproximar Q_0 siendo este de 0,5:

Con estas constantes se realizan las estimaciones de abajo

$$\frac{C_{22}}{C_{21}} \approx \frac{m}{1 - m} \approx 9,78 \quad (46)$$

$$C_3 \approx C_{21} + C_{22} \approx 10,78 C_{21} \quad (47)$$

Parámetro	Valor
ω_0	49,2 krad/s
ω_z	7,05 krad/s
Q	0,893

Table 9: Especificaciones etapa 1

Parámetro	Fórmula
K	1,8799
k	0,0428
n	0,0301
m	0,5078

Table 10: Parámetros de la etapa 1

Fijando $C_{21} = 1nF$ obtengo los valores de C_{22} y de C_3 . Por otro lado mediante MATLAB usando las ecuaciones del paper se halló valores para G_1 , G_{41} y G_{42} . Igualando a 0 la ecuación determinada para HPB de n_2 (ecuación 33) y fijando un valor para G_b se obtuvieron los valores de G_{a1} y G_{a2} . En la siguiente tabla se muestran los valores obtenidos y los valores comerciales que debemos usar en la simulación ya que no se pueden conseguir cualquier valor de componentes.

Parámetro	Valor teórico	Valor real	Error
G_b	$47k\omega$	$47k\omega$	0%
G_{a1}	$57,3k\omega$	$56k\omega$	2,3%
G_{a2}	$1,28M\omega$	$1,2M\omega$	6,67%
G_1	379ω	560ω	3,63%
C_{21}	$10nF$	$10nF$	0%
C_{22}	$10,3nF$	$10nF$	3%
C_3	$20,3nF$	$22nF$	7,73%
G_{41}	$597,5\omega$	560ω	6,7%
G_{42}	$19,255k\omega$	$18k\omega$	6,97%

Table 11: Componentes de la etapa I

Para tener mejor rendimiento en los componentes sería mejor usar tecnología SMD aunque para este trabajo no se tuvo en cuenta por no saber las diferencias técnicas que hay en la implementación.

4.7 Etapa II

A partir de la ecuación 45 se obtienen los siguientes valores:

Parámetro	Valor
ω_0	27,46 krad/s
ω_z	15,66 krad/s
Q	5,1617

Table 12: Especificaciones etapa 2

Como tenemos un $Q > 5$ podemos usar la ecuación 41 dada por el paper mencionado en un principio para calcular Q_0 siendo este con un valor de 2,67.

Parámetro	Fórmula
K	1,0337
k	0,6192
n	0,3089
m	0,9073

Table 13: Parámetros de la etapa 2

Aplicando el mismo método para hallar los valores de los componentes se obtiene la siguiente tabla.

<i>Parámetro</i>	<i>Valor teórico</i>	<i>Valor real</i>	<i>Error</i>
G_b	$10k\omega$	$10k\omega$	0%
G_{a1}	$307,9k\omega$	$330k\omega$	6,7%
G_{a2}	$189,4k\omega$	$180k\omega$	5,22%
G_1	342ω	330ω	3,63%
C_{21}	$1nF$	$1nF$	0%
C_{22}	$9,78nF$	$10nF$	2,2%
C_3	$10,78nF$	$10nF$	7,8%
G_{41}	$2,53k\omega$	$2,7k\omega$	6,3%
G_{42}	$1,13k\omega$	$1,2k\omega$	5,83%

Table 14: Componentes de la etapa II

A la hora de combinar las etapas es importante colocar primero la etapa que tenga menor Q aumentando progresivamente.

4.8 Simulaciones

4.9 Impedancia de entrada

La impedancia de entrada depende fuertemente de la resistencia G_{42} de la etapa I, y como se muestra en la siguiente simulación no supera la impedancia pedida por la cátedra, una forma de solucionar esto es colocando un buffer en la entrada elevando la impedancia al ordenes mucho mayores.

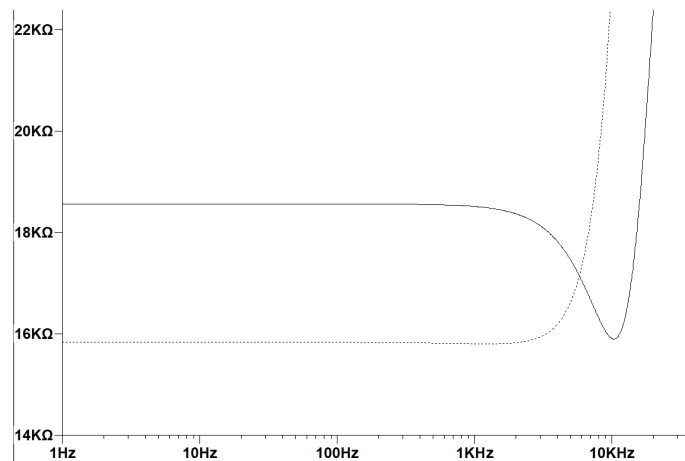


Figure 41: Impedancia de entrada del circuito

Simulando las etapas por separado se puede notar que la etapa I se adapta muy bien a lo esperado mientras que en la etapa II no se ajusta, esto debió pasar por mala elección de componentes ya que se espero tener una tolerancia de 10

