

Fonctions plusieurs var-Operateurs 23 24

Question 1

Question à valeurs numériques

Consignes

- ☐ **Durée 30 min**
- ☐ **Accès : documents papier autorisé**
- ☐ **Rendre votre copie papier (sur table) à la fin de l'épreuve**

On souhaite étudier la distribution de température dans un matériau conducteur tridimensionnel. On note T la température en tout point du matériau. Cette température est donnée par la fonction $T(x; y; z) = x^2 + y^3 + 3e^z$ où x , y et z sont des coordonnées spatiales.

1. Le champ de température est donné par la figure 1 (ci dessous).

Calculer le gradient de ce champ de température $\overrightarrow{\nabla T}$

Expliquer ce que représente ce gradient dans le contexte de la distribution dans le matériau.

2. Dans quelle direction la température augmente le plus rapidement à partir du point $(1, 0, 2)$ dans le matériau ? (pensez à utiliser $\overrightarrow{\nabla T}$ pour déterminer cette direction)

3. On s'intéresse maintenant à la quantité totale de chaleur Q contenue dans une région délimitée par un cube. La région Σ est définie par $0 \leq x \leq 1$; $0 \leq y \leq 1$ et $0 \leq z \leq 1$. Utilisez une intégrale triple pour calculer la quantité totale de chaleur contenue dans cette région en fonction de la température $T(x, y, z)$.

4. Calculer le Laplacien ΔT de la fonction température. Ce Laplacien ΔT peut il être nul?

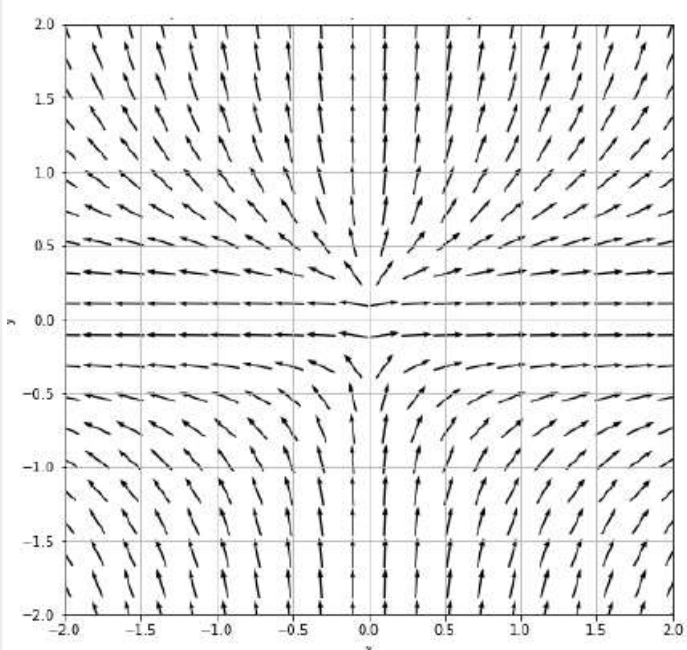


Figure 1

Réponse attendue

Commentaire de correction de la question