



GUÍA 11

Ley de Inducción de Faraday y Ley de Lenz

Objetivos de aprendizaje

Esta guía sirve de soporte para estudiar la Ley de Inducción de Faraday y Ley de Lenz. Las capacidades que tienes que comprobar o desarrollar a través de esta guía son:

- Expresar la ley de inducción de Faraday y la ley de Lenz.
- Aplicar el concepto de ley de Faraday y ley de Lenz a distintos problemas.

Esta guía contiene un resumen de la materia, y los ejercicios esenciales que tienes que saber resolver.

Para profundizar tus conocimientos, puedes apoyarte en las secciones 31.1, 31.2 y 31.3 del libro “Física para ciencias e ingeniería” vol. 2 de Serway & Jewett.

Ideas Claves

Ley de Inducción de Faraday

Hemos estudiado en guías anteriores, los campos eléctricos producidos por cargas estacionarias y los campos magnéticos generados por cargas en movimiento. En esta oportunidad estudiaremos los efectos causados por campos magnéticos que varían en el tiempo. Existen leyes que relacionan ambos campos, y son conocidas como ley de Faraday y ley de Lenz.

Michael Faraday y Joseph Henry mostraron en 1831, en estudios independientes, que es posible inducir una fem (fuerza electromotriz) en un circuito utilizando un campo magnético variable en el tiempo. Para ilustrar esto, consideremos una espira de alambre conectada a un amperímetro sensible como en la **Figura 1**. Cuando el imán se acerca a la espira, la aguja se desvía en una dirección. Cuando se deja el imán en reposo y se mantiene estacionario con respecto a la espira, no se observa deflexión. Y cuando el imán es alejado de la espira, la aguja se desvía en la dirección opuesta.

Por lo tanto, podemos concluir que se genera una corriente a pesar de no haber una batería presente en el circuito. A esta corriente se le conoce como **corriente inducida** la cual está relacionada a una fem inducida.

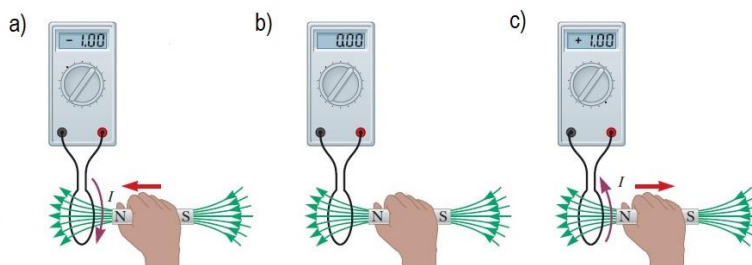


Figura 1: Experimento que muestra la inducción de una corriente en una espira cuando un imán se aproxima o se aleja de la espira.

Ahora describimos un experimento planteado por Faraday. Una bobina primaria se enrolla alrededor de un anillo de hierro aislado de los cables, y se conecta a un interruptor y a una batería, como se ilustra en la **Figura 2**. Al cerrarse el interruptor, una corriente en la bobina produce un campo magnético. Una bobina secundaria también está enrollada alrededor del anillo y se encuentra conectada a un sensible amperímetro. En el circuito secundario no hay batería alguna, y la bobina secundaria no está conectada eléctricamente con la bobina primaria. Por lo tanto, cualquier corriente que se detectase en el circuito secundario deberá haber sido inducido por algún agente externo.

Podríamos pensar que nunca se podrá detectar una corriente en el circuito secundario, pero cuando se abre o cierra el interruptor ocurre algo bastante asombroso.

Al momento de cerrar el interruptor, la aguja del amperímetro se mueve en una dirección y de inmediato regresa a cero. Y cuando se abre el interruptor, la aguja se mueve en la dirección opuesta y nuevamente vuelve a cero. Además, el amperímetro marca cero cuando existe una corriente estable o no existe corriente en el circuito primario.

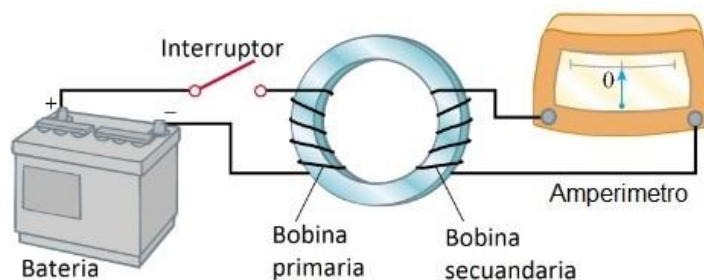


Figura 2: Experimento de Faraday.