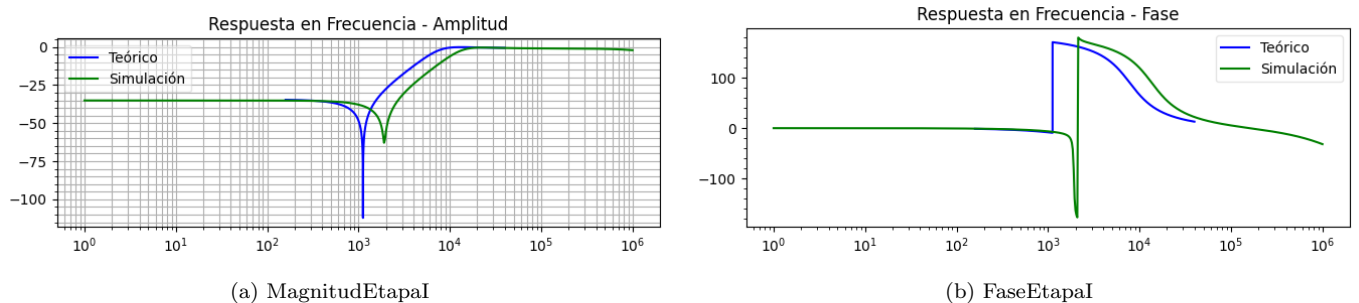


Figure 42: Bode de la etapa I

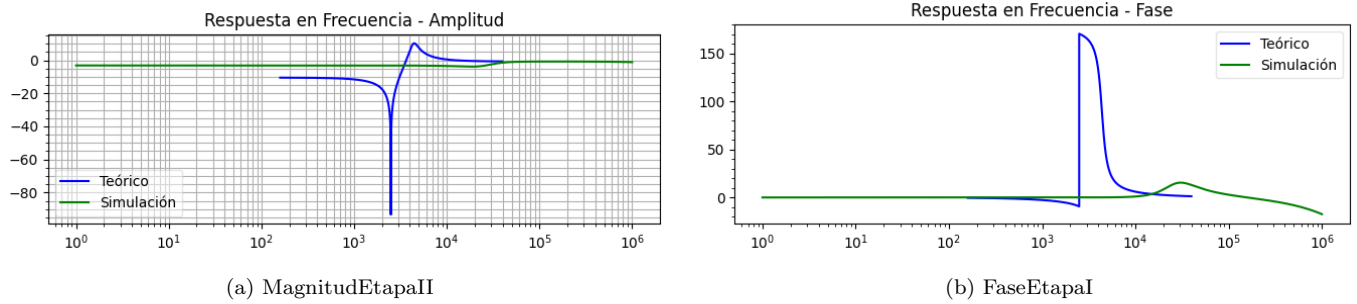


Figure 43: Bode de la etapa II

Viendo el comportamiento del circuito entero se puede ver cuanto afectó el mal diseño de la etapa 2 en todo el circuito.

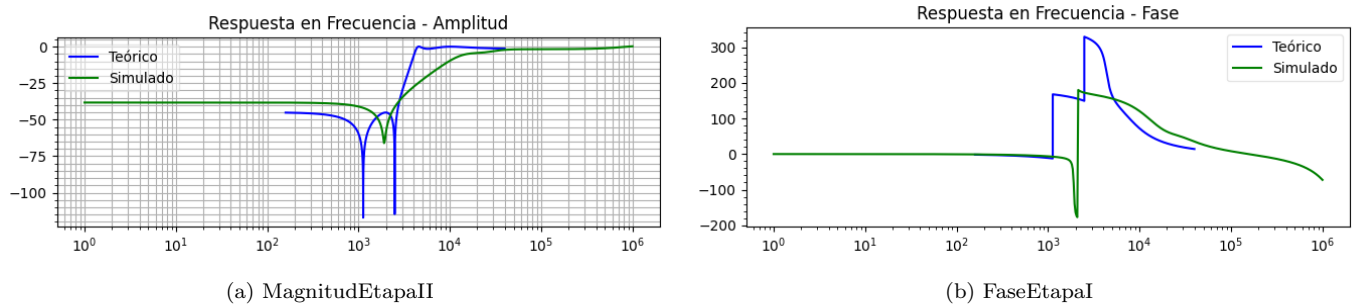


Figure 44: Bode de ambas etapas conectadas

4.10 Conclusión

Aunque las simulaciones no fueron optimas se pudo ver el funcionamiento de las celdas SGM, se pudo notar la importancia de la elección de los componentes en algunos casos. Se cree que la mala elección del amplificador sería el principal problema para el diseño.

5 Celda universal

En esta sección se analizarán distintas configuraciones de celdas universales a modo de implementar un filtro que cumpla con las características solicitadas por la cátedra, realizando la implementación del mismo y un posterior análisis de su comportamiento. Se iniciará estudiando las características de algunas celdas universales; esto es, que permiten obtener mas de una respuesta en frecuencia característica distinta simultáneamente. Seguidamente se implementará la plantilla dada seleccionando la celda mas conveniente a partir del análisis previo. Se estudiará su respuesta en frecuencia teórica y mediante simulación, deteniéndose en observar los efectos de las tolerancias de los componentes en el comportamiento del filtro.

5.1 Análisis de celdas: función transferencia y características

Se estudiarán las configuraciones *Kerwin-Huelsman-Newcomb*, *Tow-Thomas*, *Ackerberg-Mossberg* y *Fleischer-Tow*, todas celdas *biquad* compuestas por dos integradores y un bloque sumador. Para su realización, típicamente aprovecha la teoría de variables de estado, con la cual se logran bloques de un solo polo conectados en cascada de cuyas salidas se pueden obtener distintos comportamientos. Las salidas de sus etapas son retroalimentadas a la entrada de la celda. Estas celdas permiten implementar etapas con factores de calidad altos y generalmente exhiben una baja sensibilidad a la variación de los componentes pasivos.

5.1.1 Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb

La celda KHN fue una de las primeras en identificar la aplicación del método de variables de estado para la obtención de la función transferencia con filtros activos. Como se observa en la figura 45, implementa un amplificador como sumador diferencial y los otros dos como integradores. Provee respuestas de segundo orden pasa bajos (LP), pasa altos (HP) y pasa banda (BP). La figura 46 muestra el diagrama en bloques del circuito.

