

## Pauta Control 1 - CII2750 Optimización

El parque de atracciones *Optilandia* está planificando la asignación y calendarización de sus trabajadores en los diferentes juegos durante el día.

*Optilandia* divide la jornada del día laboral en un conjunto  $T$  horas. Existe un conjunto  $I$  de trabajadores que postularon para trabajar operando juegos. Cada trabajador entregó al parque su disponibilidad horaria para trabajar, siendo el parámetro  $a_{it} = 1$  si el trabajador  $i$  tiene disponibilidad para trabajar en horario  $t$ , y 0 en caso contrario.

Existe un conjunto  $J$  de juegos, los cuales todos funcionan durante toda hora de la jornada. El juego  $j$  requiere tener asignado una cantidad mínima de  $N_j$  trabajadores para ser operado en cada hora. Un trabajador puede asignarse a diferentes juegos durante el día, incluso pudiéndose repetir un mismo juego varias veces durante la jornada (por ejemplo trabajar en el Tagadá en la hora 1, luego en la Casa del Terror en la hora 5, y después volver al Tagadá en la hora 9). Sin embargo, se debe considerar que cada trabajador  $i$  puede ser asignado a un mismo juego  $j$  no más de  $M_j$  veces durante el día.

El sueldo por contratar a un trabajador para ser asignado a algún juego en la hora  $t$  es de  $c_t$ . Además, por cada trabajador contratado se paga un costo fijo de  $s$  por concepto de seguro de accidentes.

Recuerde que un trabajador no puede estar asignado a más de un juego a una misma hora, y que sólo puede trabajar si es contratado y tiene disponibilidad.

1. **(5.0 puntos)** Elabore un modelo de optimización lineal entera mixta que permita asignar a los trabajadores en los juegos a lo largo de la jornada al mínimo costo para *Optilandia*. Indique claramente las variables, función objetivo y restricciones.
2. **(1.0 puntos)** Suponga ahora que todo trabajador que opere juegos durante la jornada laboral completa de *Optilandia*, se le paga una cantidad  $r$  por conceptos de colación. Modifique el modelo anterior para incorporar esta información adicional.

### Solución Problema 1

#### ■ Variables:

- $x_{ijt} = \begin{cases} 1 & \text{; si trabajador } i \text{ opera el juego } j \text{ en la hora } t \\ 0 & \text{; EOC} \end{cases}$
- $y_i = \begin{cases} 1 & \text{; si se contrata al trabajador } i \\ 0 & \text{; EOC} \end{cases}$

#### ■ Función Objetivo:

$$\min \underbrace{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_t x_{ijt}}_{\text{Sueldos}} + s \underbrace{\sum_{i \in I} y_i}_{\text{Seguros}}$$

#### ■ Restricciones:

- Cada trabajador opera a lo más 1 juego en cada hora

$$\sum_{j \in J} x_{ijt} \leq 1 \quad ; \quad \forall i \in I, \forall t \in T$$

- Cada trabajador puede ser asignado a un juego sólo si está disponible y si es contratado

$$x_{ijt} \leq a_{it}y_i \quad ; \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T$$

- Número mínimo de trabajadores necesarios en cada juego y hora

$$\sum_{i \in I} x_{ijt} \geq N_j \quad ; \quad \forall j \in J, \forall t \in T$$

- Cada trabajador puede operar un mismo juego a lo más  $M_j$  veces durante toda la jornada

$$\sum_{t \in T} x_{ijt} \leq M_j \quad ; \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

- Naturaleza de las variables

$$x_{ijt}, y_i \in \{0, 1\} \quad ; \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T$$

## Solución Problema 2

Se define una nueva variable:

$$z_i = \begin{cases} 1 & ; \text{ si trabajador } i \text{ opera juegos durante toda la jornada} \\ 0 & ; \text{ EOC} \end{cases}$$

Se modifica la función objetivo:

$$\text{mín} \underbrace{\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} c_t x_{ijt}}_{\text{Sueldos}} + s \underbrace{\sum_{i \in I} y_i}_{\text{Seguros}} + r \underbrace{\sum_{i \in I} z_i}_{\text{Colaciones}}$$

Se agrega una restricción: Se debe pagar colación a cada trabajador  $i$  que opere juegos durante toda la jornada laboral (activación de la variable  $z_i$ ):

$$z_i |T| \leq \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} x_{ijt} \leq |T| + z_i - 1 \quad ; \quad \forall i \in I$$

donde  $|T|$  es la cardinalidad del conjunto  $T$ .