Para comprender lo que está ocurriendo en este experimento debemos tener en cuenta que al cerrar el interruptor la corriente en el circuito primario genera un campo magnético que penetra en el circuito secundario. Cuando el interruptor está cerrado, el campo magnético producido por la corriente en el circuito primario cambia de cero hacia algún valor durante un tiempo finito, y este campo variable induce una corriente en el circuito secundario.

Como resultado de estas observaciones, Faraday concluyó que es posible inducir una corriente eléctrica en una espira mediante un campo magnético variable. La corriente inducida existe solo mientras el campo magnético que pasa a través de la espira cambia. En cuanto el campo magnético alcanza un valor estable, la corriente en la espira secundaria desaparece.

Los dos experimentos presentados tienen algo en común: en ambos se induce una fem en la espira cuando el flujo magnético a través de ella cambia en el tiempo. En general, la fem es directamente proporcional a la rapidez en que cambia el flujo magnético en el tiempo, a través de la espira. Esto expresado matemáticamente puede ser escrito como:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Donde $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ es el flujo magnético a través de la espira. Esta expresión es conocida como **Ley de inducción de Faraday**.

Si una bobina está compuesta de N espiras, con la misma área, y Φ_B es el flujo del campo magnético a través de la espira, se induce una fem en todas las espiras. Las espiras están en serie por lo que sus fem se suman; debido a eso, la fem total inducida en la bobina está dada por la expresión

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

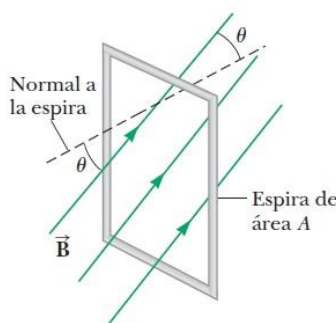


Figura 3: Espira conductora que encierra un área A en presencia de un campo magnético uniforme \vec{B} . El ángulo formado entre \vec{B} y la normal a la espira es θ .

Supongamos ahora, que una espira que encierra una superficie A se encuentra en un campo magnético uniforme \vec{B} , como en la **Figura 3**. El flujo magnético a través de la espira es igual a $BA \cos \theta$, donde θ es el ángulo entre el campo magnético y la normal a la espira; por esto, la fem inducida puede expresarse como

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BA \cos \theta)$$

De esta expresión podemos observar que una fem puede ser inducida en un circuito de varias formas

- La magnitud de \vec{B} cambia con el tiempo.
- El área encerrada por la espira cambia con el tiempo.
- El ángulo θ entre \vec{B} y la normal a la espira puede cambiar con el tiempo.
- Cualquier combinación presentarse de lo anterior.

Aplicación de la Ley de Faraday

Una aplicación tecnológica de la Ley de Faraday es el sistema que permite producir el sonido en una guitarra eléctrica. En este caso la bobina, llamada bobina de toma, se coloca cerca de la cuerda de la guitarra, que está fabricada de un material magnetizable. Un imán permanente en el interior de la bobina magnetiza la porción de la cuerda cercana. Cuando la cuerda vibra con cierta frecuencia, su segmento magnetizado produce un flujo magnético variable a través de la bobina y este flujo induce una fem en la bobina que alimenta el amplificador.

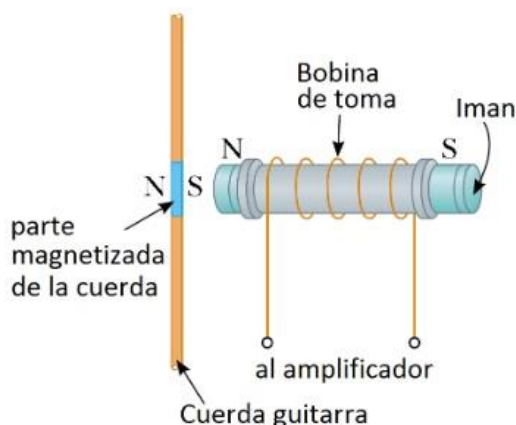


Figura 4: Cuerda de guitarra eléctrica, que vibra, induce una fem en la bobina recolectora.