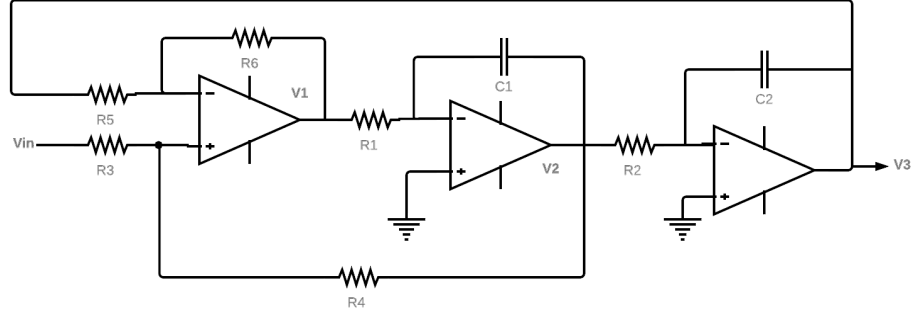


Figure 45: Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb

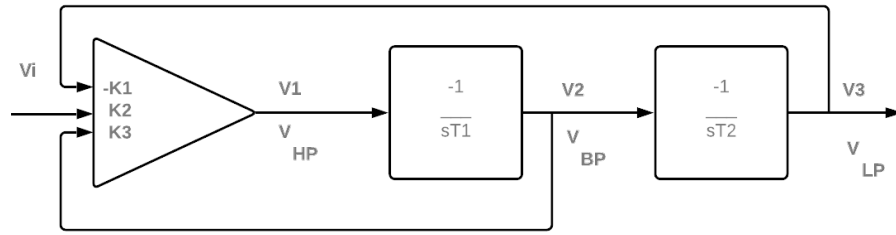


Figure 46: Diagrama en bloques Kerwin-Huelsman-Newcomb

A partir del diagrama de bloques, y considerando condiciones ideales como $A_{Vol} \rightarrow \infty$ y $Z_{IN_{OpAmp}} \rightarrow \infty$, se observa que la tensión de salida del sumador resulta:

$$V_1 = -K_1 V_3 + K_2 V_i + K_3 V_2 \quad (48)$$

Donde las K_i y τ_i son los factores de ganancia y constantes de tiempo de cada bloque, respectivamente.

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{R_6}{R_5} \\ K_2 &= \frac{R_4}{R_3 + R_5} \frac{R_5 + R_6}{R_5} \\ K_3 &= \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_5 + R_6}{R_5} \\ \tau_1 &= C_1 R_1 \\ \tau_2 &= C_2 R_2 \end{aligned} \quad (49)$$

Considerando las relaciones de salida de los bloques integradores y reemplazando en la ecuación 48, se obtienen las funciones transferencia para cada salida.

$$\begin{aligned} V_2 &= -\frac{1}{s\tau_1} V_1 \\ V_3 &= -\frac{1}{s\tau_2} V_2 = \frac{1}{s^2 \tau_1 \tau_2} V_1 \end{aligned} \quad (50)$$

$$H(s)_{HP} = \frac{V_1}{V_i} = \frac{s^2 \tau_1 \tau_2 \frac{K_2}{K_1}}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (51)$$

$$H(s)_{BP} = \frac{V_2}{V_i} = \frac{-s\tau_2 \frac{K_2}{K_1}}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (52)$$

$$H(s)_{LP} = \frac{V_3}{V_i} = \frac{\frac{K_2}{K_1}}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (53)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{R_6}{R_5} \frac{1}{C_1 R_1 C_2 R_2}} \quad (54)$$

$$Q = \frac{R_5}{R_3} \frac{R_3 + R_4}{R_5 + R_6} \sqrt{\frac{R_6}{R_5} \frac{C_1 R_1}{C_2 R_2}}$$

Dada la relación entre la respuesta en frecuencia de un rechaza banda (BR) con un pasa bajos y pasa altos, se considera la posibilidad de incorporar un bloque sumador a la salida de estas dos últimas como lo indica la figura 47. Con esto, se obtiene la función transferencia para un filtro rechaza banda.

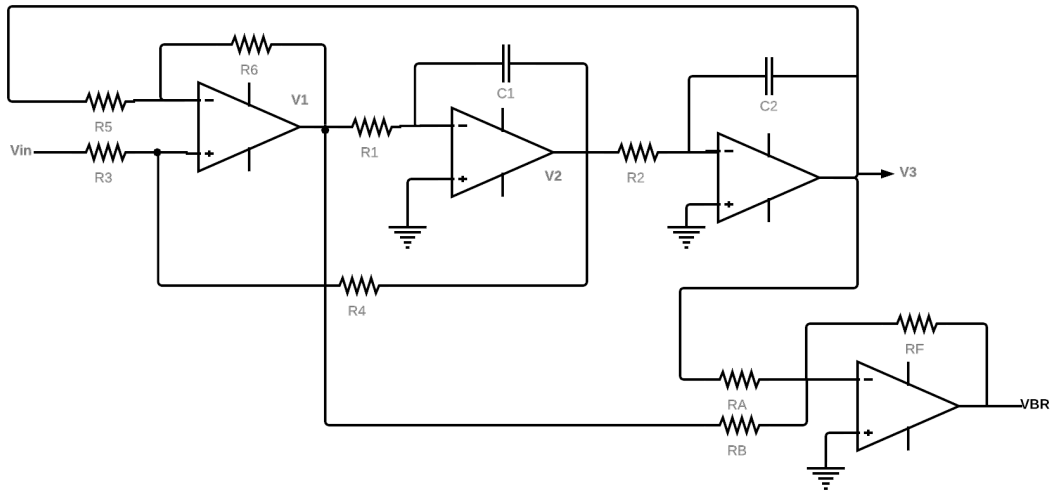


Figure 47: Celda Kerwin-Huelsman-Newcomb con sumador.

$$H(s)_{BR} = H(s)_{LP} + H(s)_{HP} = -\frac{R_f}{R_A} V_3 - \frac{R_f}{R_B} V_2 \Rightarrow H(s)_{BR} = \frac{\frac{-K_2 R_f}{K_1 R_A} \cdot (1 + \frac{R_A}{R_B} (s^2 \tau_1 \tau_2))}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (55)$$

Donde w_0 y Q son las indicadas anteriormente.

