

# Document préparatoire

## Séance de travail des 5 et 6 octobre 2016

Sophie Cottet, Mahdi Ben Jelloul et Simon Rabaté

3 octobre 2016

Cette note propose des premières pistes d'estimation pour la modélisation de l'évolution des rémunérations à partir des grilles indiciaires dans les fonctions publiques territoriales et hospitalières. Dans un premier temps, nous revenons sur les processus que l'on souhaite modéliser. L'évolution de la rémunération des fonctionnaires dépend des changements de grades et des changements d'échelon au sein des grades. Nous cherchons ensuite à documenter ces processus dans les données transmises par la CDC. Le manque de profondeur temporel dans les données limite pour l'instant l'analyse des données. En conséquence, les suggestions de modélisation qui en découlent restent globalement spéculatives ; les approches envisagées à ce stade sont toutefois décrites dans la troisième partie de ce document. Enfin, dans une dernière partie nous décrivons des méthodes de simulation à partir des estimations, pouvant servir de base aux tests d'adéquation des modèles économétriques voire à la simulations des trajectoires dans le modèle de microsimulation.

## 1 L'objectif : modéliser les rémunérations à partir des grilles

### Retour sur la classification des emplois

L'organisation de la carrière d'un fonctionnaire est fondée sur une grille de classement des emplois, avec différents niveaux :

1. Les cadres ou corps d'emploi,
2. Les filières : regroupements informels des corps d'emploi (10 dans la FPT, 6 dans la FPH),
3. Les catégories hiérarchiques : les fonctionnaires peuvent être de catégorie A, B ou C,
4. Les grades : chaque corps d'emploi est segmenté en un ou plusieurs grades, régulés par un statut particulier,
5. Les échelons définissant le niveau de l'indice brut au sein du grade.

La grille de rémunération est définie pour chaque grade : elle donne le niveau de l'indice brut pour un échelon donné.

Points à préciser :

- Y a-t-il bien une délimitation nette entre cadres/filières et catégories hiérarchiques ? (la filière X n'est composée que de fonctionnaires de catégorie A).
- Quelles conditions de passage d'un grade à l'autre au sein d'un corps ? Passage automatique comme pour les échelons ou plus discrétionnaire ?

- Dans quelle mesure la carrière au sein d'un corps est linéaire (grade 1 -> grade 2 -> grade 3 vs. grade 1 -> grade 2 ou 3) ?

## Les phénomènes à modéliser

Si on met de côté pour l'instant le taux de prime, la modélisation du salaire des fonctionnaires dépend de l'évolution de la rémunération, elle-même définie directement par l'évolution de l'indice brut.

Modéliser l'évolution de l'indice revient donc à modéliser deux phénomènes principaux de la carrière d'un individu :

- La progression au sein d'un grade, c'est-à-dire la vitesse à laquelle les échelons sont franchis,
- Les changements de grade, qui regroupent en fait deux phénomènes potentiellement très différents :
  - Les changements de grades en fin de grille
  - Les changements de grades avant la fin de la grille

La question centrale de la modélisation de l'évolution est donc la suivante : pour quel type de phénomène a-t-on de la variabilité inter-individuelle ? Plus les grilles sont rigides, plus la modélisation choisie peut-être simple. A l'extrême, si la durée dans chaque échelon est fixe et que le changement de grade suit une règle fixe (par exemple, "tous les individus arrivés au bout du grade G1 passent au grade G2"), l'évolution de la rémunération dépend directement de l'évolution des grilles et ne nécessite pas de travail de modélisation. La modélisation est nécessaire car, en réalité, la carrière des individus ne suit pas un chemin prédéfini. L'enjeu principal est donc la modélisation de la déviation par rapport à ce "tapis roulant". Cette déviation peut intervenir au niveau de la durée passée dans chaque échelon, au niveau du moment où intervient le changement de grade (avant la fin de la grille ou en fin de grille), et au niveau du grade de destination après le changement.

