Guía 10
Ley de Biot-Savart y Ley de Ampere

1. Objetivos

Esta guía es de soporte y apoyo a la décima unidad del curso: **Ley de Ámpere y Ley de Biot-Savart**.

- Introducir las leyes de Biot-Savart y Ampere.
- Comprender conceptualmente estas leyes y aplicarlas para conocer el campo magnético que generan configuraciones de corrientes que circulan por conductores.
- Conocer algunas aplicaciones reales de estas leyes, identificando su importancia en la Ingeniería Moderna.

Después de cientos de años de exploración de las propiedades magnéticas de los materiales, sus aplicaciones se vuelven innumerables.
Almacenamiento de datos, sensores, desarrollo en técnicas de diagnóstico como la resonancia magnética, son algunas de las muchas de las aplicaciones que has incorporado en tu día a día, seguramente sin saberlo. La mayoría, por no decir todas, relacionan la corriente eléctrica con el campo magnético inducido, los que son posibles de relacionar y estimar debido a las contribuciones de Biot-Savart y Ampere, hace casi 200 años atrás.

2. Ley de Biot Savart

Como se ha señalado en el tema anterior, para una partícula en movimiento dentro de un campo magnético aparece una fuerza magnética que es perpendicular al plano en el que viven los vectores de la velocidad de la partícula y el campo magnético. Ahora bien, en el caso de los campos eléctricos, las fuentes de esta entidad física eran partículas cargadas que a su alrededor generaban estos campos.
Los científicos Biot y Savart realizaron experimentos cuantitativos sobre la fuerza ejercida por una corriente eléctrica sobre un imán cercano a ella. A raíz de esto llegaron a una expresión matemática sobre el valor del campo magnético en algún punto del espacio en función de la dirección y magnitud de la corriente en estudio. Se definen las siguientes cantidades, en función de entender los resultados que llegaron Biot y Savart, los que serán expuestos posteriormente (figura **??**a)):

- $\vec{dl}$: es el diferencial de longitud del conductor. Su dirección es la misma de la corriente eléctrica.

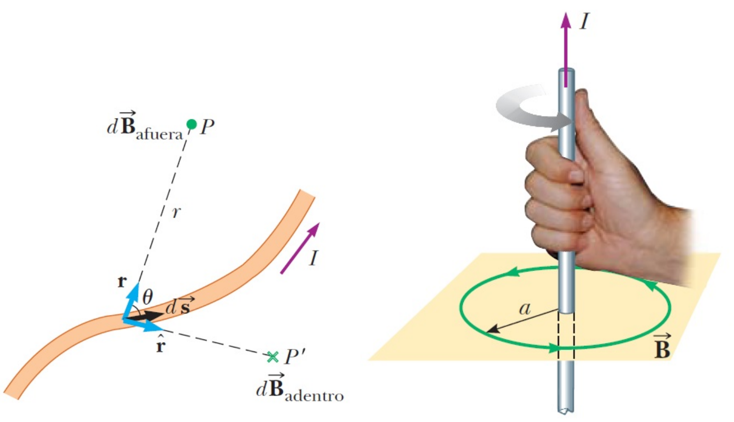
- $d\vec{B}$: Es el diferencial de campo magnético, que se encuentra a una distancia r de $\vec{dl}$. Al punto donde se determinará $d\vec{B}$ se denota como P en la figura **??**a)
- $\vec{r}$: es el vector posición donde se determinará $d\vec{B}$ con respecto a $\vec{dl}$. Su módulo se denota como r

Los resultados:

1. El vector $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $\vec{dl}$ como a $\hat{\mathbf{r}}$ (vector unitario de $\vec{r}$)
2. la magnitud de $d\vec{B}$ es inversamente proporcional a r^2, donde r es la distancia desde $\vec{dl}$ a P
3. La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a la corriente I que circula por el conductor y a la magnitud de $\vec{dl}$.
4. La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional al $\sin\theta$, donde θ es el angulo formado entre los vectores de $\vec{dl}$ y $\hat{\mathbf{r}}$

Todas estas observaciones experimentales pueden resumirse en la siguiente relación matemática:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\vec{dl}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \tag{1}$$



(a) (b)

Figura 1:

Donde μ_0 es una constante llamada permeabilidad magnética del vacío.
No se debe olvidar que la expresión de Biot-Savart es para un diferencial de campo magnético, por lo que si es necesario determinar el valor del campo $\vec{\mathbf{B}}$, se debe realizar la integración sobre todo el conductor.
Ley de Biot-Savart expresada por la ecuación **??**, no se limita solo a la corriente que circula por un conductor, también se puede analizar el de una partícula cargada que transita por el espacio, o el de un haz de cargas, o en realidad el campo generado por cualquier otra configuración de cargas en movimiento.
Una similitud muy importante entre el campo eléctrico y el campo magnético es que ambos varían inversamente con el cuadrado de la distancia hasta la fuente del campo.