5.1.2 Celda Tow-Thomas

La celda Tow-Thomas modifica la KHN al combinar el segundo integrador con el sumador e incluir un inversor a la salida, que vuelve a invertir la salida del integrador inversor que queda entre medio. Se describe el circuito en la figura 48. Con estas modificaciones, se pierde la salida pasa altos, pero cuenta con el beneficio de ser un circuito inmune a limitaciones del modo común dado que todos los amplificadores son inversores.

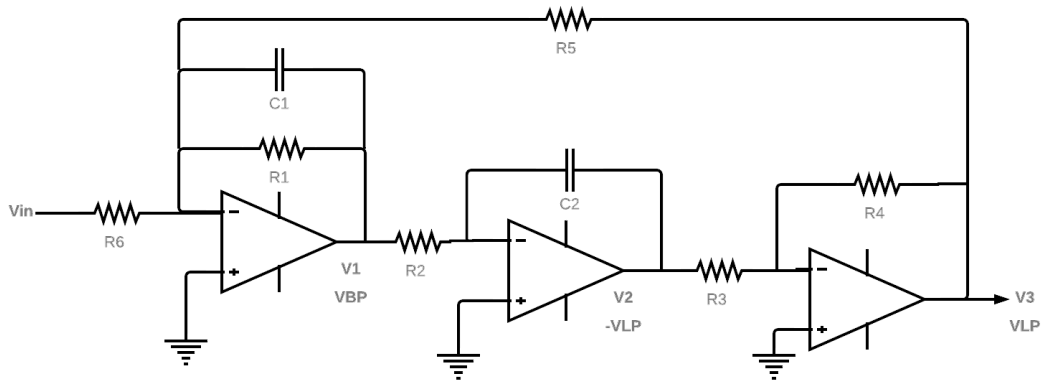


Figure 48: Celda Tow-Thomas

Procediendo de forma análoga a la celda anterior, se obtienen las siguientes funciones transferencias:

$$H(s)_{BP} = \frac{V_3}{V_i} = \frac{-\frac{s}{w_0} \frac{1}{C_1 R_6}}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (56)$$

$$H(s)_{LP} = \frac{V_3}{V_i} = \frac{-\frac{R_5}{R_6}}{\frac{s^2}{w_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (57)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\frac{R_4}{R_3}}{C_1 R_5 C_2 R_2}} \quad (58)$$

$$Q = R_1 \sqrt{\frac{C_1 R_4}{C_1 R_5 C_2 R_2}}$$

Se consultó bibliografía que mencionaba la existencia de una llamada *celda Tow Thomas generalizada* al alimentar los otros dos amplificadores operacionales con la señal de entrada, obteniendo la transferencia de un rechaza banda. Sin embargo, el criterio es prácticamente el mismo que se emplea para obtener la Fleischer-Tow, por lo que realizaremos el análisis directamente sobre la última.

5.1.3 Celda Ackerberg-Mossberg

Las dos celdas mencionadas anteriormente no permiten implementar correctamente filtros con un Q muy alto, ya que con ellas se obtendría un Q incluso mayor debido al retardo de fase que poseen. Este inconveniente es resuelto en la celda Ackerberg-Mossberg, la cual logra compensar el retardo de fase modificando la Tow Thomas con un integrador de Miller en la retroalimentación del segundo integrador. Las señales de cada etapa exhiben el mismo comportamiento que en la Tow-Thomas, por lo que sus funciones transferencia y sensibilidades son iguales.

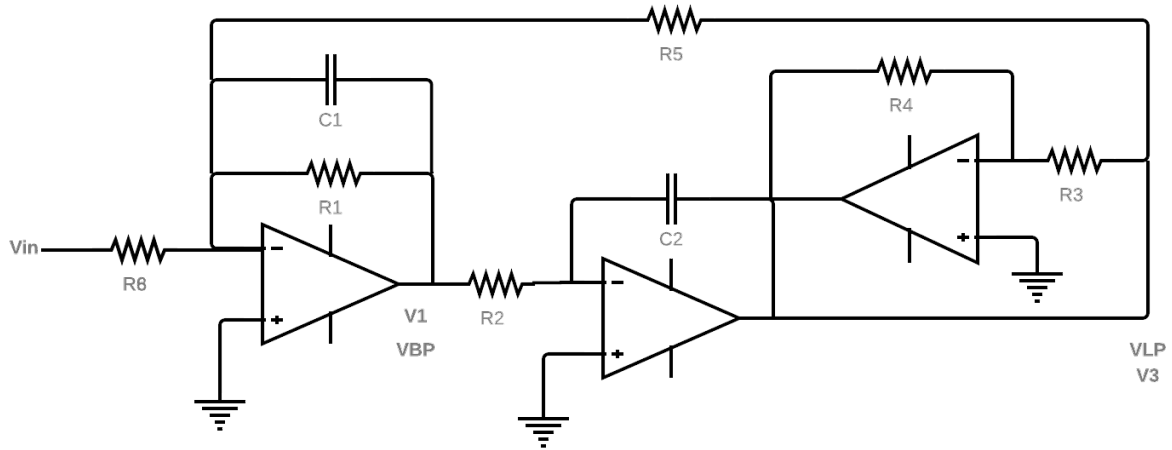


Figure 49: Celda Ackerberg-Mossberg

5.1.4 Celda Fleischer-Tow

Nuevamente, realizando una modificación sobre la celda Tow-Thomas, es posible obtener una función transferencia numerador de segundo grado sin incorporar otro amplificador operacional a la celda. Para ello, se inyecta la señal de entrada a cada operacional, conocidos como *feedforwardpaths*, además de intercambiar de posiciones el inversor y el último integrador. El comportamiento deseado se logra mediante la variación de los componentes.

