

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°3

---

# GIC, Gyrator, Amplificador de Instrumentación y Ecualizador

---

*Grupo 6:*

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

*Responsables de la cátedra:*

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado:

Corrección:

## Contents

# 1 Filtro con GIC

## 1.1 Introducción al GIC

Generalized Impedance Converter (GIC) son, como lo nombre lo indica, convertidores de impedancia, es decir para algunos filtros se podrá remplazar alguno de los componentes con un GIC. Por ejemplo cuando el uso de la bobina con inductancias de valor elevado puede involucrar agregar a un circuito un componente de gran tamaño como resistencia parásita indeseado, para ello, en rango de frecuencias donde se permite utilizar amplificadores operacionales, se utilizan los GIC.

Los GIC tienen la siguiente configuración:

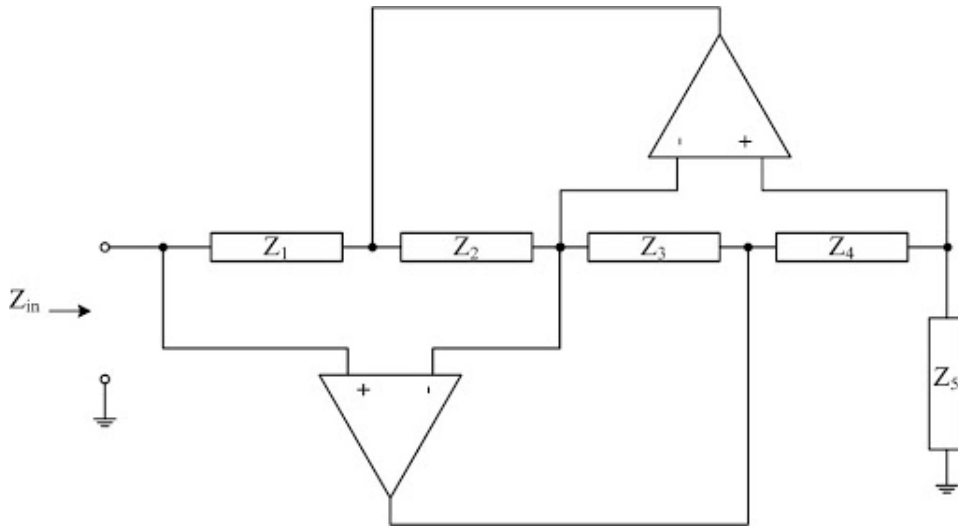


Figure 1: Generalized Impedance Converter Genérico

Considerando los amplificadores ideales, o sea con  $A_{vol} \rightarrow \infty$  y  $Z_{Ain} \rightarrow \infty$  como no hay corriente entre  $V^+$   $V^-$  para ninguno de los operacionales, hay sólo tres corrientes, puesto que la corriente de  $Z_2$  es la misma que la de  $Z_3$ , y la de  $Z_4$  que la de  $Z_5$  obtenemos que:

$$I_4 = \frac{V_{in}}{Z_5} \quad I_2 = \frac{I_1 Z_1}{Z_2} \quad I_2 = \frac{I_4 Z_4}{Z_3}$$

$$\therefore I_4 = I_1 \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4}$$

Por lo que la impedancia de entrada del GIC sera:

$$Z_{in} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$

De esta manera es posible simular cualquier componente, sea resistivo capacitivo o inductivo mediante la selección adecuada de los componentes. Luego utilizando el GIC es posible obtener filtros de segundo orden como el notch, pasa-todo y pasa-banda minimizando el espacio utilizado.

## 1.2 Diseño de un Filtro Pasa-Todo

Se implemento el siguiente circuito:

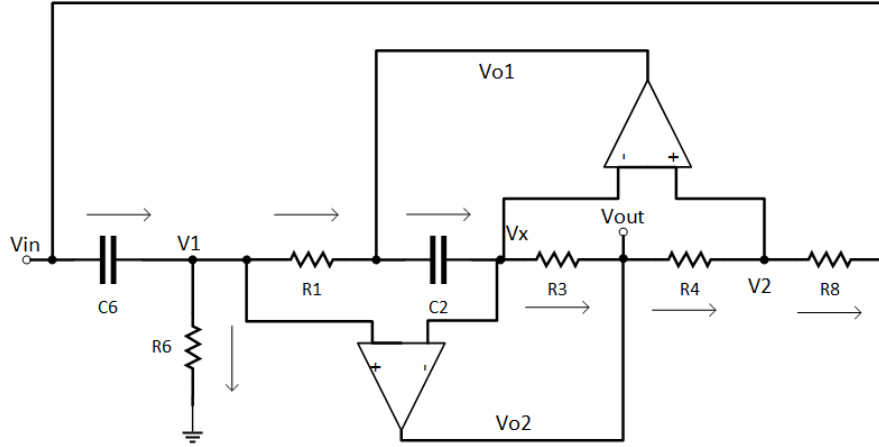


Figure 2: Circuito de un Filtro con GIC

### 1.2.1 Respuesta en frecuencia

Considerando que los amplificadores operacionales son ideales obtenemos que:

$$\begin{aligned} V_{o1} &= V_1 - R_1 I_1 & V_{o2} &= V_x - R_3 I_3 \\ V_{o1} &= V_x + \frac{1}{sC_2} I_2 & V_{o2} &= V_2 + R_4 I_4 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\therefore I_4 = I_1 \frac{sC_2 R_3 R_1}{R_4} \quad (2)$$

Además como  $A_{vol} \rightarrow \infty$ ,

$$\begin{aligned} V_1 &= V_x = V_2 \\ I_1 &= I_{C6} - I_{R6} & I_{C6} &= (V_{in} - V_1)sC_6 & I_{R6} &= \frac{V_1}{R_6} \\ I_{R8} &= I_4 \end{aligned}$$

$$\therefore V_x = V_{in} \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 + R_4 R_6}{sC_2 R_1 R_3 R_8 (sC_6 R_6 + 1) + R_4 R_6} \quad (3)$$

Luego reemplazando las ecuaciones (??) y (??) en (??) la función de transferencia quedará como:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 - sC_2 R_1 R_3 R_4 + R_4 R_6}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 + sC_2 R_1 R_3 R_8 + R_4 R_6} \quad (4)$$

Esta respuesta en frecuencia corresponde a un Pasa-Todo con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_4}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8}} \quad (5)$$

$$Q_z = -R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_8}{C_2 R_1 R_3 R_4}} \quad (6)$$

$$Q_p = R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_4}{C_2 R_1 R_3 R_8}}$$

Se simplifica las ecuaciones si establecemos los valores de los componentes como la siguiente:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_3 = R_4 = R_8 = R \\ R_6 &= QR \\ C_2 &= C_6 = C \end{aligned}$$

Del cual modifica la transferencia como:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^2 C^2 R^2 - s \frac{CR}{Q} + 1}{s^2 C^2 R^2 + s \frac{CR}{Q} + 1} \quad (7)$$

### 1.2.2 Funcionamiento de Resistencias

- Resistencia  $R_8$ :

La función de esta resistencia es conectar la salida del GIC que le da un camino a la corriente y/o la suministra. Luego el efecto de esta resistencia en casos límites será:

$$\lim_{R_8 \rightarrow 0} H(s) = 1 - \frac{sC_2R_1R_3}{R_6}$$

En esta circunstancia se comporta como un filtro pasa altos, donde la impedancia del  $C_2$  y  $C_6$  se vuelve despreciable y a su vez circula mayor corriente en el GIC. Debido a esto aumenta la caída de tensión en los componentes resistivos del GIC, dando lugar a un incremento en la tensión de salida.

