

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

TEORIA DE CIRCUITOS

TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N°2

Amplificadores Operacionales - Efectos en DC y AC

Grupo 6:

Paulo NAVARRO 57.775

Benjamín Carlos LIN 57.242

Nicolas Lorenzo MESTANZA 57.521

Facundo Nicolas MOLINA 60.526

German Carlos BERTACHINI 58.750

Responsables de la cátedra:

Daniel Andres JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Presentado:

Corrección:

Índice

1. Caracterización de Amplificadores Operacionales	2
1.1. Introducción	2
2. Medición de Bias	3
2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset	3
2.2. Análisis del Circuito	4
2.2.1. Circuito de Realimentación	4
2.2.2. Funcionamiento del Circuito	5
2.3. Estudio de Resultados	6
2.4. Evaluación del Circuito	7
2.4.1. Capacitor en Uso	7
2.4.2. Estabilidad del Circuito	8
2.4.3. Configuraciones	8
3. Circuito Integradores y Derivadores	10
3.1. Consideraciones generales	10
3.2. Circuito Derivador	10
3.2.1. Respuesta en frecuencia	10
3.2.2. Impedancia de entrada	13
3.2.3. Respuesta ante una senoidal	15
3.2.4. Compensación	20
3.3. Circuito Integrador	22
3.3.1. Introducción	22
3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal	22
3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A_{vol} finito	23
3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$	24
3.3.5. Análisis de Entrada Senoidal al circuito integrador	27
3.3.6. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador	30
3.3.7. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador	32
3.3.8. Compensación/Limitación del Circuito Integrador con una R adicional	34
3.3.9. Respuesta en Frecuencia del sistema integrador compensado	38
3.3.10. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador Compensado	39
3.3.11. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador compensado	41
3.3.12. Conclusión	43
4. Circuito de Aplicación	44
4.1. Funcionamiento del LM35	44
4.2. Implementación en rango de 35°C y 45°C	44
4.3. Limitación de tensión en la salida	45
4.4. Hoja de datos del circuito implementado	46

1. Caracterización de Amplificadores Operacionales

1.1. Introducción

2. Medición de Bias

2.1. Corriente de Bias y Tensión de Offset

En un amplificador operacional ideal la impedancia de entrada es infinita, por lo que no habría corriente por la que pase por ella. Sin embargo, se debe reconocer que en un modelo real de un amplificador operacional su impedancia de entrada no es infinita, lo que significa la existencia de corrientes de entrada y tensión de offset.

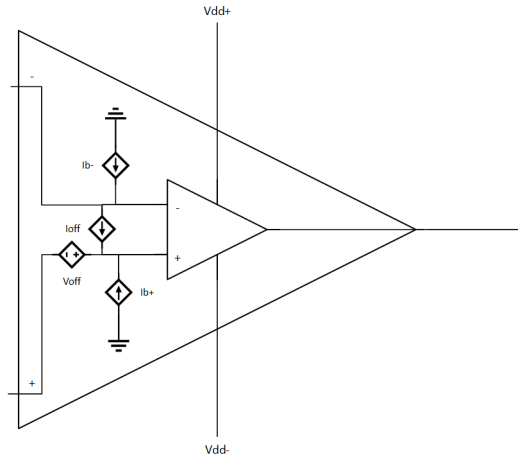
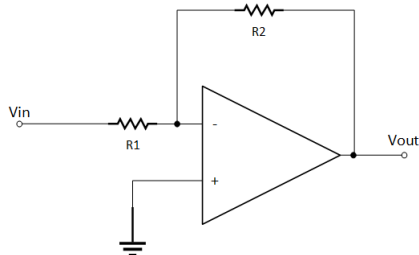


Figura 1: Modelo Real del Amplificador Operacional

- Tensión de offset (V_{off}):

Sin la existencia de esta tensión parásita es lineal la determinación de la función de transferencia en un op-amp ideal con configuración inversa es:



$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R2}{R1}$$

Pero al tener la tensión de offset (V_{off}) de modo tal representado en la figura 1 obtenemos que:

$$V_{out} = -V_{in} \frac{R2}{R1} + V_{off} \left(1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

Del cual observamos que dependiendo del valor de V_{in} y V_{off} , el efecto de V_{off} puede no ser despreciable, por ejemplo cuando:

$$V_{in} = 0 \rightarrow V_{out} = V_{off} \left(1 + \frac{R2}{R1} \right)$$

- Corrientes de Bias (I_b) y de offset (I_{off}):

Si bien estas corrientes no es querida dentro del circuito es esencial e inevitable esta porque es la que se encarga de polarizar el operador, en otras palabras que funcione de manera correcta el amplificador. Pero, a su vez introduce error en el sistema agregando una diferencia de tensión indeseada cuando halla una resistencia en serie en la entrada.

En consecuencia, es importante el análisis de las mismas para un realizar un diseño apropiado para la aplicación deseada conteniendo los errores mencionados.

2.2. Análisis del Circuito

Se realiza las mediciones de las I_b , I_{off} y de V_{off} sobre el siguiente circuito:

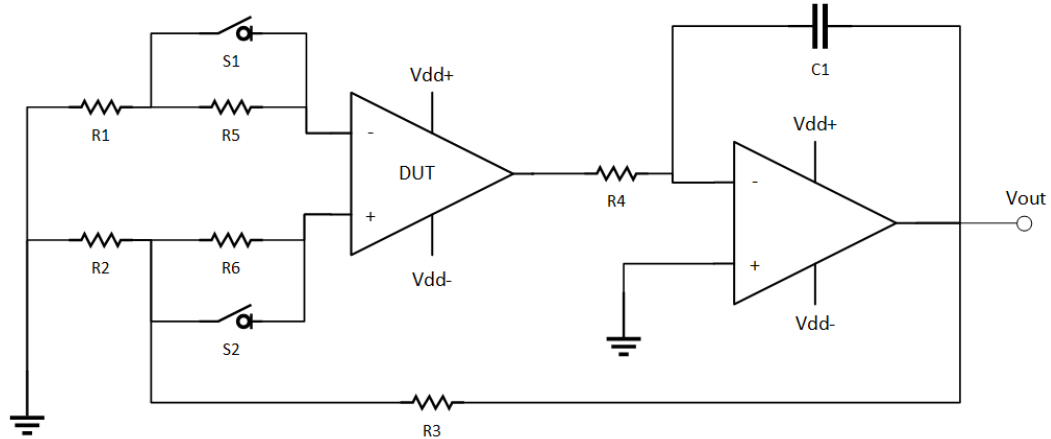


Figura 2: Circuito de Medición de Corrientes y Tensiones de Offset

Se aclara que el DUT es el op-amp a analizar, que en este caso es el TL081 y LF365; las resistencias utilizadas $R1 = R2 = 10\Omega$ $R3 = 3k\Omega$ $R4 = R5 = R6 = 100k\Omega$; y el capacitor $C1 = 1\mu F$

2.2.1. Circuito de Realimentación

Para conocer la operatividad del circuito se debe introducir el concepto de realimentación, circuito aquel en el que una muestra de la salida se superpone a la entrada con el propósito de controlar el comportamiento del sistema.

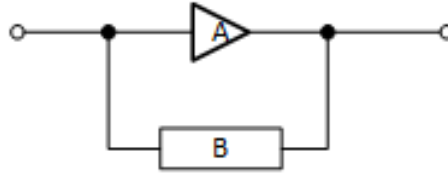


Figura 3: Modelo de Realimentación

Hay 2 categorías de circuitos de realimentación, produciendo los siguientes efectos:

■ Negativa:

- Disminuye de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de salida.
- Aumenta la impedancia de entrada.
- Aumento el ancho de banda.
- Disminuye el ruido.
- Reduce la distorsión no lineal.
- Mejora la estabilidad.

■ Positiva:

- Aumento de la ganancia efectiva del amplificador.
- Disminuye la impedancia de entrada.
- Disminuye el ancho de banda.
- Aumento la relación $\frac{\text{señal}}{\text{ruido}}$, o sea ruido mayor.
- Puede conducir inestabilidad y auto-oscilaciones.

En este caso se utilizará una realimentación positiva cuya ecuación nos resulta:

$$x_i = x_A + x_B, \quad x_B = \beta x_A$$

$$y_o = A_{OL}x_i = A_{OL}(x_A + x_B) \Rightarrow y_o - A_{OL}\beta y_o = A_{OL}x_i$$

$$H(s) = \frac{y_o}{x_i} = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL}\beta}$$

Como en todos los amplificadores operacionales, se considera que la ganancia en lazo abierto $A_{OL} \gg 1$ o infinita, entonces la ganancia a lazo cerrado es:

$$A_{CL} = -\frac{1}{\beta}$$

2.2.2. Funcionamiento del Circuito

Teniendo 2 etapas dentro del circuito, comenzamos primeramente por la etapa de salida ya que de tal manera comprendemos la función del op-amp no analizado. Siendo A_{vol} igual a la ganancia en lazo abierto del op-amp y considerando el capacitor en la realimentación, se obtiene la ganancia en lazo cerrado de esta etapa.

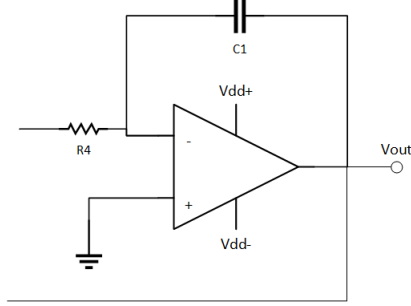


Figura 4: Etapa de Salida: Amplificación Inversa

En esta etapa se amplifica la señal continua, de esta manera se aumenta la precisión en la medición de las corrientes y tensiones de offset, esto es requerido porque las señales que se quieren medir tienen una amplitud comparable con el ruido que pueda llegar a inducirse en el circuito. Esta precisión se logra ya que el estudio del circuito es en continua, con $f = 0Hz$, por lo que el capacitor $C1$ va a actuar como un circuito abierto, bloqueando cualquier realimentación proveniente de la salida de $Vout$ cuya frecuencia sea mayor a $f > 0Hz$.

Luego, en la etapa de entrada:

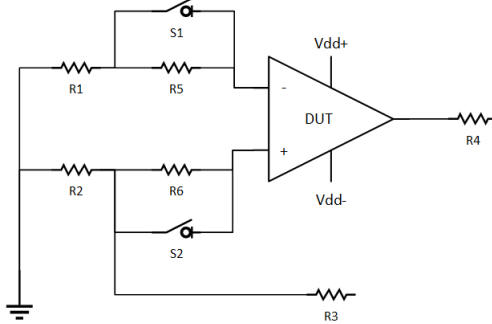


Figura 5: Etapa de Entrada: Amplificación No Inversa

Como mencionamos anteriormente, los amplificadores operacionales no son ideales, por lo que existen corrientes y tensiones parásitas que por consecuencia sucede que exista una tensión representada como:

$$V_{in} = (V^+ - V^-) = V_{off} + I_b^+ R5 - I_b^- R6$$

$$I_b = \frac{I_b^+ + I_b^-}{2} \quad I_{off} = I_b^+ - I_b^-$$

Se aclara que como en como $R1$ es relativamente chica, la diferencia de tensión que produce es casi nula por lo que $\Delta V_{R1} = I_b^- 10\Omega \approx 0$, análogamente $R2$. Sin embargo, cuando se abren los switch $S1$ o $S2$ existe una caída de tensión considerable por la resistencia $R5$ o $R6$.

Si queremos llevar los resultados obtenidos a la forma general de la retroalimentación positiva $H(s) = \frac{A_{OL}}{1 - A_{OL}\beta}$ debemos analizar primeramente la ganancia total del lazo abierto del sistema. Para ello, concediéramos que la realimentación al sistema β esta dada por la resistencia $R3$, de ello obtenemos la ganancia de lazo abierto como la multiplicación del lazo abierto de la etapa de entrada y el lazo cerrado de la etapa de salida, que para el sistema que concediéramos este lazo es coincidente al lazo abierto, por lo que nos queda:

$$A_{OL} = \frac{-A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}$$

Remplazando en la ecuación de realimentación la funcion de transferencia sera:

$$H(s) = \frac{-\frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}}}{1 + \frac{A_{vol}^2}{1 + sRC A_{vol}} \beta} = -\frac{1}{\frac{1}{A_{vol}^2} + \beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{1 + A_{vol}^2 \beta}{RC A_{vol}}} + 1}$$

Si se considera que $A_{vol}^2 \beta \gg 1$ se puede simplificar la expresión:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_{vol}^2 \beta}{RC}} + 1}$$

Considerando un modelo de polo dominante $\Rightarrow A_{vol} = \frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1}$, donde $\omega_p = 2\pi \frac{GBW}{A_{vol}}$, tenemos:

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\frac{s}{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1} \beta} + 1}$$

$$H(s) = -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{s^2 \frac{RC}{\omega_p A_o \beta} + s \frac{RC}{A_o \beta} + 1}$$

Trayendo su forma a:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + s \frac{2\xi}{\omega_0} + 1} \quad (1)$$

Resulta a un filtro pasa-bajos de segundo orden con:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}} \frac{RC}{A_o \beta} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_p RC}{A_o \beta}}$$

Como la realimentación esta dada por $R3$ sabemos que $\beta = \frac{1}{(1 + \frac{R3}{R2})} = \frac{1}{301} \Rightarrow A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$.

2.3. Estudio de Resultados

Se espera obtener resultados similares a la de la hoja de datos siendo:

	TL081			LF356		
	Voff[mV]	Ib[pA]	Ioff[pA]	Voff[mV]	Ib[pA]	Ioff[pA]
Valor típico	3	30	5	3	30	3
Valor máximo	15	400	200	10	200	50

Tabla 1: Valores de las hojas de datos a 25°C

■ Medición de V_{off} :

Para medir la tensión de offset es necesario eliminar las otras variables incógnitas, por lo que se cierran S1 y S2 provocando que la diferencia de tensión de entrada en ambos pines sea aproximadamente nula dando solo lugar a la tensión de offset parásita en juego. De esta manera se obtuvo que:

$$V_{off} = -\frac{V_{out}}{(1 + \frac{R3}{R2})}$$

Note que el negativo es de la función es porque luego de la ganancia en la etapa de salida se procede a la etapa de salida, donde amplifica inversamente, o analíticamente también es posible justificarlo con la función de transferencia debido a que trabajamos a una frecuencia $f = 0Hz$ la ganancia es $H(s) = A_{CLideal} = -\frac{1}{\beta}$.

Los resultados obtenidos fuero:

Entrada (DUT)	Salida	Vout [mV]	Voff [mV]
TL081	TL081	-43.754	0.145
TL081	LF356	-38.295	0.127
LF356	LF356	429.7	-1.428
LF356	TL081	415.4	-1.380

■ Medición de I_b y I_{off} :

Como luego de medir V_{off} tenemos la tensión parásita que esta constantemente dentro del circuito es posible buscar las corrientes parásitas dentro del circuito.

Ib^+ se podrá medir abriendo el switch S2 y cortocircuitado R5 y encontrar la relación:

$$Ib^+ = \frac{1}{R6} \left(-\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} - V_{off} \right)$$

Ib^- se podrá medir abriendo el switch S1 y cortocircuitado R6 y encontrar la relación:

$$Ib^- = -\frac{1}{R5} \left(\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R3}{R2}\right)} + V_{off} \right)$$

Luego al medir observamos:

Entrada (DUT)	Salida		Vout [mV]	Ib+[pA]		Vout [mV]	Ib-[pA]	—Ib[pA]—	—Ioff[pA]—
TL081	TL081	Ib+	-31.996	-387	Ib-	-34.154	-315	351	72
TL081	LF356		-32.77	-181		-29.99	-274	227.5	93
LF356	LF356		419.7	336		449.8	-663	163.5	999
LF356	TL081		410	179		446.4	-1031	426	1201

Como podemos observar, si bien existe una diferencia al utilizar amplificador desiguales en la etapa de salida pero es posible identificar que los r azagos dominantes a la salida son las del DUT, o sea del amplificador a evaluar.

Por otra parte, al finalizar las mediciones de los dispositivos es notable la disparidad con los valores esperados, aunque los V_{off} están dentro de los rangos esperados, las corrientes presentan una mayor desigualdad. Estas diferencias son posibles de ser justificadas por la temperatura que está operando el sistema. Uno de las componentes afectadas por la temperatura es la resistencia, que a mayor temperatura estas generan mas ruido térmico. Otro es el amplificador que puede no estar operando a $25^\circ C$, es decir existe un mayor rango de error cuando se midieron las corrientes y tensiones, es por ello que el fabricante también incluye los datos del valor máximo de corriente Ib e $Ioff$ del integrado operando dentro de la temperatura de trabajo que son:

	TL081			LF356		
	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA])	Voff[mV]	Ib[nA]	Ioff[nA]
Valor máximo	20	10	2	13	8	2

Tabla 2: Valores de las hojas de datos a rango entero

De acuerdo a esta tabla los valores obtenidos de Ib y $Ioff$ podemos notar que efectivamente pudo haber influido en la medición la temperatura al que estaban trabajando.

Otro problema pudo ser provocado por la placa utilizada, esta es el Electronics Explorer que tiene un limite en la tensión que puede dar al amplificador operacional de $V_{dd} = \pm 9V$, la cual difiere con las especificaciones dadas por el fabricante que se test   a $V_{dd} = \pm 15$. Además, el Electronics Explorer en esencia es una protoboard, es decir una placa de testeo   til pero no son muy capaces cuando queremos mediciones precisas porque son mucho mas afectadas por el ruido externo e interno de la placa, esto nos lleva a mas errores durante la medición del circuito.

2.4. Evaluación del Circuito

2.4.1. Capacitor en Uso

Como el circuito introducido es vulnerable al ruido es inevitable el uso de un capacitor para realizar una medición del bias. Sin embargo la cuestión es cual capacitor seleccionar, para ello debemos recurrir a la función de transferencia mencionada en la ecuación 1. De aqui encontramos que:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_p A_o \beta}{RC}}$$

Teniendo en cuenta la información dada en la hoja de datos podemos calcular su frecuencia de corte:

	TL081	LF365
$A_{vol} [\frac{V}{mV}]$	200	200
GBW [MHz]	3	5
ω_p [Hz]	94	157
f_0 [Hz]	126	163

Es decir que los ruidos que son de aproximadamente $50Hz$ no se encuentran atenuadas para nuestro circuito. Entonces, si se desea atenuar el ruido debemos tener una frecuencia de corte $f_0 < 50Hz$ necesitaríamos un capacitor de:

$$C > \frac{\omega_p A_o \beta}{4\pi^2 R (50Hz)^2}$$

Lo cual para el TL081 el capacitor debe valer $C > 6.3\mu F$ y para el LF356 uno de $C > 10.6\mu F$.

2.4.2. Estabilidad del Circuito

Si se desea estudiar la estabilidad del circuito, nuevamente es esencial la función de transferencia de la ecuación 1. Por lo que se estudia las singularidades del sistema, o sea los polos del mismo.

$$S_{1,2} = \frac{-\frac{2\xi}{\omega_0} \pm \sqrt{\frac{4\xi^2}{\omega_0^2} - \frac{4}{\omega_0^2}}}{\frac{2}{\omega_0^2}} = -\omega_0 \xi \pm \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Siendo $\omega_0 \xi > \omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}$ en ambos circuitos con los diferentes opamps, el sistema resulta estable por tener los polos con parte real negativa.

2.4.3. Configuraciones

■ Inversión las entradas:

Si se invierten las entradas de los amplificadores, su amplificación en el sistema sufre leves alteraciones, cambiando el producto final de la función de transferencia.