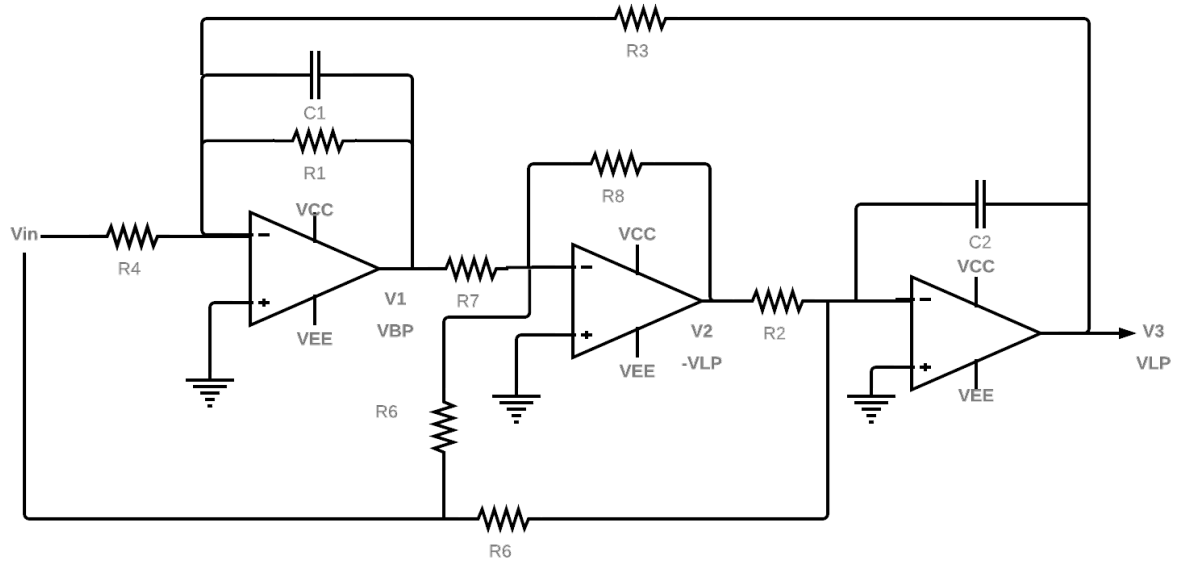


Figure 50: Celda Fleischer-Tow

Realizando un análisis sobre el circuito del modo, se obtiene una función transferencia general para celda:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{\frac{R_8}{R_6}s^2 + \frac{1}{C_1 R_1}(\frac{R_8}{R_6} - \frac{R_8 R_1}{R_4 R_7})s + \frac{R_8}{C_1 C_2 R_3 R_5 R_7}}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1}s + \frac{R_8}{C_1 C_2 R_2 R_3 R_7}} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} w_p &= \sqrt{\frac{R_8}{C_1 C_2 R_2 R_3 R_7}} \\ Q &= R_1 \sqrt{\frac{R_8 C_1}{C_2 R_2 R_3 R_7}} \\ w_z &= \sqrt{\frac{R_8}{C_1 C_2 R_3 R_5 R_7}} \end{aligned} \quad (60)$$

Imponiendo condiciones sobre los componentes, se obtienen las distintas funciones transferencia:

	Pasa bajos (LP)	Pasa altos (HP)	Pasa banda (BP)	Rechaza banda (BR)
Condiciones	$R_6 = R_4 = \infty$	$R_6 = R_5 = \infty$	$R_4 = \frac{R_1 R_6}{R_8}$ $R_5 = \infty$	$R_4 = \frac{R_1 R_6}{R_8}$ $R_7 = R_8$

Analizando la transferencia bajo las condiciones del rechaza banda, se tiene que:

$$H(s)_{BR} = -\frac{\frac{R_8}{R_6}s^2 + \frac{1}{C_1 C_2 R_3 R_5}}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1}s + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} w_p &= \sqrt{\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}} \\ Q &= R_1 \sqrt{\frac{C_1}{C_2 R_2 R_3 R_7}} \\ w_z &= \sqrt{\frac{R_8}{C_1 C_2 R_3 R_5 R_7}} \\ G_{BR} &= -\frac{R_2}{R_5} \end{aligned} \quad (62)$$

La celda Fleischer-Tow ofrece el beneficio de poder obtener el comportamiento de varios filtros desde una misma salida y sin necesidad de incluir otro amplificador operacional, como fue el caso del KHN. Esto resulta significativo dado que incluir un amplificador operacional puede imponer limitaciones al circuito debidas a la saturación, al efecto del slew rate, entre otros.

5.2 Diseño del Filtro a partir de Chebycheb II

Teniendo la siguiente plantilla:

Parámetros de diseño	
Notch Depth	$\geq 50\text{dB}$
f_{∞}	16KHz
Δf_a	600Hz
Δf_p	10kHz
A_p	6dB
$Z_{in}(f)$	$\geq 50K\Omega$
Filtro	Rechaza-Banda

Table 15: Parámetros de diseño para el filtro a implementar

Se busco primeramente el los valores necesarios para conformar dicho diseño desde las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned}
 f_{\infty}^2 &= f_P^+ \cdot f_P^- = f_a^+ \cdot f_a^- \\
 \Delta f_a &= f_a^+ - f_a^- \\
 \Delta f_p &= f_P^+ - f_P^-
 \end{aligned} \tag{63}$$

