

CAPÍTULO 6: CÓMO MEDIR LA INCERTIDUMBRE CON PROBABILIDADES

Estadística - Lic. en Nutrición –
UCEL
Marta Ruggieri, Julia Fernández,
M. Eugenia Tesser

¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

En nuestra vida diaria se escucha muy seguido la palabra probabilidad:

- ❖ ¿Qué probabilidad hay de que mañana llueva?
- ❖ ¿Cuál es la probabilidad de que gane la lotería?
- ❖ ¿Qué probabilidad hay de que apruebe el parcial de Estadística?
- ❖ ¿Cuál es la probabilidad de que tenga un accidente automovilístico?

CONCEPTOS BÁSICOS

Uno de los conceptos básicos del estudio de las probabilidades es:

Experimento aleatorio (se simboliza con E): proceso repetible bajo condiciones similares, en el que se conoce los resultados posibles pero no puede predecirse con seguridad un resultado exacto. Sin embargo, hay un patrón de comportamiento predecible en el largo plazo, tal como que la frecuencia relativa de un resultado dado se acerque a un valor constante y se conoce como regularidad estadística.

EJEMPLOS

- E=Arrojar una moneda y registrar qué sale.
- E=Seleccionar al azar tres pacientes y verificar si son o no diabéticos
- E= Sacar una carta de un mazo de 50 cartas y registrar el palo.

¿Cuáles son los resultados posibles en estos experimentos aleatorios?

¿Cuál es el evento de interés?

¿Se puede predecir el resultado exacto?

CONCEPTOS BÁSICOS

Espacio muestral o conjunto de resultados posibles es el conjunto de todos los sucesos elementales de un proceso aleatorio. Comúnmente se lo simboliza con S .

Sucesos elementales es cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Evento es cualquier subconjunto del espacio muestral S . Se dice que ha ocurrido un evento A si, al repetirse una vez el proceso aleatorio, ocurre cualquiera de los resultados de A .

EJEMPLOS

➤ E=Arrojar una moneda y qué sale

❖ Los sucesos elementales son:

C= que salga cara

X= que salga cruz

❖ $S = \{C, X\}$

$\#S = 2$

➤ E = Seleccionar al azar tres pacientes y verificar si son o no diabéticos

❖ Los sucesos elementales son:

D = el paciente seleccionado es diabético

N= el paciente seleccionado no es diabético

❖ $S = \{(DDD), (DDN), (DND), (NDD), (DNN), (NDN), (NND), (NNN)\}$

$\#S = 8$

❖ Evento A: “al menos dos pacientes sean diabéticos”

$A = \{(DDD), (DDN), (DND), (NDD)\}$

MANOS A LA OBRA N° 1



Definir experimento aleatorio, espacio muestral y evento de interés

- 1) Lanzar un dado y registrar el número que sale. Se define al evento A ="que salga un número par".
- 2) Se selecciona al azar cuatro alumnos de Nutrición y se evalúa si tienen presión alta o no. Se define al evento B ="Al menos tres alumnos no tienen presión alta"

MANOS A LA OBRA N°1



PARA RESOLVER!!

6.5 ESPACIOS MUESTRALES (página 328)

Escriba el espacio muestral de las siguientes experiencias.

- c) Tirar dos dados y registrar la suma de los valores de los dos dados.
- d) Tomar una muestra aleatoria de tamaño 10 de un lote de piezas y registrar el número de defectuosos en la muestra.
- e) Seleccionar un estudiante al azar y registrar el tiempo que se dedicó a estudiar estadística en las últimas 24 horas.
- f) El tiempo mientras que una persona llega a la parada del colectivo y la llegada del colectivo.

MANOS A LA OBRA N°1



PARA RESOLVER!!