- Invertir las entradas de la etapa de salida: En este caso la amplificación a lazo cerrado del circuito cambiara a:
- Invirtiendo las entradas de ambas etapas: Cuando se realiza esta acción sucede que:

$$A_{CL} = \frac{A_{vol}}{1 - sRCA_{vol}} \Rightarrow A_{OL} = \frac{A_{vol}^2}{1 - sRCA_{vol}}$$

Además, como ahora la entrada es una etapa de amplificación inversa:

$$\beta = -\frac{1}{\frac{R3}{R1}} = -\frac{1}{300}$$

■ Circuito de compensación:

Es posible la compensación de las tensiones de offset con ciertas configuraciones. Para este caso los propios fabricantes mencionan en la hoja de datos los siguientes circuitos con resistencias variables como muestran las siguientes figuras:

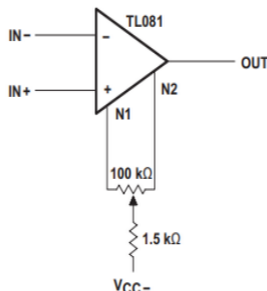


Figura 6: Compensación de offset del TL081 con $R = 100k\Omega$

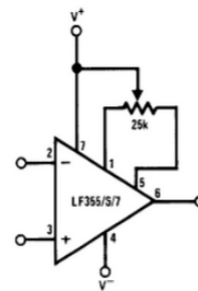


Figura 7: Compensación de offset del LF365 con $R = 25k\Omega$

Otra compensación posible es en las corrientes de bias para los circuitos de amplificación inversa con una resistencia en la entrada positiva con una $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ como se muestra en la figura:

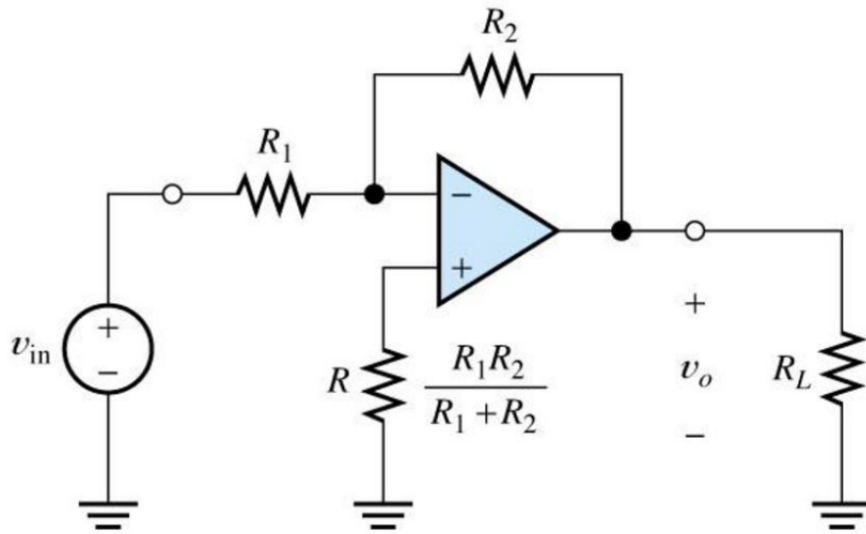


Figura 8: Compensación de Corriente de Bias

3. Circuito Integradores y Derivadores

3.1. Consideraciones generales

Para armar los circuitos propuestos por la cátedra se dispone de un amplificador operacional LM-833N. Los datos más importantes a considerar vistos en la hoja de datos son los siguientes:

- $A_{vol} = 110dB$
- $BWP = 15MHz$
- $\omega_b = 47Hz$

3.2. Circuito Derivador

A continuación, se realiza el análisis sobre el circuito derivador planteado por la cátedra utilizando un amplificador operacional *LM833* aplicado en el siguiente circuito.

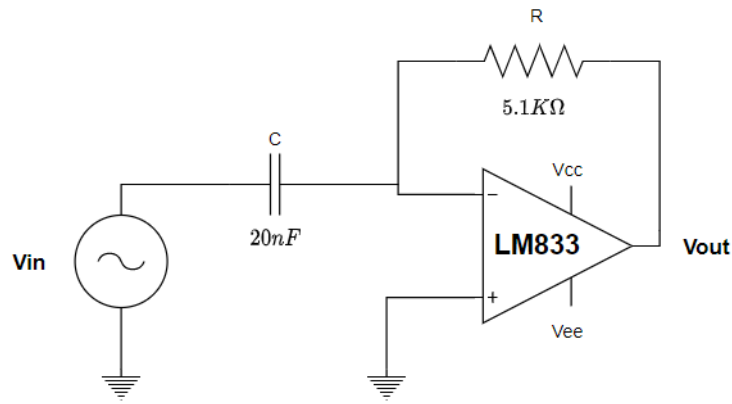


Figura 9: Circuito derivador implementado con Opamp

Se obtuvo una diferencia entre los valores teóricos y medidos de los componentes que se muestran en la siguiente tabla.

	C	R
Teórico	20 nF	5k1Ω
Medido	18.8 nF	5.27 Ω
ϵ_r	6.4 %	3.3 %

3.2.1. Respuesta en frecuencia

Consiguientemente, se procede a calcular la transferencia de tensión entra la entrada y salida del circuito.

En condición ideales, se considera que la ganancia del amplificador operacional es infinita, por lo que, basándonos en su ecuación característica (2), se puede asegurar que para mantener la relación $V^+ = V^-$, la resta entre ambos voltajes va a tender a 0.

$$V_{out} = A_0(V^+ - V^-) \rightarrow V_{out} = -A_0V^- \quad (2)$$

Por lo tanto, se pueden escribir a las corrientes del circuito como:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{X_c} = V_{in} \$ C_1 \quad I_2 = \frac{V_{out}}{R} \quad (3)$$

Considerando que $V^- = 0$ y que $I_1 = I_2$ se logra llegar a la transferencia bajo condiciones ideales:

$$H(\$) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -R\$C \quad (4)$$

Por otro lado, considerando a A_{vol} finito se vuelve indispensable reformular las ecuaciones vistas en 3 ya que al considerar un A_{vol} que no tiende a infinito se vuelve imposible asegurar que la tensión V^- sea nula. Bajo las nuevas circunstancias se obtienen:

$$I_1 = \frac{V_{in} - V^-}{X_c} = (V_{in} - V^-)C_1 \quad I_2 = \frac{V_{out} - V^-}{R} \quad (5)$$

Utilizando 2 y 5 se puede despejar la transferencia como:

$$H_1(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-R s C}{1 + \left(\frac{R s C + 1}{A_0} \right)} = - \left(\frac{A_{vol} R C}{A_{vol} + 1} \right) \frac{s}{\left(\frac{s}{\frac{A_{vol} + 1}{R C}} \right) + 1} \quad (6)$$

Se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_1(s) = H(s)$$

Obteniéndose la transferencia en condiciones ideales vista en 4.

Para finalizar se realiza un análisis considerando A_{vol} variante en frecuencia debido a la presencia de un polo dominante que le da una respuesta en frecuencia característica de un filtro pasa-bajos. La dependencia en frecuencia de la ganancia del opamp está dada por la siguiente fórmula:

$$A_v(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_b}} \quad (7)$$

Siendo A_0 la ganancia en lazo abierto del opamp y w_b la frecuencia del polo dominante, frecuencia para la cual el dispositivo atenúa 3 dB.

Reemplazando (7) en (6) se obtiene:

$$H_2(s) = \frac{-R s C}{\left(1 + \frac{1}{A_0} \right) + s \left(\frac{R C w_b + 1}{w_b A_0} \right) + \frac{s^2}{\frac{w_b A_0}{R C}}} \quad (8)$$

Esta ecuación se puede dividir según su ganancia ideal G_I y su factor de corrección F_c de la siguiente forma:

$$G_I = -R s C \quad F_c = \left(1 + \frac{1}{A_0} \right) + \frac{s(R C w_b + 1)}{w_b A_0} + \frac{R s^2 C}{w_b A_0}$$

Siguiendo el mismo procedimiento aplicado para $H_1(s)$, se puede formular:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} H_2(s) = \lim_{A_0 \rightarrow \infty} G_I F_c = G_I = H(s)$$

Las expresiones obtenidas se plasman en el siguiente gráfico, pudiéndose observar una mayor precisión a medida que se usan modelos más realistas sin consideraciones ideales.

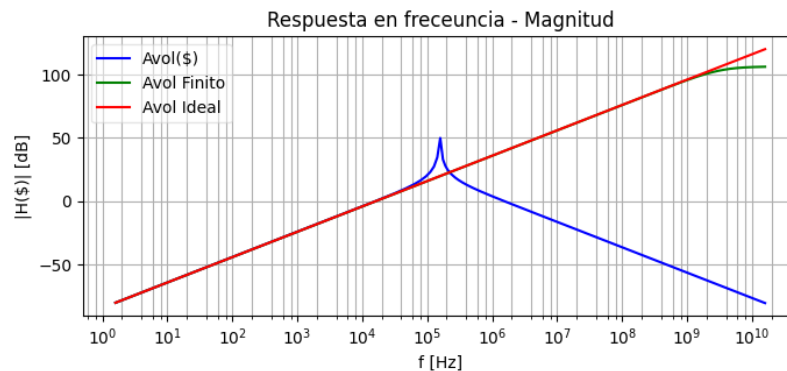


Figura 10: Respuesta en frecuencia teóricas - Módulo

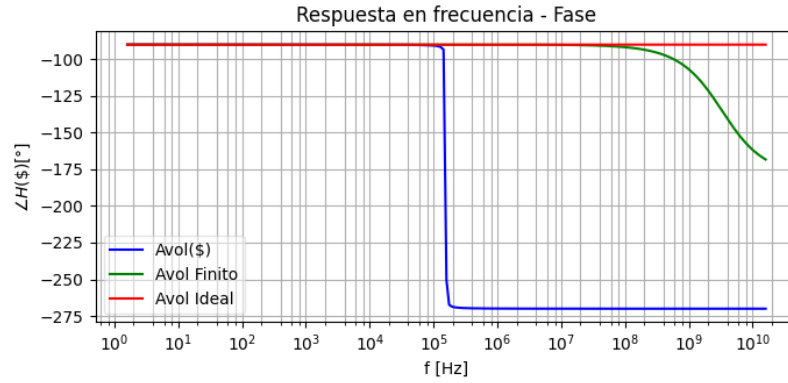


Figura 11: Respuesta en frecuencia teóricas - Fase

A mayores frecuencias se puede observar un par de polos conjugados en el modelo de A_{vol} finito, cuya frecuencia se puede despejar de la función transferencia 3.2.1, tomando la misma el siguiente valor:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{w_b(A_0 + 1)}{RC}} \approx 154.5 \text{ KHz} \quad (9)$$

Por otro lado, al considerar que el sobrepico presente es de magnitud considerable y que el cambio de fase es rápido, se esperara un ξ relativamente bajo que indique un circuito sumamente subamortiguado. Dicho valor se puede despejar de 3.2.1 como el valor anterior:

$$\xi = \frac{w_0(RCw_b + 1)}{2A_0w_b} \approx 5.22 \times 10^{-3} \quad (10)$$

Tomando en consideración A_{vol} finito, se observa la transferencia hallada en 6. De la misma se desprende la presencia de un polo en:

$$f = \frac{A_{vol} + 1}{RC} \approx 508 \text{ MHz} \quad (11)$$

Esto coincide con lo visto en el gráfico ya que aproximadamente una década por debajo empieza un desfasaje de -90° que termina una década por encima. Bajo lo anteriormente expuesto, los cálculos despejados de la ecuación coinciden con lo visto en los gráficos. A fines prácticos, dicho polo no es de interés ya que el circuito no será utilizados a altas frecuencias.

A continuación, se presentan la respuesta en frecuencia tanto simulada como medida en el circuito.

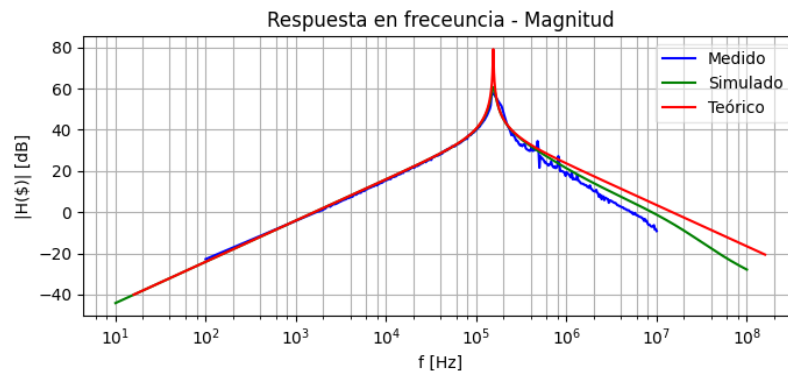


Figura 12: Comparación respuesta en frecuencia - Módulo

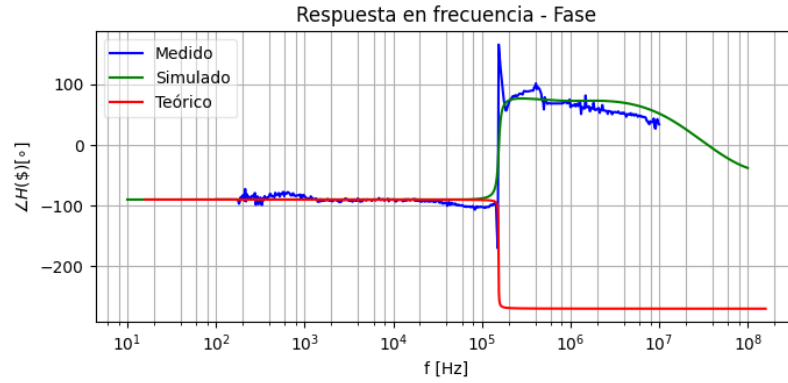


Figura 13: Comparación respuesta en frecuencia - Fase

Observando las figuras anteriores, se hace presente una correcta correlación entre el modelo teórico, la experiencia simulada y su realización empírica. Al ser de interés su comportamiento como derivador el circuito tendrá que ser usado a una frecuencia inferior a los 100KHz , frecuencias para las cuales el comportamiento es consistente para los tres casos.

Consideramos pertinente comentar los problemas presentes al intentar medir el sobrepico de la respuesta en frecuencia debido a que el equipo *Electronic Explorer* realiza el barrido en frecuencia usando una señal de entrada configurable de un 1V , la cual al estar en el pico, es amplificada en más de 40dB . Dicha amplificación nos producía que el sistema se fuera de escala, siendo imposible detectarlo. Por otro lado, al experimentar con una tensión de entrada menor, la señal ya se perdía junto con el ruido de alta frecuencia presente en el sistema.

Para sortear dicho problema se implementó el circuito mostrado en 14, utilizando un atenuador de 40dB más un buffer, de manera tal de separar las etapas y que no se carguen entre si. De esta manera, se logró medir efectivamente el pico postulado tanto en el modelo simulado como el teórico.

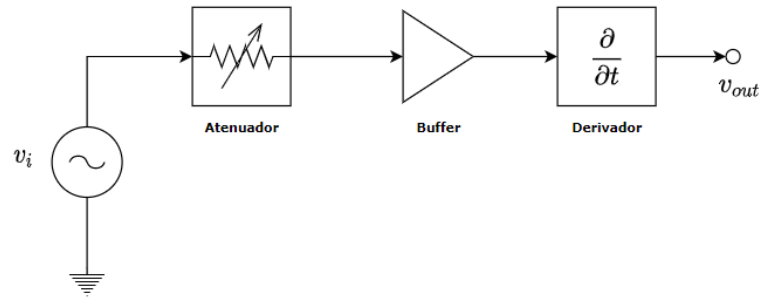


Figura 14: Circuito de medición para la respuesta en frecuencia

3.2.2. Impedancia de entrada

Para calcular la impedancia de entrada se procede con el mismo análisis que para la transferencia, considerando los distintos modelos para la ganancia del opamp. Para el primer caso, el hecho de poseer una A_{vol} de carácter infinito induce una tierra virtual perfecta en V^- , permitiendo llegar a:

$$Z_{in1} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \quad (12)$$

Por otro lado, al considerar una ganancia finita, se puede despejar de 5 y 2 la impedancia de entrada para el caso no ideal.

$$Z_{in2} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \left(\frac{1}{1 - \frac{R s C}{1 + A_0 + R s C}} \right) \quad (13)$$

Se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} Z_{in_2} = Z_{in_1}$$

Para finalizar, se reemplaza la variación en frecuencia del opamp dada por 7, obteniéndose:

$$Z_{in3} = \frac{V_i}{I_1} = \frac{1}{sC} \frac{1}{1 - \frac{R s C + \frac{R s^2 C}{w_b}}{\frac{R s^2 C}{w_b} + s(RC + \frac{1}{w_b}) + (1 + A_0)}} \quad (14)$$

También, se puede validar esta ecuación considerando:

$$\lim_{A_0 \rightarrow \infty} Z_{in3} = Z_{in_1}$$

Las expresiones obtenidas se plasman en el siguiente gráfico, pudiéndose observar una mayor precisión a medida que se usan modelos más realistas sin consideraciones ideales.

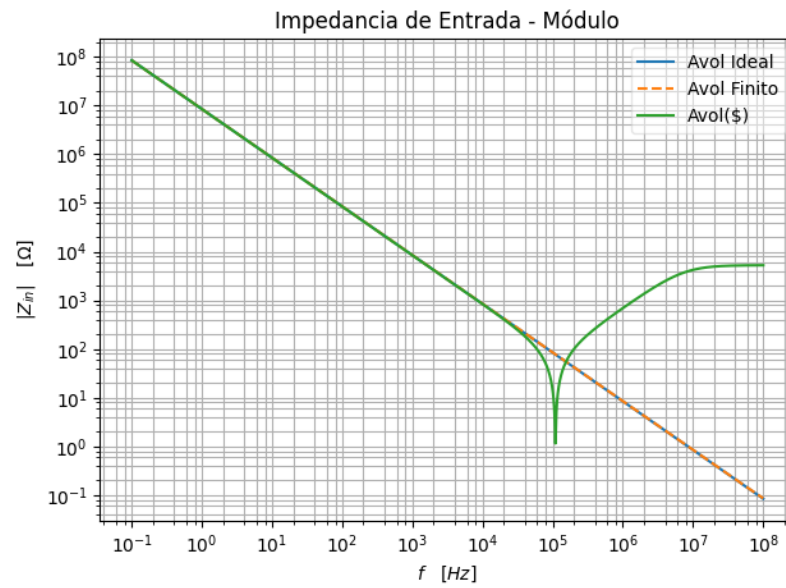


Figura 15: Impedancias de entrada teóricas - Módulo

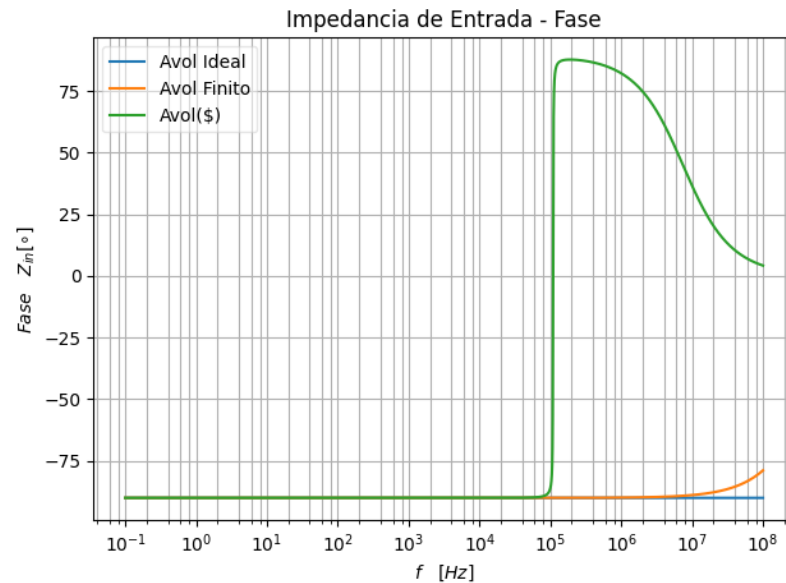


Figura 16: Impedancias de entrada teóricas - Fase

A continuación, se presentan la impedancia de entrada tanto simulada como teórica en el circuito.