Una diferencia, es la dirección del campo obtenido. En el caso eléctrico, el campo es radial a la fuente, mientras que el caso magnético es perpendicular al diferencial de corriente. Una forma de saber la dirección del campo magnético es la utilización de la regla de la mano derecha figura **??**b).
Se debe recordar que , para la **regla de la mano derecha** debes apuntar tu pulgar en la dirección de la corriente y la dirección del campo eléctrico estará dada por los demás dedos enrollándose sobre tu palma (Figura (**??**.b)).
Una peculiaridad para el caso de un conductor recto infinito (o muy largo), es que los puntos a una misma distancia del conductores tienen igual magnitud del campo y el conjunto de esos puntos genera una espira cerrada, es decir, las **lineas de campo magnético no tienen ni principio ni fin**, una consecuencia de la no existencia de mono-polos magnéticos, una gran diferencia con respecto al caso del campo eléctrico, donde las lineas empiezan en la cargas puntual que lo genera, por ejemplo una positiva y pueden terminar en otra carga negativa.

3. Ley de Ampere

Algunos años después de Biot-Savart, Ampere logra plantear la relación para el campo magnético producido por una corriente encerrada por un camino. Matemáticamente se planteó que: la integral de línea en un camino cerrado del campo magnético, es proporcional a la corriente encerrada por el camino cerrado, siendo la constante de proporcionalidad de la permeabilidad magnética en el vacío.

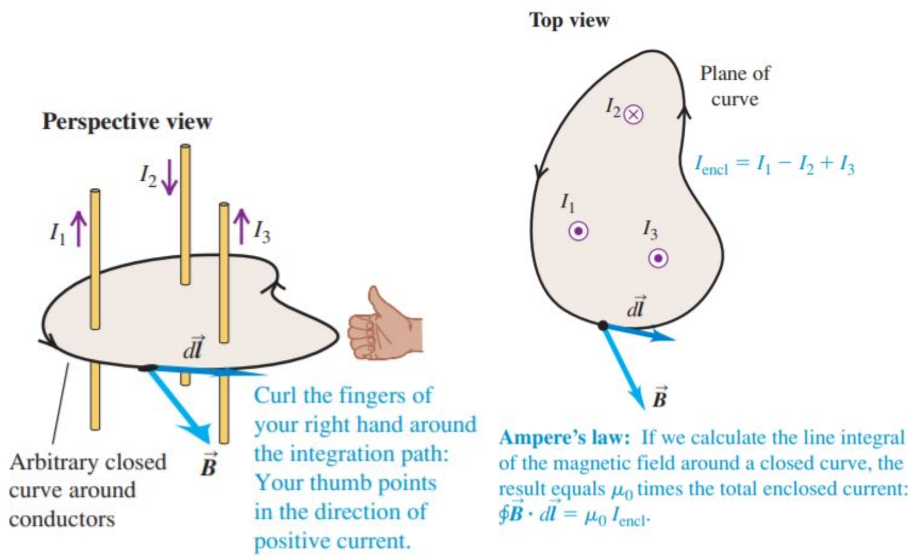
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I \tag{2}$$

En la figura **??**.a, la Ley de Ampere nos dice que:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3) \tag{3}$$

Note que sin importar el camino escogido para integrar, siempre y cuando encierre a las tres corrientes, la Ley de Ampere será equivalente a la ecuación **??**.
Con esto en mente un resultado muy importante es que:
sin importar el camino cerrado que tomes, si **no encierra ninguna corriente**, entonces el **resultado de la integral es cero**.
Aunque el resultado de la integral sea nulo, **no necesariamente el campo magnético será cero a lo largo del camino,** simplemente sus partes se cancelan al hacer la integral.

