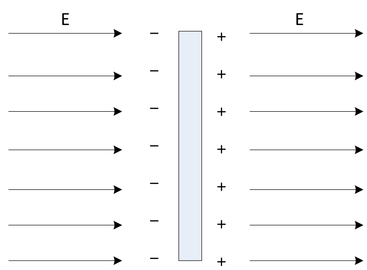
PROPIEDADES DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO

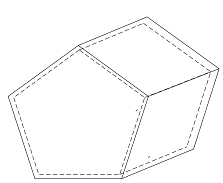
Se dice que un conductor está en equilibrio cuando sus cargas libres no están en movimiento. Un conductor en equilibrio cumple con las siguientes propiedades:

- **El campo eléctrico en el interior de un conductor cargado es cero**.



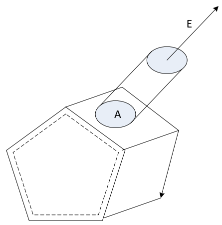
Verificaremos esta propiedad razonando de la siguiente manera: si un cuerpo conductor está sometido a un campo eléctrico y el campo en su interior fuese diferente de cero, sus cargas libres experimentarían fuerzas lo que las pondría en movimiento y por lo tanto el cuerpo no estaría en equilibrio, lo que contradice la hipótesis. Veamos qué es lo que puede estar ocurriendo para que se cumpla esta afirmación. Suponga que la pieza conductora tiene la forma que se muestra en la figura (paralelepípedo recto) de base rectangular. Si esta pieza se pone dentro de un campo eléctrico E las cargas negativas serán atraídas por la fuente del campo produciéndose una distribución de cargas parecida a la de la figura. El movimiento de las cargas se prolongará hasta que el campo interior iguale al exterior haciendo que el campo sea nulo dentro del conductor. Esto ocurre en aproximadamente 19^{-16}segundos por lo que puede considerarse instantáneo.

- **Si un conductor aislado tiene una carga, esta reside en su superficie**.



Esta propiedad es consecuencia del teorema de Gauss. Suponga que un cuerpo conductor como el de la figura, tiene una carga eléctrica, entonces **como el campo eléctrico en el interior es cero**, si hacemos una superficie gausiana, siguiendo fielmente la forma del cuerpo, como se muestra con la línea punteada, ésta no debe contener carga eléctrica en su interior. Efectivamente, porque si la gausiana tuviese carga eléctrica en su interior, el campo sería diferente de cero. Por otra parte, esta superficie puede estar tan cerca de la frontera del cuerpo como queramos por lo tanto la carga, si existe, debe estar en la última capa del conductor.

- **El campo eléctrico fuera de un conductor cargado es perpendicular a su superficie y tiene como magnitud σ/ε_0, donde σ es la densidad de carga del elemento de superficie considerado**.

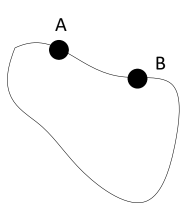


Suponga un cuerpo conductor cargado como el de la figura, sabemos que la carga debe estar en la última capa del conductor. Para demostrar que el campo eléctrico emergente de un conductor cargado es perpendicular a su superficie basta considerar que si hubiese una componente paralela a la superficie ésta pondría a las cargas del cuerpo en movimiento y el cuerpo no estaría en equilibrio. Para demostrar la segunda parte de la propiedad que nos ocupa, hagamos una superficie gausiana cilíndrica que entra en una cara del cuerpo de forma que penetra en éste haciendo que su tapa inferior esté dentro de él. Aplicamos el teorema de Gauss a esta superficie calculando el flujo a través de todas las caras del cilindro. Por los costados del cilindro no hay flujo porque el campo eléctrico es perpendicular en cada punto a los vectores de la superficie. Por la cara plana que está en el interior del cilindro tampoco hay flujo porque adentro del conductor no hay campo eléctrico. Entonces sólo hay flujo por la cara exterior del cilindro en la que el campo eléctrico es paralelo al vector de la superficie. La carga encerrada por el cilindro es σA y A es el área "cortada" por el cilindro, entonces, el teorema de Gauss se escribiría así:

$$\oint \overrightarrow{E}\cdot\overrightarrow{dA} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow EA=\frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

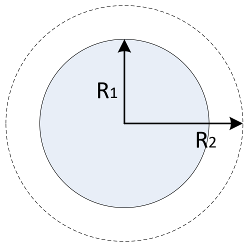
- **En un cuerpo conductor irregular cargado, la densidad de carga es mayor en las zonas en que el radio de curvatura del cuerpo es menor (poder de las puntas).**

Para establecer esta propiedad primero demostraremos que en un conductor cargado **todos los puntos de su superficie se encuentran al mismo potencial**.



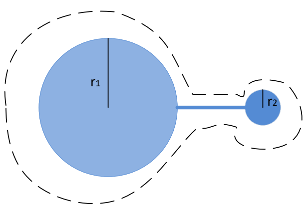
Supongamos que nos movemos por la superficie del cuerpo desde el punto A hasta el punto B. Entonces, la diferencia de potencial entre ambos puntos será: $\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0$, porque, como se demostró antes, en todo punto de la trayectoria el campo es perpendicular a la diferencial de camino ds. Además, como el campo eléctrico en el interior del conductor es nulo concluimos que el potencial dentro del cuerpo conductor debe ser constante. (recordar que **E**=-∇V).

Para demostrar la segunda parte de la propuesta emplearemos un razonamiento un poco indirecto. Calculemos el campo eléctrico que produce un conductor esférico cargado:



Para esto, por la simetría del problema podemos hacer una superficie gausiana que será una esfera de radio R_2. Entonces tenemos: $\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E4\pi R_2^2 \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 4\pi R_2^2} \Rightarrow E = \frac{k_e q}{R_2^2}$

Así que el campo es idéntico al que produciría en el exterior una esfera no conductora cargada e incluso tiene la misma forma que el que produciría una carga puntual. Sólo que en este caso, la carga q se calcula como el área de la esfera fuente $\pi(R_1)^2 x\sigma$ puesto que en un conductor la carga se encuentra en la superficie debe usarse la densidad superficial del cuerpo para calcular q. Con el campo es sencillo calcular el potencial de la esfera a cualquier distancia r de ella: $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow V = k_e \frac{q}{r}$.



Consideremos ahora un cuerpo conductor como el que se muestra en la figura con líneas punteadas. Es claro que el cuerpo se puede aproximar a dos esferas conductoras, de radio r_1 y r_2 conectadas por un conductor delgado. Entonces como todos los puntos de la superficie de un conductor están al mismo potencial se puede escribir: $V = k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$ Como las superficies están cargadas uniformemente y además están suficientemente apartadas se puede escribir sus campos eléctricos como: $E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2}$ y $E_2 = k_e \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$, relación que se obtiene fácilmente reemplazando el valor de q_1 en función de q_2. Lo que hemos demostrado es que el campo eléctrico es mayor para un conductor cargado en las zonas en las que el radio de curvatura es menor (poder de las puntas).