

## Semana Tec: Estadística y probabilidad con juegos de mesa

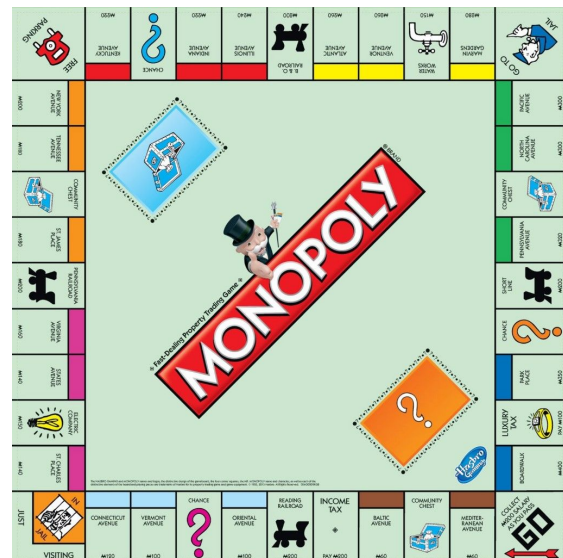
### Análisis sobre las casillas de monopoly con mayor probabilidad de ser visitadas

#### Descripción del juego o escenario a acotar ( SING0202 Interpretación de variables )

Monopoly (compra de propiedades y cárcel):

Es un juego de mesa que se basa en la idea de comprar propiedades y cobrar rentas. En él se tienen de 2 a 8 jugadores donde cada uno representa un terrateniente que irá adquiriendo las propiedades descritas en cada casilla del tablero. Una vez que se adquiere una propiedad, el jugador puede cobrar una renta a los demás jugadores que caigan en esa casilla. Las rentas de las propiedades pueden ser incrementadas construyendo infraestructura como condominios y hoteles. El objetivo del juego es obtener el mayor número de capital (dinero) tanto en efectivo como en propiedades, y de ser posible hacer quebrar a todos los demás jugadores. A la derecha se presenta una imagen del tablero. Para poder avanzar en el tablero, se usan 2 dados de 6 caras, se tiran en el turno de jugador y el resultado de la suma de los dados es la distancia que debe moverse en el tablero en la dirección señalada en la casilla de salida (Go).

Una dinámica interesante del juego es el concepto de cárcel, ya que hay varias cartas o acciones que pueden hacer que un jugador caiga en la cárcel. Este escenario o dinámica es la que analizaré en este caso, ya que deseo determinar cual es una estrategia útil para saber que propiedades me conviene adquirir en el tablero para obtener un mayor número de ingresos. Para este análisis voy a asumir que todas las casillas valen lo mismo.



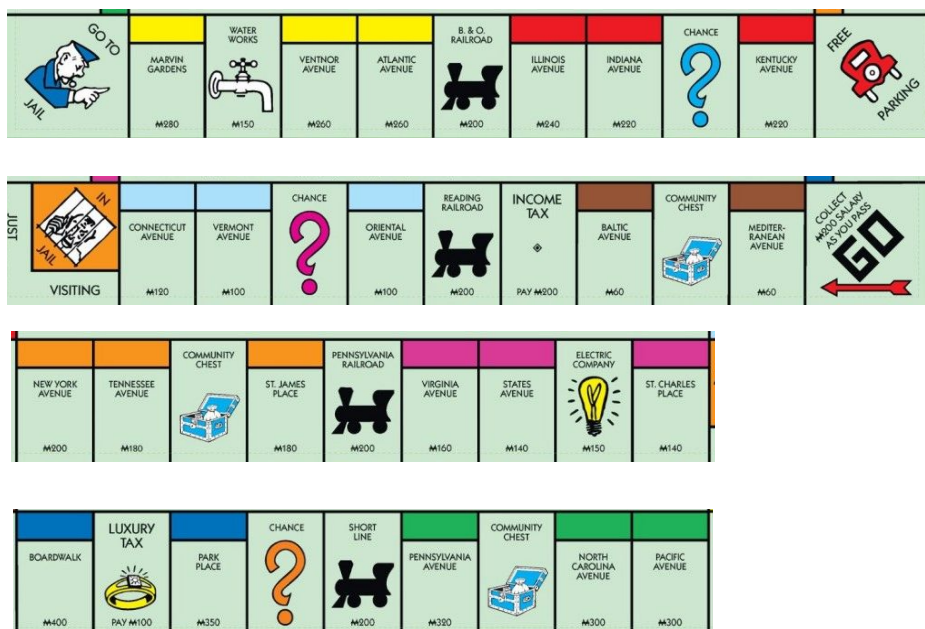
## Descripción de las variables y su relación entre ellas. (SEG0501 Pensamiento sistémico)

### Variables Independientes:

Las variables independientes a usar serán las siguientes:

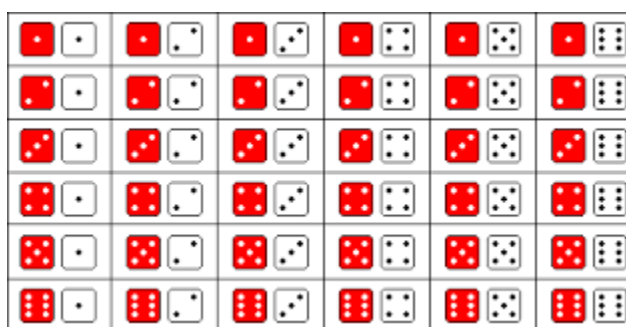
#### 1. Probabilidad de caer en **cualquier** casilla base:

Existen 40 casillas en el tablero, de lo cual podemos decir que la probabilidad de caer en un casilla determinada después de la primera ronda es de  $(1/40)$  a continuación se muestran todas las casillas.



#### 2. La probabilidad de la tirada de los **dados**:

El valor de la tirada puede ir de 2 a 12 por las combinaciones de 2 dados de 6 y sigue una distribución normal. En el siguiente diagrama se muestran todas las posibles combinaciones de las tiradas.



3. Probabilidad de llegar a la cárcel:

Hay 3 acciones extras que llevan a la casilla de cárcel, esto es, además de la probabilidad base de llegar ahí como a cualquier otra casilla.



A. Cuando caes en la casilla «**Vaya a La Cárcel**» que es una casilla extra.

a. **p(vaya a cárcel)** = 1 casilla ( 1/40 )



B. Cuando coges una tarjeta de Suerte o Caja de Comunidad y pone «Vaya directamente a La Cárcel».

- a. Hay 2 tarjetas de cárcel (1 de fortuna /1 de arca comunal)
- b. Total de Tarjetas 32 (16 de fortuna /16 de arca comunal)
- c. **p(tarjetas)** = La probabilidad de obtener una tarjeta específica
- d. **p(fortuna)** = La probabilidad de caer en casilla de fortuna.
- e. **p(arca comunal)** = La probabilidad de caer en casilla de arca comunal.

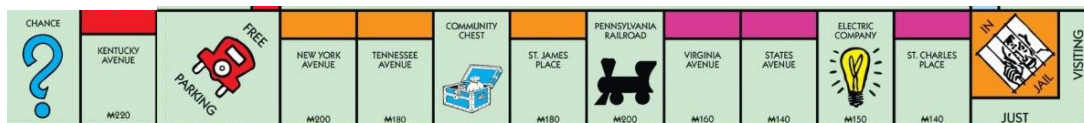


C. Si sacas dobles 3 veces seguidas.

a. **p(valores iguales)** = p(iguales) \* p(iguales) \* p(iguales)


**Variables Dependientes:**

En este caso nuestra variable dependiente o nuestra variable a predecir es la probabilidad de que un jugador caiga en una casilla elegida de la fila de la cárcel. La definiremos como **p(casilla específica)**



### Relación entre las variables:

Las 2 variables principales son la probabilidad de caer en **cualquier casilla** y las probabilidades de obtener una tirada en específico de los **dados**. En un escenario perfecto uniforme, podríamos asumir que cualquier jugador puede llegar a pasar por cualquier parte del tablero mientras no sea la primera ronda, ya que en la primera ronda al comenzar todos en la misma posición es imposible pasar por la primera casilla y es muy poco probable pasar por las dos casillas que le siguen (dada la distribución normal de los dados). Dicho eso, si consideramos una posición específica en el tablero entonces las probabilidades cambian ya que la tirada de los dados son las que ahora determinarán cuál es la probabilidad de que llegue a otra casilla dada la casilla actual en la que se encuentra el jugador.

Adicionalmente queremos entender cómo la dinámica de la **cárcel** afecta la probabilidad de caer en algunas casillas del tablero, por lo que necesitamos determinar la probabilidad de cada posible evento de caer en la cárcel y después ver cómo afecta el salir de la cárcel la probabilidad de caer en otras casillas. Es importante ver que lo que queremos saber es si un jugador cae en una casilla, por lo que si cae por medio de un doble, no tomaremos en cuenta el cálculo de la segunda tirada para mantener el escenario simplificado.

## Explicación del modelo ( SING0202 Interpretación de variables ) ( SEG0501 Pensamiento sistémico)

Para que la estrategia o modelo que queremos plantear, tenemos que determinar primero si es que hay una mayor probabilidad de que en una vuelta alguno de los jugadores pase por las casillas que están después de la cárcel.

