UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

GUÍA 7
Corriente y Resistencia Eléctrica

Objetivos de aprendizaje
Esta guía sirve de soporte para estudiar capacitancia. Las capacidades que tienes que comprobar o desarrollar a través de esta guía son:

- Expresar la corriente eléctrica y la resistencia eléctrica.
- Aplicar la Ley de Ohm.

Esta guía contiene un resumen de la materia, y los ejercicios esenciales que tienes que saber resolver.
Para profundizar tus conocimientos, puedes apoyarte en las secciones 27.1 y 27.2 del libro "Física para ciencias e ingeniería" vol 2 de Serway & Jewett.

Ideas Claves

Corriente eléctrica

La **corriente eléctrica** se define como el flujo de carga eléctrica a través de un material. Este flujo depende del material a través del cual pasan las cargas y de la diferencia de potencial existente de un extremo a otro del material. Cada vez que hay un flujo neto de carga a través de alguna región, decimos que existe una corriente eléctrica.

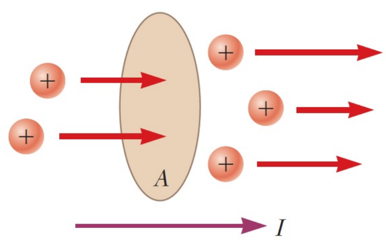


Figura 1: Cargas de movimiento a través de un área A.

Para ser más formales en la definición, supongamos cargas que se mueven en forma perpendicular a una superficie A, como vemos en la figura 1. **La corriente se define como la tasa a la cual circula la carga a través de esta superficie**. Si ΔQ es la cantidad de carga que pasa a través de esta superficie en un intervalo de tiempo Δt, la corriente promedio I_{prom} es igual a la carga que pasa a través de A por unidad de tiempo:

$$I_{prom} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Definimos la corriente instantánea I como el límite de la corriente promedio cuando $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I \equiv \frac{dQ}{dt}$$

Así, la unidad de la corriente en el SI, es el ampere (A)

$$1A = 1C/s$$

Las cargas que pasan por la superficie A pueden ser positivas, negativas o ambas. Por convención se le asigna a la corriente la misma dirección que la del flujo de carga positiva. Comúnmente nos referiremos a las cargas en movimiento (positivas o negativas) como portadores de carga móvil.

Podemos describir microscópicamente la conducción en un metal, relacionando la corriente con estos portadores de carga. Consideramos para ello, la corriente en un conductor cilíndrico como en la figura 2, de área de sección transversal A. El volumen de un segmento del conductor de longitud Δx entre dos secciones transversales, es $A\Delta x$. Si el número de portadores de carga móviles por unidad de volumen es n, es decir, la densidad de portadores de carga, entonces el número de portadores de carga en el segmento gris es $nA\Delta x$. Entonces la carga total ΔQ de esta sección es igual a

$$\Delta Q = (nA\Delta x)q$$

Donde q es la carga de cada portador.

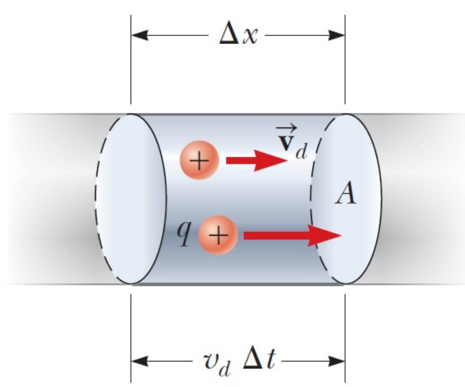


Figura 2: Segmento de un conductor uniforme de área A.