6.8 A FAVOR O EN CONTRA (página 332)

En un grupo de personas, algunos están a favor (F) del aborto y otros en contra (C). Se seleccionan tres personas al azar de este grupo y se anotan sus opiniones a favor o en contra del aborto.

a) Escriba el espacio muestral correspondiente

S=

b) Escriba los resultados que conforman el evento A=“al menos una persona está en contra”

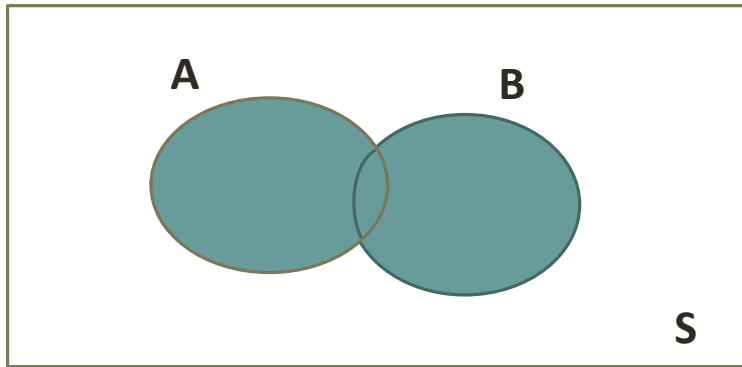
A=

c) Escriba los resultados que conforman el evento B=“exactamente dos personas están a favor”

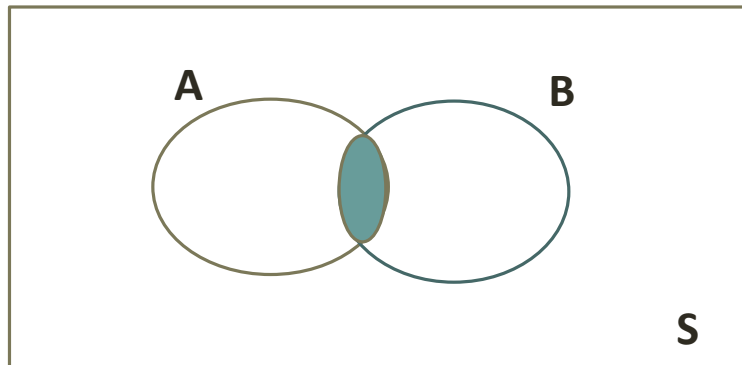
B=

TIPOS DE EVENTOS

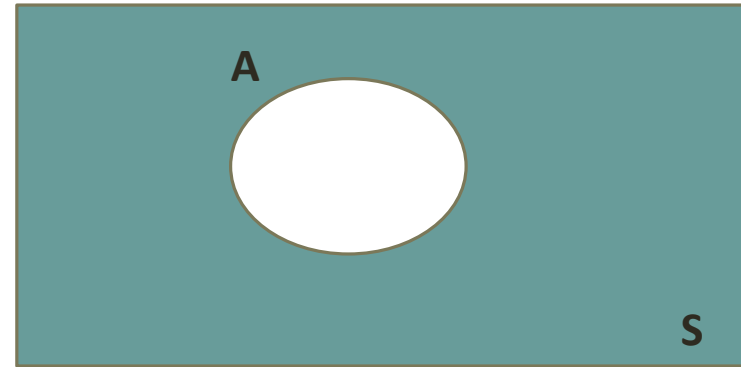
Unión: A o B ($A \cup B$) Al menos uno se presenta



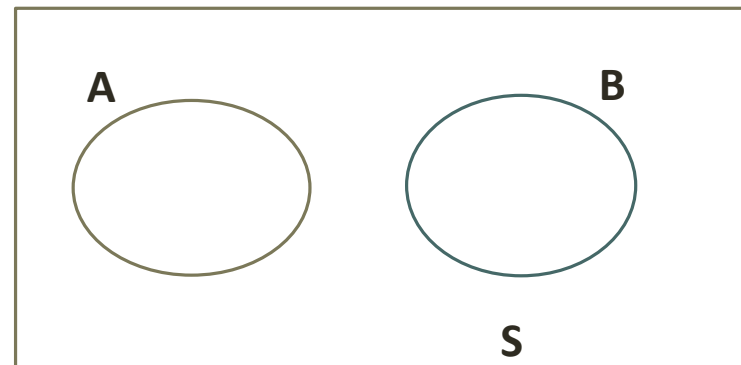
Intersección: A y B ($A \cap B$) Se presentan en simultáneo



Complemento: A^c



Disjuntos: $A \cap B = \emptyset$ Mutuamente excluyentes



TIPOS DE EVENTOS

Dos eventos A y B **son disjuntos o mutuamente excluyentes** si no tienen resultados en común. Así, si uno de ellos ocurre, el otro no puede ocurrir.

