# Medidas e Incertidumbres

**Lo mínimo que debe entender:**

- Una medida nunca es exacta.
- Se puede cuantificar racionalmente la precisión de una medida. Para eso se define el concepto de incertidumbre.
- Conociendo el intervalo de confianza de una medida, se puede tomar decisiones informadas.

## Introducción a los conceptos esenciales

Haga lo siguiente: abra la aplicación de mapa de su teléfono y verifique que la ubicación GPS esté activada. Aumente el zoom al máximo sobre donde se muestra su ubicación en la pantalla. Luego, sin cambiar su posición, observe el punto que señala su su ubicación. El teléfono muestra que ¡Se está moviendo! Aun cuando usted no se ha movido de su lugar.

**¿Qué esta pasando?**

Lo que entrega el GPS es una **medición** de su ubicación. Incluso con un sistema tan avanzado como el GPS (el que involucra hasta relatividad general), una medición nunca será rigurosamente precisa y exacta: es una estimación, la cual tiene asociada una **incertidumbre**. Cada vez que el GPS toma una medición, el dato entregado al teléfono es un poco distinto, lo que hace que en la pantalla se vea que usted se está moviendo, aunque no sea así.

Puede parecer problemático: si el GPS no es exacto, ¿para que sirve?

En realidad, **mientras estemos conscientes de esta incertidumbre y que sepamos cuantificarla, tenemos la información suficiente** para muchas aplicaciones que no necesitan mas precisión (por ejemplo, seguir un itinerario, pedir un taxi, etc…).

Para determinar esta incertidumbre, si ocupan el mapa de Google, pueden observar que además del punto, se representa una zona azul. Esta zona es el llamado **intervalo de confianza** de la medición, y quiere decir que tienes un 95% de probabilidad de estar realmente en la zona azul. El tamaño de la zona azul depende de muchos parámetros, puede divertirse intentando encontrar cuales.

> **Idea clave:** Cada medición tiene asociada una **incertidumbre** que es importante conocer para saber cuan confiable es el dato medido. La información constituida por el valor estimado y su intervalo de confianza constituyen la información completa.
> En la sociedad actual, estamos mucho más en contacto con datos e información. Saber cuantificar la **confianza, y entregar datos confiables** es una habilidad que tienen que desarrollar para tomar decisiones informadas y bien fundamentadas en su vida laboral y personal.

**¡Ojo!** El error más común es pensar que una medición que tiene muchas cifras es más confiable y precisa. Sin la incertidumbre asociada, las cifras no tienen sentido.

## El aporte de la física

Desde mucho tiempo, la física se ha preocupado de la importancia de tener los datos “lo más confiables posibles”, liderando el avance del análisis de datos (el “Big data” nació desde la astronomía). La metrología es el área de la física dedicada a estudiar la medición. Esta área está en contacto muy cercano con la industria y la sociedad, en donde disponer de una mayor certeza en una medida, tiene implicancias directas en los costos de producción. Por lo mismo periódicamente se actualizan normas y protocolos de medidas.

## Medida, lo mínimo que hay que entender.

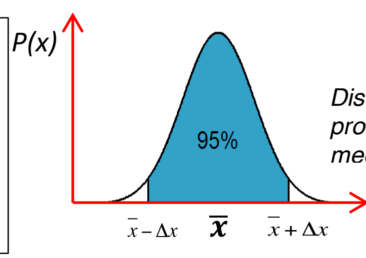
Debido a la riqueza y sutileza del tema de la medición, es fácil perderse en la tecnicidad, la sobrecarga de definiciones o reglas. Sin embargo, hay que ser consciente que todas las definiciones, reglas y normativas parten de pocos principios fundamentales de la física, que tienen una validez universal.
Uno de los **objetivos del laboratorio de Física I** es de ayudarles a asimilar esos principios a través de experimentos técnicamente simples. Estos experimentos le permitirán **reflexionar** por su cuenta sobre el concepto de la medición y así asimilar un tema que puede resultar conceptualmente difícil. El cual será profundizado en el curso de Física II.

**Reglas de escritura de una medida:**

1. Toda medida debe ir acompañada de su **unidad de medida**.
   ***¿Por qué?***
   Sin unidad es imposible comparar 2 medidas
2. Toda medida debe ir acompañada de su **intervalo de confianza** $\Delta x$**.**
   ***¿Por qué?***
   Para poder saber que tan confiable es la medida.


*Panel sin sentido, Santiago centro, enero 2019*

> En resumen:
> La medida se escribe de la forma:
> $$\boldsymbol{x = \bar{x} \pm \Delta x \;\; unidad}$$
> Donde, $\bar{x}$ es el valor estimado más representativo y $\Delta x$ su intervalo de confianza.




