RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

Extrait du référentiel

Le dimensionnement des pièces mécaniques d'un système

- Hypothèses de la Résistance des Matériaux : modèle « poutre », sur les matériaux, de Navier-Bernoulli et de Barré de Saint Venant.
- Contraintes, déformations, lois de comportement.
- Torseur de cohésion.
- Vecteur contrainte pour une facette de normale la ligne moyenne de la poutre, composante normale et tangentielle.
- Lois de Hooke.

Sollicitations simples :

- Traction – Compression,Torsion (cas des poutres à section droite circulaire), Flexion simple,
- Comparer les résultats obtenus au comportement réel et, éventuellement, interpréter les écarts,
- Dimensionner une pièce et/ou modifier sa géométrie,
- Interpréter les résultats obtenus dans le cas de sollicitations simples telles que : traction, torsion et flexion plane simples.
- Conditions de résistance (résistance pratique à l'élongation et au glissement, coefficient de sécurité, concentration de contrainte,
- Notions d'élasticité plane (maillage, conditions aux limites, chargement, courbes isovaleurs, contraintes de Tresca et de Von Mises).

INTRODUCTION À LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

1 Objectifs et intérêts de la RDM

1.1 Situation de la RDM

MMC : Mécanique des Milieux Continus : Théorie générale de la mécanique traitant du comportement dynamique des fluides (compressible ou non) et des solides déformables

Élasticité : Partie de la MMC qui traite des solides déformables (aspect tridimensionnel) dans le domaine des petites déformations réversibles (élastiques)

Théorie des poutres : Théorie simplifiée de l'élasticité appliquée aux milieux élancés.

Dans la théorie des poutres nous n'aborderons que les cas des poutres droites sollicitées simplement.

1.2 Objectifs de la RDM

L'objectif de la résistance des matériaux est d'étudier **la limite de résistance** et les **déformations** de pièces soumises à un système d'actions mécaniques extérieures pré-établi (par exemple par les lois de la statique).

Un calcul de **résistance** permettra de **dimensionner** ou de vérifier les éléments d'un mécanisme pour qu'il résiste en **toute sécurité**.

Un calcul de **déformation** permettra de déterminer ou de vérifier la limite de **déformabilité** des éléments d'un mécanisme.

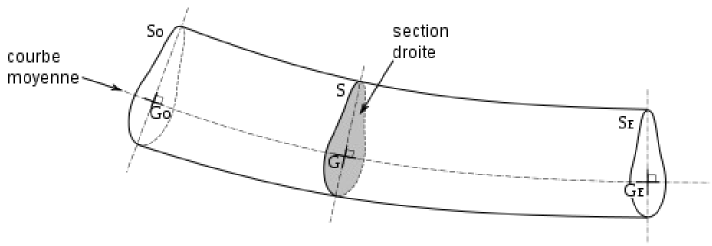
Les calculs de RDM permettent aussi de conclure sur les choix de **matériaux** et de **formes** à donner aux éléments d'un mécanisme.

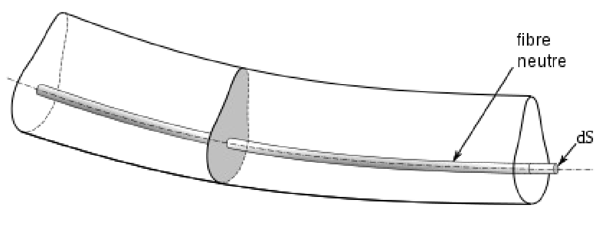
2 Hypothèses de la RDM

Les lois régissant la RDM ne sont vérifiés qu'à condition de vérifier un certain nombre d'hypothèses.

2.1 Notion de poutre

Au sens de la RDM, un poutre est un solide engendré par une aire plane (Σ) appelée **section droite** dont le centre de gravité G décrit une courbe (Γ) appelée **ligne moyenne** ou **fibre neutre,** le plan de Σ restant perpendiculaire à la courbe Γ. Une poutre présente les caractéristique suivante :





- Le **rayon de courbure** de Γ doit être **grand** par rapport aux dimensions de la section de la poutre (R > 5 x la plus grande dimension transversale)
- la longueur de la **ligne moyenne est grande** devant les dimensions de la poutre L>10 x la plus grande dimension transversale
- La **variation de section** Σ le long de Γ doit être **continue** et très **lente.**

Remarque	Pour cette année, nous n'aborderons que les **poutres droites** : Γ =droite

2.2 Hypothèses sur les Matériaux

La matière constituant les poutres sera considéré comme un milieu continu, homogène et isotrope.

