

# Ansätze zur Parameteridentifikation der PMSM

Benjamin Ternes, IEEE Member  
Hochschule Bochum  
Fachbereich Elektrotechnik und Informatik  
Bochum, Germany  
E-mail: benjamin.ternes@hs-bochum.de  
GitHub: <https://github.com/benjternes/>

Jan Feldkamp  
Hochschule Bochum  
Fachbereich Elektrotechnik und Informatik  
Bochum, Germany  
E-mail: jan.feldkamp@hs-bochum.de

**Zusammenfassung**—Synchronmaschinen mit Permanentmagnetenerregung werden in vielen Anwendungen eingesetzt. Oftmals sind dies Anwendungen, die eine hochdynamische Regelung erfordern. Aus Kosten- und Wartungsgründen wird oft auf einen Drehgeber verzichtet, die Lage wird dann „geberlos“ aus den Kenngrößen geschätzt. Die hochdynamischen „geberlosen“ Regelungen benötigen die Induktivitäten der Maschine nicht nur als konstante Größen, sondern abhängig von den momentanen Strömen [3]. Die Flussverkettung der Permanentmagnete ändert sich aufgrund von Alterungserscheinungen und Temperaturveränderungen im Laufe des Betriebs. Der ohmsche Ständerwiderstand, der sich durch Erwärmung des Ständers im Laufe des Betriebs verdoppeln kann, wird zur Drehmomentsberechnung benötigt. Induktivitäten können auf verschiedene Arten gemessen werden. Im Rahmen der Maschinenauslegung durchgeführten Finite-Elemente-Methode und Berechnung der Induktivitäten auf dieser Basis. Auf der Basis berechnete Induktivitäten entstanden im Zusammenhang mit einem vereinfachten Modell, das dennoch realistische Werte liefern soll. Bei realen Maschinen können in der Fertigungstoleranzen auftreten und zum anderen werden die Wickelköpfe der Maschinen in der FEM-Berechnung nicht berücksichtigt. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, die Induktivitäten an der realen Maschine zu messen. Dazu werden im Folgenden zwei Ansätze zur Berechnung dargestellt: Injektion von Testsignalen im Stillstand der Maschine, die sog. differentiellen Induktivitäten zu bestimmen und bei konstanter Drehzahl die absoluten Induktivitäten zu identifizieren. Sind diese Induktivitäten gemessen, so können sie gespeichert und für die hochdynamische Regelung verwendet werden. Den ohmschen Ständerwiderstand der Synchronmaschine muss man während des Betriebes identifizieren.

**Keywords**—PMSM, Identifikation, Induktivitäten

## INHALTSVERZEICHNIS

<b>I</b>	<b>Mathematisches Modell der PMSM</b>	<b>1</b>
I-A	Linearisierte Gleichungen . . . . .	2
<b>II</b>	<b>Ansätze zur Identifikation</b>	<b>2</b>
II-A	Berücksichtigung der Eisenverluste . . .	3
II-B	Identifikation des Ständerwiderstands .	3
II-C	Identifikation der Flussverkettung . . .	4
<b>III</b>	<b>Parameterfehler</b>	<b>4</b>

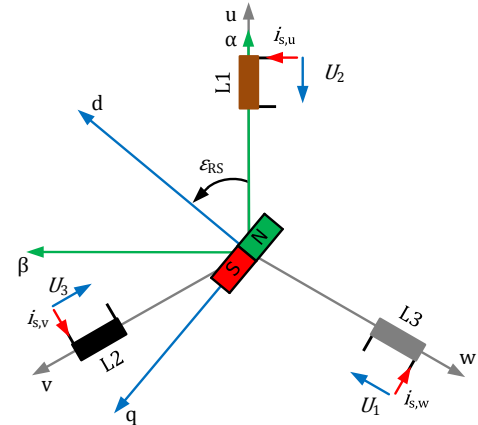


Abbildung 1. Graphische Veranschaulichung der verschiedenen Koordinatensysteme, ständerfest ( $\alpha, \beta$ ) und rotorfest ( $d, q$ ).

## I. MATHEMATISCHES MODELL DER PMSM

Grundlegende Beschreibungen elektrischer Maschinen liefern Standardwerke, wie z. B. [6, 5, 1, 10]. In der vorliegenden Arbeit sind die in der Regel verwendeten linearisierten Spannungsgleichungen mit konstanten elektrischen Parametern allerdings nicht mehr ausreichend. In dieser Arbeit werden Ansätze zur Erweiterung der linearisierten Gleichungen dargestellt. Einige Ansätze unterteilen die absoluten Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  in zwei Selbst- und Gegeninduktivitäten. Bei [13] sind dabei sowohl die Selbst- als auch die Gegeninduktivität jeweils von den Strömen  $i_d$  und  $i_q$  abhängig. In dieser Arbeit wird eine absolute Induktivität in  $d$ - und  $q$ -Richtung verwendet. Dies hat den Vorteil, dass bei Vereinfachungen wieder ein lineares Gleichungssystem entsteht. Dabei werden allerdings die Eisenverluste nicht berücksichtigt. Diese sind aber notwendig, um Induktivitäten zu messen und insbesondere den ohmschen Ständerwiderstand zu identifizieren [3]. Alle folgenden Anpassungen des Maschinenmodells beziehen sich weiterhin nur auf das Grundwellenverhalten der Maschine. Eine zusätzliche Betrachtung der Oberwelleneffekte wird innerhalb dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

