Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos
Primer Semestre 2021

TALLER No. 2 - PRIMER SEMESTRE 2021

Estimadas y estimados estudiantes:

1. El Taller No. 2 estará disponible en la plataforma Moodle desde **el miércoles 28 de julio a las 20:00 hasta el domingo 1 de agosto a las 20:00**, es decir, el tiempo destinado para el desarrollo completo del Taller es de miércoles a domingo.
2. Las respuestas a cada pregunta planteada deben ser escritas con letra legible, de modo que la escritura contraste con el fondo de la hoja. Se recomienda desarrolle cada ejercicio en hojas independientes. **Incluir en el desarrollo de su prueba TODOS los resultados parciales.**
3. Luego, la solución a dichos problemas deberá ser **escaneada o fotografiada** en un documento **único** en formato **.pdf**. Para ello pueden usar cualquier dispositivo electrónico, tales como teléfonos inteligentes, Tablet, etc. que cuentan con múltiples aplicaciones gratuitas para realizar esta tarea, ejemplo: CamScanner.

   Incorpore en cada hoja el Nombre Completo y Sección.
4. El documento deberá respetar el formato de nombre de archivo: **"apellido_nombre.pdf"** (Ejemplo: **peralta_nicole.pdf**).
5. El plazo de envío termina impostergablemente a las **20:00 horas** del domingo 1 de agosto, esto está configurado en la plataforma https://uvirtual.usach.cl/moodle. Si no respeta este tiempo, no podrá enviar su evaluación.

Taller No. 2

P1) (2 ptos.) Se sabe que si f es una función de orden exponencial b, entonces $F(s) = \mathcal{L}(f(t))(s)$ tiene derivada para $s > b$ y satisface

$$\frac{d}{ds}F(s) = -\mathcal{L}(tf(t))(s).$$

Consideremos la siguiente ecuación diferencial de orden 2

$$\begin{cases} ty''(t) + ty'(t) - y = 0, \quad t > 0 \\ y(0) = 0, \ y'(0) = 1. \end{cases}$$

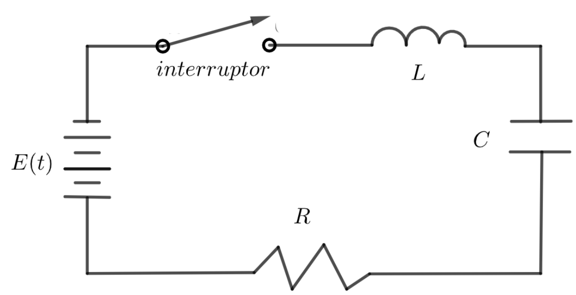
(a) Pruebe que $Y(s) = \mathcal{L}(y(t))(s)$ satisface

$$Y'(s) + \frac{2}{s}Y(s) = 0.$$

(b) Encuentre la solución general de la EDO de primer orden obtenida en (a).

(c) Recordando que $\lim_{s\to\infty} \mathcal{L}(y(t))(s) = 0$, determine $y(t)$.

P2) Consideremos el siguiente circuito RLC en serie



La ecuación diferencial que modela este circuito RLC en serie viene dada por la siguiente expresión:

$$L\frac{d}{dt}i(t) + Ri(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t),$$

donde L es la inductancia de la bobina (en Henrios H), R es la resistencia (en Ohmios Ω), C es la capacidad eléctrica del condensador (en Faradios F) y $E(t)$ es la fuerza electromotriz de un generador (en Voltios V). La función $i(t)$ es la intensidad de corriente eléctrica en el circuito (en Amperios A) y $q(t)$ es la carga. Aplicando la relación $i = \frac{d}{dt}q$, obtenemos la siguiente ecuación integro-diferencial

$$L\frac{d}{dt}i(t) + Ri(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau = E(t).$$

Supondremos además que inicialmente no existe corriente en el circuito ni carga en el capacitor.

(a) (2 ptos.) En el tiempo $t = 0$ se cierra el interruptor y se mantiene así en el tiempo. Además, se aplica una fuerza electromotriz $E(t) = \cos(t)$. Determine, **usando Transformada de Laplace**, la intensidad de corriente eléctrica del circuito RLC. Para lo anterior use los siguientes datos:

- $L = 1\ (H)$
- $R = 3\ (\Omega)$
- $C = 0.5\ (F)$

(b) (2 ptos.) Ahora, en el tiempo $t = 0$ se cierra el interruptor durante $1s$. En el tiempo $t = 1$ se abre el interruptor durante $1s$. Finalmente, en el tiempo $t = 2$ se cierra el interruptor y se mantiene así en adelante. Además, se aplica una fuerza electromotriz $E(t) = 10(V)$. Determine, **usando Transformada de Laplace**, la intensidad de corriente eléctrica del circuito RLC. Para lo anterior use los siguientes datos:

- $L = 1\ (H)$.
- $R = 4\ (\Omega)$.
- $C = 0.2\ (F)$.