Departamento de Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE FI3104
Metodos Numéricos para la Ciencia
Álvaro Núñez, Otoño 2022

Tarea #1

Benjamín Mancilla

Introducción

Para esta tarea se introdujo el concepto de Derivada numérica, y sus tipos, además de explayando la función y precisión de cada una de estas. A continuación, el alumno presentara su metodología y lógica utilizadas para la realización de los problemas otorgados, además de como se usaron los conceptos vistos en clases para la resolución de estos.

Pregunta 1

Para esta pregunta se nos pide estimar la velocidad, ángulo, y aceleración de una partícula, de la cual sabemos su posición. Esto ultimo no es directo ya que esta información se nos entrega a partir de ángulos, lo cual requiere trigonometría para su resolución
El desarrollo de esto es trivial, así que solo se mostrara cuáles son las soluciones.

$$x = a\frac{\cos(\alpha)sen(\beta)}{sen(\beta-\alpha)} \quad ; \quad y = a\frac{\text{sen}(\alpha)sen(\beta)}{sen(\beta-\alpha)}$$

Luego esto se implementa en el código de una forma simple, al igual que los datos del problema.
Con esto ya tenemos todo lo necesario para calcular la derivada.
Para este problema lo mas conveniente es usar la derivada central, ya que es la mas precisa y se nos pide calcular la velocidad del dato central, es decir, el segundo 10 dentro de los datos que van del 9 hasta el 11.
Nótese que el problema es en dos dimensiones, por lo que la velocidad tiene dos componentes, por ello se utiliza la función para la posición x y la de la posición y. En estas se utilizan los ángulos de los datos del segundo 9 y 11, ya que h en este caso seria 1 (por el segundo de diferencia), finalmente con esto nos quedaría en el denominador un 2, y el resultado de la expresión seria nuestra velocidad para cada componente (una derivada por componente). Una vez con esto, podemos usar el arco tangente de Vy/Vx para calcular el ángulo, y simplemente calcular el modulo de Vy y Vx para la rapidez, finalmente se usan estos dos datos para obtener una expresión en coordenadas polares.
Para la aceleración es la misma metodología pero distinta formula, se suma el caculo de f(x_0,y_0).
Los resultados son: rapidez = 50.099 m/s ; ángulo = 0.264 radianes ;
modulo aceleración = 126.5323 m/s ; ángulo = 0.942492 radianes.

Pregunta 2

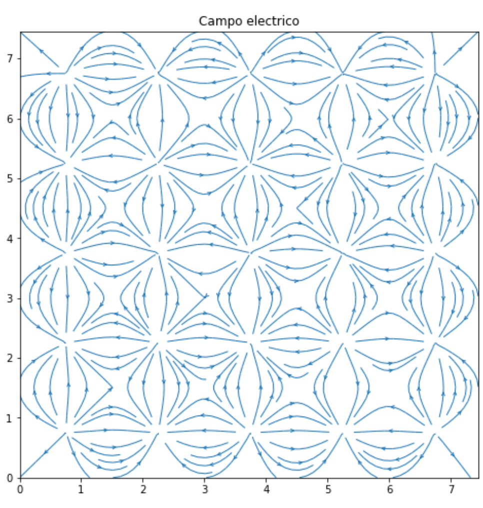
Para esta pregunta se nos pide calcular el campo eléctrico sobre un tablero de ajedrez, el cual tiene en cada uno de los centros de sus cuadrados una carga, las cuales van alternando en signo, pero mantienen magnitud. Además, se nos pide que grafiquemos y que consigamos el resultado a partir del Voltaje o Potencial eléctrico. Claramente se nos pide usar la expresión $E = -\nabla V$, y luego utilizar el principio de superposición. La logística parte de la creación de una función para calcular el Voltaje a partir de una compilación de cargas y sus respectivas posiciones (en este caso una lista indexada de Python) y una posición x e y. Una vez con esto, debemos aplicar el operador "gradiente" a cada uno de estos voltajes, para ello se define una función que en este caso es llamada "E()", la cual aplica el gradiente y además suma todos los resultados bajo el principio de la superposición (El E total es la suma de cada E generado por cada carga).