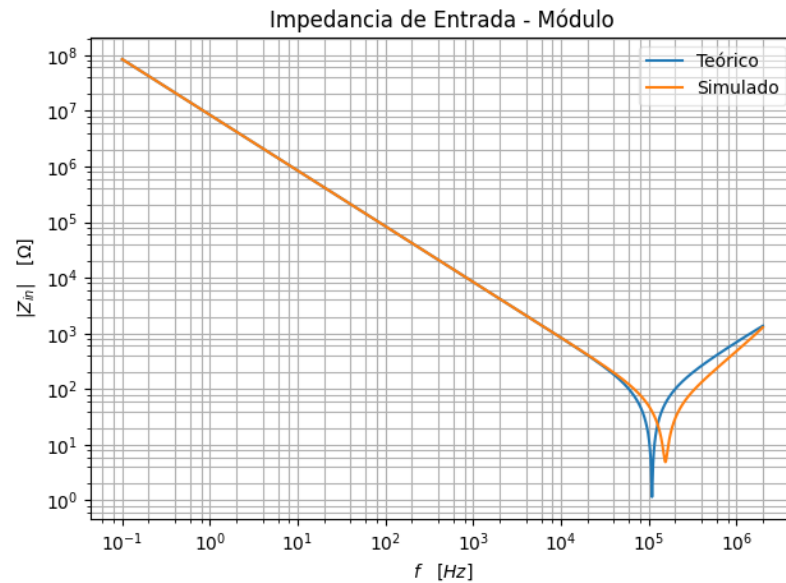


Figura 17: Comparación Impedancias de entrada - Módulo

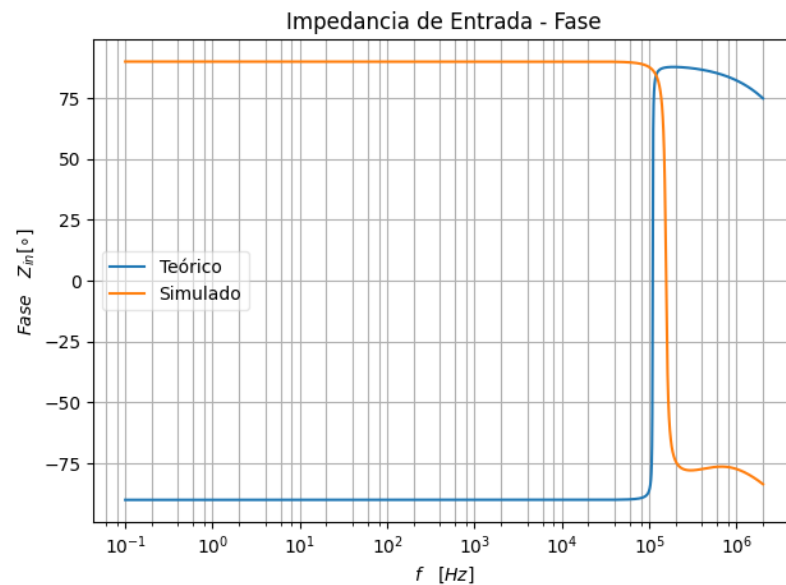


Figura 18: Comparación Impedancias de entrada - Fase

Observando las figuras anteriores, se puede observar una correcta correlación entre la impedancia de entrada y las transferencias obtenidas vistas en 12 y 13. Al ponerse el capacitor en corto alrededor de los 150 KHz ocurre el mínimo de impedancia, se observa la coincidencia de sobrepico en el gráfico de transferencia. Por otro lado, el sobrepico menos abrupto se debe a que el modelo simulado del capacitor contiene una resistencia serie o paralela que no permite que su impedancia se haga realmente nula.

3.2.3. Respuesta ante una senoidal

A continuación, previo al análisis de la respuesta del circuito ante una senoidal, se hace una análisis de las frecuencias de operación del circuito que servirán como base para posteriores análisis.

Como primer consideración, se puede afirmar que el comportamiento como derivador, la zona de estudio sobre la cual hay interés, coincide para los tres modelos propuestos, por lo tanto, se toma el modelo más sencillo de transferencia

dado por 4, considerando un A_{vol} infinito. En dicho caso, el modulo de la transferencia será proporcional a la frecuencia, estando dado por:

$$|H(f)| = \frac{CRf}{2\pi} \quad (15)$$

Despejando de la función transferencia 4 se puede observar que la frecuencia de ganancia unitaria del circuito está dada por:

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} \approx 1.6KHz \quad (16)$$

Dicho valor coincide con el observable en el gráfico 12.

Por debajo de f_t se podrán lograr atenuaciones de hasta $50dB$ a frecuencias bajas y ganancias de hasta $40dB$ justo antes del polo dominante del circuito, punto en el cual el derivador deja de cumplir su función.

Habiendo realizado todas las consideraciones anteriores, se analiza la respuesta del sistema ante una señal senoidal de frecuencia $1.6KHz$, esperando observar su comportamiento derivador con una ganancia unitaria.

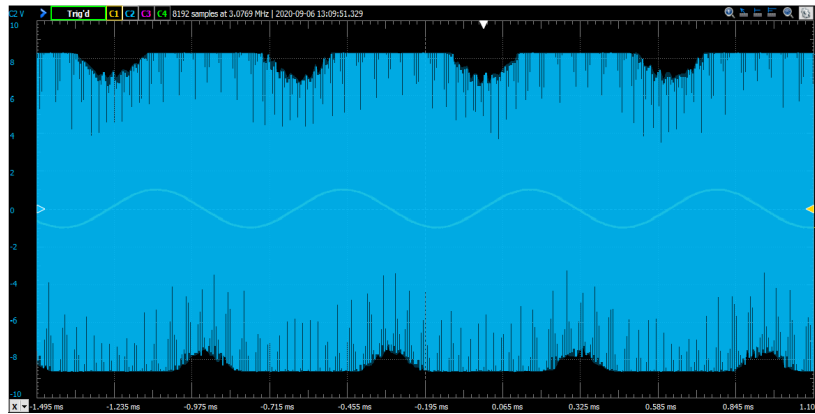


Figura 19: Ruido de alta frecuencia generado por el THD del generador

Lamentablemente, no se observa lo esperado debido a que la experiencia empírica dista en gran medida del modelo teórico, esto se debe a factores y limitaciones que no estamos considerando. Para este caso en particular, lo que está sucediendo es que el generador de funciones del equipo no es un generador ideal, siendo incapaz de ofrecer una señal que sólo tenga componentes en la frecuencia deseada, poseyendo una composición armónica parásita denominada distorsión armónica (*THD*). Para este caso en particular, la THD del generador es alta.

Los componentes parásitos de alta frecuencia de la señal se ven amplificados según la transferencia vista en 12, dicho análisis coincide con el visto mediante en el analizador de espectro del equipo en el siguiente gráfico.

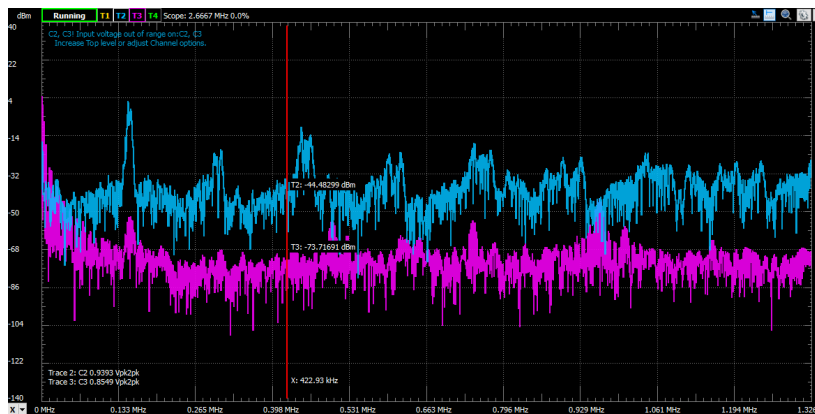


Figura 20: Análisis espectral del THD

La señal azul es la observada en la salida del derivador mientras que la violeta es su correlativa a la entrada. A simple vista, los componentes parásitos de la señal de entrada no son distinguibles del piso de ruido, sin embargo

para valores cercanos al pico de transferencia se produce una gran amplificación de los mismos, generando el ruido observado en 19.

Por ende, para resolver este problema se utiliza un filtro pasa-bajos a la entrada para filtrar los componentes parásitos de alta frecuencia provistos por la fuente. El sistema de medición utilizado es el siguiente:

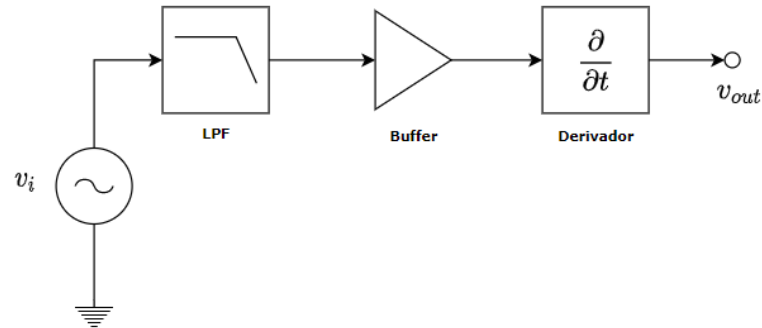


Figura 21: Circuito implementado para reducir el ruido

La frecuencia de corte será una década por encima de la frecuencia de la senoidal buscada, en este caso 16KHz . Por otro lado, habrá que tener en consideración el desfase agregado de -90° .

Implementado este sistema, se puede observar lo siguiente:

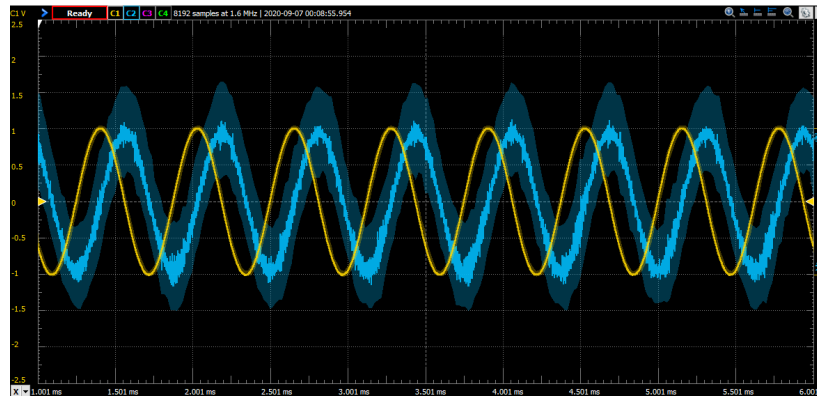


Figura 22: Respuesta medida del sistema ante una señal senoidal de 1K6 Hz

A continuación, se grafica la comparación entre el la respuesta del sistema teórico, medido y simulado.

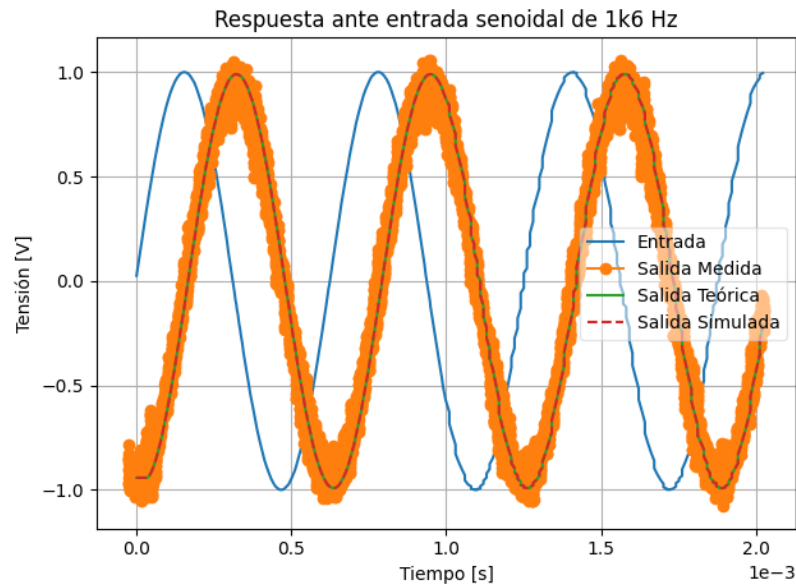


Figura 23: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal senoidal de 1K6 Hz

Se puede apreciar una excelente correlación entre los tres sistemas planteados.

Para continuar con el análisis del derivador implementado, se estudiará la respuesta del sistema ante una señal triangular. Para este caso, se elimina el filtro pasa-bajos ya que deformaría en gran medida la señal de la entrada.

Como primer análisis, se elige una señal de amplitud 1V y frecuencia 1.6KHz, la misma coincide con su frecuencia de ganancia unitaria por lo que se esperará que la señal de salida no vea modificada su amplitud. De otra manera, lo que si se verá modificado será la forma de la señal, esperando obtener una señal cuadrada a la salida.

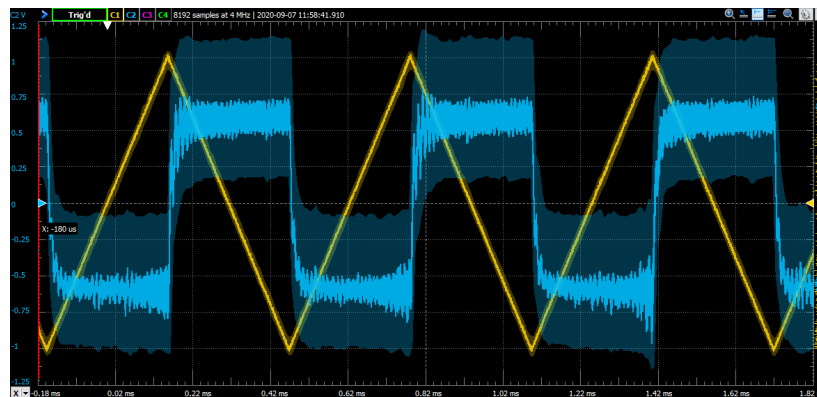


Figura 24: Respuesta medida del sistema ante una señal triangular de 1K6 Hz

Teniendo en consideración lo observado en la imagen anterior, se puede sostener que se obtiene lo esperado, una señal cuadrada de igual magnitud. El gran nivel de ruido se debe a la presencia de componentes de alta frecuencia de la triangular que son amplificadas por el derivador.

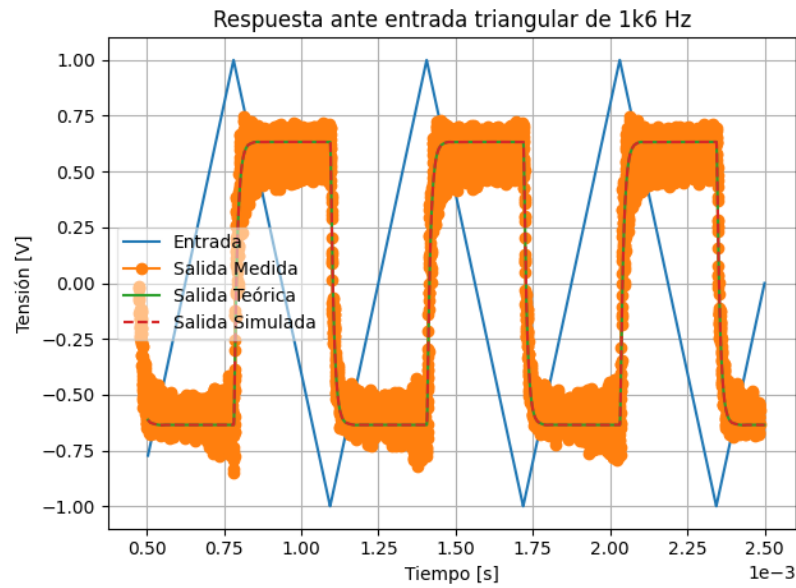


Figura 25: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal triangular de 1K6 Hz

El siguiente caso a analizar es el de una señal triangular de amplitud de $1V$, pero con una frecuencia que se encuentra una década por debajo de la frecuencia de ganancia unitaria, es decir, utilizaremos una frecuencia de $160Hz$. Observando el gráfico de transferencia visto en 12, es de esperar una atenuación de $20dB$ en la señal de salida.

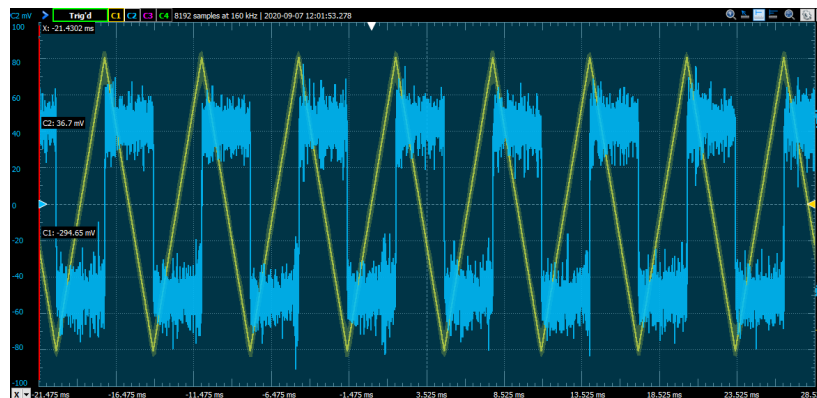


Figura 26: Respuesta medida del sistema ante una señal triangular de 160 Hz

La salida coincide con lo esperado, siendo una señal cuadrada de amplitud $100mV$. Por otro lado, también se observa un mayor nivel de ruido, esto se debe a que el piso de ruido de alta frecuencia se hace más notorio al trabajar con amplitudes más pequeñas.

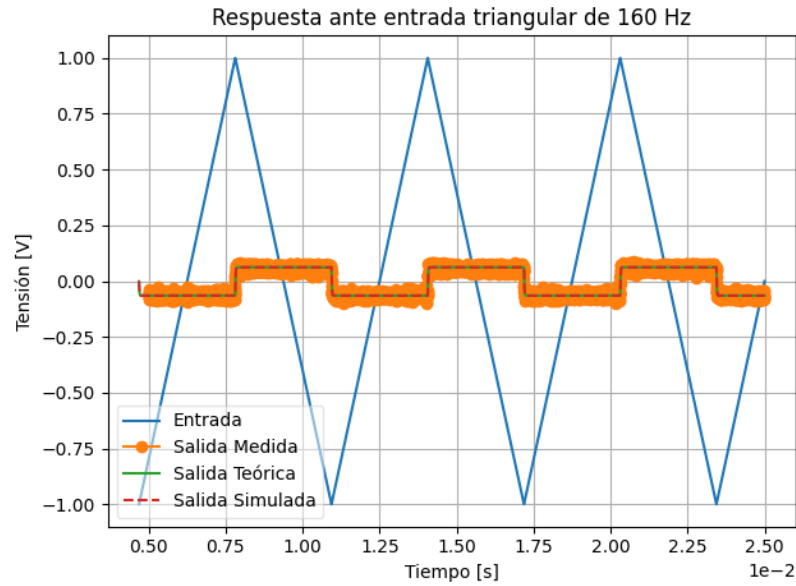


Figura 27: Comparación de la respuesta del sistema ante una señal triangular de 160 Hz

3.2.4. Compensación

En este apartado se realizará un análisis sobre la colocación de una resistencia de compensación R_C en el circuito para mejorar su funcionamiento, atenuando el sobrepico presente a altas frecuencias, alrededor de los 150 KHz .

Como se puede observar en las gráficas ya presentadas de Z_{in} y $H(s)$ (12 y 17), el sobrepico se debe a que la impedancia del capacitor se vuelve mínima, siendo equivalente a un cortocircuito, de esta manera, la impedancia de entrada se hace casi cero, permitiendo una transferencia extremadamente alta.

Para corregir dicho inconveniente, es necesario colocar una resistencia de bajo valor en serie con el capacitor del circuito mostrado previamente en 14. De esta manera, cuando la impedancia del capacitor baje llegará un punto en el que la misma se haga del orden de la resistencia, evitando la situación de cortocircuito y el sobrepico. Para este punto, el circuito se comportará como un inversor.

Cuando nos referimos a bajo valor hacemos referencia a un valor tal que no afecte el funcionamiento normal del derivador, ya sea modificando su transferencia y/o impedancia de entrada. Para calcular el valor de resistencia a colocar, se analiza la impedancia del capacitor a dicha frecuencia, siendo la misma:

$$X_c = \frac{1}{2\pi * 80\text{ KHz} * 18.88\text{ nF}} \approx 100\Omega$$

Basándonos en el razonamiento anterior, se utilizará una resistencia R_C en serie con el capacitor del sistema de valor nominal 100Ω .

Los resultados experimentales se presentan a continuación:

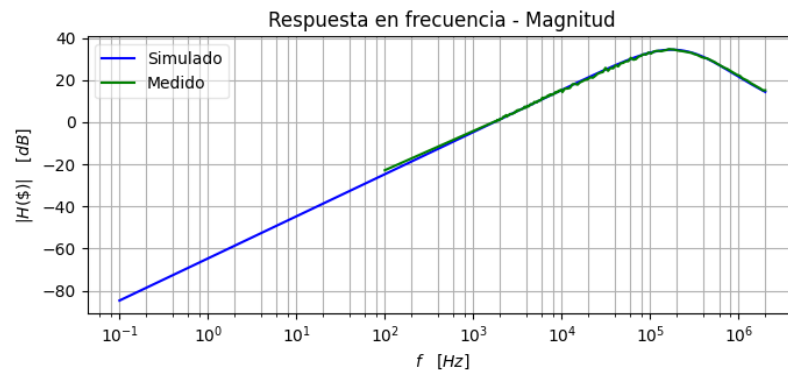


Figura 28: Transferencia compensada - Diagrama de magnitud



Figura 29: Transferencia compensada - Diagrama de fase

Como es de esperar, la transferencia compensada medida coincide con la simulada para nuestro modelo de amplificador operacional. Consiguientemente, se procede a comparar los dos sistemas, con y sin compensación.