Il s'agit d'une question en partie législative : dans quelle mesure est fixe la durée passée dans l'échelon (durée minimale, durée maximale, ou durée fixe), et dans quelle mesure le passage d'un grade à l'autre est automatique au sein d'un corps (condition de promotions : concours, ou simplement âge ou durée dans le grade ?). A rigidité législative donnée, il s'agit d'une question empirique : quelle variance observe-t-on dans la durée passée dans chaque échelon au sein d'un grade ? Quelle proportion d'individus est promue au sein de son corps dans le grade supérieur ? A quel moment ces promotions se produisent ? Quelle proportion d'individus change de grade sans passer dans le grade immédiatement supérieur (changement de corps, de catégorie, de fonction publique) ?

Le schéma implicite que nous avons en tête, et qui doit être confronté aux données, est le suivant : les individus suivent globalement l'évolution dans leur corps de rattachement, avec des passages d'un échelon à l'autre et d'un grade à l'autre, en suivant la hiérarchie du corps. L'évolution n'est pas totalement déterministe : la vitesse d'évolution dans la grille du corps peut varier, certains individus peuvent ne pas satisfaire les critères de passage de grade, et pour certains grades il peut y avoir plusieurs trajectoires possibles à l'intérieur du corps. A côté de cette évolution globalement linéaire, il peut y avoir également des changements de grade qui ne suivent pas directement la trajectoire dans le corps, avec des changements de corps ou de catégorie par concours. Ces types de mouvement peuvent être concentrés sur des individus spécifiques (les *movers*, par opposition aux *stayers* qui suivent la grille), ou répartis

de manière globalement aléatoire entre les individus.

La frontière entre les changements de grade « normaux » et les changements de grade plus importants n'est pas forcément très nette pour l'instant : si un individu change de grade de manière précoce par un concours qui lui permet d'accéder au grade immédiatement supérieur, doit-on considérer cela comme un saut de grille ou comme une progression rapide dans le corps ? Notre *a priori* est que, dans le cas général, le changement de grade au sein du corps se fait quand l'ensemble du grade courant a été parcouru. Si en pratique, tout type de changement intervient à tout moment, la distinction envisagée n'est pas forcément pertinente.

Dans la partie suivante, nous tentons de documenter ces questions à partir des données disponibles à ce stade.

Points à préciser :

- Quelle interaction entre le module « rémunération » et les modules « carrière » et « affiliation » ?

Par exemple, doit-on traiter différemment un mouvement de la FPT vers la FPE et un changement important de corps au sein de la FPE ?

## 2 L'analyse des données : résultats préliminaires

En amont du choix de modélisation, il est nécessaire de documenter la variabilité individuelle dans les différents phénomènes que l'on souhaite modéliser. Par rapport à des trajectoires totalement déterministes, l'aléa peut venir (i) de la durée passée dans un échelon donné (ii) du choix du changement de grade en fin de grille et (iii) de la possibilité de changement de grade (de corps) en milieu de grille

### 2.1 Vitesse et typologie des changements de grade : besoin de recul temporel

Documenter les différents phénomènes de manière précise suppose de pouvoir retracer la trajectoire individuelle complète, avec ses changements de grades et d'échelon sur une durée assez longue. La profondeur temporelle est nécessaire pour pouvoir dire combien de temps un individu donné reste dans son échelon (vitesse, phénomène i) et pour savoir si l'individu change de grade en milieu de grille (phénomène iii) ou en fin de grille (phénomène ii).

A ce stade il y a donc un travail de complétion à faire, sur la base de la note transmise par P. Joubert, pour retracer l'évolution du couple (grade, échelon) sur une période plus longue que les 4 ans (2011-2015) actuellement disponibles.

Une fois ces trajectoires reconstituées, nous chercherons à savoir :

- La dispersion de la durée passée dans les échelons, à la fois entre individus d'un même grade et entre les différents grades.
- A quel moment interviennent les changements de grade ? Dans quelle mesure les changements de grade avant la fin de la grille sont (i) fréquents (ii) différents des changements de grade en fin de grilles.

## 2.2 Analyser les grades de destination : premiers résultats

L'analyse des données sur les années 2011-2014 permet de documenter une autre question importante par rapport aux choix de modélisation : le grade de destination quand on observe un changement de grade pour un individu donné. L'approche adoptée est la suivante : pour chaque grade, nous considérons les années pour laquelle nous observons un changement de grade entre l'année  $n$  et l'année  $n + 1$ , et calculons les agrégats suivante :

- Le nombre de grades possibles en  $n + 1$
- La proportion d'individus passant dans le grade le plus représenté en  $n + 1$ , les deux plus représentés, les trois plus représentés, et les 5 plus représentés.