*Distribución de probabilidad típica de una medida x*



FACULTAD DE CIENCIA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Av. Ecuador 3493 Estación Central - Santiago - Chile
Coordinador de laboratorios: Belfor Galaz, mail: coord.labfis.a@usach.cl
Consultas sobre asistencia: Magaly Sepúlveda, ubicada en el mesón del block D

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

**La relación entre medida y estadistica**

Si uno repite muchas veces el mismo experimento, las medidas se distribuyen siguiendo una ley de probabilidad normal (teorema de limite central). El promedio $\boldsymbol{\mu}$ corresponde a la mejor estimación de la medida y el ancho de la distribución $\boldsymbol{\sigma}$, caracteriza la desviación típica (o desviación estándar). En muchos casos se define el intervalo de confianza al 95% ($\Delta x = 2\sigma$). Eso significa que el 95% de las veces, el valor de la medición de $x$ estará entre $\mu - \Delta x$ y $\mu + \Delta x$.

Sin embargo, en la práctica es solo posible realizar una cantidad limitada de mediciones, de manera que el valor promedio y la desviación estándar experimental, $\boldsymbol{\bar{x}}$ y $\boldsymbol{S}$, son estimaciones de $\boldsymbol{\mu}$ y $\boldsymbol{\sigma}$. Como consecuencia, se requiere un tercer indicador de la certeza de $\boldsymbol{\bar{x}}$, **la incertidumbre**, la cual aporta información sobre el grado de **precisión** de su medida.

Para una mejor visualización de estos conceptos revisar:
https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_es.html.

*Para ir mas allá (fuera del programa):*

- *Mientras 5% de seguridad es razonable para muchas aplicaciones, dependiendo de las necesidades el intervalo de confianza, este puede ser definido de otra manera. Por ejemplo, para identificar el bosón de Higgs por primera vez, se estimó necesario un intervalo de confianza de 99,99994% para estar seguro de su existencia (5 $\sigma$)*
- *Si te interesa saber porque las medidas se distribuyen casi siempre siguiendo una ley normal, busca información sobre el "teorema central del límite"*



FACULTAD DE CIENCIA - DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Av. Ecuador 3493 Estación Central - Santiago - Chile
Coordinador de laboratorios: Belfor Galaz, mail: coord.labfis.a@usach.cl
Consultas sobre asistencia: Magaly Sepúlveda, ubicada en el mesón del block D

**En la práctica, ¿cómo se estima la incertidumbre $\Delta x$?**

- **Caso 1: Si se puede hacer una sola medición.**
  La mejor estimación de $\Delta x$ es la incertidumbre asociada al instrumento de medición (dada por el fabricante, o estimada por el experimentador). En el caso de un instrumento análogo, como una regla, la mejor estimación de la incertidumbre viene dada por su resolución divido por $\sqrt{12}$, lo cual asume una probabilidad rectangular.

- **Caso 2: Si se puede medir de forma independiente varias veces el mismo dato y estos se distribuyen normalmente entorno a su valor representativo $\bar{x}$.**
  Calculando la desviación típica experimental $S$ de su medición y tomando un intervalo de confianza del 95%, la incertidumbre estará dada por $\Delta x = 2S/\sqrt{N}$. Donde N es la cantidad de datos medidos y como regla básica es recomendable tomar $N \geq 10$.

*Si para N mediciones ($x_i$con i= 1 a N), $\bar{x}$ es el valor promedio, la desviación típica experimental se calcula como:*

$$S = \sqrt{\frac{\sum_1^N (\bar{x} - x_i)^2}{N - 1}}$$

*Dispersión de los valores $x_i$ entorno a su promedio $\bar{x}$ dado por:*

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

- **Cifras significativas:** Para definir correctamente un intervalo de confianza al 5%, **$\Delta x$ se expresa con dos cifras significativas** en donde además $\bar{x}$ y $\Delta x$ se deben escribir hasta el mismo decimal.
  **¿Por qué?** El redondeo a 1 cifra significativa (truncado) agrega una incertidumbre mayor al 5%. Para convencerse, pueden ocupar el ejemplo dado abajo.

**¿Por qué repetir muchas veces una medición?**

Si la incertidumbre asociada a una sola medida es $\Delta x$, se puede demostrar que, al realizar varias mediciones independientes, esta se reduce a $\frac{\Delta x}{\sqrt{N}}$ (con N grande). Entonces, si se repite 100 veces el experimento, la incertidumbre disminuye y la precisión del dato aumenta de un factor 10. Esto es consistente con el hecho que al incrementar indefinidamente N, los valores estimados, $\bar{\boldsymbol{x}}$ y $\boldsymbol{S}$, convergen a $\boldsymbol{\mu}$ y $\boldsymbol{\sigma}$.