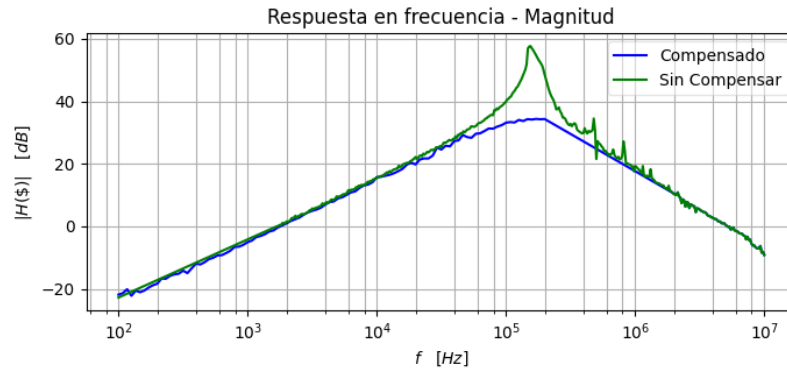


Figura 30: Comparación de las transferencias - Diagrama de magnitud

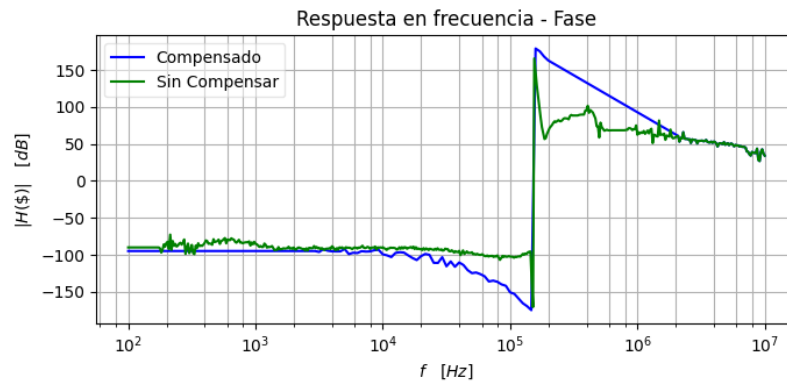


Figura 31: Comparación de las transferencias - Diagrama de fase

Como conclusión, se puede afirmar que la compensación se produjo con éxito, teniendo como resultado un sistema con menor sobrepico, produciéndose una atenuación de aproximadamente 30dB para dicha frecuencia, otorgándole a la respuesta en frecuencia del circuito mayor estabilidad. Por otro lado, el agregado de la R_C no modifica la transferencia del circuito original, comportándose de igual manera a frecuencias menores a los 150KHz , zona de interés para el uso de nuestro derivador.

Respecto a la fase, no se observan cambio alguno en la fase de ambos sistemas respecto a la frecuencia para la cual el desfase es 90° . Sin embargo, la presencia de R_C suaviza el cambio de fase respecto a los valores medidos en su ausencia.

3.3. Circuito Integrador

3.3.1. Introducción

Se realizó el análisis de un circuito integrador con amplificador operacional, utilizando los mismos elementos que para el caso del circuito derivador pero dispuestos de la siguiente manera:

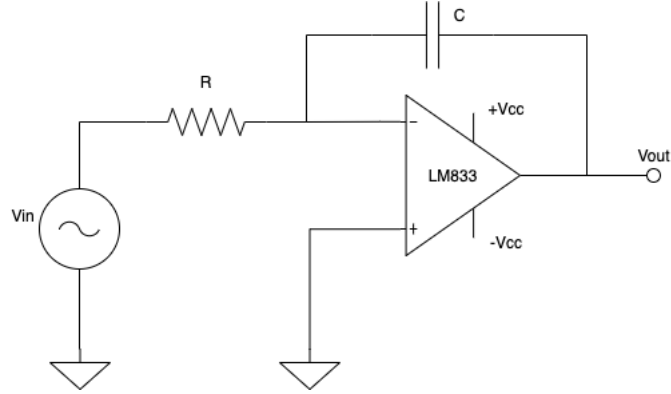


Figura 32: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

A continuación se procederá a calcular teóricamente el valor de las funciones transferencia para los casos en donde el amplificador operacional tiene un comportamiento ideal, con A_{vol} finito y $A_{vol}(w)$ con polo dominante.

3.3.2. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP ideal

Para obtener la función transferencia en este caso, $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$, partiremos de las siguientes condiciones iniciales para el amplificador operacional:

- $A_{vol} : \infty$
- $Z_{in} : \infty$
- $Z_{out} : 0$

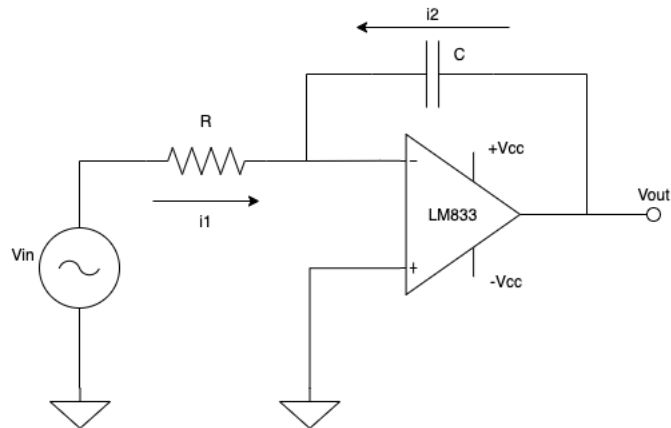


Figura 33: Diagrama del circuito integrador ideal empleado

Podemos observar a simple vista que:

- $i1 = -i2$
- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out} - V^-}{X_c}$
- $V_{out} = A_{vol}(V^+ - V^-)$

Como $A_{vol} \rightarrow \infty$ y V_{out} es finito, $(V^+ - V^-) \rightarrow 0$ y como V^+ está conectado a tierra, V^- representa tierra virtual, por lo cual su valor es de $0V$.

Entonces, redefiniendo las ecuaciones anteriores:

- $i1 = \frac{V_{in}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out}}{X_c}$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in}}{R} = -\left(\frac{V_{out}}{X_c}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{X_c}{R} = -\frac{1}{SRC}$$

$$H(S) = -\frac{1}{SRC}$$

Queda demostrado teóricamente el comportamiento del sistema como integrador en todo el rango de frecuencias, ya que si antitransformamos la función de transferencia obtenida implicará que para obtener $v_{out}(t)$ habrá que integrar $v_{in}(t)$ en el dominio del tiempo por tener el factor en el dominio de Laplace de $L(S) = \frac{1}{S}$. Luego se demostrará que por otras limitaciones, el circuito no funcionará como integrador en todo el rango de frecuencias.

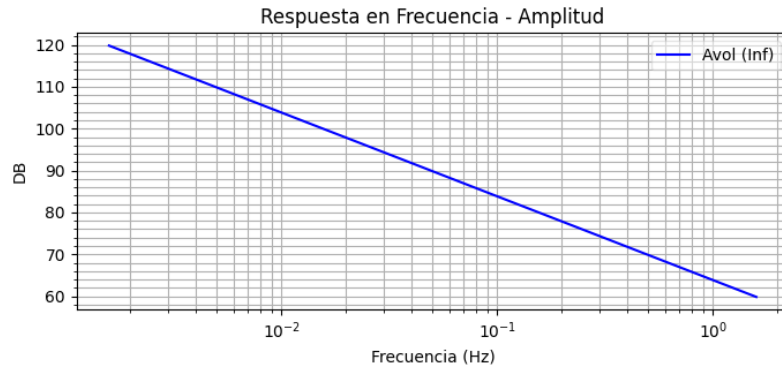


Figura 34: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP ideal

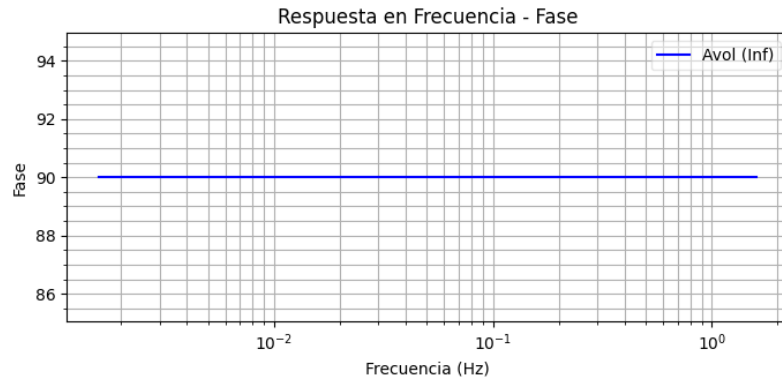


Figura 35: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP ideal

3.3.3. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con A_{vol} finito

A diferencia del caso anterior, para el cálculo de la función transferencia, $H(S) = \frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)}$, partiremos de las condiciones planteadas previamente, excepto:

- $A_{vol} : finito$

Utilizando entonces las mismas relaciones, se puede observar ahora que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^- \Rightarrow V^- = \frac{-V_{out}}{A_{vol}}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \blacksquare i1 &= \frac{V_{in} - V^-}{R} = \frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} \\ \blacksquare i2 &= \frac{V_{out} - V^-}{X_c} = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c} \end{aligned}$$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} = -\left(\frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{X_c}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1}{A_{vol}} + \frac{1}{A_{vol}SCR})} = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1}{A_{vol}}) + \frac{1}{A_{vol}}}$$

Finalmente:

$$H(S) = \frac{-A_{vol}}{SCR(A_{vol} + 1) + 1}$$

Es importante notar que siendo la ganancia para el caso ideal, donde A_{vol} es ∞ , $GI = -\frac{1}{SCR}$, la función transferencia se puede representar para este caso como $H(S) = GI \cdot \frac{-A_{vol}}{SCR(A_{vol} + 1) + 1}$. Y si A_{vol} es lo suficientemente grande, tendremos la función transferencia ideal nuevamente del primer caso analizado para el circuito integrador.

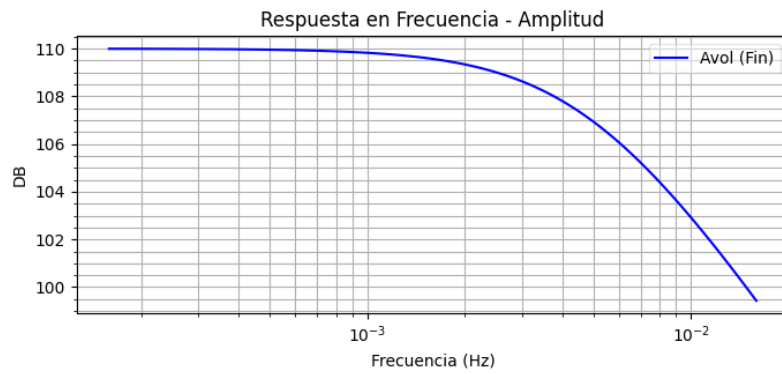


Figura 36: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP con A_{vol} finito

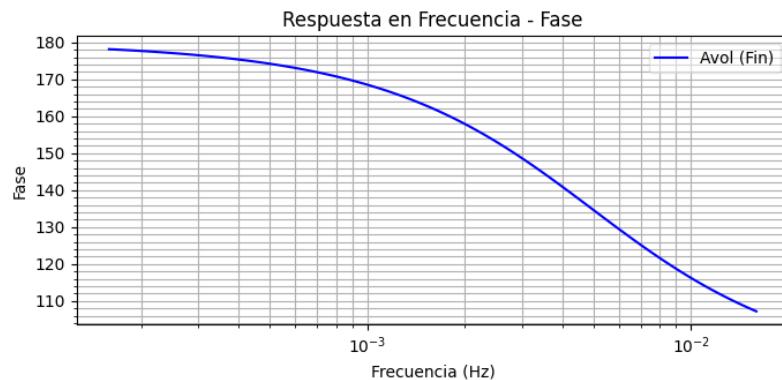


Figura 37: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP con A_{vol} finito

3.3.4. Análisis de la Transferencia del Circuito Integrador - OPAMP con $A_{vol}(w)$

En este último caso de análisis, A_{vol} no es constante sino que es función de la frecuencia según:

$$A_{vol}(S) = \frac{A_0}{1 + \frac{S}{w_b}}$$

Por lo cual utilizando la expresión para la función transferencia calculada en el caso anterior, y evaluando en $A_{vol}(w)$:

$$H(S) = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1+\frac{1}{SCR}}{A_{vol}})} \Rightarrow H(S) = \frac{-1}{SCR(1 + \frac{1+\frac{1}{SCR}}{\frac{A_0}{1+\frac{S}{w_b}}})}$$

Reacomodando algebraicamente:

$$H(S) = -\frac{1}{S^2 \frac{CR}{A_o W_b} + SCR(1 + \frac{1}{A_o} + \frac{1}{W_b A_o CR}) + \frac{1}{A_o}}$$

Finalmente:

$$H(S) = -\frac{A_0}{S^2 \frac{CR}{W_b} + SCR(A_0 + 1 + \frac{1}{W_b CR}) + 1}$$

Podemos observar que si A_o es muy grande, nuevamente estaremos en el caso donde la ganancia que obtendremos será la ideal para este circuito.

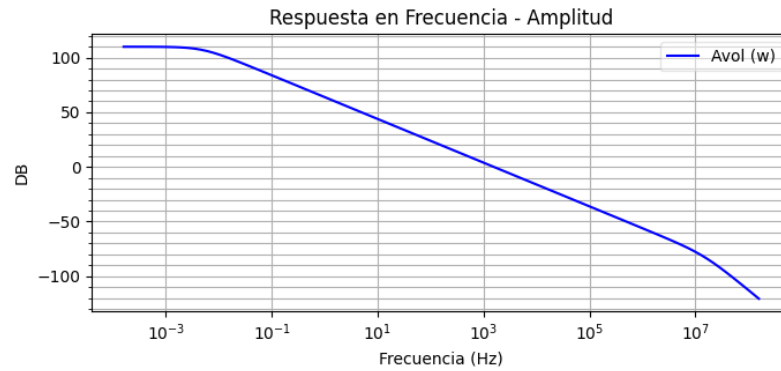


Figura 38: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para OPAMP con $A_{vol}(w)$

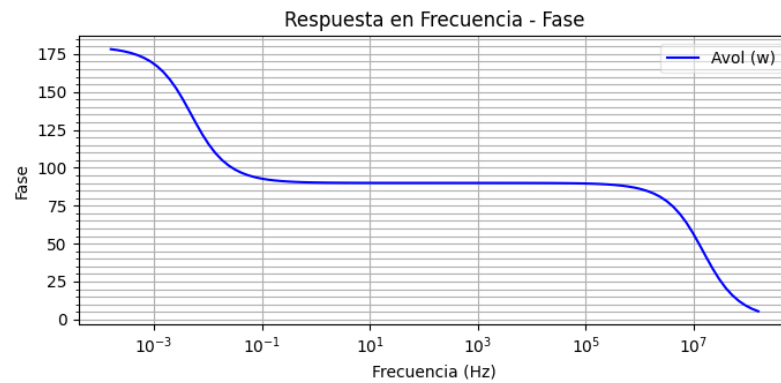


Figura 39: Respuesta en Frecuencia - Fase para OPAMP con $A_{vol}(w)$

Comparando los tres casos, podemos observar que en determinado rango de frecuencias el comportamiento entre los tres casos es muy similar:

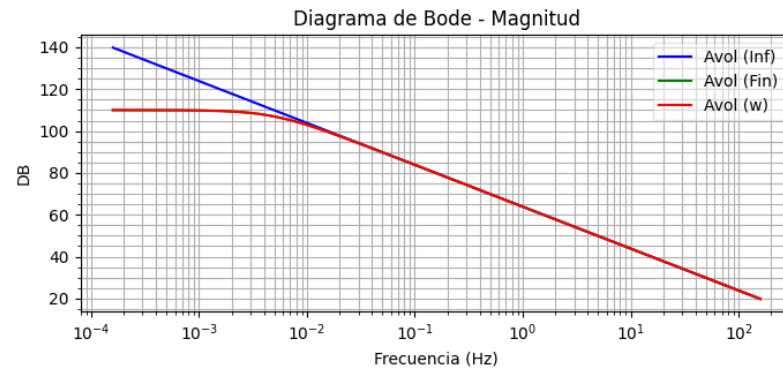


Figura 40: Respuesta en Frecuencia - Amplitud para los tres modelos de OPAMP

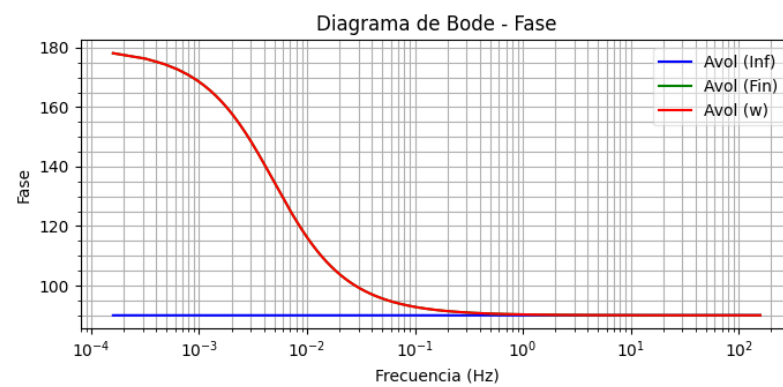


Figura 41: Respuesta en Frecuencia - Fase para los tres modelos de OPAMP

Se puede afirmar que en la intersección de las tres curvas para ambos gráficos, el circuito se comportará como integrador. Para el caso en el que $A_{vol}(w)$, observamos el efecto del polo dominante del amplificador operacional en el primer cambio de la fase (aproximadamente en $4.93mHz$).

Para aportar un valor adicional al análisis y contrastar lo obtenido teóricamente, se realizó la simulación correspondiente en el software *LTSpice*. Lo obtenido para la respuesta en frecuencia con los elementos mencionados previamente es:

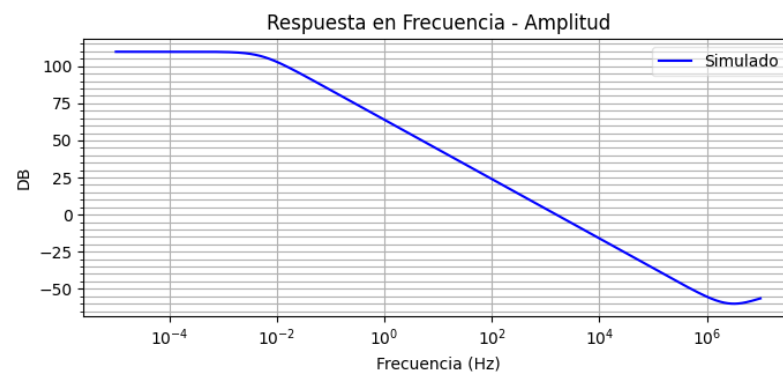


Figura 42: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud para Circuito Integrador

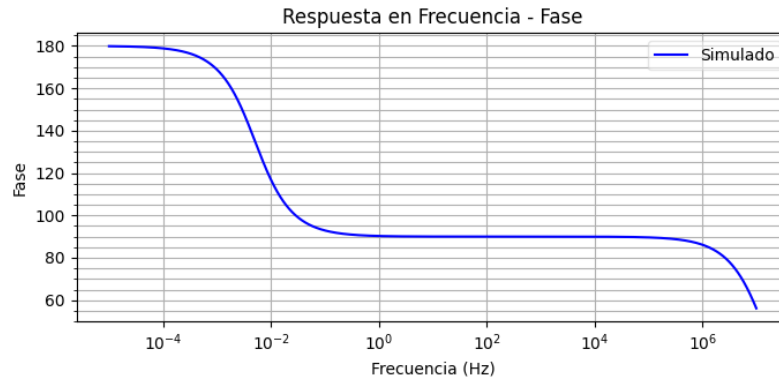


Figura 43: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase para Circuito Integrador

Se puede observar que los resultados de la simulación muestran total similitud con lo analizado teóricamente para el caso $A_{vol}(w)$.