Fem inducida por un movimiento

Consideremos un conductor recto de longitud l , como se muestra en la **Figura 5**. El cual se mueve a través de un campo magnético uniforme dirigido hacia el interior de la página. Supondremos que el conductor se mueve en una dirección perpendicular al campo con una velocidad constante bajo la acción de un agente externo. Los electrones en el conductor perciben una fuerza $\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$, dirigida a lo largo de la longitud l , perpendicular a \vec{v} y \vec{B} . Al estar en presencia de esta fuerza, los electrones se mueven hacia el extremo inferior del conductor, acumulándose allí y dejando una carga positiva neta en el extremo superior. Como resultado de esto se produce un campo eléctrico \vec{E} dentro del conductor. Las cargas se acumulan en ambos extremos debido a la fuerza magnética qvB dirigida hacia abajo, hasta equilibrarse bajo la fuerza eléctrica qE hacia arriba. Podemos entonces describir la condición de equilibrio a través del equilibrio entre estas fuerzas

$$qE = qvB \quad \text{o} \quad E = vB$$

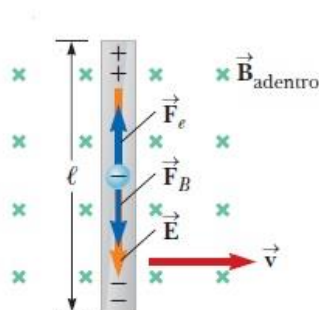


Figura 5: Conductor eléctrico recto de longitud l que se mueve con una velocidad \vec{v} a través de un campo magnético uniforme \vec{B} .

Sabemos además que la magnitud del campo eléctrico producido en el conductor está relacionada con la diferencia de potencial a través de los extremos del conductor, dado por $\Delta V = El$. Para la condición de equilibrio entonces tenemos que

$$\Delta V = El = Blv$$

En consecuencia, se mantiene una diferencia de potencial entre los extremos del conductor siempre que este se siga moviendo a través del campo magnético uniforme.

Una situación más interesante se presenta cuando el conductor en movimiento forma parte de una trayectoria de conducción cerrada. Consideramos un circuito

constituido por una barra conductora de longitud l que se desliza a lo largo de dos rieles conductores paralelos fijos, como en la **Figura 6**.

Supondremos que la barra tiene una resistencia igual a cero y la parte fija del circuito tiene una resistencia R . Aplicamos un campo magnético uniforme y constante \vec{B} perpendicular al plano del circuito. Conforme se mueve la barra hacia la derecha con una velocidad \vec{v} bajo la influencia de una fuerza aplicada \vec{F}_{app} , las cargas libres en la barra experimentan una fuerza magnética dirigida a lo largo de su longitud. Esta fuerza establece una corriente inducida, ya que las cargas tienen la libertad para moverse en la trayectoria conductora cerrada.

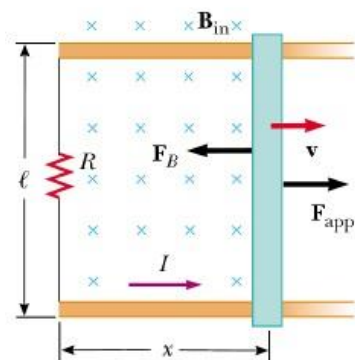


Figura 6: Barra conductora que se desliza con una velocidad \vec{v} a lo largo de dos rieles conductores bajo la acción de una fuerza aplicada \vec{F}_{app} .

Dado que en cualquier instante el área encerrada por el circuito es igual a lx , donde x es la posición de la barra, el flujo magnético a través de esta área es

$$\Phi_B = Blx$$

Usando la ley de Faraday y observando que x cambia con el tiempo con una rapidez $v = dx/dt$, encontramos que la fem de movimiento inducida es igual a

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt}$$

Ya que la resistencia en el circuito es R , la magnitud de la corriente inducida es

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Además, la fuerza magnética \vec{F}_B con la cual el campo magnético \vec{B} actúa sobre el conductor está dada por

$$\vec{F}_B = I \int d\vec{l} \times \vec{B} = -IlB\frac{\vec{v}}{v}$$

$$\vec{F}_B = -\frac{l^2 B^2}{R} \vec{v}$$

Si quisiéramos mantener el conductor móvil bajo una velocidad constante, tendríamos que ejercer una fuerza dada por

$$\vec{F} = -\vec{F}_B$$

El trabajo realizado por esta fuerza \vec{F} por unidad de tiempo (potencia mecánica) es

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \frac{l^2 B^2 v^2}{R}$$

Por otro lado, la potencia disipada por la corriente inducida es

$$P = \varepsilon l = Blv \cdot \frac{Blv}{R} = \frac{l^2 B^2 v^2}{R}$$

Vemos que el resultado es consistente con el principio de conservación de la energía: la potencia producida por el trabajo mecánico de empujar el conductor móvil es igual a la potencia disipada en forma de calor por el efecto Joule.