En caso de que  $R_8$  tenga un valor muy elevado:

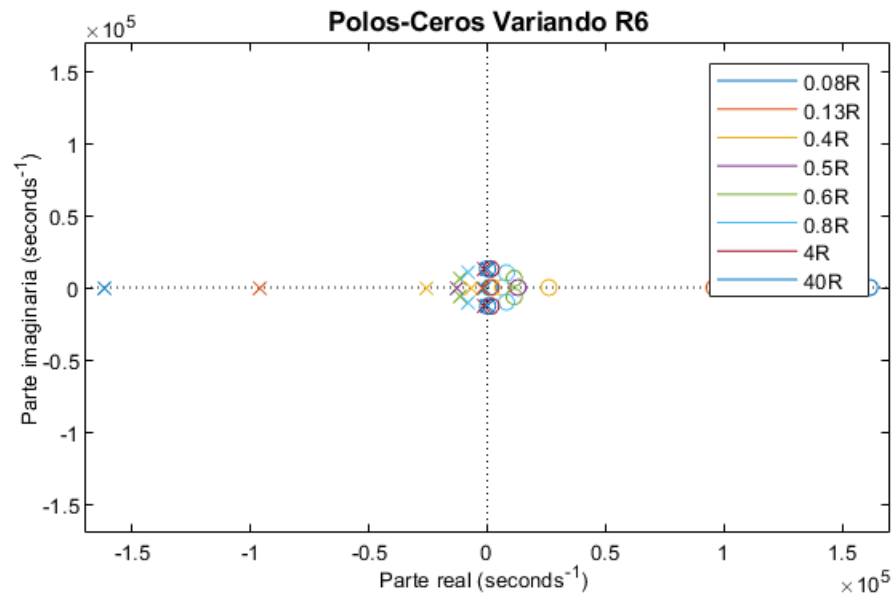
$$\lim_{R_8 \rightarrow \infty} H(s) = \frac{sC_6R_6}{sC_6R_6 + 1}$$

Es posible visualizar el circuito como abierto en la salida del GIC, es decir que no pasa corriente por ella. Es entonces que la tensión de salida  $V_{out} = V_1$ , que tiene configuración de un RC pasa altos.

Cabe mencionar que para los valores límite de  $R_8$ , el filtro deja de ser de segundo orden, con lo que su presencia es crucial para obtener los resultados esperados a la hora de utilizar un GIC para un filtro pasa-todo.

- Resistencia  $R_6$ :

Esta resistencia es de suma importancia ya que presenta un rol importante en la selección del factor de calidad  $Q$ , es decir los polos y los ceros del circuito. Manteniendo las otras resistencias fijas con valor  $R$  y los capacitores de valor  $C$  de modo que la única resistencia que varía es  $R_6$  obtenemos el siguiente gráfico del polo y ceros:



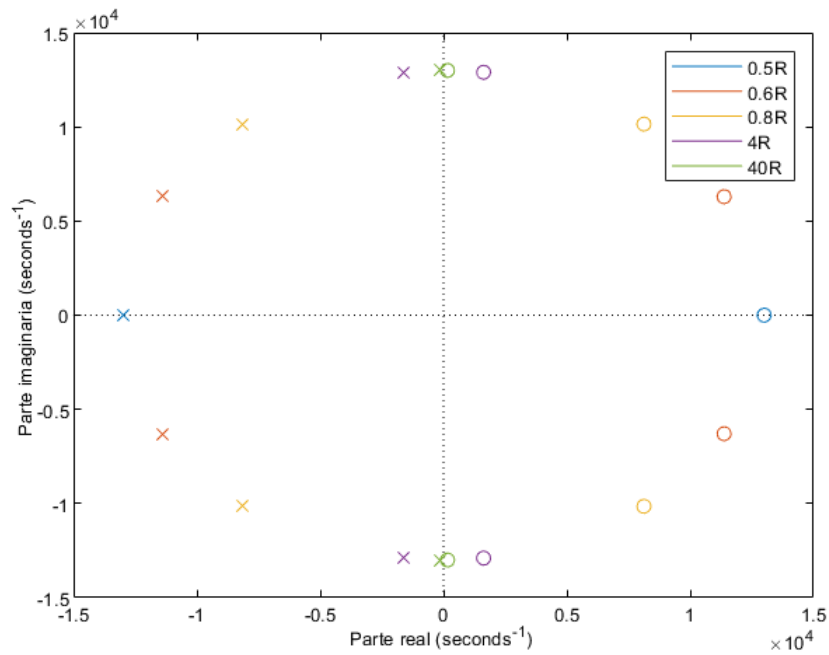


Figure 3: Distribución de Polos y Ceros Variando R6

Se nota entonces que los polos y ceros son opuestos para cualquier valor de  $R_6$ . Además para valores mayores de  $Q$ , o sea valores mayores de  $R_6 = QR$ , se acercan al eje imaginario sobre la circunferencia de radio  $\omega_0$ . Por lo que podemos apreciar que:

$$\lim_{R_8 \rightarrow \infty} H(s) = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4} = 1$$

Cuya respuesta nos indica que al desconectar  $R_6$  el circuito deja pasar toda frecuencia sin cambio de fase, en esencia un cable.

En contra parte, valores pequeños de  $Q$  dejan de pertenecer a la circunferencia  $\omega_0$ , y se mueven en el eje real. Es claro si tomamos valores pequeños de  $R_6$  tenemos:

$$\lim_{R_8 \rightarrow 0} H(s) = -\frac{R_4}{R_8}$$

Es equivalente entonces a un circuito de amplificación inversa con realimentación  $R_4$  y  $R_8$  en serie a la entrada.

### 1.2.3 Análisis de Sensibilidad

Dado que en las experiencias se desea el menor error posible, se debe tomar en cuenta las tolerancias y los valores comerciales que restringen la elección de parámetros del circuito. Para ello se realiza un análisis de las sensibilidades de los distintos parámetros con respecto a cada componente, esto indicara el peso que tendrá cada componente en el circuito.

La sensibilidad se calcula como:

$$S_x^y = \frac{x}{y} \frac{dy}{dx}$$

Donde ' $x$ ' es el componente e ' $y$ ' la sensibilidad de un parámetro, que en este caso serán  $\omega_0$ ,  $Q_z$  y  $Q_p$  dados por las ecuaciones ?? y ??. Entonces para cada uno de los componentes su sensibilidad sera:

| $y/x$      | $R_1$  | $C_2$  | $R_3$  | $R_4$  | $R_8$  | $C_6$  | $R_6$ |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $\omega_0$ | $-1/2$ | $-1/2$ | $-1/2$ | $1/2$  | $-1/2$ | $-1/2$ | 0     |
| $Q_z$      | $-1/2$ | $-1/2$ | $-1/2$ | $-1/2$ | $1/2$  | $1/2$  | 1     |
| $Q_p$      | $-1/2$ | $-1/2$ | $-1/2$ | $1/2$  | $-1/2$ | $1/2$  | 1     |

Table 1: Sensibilidad de los componentes

Cabe notar que se verifica la propiedad de suma:

$$\sum_n R_n^y - \sum_k C_k^y = 0$$

De acuerdo con las sensibilidades obtenidas, se sabe que las variaciones en  $R6$  no tiene efecto en  $\omega_0$ , sin embargo presentan un rol importante para la selección de  $Q_z$  y  $Q_p$  dado que una modificación de esta afecta con una relación 1:1, o sea si se aumenta un porcentaje la resistencia se incrementa el valor de los  $Q$  a la misma razón. Por otro lado, los otros componentes tienen una relación de modulo  $\frac{1}{2} : 1$  para  $\omega_0$ ,  $Q_z$  y  $Q_p$ . Pero dependiendo del signo de sensibilidad la variación positiva de una no necesariamente significa la elevación de las variables, por ejemplo en  $\omega_0$  el aumento del valor de  $R4$  causa que la variable se incremente, no obstante un aumento en el valor del resto de los componentes provoca un decremento de éste parámetro.