3.3.5. Análisis de Entrada Senoidal al circuito integrador

Se inyectó una señal senoidal variando su amplitud y frecuencia para analizar el comportamiento y la respuesta del circuito. Se tiene en cuenta que para frecuencias bajas, la ganancia del circuito es alta y podría generar saturación en la salida del circuito $v_{out}(t)$. Además de ello, para frecuencias muy altas, la atenuación es tan grande que los valores a analizar se encuentran dentro de los rangos de error de los elementos de medición del *Electronic Explorer Board* y a su vez se mezclan con ruido haciendo que las mediciones pierdan precisión.

Como el máximo voltaje posible de alimentación del *Electronic Explorer Board* es de $9V$, no se podrá obtener una amplitud en la señal de salida mayor a dicho voltaje. En primera instancia, se pudo observar que el circuito cumple su cometido. Integra la señal, es decir, si a la entrada tenemos una señal senoidal, a la salida tendremos una señal cosenoidal de signo opuesto. En segunda instancia, el circuito amplifica o disminuye la amplitud de la señal de entrada dependiendo esta situación de la frecuencia. A frecuencias muy bajas, la señal será amplificada y a frecuencias muy altas, la amplitud se ve reducida, ya que como previamente se mencionó, la ganancia ideal está determinada por $\frac{-1}{sRC}$.

Partiendo de que para el caso ideal:

$$|H(jw)| = \frac{1}{wRC}$$

Podemos mencionar que teóricamente el circuito atenuará la amplitud de una señal para valores de frecuencia aproximados de:

$$\frac{1}{wRC} \leq 1 \rightarrow w \geq \frac{1}{RC} \rightarrow f \geq \frac{1}{2\pi RC} \rightarrow f \geq 1560Hz$$

Entonces el circuito aumentará la amplitud de la señal de salida con respecto a la señal de entrada para valores de frecuencia aproximados de:

$$f \leq 1560$$

A medida que la frecuencia disminuye, se puede ver que la ganancia es cada vez mayor pero ésta estará limitada por el valor A_0 del amplificador operacional utilizado que es de $110DB$ o aproximadamente una ganancia en veces de 316000 , valores que nunca serán alcanzados en este caso, ya que no es posible trabajar con frecuencias tan bajas, tal que se pueda llegar a ese caso y su vez con efectos de saturación aun para amplitudes del orden de los mV .

Para ejemplificar lo descripto, se utilizan las siguientes imágenes obtenidas con el Osciloscopio del *Electronic Explorer Board*. En cada caso, se tomó la máxima amplitud posible para la frecuencia en la cual se realizaba la medición en la señal inyectada. En el Canal 1, se midió la señal de entrada y en el Canal 2, la señal de salida.

En el primer caso se puede observar el desfase correspondiente entre las señales y a su vez la gran ganancia en la amplitud de la señal de salida.

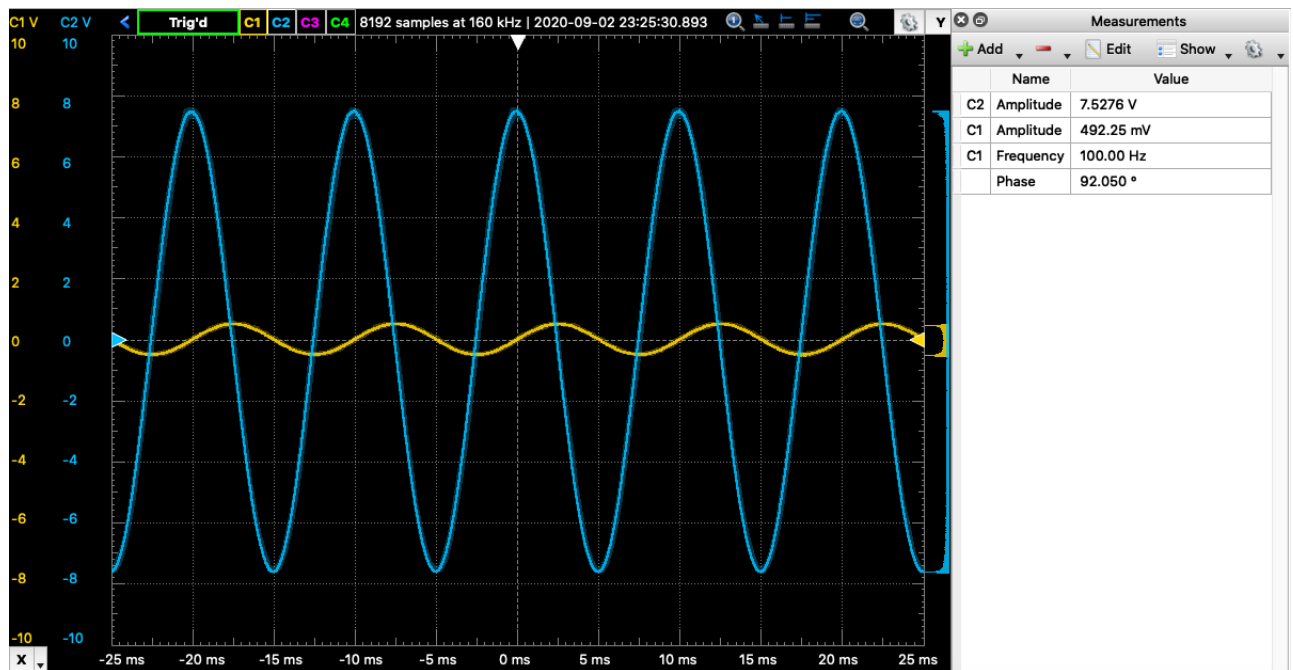


Figura 44: Señal de Entrada Senoidal y Señal de Salida - Frecuencia 100 Hz

En el segundo caso, se pudo observar también el desfase pero la ganancia de amplitud ya reducida como era esperado al aumentar la frecuencia.

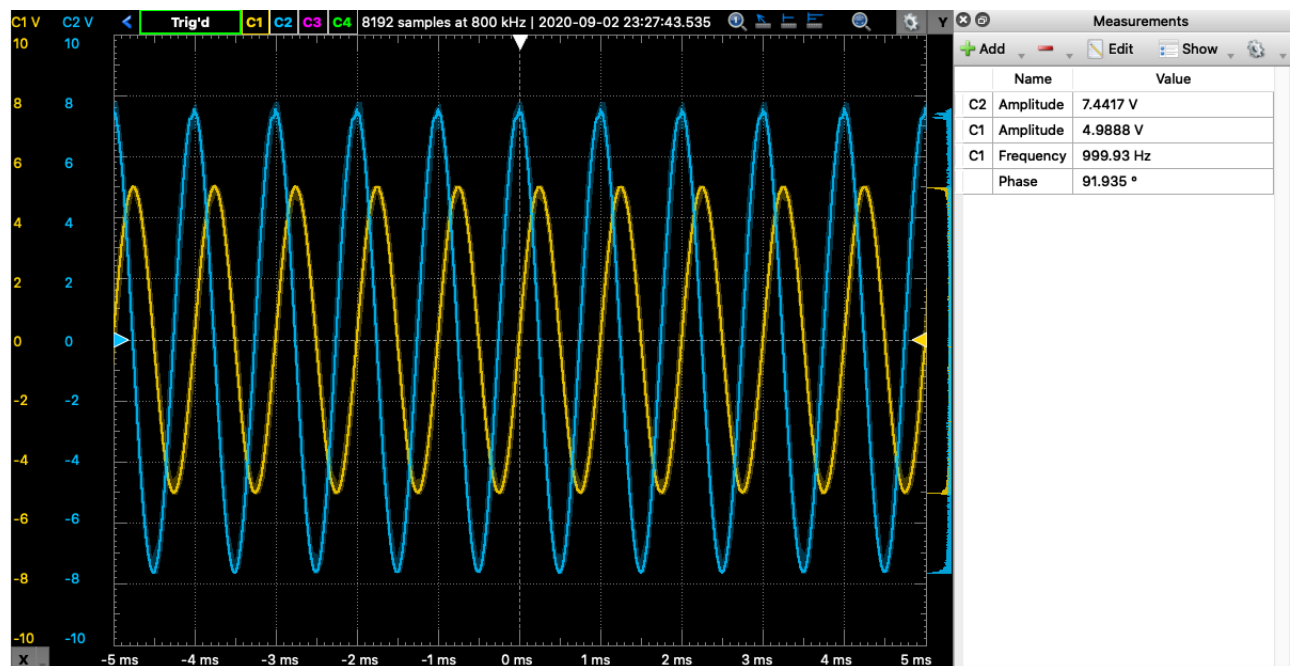


Figura 45: Señal de Entrada Senoidal y Señal de Salida - Frecuencia 1 KHz

Finalmente, para una frecuencia de 10 KHz, la señal de salida ha reducido notablemente su amplitud en comparación a la señal de entrada. Además de ello, se observan sobrepicos en la señal de salida.

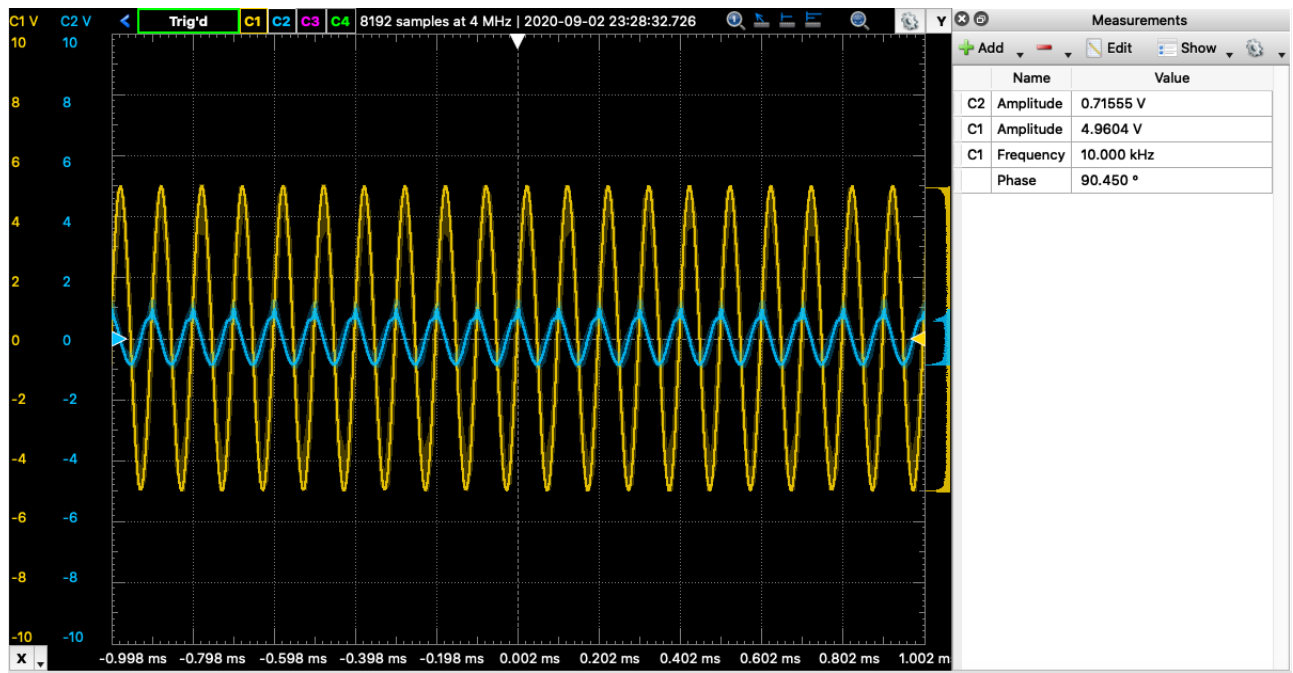


Figura 46: Señal de Entrada Senoidal y Señal de Salida - Frecuencia 10.000 Hz

Para realizar el diagrama de respuesta en frecuencia no se pudo utilizar la funcionalidad *Network* del software *WaveForms* ya que al realizar un barrido en frecuencia con la misma amplitud para todos los casos, para el rango de frecuencias deseado, en las bajas frecuencias, el sistema saturaría para determinada amplitud y para las frecuencias muy altas, la amplitud de la señal a la salida está en el orden del error presentado por el osciloscopio del *Electronic Explorer Board* y se mezcla con ruido.

Se realizaron entonces mediciones manuales, variando la amplitud según la frecuencia, convenientemente, y resultó comparable (en las frecuencias donde se pudo realizar las mediciones) a los modelos simulado y teórico.

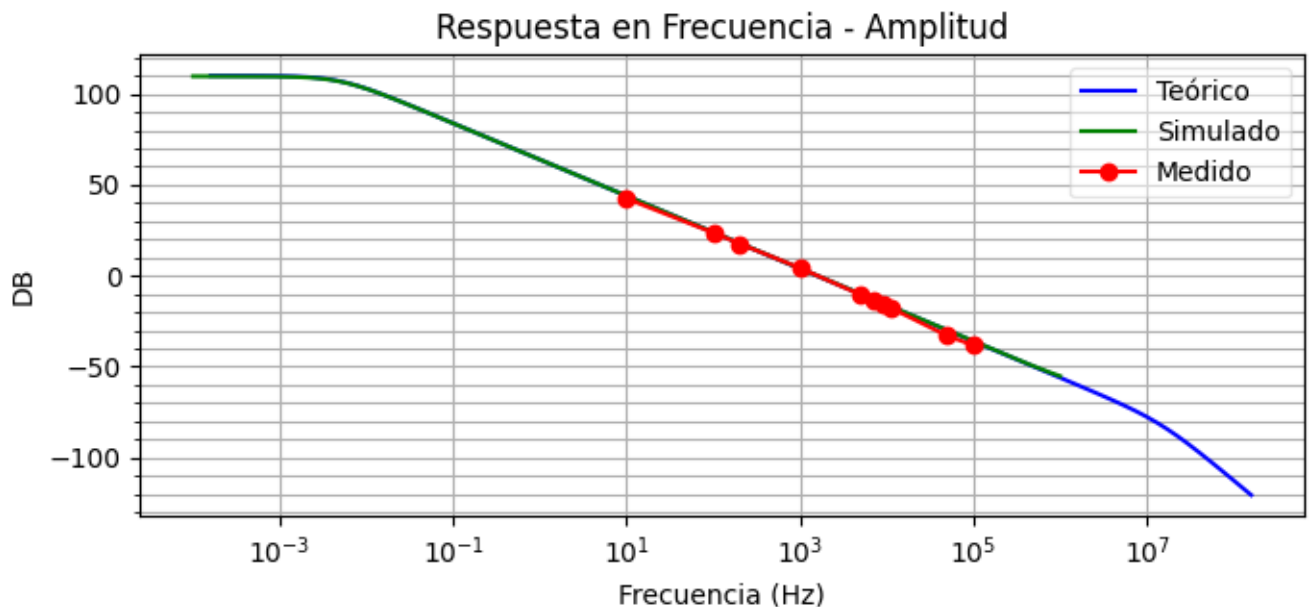


Figura 47: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Amplitud para Circuito Integrador

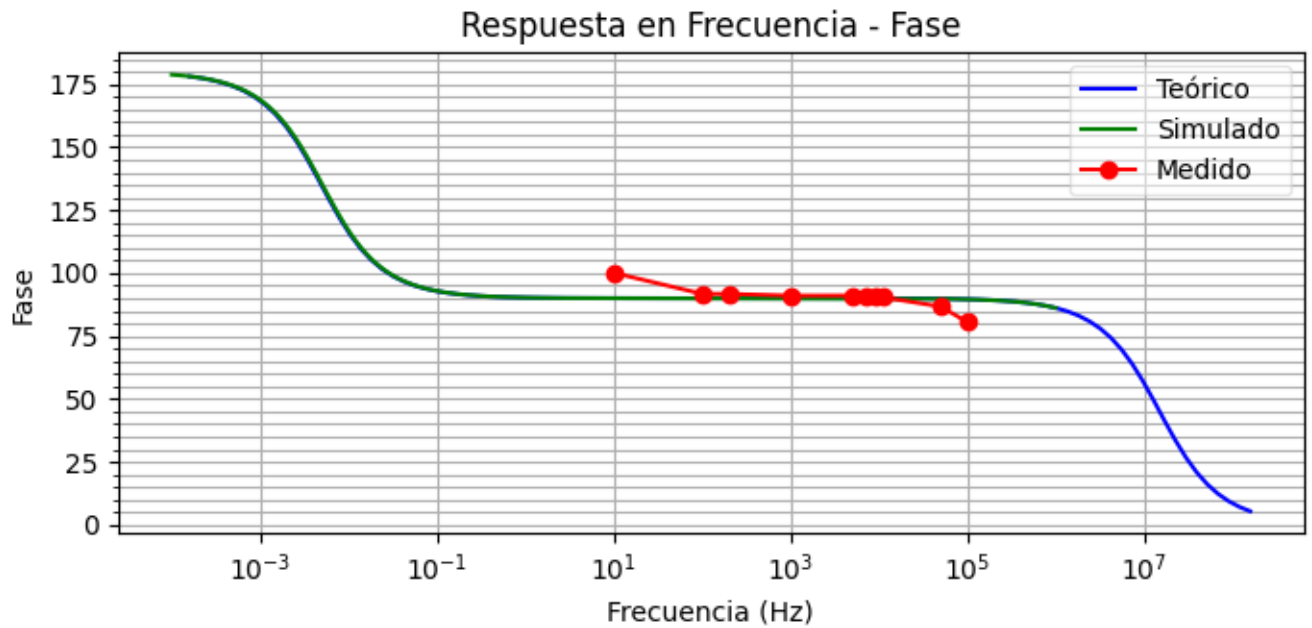


Figura 48: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Fase para Circuito Integrador

Es importante destacar que para frecuencias menores al valor de frecuencia donde se atenúa la señal, solo se pudieron realizar mediciones en cierto rango, ya que la ganancia era tanta que la señal de salida saturaba por superar la máxima tensión posible a la salida para este caso que es de aproximadamente $\pm 9V$. En esos casos, lamentablemente no se pudieron realizar mediciones aun utilizando el rango de los mV .

3.3.6. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador

Es importante antes de realizar el análisis para la correspondiente señal de entrada, analizar el comportamiento del capacitor en los distintos rangos de frecuencia. A medida que la frecuencia se reduce, se puede notar que la magnitud de la señal de salida se ve amplificada pero a su vez, la impedancia representada por el capacitor también, ya que $X_c = \frac{1}{j\omega C}$. Al tener una frecuencia lo suficientemente baja, tal que la impedancia X_c es lo suficientemente grande, sucederá que por el cable donde está conectado el capacitor no circulará corriente al tener una impedancia extremadamente grande. En otras palabras, allí habrá un circuito abierto.

Al haber un circuito abierto, el proceso de realimentación se verá interrumpido, haciendo que la diferencia mencionada en incisos anteriores que determinaba a $v_{out} = A_0(V^+ - V^-)$ sea cada vez más grande. Esto guarda correlación con que el hecho de que si baja la frecuencia, la señal de salida se verá más y más amplificada, y a su vez la diferencia de potencial ($V^+ - V^-$) será cada vez mayor, por estar V^+ conectada a tierra y por el hecho de que la retroalimentación del circuito se ve afectada por la alta impedancia del capacitor e interrumpe su ciclo.

Otro factor importante a tener en cuenta es que en el mundo real, los generadores de señales, incluido el generador de señales del *Electronic Explorer Board* no son ideales, por lo cual en ellos se presenta una componente de tensión continua que puede ser de mayor o menor valor. La particularidad de este circuito integrador es que amplifica las componentes espectrales de frecuencia baja por lo cual, dicha componente de tensión continua se verá amplificada notablemente generando un offset en la señal de salida.

Para poder realizar mediciones con mayor sencillez, se ha utilizado la funcionalidad *Scope* pero empleando la terminal *AC* para filtrar dicha componente continua y así evitar esa tensión de offset.

A continuación se puede observar el comportamiento integrador del circuito en las frecuencias que así lo permiten.

