PeDe EDy MM Benjamin Jorquera F2

1. Sea α un número real. Considerar la ecuación:

$$(3x^2y^\alpha + e^{\alpha y})dx + (x^3 + xe^{y(2\alpha-1)} - 2y)dy = 0$$

a) Encontrar el valor de α para que la ecuación diferencial sea exacta.

i) M y N funciones con derivadas parciales continuas de primer orden en $B \subset \mathbb{R}^2$.

$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es exacta en B si $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ en B.

ii) $M(x,y) = (3x^2y^\alpha + e^{\alpha y})$
$N(x,y) = (x^3 + xe^{y(2\alpha-1)} - 2y)$

$M_y = 3\alpha x^2 y^{(\alpha-1)} + \alpha e^{\alpha y}$
$N_x = 3x^2 + e^{y(2\alpha-1)}$

Entonces: $3\alpha x^2 y^{(\alpha-1)} + \alpha e^{\alpha y} = 3x^2 + e^{y(2\alpha-1)}$

Si $\underline{\alpha = 1}$: $3x^2 + e^y = 3x^2 + e^y$

La ecuación diferencial es exacta.

Benjamin Jorquera E2

b) $y(1) = 0$ y $\alpha = 2$

$$(3x^2y + e^y)\,dx + (x^3 + xe^y - 2y)\,dy = 0$$

Como es exacta $f(x,y) = C$ es solución de la ecuación.

i) Integramos $M(x,y)$ con respecto a x

$$f(x,y) = \int (3x^2y + e^y)\,dx$$

$$= x^3y + xe^y + g(y) \qquad (1)$$

ii) Derivamos parcialmente $f(x,y)$ con respecto a y

$$\frac{\partial(f(x,y))}{\partial y} = x^3 + xe^y + g'(y)$$

iii) Igualamos a $N(x,y)$

$$x^3 + xe^y + g'(y) = x^3 + xe^y - 2y$$

$$\Rightarrow \quad g'(y) = -2y$$

$$g(y) = \int -2y = -y^2$$

Escaneado con CamScanner

Benjamin Vergara P2

iv) Reemplazamos en (2), y obtenemos la solución:

$$f(x,y) = x^3 y + x e^y - y^2 = C$$

v) Comprobamos que es solución derivando parcialmente

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 3x^2 y + e^y = M(x,y)$$

vi) Evaluamos en la condición inicial

$$f(1,0) = 1 = C$$

$$\therefore f(x,y) = x^3 y + x e^y - y^2 - 1$$

c) Método RK_2 en $y(1.2)$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}\left[f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_i + h f(x_i, y_i))\right]$$

Donde $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $h = 0.1$

i) $y_1^* = 0 + 0.1\, f(1,0) = 0$

$$y_1 = 0 + \frac{0.1}{2}\left[f(1,0) + f(1.1,\ 0 + 0.1 f(1,0))\right]$$

$$y_1 = -0.285717$$

Benjamin Jorquera

ii) $y_2 = y_1 + \frac{0.1}{2}\left[f(1.1, y_1) + f(1.2, y_1 + 0.1 f(1.1, y_1))\right]$

$y_2 = -0.474061$

∴ El error es:

$\varepsilon = |-0.0676 + 0.4742|$

$= 0.407$ //

Benjamin Jorquera F2

2. $y'' - 8y' + 17y = (x-2)\cos x$

i) $y'' - 8y' + 17y = 0$

Ec. característica $K^2 - 8K + 17 = 0$

$K_1 = 4 - i$ y $K_2 = 4 + i$ soluciones complejas.

solución general de la Ec. homogénea.

$$y_h(x) = C_1 e^{4x}\cos(x) + C_2 e^{4x}\operatorname{sen}(x)$$ //

ii) $y_1(x) = e^{4x}\cos(x)$ y $y_2(x) = e^{4x}\operatorname{sen}(x)$

$$W(x) = \begin{vmatrix} e^{4x}\cos(x) & e^{4x}\operatorname{sen}(x) \\ 4e^{4x}\cos(x) - e^{4x}\operatorname{sen}(x) & 4e^{4x}\operatorname{sen}(x) + e^{4x}\cos(x) \end{vmatrix}$$

$$= 4e^{8x}\cos\operatorname{sen} + e^{8x}\cos^2 - \left(4e^{8x}\operatorname{sen}\cos - e^{8x}\operatorname{sen}^2\right)$$

$$= e^{8x} \neq 0 \therefore \text{son L.I.}$$

Beyquin Jangeo Pz

iii) Utilizando el método de los coeficientes indeterminados.

$$y_p(x) = (A_0 + A_1 X)\cos(x) + (A_2 + A_3 X)\operatorname{sen}(x)$$

Beyman Jurgen
P2

3. masa: 5 [Kg] $L_0 = 0.49$ [m]

a) $m \frac{d^2x}{dt^2} + 20 \frac{dx}{dt} + K \cdot x = 5$

$\Rightarrow x'' + 4x + \frac{K}{5} x = 1$

Utilizando Ley de Hooke

$mg = K \cdot l_0 \quad \Rightarrow \quad K = 9.8 \cdot 5 / 0.49 = 100$

$\therefore x'' + 4x + 20x = 1$

Sujeta a $x(0) = 2$ y $x'(0) = 2$

b) Ecuación característica

$K^2 + 4K + 20 = 0 \quad \Rightarrow \quad K = -2 \pm 4i$

$x_h(t) = C_1 e^{-2t} \cos(4t) + C_2 e^{-2t} \operatorname{sen}(4t)$

Benjamin Borquez P2

c) Si no existe fuerza externa

$$K^2 + 4K + 20 = 0$$

Newton - Raphson.

$$F'(K) = 2K + 4$$

$$K_i = K_0 + \frac{F(K)}{F'(K)} \Rightarrow \begin{array}{l} K_1 = -3.1667 \\ K_2 = 4.2 \end{array}$$

∴ pasan 2 seg