***Ejemplo***

Se mide la masa de un mismo objeto 9 veces. Los valores de masa leídas sucesivamente son:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 110,0 g | 110,1 g | 109,8 g | 110,3 g | 109,5 g | 110,0 g | 110,1 g | 110,1 g | 109,7 g |

El valor promedio es $\bar{m} = 109{,}96\ g$. $\Delta x$ se deduce de la desviación típica $S = 0{,}25$ g y del número de medidas *N*: $\Delta x = \frac{2\sigma}{\sqrt{N}} = 0{,}16\ g$. Por lo que la medida de la masa del objeto es:

$$\boldsymbol{m = 109{,}96 \pm 0{,}16\ g}$$

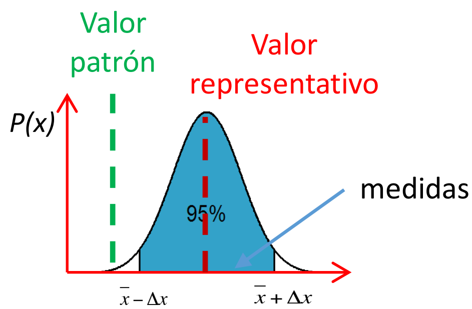
**¿Sabrás escribir correctamente la primera lectura como una medida con su incertidumbre?**

**Concepto de efectos sistemáticos (exactitud)**

El último concepto que se ilustra en esta guía es el concepto de **efecto sistemático**: Si aun ocupando un protocolo de medición, el promedio la medida no coincide con el resultado esperado (ocupando un patrón, por ejemplo, el metro o el kg de referencia), se dice que existe un efecto sistemático. El cual se puede compensar calibrando el protocolo de medición, identificando previamente las causas.

Como analogía, si se lanza un dado 1000 veces, se espera un resultado promedio de 3,5.

*Para ir más allá (fuera del programa):*
El coeficiente 2 en el calculo de $\Delta x$ corresponde al caso de un gran número de medidas. Pero es una buena aproximación para N>8 medidas. Rigurosamente, se debería ocupar el "coeficiente *t* de Student" *tal que* $\Delta x = \frac{tS}{\sqrt{N}}$ . Por ejemplo, t=3,18 si N=4; t=2,37 si N=8; t= 2,09 si N=20… Este coeficiente fue inventado por **William Sealy Gosset** que era destilador en la empresa Guinness, con el propósito de mejorar el control de la calidad de producción.
Por simplicidad, use un factor N≥ 10 en sus atividades




Si la medida promedia es 5 es que hay un efecto sistemático: el dado está desequilibrado. En caso de que no sea un efecto voluntario introducido por el fabricante, como es el caso de los velocímetros de auto, que por razones de seguridad miden un valor un poco más alto que la velocidad real, el efecto sistemático es un error que debe ser corregido mediante una calibración.

**Medición indirecta y propagación de incertidumbres**

Si la magnitud física $Y$ no se puede medir directamente, pero depende de otras magnitudes $Y = f(X_1, X_2, .. X_n)$, de las cuales se conoce tanto su valor representativo $\bar{X}_i$ como su incertidumbre $\Delta X_i$, el valor representativo de $Y$ se puede estimar mediante $\bar{Y} = f(\overline{X_1}, \overline{X_2}, .. \overline{X_n})$. Su incertidumbre por otro lado requiere un tratamiento diferente. Si todas las magnitudes $X$ son medidas simultáneamente, $\Delta Y$ se puede estimar de la forma usual evaluando $Y_j = f(X_{j,1}, X_{j,2}, .. X_{j,n})$. Sin embargo, si las variables $X$ no son medidas de forma simultánea, la estimación de $\Delta Y$ requiere un tratamiento más particular cuya formulación general sobresale de los contenidos de este curso (Ley de propagación de incertidumbre). Sin embargo, para algunos casos sencillos en que no exista correlación entre las variables $X$ y su incertidumbre $\Delta X_i$ sea pequeña, se pueden usar las siguientes formulas:

$$Y = aX_1 \rightarrow \Delta Y = |a| \Delta X_1$$

$$Y = X_1 + X_2 \rightarrow \Delta Y = \sqrt{\Delta {X_1}^2 + \Delta {X_2}^2}$$

$$Y = X_1 - X_2 \rightarrow \Delta Y = \sqrt{\Delta {X_1}^2 + \Delta {X_2}^2}$$

$$Y = X_1 \cdot X_2 \rightarrow \Delta Y = |Y| \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2}$$

$$Y = X_1 / X_2 \rightarrow \Delta Y = |Y| \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta X_2}{X_2}\right)^2}$$

$$Y = {X_1}^n \rightarrow \Delta Y = \left| Y \cdot n \cdot \frac{\Delta X_1}{X_1} \right|$$

Durante el transcurso del curso, en caso de requerir otra fórmula, esta será provista en la guía correspondiente.

**Para entender esta guía, fuera del aula.**

Si tienes un smartphone, descarga un contador de pasos. Puedes evaluar si entendiste los conceptos de esta guia contestando experimentalmente las siguientes preguntas:

- ¿El contador de paso tiene un efecto sistemático?
- ¿Cuál es la incertidumbre de la medida?

*Ayuda: Como método de control, puedes contar tú mismo tus pasos mientras realizas la medición.*

Comentario:
En 1995, se produjo un cambio de normativa internacional del sistema de medidas. Los documentos anteriores (y algunos no actualizados) ocupan el termino de “error” en vez incertidumbre.

**Referencia**
Esta guia intenta presentar una introducción simplificada pero conforme a la normativa actual de del Comité Conjunto de Guías en Metrología (JCGM 100: 2008), disponible en linea. https://www.cem.es/sites/default/files/gum20digital1202010.pdf