Les moyennes sur l'ensemble de la population, pondérée ou non en fonction du nombre de transitions observées pour le grade considérée, sont présentées à la table 1. Même s'il existe un nombre élevé de transitions possibles en moyenne, la grande majorité des transitions se font vers un petit nombre de grade possible. Ainsi par exemple 94% des transitions observés se font vers les 3 destinations principales (propres à chaque grade). Ce constat est confirmé au graphique 1, qui représente les percentiles de la distribution des variables précédentes (la proportions de transitions observés dans les états les plus fréquents). Il apparaît que les transitions sont assez fortement concentrés dans les 3 à 5 états majoritaires.

TABLE 1 – Destinations en cas de changement de grade

	Moyenne simple	Moyenne pondérée
Nombre de destinations	11.4	45.5
Part de la destination majoritaire	66.1 %	58.8 %
Part des 2 destinations majoritaires	87.4 %	87.0 %
Part des 3 destinations majoritaires	93.6 %	92.8 %
Part des 5 destinations majoritaires	97.5 %	96.1 %

En se concentrant sur les grades les plus représentés<sup>1</sup> pour les générations 1970-1979, il apparaît (voir la table ??) que l'écrasante majorité des transitions se fait dans le grade immédiatement supérieur quand elles ne se font pas vers un non-grade.

En se limitant aux carrières ne présentant pas d'épisode ou la grade n'est pas renseigné, il apparaît que la destination est dans près de 80 % des cas le grade immédiatement supérieur (passage à la classe supérieure) dans le corps ou le cadre d'emploi (voir la table ??).

Questions à discuter

1. Quel statut des transitions vers une missing value ? Problème de donnée ou disponibilité ou sortie de la FP ? Module rémunération, carrière ou affiliation ?

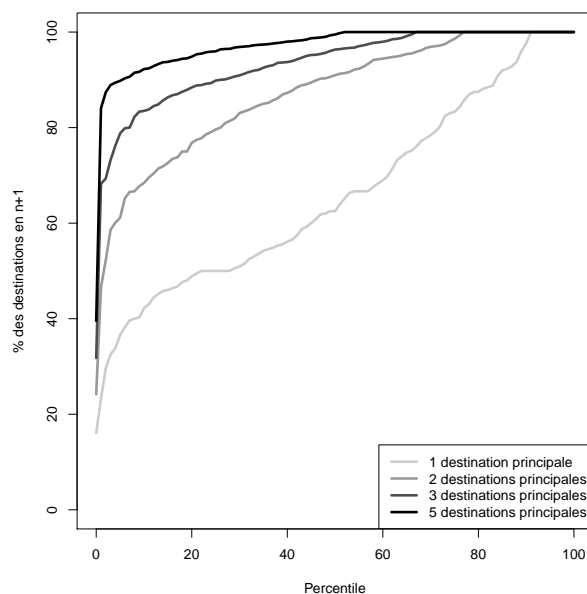
## 3 Les modélisations économétriques envisagées

Comme précisé précédemment, trois processus distincts doivent être modélisés :

1. La vitesse de franchissement des échelons au sein d'un grade
2. Le passage au grade supérieur dans le corps (*a priori*, quand l'individu arrive en fin de grille)

<sup>1</sup>TTH1 adjoint technique de 2ème classe, TAJ1 adjoint administratif de 2ème classe, 3001 aide soignant classe normale, 2432 infirmier de classe normale

FIGURE 1 – Distribution de la proportion de transitions vers les destinations principales



LECTURE : Pour environ 50 % des grades, les 5 destinations les plus fréquentes représentent 100 % des transitions observées.

TABLE 2 – Destinations en cas de changement de grade (avec grade vide)

initial	destination	nombre	part
	autres	90946	0.68 %
	TTH1	21439	0.16 %
	3001	10797	0.08 %
	TAJ1	10137	0.08 %
TTH1		8416	0.43 %
TTH1	TTH2	8231	0.42 %
TTH1	autres	2490	0.13 %
TTH1	TMD1	431	0.02 %
3001		5900	0.47 %
3001	3002	5389	0.43 %
3001	autres	795	0.06 %
3001	2432	533	0.04 %
TAJ1	TAJ2	6346	0.48 %
TAJ1		5511	0.42 %
TAJ1	autres	878	0.07 %
TAJ1	TAR1	396	0.03 %

3. Les mouvements plus importants : changement de corps, de catégorie, de FP (*a priori*, pouvant intervenir n'importe quand)

Dans cette section nous mentionnons les pistes envisagées pour la modélisation de ces différents processus. Il s'agit de pistes de réflexions engagées avant une étude approfondie des données, et ne sont donc pas définitives.