TIPOS DE EVENTOS

Una muestra de 150 adultos se clasificó según género y si es fumador o no.

	Masculino	Femenino	Total
Fuma	62	21	83
No fuma	27	40	67
Total	89	61	150

Considerar los eventos:

A=“El adulto elegido fuma”, B=“El adulto elegido no fuma y es hombre”, C=“ El adulto elegido es mujer”

En este caso A y B son disjuntos porque una persona no puede ser fumadora y no fumadora al mismo tiempo. B y C también son disjuntos. En cambio, A y C no son disjuntos porque puede ser mujer y fumadora.

¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?



Todos sabemos que la probabilidad de que salga cara al arrojar una moneda es igual a 0,5.

- ❖ Si arrojo la moneda 2 veces, ¿una vez tendría que salir cara?
- ❖ Si arrojo la moneda 4 veces, ¿2 veces tendría que salir cara?
- ❖ Si arrojo 10 veces la moneda, ¿La probabilidad de que salga cara puede ser negativa?
- ❖ Si arrojo 10 veces la moneda, ¿cuál es la máxima probabilidad de que salga cara?

¿QUÉ ES LA PROBABILIDAD?

Método Clásico

- Probabilidad Clásica

Método
Empírico

- Probabilidad Frecuencial

Método
Subjetivo

- Probabilidad Subjetiva

MÉTODO CLÁSICO -PROBABILIDAD CLÁSICA

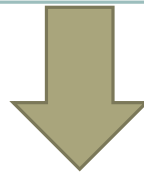
Este método para determinar la probabilidad se llama método clásico porque fue usado por los creadores de la teoría de la probabilidad.

Si un experimento hipotético puede tener N resultados individuales **igualmente probables (equiprobables)**, y si n de estos resultados fueran favorables al evento A , entonces la probabilidad de este suceso: $P(A)$, es igual a la razón entre n y N .

$$P(A) = \frac{\textit{nº de resultados del espacio muestral favorables al suceso A}}{\textit{nº total de resultados en el espacio muestral}}$$

MÉTODO CLÁSICO- PROBABILIDAD CLÁSICA

La definición de probabilidad clásica NO puede emplearse cuando los resultados individuales del espacio muestral no tienen la misma probabilidad.



En tales casos, las asignaciones numéricas (asignaciones de probabilidades) requieren de "experiencia", es decir, realizar múltiples veces el experimento aleatorio.

MÉTODO CLÁSICO- PROBABILIDAD CLÁSICA

EJEMPLO:

Seleccionar al azar un paciente con caronavirus y evaluar si murió.

$S = \{\text{Sí}, \text{No}\}$

¿Cuál es la probabilidad del suceso individual: “el paciente infectado de coronavirus murió”?

Siguiendo la definición clásica:

$P(\text{Sí}) = \text{n}^\circ \text{ de casos favorables} / \text{n}^\circ \text{ de casos posibles} = 1/2 = 0.5$

Esto es un absurdo producido por el hecho de asumir que todos los resultados del espacio muestral tenían la misma probabilidad de ocurrir, cuando tal vez la probabilidad morir por coronavirus sea menor que la de no morir.



MANOS A LA OBRA N°2



¿CÚÁL ES LA PROBABILIDAD...?

- 1) ...de que salga un número par al arrojar un dado.
- 2) ...de que salga dos veces seguida cara al arrojar dos veces seguida la moneda.
- 3) ..de sacar una manzana de una caja de seis frutas (dos naranjas, dos limones y dos manzanas).

Si en la caja hubiésemos tenido 3 manzanas. ¿Los sucesos elementales son equiprobables?

MÉTODO EMPÍRICO- PROBABILIDAD FRECUENCIAL

Este método establece que los valores de probabilidad se derivan de la ***experiencia***.