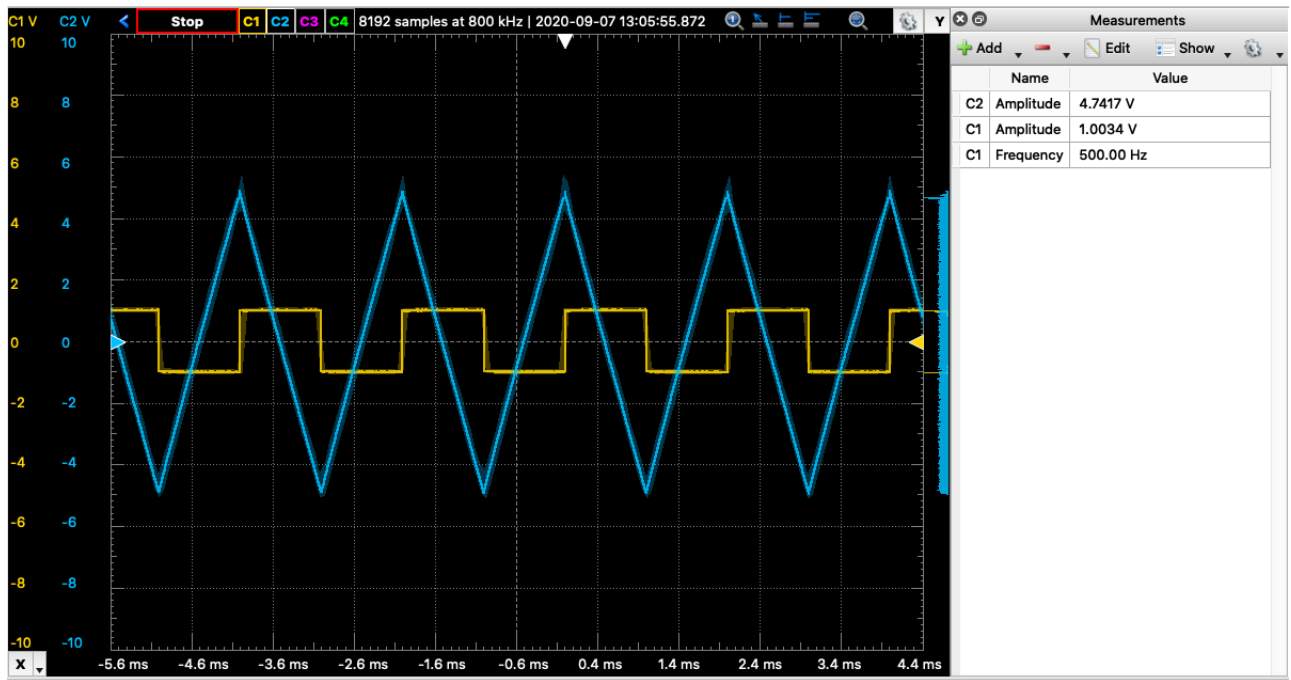


Figura 49: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 500 Hz

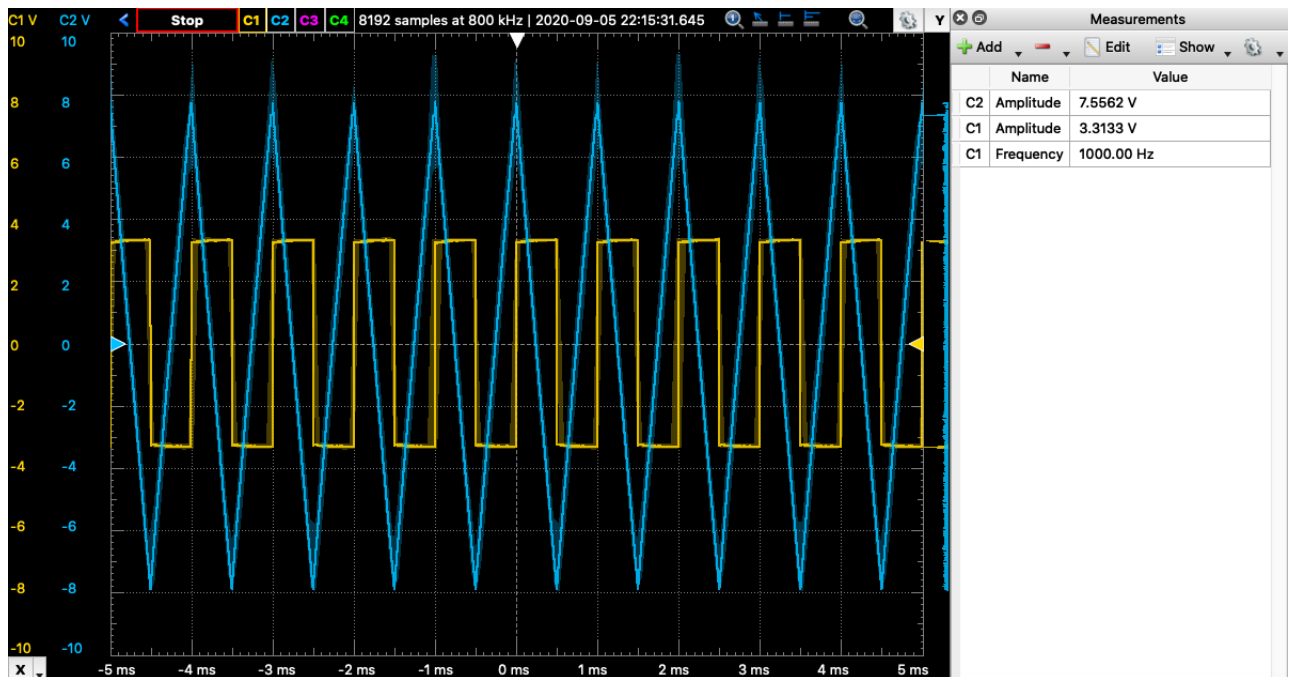


Figura 50: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 1 KHz

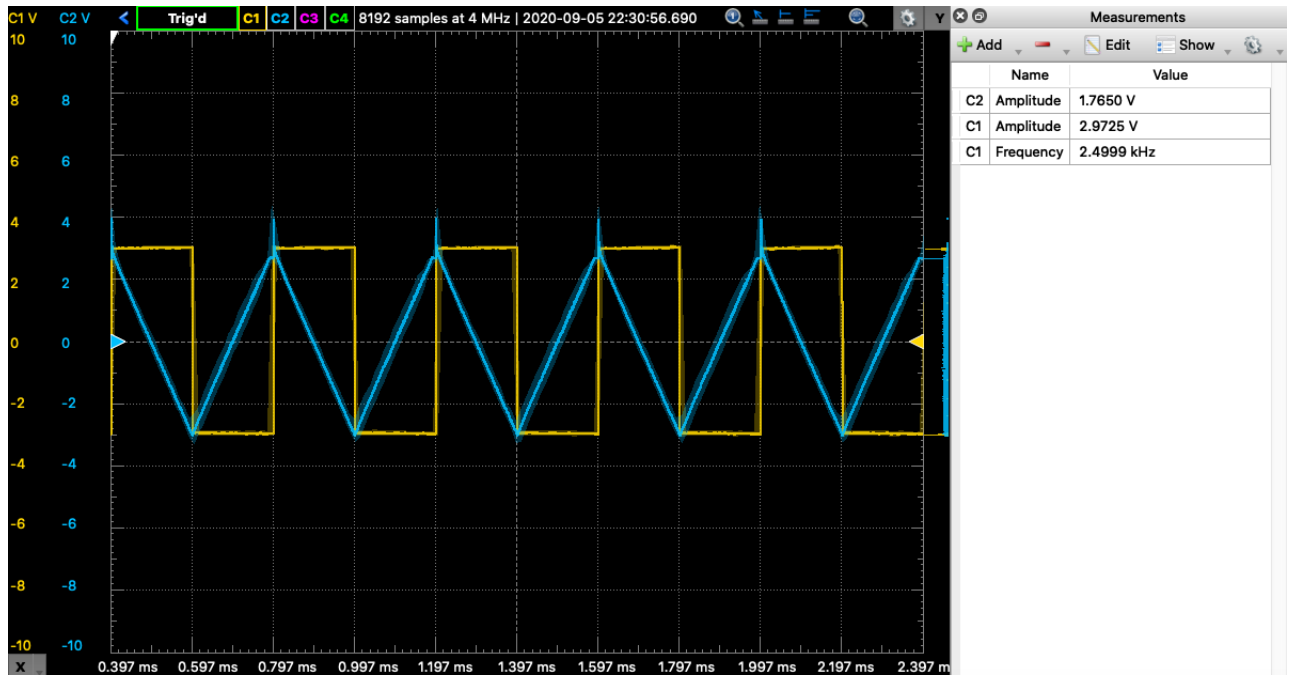


Figura 51: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 2.5 KHz

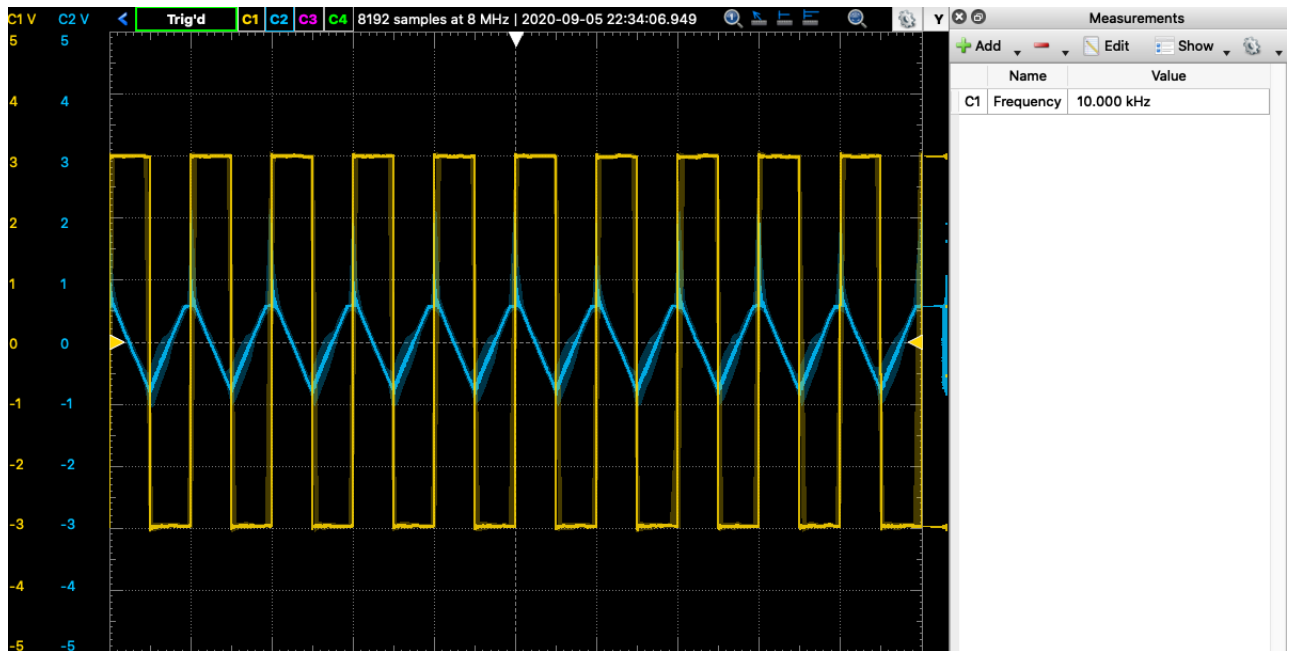


Figura 52: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 10 KHz

En los tres casos, se puede apreciar efectivamente el comportamiento integrador del circuito. Durante los semi-ciclos donde la tensión de la señal de la entrada cuadrada es positiva, se puede ver la pendiente negativa en la señal triangular y la situación opuesta se presenta durante el siguiente semi-ciclo. Ello por el efecto integrador-inversor del circuito. Además, se observa claramente que a medida que la frecuencia aumenta la amplitud de la señal triangular de salida se atenúa y se pueden también observar sobrepicos en los gráficos.

3.3.7. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador

Para poder calcular teóricamente la impedancia de entrada, Z_{in} , se utilizó el teorema de Miller tal que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^-$$

Como para este caso, $K = -A_{vol}$, el circuito integrador con el amplificador operacional, queda expresado como:

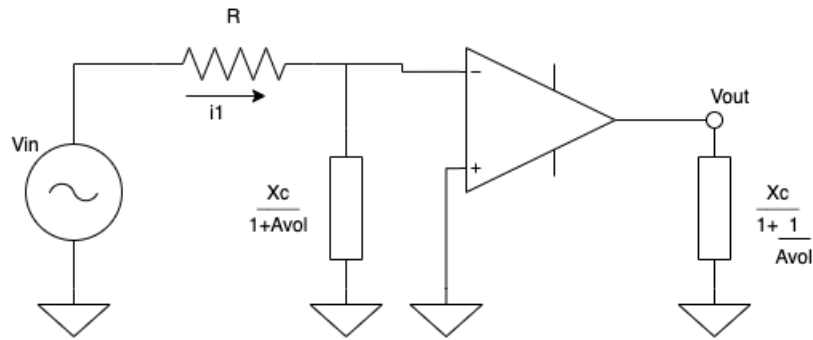
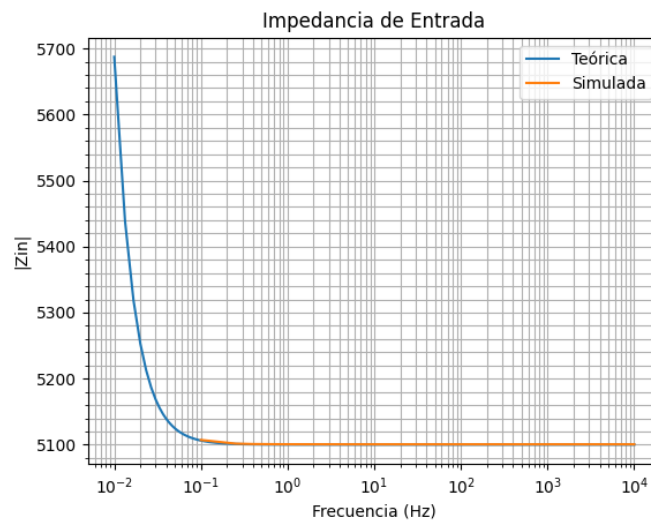


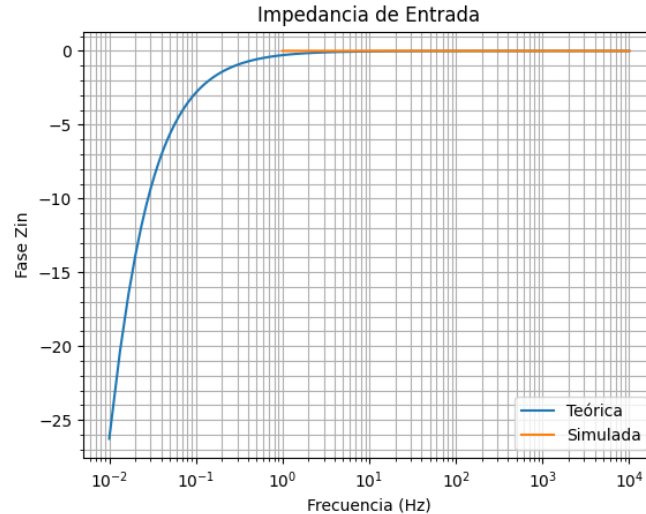
Figura 53: Diagrama del Circuito Integrador utilizando transformación de Miller

Como nos interesa $Z_{in} = \frac{V_{in}}{i_1}$, es muy sencillo ver que a la entrada no inversora del amplificador operacional no ingresa corriente, por lo cual utilizando la ley de tensiones de Kirchhoff:

$$V_{in} = i_1 \cdot R + i_1 \cdot \frac{X_c}{1 + A_{vol}} \rightarrow \frac{V_{in}}{i_1} = R + \frac{X_c}{1 + A_{vol}} \rightarrow Z_{in} = R + \frac{1}{SC(1 + A_{vol})}$$

Dicha impedancia teórica puede verse expresada en las siguientes figuras en conjunto con la expresión simulada mediante *LTSpice* para ella:

Figura 54: Amplitud de Z_{in} en función de f

Figura 55: Fase de Z_{in} en función de f

Se puede observar que a frecuencias bajas, la impedancia tiende a aumentar en magnitud ya que la componente reactiva de Z_{in} es inversamente proporcional al valor de la frecuencia como se demostró anteriormente. A partir de frecuencias del orden de los Hz , se puede observar como el efecto de la reactancia capacitiva se reduce, dejando únicamente la componente de la R . Ello debido a la relación inversa con A_0 y con f . Por lo cual podemos afirmar que Z_{in} es aproximadamente R para esos casos. Lo mismo se puede observar con la fase que tiende a 0, ya que la componente compleja (reactiva) que aporta el capacitor se ve reducida conforme aumenta la frecuencia. Como conclusión entonces, para aproximadamente $f \geq 1Hz$:

$$Z_{in} \approx R$$

3.3.8. Compensación/Limitación del Circuito Integrador con una R adicional

Como se ha explicado previamente, para el circuito integrador con el amplificador operacional, en frecuencias bajas se interrumpe el ciclo de retroalimentación, ya que debido a la alta impedancia, en dichas frecuencias, del componente reactivo del circuito, éste se "abre" entre los terminales donde está conectado el capacitor.

Para limitar ese efecto en las bajas frecuencias, es conveniente conectar una resistencia en paralelo al capacitor. El efecto que se logrará es que eligiendo conveniente esa resistencia, a la que llamaremos R_c , se subsanará el efecto de circuito abierto entre las terminales del capacitor a bajas frecuencias. Cuando se "abra" el circuito, la corriente de retroalimentación aun podrá circular por dicha R_c aunque a su vez, la ganancia del circuito ya no será cada vez mayor a medida que la frecuencia baja, sino que estará limitada por la relación $\frac{R_c}{R}$. En ese rango de frecuencias bajas, el circuito integrador actuará como un circuito con amplificador inversor.

Se pudo observar previamente que la ganancia tendía a ∞ conforme la frecuencia disminuía. Ahora en ese rango de frecuencias, la ganancia estará limitada. Por ello, podemos afirmar que el efecto de agregar la R_c en paralelo al capacitor tendrá un efecto compensatorio para el efecto del capacitor en bajas frecuencias y a su vez limitador en cuanto a la ganancia máxima que se podrá obtener, lo cual es un efecto buscado para evitar que la salida v_{out} no saturé.

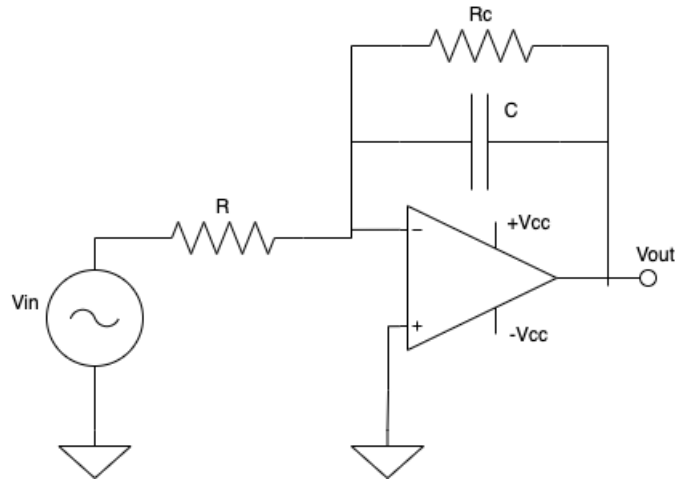
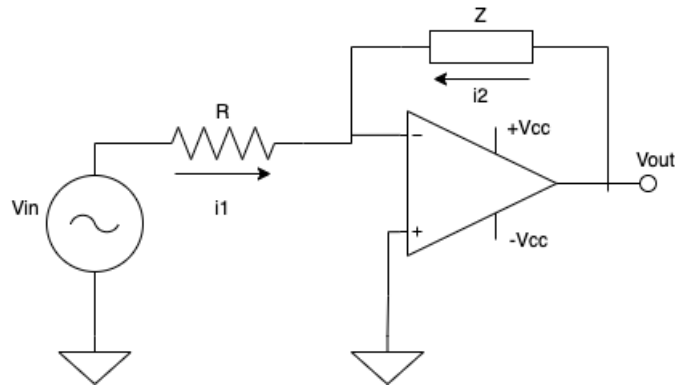


Figura 56: Diagrama del circuito integrador compensado

Es conveniente analizar, como será el efecto de esta nueva resistencia introducida en las representaciones de las funciones transferencia para los tres casos analizados anteriormente. Para ello, simplificaremos el diagrama definiendo a $Z = \frac{R_c \cdot R_c}{X_c + R_c} = \frac{R_c}{SCR_c + 1}$

Figura 57: Diagrama del circuito integrador compensado con impedancia equivalente para R_c y C

Si $A_{vol} = \infty$:

- $i1 = -i2$
- $i1 = \frac{V_{in}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out}}{Z}$

Entonces:

$$\frac{V_{in}}{R} = -\left(\frac{V_{out}}{Z}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{Z}{R} = -\frac{R_c}{R} \cdot \frac{1}{SCR_c + 1}$$

$$H(S) = -\frac{R_c}{R} \cdot \left(\frac{1}{SCR_c + 1}\right)$$

Para el caso donde A_{vol} es finito, utilizando las relaciones descriptas en el análisis sin R_c :

- $i1 = \frac{V_{in} - V^-}{R} = \frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R}$
- $i2 = \frac{V_{out} - V^-}{Z} = \frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{Z}$

Siendo entonces:

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{R} = -\left(\frac{V_{out} + \frac{V_{out}}{A_{vol}}}{Z}\right) \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-1}{(SCR_c + 1)\frac{R}{R_c}\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{1}{A_{vol}}} = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{(SCR_c + 1)\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{R_c}{RA_{vol}}}$$

Por lo tanto:

$$H(S) = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{(SCR_c + 1)\left(1 + \frac{1}{A_{vol}}\right) + \frac{R_c}{RA_{vol}}}$$

Para finalizar este análisis, se calculará la función transferencia cuando $A_{vol}(w)$, siendo esta:

$$H(S) = -\frac{R_c}{R} \frac{1}{S^2\left(\frac{CR_c}{W_b A_0}\right) + SCR_c\left(1 + \frac{1}{A_0} + \frac{1}{W_b A_0 CR_c} + \frac{1}{W_b A_0 CR}\right) + 1 + \frac{1}{A_0} + \frac{R_c}{RA_0}}$$

Se puede observar que para los últimos dos casos, nuevamente si A_{vol} es más y más grande, estaremos en el caso de la ganancia ideal para el circuito compensado por R_c .