Continu : Non lacunaire, il y a continuité des grandeurs physiques.

Homogène : mêmes caractéristiques mécaniques en tout point.

Isotrope : mêmes caractéristiques mécanique dans toute les directions.

2.3 Principe de Barré de Saint-Venant

L'hypothèse de SAINT-VENANT (1855) concerne les efforts appliqués.

Le comportement de la poutre **loin des points d'application** des actions extérieures et des liaisons ne dépend pas de la manière dont sont appliqués les actions dans une sections

Autrement dit, les déformations ne dépendent que du torseur des actions mécaniques extérieures.

2.4 Hypothèses sur les déformations

Les déformations devront rester petites devant les dimensions de la poutre.

2.5 Hypothèses de Navier-Bernoulli

L'hypothèse de BERNOULLI est une hypothèse cinématique sur l'équation de Navier qui est l'équation générale de la mécanique des milieux continus.

Les sections planes et normales à la fibre moyenne avant la déformation restent planes et normales à la fibre moyenne après la déformation. Le déplacement d'une section droite est un déplacement de corps solides.

Autrement dit, l**es sections droites restent droites.**

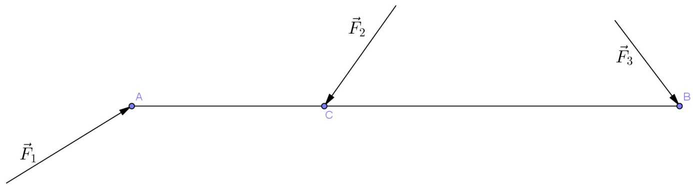
Sollicitation d'un Système

3 Action extérieures

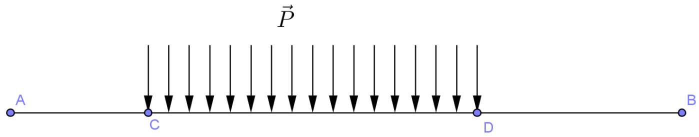
3.1 Actions mécaniques connues

Elles sont de 2 types :

- Localisées : Une action en un point



- Réparties sous forme de densités linéiques sur toute ou une partie de la poutre. Le poids propre par exemple est une action dite répartie. Ces actions peuvent être uniformes (invariantes le long d'un tronçon) ou variables.



3.2 Actions mécaniques inconnues

Ce sont en général les actions de liaison de la poutre avec son environnement. On les détermine simplement en écrivant l'équilibre de la poutre (PFS).

Leur calcul est préalable à la détermination des sollicitations.

3.3 Isostatisme – Hyperstatisme

Les conditions d'équilibre de statique permettent d'écrire n équations indépendantes

- 3 équations indépendantes dans le plan
- 6 équations indépendantes dans l'espace

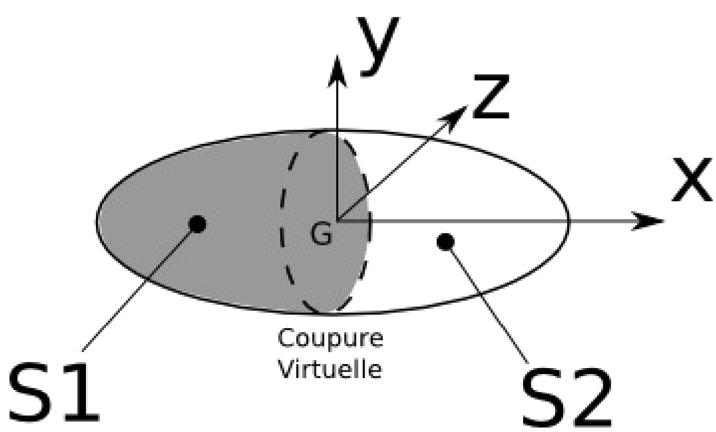
Les actions extérieures amènent k inconnues.

