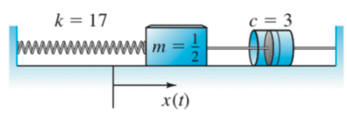
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y C.C.
ECUACIONES DIFERENCIALES Y MÉTODOS NUMÉRICOS

Guía 8.1: Aplicaciones usando Transformada de Laplace.

I. Considere un sistema masa-resorte con $m = 1/2$, $k = 17$ y $c = 3$ en unidades SI. Sea $x(t)$ la función que describe el desplazamiento de la masa m a partir de su posición de equilibrio. Si la masa se pone en movimiento con $x(0) = 3$ y $x'(0) = 1$, encuentre $x(t)$ para las oscilaciones libres amortiguadas resultantes. Resolver usando T.L.

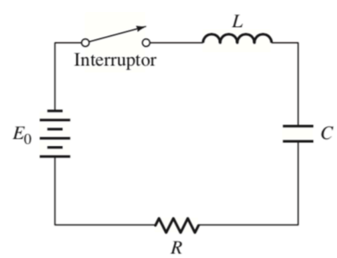
Solución: $x(t) = e^{-3t}(3\cos(5t) + 2\text{sin}(5t)$.



II. Considere el sistema masa-resorte-amortiguador del ejercicio anterior, pero con condiciones iniciales $x(0) = x'(0) = 0$ y con una fuerza externa aplicada $F(t) = 15\text{sin}(2t)$. Encuentre la expresión que describe el movimiento de la masa. Resolver usando T.L.

Solución: $x(t) = \frac{2}{29}e^{-3t}(5\cos(5t) - 2\text{sin}(5t) + \frac{5}{29}(-2\cos(2t) + 5\text{sin}(2t))$.

III. Considere el circuito RLC mostrado en la figura, con $R = 110\Omega$, $L = 1H$, $C = 0{,}001F$ y una batería que proporciona $E_0 = 90V$. Inicialmente no existe corriente en el circuito ni carga en el capacitor. En el tiempo $t = 0$ se cierra el interruptor durante $1s$. En el tiempo $t = 1$ se abre y se mantiene así en adelante. Encuentre la corriente resultante en el circuito.



La ecuación básica de un circuito en serie es:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c}q = E(t),$$

donde i es la corriente y q es la carga. Aplicando la relación $i = \frac{dq}{dt}$ se obtiene la **ecuación integro-diferencial del circuito RLC**

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c}\int_0^t i(s)\,ds = E(t).$$

Solución: $i(t) = e^{-10t} - e^{-100t} - u(t-1)(e^{-10(t-1)} - e^{-100(t-1)})$