GUÍA 2

Campo eléctrico

Objetivos de aprendizaje
Esta guía sirve de soporte a la primera unidad del curso: Campo eléctrico.
Las capacidades que tienes que comprobar o desarrollar a través de esta guía son:

- Expresar correctamente el campo eléctrico que genera una distribución de carga continua.
- Determinar, usando la segunda ley de Newton, cantidades relacionadas con el movimiento de cargas.

Esta guía contiene un resumen de la materia, y los ejercicios esenciales que tienes que saber resolver. Para profundizar tus conocimientos, puedes apoyarte en las secciones 23.4, 23.5, 23.6 y 23.7 del libro "Física para ciencias e ingeniería" de Serway & Jewett

Ideas Claves

1. Distribución de carga

La ley de Coulomb se aplica a cargas puntuales tales como los electrones.
Sin embargo, los objetos cargados a nuestra escala no son puntuales, sino que la carga es repartida uniforme o no uniformemente dentro de un objeto de manera continua.

En el caso de que el tamaño del objeto sea mucho menor a la distancia hasta el lugar de observación, objetos macroscópicos cargados también se pueden modelar como cargas puntuales.
Sin embargo, muchas veces es necesario considerar cómo la carga se reparte espacialmente, utilizando el concepto de **densidad de carga**

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

Densidad de carga

- Si un objeto posee un carga Q uniformemente distribuida en su volumen V, la **densidad de carga volumétrica** se define como $\rho = Q/V$, con unidades en el SI de coulombs por metro cúbico (C/m^3).
  Luego un trozo de volumen ΔV del objeto tendra como carga $\Delta Q = \rho \Delta V$.
  (Nota: La letra mayúscula griega delta (Δ) denota una pequeña porción de algo o un cambio en algo. Aquí ΔQ es una pequeña porción de la carga total Q)
- Si un objeto posee una carga Q, la que está uniformemente distribuida sobre una superficie de área A, la **densidad de carga superficial** se define como $\sigma = Q/A$, con unidades en el SI de coulombs por metro cuadrado (C/m^2).
  Luego un trozo de superficie ΔA del objeto, tendra como carga $\Delta Q = \sigma \Delta A$
- Si un objeto posee una carga Q, la que está uniformemente distribuida a lo largo de una recta de longitud L, la **densidad de carga lineal** se define como $\lambda = \frac{Q}{L}$, con unidades en el SI de coulombs por metro (C/m).
  Luego un trozo de longitud ΔL del objeto tendra como carga $\Delta Q = \lambda \Delta L$

2. **Campo Eléctrico debido a una distribución continua de cargas.**

Según el **principio de superposición**, el que ya fue estudiado anteriormente, el campo eléctrico neto en una ubicación del espacio es la suma vectorial de los campos eléctricos individuales creados por todas las partículas cargadas ubicadas en otra parte. Por ende, si subdivimos un objeto cargado en partes, el campo electrico generado por el objeto será la suma de los campos generados por cada una de estas partes.

Este razonamiento permite poder usar lo que ya conocemos sobre las cargas puntuales, para calcular el campo eléctrico de objetos con diversas geometrías.
Para eso, se tiene que proceder como sigue:

Paso 0: definir un sistema de referencia.

Paso 1: dividir la distribución de carga en partes *(*Δq), cuyo campo eléctrico sea conocido. Para ello puedes utilizar las densidades volumétricas, superficial o lineal de carga. Piensa en hacer un uso astuto de la simetrias de la distribucion de carga para simplficar el cálculo.

Paso 2: escribir una expresión para el campo eléctrico debido a una de las partes.
Esto implica escribir expresiones para ΔEx, ΔEy y ΔEz. Para eso debes seleccionar un sistema de referencia, describir la ubicación de Δq en términos de una variable de integración, encontrar los vector $\vec{r}$ y $\hat{r}$, y expresar la ley de Coulomb para encontrar el campo debido a Δq.