Si los portadores se mueven con una rapidez promedio v_d en dirección paralela al eje del cilindro, la magnitud del desplazamiento que experimentan en dicha dirección en un intervalo de tiempo es Δt es $\Delta x = v_d \Delta t$. Este intervalo es el que se requiere para que todos los portadores de carga del cilindro atraviesen el área circular de uno de los extremos. Con esto podemos reescribir ΔQ de la forma

$$\Delta Q = (nAv_d\Delta t)q$$

Dividiendo ambos lados de la ecuación por Δt, obtenemos la corriente promedio en el conductor:

$$I_{prom} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_dA$$

Recordemos que la rapidez v_d está asociada a un promedio de las velocidades de los portadores de carga dentro del material también llamada velocidad de arrastre $\vec{v}_d$.

Resistencia eléctrica

Consideremos un conductor de área de sección transversal A que transporta una corriente I. Definimos la densidad de corriente J en el conductor, como la corriente por unidad de área. Ya que la corriente es $I = nqv_dA$, entonces la densidad de carga es igual a

$$J \equiv \frac{I}{A} = nqv_d$$

Donde J tiene unidades en el SI de $[A/m^2]$. Ojo, que esta expresión solo es válida si la densidad de corriente es uniforme y solo si la superficie del área de sección transversal A es perpendicular a la dirección de corriente.

Cuando en el conductor mantenemos una diferencia de potencial, se establece una densidad de corriente J y un campo eléctrico E. En algunos materiales, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico

$$J = \sigma E$$

Donde σ es la conductividad eléctrica del conductor. Los materiales que obedecen esta ecuación se dice que siguen la **Ley de Ohm**. Esta ley afirma que ***en muchos materiales (incluyendo la mayor parte de los metales) la relación de la densidad de corriente J con el campo eléctrico E es una constante σ que es independiente del campo eléctrico que produce la corriente.***

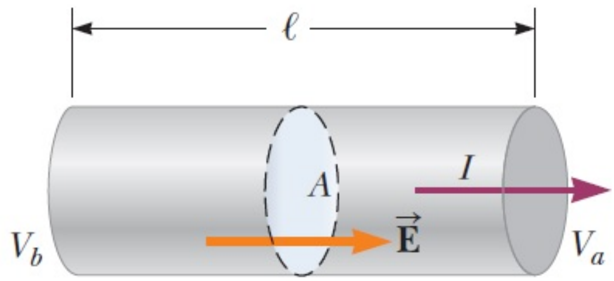


Figura 3: Conductor uniforme de longitud l
y área de sección transversal A.

Consideremos un segmento de alambre recto de área de sección transversal uniforme A y longitud l, como en la figura 3. De un extremo a otro del alambre se mantiene una diferencia de potencial $\Delta V = V_b - V_a$, generando un campo eléctrico y una corriente. Suponiendo que el campo es uniforme dentro del alambre, la magnitud de la diferencia de potencial se relaciona con el campo dentro de él como

$$\Delta V = El$$

La densidad de corriente en el alambre, definida anteriormente, se expresa entonces

$$J = \sigma \frac{\Delta V}{l}$$

Ya que $J = I/A$, la diferencia de potencial a través del alambre es

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A} \right) I = RI$$

Donde la cantidad $R = l/\sigma A$ es la **resistencia** del conductor, la cual es definida como la razón de la diferencia de potencial aplicada a un conductor a la corriente que pasa por el mismo:

$$R \equiv \frac{\Delta V}{I}$$

La resistencia tiene unidades del SI de $[V/A]$. Un volt por ampere se define como un **ohm** (**Ω**):

$$1\Omega = 1V/A$$

El inverso de la conductividad es la **resistividad** ρ:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Donde ρ tiene dimensiones de $[\Omega \cdot m]$. Podemos expresar la resistencia a lo largo de la longitud l de un bloque uniforme de material de la forma

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Todo material óhmico tiene una resistividad característica que depende de las propiedades del material y de la temperatura. Además, la resistencia de una muestra de material depende tanto de su geometría como de su resistividad.