Para ello comenzamos con que la probabilidad de cualquier casilla es  $1/40$ . Ahora bien hay casillas que tienen modificadores extras por las tarjetas de fortuna y arca comunal. Ambas tienen 16 tarjetas, en el siguiente análisis incluimos sólo las tarjetas que tienen ubicaciones como:

### Fortuna:

- Avance a la salida
- Avance a plaza San Carlos
- Avance a El Muelle
- Avance a Illinois
- Avance al Servicio más cercano
- Vaya a la carcel
- Viaje en el Ferrocarril Reading
- Avance al Ferrocarril más cercano
- Avance al Ferrocarril más cercano

### Arca Comunal:

- Avance a la salida
- Vaya a la carcel

Hay 3 casillas donde se pueden obtener tarjetas de **fortuna** por lo que su probabilidad es de  $3/40$  y lo mismo ocurre con el **arca comunal**.

Entonces para **Fortuna** podemos ver en las siguientes tablas que:

Tarjeta	p(ubicación) tarjeta individual	p(ubicación)* p(tarjetas)		Ubicación	p(ubicación total)	p(ubicación total)* p(fortuna)
Avance a la salida	1.000	0.063		Salida	0.063	0.005
Avance a plaza San Carlos	1.000	0.063		Plaza San Carlos	0.063	0.005
Avance a El Muelle	1.000	0.063		El Muelle	0.063	0.005
Avance a Illinois	1.000	0.063		Illinois	0.063	0.005
Avance al Servicio más cercano	0.250	0.016		Servicio más cercano	0.016	0.001
Vaya a la carcel	1.000	0.063		Carcel	0.063	0.005
Viaje en el Ferrocarril Reading	1.000	0.063		Ferrocarril Reading	0.094	0.007
Avance al Ferrocarril más cercano	0.250	0.016		Ferrocarril más cercano	0.031	0.002
Avance al Ferrocarril más cercano	0.250	0.016				

Y para **Arca Comunal** tenemos que:

Tarjeta	p(ubicación) tarjeta individual	p(ubicación)* p(tarjetas)		Ubicación	p(ubicación total)	p(ubicación total)* p(arca)
Avance a la salida	1	0.063		Salida	0.063	0.005
Vaya a la carcel	1	0.063		Carcel	0.063	0.005

Y el Total de estas probabilidades Fortuna + Arca es:

Ubicación	P(total fortuna + arca)
Salida	0.009
Plaza San Carlos	0.005
El Muelle	0.005
Illinois	0.005
Servicio más cercano	0.001
Carcel	0.009
Ferrocarril Reading	0.007
Ferrocarril más cercano	0.002

En las tablas anteriores podemos observar que las 2 ubicaciones con más probabilidad de salir con **salida y cárcel**. Ahora bien, la cárcel además tiene 2 dinámicas más que incrementan sus posibilidades.

- 1) caer en la casilla de vaya a la cárcel  $1/40$  que es extra a la de llegar a la cárcel de visita.
- 2) Tirar 3 veces dados dobles (iguales)

P(iguales)	P(iguales) * P(iguales)	P(iguales) * P(iguales) * P(iguales)
0.167	0.028	0.005

Entonces si juntamos las 3 dinámicas tenemos que:

Escenarios	Probabilidades
Tarjetas	0.009
Tiradas	0.005
Vaya a cárcel	0.025
Casilla Carcel	0.025
Total	<b>0.064</b>

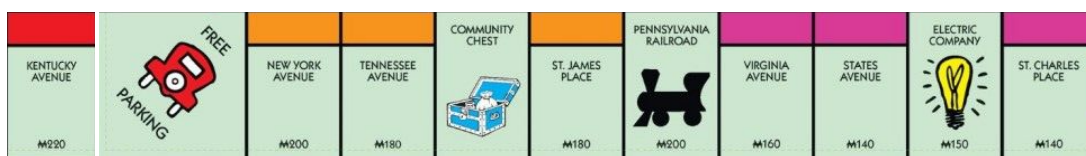
Si comparamos con todas las demás casillas tenemos que:

Ubicación	p(total tarjetas)	p(tarjetas) + p(cualquier) + p(dinamicas)
Salida	0.009	0.034
Plaza San Carlos	0.005	0.030
El Muelle	0.005	0.030
Illinois	0.005	0.030
Servicio más cercano	0.001	0.026
Carcel	0.009	<b>0.064</b>
Ferrocarril Reading	0.007	0.032
Ferrocarril más cercano	0.002	0.027
Cualquier otra ubicación	0.000	0.025

Por lo tanto podemos determinar que la casilla con mayor probabilidad que caiga un jugador es la cárcel con un probabilidad de **0.064**, y por ende podemos asumir que este es nuestro punto de partida más probable.

Ahora bien la probabilidad de llegar de una casilla específica a otra viene dada por la tirada de los dados que sigue una distribución uniforme. Sin embargo tenemos que contemplar también la posibilidad de tiros dobles.

