UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y C.C.
ECUACIONES DIFERENCIALES Y MÉTODOS NUMÉRICOS

Guía 1: Introducción a las Ecuaciones Diferenciales

I. Verifique en cada caso que la función $y = y(x)$ es una solución de la EDO:

(1.1) $\begin{cases} y' = y + 2e^{-x} \\ y = e^x - e^{-x} \end{cases}$

(1.2) $\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y_1 = \cos(2x),\ y_2 = \sin(2x) \end{cases}$

(1.3) $\begin{cases} y' + 2xy^2 = 0 \\ y = \dfrac{1}{1+x^2} \end{cases}$

(1.4) $\begin{cases} y'' + 9y = -45 \\ y = \cos(3x) + \sin(3x) - 5 \end{cases}$

(1.5) $\begin{cases} xy' = y + x\sin x \\ y = x\displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt \end{cases}$

(1.6) $\begin{cases} x^2y'' - xy' + 2y = 0 \\ y_1 = x\cos(\ln(x)),\ y_2 = x\sin(\ln(x)) \end{cases}$

(1.7) $\begin{cases} y'(x+y) = y \\ x = y\ln(cy) \end{cases}$

(1.8) $\begin{cases} y'' + 25y = 0 \\ y = A\cos(5x) + B\sin(5x) \end{cases}$

(1.9) $\begin{cases} y' - 2xy = 1 \\ y = e^{x^2}\displaystyle\int_0^x e^{-t^2}dt + e^{x^2} \end{cases}$

II. Encuentre los valores de α para que $y(x) = e^{\alpha x}$ sea solución de cada EDO:

(2.1) $y'' = y' + y$

(2.2) $2y''' = y' + y$

(2.3) $3y'' + 3y' - 4y = 0$

III. Obtenga la ecuación diferencial de la familia de curvas planas descritas a continuación y bosqueje algunos miembros representativos de la familia:

(3.1) Rectas que pasan por el origen.

(3.2) Rectas que pasan por el punto fijo (h, k). La h y k no deben eliminarse.

(3.3) Rectas con la pendiente y la intercepción con el eje Y, iguales.

(3.4) Rectas con la pendiente y la intercepción con el eje X iguales.

(3.5) Rectas con la suma algebraica de las intercepciones iguales a K.

(3.6) Rectas a la distancia p del origen.

(3.7) Circunferencias con centro en el origen.

(3.8) Circunferencias con centros sobre el eje X.

(3.9) Circunferencias de radio fijo R y tangentes al eje X.

(3.10) Circunferencias tangentes al eje X.

(3.11) Circunferencias con centro sobre la recta $y = -x$, y que pasen por el origen.

(3.12) Parábolas con el vértice sobre el eje X, con el eje paralelo al eje Y, y con la distancia del foco al vértice igual a α.

(3.13) Parábolas con el eje paralelo al eje Y y con la distancia del vértice al foco igual a α.

IV. Encuentre la ecuación diferencial cuya solución general es:

(4.1) $x^3 - 3x^2y = C$

(4.2) $y\sin(x) - xy^2 = C$

(4.3) $cy^2 = x^2 + y$

(4.4) $y^2 = 4ax$

(4.5) $y = C_1 + C_2e^{2x}$

(4.6) $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-3x}$

(4.7) $y = x^2 + C_1e^x + C_2e^{-2x}$

(4.8) $y = C_1e^x + C_2xe^{-x}$

(4.9) $y = C_1e^{2x}\cos(3x) + C_2e^{2x}\sin(3x)$

V. Encuentre una función $y = f(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial y la condición dada:

(5.1) $\dfrac{dy}{dx} = 2x + 1; \qquad y(0) = 3,$

(5.2) $\dfrac{dy}{dx} = (x-2)^2; \qquad y(2) = 1,$

(5.3) $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{x}; \qquad y(4) = 0,$

(5.4) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x^2}; \qquad y(1) = 5,$

(5.5) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}; \qquad y(2) = -1,$

(5.6) $\dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{x^2+1}; \qquad y(-4) = 0,$

(5.7) $\dfrac{dy}{dx} = \cos(2x); \qquad y(0) = 1,$

(5.8) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \qquad y(0) = 0,$

(5.9) $\dfrac{dy}{dx} = xe^{-x}; \qquad y(0) = 1,$