La **probabilidad frecuencial** de que ocurra un suceso es la proporción de veces que ocurra en el **largo plazo**, es decir, la frecuencia relativa con que ocurra el evento.

Dadas n repeticiones de un experimento aleatorio y $f(A)$ la frecuencia absoluta de la ocurrencia del suceso A :

$$P(A) \cong \frac{f(A)}{n}$$

MANOS A LA OBRA N°3



En la siguiente tabla se presentan las clasificaciones del IMC de un grupo de mujeres según el criterio de la OMS.

Categoría	Frecuencia Absoluta (f_j)
Bajo Peso	7
Peso Normal	30
Sobrepeso	11
Obesidad	2
Total	50

¿CUÁL ES LA PROBABILIDAD DE QUE AL SELECCIONAR UNA MUJER AL AZAR...?

a) Tenga bajo peso.

b) Tenga sobrepeso.

¿Los sucesos elementales son equiprobables?

MANOS A LA OBRA N°3



Médicos que asistieron a un seminario de medicina deben completar un formulario donde, entre otras cosas, se les pregunta: “Comparado a otros seminarios que has tomado recientemente, ¿qué calificación le pondrías a este? Mediocre – Aceptable – Bueno – Muy Bueno – Excelente”

Categoría	Frecuencia Absoluta
Mediocre	2
Aceptable	4
Bueno	12
Muy Bueno	24
Excelente	18
Total	60

¿CUÁL ES LA PROBABILIDAD DE SELECCIONAR UN MÉDICO AL AZAR ...?

a) Haya calificado al seminario como Excelente.

b) Haya calificado al seminario como Bueno.

¿Los sucesos elementales son equiprobables?

MÉTODO SUBJETIVO- PROBABILIDAD SUBJETIVA

Las **probabilidades subjetivas** no se basan en deducciones lógicas ni en observaciones repetidas de sucesos reales, es decir, en experiencia histórica. Representan el grado de creencia personal en la ocurrencia del suceso.

AXIOMAS DE PROBABILIDAD

Sea un experimento aleatorio con cierto espacio muestral donde se definen los sucesos A, B, C, etc. Para el suceso A (al igual que para el resto) se define un número real llamado **probabilidad del suceso A** que cumple con los siguientes axiomas:

- ❖ $P(A) \geq 0$. La probabilidad es cero si el suceso no puede ocurrir (suceso imposible).
- ❖ Si los sucesos A, B, C, ... son mutuamente excluyentes, entonces la probabilidad de que ocurra cualquiera de esos sucesos es igual a la suma de las probabilidades individuales de cada suceso.
- ❖ La probabilidad de que ocurra el suceso cierto o seguro es igual a 1.

CÁLCULOS DE PROBABILIDAD

➤ Retomando al ejemplo de la página 12. Si selecciono un adulto al azar ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador o mujer? Es decir, $P(A \text{ ó } C)$.



REGLA DE LA SUMA: $P(A \cup C) = P(A \text{ ó } C) = P(A) + P(C) - P(A \text{ y } C)$
(Para sucesos cualesquiera)

$$P(A) = 83/150 = 0,55$$

$$P(C) = 61/150 = 0,41$$

$$P(A \text{ y } C) = 21/150 = 0,14$$

$$P(A \cup C) = 0,55 + 0,41 - 0,14 = 0,82$$

La probabilidad de que el adulto seleccionado sea fumador o mujer es de 0,82.

CÁLCULOS DE PROBABILIDAD

➤ Si selecciono un adulto al azar ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador(A) o no fumador (D)?

$$P(A)=83/150=0,55$$

excluyentes

$$P(D)=67/150=0,45$$

$P(A \text{ y } D)=0$ porque son mutuamente

$$P(A \text{ ó } D)=0,55+0,45-0=1$$

La probabilidad de que un adulto seleccionado sea fumador o no fumador es igual a 1 y es igual a la probabilidad del espacio muestral.