Para poder determinar cuál es la R_c a emplear, se buscará obtener un desfase de 90° entre la señal de entrada y salida en frecuencias lo más baja posible. A su vez, la ganancia de $-3DB$ por década, será buscada en esa misma frecuencia. Contar con ambas características implica contar con las características propias del integrador ideal. Y a su vez el efecto de compensación/limitación.

Para poder encontrar ese valor, y partiendo del caso ideal con la resistencia de compensación, donde $H(S) = -\frac{R_c}{R} \cdot \left(\frac{1}{SCR_c + 1}\right)$, podemos observar que al introducir la resistencia R_c en paralelo contamos con un nuevo polo en donde el desfase cambiará a 90° y obtendremos la ganancia de $-3DB$ que dependerá de la frecuencia que nosotros consideremos como baja y el valor de R_c empleado. Cabe destacar que mientras menor sea la frecuencia elegida, menor será la limitación de la ganancia del circuito. Para la función de transferencia ideal, contamos con la expresión de un filtro pasa-bajos pasivo como el analizado en la primera experiencia de laboratorio. Entonces la frecuencia de corte considerada para tal puede ser expresada como:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_c C}$$

Una década luego de esa frecuencia, obtendremos el comportamiento deseado propio del integrador, y a su vez la limitación en la ganancia del circuito que evitará posibles saturaciones en V_{out} . Tomaremos como frecuencia de integración inicial $f = 1KHz$, por lo cual para observar el efecto propio de un integrador a esta frecuencia, elegiremos como frecuencia $f = 100Hz$, ya que una década luego se observarán los efectos deseados.

Entonces para obtener R_c :

$$R_c \geq \frac{1}{2\pi f C} \rightarrow R_c \geq \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot (20n)} \rightarrow R_c \geq 79577.47\Omega$$

Se ha utilizado el valor comercial de resistencia de $R_c = 82K\Omega$. Con este valor de R_c , teóricamente, se puede demostrar que en frecuencias mayores a $970Hz$ el sistema deberá integrar sin efectos adversos y a su vez la máxima ganancia del circuito estará denotada por $\frac{R_c}{R}$ que es el equivalente a $24.12DB$, cuando antes a medida que las frecuencias se acercaban a $0Hz$, tendían a $110DB$. Se puede observar así nuestro efecto limitador en la ganancia.

Es importante mencionar que se podría haber utilizado una R_c de mayor valor, pero en ese caso la ganancia se hubiese limitado menos generando para un mayor rango de frecuencias bajas un efecto de gran amplificación y consecuente saturación. Por ello, es que se decidió elegir el valor comercial más cercano al valor teórico obtenido. Como conclusión, establecemos que se decide limitar el rango de frecuencias donde el circuito trabajará como integrador pero la ganancia se ve limitada a un valor en el cual no se esperarían saturaciones a la salida del circuito.

A continuación se pueden observar las funciones transferencia para los tres casos descriptos:

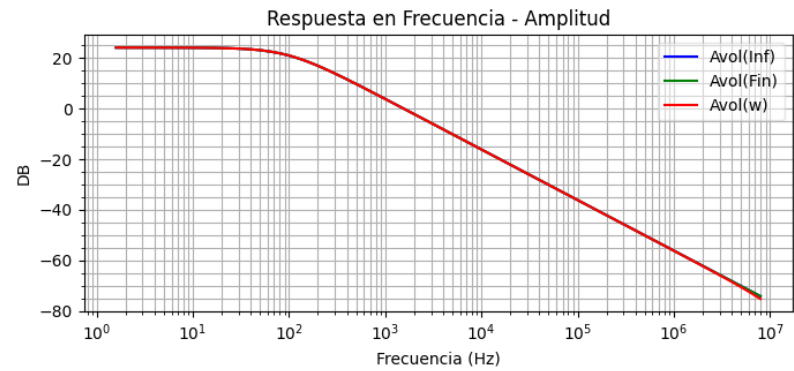


Figura 58: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Amplitud para Circuito Integrador Compensado

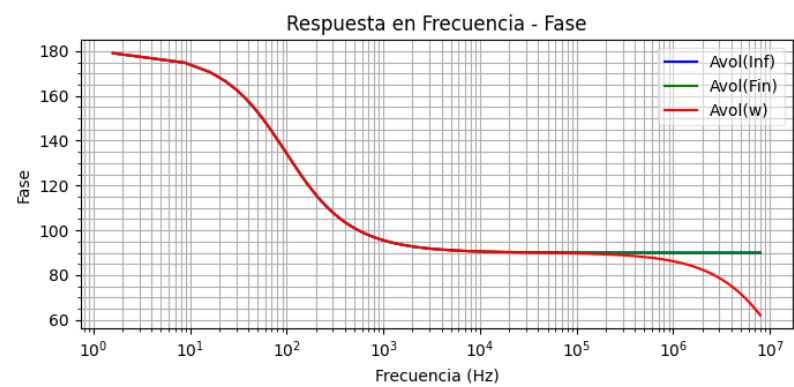


Figura 59: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Fase para Circuito Integrador Compensado

Gráficamente, se puede observar como la ganancia queda limitada ahora al valor de 24.12DB para las bajas frecuencias:

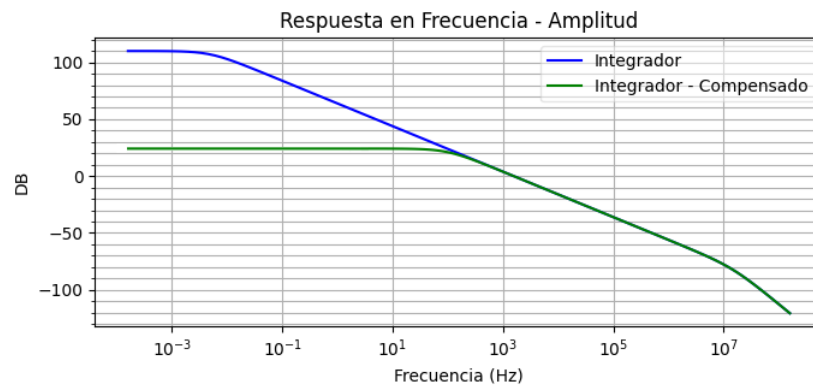


Figura 60: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Amplitud para Circuito Integrador compensado y sin compensar

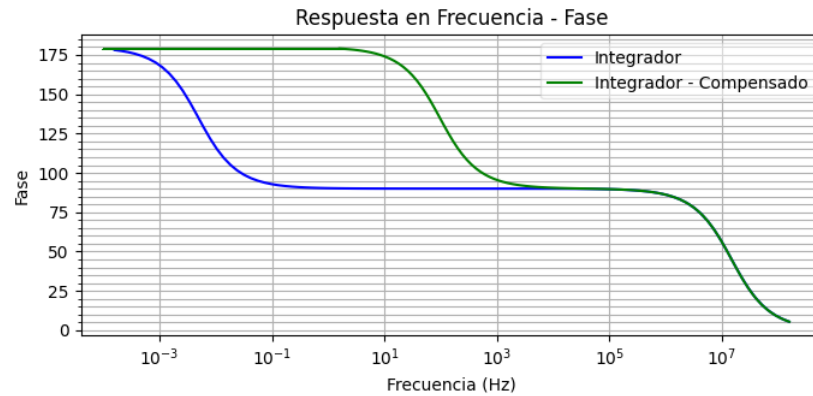


Figura 61: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Fase para Circuito Integrador compensado y sin compensar

3.3.9. Respuesta en Frecuencia del sistema integrador compensado

Se realizó la simulación del circuito en el software *LTSpice*, obteniendo su respuesta en frecuencia que coincide con lo obtenido teóricamente.

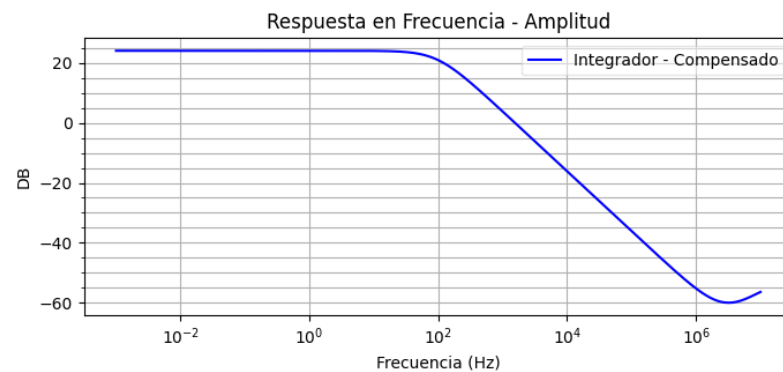


Figura 62: Respuesta en Frecuencia Simulada - Amplitud para Circuito Integrador compensado

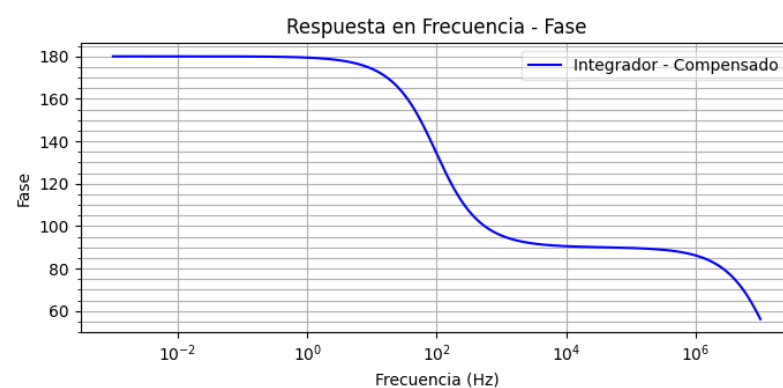


Figura 63: Respuesta en Frecuencia Simulada - Fase para Circuito Integrador compensado

Además de ello, se realizó la medición de la respuesta en frecuencia utilizando el *Electronic Explorer Board*. Es importante mencionar que en este caso debido a la limitación en la ganancia, se pudieron realizar mediciones en frecuencias donde antes no era posible por la alta ganancia en dichas frecuencias que generaban una saturación aún en valores pequeños de amplitud para la señal de entrada.

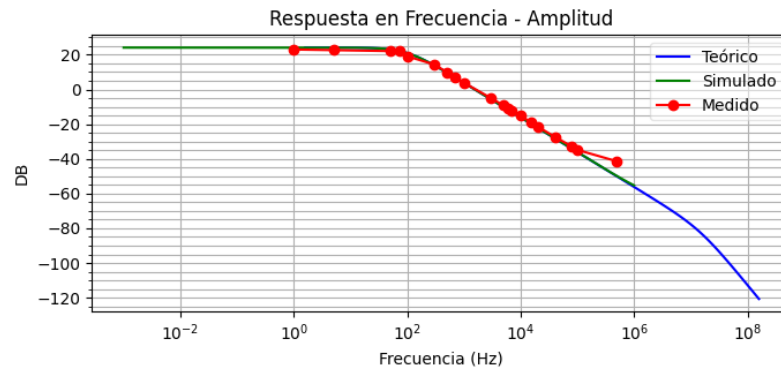


Figura 64: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Amplitud para Circuito Integrador compensado

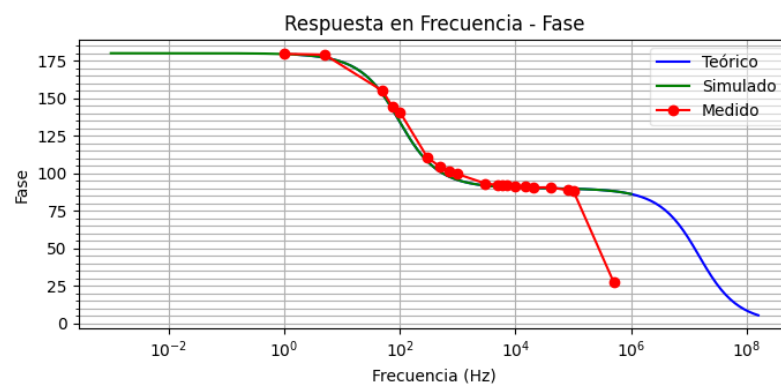


Figura 65: Respuesta en Frecuencia Comparativa - Fase para Circuito Integrador compensado

Se puede observar que tanto el modelo teórico, simulado y experimental coinciden en su comportamiento. Se puede notar también que en frecuencias del orden de 1MHz , al ser tanta la atenuación no es posible medir con precisión la señal de salida y con los elementos con los que se cuenta no es posible contrastar empíricamente los tres modelos. Esta misma situación se daba en el circuito sin R_c .

En todos los casos medidos, el desfase guarda total correlación con los modelos teóricos, sin superar un margen de error de 3°

3.3.10. Análisis de Entrada Cuadrada al Circuito Integrador Compensado

Se buscó limitar la ganancia del sistema integrador para evitar efectos de saturación no deseados, pero a su vez, se buscó que el comportamiento integrador siga siendo el mismo en los rangos donde el circuito sin compensar funcionaba correctamente. Se realizaron las mismas mediciones, y se comprobó que el comportamiento aun era el esperado.

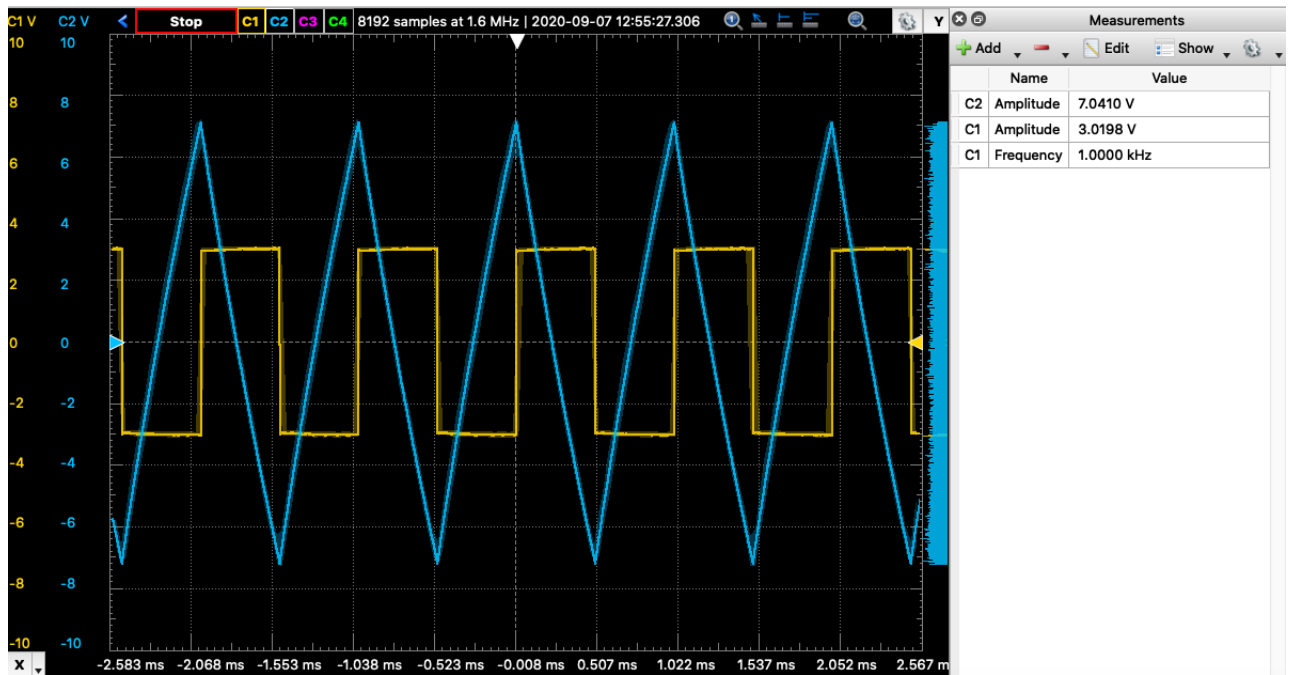


Figura 66: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 1 KHz para el circuito integrador compensado

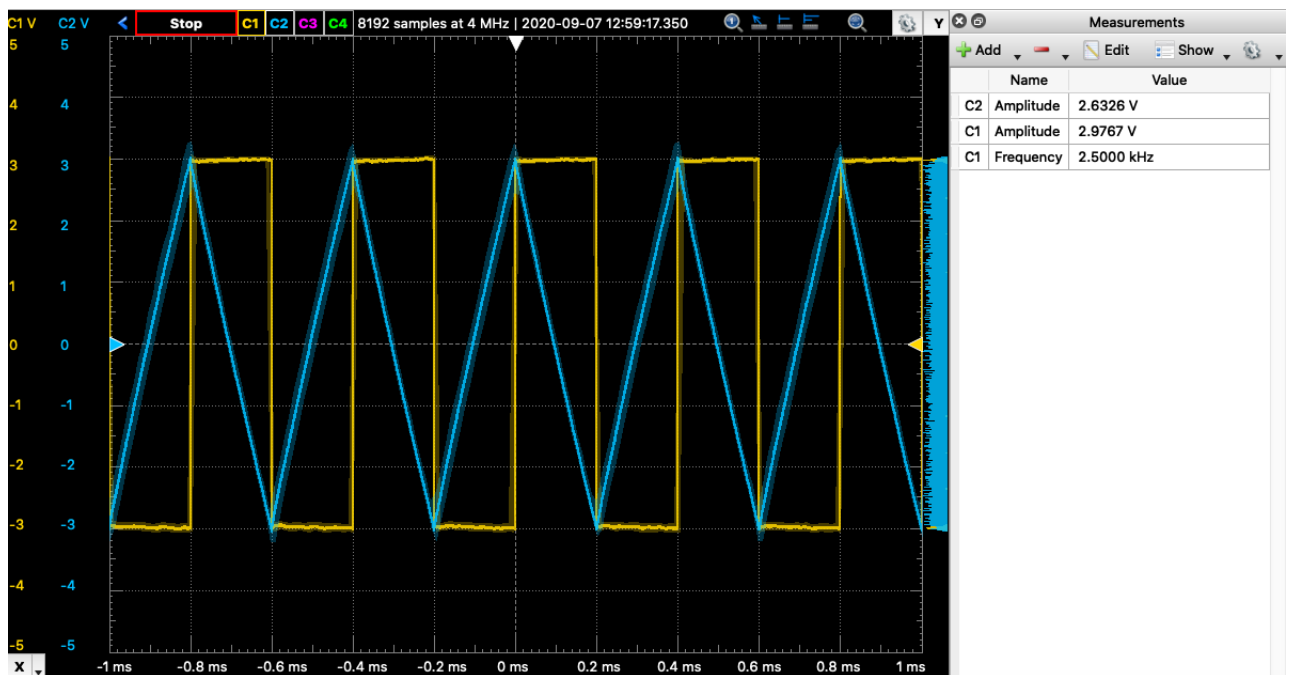


Figura 67: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 2.5 KHz para el circuito integrador compensado