Reduziert man die Synchronmaschine auf ihre grundlegenden elektrischen Eigenschaften so ergibt sich nach Abb. I: Drei Induktivitäten im Ständerblechpaket zusammen mit dem Permanentmagneten im Läufer.

Nach Ternes und Feldkamp [14] und Transformation in das

ständerfeste  $(\alpha, \beta)$ -Koordinatensystem ergibt sich die Spannungsleichung im rotorfesten System zu

$$u_d = R_1 i_d + \frac{d}{dt} \Psi_d - \omega_{el} \Psi_q \quad (1)$$

$$u_q = R_1 i_q + \frac{d}{dt} \Psi_q + \omega_{el} \Psi_d \quad (2)$$

Allgemein lässt sich das daraus resultierende innere Drehmoment als

$$M_i = \frac{3}{2} \underline{\Psi}^{d,q} \times \underline{i}^{d,q} \quad (3)$$

beschreiben. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Ständerwicklung symmetrisch und dreiphasig ist, der Strombelag nach Ternes und Feldkamp [14] sinusförmig über dem Umfang verteilt und kein Nullsystem vorliegt. Das innere Drehmoment  $M_i$  für eine Maschine mit  $p$  Polpaaren kann nach der Berechnung des Vektorproduktes als

$$M_i = \frac{3p}{2} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \quad (4)$$

definiert werden. Um das System vollständig zu beschreiben fehlt noch die Bewegungsgleichung nach Müller [5].

$$M_i - M_L = J \frac{d}{dt} \omega_{mech} \quad (5)$$

Bei diesem Modell sind alle Parameter konstant, die Ableitungen der Flussverkettungen, die in Gl. (1) und Gl. (2) verwendet werden unkompliziert zu bestimmen. Aufgrund von Sättigungseffekten des Eisens sind insbesondere bei hochausgenutzten Maschinen die Induktivitäten der Synchronmaschine nicht mehr konstant, sondern vom Motorstrom abhängig [3].

#### A. Linearisierte Gleichungen

Bei dem linearisierten Modell sind definitionsgemäß [6] keine Sättigungserscheinungen vorhanden. Alle elektrischen Parameter der Permanentmagneterregten Synchronmaschine und damit auch die Induktivitäten sind damit konstant. Aus dieser Annahme folgt nach Ternes und Feldkamp [14], dass sich in läuferfesten  $d, q$ -Komponenten

$$\Psi_d = \Psi_p m + L_d i_d \quad (6)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (7)$$

ergeben. Die in  $d$ -Achse ausgerichteten Permanentmagnete rufen eine als konstant angenommene Flussverkettung  $\Psi_p m$  hervor. Daraus ergeben sich in Gl. (1), Gl. (2) und Gl. (3) eingesetzt – die Grundgleichungen des linearen Maschinenmodells

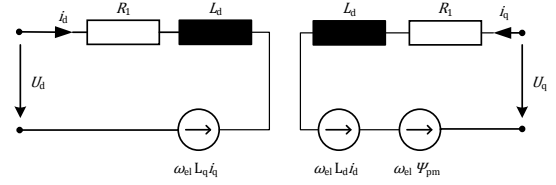


Abbildung 2. Graphische Darstellung der Gleichungen (9) und (8).

$$u_d = R_1 i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_{el} L_q i_q \quad (8)$$

$$u_q = R_1 i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_{el} L_d i_d + \omega_{el} \Psi_{pm} \quad (9)$$

$$M_i = \frac{3p}{2} (\Psi_p m i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad (10)$$

Die Spannungsgleichungen lassen sich gemäß Abb. I-A graphisch darstellen.