#### 1.2.4 Impedancia del Circuito

- Impedancia de Entrada

La impedancia de entrada de un circuito esta definida como:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}}$$

Como se analiza el amplificador en condiciones ideales, su impedancia de entrada es infinita. Por lo que podemos obtener la corriente de entrada como:

$$I_{in} = I_{C6} + I_{R8}$$

Por lo tanto desde las relaciones de corrientes obtenidas en el ítem ?? tenemos que:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{s^2 C2 C6 R1 R3 R6 R8 + s C2 R1 R3 R8 + R4 R6}{s^2 C2 C6 R1 R3 R8 + s C2 R1 R3} \quad (8)$$

Observando entonces que si se excita el circuito con tensión continua o frecuencias bajas su impedancia es muy alta. Este fenómeno es debido a los capacitores  $C2$  y  $C6$  que a estas frecuencias son componentes de alta impedancias, por lo que es escasa la corriente entrante al circuito.

- Impedancia de Salida

Como se espera trabajar en condiciones próximo al ideal, el amplificador operacional presenta muy baja impedancia de salida, por ende para nuestro circuito se espera tener una muy baja impedancia de salida aproximando el 0.

#### 1.2.5 Implementación del Circuito

Los filtros pasa-todo son utilizados para corregir la fase de una frecuencia en particular, de tal manera que modifica lo menos posible las demás frecuencias. Para ello, se selecciona la frecuencia de corte de los polos y ceros, de modo que a la frecuencia deseada ocurra un desfase de  $180^\circ$ .

Para este filtro en particular se pide que:

| $\omega_0$ [rad/s] | Q | Ganancia [dB] |
|--------------------|---|---------------|
| 13 000             | 4 | 0             |

Por lo que desde la función de transferencia dada por la ecuación ?? se sabe que:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Entonces obtenemos la relación que deben tener los componentes del circuito como:

$$RC = 76.92 \mu s$$

$$R6 = 4R$$

Se selecciono entonces una resistencia  $R = 2.2 k\Omega$  para realizar un análisis experimental, por lo que los componentes a utilizar serán:

|       | Valor ideal  | Valor aplicado | Error (%) |
|-------|--------------|----------------|-----------|
| $R_1$ | $2.2k\Omega$ | $2.2k\Omega$   | 0         |
| $C_2$ | $34.965nF$   | $34.812nF$     | 0.44      |
| $R_3$ | $2.2k\Omega$ | $2.2k\Omega$   | 0         |
| $R_4$ | $2.2k\Omega$ | $2.2k\Omega$   | 0         |
| $R_8$ | $2.2k\Omega$ | $2.2k\Omega$   | 0         |
| $C_6$ | $34.965nF$   | $34.812nF$     | 0.44      |
| $R_6$ | $8.8k\Omega$ | $8.9k\Omega$   | 1.12      |

Table 2: Valores de los Componentes Ideales y Aplicados

Luego si experimentamos el circuito se notara en teoría:

| $\omega_0[\text{rad/s}]$ | Q    |
|--------------------------|------|
| 13 057                   | 4.05 |

### 1.2.6 Elección de Amplificador Operacional

La selección de los amplificadores operacionales dependen del circuito a implementar, ya que son los que determinan que características son las mas importantes para el caso.

Para el filtro a aplicar se busca un gran GBW y  $A_{vol}$  para el  $A_{vol}(j\omega)$  no baje por los polos dominantes que actúan a frecuencias altas, de esta manera el integrado puede actuar cercano la ideal. En particular los filtros pasa-todos, que se utiliza para la corrección de fase, es importante que tenga ganancia de  $0dB$  para toda frecuencia, por ello se debe mantener el mayor rango posible de frecuencia sin distorsiones.

Otra de las características a considerar es el slew-rate, que al estar operando a altas frecuencias un alto valor de ella evita la posibilidad de que se vea limitada la tensión máxima a frecuencias menores menor al del polo.

Por ultimo, la impedancia de entrada del amplificador operacional debe ser muy alta en relación con los otros componentes del circuito, es por esta que impide que circule corriente por las entradas del amplificador haciendo valida las ecuaciones realizadas anteriormente.

Por lo tanto se tuvo en cuenta los opamps  $LM833$  y  $TL082$  las cuales cumplen con un considerable GBW, slew-rate y impedancia de entrada. Se selecciono entonces el  $TL082$ , que si bien tiene menor GBW que el  $LM833$ , a frecuencias que se utiliza el circuito  $4MHz$  es suficiente por lo que luego se aprecio mas el slew-rate que es  $13\frac{V}{\mu s}$  mayor al del  $LM833$ .

## 1.3 Análisis de Resultados

### 1.3.1 Respuesta en Frecuencia

Realizando un análisis en frecuencia, superponiendo resultados teóricos, simulados y experimental se obtuvo el siguiente gráfico:



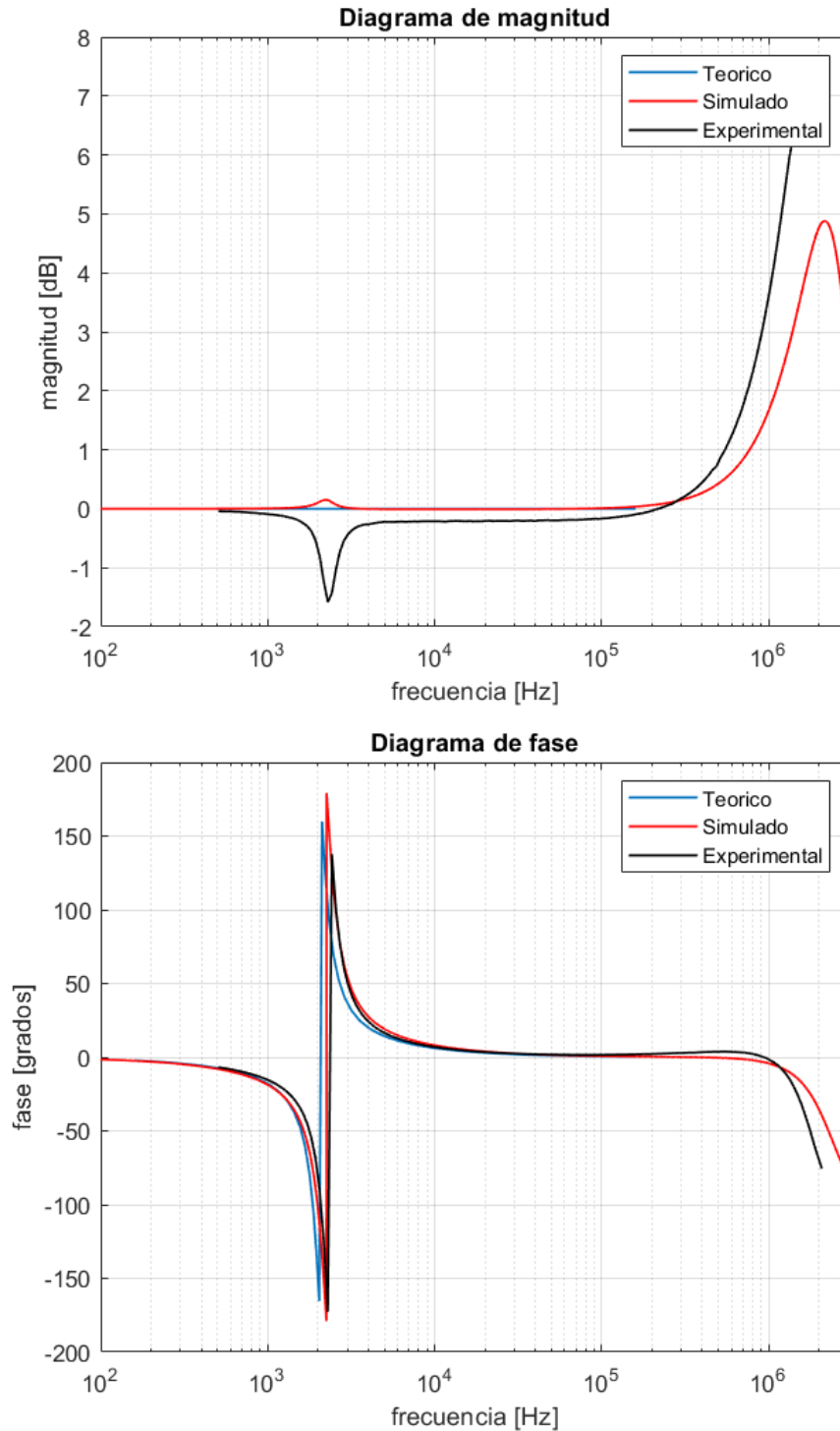


Figure 4: Respuesta en Frecuencia del Circuito

De esta notamos que en la frecuencia de corte  $f_c = \frac{1}{2\pi}\omega_0 \approx 2.07\text{kHz}$  ocurre un cambio de fase de  $-180^\circ$ , si bien experimentalmente se obtuvo que su frecuencia de corte fue en  $2.30\text{kHz}$ . Esta leve diferencia es atribuido a las tolerancias de los componentes utilizados, resistencias de 5% y capacitores de 20%. Además, la caída notoria en la frecuencia de corte es debido a que la transferencia presenta ceros y polos de orden 2 a una misma frecuencia, y ambos factores de calidad  $Q > 1/\sqrt{2}$ , es decir que son suficientemente grandes para provocar sobre-picos o sobre-caídas. El valor de  $Q_p$  determinaría la magnitud de un sobre-pico en casos donde no hubiera ceros, mientras que el valor de  $Q_z$  provocaría una sobre-caída. En otras palabras, si los valores del  $Q_p$  y  $Q_z$  son distintos en alguna frecuencia provocaría una subida o una caída dependiendo de sus valores. En nuestro caso, dado que se observa una caída, se concluye que los valores de  $Q_z$  y  $Q_p$  fue alterado por las dispersiones de los componentes, llevando que el valor de  $Q_z$  sea mayor al de  $Q_p$  en esta frecuencia. Estos fenomenos son observables el en la figura ??.

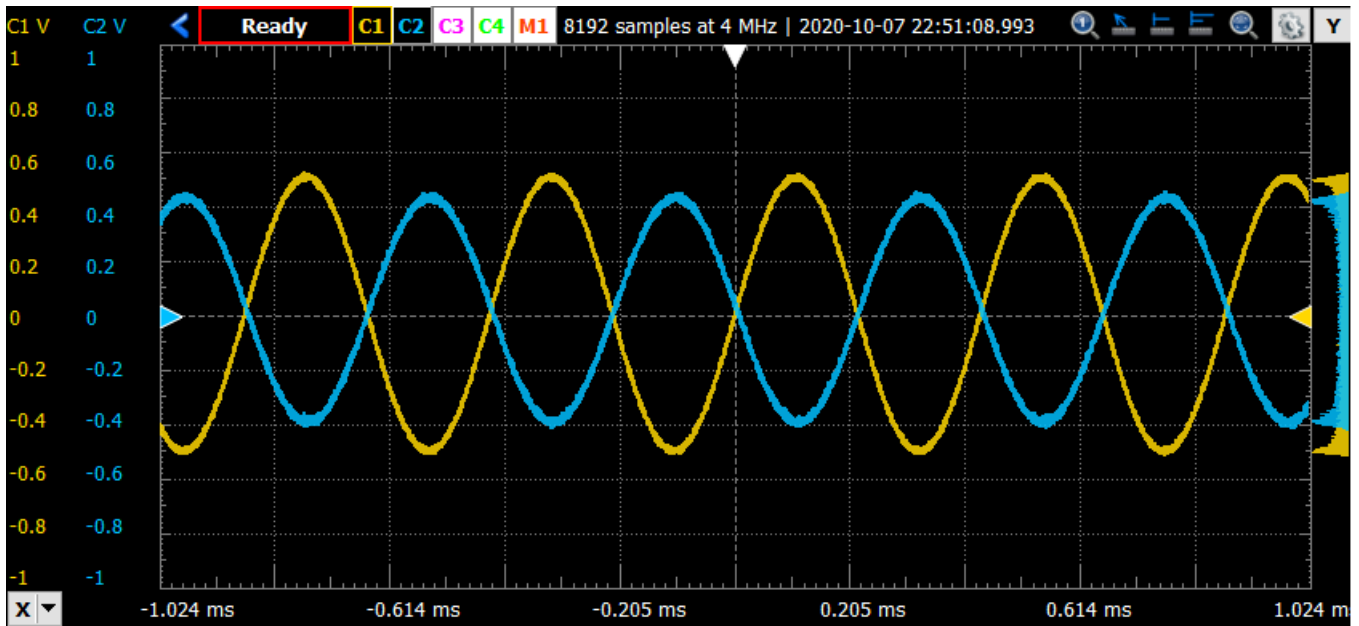


Figure 5: Respuesta en Frecuencia de 2.29kHz

Por otro lado, en altas frecuencias, mayores a  $200\text{kHz}$ , se observa un sobre-pico ya que a partir de estas frecuencias comienzan a afectar los efectos del polo del operacional, que no se tuvieron en cuenta en el análisis teórico realizado anteriormente. A su vez, la diferencia en el sobre-pico es influenciado por las tolerancias de los componentes y las puntas de osciloscopio colocados al circuito, que inyectan una resistencia y capacitancia parásita al circuito, modificando en cierta medida la ubicación y la magnitud.

### 1.3.2 Impedancia de Entrada

Para la medición de esta característica del circuito se colocó una resistencia en serie a la entrada del circuito, luego calculando la corriente que circula por la misma se tiene que la impedancia del circuito es  $Z_{in} = \frac{V_{carga}}{i_{R1}}$ . Para la selección la resistencia de testeo se utilizó uno cercano a los valores esperados de la impedancia de entrada, ya que si se pusiese una resistencia muy chica, la diferencia entre las tensiones medidas sobre sus bornes sería muy chica aumentando incertidumbre, y si se colocase una resistencia muy grande, la tensión que caería sería mucho mayor a la que caería en el circuito, haciendo que la tensión luego de la resistencia sea muy chica haciendo que sea mas vulnerable al ruido.

Luego la impedancia de entrada al circuito dado resulta en:

Observamos entonces que la impedancia de entrada a bajas frecuencias es muy alta debido a los capacitores del circuito. Luego de una caída por el cero, el módulo de la impedancia queda estable en las cercanías de  $10\text{k}\Omega$  hasta que hacen efecto los polos dominantes de los operacionales en cercanía a  $1\text{MHz}$ .