A partir de las frecuencias de atenuación y de paso $f_a^- = 15.702\text{kHz}$, $f_a^+ = 16.303\text{kHz}$, $f_P^- = 11.763\text{kHz}$ y $f_P^+ = 21.760\text{kHz}$ se obtuvo desde un programa de aproximación de Chebychev Inverso, por lo que se obtiene la atenuación del circuito como:

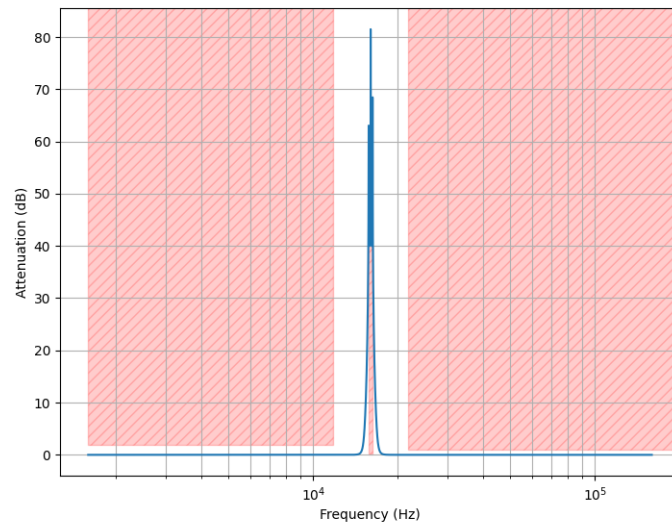


Figure 51: Aproximación por Chebychev Inverso

Luego utilizando los polos y ceros dados se los dividió en 3 etapas, agrupando los ceros con los polos mas cercanos, para aumentar el rango dinámicos:

	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Polo	$f_p = 16\text{kHz}/Q = 9.38$	$f_p = 15.74\text{kHz}/Q = 1.88$	$f_p = 16.26\text{kHz}/Q = 1.88$
Cero	$f_z = 16\text{kHz}$	$f_z = 15.23\text{kHz}$	$f_z = 16.80\text{kHz}$

Table 16: Distribución de polos y ceros en etapas.

5.3 Selección de Celda

Analizando las celdas previamente mencionadas es necesario emplear una celda que tenga una salida de tipo notch o utilizar pasa-bajos y pasa-altos. Por lo que la celda Tow-Thomas y la Ackerberg-Mossberg que presentan únicamente salida pasa-bajos y pasa-banda no serian útiles para este caso.

Luego celdas posibles para el diseño deseado son Kerwin-Huelsman-Newcomb y la celda Fleischer-Tow. Sin embargo, utilizar la celda de Kerwin-Huelsman-Newcomb implica agregar un cuarto amplificador operacional para hacer

un sumador de la salida pasa bajos y una pasa altos. En contraposición, dado que la celda Fleischer-Tow presenta una salida genérica, eligiendo correctamente los componentes se puede lograr la salida necesaria para realizar el filtro requerido.

5.4 Selección de Componentes

Estudiando la función de transferencia para un rechaza-banda de celda tipo Fleischer-Tow

Salida	Condiciones	$H(s)$	G	ω_p	Q	ω_z
BR	$R_1 R_6 = R_4 R_7$	$-\frac{s^2 + \frac{R_6}{R_3 R_5 R_7 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1 C_1} s + \frac{R_8}{R_2 R_3 R_7 C_1 C_2}}$	$-\frac{R_2}{R_5}$	$\sqrt{\frac{R_8}{R_2 R_3 R_7 C_1 C_2}}$	$R_1 C_1 \sqrt{\frac{R_8}{R_2 R_3 R_7 C_1 C_2}}$	$\sqrt{\frac{R_6}{R_3 R_5 R_7 C_1 C_2}}$

Table 17: Características de la celda Fleischer-Tow.

Analizando entonces las ecuaciones en conjunto con la tabla 16, se fijó los valores $C_1 = C_2 = 10nF$ y $R_2 = R_3 = R_5 = 1K\Omega$, a su vez la relación entre las resistencias como $R_1 = R_7$ y $R_4 = R_6$. De esta manera se obtuvo los valores teórica para el diseño:

	Etapla 1	Etapla 2	Etapla 3
$R_1(\Omega)$	8.9k	1.962k	1.779k
$R_2(\Omega)$	1k	1k	1k
$R_3(\Omega)$	1k	1k	1k
$R_4(\Omega)$	8.99k	1.92k	1.86k
$R_5(\Omega)$	1k	1k	1k
$R_6(\Omega)$	8.99k	1.92k	1.86k
$R_7(\Omega)$	8.9k	1.962k	1.779k
$R_8(\Omega)$	9k	1.797k	1.981k
$C_1(F)$	10n	10n	10n
$C_2(F)$	10n	10n	10n

Table 18: Valores Teóricos por Etapa

5.4.1 Análisis de sensibilidades

Cabe destacar previamente a la selección de los componente a utilizar la sensibilidad de los componentes de esta manera estar informarse de los valores que causarían incertidumbres al circuito. Estudiando la celda seleccionada, las sensibilidades de los componentes resultan en:

	ω_0	Q	G_{BR}
R_1	0	1	0
R_2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
R_3	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
R_4	0	0	0
R_5	0	0	-1
R_6	0	0	0
R_7	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
R_8	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
C_1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
C_2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

Table 19: Sensibilidades de la Celda Fleischer-Tow Rechaza-Banda

Se observa que las sensibilidades de la celda son bajas en comparación a las implementadas anteriormente en este informe. Esto permite poder implementar circuitos con un Q mayor.