En este ejemplo podemos observar que A es el complemento de D. Entonces la P(D) se puede obtener usando la regla del complemento.

$$P(D)=1-P(A)$$

$$P(D)=1-0,55=0,45$$

CÁLCULOS DE PROBABILIDAD

REGLA DEL PRODUCTO: $P(A \text{ y } C) = P(A / C) \cdot P(C)$
 $P(A \text{ y } C) = P(C / A) \cdot P(A)$

CÁLCULOS DE PROBABILIDAD

➤ Si conozco que el adulto seleccionado es de género femenino(C). ¿Cuál es la probabilidad de que sea fumador (A)?



PROBABILIDAD CONDICIONAL: $P(A/C) = P(A \text{ y } C) / P(C)$

$$P(A \text{ y } C) = 21/150 = 0,14 \quad P(C) = 61/150 = 0,41$$

$$P(A/C) = 0,14 / 0,41 = 0,34$$

Sabiendo que el adulto seleccionado es una mujer la probabilidad de que sea fumadora es 0,34.

MANOS A LA OBRA N°4



A continuación se observa la clasificación de 50 mujeres según el IMC y el tipo de presión arterial.

	Alta	Normal	Total
Bajo Peso	1	6	7
Peso Normal	9	21	30
Sobrepeso	7	4	11
Obeso	2	0	2
Total	19	31	50

Considerar los eventos:

A=“La mujer elegida tiene presión arterial alta”, B=“La mujer elegida tiene sobrepeso”,
C=“ La mujer elegida tiene presión alta y peso normal”, D=“La mujer elegida tiene bajo peso y presión arterial normal”

1)Determinar si los todos los pares de eventos son mutuamente excluyentes.

MANOS A LA OBRA N°4



SI SELECCIONO UNA MUJER AL AZAR...

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga presión arterial alta?
- 2) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga bajo peso y presión arterial normal ?
- 3) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga presión arterial alta sabiendo que tiene sobrepeso?
- 4) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga peso normal o presión arterial normal?

MANOS A LA OBRA N°4



PARA RESOLVER!!

6.14 Probabilidades condicionales (página 343)

Escenario I: Considere la experiencia de tirar un dado una sola vez. El espacio muestral es $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

a) ¿Cuál es la probabilidad de tirar un 2? $P(2)=$

b) Suponga que se sabe que el resultado anterior fue un impar, ¿Cuál es ahora la probabilidad de tirar un 2? $P(2/\text{impar})?$

Escenario II: Considere la experiencia de tirar dos veces una moneda. El espacio muestral es $S = \{CC, CX, XC, XX\}$

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una cara en la segunda tirada? $P(C \text{ en la segunda tirada})=$

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en la segunda tirada si se obtuvo una cara en la primera?

$P(C \text{ en la segunda tirada} / C \text{ en la primera})=$

RELACIÓN ENTRE EVENTOS

- ¿Qué ocurrió en el items a y b del Escenario II de Manos a la obra N°4?
- Al arrojar una moneda ¿influye si antes salió cara o cruz?



Dos eventos A y B son **independientes** si al saber que uno ha ocurrido no cambia la probabilidad de que ocurra el otro, es decir, que no se influyen mutuamente.

A y B son independientes si: $P(A/B)=P(A)$, o $P(B/A)=P(B)$



Si dos eventos A y B son independientes entonces $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$

MANOS A LA OBRA N°5

Retomando los datos de las mujeres clasificadas según IMC y el tipo de presión arterial de MANOS A LA OBRA N°4

	Alta	Normal	Total
Bajo Peso	1	6	7
Peso Normal	9	21	30
Sobrepeso	7	4	11
Obeso	2	0	2
Total			50

- a) ¿Los eventos hipertensión arterial alta y el sobrepeso son mutuamente excluyentes? Explique
- b) ¿Los eventos hipertensión arterial alta y el sobrepeso son independientes? Explique

MANOS A LA OBRA N°5



6.10 (página 348)

Un artículo titulado “Controle su colesterol” (Fuente: Ann Arbor News, 8 de marzo de 1995) describe una prueba casera de colesterol elaborada por ChemTrack. El artículo dice que “los americanos se están volviendo más precavidos con el colesterol...65% de los adultos mide su nivel de colesterol”. Suponga que seleccionamos dos adultos americanos al azar. Considere que las respuestas de los dos son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos hayan medido su nivel de colesterol?