Cabe notar que a altas frecuencias porque sus tensiones de salida son bajas, el ruido es comparable con la señal de entrada, lo que logra inyectarse en las mediciones dando lugar a un grado de incertidumbre apreciable.

### 1.3.3 Impedancia de Salida

Para la medición de esta, se realizó la medición de la salida del circuito en el vacío y luego con una carga la salida. Como la corriente de salida debe ser la misma en el vacío como en el de carga obtenemos que la impedancia de salida es:

$$Z_{out} = R_{test} \frac{V_{test}}{V_{vacio} - V_{test}}$$

Luego su impedancia de salida resultó:

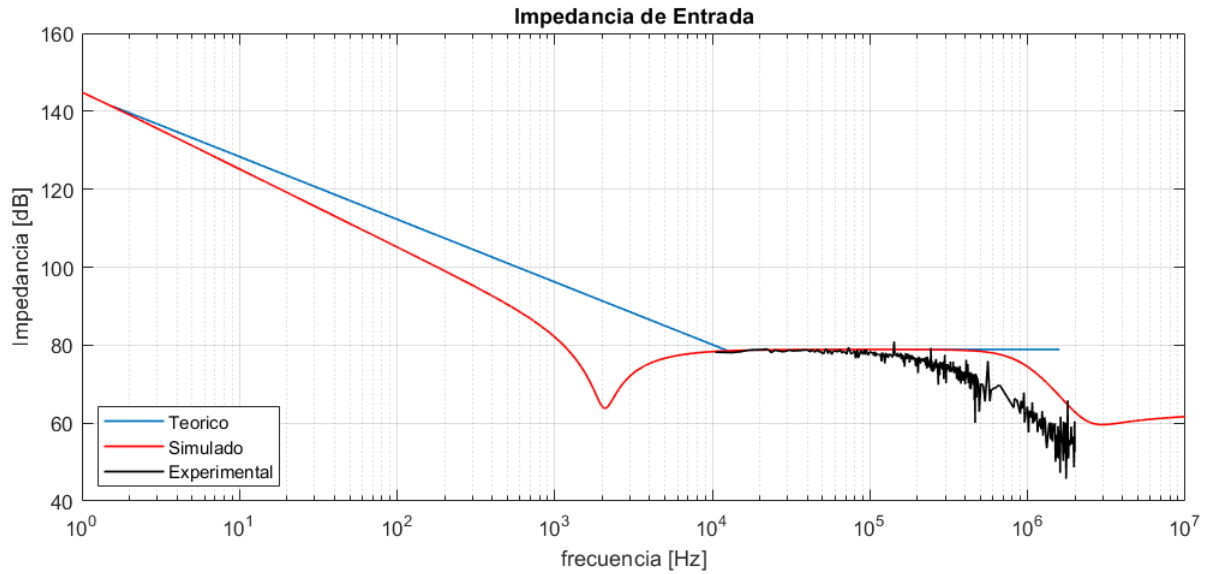


Figure 6: Impedancia de Entrada del Circuito

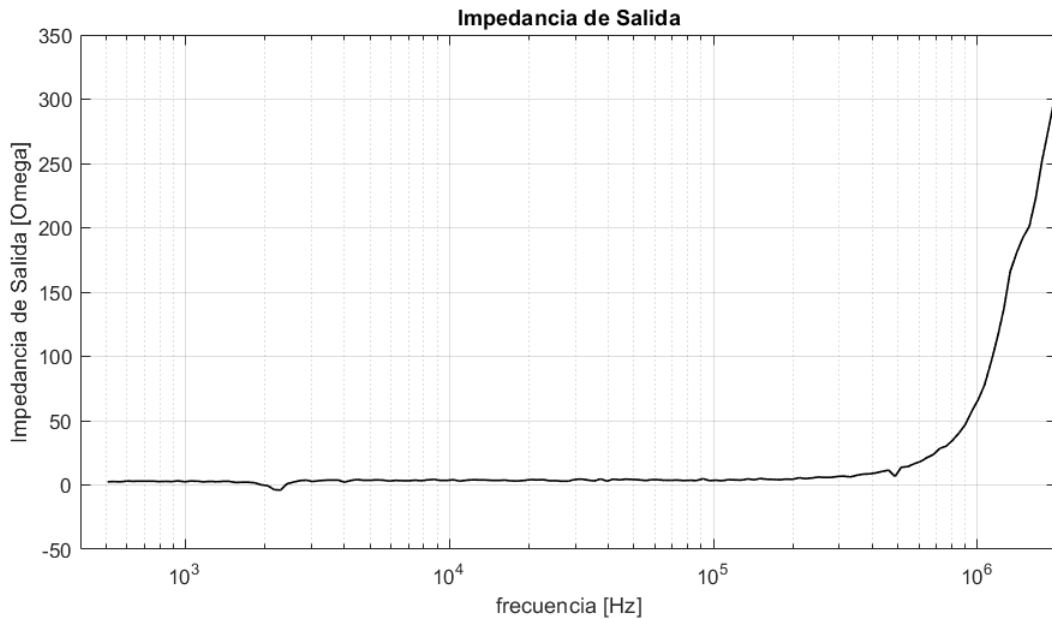


Figure 7: Impedancia de Salida del Circuito

Este resultado fue acorde a lo esperado, teniendo su impedancia para frecuencias menores a  $1\text{MHz}$  aproximadamente iguales a 0. Se nota que para frecuencias mayores a  $1\text{MHz}$  comienza a tomar otros valores, esto es debido a que los efectos de los polos en el amplificador están tomando efecto en el circuito causando que los amplificadores ya no actúen de forma ideal.

## 1.4 Respuesta al Escalón

La transferencia del circuito  $H(s)$  con  $Q_p > \frac{1}{2}$  tiene característica de una oscilación subamortiguado, es decir que la estabilización temporal sufre una oscilación hasta que se pueda estabilizar.

Este efecto es visible excitando el circuito con un escalón del cual la salida sera:

$$Y(s) = H(s)X(s) \quad X(s) = \frac{1}{s}$$

Por lo que la respuesta al escalón es:

$$Y(s) = \frac{s^2 C^2 R^2 - s \frac{CR}{Q} + 1}{s^2 C^2 R^2 + s \frac{CR}{Q} + 1} \frac{1}{s}$$

Luego, obtenemos que:

$$y(t) = \frac{2CR(e^{t(-\frac{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}}{(2C^2QR^2)} - \frac{1}{(2CQR)})} - e^{t(\frac{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}}{(2C^2QR^2)} - \frac{1}{(2CQR)})})}{\sqrt{-C^2(4Q^2-1)R^2}} + 1$$

Donde obtenemos que  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  y  $\alpha = \frac{1}{2CQR}$ , luego  $\omega_d = 12.9 \frac{rad}{s}$  y  $\tau = \frac{1}{\alpha} = 615 \mu s$ .  
Entonces la respuesta al escalón sera:

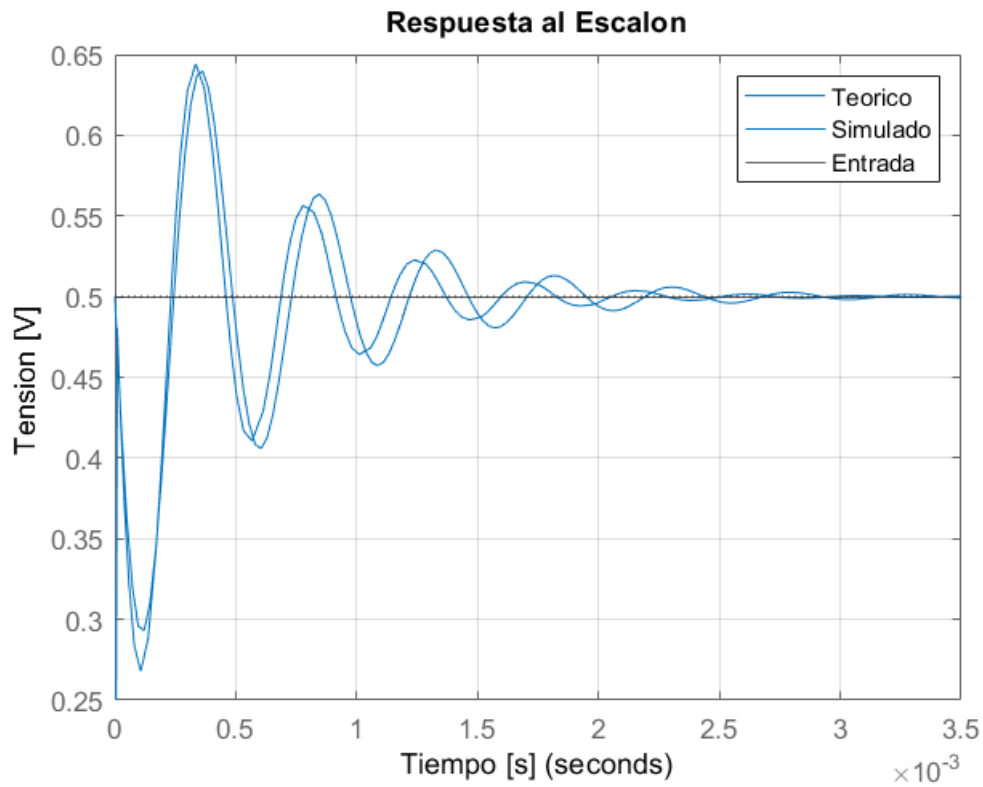


Figure 8: Respuesta al Escalón Teórico y Simulado

Del cual obtuvimos experimentalmente lo siguiente:

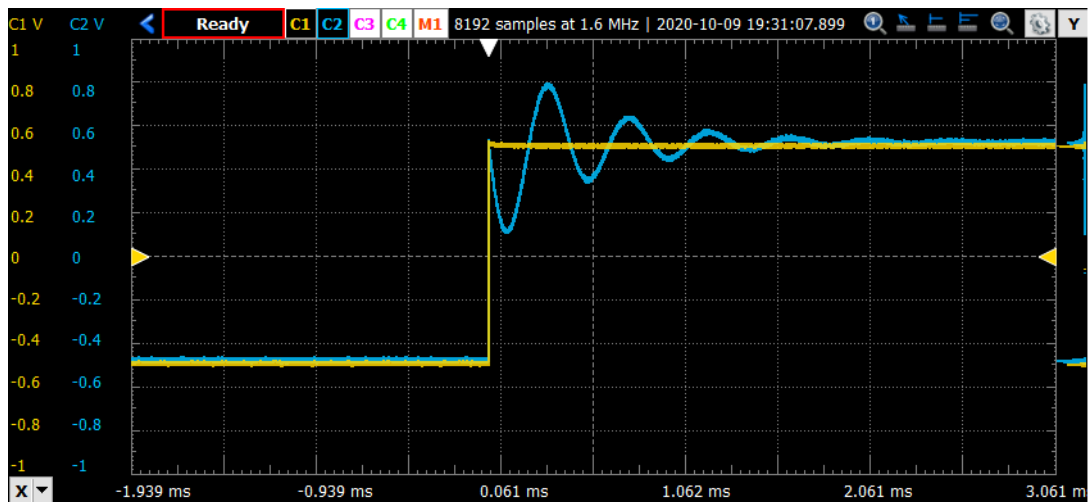


Figure 9: Respuesta al Escalón Experimental

Se observa que las oscilaciones empiezan con pendiente negativa, lo que indica defasaje de 180 grados. Esto se

debe al desfase introduce el filtro a las componentes de la cuadrada de frecuencia mayor a la de corte. Como las componentes de la cuadrada que actúan primero son las de mayor frecuencia, éstas se ven desfasadas 180 grados.

Por otro lado, se establece el circuito a partir del quito pseudoperiodo, es decir que tiene un tiempo de establecimiento de aproximadamente  $2.06\text{ms}$  en el experimental mientras que en la simulación y el teorico se establece a tiempos mayores al rededor de los  $2.15\text{ms}$ . Dado que existen resistencias parásitas dentro del circuito, es esperable esta mayor atenuación en la experiencia hecha.

Este tiempo de establecimiento es un problema para un filtro pasa-todo ya que a frecuencias con periodos menores a la misma los resultados obtenidos de la misma serán oscilantes en vez de la salida sea otra señal cuadrada. Por ejemplo para señales de frecuencia  $1\text{kHz}$  o periodo  $1\text{ms}$ , la tensión de salida resulta:

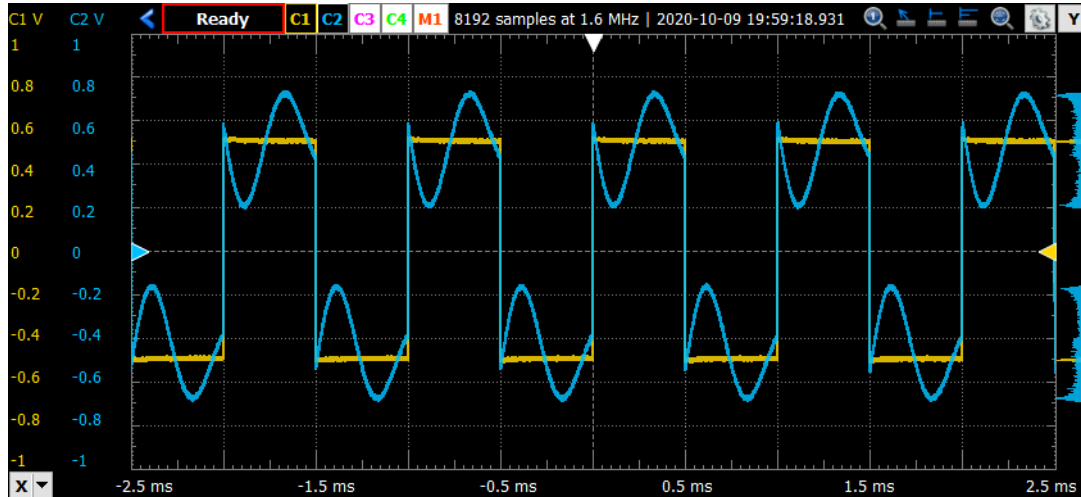


Figure 10: Respuesta al Escalon a 1kHz

## 1.5 Limitaciones del Circuito

Es importante tener en cuenta las características del amplificador operación a la hora de experimentar un circuito, es por ello que se deben saber los limites en la que podemos operar el circuito con funcionamiento normal.

### 1.5.1 Limitación por Tensión

Debido a que los operacionales se alimentaron con  $V_{CC} = \pm 9\text{V}$ , si se excita el circuito con  $18V_{pp}$  la salida se satura. Como lo podemos notar en la siguiente figura ??.