La Ley de Ampere suele ser especialmente útil, al igual que la Ley de Gauus, para calcular el campo magnético debido a configuraciones con cierta simetría, donde es posible elegir un camino tal que $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ sea constante a lo largo del mismo.
En el caso de un cable o un cilindro muy largo, las líneas de campo magnético corresponden a círculos con centro en el cable o en el eje del cilindro, por lo que la expresión se simplifica aún más ya que $\mathbf{B}$ y $d\mathbf{l}$ son paralelos si el camino de integración es un círculo.



(a) (b)

Figura 2: . Ambas figuras muestran la misma situación, para aplicar la regla de la mano derecha dirige tu pulgar en alguna dirección, hacia arriba o hacia abajo, tu dirección de integración positiva será en la que apunten tus dedos al al curvarlos. Los puntos en un dibujo del plano marcan corrientes que salen de la hoja, y las cruces corrientes que salen de la hoja.

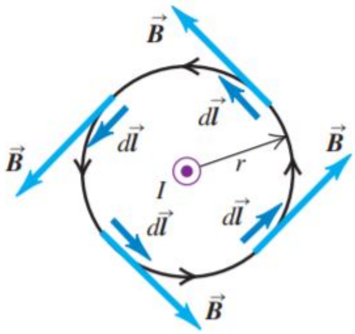


Figura 3: . Vista desde arriba del camino cerrado elegido para aplicar la Ley de Ampere y calcular el campo magnético debido a una corriente que circula por un cable largo y fino. Nota que la dirección de integración, marcada por las flechas, fue elegida como positiva siguiendo la regla de la mano derecha.

4. Ejemplo

Como ejemplo calculemos el campo magnético debido a un cable con corriente como el de la figura **??**b), si lo miramos desde arriba: La Ley de Ampere nos dice que:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B dl = 2\pi r B = \mu_0 I \implies B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{4}$$

También podemos hacerlo para un cilindro con una densidad de corriente constante en su sección transversal:

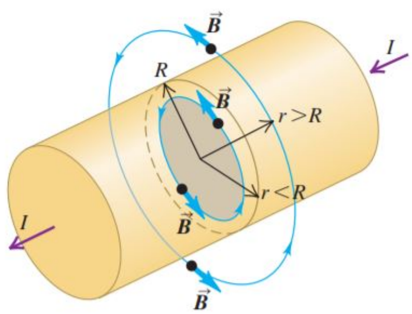


Figura 4: .

La corriente total que circula por el cilindro será Area $\times$ densidad de corriente $= \pi R^2 \rho = I$, luego el cálculo del campo magnético es muy sencillo gracias a la Ley de Ampere y la simetría de la situación, tomando como camino de integración el círculo azul exterior de la figura **??**:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B dl = 2\pi r B = \mu_0 I \implies B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 R^2 \rho}{2r} \quad \text{valor del campo en el exterior del cilindro} \tag{5}$$

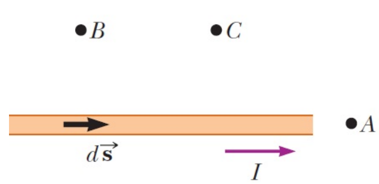
Para el interior del cilindro otra vez la simetría simplifica los cálculos, tomando como camino de integración el círculo cuyo interior está pintado de gris:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r B = \mu_0 I_{int} \implies B = \frac{\mu_0 I_{int}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 r^2 \rho}{2r} = \frac{\mu_0 \rho r}{2} \quad \text{valor del campo en el interior del cilindro} \tag{6}$$

La dirección del campo en ambos casos es aquella tangente a las circunferencias cuyo centro está en el eje del cilindro y son paralelas a la sección trasnversal del cilindro, con el sentido dado por la regla de la mano derecha.

5. Problemas

1. ¿Qué produce un campo magnético? elija toda respuesta correcta. a) un objeto inmóvil con carga eléctrica, b) un objeto en movimiento con carga eléctrica, c) un conductor inmóvil que porta corriente eléctrica, d) una diferencia en potencial eléctrico, e) un resistor eléctrico.
2. El flujo de partículas con carga emitidas por el Sol durante los periodos de actividad solar genera una perturbación en el campo magnético de la Tierra. ¿Podría explicar con sus palabras por qué ocurre esto?
3. Considera el campo magnético debido a la corriente a lo largo del alambre que se muestra en la figura . Ordena de mayor a menor los puntos A,B y C en función de la magnitud del campo magnético debido a la corriente existente a lo largo del elemento d$\vec{\mathbf{s}}$ ($\vec{dl}$) en la figura **??**



(a)

Figura 5:

4. ¿Cuál es la dirección de el campo magnético en las localizaciones indicadas con una cruz en la figura **??**?