Ley de Lenz

La ley de Faraday indica que la fem inducida y el cambio en el flujo tienen signos opuestos. Lo anterior tiene una interpretación física muy real que es conocida como **ley de Lenz: la corriente inducida tiende a mantener el flujo magnético original a través de la espira sin cambio.**

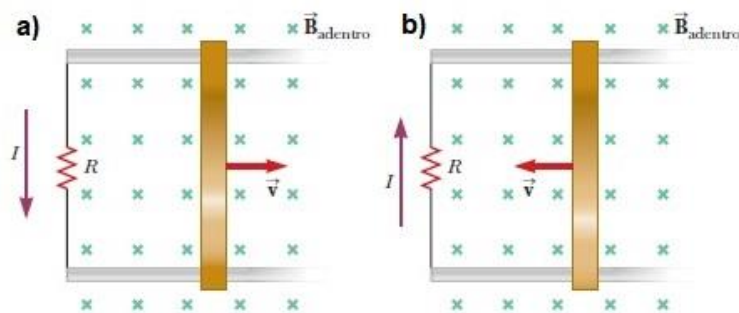


Figura 7: Se puede utilizar la ley de Lenz para determinar la dirección de la corriente inducida.



Para comprender la ley de Lenz, consideremos el ejemplo de una barra que se mueve hacia la derecha sobre dos rieles paralelos en presencia de un campo magnético uniforme, como se ve en la **Figura 7**. Conforme se mueve la barra hacia la derecha (ver **Figura 7 a**) el flujo magnético a través del área encerrada por el circuito se incrementa con el tiempo, ya que el área aumenta. La ley de Lenz establece que la corriente inducida debe estar dirigida de forma que el campo magnético debido a un campo externo dirigido hacia dentro de la página está en aumento, la corriente inducida, si ha de oponerse a este cambio, debe producir un campo dirigido hacia el exterior de la página. En consecuencia, la corriente inducida debe dirigirse en dirección opuesta a la de las manecillas de reloj cuando la barra se mueve hacia la derecha.

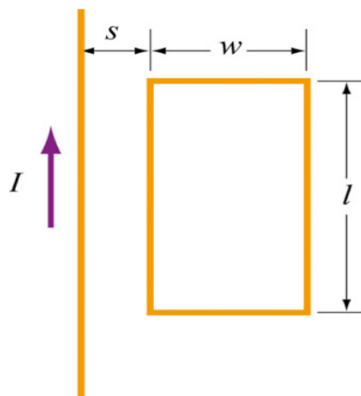
Si la barra se mueve hacia la izquierda con en la **Figura 7 b**), el flujo magnético externo a través del área encerrada por la espira se reduce con el transcurso del tiempo. Como el campo está dirigido hacia la página, la dirección de la corriente inducida tiene a mantener el flujo original a través del área encerrada por la espira de corriente.

Examinemos esta situación desde un punto de vista energético. Supongamos que a la barra se la da un ligero impulso hacia la derecha. Como vimos, esto establecería una corriente en la espira en dirección antihoraria. Pero, ¿Qué pasaría si suponemos que la corriente va en dirección de las manecillas del reloj, tal que la fuerza magnética ejercida sobre la barra esté dirigida hacia la derecha? Esta fuerza aceleraría la barra incrementando su velocidad, haciendo que se incremente el área encerrada por la espira con mayor rapidez, provocando a su vez un incremento en la corriente. Este sistema estaría adquiriendo energía sin ninguna fuente que se la proporcione, por lo que este comportamiento evidentemente viola la ley de conservación de la energía. Por lo tanto, la corriente debe ir en sentido contrario a las manecillas del reloj.



Ejemplo 1: Bucle rectangular cerca de un cable

Un alambre recto infinito transporta una corriente I y se coloca a la izquierda de un bucle rectangular de alambre de ancho w y largo l , como se muestra en la figura.



- Determine el flujo magnético a través del bucle rectangular debido a la corriente I .
- Suponga que la corriente es una función del tiempo con $I(t) = a + bt$, donde a y b son constantes positivas. ¿Cuál es la fem inducida en el bucle y la dirección de la corriente inducida?