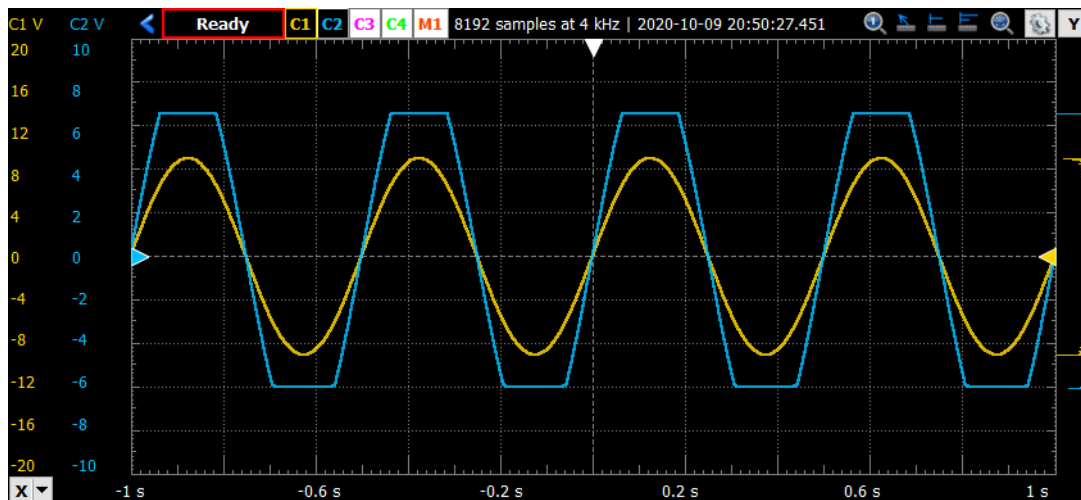


Figure 11: Limite por Tensión

Como se puede observar el circuito se satura a  $12V_{pp}$ , es decir que no permite que la tensión de entrada supere  $12V_{pp}$ , pues sino los resultados obtenidos no serán precisos.

### 1.5.2 Limitación por Frecuencia

El ancho de banda del operacional utilizado es de  $4MHz$ . Sin embargo, en las mediciones de respuesta en frecuencia se pone de manifiesto que el polo del operacional afecta el comportamiento del filtro mucho antes, como se observa en los gráficos de la figura ???. Por lo tanto, sólo puede asegurarse que el filtro siga el comportamiento calculado hasta los  $200kHz$  donde luego de ello aparece el sobre-pico.

### 1.5.3 Limitación por Señal

En caso de utilizar el circuito con entrada no sinusoidales, es importante tener en cuenta el tiempo de establecimiento de la respuesta temporal, que es de  $2.06ms$ .

## 1.6 Conclusión

Con el uso de un GIC, se pudo implementar un pasa-todo, si bien con cierto grado de error debido a tolerancias y/o componentes parásitas, se obtuvo a grandes rázagos los resultados esperados hasta los  $200kHz$ , donde pasando esta frecuencia el operacional deja de tener carácter ideal. Es también importante remarcar la importancia de sensibilidad que tienen los componentes, es decir debemos tener en cuenta cuales son los componentes mas importantes a la hora de realizar una experiencia para tener resultados acorde a lo planeado, pues una variación de ciertos componentes puede afectar ampliamente los resultados obtenidos.

## **2 Introducción a Diseño de Filtros**

### **3 Amplificador de Instrumentación**

#### **3.1 Amplificador de Instrumentación**



## 4 Control de Tonos y Ecualizador de Fase

### 4.1 Ecualizador de Fase

de Fase.png de Fase.png de Fase.png de Fase.png de Fase.png de Fase.png

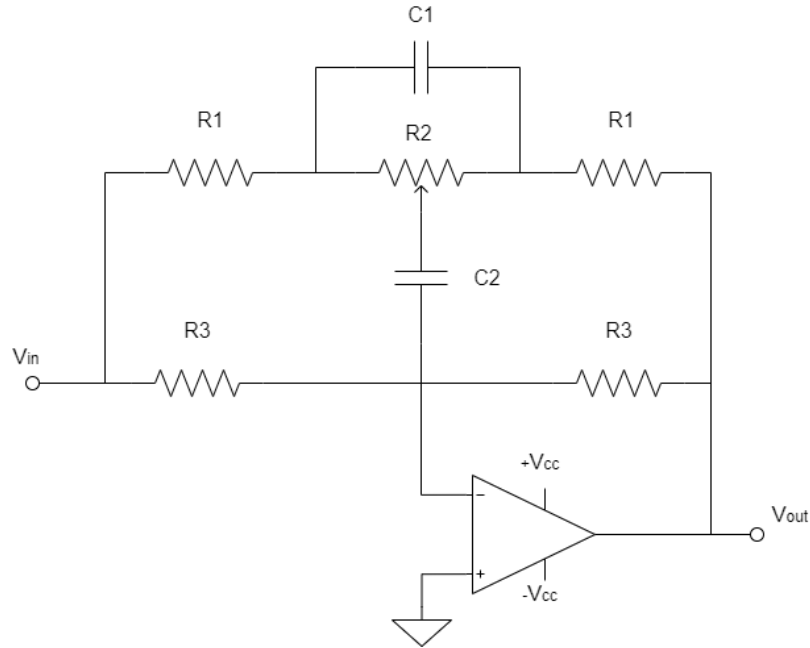


Figure 12: Circuito Ecualizador de Fase

### 4.2 Análisis matemático

Para analizar el circuito propuesto, se optó por reemplazar la resistencia variable  $R_2$  por dos resistencias las cuales llamaremos  $R_{21}$  y  $R_{22}$ , relacionadas por un coeficiente  $\delta$ . De esta forma será más fácil poder resolver el circuito propuesto, entonces definimos:

$$R_{21} = R_2 \delta \quad (9)$$

$$R_{22} = R_2 (1 - \delta) \quad (10)$$

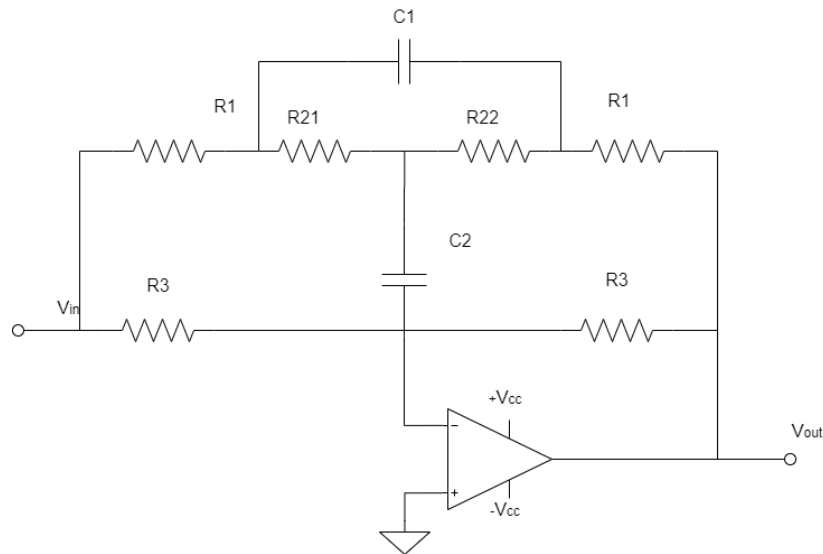


Figure 13: Modelo matemático

Se utilizó el reemplazo de impedancia de configuración triángulo a estrella y luego una transformación de configuración estrella a triángulo como se muestra en las imágenes [??] y [??] para poder simplificar el circuito lo más posible. Para el primer reemplazo se usaron las siguientes ecuaciones:

$$Z_{AB} = \frac{1}{sC_1}$$

$$Z_{BC} = R_{22}$$

$$Z_{CA} = R_{21}$$

A partir de la misma, se realiza una transformación de parámetros triángulo a estrella, de tal manera de simplificar nuestro circuito. Se hacen las siguientes consideraciones:

$$Z_{eq} = Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}$$

El desarrollo matemático realizado fue el siguiente:

$$Z_A = \frac{Z_{AB} + Z_{CA}}{Z_{eq}} \quad (11)$$

$$Z_B = \frac{Z_{AB} + Z_{BC}}{Z_{eq}} \quad (12)$$

$$Z_C = \frac{Z_{BC} + Z_{CA}}{Z_{eq}} \quad (13)$$

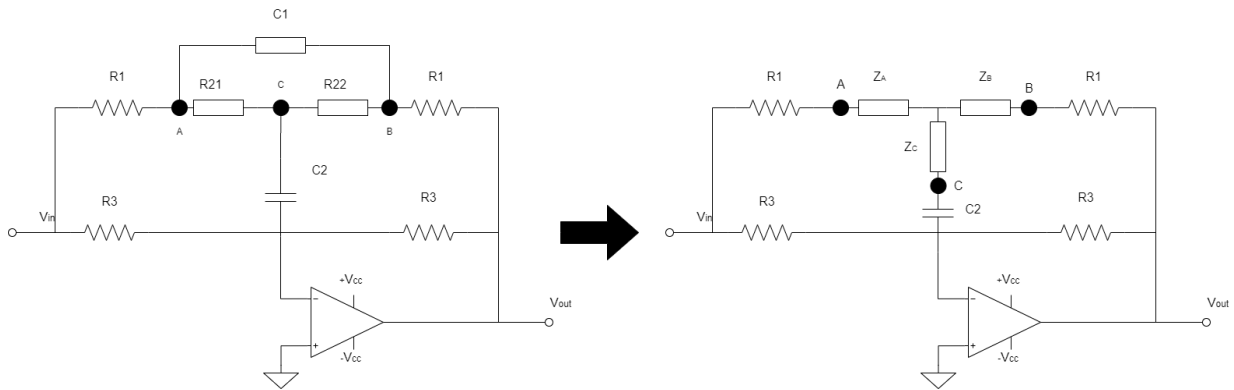


Figure 14: 1° Reemplazo - Transformación estrella a triángulo

Para el segundo reemplazo, se reagrupan las impedancias de la siguiente manera:

$$Z_{A'} = R_1 + Z_A \quad (14)$$

$$Z_{B'} = R_1 + Z_B \quad (15)$$

$$Z_{C'} = \frac{1}{sC_2} + Z_C \quad (16)$$

Se hacen las siguientes consideraciones:

$$Z_{eq'} = Z_{A'} + Z_{B'} + Z_{C'}$$

Consecuentemente, se realiza una transformación de Kenelly, pasando de un modelo estrella un triángulo. Obteniéndose las siguientes expresiones:

$$Z_{A'B'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{C'}} \quad (17)$$

$$Z_{B'C'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{A'}} \quad (18)$$

$$Z_{C'A'} = \frac{Z_{eq'}}{Z_{B'}} \quad (19)$$

../Ejercicio4\_EcualizadorDeFase/Informe/EcFinal.png

Figure 16: Circuito simplificado

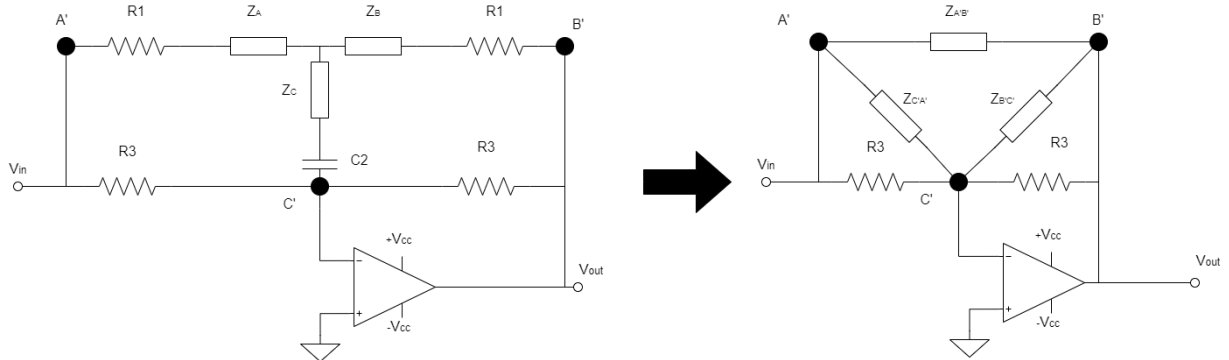


Figure 15: 2° Reemplazo - Transformación estrella a triángulo

Por último simplificamos las impedancias que estaban en paralelo obteniendo un circuito de 3 impedancias mucho más simple de resolver:

Para no complicar los cálculos se usó el programa Maple para poder obtener los resultados finales de los reemplazos, dejando así las siguientes impedancias:

$$Z_{C''A''} = Z_{C'A'} // R_3 \quad (20)$$

$$Z_{B''C''} = Z_{B'C'} // R_3 \quad (21)$$

Finalmente, nos queda el circuito simplificado mostrado en [??], del mismo se puede despejar la transferencia del sistema como:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z_{B''C''}}{Z_{C''A''}} \quad (22)$$

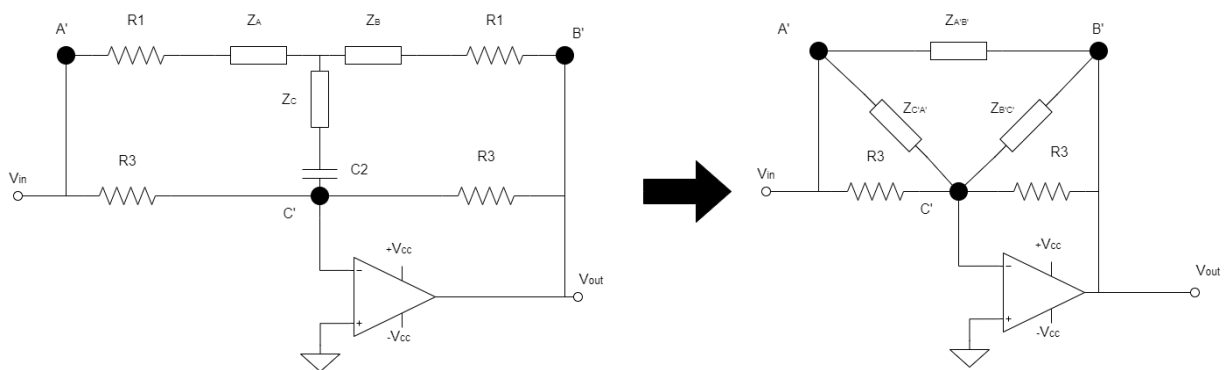


Figure 17: 2° Reemplazo - Transformación estrella a triángulo

Trabajando algebraicamente sobre la ecuación

Para facilitar escribir la ecuación se usaron los reemplazos ya mostrados. De la ecuación ?? se puede determinar que la frecuencia de corte del circuito es:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \quad (23)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2R_1 + R_2}{20C_2^2 R_1 R_2^2 (L(1-L)) + 100R_1 R_2^2 C_2^2}} \quad (24)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C_2 R_2} \sqrt{\frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{20L(1-L) + 100}} \quad (25)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi C_2 R_2} \frac{\sqrt{\frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{1}}}{10} \quad (26)$$