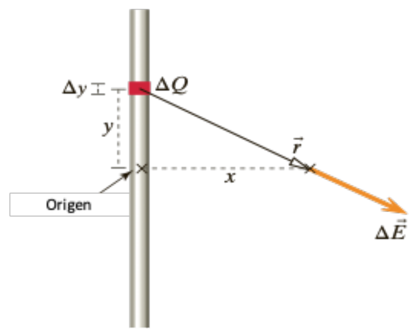
Paso 3: Sumar las contribuciones de todas las partes.
A veces, la suma se puede escribir como una integral definida que se puede evaluar simbólicamente; de lo contrario, debe calcular una suma finita numéricamente.
Aquí tambien haga uso de las simetrias del problema para simplificar tu cálculo.

A continuacion, encontraras un ejemplo desarollado. Puedes encontrar más ejemplos en en l*as secciones 23.5 del libro "Física para ciencias e ingeniería" de Serway & Jewett*

Ejemplo : Campo generado por una barra de largo L cargada uniformemente, en su plano medio.

Paso 0
El sistema de referencia será el cartesiano, eje X horizontal e Y vertical.

Paso 1
Supongamos que la barra es tan delgada que podemos ignorar su grosor. La barra tiene una densidad lineal de carga $\lambda = \frac{Q}{L}$.
Elegimos el trozo de carga $\Delta Q = \lambda \Delta y$ (debido a que la barra se encuentra sobre el eje Y), muy pequeño en comparacion con en comparación con la distancia al lugar de observación.
Luego ΔQ se puede modelar como una carga puntual.



Paso 2
Recordar la ley de Coulomb, el campo gerado por la carga ΔQ ubicada en y, en funcion de la distancia x e y a la barra es

$$\Delta\vec{E}(x, y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta q}{r^2}\hat{r}$$

Donde r, es la magnitud del vector que va desde la carga ΔQ hasta el punto donde queremos calcular el campo eléctrico, que en este caso se encuentra sobre el eje X, de forma que $\vec{r} = x\,\hat{\imath} - y\,\hat{\jmath}$. El vector $\hat{r}$, es el vector unitario que representa la dirección de $\vec{r}$, por lo que $\hat{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\ \hat{\imath} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\ \hat{\jmath}$.
Reescribiendo la expresión para el campo eléctrico

$$\Delta\vec{E}(x, y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\Delta y}{(x^2+y^2)}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\ \hat{\imath} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\ \hat{\jmath}\right].$$

Paso 3:
Sumamos todas las contribuciones del campo:

$$E_x = \sum \Delta E_x = \sum \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(\mathbf{x^2} + \mathbf{y^2})^{3/2}}\Delta y$$
$$E_y = \sum \Delta E_y = \sum \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-y}{(\mathbf{x^2} + \mathbf{y^2})^{3/2}}\Delta y$$

Simetria : uno se puede dar cuenta que por simetria, $\Delta E_y(y) = -\Delta E_y(-y)$. Es decir que la contribucion del trozo ubicado en y se compensa con la contribucion del trozo ubicado en -y. Luego, $E_y = 0$.

Para calcular E_x es conveniente pasar al limite continuo , $\Delta y \to 0$, para transformar la sumatoria en una integral:

$$E_x = \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} dy = \frac{\lambda x}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{y}{x(x^2+y^2)^{1/2}}\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda L}{x(x^2+(L/2)^2)^{1/2}}$$

En el caso de una bara muy larga, $L \to \infty$ el resultado se simplifica a :

$$E_x = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{x}$$

3. Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico

Fuerza eléctrica

Una particula de carga q, en un campo electrico neto de valor $\vec{E}$, experimenta una **fuerza electrica**:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Leyes del Movimiento

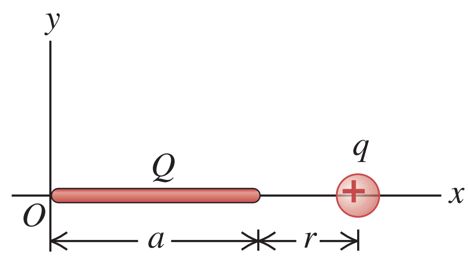
Una vez que calculaste la fuerza eléctrica sobre un objeto a partir de la Ley de Coulomb (ver guía 1), puedes utilizar tus conocimientos de física 1 y 2 para estudiar el movimiento de este objeto usando las leyes de Newton. No olvides cuando haces el diagrama de cuerpo libre que un objeto cargado, este también puede ser sometido a otras fuerzas además de la fuerza electica (gravitación, fricción, tensión etc…).