TABLE 3 – Destinations en cas de changement de grade (carrières sans grade vide)

initial	destination	nombre	part
TTH1	TTH2	7479	0.75 %
TTH1	autres	1736	0.17 %
TTH1	TMD1	383	0.04 %
TTH1	TAJ1	362	0.04 %
3001	3002	5207	0.82 %
3001	2432	510	0.08 %
3001	autres	505	0.08 %
3001	3121	134	0.02 %
TAJ1	TAJ2	5581	0.84 %
TAJ1	autres	446	0.07 %
TAJ1	TAR1	345	0.05 %
TAJ1	TTH1	278	0.04 %
2432	2753	2645	0.79 %
2432	autres	416	0.12 %
2432	2801	188	0.06 %
2432	1801	82	0.02 %

### 3.1 Modéliser la vitesse dans le grade avec des effets fixes ?

Par vitesse dans le grade nous entendons la durée passée dans les échelons successifs d'un grade donné. Nous n'avons pas d'idée *a priori* sur l'ampleur du phénomène. La dimension législative est sans doute importante : la progression dans l'échelon est parfois contrainte par une durée minimale et une durée maximale, voire une durée fixe pour certains grades.

Une première question sera donc de savoir si cette dimension doit être modélisée (dans quelle mesure observe-t-on de la dispersion interindividuelle sur ce point ?), et comment peut-on prendre en compte les législations spécifiques à chaque grade.

La modélisation envisagée est la suivante : chaque individu possède une vitesse relative propre (un effet fixe), qui détermine la durée passée dans l'échelon relativement aux autres individus du grade. L'approche par effets fixes se justifie car, *a priori*, la modélisation de la vitesse dans l'échelon est nécessaire uniquement si ce sont les mêmes individus qui franchissent plus rapidement les échelons au cours de leur carrière. L'idée est donc d'identifier des individus plus ou moins « productifs ». Ces effets fixes se rapprochent des effets fixes dans les équations de salaires usuellement utilisées dans les modèles de microsimulation. À chaque date  $t$ , l'individu franchit ou non l'échelon en fonction de (i) sa durée passée dans l'échelon (ii) la durée « normale » dans l'échelon et (iii) sa vitesse relative de franchissement des échelons.

Certains tests rapides pourront être mis en œuvre pour attester de la pertinence d'une telle approche. Une fois reconstituée une trajectoire professionnelle de long terme, nous pourrions vérifier que les individus qui franchissent relativement plus rapidement un échelon donné, le font également sur l'ensemble de la grille considérée d'une part, et sur les autres grilles sur lesquelles on l'observe d'autre part. L'idée étant de vérifier que l'on peut modéliser la vitesse relative par un terme fixe au cours de la carrière.

### 3.2 Modéliser le « choix » en fin de grille par un modèle de choix discret ?

Quand l'individu arrive en fin de grille (par hypothèse, ce qui peut se discuter<sup>2</sup>), il peut faire face à différents « choix » : (i) passer dans le (ou les) grades supérieurs dans leur corps, (ii) rester à l'échelon maximal du grade ou (iii) quitter le corps, voire la fonction publique.

Cette problématique suggère une modélisation du phénomène comme « choix discrets » : il s'agirait d'estimer la probabilité d'un ensemble de choix, non ordonnés. C'est une modélisation répandue notamment en économie du travail, lorsqu'on cherche à estimer la probabilité d'être en emploi à temps plein, en emploi à temps partiel, en recherche d'emploi, actif inoccupé, *etc.* L'estimation se fait par logit multinomial.

**L'hypothèse d'indépendance des hypothèses non pertinentes** Une limite importante de ce type de modélisation est que, le logit multinomial étant une généralisation du modèle binaire, on suppose que le choix entre deux alternatives est indépendant des autres alternatives<sup>3</sup>. Plus précisément, la probabilité de choisir une alternative par rapport à une deuxième n'est pas conditionné par le contenu d'une troisième alternative.

