

Estadística y Probabilidad 523250

Test de Hipótesis

DOCENTES

Andrea Fernández & Jean paul Navarrete¹

Mayo, 2024

Introducción

En estadística es de importancia inferir, a partir de una muestra, sobre el verdadero valor de un parámetro poblacional (media, varianza, etc...). Para tal efecto, tenemos básicamente dos opciones:

- 1 Estimar, en base a la muestra, el verdadero parámetro de la población.
- 2 Puede ser de interés saber si algún parámetro poblacional toma un valor específico o si bien es significativamente distinto de ese valor hipotético.

El caso 2) implica tomar una decisión, por lo que se resuelve con test de hipótesis. El test de hipótesis es un procedimiento formal de hacer inferencia y como procedimiento alternativo se tienen los Intervalos de Confianza. A través de un test de hipótesis podemos validar una afirmación (o hipótesis) sobre el valor de un parámetro.

Pruebas de Hipótesis

Los test de hipótesis son formulados en 4 etapas bien definidas:

Primera etapa

Formular la hipótesis nula y alternativa, las cuales denotaremos por H_0 y H_1 respectivamente. En la hipótesis nula se estipulan las hipótesis que contengan una igualdad (Ej: $H_0 : \theta = \theta_0$, $H_0 : \theta \leq \theta_0$, $H_0 : \theta \geq \theta_0$) y en la hipótesis alternativa se estipulan las hipótesis que son el complemento de H_1 (Ej: $H_1 : \theta \neq \theta_0$, $H_1 : \theta > \theta_0$, $H_1 : \theta < \theta_0$). Técnicamente en la hipótesis alternativa se debería especificar lo que "se cree" sobre el valor del parámetro poblacional, por lo que H_0 sería la hipótesis formulada con la intención de que sea rechazada.

La hipótesis nula $H_0 : \theta = \theta_0$ es un contraste bilateral (o de 2 colas) y las hipótesis $H_0 : \theta \leq \theta_0$ y $H_0 : \theta \geq \theta_0$ son contrastes unilaterales (o de 1 cola).

Pruebas de Hipótesis

Segunda etapa

Determinar el criterio de prueba, para lo cual se especifica:

- 1 Un nivel de significancia α (o bien un nivel de confianza $1 - \alpha$).
- 2 Una estadística de prueba sobre la que tomamos una decisión (Hay evidencias para rechazar H_0 o no).
- 3 Una región crítica (o zona de rechazo) que puede ser de una o dos colas.

Tercera etapa

Se obtiene la muestra y se calcula a partir de ésta, los estadísticos de interés con la cual calcularemos el estadístico de prueba.

Pruebas de Hipótesis

Cuarta etapa

Tomar la decisión sobre nuestra hipótesis usando el estadístico de prueba y comparándolo con el valor de tabla respectivo

($Z_{1-\alpha/2}$, $t_{n-1, 1-\alpha/2}$, $\chi^2_{n-1, 1-\alpha/2}$, $Z_{1-\alpha}$, \dots , etc.) según el nivel de confianza $(1 - \alpha)$ escogido en la segunda etapa. Luego, se concluye si existen o no evidencias para rechazar la hipótesis nula H_0 .

Valor-p

Un método alternativo para verificar si existen o no evidencias para rechazar la hipótesis nula H_0 , es observar el valor-p (valor crítico).

Definición: El valor-p es un punto de frontera para α en donde cambiamos la decisión de aceptación a rechazo, en otras palabras, es el valor más pequeño de α que nos hubiese permitido rechazar H_0 .

Nota: Se rechaza H_0 bajo un:

Confianza Nivel de Significancia

99% si $p < 0.01$

95% si $p < 0.05$

90% si $p < 0.1$

80% si $p < 0.2$

Tipos de Error

Sabemos que es posible concluir que existe evidencia para rechazar o no H_0 . Pero esto se concluye generalmente asumiendo que H_0 es cierto, pero hay casos en que H_0 puede no ser cierto por lo que definiremos los siguientes errores:

| | Hipótesis Nula | |
|---------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Verdadera | Falsa |
| No se rechaza H_0 | Decisión correcta tipo A | Error tipo II |
| Se rechaza H_0 | Error tipo I | Decisión correcta tipo B |

Definición de: α y β

A la probabilidad de cometer el error tipo I se conoce con el nombre de “nivel de significancia” ($\alpha = P(\text{cometer Error tipo I})$) y en base a este α construimos nuestros test.

A la probabilidad de cometer Error tipo II, lo denotamos por β ($\beta = P(\text{cometer Error tipo II})$)

Test de Hipótesis

Análogo a lo visto en Intervalos de Confianza, podemos realizar Test de Hipótesis para:

- 1 La media μ con varianza conocida y desconocida.
- 2 La varianza σ^2 .
- 3 La proporción p .
- 4 La diferencia de medias $\mu_1 - \mu_2$ con varianzas conocidas y desconocidas (iguales o distintas).
- 5 El cociente de varianzas σ_1^2 / σ_2^2 .
- 6 La diferencia de proporciones $p_1 - p_2$.

En cada caso, se conservan los supuestos distribucionales de las muestras, tal como fueron especificadas en cada Intervalo de Confianza descrito.

Test de Hipótesis

Los distintos Test de Hipótesis están especificados en un formulario, el cual ha sido subido a la plataforma del curso.

Para ejemplificar el planteamiento y desarrollo de cada Test, serán resueltos los mismos ejercicios vistos en Intervalos de Confianza y se corroborará que las conclusiones obtenidas en Intervalos de Confianza, son las mismas que obtendremos utilizando Test de Hipótesis.

Fin - Test de Hipótesis!!!