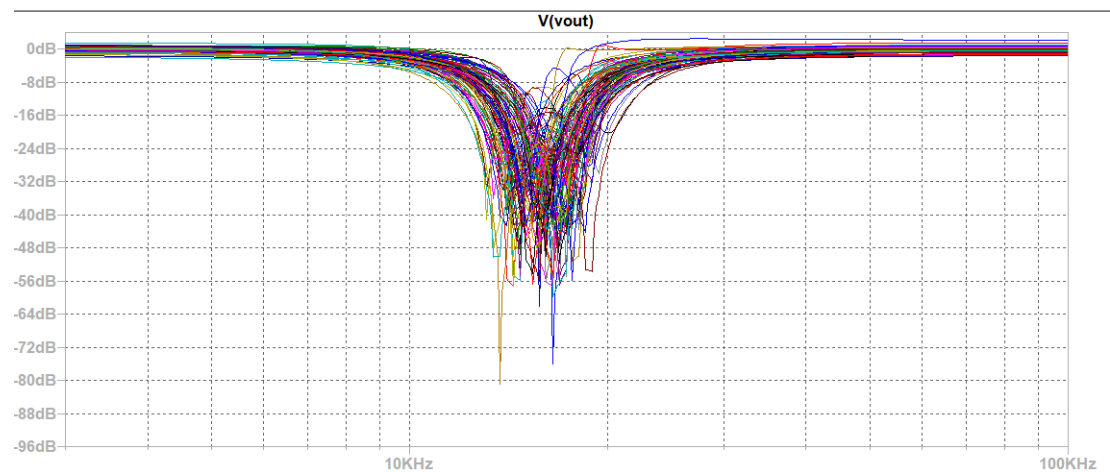


Figure 52: Análisis de Montecarlo del Circuito Diseñado

5.4.2 Selección de Componentes a Utilizar

Como ciertos valores de los componentes no son comerciales se debe adaptar los valores, por lo que teniendo en cuenta sus sensibilidades se selecciono los componentes a implementar como:

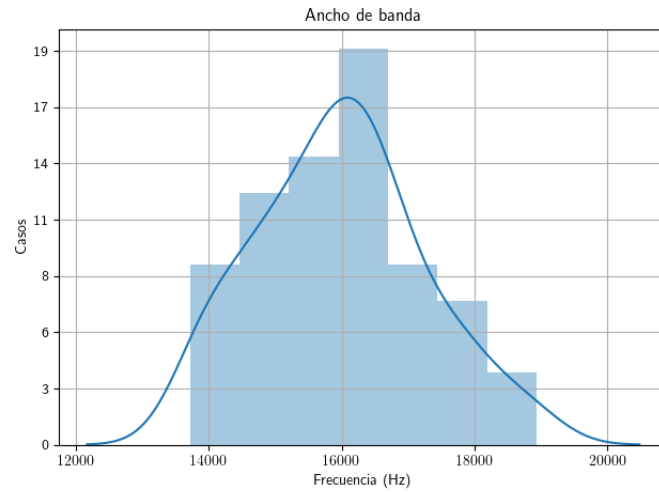
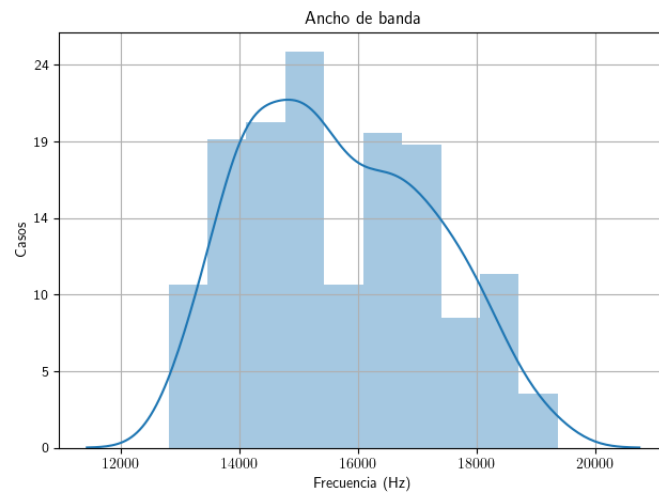
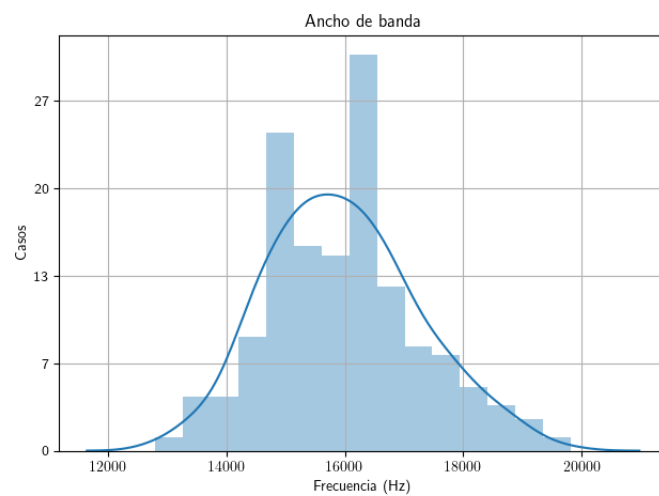
Componente	Primera Etapa	Implementación	Segunda Etapa	Implementación	Tercera Etapa	Implementación
C1 [F]	10n	10n	10n	10n	10n	10n
C2 [F]	10n	10n	10n	10n	10n	10n
R1 [Ω]	8.9k	6.2k+2.7k	1.962k	(1k+1k)//100k	1.779k	100k//1.8k
R2 [Ω]	1k	1k	1k	1k	1k	1k
R3 [Ω]	1k	1k	1k	1k	1k	1k
R4 [Ω]	8.99k	6.2k+1.8k+1k	1.92k	1.8k+100	1.86k	1.8k
R5 [Ω]	1k	1k	1k	1k	1k	1k
R6 [Ω]	8.99k	6.2k+1.8k+1k	1.92k	1.8k+100	1.86k	1.8k
R7 [Ω]	8.9k	6.2k+2.7k	1.962k	(1k+1k)//100k	1.779k	100k//1.8k
R8 [Ω]	9k	6.2k+1.8k+1k	1.797k	1.8k	1.981k	220k//2k

Table 20: Valores de Componentes a Implementar

5.5 Análisis Montecarlo

Al conocer los componentes a utilizar se realizo un análisis de montecarlo con resistencia de tolerancia 5% y capacitor de tolerancia 20%, se obtuvo los posibles casos que enfrentaríamos en una medición experimental.