L'exemple classique est le choix d'un mode de transport, entre le vélo, le bus et la voiture. La probabilité de choisir la voiture plutôt que le vélo n'est pas indépendante de la qualité du service de bus : une amélioration de la qualité conduit à augmenter la probabilité de choisir le vélo par rapport à la probabilité de choisir la voiture, car la première n'est *a priori* pas affecté par la qualité du bus mais la deuxième l'est. Une solution usuelle est d'utiliser des logits emboîtés, regroupant les choix potentiellement corrélés. On décomposera le choix vélo, voiture et bus en un choix entre vélo et véhicule motorisé, choix lui même décomposé entre un choix entre voiture et bus.

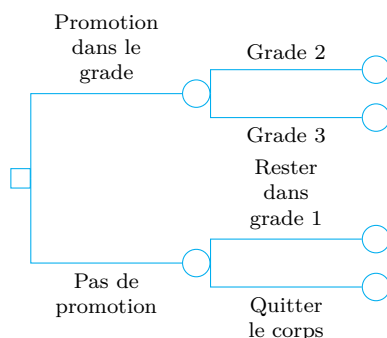
Comment cela se transpose-t-il au cas étudié ? Supposons qu'il y a 4 alternatives possibles pour un individu se trouvant au dernier échelon du grade 1 d'un corps donné : (i) aller dans le grade 2, (ii) aller dans le grade 3, (iii) rester dans le grade 1, et (iv) quitter le corps. *A priori*, l'hypothèse IIA n'est pas respectée pour les alternatives (i) et (iii). Si le grade 3 devient relativement moins attractif, on peut supposer que la probabilité de (iv) n'est pas affecté alors que la probabilité de (i) pourrait l'être car le contenu du grade 1 est sans doute plus proche du contenu du grade 2. Une première étape évidente serait donc d'utiliser un logit emboîté rassemblant les différentes alternatives de grade au sein du corps dans lequel l'individu se trouve. Nous nous ramenons donc à trois alternatives (i) être promu au sein du corps, (ii) ne pas être promu et rester (iii) ne pas être promu et quitter le grade, le (i) pouvant être redécomposé en différents grades possibles. L'hypothèse IIA est-elle vérifiée dans ce cas ? Dans le choix entre (i) et (ii), une modification des perspectives extérieures au corps (par exemple un concours de changement de catégorie) devrait plus affecter les individus qui seraient restés dans le grade que les individus qui sont promus quoiqu'il arrive. Il semble donc également pertinent de regrouper les alternatives (ii) et (iii) dans le cadre d'un logit emboîté.

Nous sommes donc ramenés à un double logit emboîté.

---

<sup>2</sup>Étant donné que l'on observe des chevauchement dans les indices bruts des grilles d'un même corps, nous pouvons envisager que la décision du changement de grade pour le grade immédiatement supérieur peut intervenir avant l'arrivée au dernier échelon. Le choix du moment où l'on modélise la décision du passage au grade supérieur est conditionné par l'analyse de la temporalité des changement de grade, devant être menée en amont.

<sup>3</sup>L'hypothèse IIA : *Independance from Irrelevant Alternatives*



Une autre possibilité serait de modéliser les sorties du corps en fin de grille de manière séparée, avec les changements de grade en cours de grille, évoqués ci-dessous. La modélisation représentée ci-dessus revient à faire l'hypothèse implicite que les changements de corps en fin de grille sont davantage liés à un manque de perspective dans le corps (individus bloqués en fin de grille), alors que les changements de corps en cours de grille sont plus « positifs ». Mais il s'agit à ce stade de pure spéculation. Nous pourrions tester dans une certaine mesure cette hypothèse quand nous pourrions comparer les types de changement de grades en fin de grille et sur l'ensemble de la grille.

### 3.3 Modéliser les changements de grade en cours de grille : modèle de durée, choix discret, ou tirage aléatoire ?

A tout moment, les fonctionnaires peuvent changer de statut (de grade, de catégorie, de corps), par exemple en passant un concours. Nous considérons à part ce type de mouvement, en les considérant comme une déviation par rapport au parcours défini par l'évolution « naturelle » au sein des grades et des corps.