A continuación, presentamos una tabla que muestra las resistividades de una diversidad de materiales a $20°C$.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Tabla 27.2 **Resistividades y coeficientes de temperatura de resistividad para diversos materiales**

Material	Resistividad[a] ($\Omega \cdot m$)	Coeficiente de temperatura[b] α [($^{\circ}C^{-1}$)]
Plata	1.59×10^{-8}	3.8×10^{-3}
Cobre	1.7×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Oro	2.44×10^{-8}	3.4×10^{-3}
Aluminio	2.82×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Tungsteno	5.6×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Hierro	10×10^{-8}	5.0×10^{-3}
Platino	11×10^{-8}	3.92×10^{-3}
Plomo	22×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Nicromo[c]	1.00×10^{-6}	0.4×10^{-3}
Carbono	3.5×10^{-5}	-0.5×10^{-3}
Germanio	0.46	-48×10^{-3}
Silicio[d]	2.3×10^{3}	-75×10^{-3}
Vidrio	10^{10} to 10^{14}	
Hule rígido	$\sim 10^{13}$	
Azufre	10^{15}	
Cuarzo (fundido)	75×10^{16}	

Ejemplo

Resistividad de un cable

Un cable de 300 km de longitud consta de cinco hilos de cobre, cada uno de 0,52 mm de diámetro, agrupados y rodeados por una funda aislante. Calcula la resistencia del cable. Utilice $3 \times 10^{-6}\,\Omega.cm$ para la resistividad del cobre.

Solución:

La resistencia R de un conductor está relacionada con la resistividad ρ por $R = \rho\frac{l}{A}$, donde l y A son la longitud del conductor y el área de la sección transversal, respectivamente. Dado que el cable consta de $N = 5$ hilos de cobre, el área de la sección transversal total es

$$A = N\pi r^2 = N\frac{\pi d^2}{4} = 5\frac{\pi(0.052)^2}{4}$$

La resistencia entonces resulta en

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{(3 \times 10^{-6}\Omega.cm)(3 \times 10^{7}cm)}{5\pi(0.052cm)^2/4} = 8.476 \times 10^3\Omega$$

Ejercicios

Ejercicio 1

Una de las líneas de transmisión del sistema interconectado central (SIC) conecta la ciudad de Curicó con Santiago cuya distancia aproximada es de 200 kilómetros. Si la línea de transmisión tiene un diámetro de 2 cm y el conductor es de cobre con una densidad de carga libre de $8.5x10^{28}$ electrones por metro cubico y transporta una corriente constante de 1000 A. ¿Cuántos años le toma a un electrón llegar a la ciudad de Santiago?

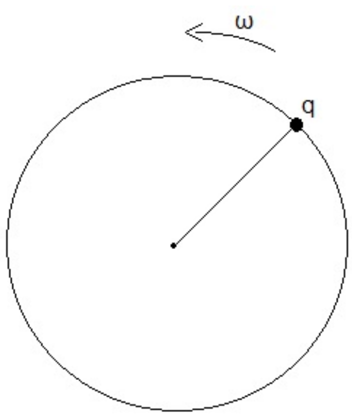
Resp: 27.1 [años]

Nota: Por lo tanto, puede preguntarse por qué una luz se enciende casi instantáneamente cuando se activa el interruptor. En un conductor, los cambios en el campo eléctrico que impulsan los electrones libres viajan a través del conductor con una rapidez cercana a la de la luz. De este modo, cuando activa un interruptor de luz, los electrones ya presentes en el filamento del foco experimentan fuerzas eléctricas y comienzan a moverse después de un intervalo de tiempo del orden de nanosegundos.