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

Ejercicios

Ejercicio1 **Carga lineal**

Una carga positiva *Q* está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje *x* positivo, desde *x=0* a x=*a*. Una carga puntual positiva *q* se encuentra sobre la parte positiva del eje *x*, a una distancia *x=a+r* del origen (ver figura)

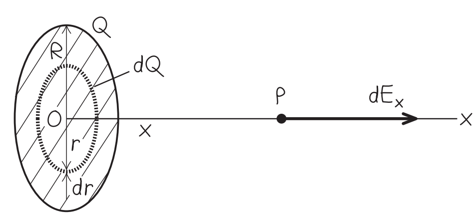


a) Calcule las componentes x e y del campo eléctrico producido por la distribución de carga Q a lo largo del eje x, donde x>a.

b) Calcule las componentes *x* y *y* de la fuerza que la distribución de carga *Q* ejerce sobre *q*.

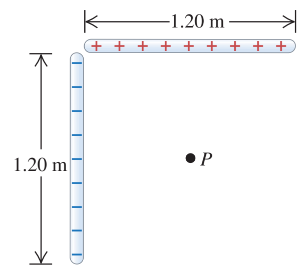
Ejercicio 2 **Carga de superficie.**

Un disco con carga uniforme, tiene un radio de 2,5 cm y una carga total de $4x10^{-12}$ C. El disco se ubica en el plano x=0; (ver figura). Obtenga el campo eléctrico (magnitud y dirección) sobre el eje *x* en *x*=20 cm.



Ejercicio 3 Superposición

Dos alambres no conductores de 1,2 m forman un ángulo recto. Un segmento tiene 2.5 μC de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud mientras que el otro segmento tiene -2,5 μC de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud, como se ilustra en la figura.



a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que producen estos alambresen el punto *P*, que está a 60 cm de cada alambre.

b) Si un electrón se libera en *P*, ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza neta que ejercen estos alambres sobre él?

Ejercicio 4 Problema de dinámica con fuerza eléctrica

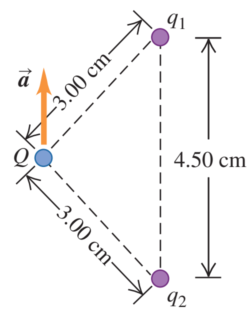
a)Un electrón se mueve hacia el este en un campo eléctrico uniforme de magnitud 1,5 N/C, dirigido hacia el oeste. Inicialmente, el electron esta ubicado en un punto A y su velocidad es de $4{,}5 \cdot 10^5$ m/s hacia el este. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando alcanza el punto *B*, ubicado a 0,375 m al este del punto *A*? .

b) Un protón se mueve en el campo eléctrico uniforme del inciso a). En el punto A, la velocidad del protón es de $1{,}9 \times 10^4$ m/s al este. ¿Cuál es la rapidez del protón en el punto B?

Ejercicio 5 Problema de dinámica con fuerza eléctrica

Dos cargas puntuales *q*1 y *q*2 se colocan a una distancia de 4,5 cm entre sí.

Otra carga puntual *Q*= -1,75 mC y masa de 5 g se sitúa inicialmente a 3 cm de cada una de estas cargas (ver figura) y se libera . Usted observa que la aceleración inicial de *Q* es de 324 m/s^2 hacia arriba, paralela a la línea que une las dos cargas puntuales. Encuentre q_1 y q_2.



BIBLIOGRAFÍA.

Esta guía fue inspirada de los libros siguientes.

1. R. A. Serway, J. W. Jewett Jr., *Física para Ciencias e Ingenierías*, Thomson, 6th edición, 2005.
2. H.D Young, R.A. Freedman, F.W Sears, M.W. Zemansky.*Sears e Zemansky física III: eletromagnetismo*. Pearson, 2004.
3. R.W, Chabay. and B.A., Sherwood, *Matter and interactions*. John Wiley & Sons,2015