Ce type de processus est potentiellement complexe à modéliser, car les destinations possibles quand un individu quitte son grade sont nombreuses : changement de grade au sein d'un corps, changement de catégorie, changement de fonction publique, sortie de la fonction publique. C'est d'ailleurs sur ce type de processus que les interactions avec les modules affiliations et carrières sont les plus difficiles à gérer.

La complexité de la modélisation doit être comparée à l'importance du phénomène : si le processus représente une part faible des évolutions observées, une modélisation relativement sommaire est envisageable. Ainsi par exemple à chaque pas temporel une certaine proportion d'individus peut être tirés puis envoyés vers un grade différent (avec pour seule contrainte un indice brut supérieur). Cette modélisation peut-être affinée dans le cadre d'un modèle binaire (logit ou probit) faisant dépendre la probabilité de changer de grade de certaines caractéristiques observables.

Si ce processus est plus important qu'envisagé *a priori*, une modélisation plus fine devra être adoptée. Deux grands types d'approche sont considérés à ce stade. Premièrement, des modèles à choix discret peuvent être mobilisés à nouveau. A chaque date, un fonctionnaire fait face à un ensemble de choix : rester sur son « tapis roulant », passer un concours, partir dans le privé, etc. Un tel modèle peut en théorie être estimé sur les données passées, éventuellement après regroupement des alternatives proches. Nous envisageons également un modèle de durée, avec différents états concurrents, modélisant la survie dans le grade. A chaque date,



l'individu a une probabilité de quitter le grade dans lequel il est, selon certaines caractéristiques observables (niveau dans le grade), et éventuellement inobservables en prenant en compte l'évolution observée dans les grades précédents (*multispell duration models*).

L'analyse de la temporalité des changements de grade est donc un préalable indispensable à la poursuite de la réflexion sur la modélisation de la rémunération. Les modélisations proposées reposent sur des représentations *a priori* des trajectoires indiciaires qui doivent être confrontées aux données. En particulier, notre analyse est structurée autour de la distinction entre les changements de grade « naturels » (en fin de grille, au sein du corps, vers les grades supérieurs normaux) et plus imprévisibles (à tout moment et *a priori* plus importants : changement de corps, de catégorie).

Les questions à traiter en priorité sont les suivantes : comment les changements de grades sont-ils repartis dans la grille ? Sont-ils concentrés sur les derniers échelons ? Les changements de fin d'échelon sont-ils bien plus prévisibles que les autres changements observés ? Des réponses à ces questions dépendent la pertinence des choix de modélisations envisagés.

## 4 Microsimulation

Afin de valider la performance de la modélisation retenue et les résultats de l'estimation économétrique, il nous semble utile de pouvoir réaliser une simulation rétrospective. En partant d'un état initial plus ou moins ancien et en faisant évoluer individuellement les agents, nous espérons être en mesure de détecter les limites des différentes modélisations pour les améliorer itérativement. A cette fin, il nous faut pouvoir microsimuler de façon efficace (temps de calcul, gestion de la mémoire) l'évolution de la population initiale.

### 4.1 Le parcours dans le grade

Nous avons réalisé un prototype de parcours dans le grade à une vitesse de passage d'échelon donnée tout en respectant la législation et notamment les changements de grilles au cours du temps. Nous avons tenté de vectoriser au maximum le programme pour que l'exécution soit la plus rapide possible. Les boucles se font donc sur les grades représentés et si nécessaires les échelons représentés. L'algorithme consiste à appliquer successivement les opérations suivantes :

- Renseigner l'état initial des individus (date de l'observation, grade, échelon)
- Déterminer la date d'effet de la grille en cours et de la suivante
- Calcul de la durée dans l'échelon selon la grille en effet à l'état initial (et la vitesse de parcours de l'échelon le cas échéant)
- Calcul de la date d'effet d'une éventuelle grille réformée avant la fin de l'échelon
- Calcul de la durée dans l'échelon avec cette nouvelle grille
- Calcul de la durée effective dans l'échelon
- Calcul de la date de fin dans l'échelon

## 4.2 Les changements de grade

Si le modèle économétrique permet d'identifier les dates de changements de grade en cours de grade ou les modalités de promotion au grade supérieur, il devrait être possible de le coupler à l'algorithme précédent pour obtenir un algorithme permettant de simuler une carrière complète.