(a)

Figura 6:

5. La siguiente figura muestra un corte transversal de diferentes conductores y los caminos cerrados $a, b.c, d$. Los valores de las corrientes son $I_1 = 4$ A, $I_2 = 6$ A, $I_3 = 2$ A, con el sentido indicado, recuerda que la cruz es hacia dentro de la hoja y el círculo hacia fuera.

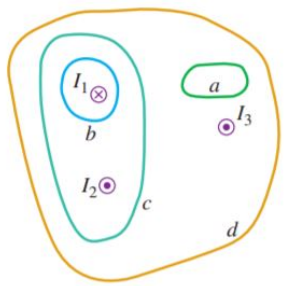


Figura 7: Problema 5.

¿Cuánto será la integral $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l}$ para cada camino si la dirección de integración es anti-horaria? Explica tus respuestas.

6. Se tienen 2 cables infinitos conductores. Al hacer un corte transversal perpendicular a la dirección de los cables se ve que están ubicados en los puntos $(1, 0)$ y $(-1, 0)$ de un plano cartesiano y por ambos circula la misma intensidad con el mismo sentido. a) ¿Existe algún lugar en el espacio dónde el Campo magnético sea cero?, de ser así ¿Cuál es? b) ¿Existe algún lugar en el espacio donde la dirección del campo Magnético en el eje x sea cero?De ser así, ¿Cuál es? c) misma pregunta de b) pero para el campo magnético en la dirección y. Explica tus respuestas.

   R: a) la recta paralela a los conductores que pasa por el (0,0) b) El plano ZX c) El plano YZ $\cup$ la recta donde el campo es 0 tanto para b) como c)

7. Imagina que tienes un cilindro conductor muy largo por el que circula una corriente transversal con una densidad de carga por unidad de área ρ. A este cilindro se le perfora una sección cilíndrica de algún radio b, con el eje del cilindro perforado a una distancia d del eje del cilindro original:

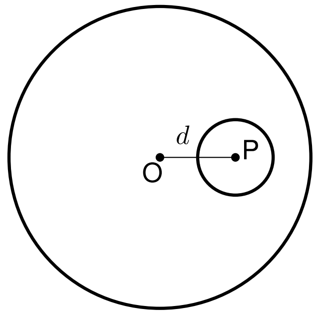
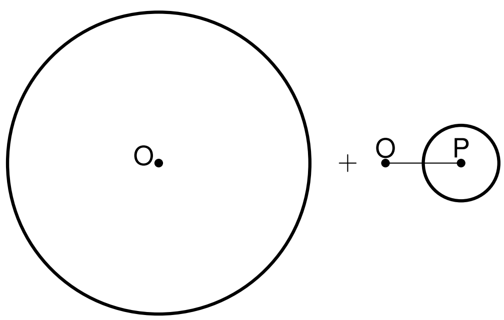


Figura 8: .Problema 7. Sección transversal del cilindro perforado

8. Imagina que la corriente circula en la dirección hacia fuera de la hoja, ¿Cuál es el campo magnético en el punto P perteneciente al eje del cilindro perforado?

   R: $B = \mu_0 \rho \frac{d}{2}$ en la dirección tangente a la circunferencia con centro O radio d y sentido anti-horario. Para hacerlo simplemente usar superposición:



   el cilindro pequeño no aporta nada al campo en P, y por tanto el campo en P es el de un punto interior del cilindro grande.

Referencias

[1] Sears & Zemansky's *University Physics with modern physics*, 13th edition. Secciones 28.5, 28.6,28.7 (todas las demas secciones del capítulo no son obligatorias pero si muy recomendadas)

[2] Raymond A. Serway, John W. Jewett, Jr., *Física para ciencia e ingeniería con física moderna*, Vol 2, 7th edición, 2009. De aquí se baso en la sección 30.1