Solución:

- Usando la ley de Ampere:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \mu_0 I_{enc}$$

El campo magnético debido a un cable portador de corriente a una distancia r es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

El flujo magnético total Φ_B a través del bucle se puede obtener sumando las contribuciones de todos los elementos de área diferencial $dA = l dr$:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_s^{s+w} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{s+w}{s}\right)$$

Tenga en cuenta que hemos elegido el vector de área para apuntar a la página, de modo que $\Phi_B > 0$.

b) Según la ley de Faraday, la fem inducida es

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \left(\frac{s+w}{s} \right) \right] = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \left(\frac{s+w}{s} \right) \cdot \frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 b l}{2\pi} \ln \left(\frac{s+w}{s} \right)$$

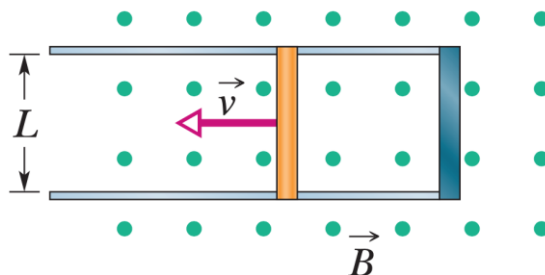
donde lo hemos usado $dI/dt = b$.

El cable recto que lleva una corriente I produce un flujo magnético en la página a través del bucle rectangular. Según la ley de Lenz, la corriente inducida en el bucle debe fluir en sentido contrario a las agujas del reloj para producir un campo magnético fuera de la página para contrarrestar el aumento del flujo hacia adentro.

Ejemplo 2: Inducción y transferencia de energía

En la figura se fuerza a una barra de metal a moverse con velocidad \vec{v} a lo largo de dos rieles de metal paralelos, conectados con una tira de metal en un extremo. Un campo magnético de magnitud $B = 0,35 \text{ T}$ apunta fuera de la página.

- Si los rieles están separados por $L = 25 \text{ cm}$ y la rapidez de la varilla es de 55 cm/s , ¿Qué fem se genera?
- Si la barra tiene una resistencia de 18Ω y los rieles y el conector tienen una resistencia despreciable, ¿Cuál es la corriente de la barra?



Solución:

- De la condición de equilibrio para una fem inducida en movimiento, tenemos que

$$\varepsilon = BLv = (0,35 \text{ T})(0,25 \text{ m})(0,55 \text{ m/s}) = 0,0481 \text{ V}$$

- Según la ley de Ohm, la corriente inducida es

$$I = \frac{V}{R} = \frac{0,0481 \text{ V}}{18 \Omega} = 0,00267 \text{ A}$$

Según la ley de Lenz, la corriente es en el sentido de las agujas del reloj en la figura.



Ejercicios

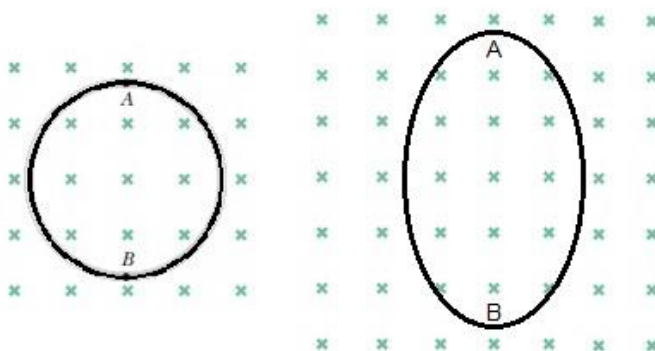
Ejercicio 1

Una bobina circular de 25 vueltas tiene un diámetro de 1 m. Está colocada con su eje orientado en la dirección del campo magnético de la Tierra cuyo valor es $50 \mu T$, y después de $0,2 s$ se le hace girar 180° . ¿Cuál es la magnitud de la fem promedio generada en la bobina?

Resp: $\varepsilon = 9,82 [mV]$

Ejercicio 2

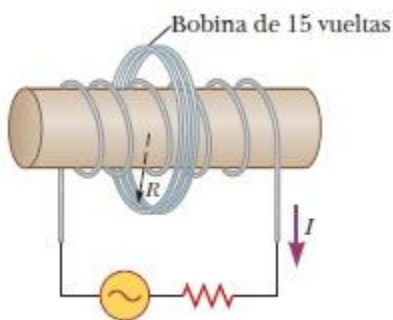
Una espira flexible (ver figura) tiene un radio de 12 cm y se encuentra en un campo magnético de magnitud $0,15 T$. La espira se sujeta entre los puntos A y B y se estira linealmente hasta que su área es casi cero. Si se tarda $0,2 s$ para cerrar la espira, ¿Cuál es la magnitud promedio de la fuerza electromotriz inducida durante este intervalo de tiempo?