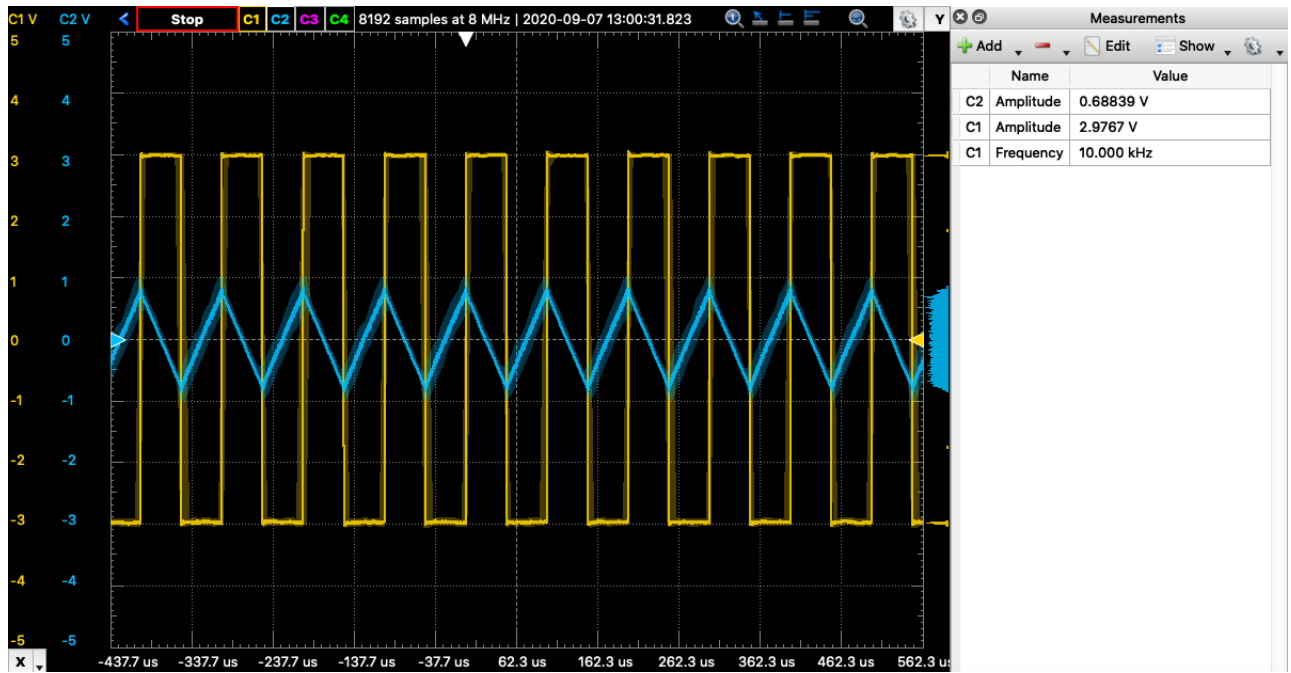


Figura 68: Señal de Entrada Cuadrada y Señal Integrada de Salida a 10 KHz para el circuito integrador compensado

Se puede observar además de que el efecto integrador se mantiene, el efecto integrador se da como se calculó teóricamente, una década después de la f_0 elegida previamente, lo que es equivalente a 1 KHz . También donde antes se observaban sobrepicos, ahora ya no están presentes por el efecto compensatorio de R_c .

3.3.11. Análisis de Impedancia de Entrada al Circuito Integrador compensado

Para poder calcular teóricamente la impedancia de entrada, Z_{in} , para este caso se utilizará también el teorema de Miller tal que:

$$V_{out} = -A_{vol} \cdot V^-$$

Como para este caso, $K = -A_{vol}$, el circuito integrador con el amplificador operacional, queda expresado como:

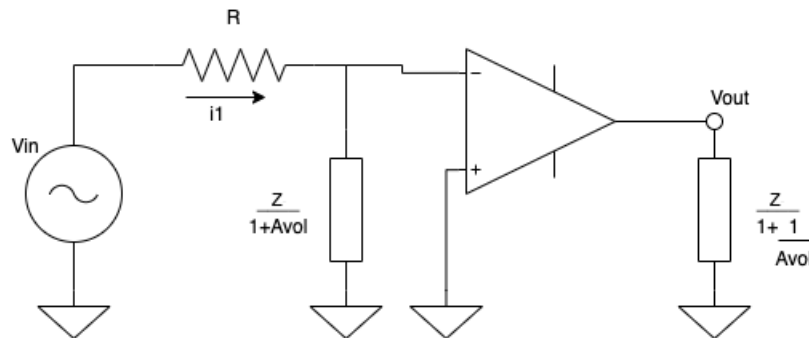
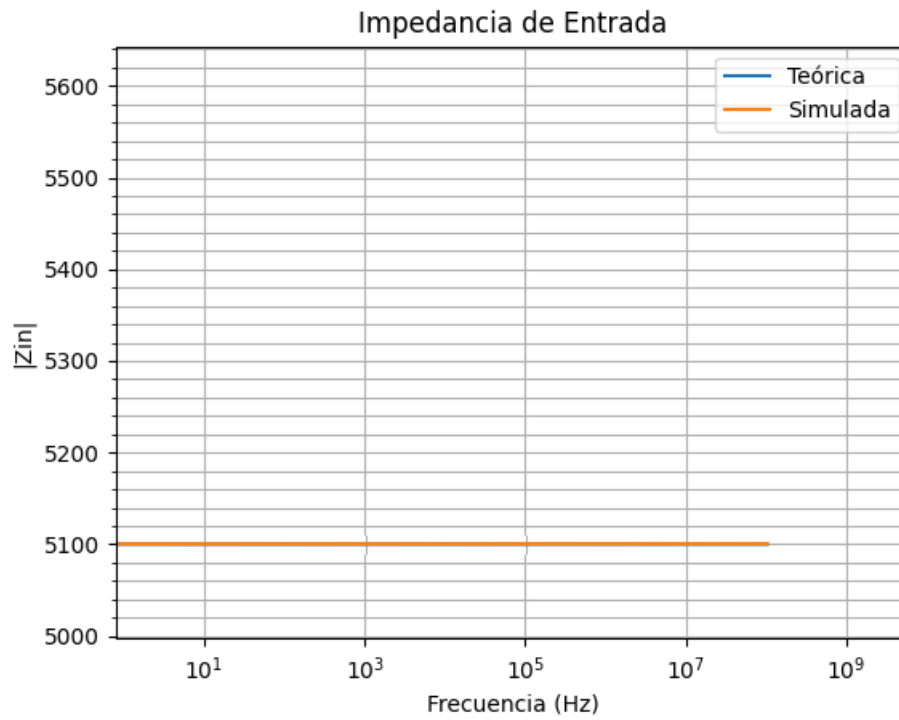
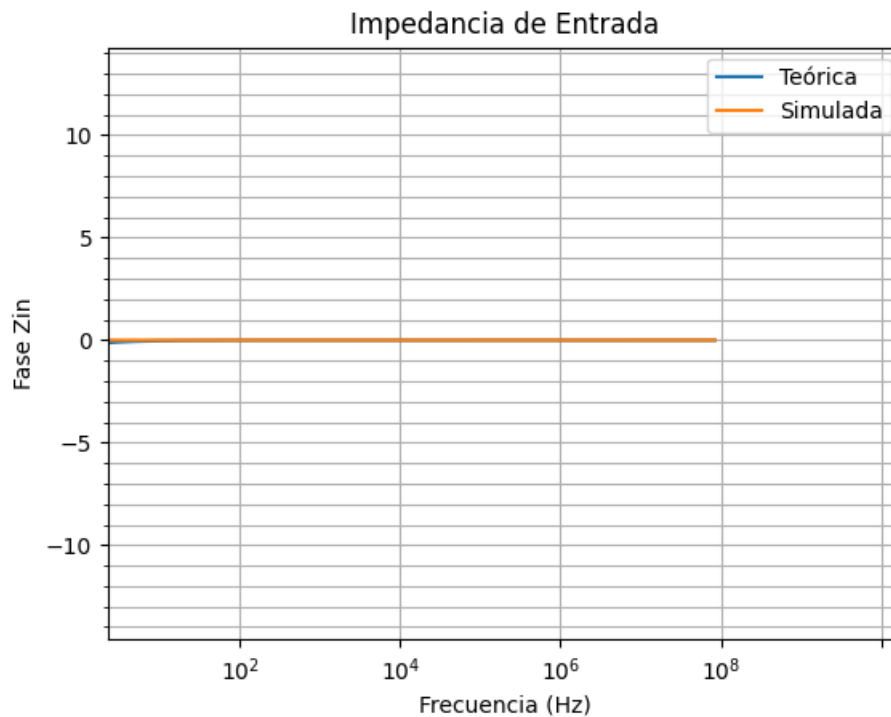


Figura 69: Diagrama del Circuito Integrador compensado utilizando transformación de Miller

Como nos interesa $Z_{in} = \frac{V_{in}}{i_1}$, es muy sencillo ver que a la entrada no inversora del amplificador operacional no ingresa corriente, por lo cual utilizando la ley de tensiones de Kirchoff:

$$V_{in} = i_1 \cdot R + i_1 \cdot \frac{Z}{1 + A_{vol}} \rightarrow \frac{V_{in}}{i_1} = R + \frac{Z}{1 + A_{vol}} \rightarrow Z_{in} = R + \frac{R_c}{SC R_c (1 + A_{vol}) + 1 + A_{vol}}$$

Dicha impedancia teórica puede verse expresada en las siguientes figuras en conjunto con la expresión simulada mediante *LTSpice* para ella:

Figura 70: Amplitud de Z_{in} en función de f Figura 71: Fase de Z_{in} en función de f

Se puede observar que en el rango de frecuencias donde se espera el comportamiento integrador del circuito, la impedancia es constante y equivalente a R . Ello se debe al efecto que genera la resistencia de compensación, en la expresión para Z_{in} , en conjunto con la relación inversa entre la f y la componente reactiva de Z_{in} .

Lo mismo se puede observar con la fase que es 0, ya que la componente reactiva de Z_{in} es mínima aún para frecuencias bajas, debido al efecto compensatorio de R_c .

Como conclusión entonces, también para este caso en las frecuencias donde se trabajó:

$$Z_{in} \approx R$$

3.3.12. Conclusión

Se pudo observar el comportamiento teórico del circuito integrador con amplificador operacional, a su vez de su comportamiento real. Es importante destacar de la experiencia, que el comportamiento teórico "menos ideal" coincide con las simulaciones y mediciones realizadas, pero a su vez el comportamiento integrador ideal no es posible, aunque con la utilización de R_c se implementaron cambios en el circuito para compensar efectos no deseados, ya sea para controlar la ganancia en la señal de salida, un efecto que dependiendo del uso de este circuito deberá ser menor o peor y también controlar el rango de comportamiento lineal de este circuito.

4. Circuito de Aplicación

4.1. Funcionamiento del LM35

El LM35 es un sensor de temperatura que viene en forma de un integrado con 3 terminales. El funcionamiento es simple, se alimenta al integrado por su terminal de entrada V_s con una fuente de tensión continua de 4V a 20V, luego en su terminal de salida V_o devolverá 10mV por cada C que el sensor detecte en el ambiente.

$$V_T(T) = 0mV + \frac{10mV}{C}T \quad (17)$$

Si el sensor está en un ambiente (o se lleva al integrado a tal temperatura) a 0C devolverá 0V, mientras que a 35C devolverá 350mV y a 45C devolverá 450mV.

4.2. Implementación en rango de 35°C y 45°C

El objetivo es poder adaptar una señal para que pueda ser adquirida con máxima excursión para temperaturas que varíen entre 35°C y 45°C (siendo 35°C correspondiente con 0V y 45°C correspondiente con 5V).

Para esto utilizamos un amplificador operacional LM833 y usamos un circuito sumador de dos señales, donde la primera señal V_i será la emitida por el LM35 y la segunda señal será una fuente de tensión continua que servirá para imponer un offset (V_f) ya que buscamos que la salida de 0V corresponda a los 35C y no a los 0C. Utilizando el siguiente esquema podemos analizarlo y estudiar como serán las relaciones de las resistencias que necesitamos:

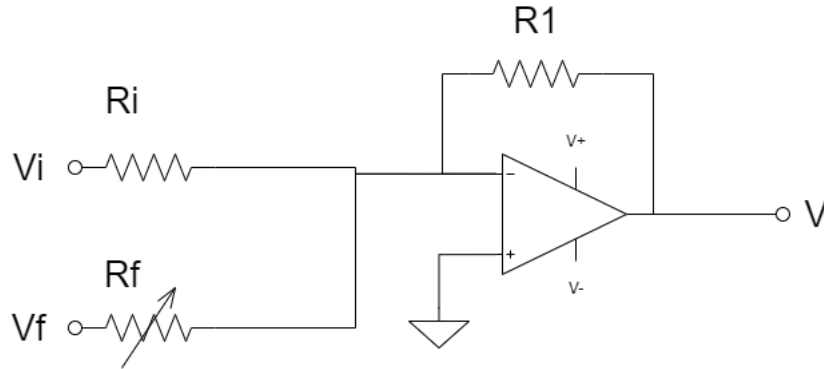


Figura 72: Circuito sumador

De un sencillo análisis podemos deducir que:

$$V_o = -\left(\frac{R_1}{R_i} \cdot V_i + \frac{R_1}{R_f} V_f\right) \quad (18)$$

Como necesitamos que a 35C obtengamos 0V a la salida V_o :

$$V_f = -\frac{R_f}{R_i} \cdot V_i \quad (19)$$

De esta forma sabremos la relación necesaria entre las resistencias para que V_f sirva de offset cuando $V_i = 0.350mV$. Por otro lado también tenemos la condición de que cuando $V_i = 450mV$ la salida sea $V_o = 5V$, por lo tanto:

$$V_f = R_f \cdot \left(\frac{5V}{R_1} - \frac{0.45V}{R_i}\right) \quad (20)$$

Optamos por usar $R_f = R_i$, por lo tanto $V_f = 0.35V$. Para designar el valor de R_1 primero debemos ver cuanto debe aumentar la salida por cada grado centigrado que aumente la temperatura, como se nos pide una señal de 0V a 5V en un rango de 10C necesitaremos que en la salida haya una variación de 0,5V/C para obtener la mayor excursión. Por la igualdad que propusimos de resistencias nos queda la siguiente expresión:

$$V_o = -\left(\frac{R_1}{R_i} \cdot V_i - \frac{R_1}{R_i} \cdot 0.35V\right) = -\frac{R_1}{R_i} (V_i - 0.35V) \quad (21)$$

Cuando $V_i = 0.45C$ (caso máximo):

$$-\frac{R_1}{R_i} 0.1V = 5V \Rightarrow \frac{R_1}{R_i} = -50 \quad (22)$$

En este caso se usa una resistencia de $50R_i$ en el caso de R_1 . No obstante en la práctica se necesitará utilizar una resistencia variable en el caso de R_f para poder equilibrar el desajuste de las resistencias ya que no suelen ser iguales a su valor nominal. Sin embargo tenemos un problema de no tener en la salida los valores deseados sino que invertidos. Para solucionar esto implementamos en la entrada otro circuito inversor pero con una resistencia variable para asegurar que la ganancia del circuito sea -1 . Según el siguiente esquema sería necesario que $R_a = R_b$:

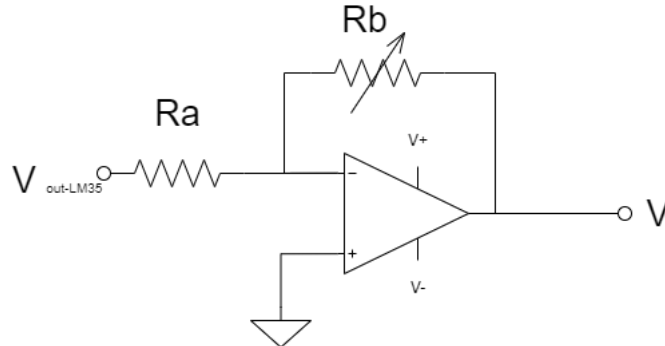


Figura 73: Circuito Inversor

Por lo tanto el circuito de aplicación será el siguiente:

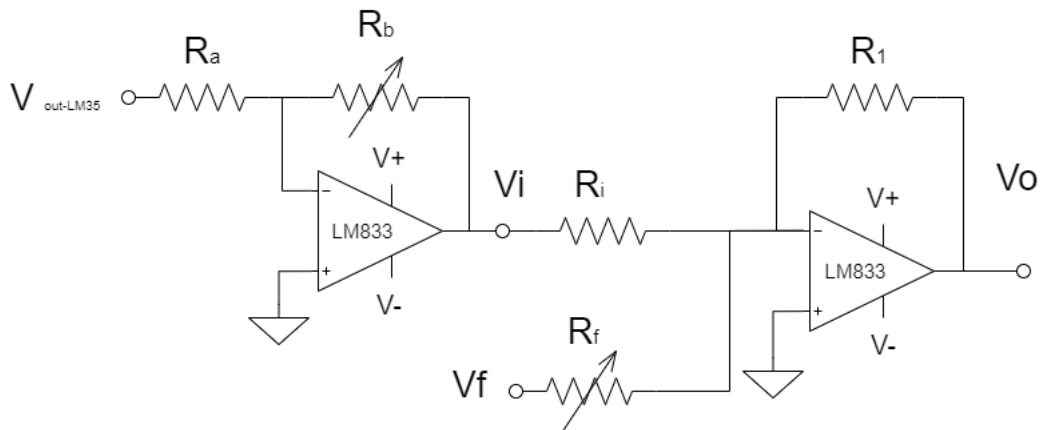


Figura 74: Esquema del Circuito propuesto

4.3. Limitación de tensión en la salida

Se nos pide implementar un circuito de protección para que la salida se mantenga en un rango $-1V < V_o < 6V$, para asegurar este rango se implementó un diodo a la salida a modo de regulador de tensión. En particular se eligió un diodo Zener 1N750 el cual limita la tensión positiva con una tensión de ruptura cerca de $5,6V$ mientras que en las tensiones negativas tiene una tensión de directa de $-0,7V$. Con esta protección se cumplen los requisitos impuestos. El circuito final será:

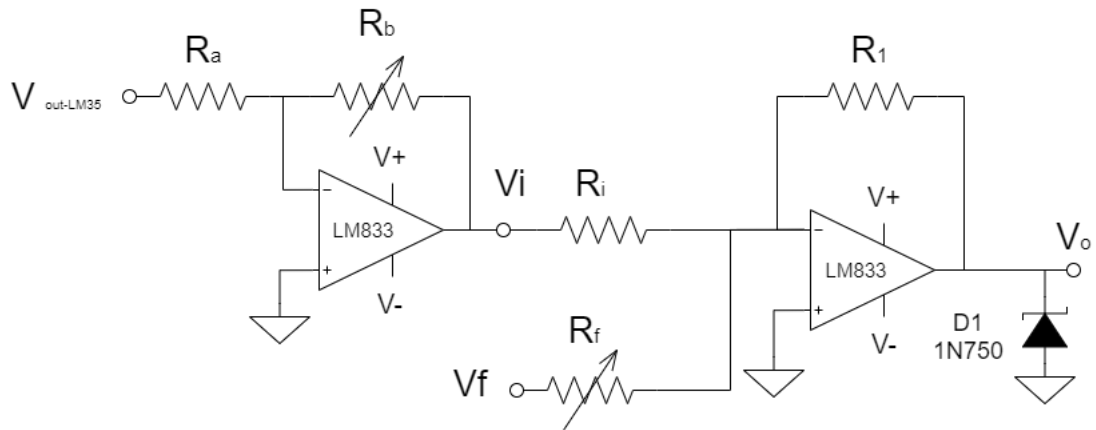


Figura 75: Circuito con protección

4.4. Hoja de datos del circuito implementado

Del circuito implementado se hacen relevantes los siguientes valores:

Parametro	Símbolo	Valor min	Valor max	Unidad
Alimentación positiva	$V+$	7	15	V
Alimentación negativa	$V-$	-15	-7	V
Señal de entrada	V_{in}	4	20	V
Tensión de salida	V_o	-0,75	5,5	V
Rango de temperatura	ΔT	35	45	°C