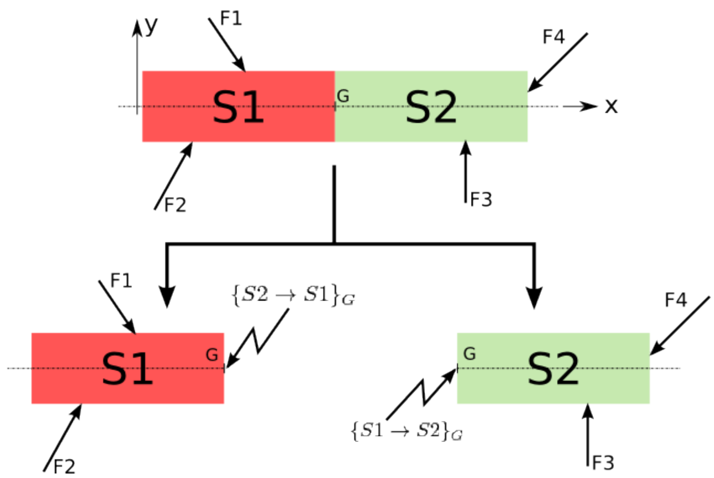
- si n=k le problème est isostatique.
- si k>n le problème est hyperstatique et (k-n) est son degré d'hyperstaticité.

4 Action Intérieures – Notion de Sollicitation

4.1 Mise en évidence des efforts intérieurs

Considérons une poutre S. Nous l'imaginons partagée en 2 parties : S1 et S2





La coupure partage également les effort appliqués à cette poutre en $T(ext \rightarrow S1)$ et $T(ext \rightarrow S2)$

L'équilibre de S se traduit par :

$$T(ext \rightarrow S)=0$$

soit : $T(ext \rightarrow S1)+T(ext \rightarrow S2)=0$

Isolons maintenant S1 : Ce tronçon est lui aussi en équilibre sous l'action de T(ext→S1) et d'un autre torseur, car $T(ext \rightarrow S1)$ n'est pas nul.

Cet autre torseur est du aux efforts de cohésion intérieurs qu'exerce S1 sur S2 à travers la frontière. Il se note T_{Coh}

L'équilibre de S1 se traduit alors : $T(ext \rightarrow S1)+T_{coh}=\{0\}$

donc :

$$\boxed{T_{coh}=-T(ext \rightarrow S1) \quad \text{et} \quad T_{coh}=T(ext \rightarrow S2)}$$

4.2 Méthode de calcul du torseur de cohésion

- Isoler la poutre à étudier
- Définir le repère lié à cette poutre $R_0(O, \vec{x}_{0,} \vec{y}_{0,} \vec{z}_0)$
- Éventuellement de calculer les actions aux appuis.
- Délimiter les zones de la poutre. Les limites d'une zone sont :
  - Une charge localisée ou un appui
  - les extrémités d'une charge répartie
  - un changement de direction
- Définir la base locale $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ pour chaque zone ($\vec{x}$ ligne moyenne)
- Dans chaque zone, on détermine l'expression mathématique fonction de l'abscisse x des composantes du torseur de cohésion :
  - Effectuer une coupure dans chaque zone (en un point G quelconque de l'axe neutre défini par son abscisse x)
  - Rechercher le torseur de cohésion appliqué sur la coupure
  - Calculer le torseur de cohésion au centre de gravité au centre de gravité de la coupure.

5 Sollicitations

Les efforts de cohésion ou efforts intérieurs s'exercent en tout point de la frontière. Le torseur qui leur est associé est défini en G centre gravité de la section droite (=frontière).

Dans le repère ($G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$)

$$T_{coh}= {}_{G(x)}\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R(x)} \\ \overrightarrow{M_G(x)}\end{matrix}\right\} = {}_{G(x)}\left\{\begin{matrix} N(x) & M_t(x) \\ T_y(x) & M_{fy}(x) \\ T_z(x) & M_{fz}(x)\end{matrix}\right\}$$

Effort		Moment	
Nom de la composante	Sollicitation	Nom de la composante	Sollicitation
N : Effort Normal	TRACTION si N>0 COMPRESSION si N<0	M_t :Moment de torsion	TORSION
T_y et T_z : Effort Tranchant	CISAILLEMENT	M_{fy} et M_{fz} : Moment de flexion	FLEXION