Resp: $|\varepsilon| = 33,9 mV$

Ejercicio 3

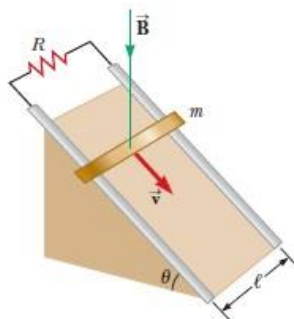
Un solenoide largo con un radio de 2 cm y de $1000\text{ vueltas/metro}$ (ver figura), está rodeado por una bobina con un radio de 10 cm y de 15 vueltas . La corriente en el solenoide cambia según la expresión $I = 5 \sin(120 t)$, donde I está en amperes y t en segundos. Encuentre la fem inducida en la bobina de 15 vueltas en función del tiempo.



Resp: $\varepsilon = -0,0142 \cos(120 t) [V]$

Ejercicio 4

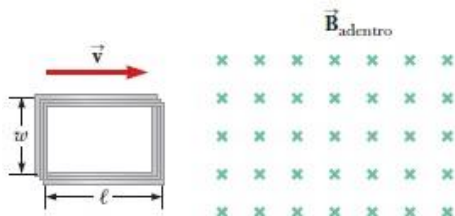
La figura muestra una barra de masa $m = 0,2\text{ kg}$ que puede deslizarse sin fricción en un par de rieles separados por una distancia $l = 1,2\text{ m}$ y situada en un plano inclinado que forma un ángulo $\theta = 25^\circ$ con respecto al suelo. La resistencia del resistor es $R = 1\ \Omega$ y un campo magnético uniforme de magnitud $B = 0,5\text{ T}$ está dirigido hacia abajo, perpendicular al suelo, sobre toda la región a través de la cual la barra se mueve. ¿Con qué rapidez se desliza la barra a lo largo de los rieles?



Resp: $v = \frac{mgR \sin \theta}{(Bl \cos \theta)^2}$

Ejercicio 5

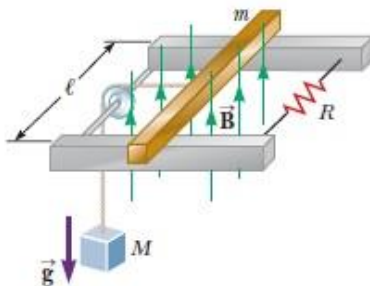
Una bobina rectangular con resistencia R tiene N vueltas, cada una de longitud l y anchura w , como se muestra en la figura. La bobina se mueve en un campo magnético uniforme \vec{B} con velocidad constante \vec{v} . ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza magnética total en la bobina (a) cuando entra en el campo magnético, (b) cuando se mueve dentro del campo, y (c) cuando abandona el campo?



- Resp: a) $F = \frac{N^2 B^2 w^2}{R}$. Se mueve hacia la izquierda.
b) $F = 0$.
c) $F = \frac{N^2 B^2 w^2}{R}$. Se mueve hacia la izquierda

Ejercicio 6

La barra de masa m de la figura es desplazada horizontalmente sobre rieles paralelos y sin fricción mediante un hilo sin masa que pasa por encima de una polea ligera y sin fricción unida a un objeto suspendido de masa M . El campo magnético uniforme tiene una magnitud B y l es la distancia entre los rieles. La única resistencia eléctrica significativa es el resistor R , que conecta a los rieles en sus extremos. Deduzca una expresión que proporcione la rapidez horizontal de la barra en función del tiempo si el objeto suspendido se libera con la barra en reposo en $t = 0$.



Resp: $v = \frac{MgR}{B^2 l^2} [1 - e^{-B^2 l^2 t / R(M+N)}]$



BIBLIOGRAFÍA.

Esta guía fue inspirada de los libros siguientes.

1. R. A. Serway, J. W. Jewett Jr., *Física para Ciencias e Ingenierías*, Thomson, 6th edición, 2005.
2. H.D Young, R.A. Freedman, F.W Sears, M.W. Zemansky. *Sears e Zemansky física III: electromagnetismo*. Pearson, 2004.