Las casillas por las que tiene que pasar forzosamente un jugador partiendo de la calle de la cárcel son las siguientes:



Se omite la primera casilla porque es imposible obtener 1 en la tirada de 2 dados de 6, y no se incluye nada más allá del 12, porque aunque haya tiradas dobles de todos modos se tendría que pasar primero por estas casillas. Por lo tanto las posibilidades de llegar a una casilla de la casilla de cárcel son:

Casillas a Partir de cárcel tablero inglés	Casilla a Partir de cárcel tablero español	Probabilidad de cada resultado	
electric company	compañía de electricidad	2	0.028
states avenue	avenida estados	3	0.056
virginia avenue	avenida virginia	4	0.083
pennsylvania railroad	ferrocarril pensylvania	5	<b>0.111</b>
st. james place	plaza santiago	6	<b>0.139</b>
community chest	arca comunal	7	0.167
tenesse avenue	avenida tennessee	8	<b>0.139</b>
new york avenue	avenida nueva york	9	<b>0.111</b>
free parking	parada libre	10	0.083
kentucky avenue	avenida kentucky	11	0.056
fortune	fortuna	12	0.028

Por lo que para saber cuál es la casilla más conveniente a comprar podemos determinar que serían primero: **plaza santiago** y **avenida tennessee.**, seguido de **ferrocarril pensylvania** y **avenida virginia nueva york**



Nuestro modelo para llegar a esto consiste entonces en calcular la probabilidad del punto de salida para todas las casillas.

$$p(\text{salida}) = p(\text{cualquier casilla}) + p(\text{tarjetas}) + p(\text{dinámicas})$$

Donde:

$$p(\text{cualquier casilla}) = \text{repeticiones}/40$$

$$p(\text{tarjetas}) = p(\text{arca}) * (\text{repeticiones} / 16) + p(\text{fortuna}) * (\text{repeticiones} / 16)$$

$$p(\text{arca}) = 3/40$$

$$p(\text{fortuna}) = 3/40$$

$$p(\text{valores iguales}) = p(\text{iguales}) * p(\text{iguales}) * p(\text{iguales})$$

$$p(\text{iguales}) = 1/6$$

Después, calcular la probabilidad de llegar a una casilla a partir del punto de salida

$$p(\text{dados}) = p(\text{tirada específica}) * \text{repeticiones de valor total}$$

$$p(\text{tirada específica}) = 1/36$$

Para saber la probabilidad de llegar a una casilla a partir de otra tendríamos entonces

$$p(\text{elegida}) = p(\text{punto de salida}) * p(\text{dados})$$

#### **Estrategia sugerida siguiendo el modelo ( SING0202 Interpretación de variables )**

Siguiendo este modelo podemos entonces determinar las casillas que más nos conviene comprar son las que están después de la cárcel, en especial plaza santiago y avenida tennessee., seguido de ferrocarril pennsylvania y avenida virginia nueva york

### Demostración de uso del modelo. ( SING0202 Interpretación de variables )

Para usar el modelo podemos usar las tablas principales generadas anteriormente. La tabla para determinar la probabilidad del punto de salida:

Ubicación	p(tarjetas) + p(cualquier) + p(dinamicas)
Salida	0.034
Plaza San Carlos	0.030
El Muelle	0.030
Illinois	0.030
Servicio más cercano	0.026
Carcel	<b>0.064</b>
Ferrocarril Reading	0.032
Ferrocarril más cercano	0.027
Cualquier otra ubicación	0.025

Y la tabla de la probabilidad de la tirada de dados:

probabilidad de cada resultado	
2	0.028
3	0.056
4	0.083
5	0.111
6	0.139
7	0.167
8	0.139
9	0.111
10	0.083
11	0.056
12	0.028

Para especular la probabilidad de llegar a una casilla en cualquier ronda después de la primera, podemos tratar las variables como independientes y solo multiplicamos los 2 valores elegidos de las tablas, por ejemplo para saber la probabilidad de llegar a la tercer casillas a partir de cualquier casilla tendríamos:

$$p(\text{elegida}) = 0.025 * 0.056$$

O si ya sabemos en qué casillas estamos, podríamos usar el modelo también, usando uno en la probabilidad de casilla de salida, ya que sabemos que ya estamos ahí por lo que solo resta determinar la probabilidad de llegar a otra casilla. Por ejemplo de la casilla de salidas a la 5 casilla.

$$p(\text{elegida}) = 1 * 0.111$$

Para el caso de interés que es la cárcel tendríamos entonces que:

$$p(\text{elegida}) = 0.064 * p(\text{dados})$$

En una corrida de 30 dados podemos observar que se empieza a formar la curva de campana de una distribución normal. Donde las casillas donde más caen los dados son plaza **San Santiago** y **Avenida Nueva York**.

En este video se puede ver cómo se van generando cada elemento de la muestra:

<https://youtu.be/9CViNxehTAQ>