Para aplicar el gradiente debemos comprender que este es simplemente la derivada parcial de cada uno de los componentes, y estas forman una tupla (vector). Para implementar esto en el código se utiliza la derivada centrada, variando la componente a evaluar en h y dejando la otra fija. Bajo este criterio, se deben calcular 4 potenciales, uno para x+h, x-h, y+h, e y-h (cada uno acompañado de la otra coordenada fija). Nótese que se obtendrán 25 resultados de cada uno, ya que son 25 cargas, con todos estos datos ordenados en una lista se procede a calcular la derivada de todos para después sumarlos y así obtener el campo eléctrico total de la posición x e y.

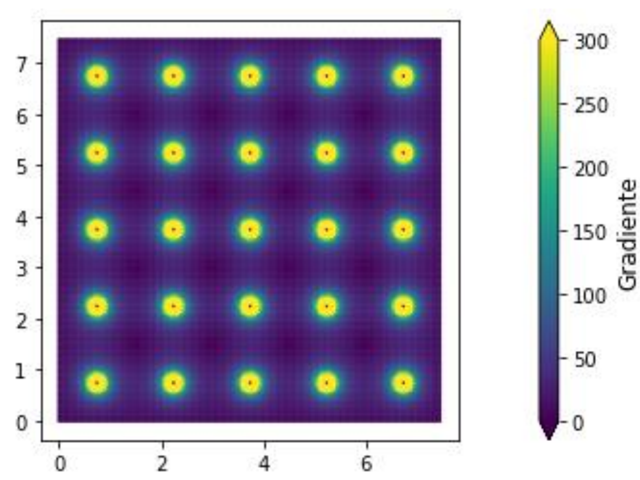
Hay que destacar que el voltaje en una posición que coincida con la posición de una de las cargas no esta definido, ya que el denominador seria 0, para estos casos se hace una excepción en el código, y simplemente para ese voltaje en particular (el que es con la carga coincidente) se iguala a 0, porque en este caso se estaría midiendo el campo eléctrico que siente la partícula y no el que induce ella misma.

Como ya se conoce como calcular el campo eléctrico en un punto cualquiera, basta con evaluar el campo en todos los puntos de la tabla. Para esto se tiene que definir primero cuantos puntos hay en la tabla, lo cual queda a criterio del usuario. En este caso se usa un espaciado de 0.05 lo cual equivale a 150 puntos por eje, es decir 22500 puntos en total. Luego dentro de una función se calcula el campo Eléctrico para cada uno de estos puntos definidos, y se guardan en listas de tal forma que el campo queda relacionado con las coordenadas donde este se esta evaluando. Una vez que se calcula el campo en todos los puntos, hay que graficarlo con *colormap*, es decir para cada posición se pinta de un color que este representa la magnitud del campo eléctrico. Para el caso del *streamplot* es algo similar la diferencia es que en este caso se necesita el vector del campo eléctrico.

Streamplot



Colormap



En el primer grafico se pueden observar las líneas de campos, se puede observar como estas divergen o convergen cerca de las posiciones de las cargas, en el caso de las positivas diverge, y en el caso de las negativas convergen, esto tiene sentido con la teoría de electroestática.

El segundo grafico representa la magnitud del campo eléctrico dependiendo de la posición, se puede observar que, en las cercanías de las cargas, el campo es muy fuerte (denotado por el color amarillo), sin embargo, en el centro de estos círculos de alta intensidad hay unos puntos muy oscuros. Esto ocurre porque dentro de una carga el potencial es nulo, o al menos esa es la convención utilizada en esta ocasión. Por último, si nos vamos a los puntos que están equidistantes de 4 cargas, se puede observar como el color es muy oscuro, el campo eléctrico es débil en estos puntos ya que se anulan las fuerzas eléctricas y se encuentra muy lejos de las demás cargas.

En conclusión, si se compara la teoría física de la electroestática con los resultados de los gráficos, todo coincide, por lo que se puede decir que la metodología es correcta debido a que el resultado es lo que se esperaba, además para este se utilizaron únicamente los contenidos pasados en clases.