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Ejercicio 2

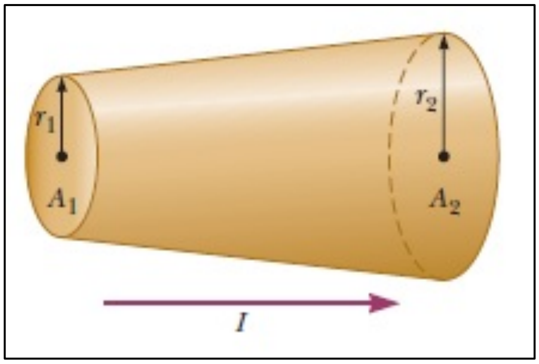
Una pequeña esfera que tiene una carga *q* se hace girar en círculo en el extremo de un hilo aislante tal como muestra la figura. La frecuencia angular de rotación es ω. ¿Qué corriente promedio representa esta carga en rotación?



Resp: $I = \frac{q\omega}{2\pi}$

Ejercicio 3

La figura representa una sección de un conductor circular de diámetro no uniforme que porta una corriente de $I = 5\ A$. El radio de la sección transversal A_1 es $r_1 = 0.4\ cm$.



a) ¿Cuál es la magnitud de la densidad de corriente a través de A_1? El radio r_2 en A_2 es mayor que el radio r_1 en A_1.

b) ¿La corriente en A_2 es mayor, menor o igual?
c) ¿La densidad de corriente en A_2 es mayor, menor o la misma?

Suponga $A_2 = 4A_1$.

d) Especifique el radio r_2
e) Especifique la densidad de corriente en A_2.

Resp: a) $J = 99.5 \left[\frac{KA}{m^2}\right]$

b) La corriente es la misma.

c) La sección transversal es mayor, por lo tanto, la densidad de corriente es menor.

d) $r_2 = 0.8[cm]$

e) $J_2 = 2.49 \times 10^4 \left[\frac{A}{m^2}\right]$

Ejercicio 4

Un calentador eléctrico lleva una corriente de $13.5\ A$ cuando funciona a un voltaje de $120\ V$. ¿Cuál es la resistencia del calentador?

Resp: $R = 8.89\ [\Omega]$

Ejercicio 5

Un alambre de $50\ m$ de longitud y $2\ mm$ de diámetro está conectado a una fuente con una diferencia de potencial de $9{,}11\ V$ y la corriente es de $36\ A$. Suponga una temperatura de $20°C$. Utilizando la tabla identifique el metal del que está hecho el alambre.

Resp: El alambre está hecho de plata.

Ejercicio 6

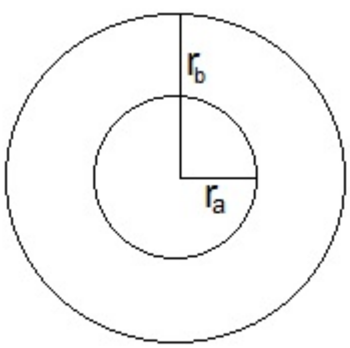
Suponga que desea fabricar un alambre uniforme de una masa *m* de un metal con densidad ρ_m y resistividad ρ. Si el alambre tiene una resistencia *R* y si todo el metal se va a utilizar. ¿Cuál debe ser (a) la longitud y (b) el diámetro de este alambre?

Resp: a) $\ell = \sqrt{\frac{mR}{\rho\rho_m}}$

b) $d = \sqrt{\frac{4}{\pi}}\left(\frac{\rho m}{\rho_m R}\right)^{1/4}$

Ejercicio 7

Un cascaron esférico, con radio interior r_a y radio exterior r_b, se forma a partir de un material de resistividad ρ. Porta corriente radialmente, con densidad uniforme en todas direcciones.



Demuestre que su resistencia es:

$$R = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

BIBLIOGRAFÍA.

Esta guía fue inspirada de los libros siguientes.

1. R. A. Serway, J. W. Jewett Jr., *Física para Ciencias e Ingenierías*, Thomson, 6th edición, 2005.
2. H.D Young, R.A. Freedman, F.W Sears, M.W. Zemansky.*Sears e Zemansky física III: electromagnetismo*. Pearson, 2004.
3. J. Escrig, C. López, *Apuntes de Electromagnetismo I*, 2011.