A su vez, se analizo el montaje de las respuestas de cada etapa verificando su funcionamiento y se construyo un histograma así conociendo su dispersiones.

Figure 53: Histograma de Dispersión de f_0 de la Primera EtapaFigure 54: Histograma de Dispersión de f_0 de la Segunda EtapaFigure 55: Histograma de Dispersión de f_0 de la Tercera Etapa

5.6 Cálculo de impedancia de entrada

Debido a la complejidad de la celda, aún considerando A_{Vol} constante el cálculo de la impedancia de entrada se hace complejo. Es por esto que se continuó analizando el circuito con el modelo mas ideal para los amplificadores operacionales. Con esto, se tiene que la impedancia de entrada de los Op Amp se consideran infinita, fijando una masa virtual en la entrada inversora dado que la entrada no inversora esta referida a tierra. Con esto, se tienen las siguientes relaciones a la entrada:

$$Z_{in} = \frac{V_i}{I_i}$$

$$\frac{V_i}{R_4} + \frac{V_i}{R_6} + \frac{V_i}{R_5} = I_i$$

De donde se obtiene que, considerando el modelo mas ideal de amplificador operacional, la impedancia de entrada a la celda estará dada por:

$$Z_{in} = \frac{R_4 R_5 R_6}{R_5 R_6 + R_5 R_4 + R_4 R_6}$$

Mediante simulación en LTSpice, se pueden obtener los gráficos del módulo de la impedancia de entrada en respuesta a la frecuencia:

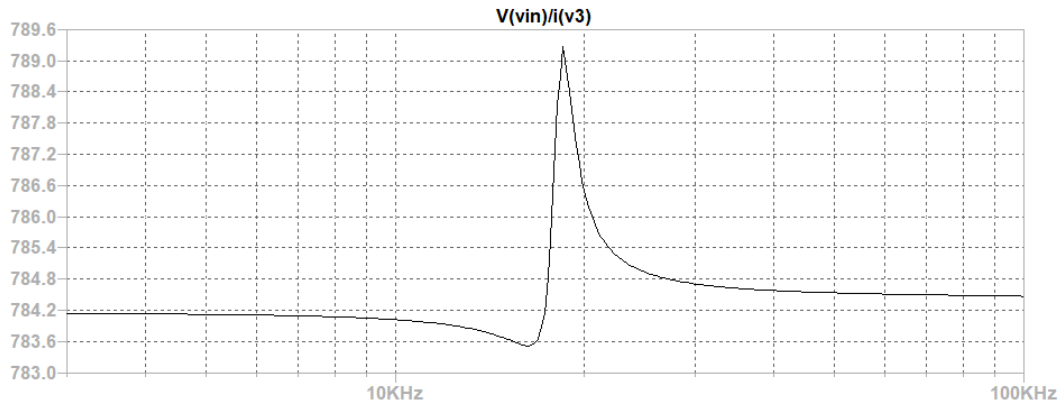


Figure 56: Impedancia de Entrada

Sin embargo, esta no cumple con la plantilla pedida, es por ello que para asegurar que la impedancia de entrada de la misma sea $z_{in} \geq 50k\Omega$, se coloca un buffer a la entrada de la misma. Entonces, la impedancia de entrada ahora resulta:

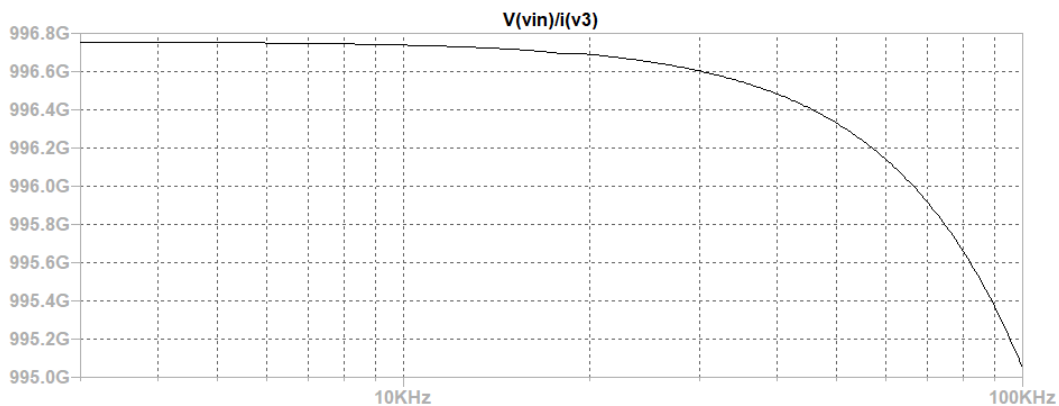


Figure 57: Impedancia de Entrada con Buffer a la Entrada

5.7 Conclusión

Se estudió hizo un análisis sobre cuatro celdas universales diferentes, dando solo posibles casos de uso Kerwin-Huelsman-Newcomb o la Fleischer-Tow para un filtro notch, y decidiendo cual sera mas conveniente para nuestra

aplicación. Luego estudiando la aproximación por Chebychev se pudo llegar a los componentes para el circuito. Sin embargo al tener solo componentes de tolerancias 5% y 20% a mano, no se pudo utilizar SMD para un análisis preciso del circuito, por lo que se muestra en el montecarlo que es un filtro sensible.