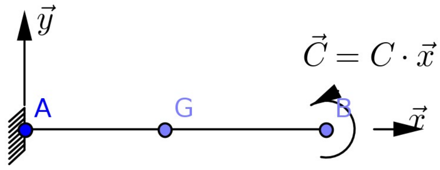
12 Torsion

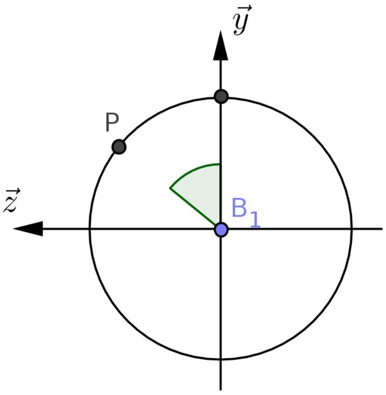
12.1 Définition

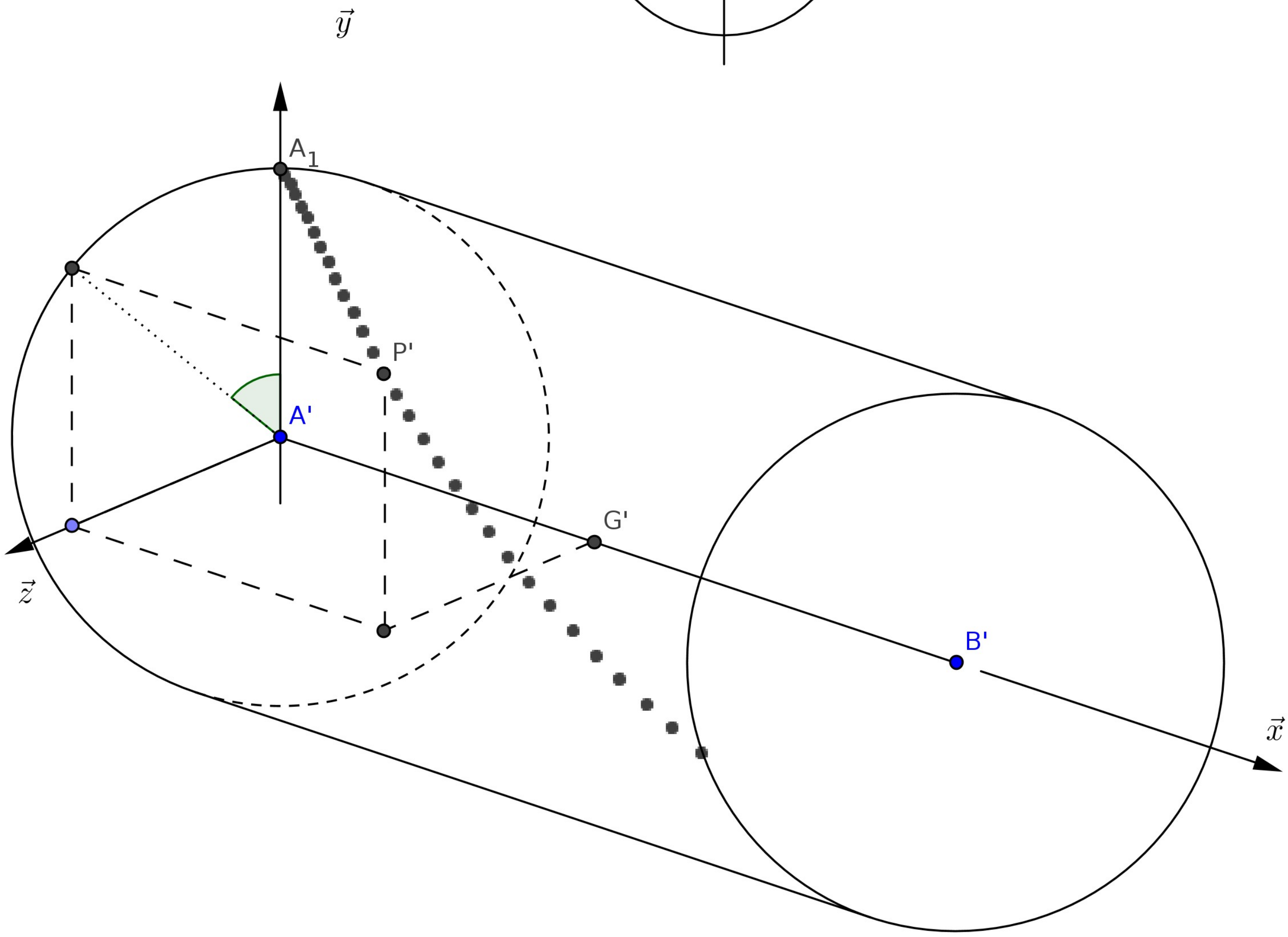
$$T_{coh} = \left\{ \begin{matrix} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{G(x)}$$

Dans toute section droite (S) d'une poutre soumise à de la torsion pure, le torseur de cohésion se réduit au torseur ci-contre

Nous n'envisagerons que le cas des poutres droites de révolution ou de faible courbure.







12.2 Calcul de la contrainte

Dans l'essai de torsion sous le couple $\vec{M_t}$ les sections équidistantes de Δl tournent toutes d'un même angle $\Delta\alpha$ les unes par rapport aux autres.

On définit alors pour une poutre de section constante, un angle de torsion unitaire $\Theta = \frac{\Delta\alpha}{\Delta l}$ qui est constant.

On constate également qu'il ne se produit aucune déformation dans le sens longitudinal de la poutre.

Considérons un tube élémentaire de rayon r limité par deux sections droites (S_0) et (S_1) éloignées de

dx tiré d'une poutre de rayon R soumise à de la torsion pure.

Soit $P_0 P_1$ une génératrice du tube.

Après déformation, (S_1) a tourné de $d\alpha$ par rapport à (S_0) et la génératrice $P_0 P_1$ est devenue $P_0 P_2$ avec $\gamma = \frac{P_1 P_2}{P_0 P_1}$ (approximation des petits angles)

La loi de hooke donne : $\tau = G\gamma = G\frac{P_1 P_2}{P_0 P_1} = G\frac{d\alpha}{dx} = Gr\Theta$ avec G le module de Coulomb.

Loi de déformation en Torsion : $$\tau = G\Theta r$$

Comme G est constant dans un matériau donné, tout comme Θ dans une section donnée, on peut conclure à une <u>répartition linéaire des contraintes tangentielles</u> suivant le rayon de la section droite.

Or, par définition, $\overrightarrow{M_G}(x) = \int_\Sigma \overrightarrow{GP} \wedge \overrightarrow{\mathrm{d}f} = \int_\Sigma \vec{r} \wedge \vec{\tau}\,\mathrm{dS} = G\Theta\vec{x}\int_\Sigma \rho^2 \mathrm{dS}$ et on sait que $\overrightarrow{M_g}(x) = M_t \vec{x}$.

On introduit $\mathrm{I_0} = \int_\Sigma \rho^2 \mathrm{dS}$ et on obtient $M_t = \mathrm{G}.\Theta.\mathrm{I_0}$.

$$\boxed{\tau = \frac{M_t}{I_0}\rho \text{ et } \tau_{maxi} = \frac{M_t}{I_0} R}$$

12.3 Condition de résistance

$$\boxed{\tau_{maxi} \leqslant R_{pg} = \frac{R_g}{s} \quad \text{Avec} \quad R_g \simeq \frac{R_e}{2}}$$