Erkennbar ist, dass in der Abb. I-A die Spannungsquellen  $\omega_{el} L_q i_q$  und  $\omega_{el} L_d i_d$  miteinander verkoppelt sind. Löst man oben stehende Gl. (8,9) mit der Bewegungsgleichung Gl. (5), so erhält man in Zustandsform

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R_1}{L_d} i_d + \omega_{el} \frac{L_q}{L_d} i_q + \frac{1}{L_d} u_d \quad (11)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\omega_{el} \frac{L_d}{L_q} i_d - \frac{R_1}{L_q} i_q + \frac{1}{L_q} u_q - \frac{\omega_{el}}{L_q} \Psi_{pm} \quad (12)$$

$$\frac{d\omega_{el}}{dt} = \frac{3p^2}{2J} (L_d - L_q) i_q i_d + \frac{3p^2}{2J} \Psi_{pm} i_q - \frac{p}{J} M_L \quad (13)$$

## II. ANSÄTZE ZUR IDENTIFIKATION

Um die Parameter einer PMSM identifizieren zu können, ist es notwendig die korrekte Lage des Rotors festzustellen [15, 8, 7]. Mit Hilfe eines Resolvers, Inkrementalgeber oder einen Absolutwertgeber wird die Rotorlage ermittelt. Die Implementierung solcher Messeinrichtungen ist mit Kosten und Wartungsaufwand verbunden und nicht immer nachrüstbar. An dieser Stelle soll deshalb auf eine geberlose Regelung eingegangen werden. Wie die Bezeichnung schon nahelegt, wird bei der geberlosen Regelung auf den Drehgeber verzichtet. Bei einer geberlosen Regelung werden i. d. R. aus den drei Phasenströmen der Läuferlagewinkel berechnet, wobei von den drei Phasenströmen nur zwei gemessen werden und der dritte wird aus ihnen berechnet [11]. Es gibt unzählige Veröffentlichungen in diesem Forschungsbereich, dabei werden auch unterschiedliche Verfahren zur Realisierung dargestellt. Im folgenden soll aber auf eine Unterscheidung und den Vergleich unterschiedlicher Implementierungsvarianten nicht eingegangen werden.

**EMK-Verfahren für hohe Drehzahlen:** Im Gegensatz zu dem beschriebenen Testsignalverfahren, welches aktiv in das Antriebssystem eingreift, ergeben sich bei hohen Drehzahlen genügend passive Verfahren zur Bestimmung der Rotorlage.

„[...] Eine Drehzahl ist immer dann für das EMK-Verfahren ausreichend, wenn die angelegten Spannungen so groß sind, dass der Rauschanteil auf den gemessenen oder berechneten Spannungen vernachlässigbar klein ist. [...] [3, S. 48]“

Basis für solche EMK-Modelle sind die in Abschn. I-A beschriebenen Gleichungen. Dabei wird von einem linearen Verhalten im Betriebsbereich ausgegangen [7].

#### A. Berücksichtigung der Eisenverluste

Bisher wurden in den beschriebene Gleichungen nur die ohmschen Verluste betrachtet. Seit Anfang des 20. Jahrhunderts ist jedoch bekannt, dass neben den ohmschen Verlusten im Kupfer des Ständers weitere Verluste in den elektrischen Maschinen auftreten [9, 12, 4, 13]. Diese Verluste werden als „Eisenverluste“ zusammengefasst und beinhalten Wirbelstromverluste durch Läufer- und Ständerblechpaket. Außerdem treten auch Hystereseverluste auf, die durch die Ummagnetisierung des Eisenblechs bedingt sind. Hier wird auf weiterführende Literatur empfohlen, s. h. Reinert, Brockmeyer und De Doncker [9], Stumberger u. a. [12], Kilthau und Pacas [4] und Sturmberger u. a. [13]. Eine gesonderte Untersuchung dieser beiden Effekte ist allerdings nicht sinnvoll, da Wirbelstrom- und Hystereseverluste den gleichen physikalischen Effekt beschreiben [9]. Eine getrennte Messung ist in der Praxis schwer zu realisieren. Zu den Eisenverlusten kommen noch einige parasitäre Effekte, wie Ständerverluste, durch eine nichtsinusförmige Speisung der Motoren, insb. durch Pulsumrichter [3]. Auf dem Forschungsgebiet besteht noch große Uneinigkeit, so schreibt Kellner [3] in seiner Dissertation

„[...] Es ist zu erkennen, dass auf dem Forschungsgebiet der analytischen Beschreibung der Eisenverluste große Uneinigkeit über deren Art und Weise besteht. [...] Daher ist bislang noch kein allgemeingültiger Lösungsansatz zur analytischen Beschreibung der Eisenverluste gelungen. [3, S. 65]“

Für die Identifikation der Eisenverluste bietet es sich an, die Maschine mit einem Teststrom zu speisen. Dafür muss zwingend eine Vorschrift für die Beschreibung der Eisenverluste eingeführt werden, s. h. [3, S. 75].

#### B. Identifikation des Ständerwiderstands

Der Ständerwiderstand  $R_1$  ist eine wichtige Kenngröße für den Betrieb elektrischer Maschinen. Bei dem modellbasierten EMK-Verfahren für kleine Drehzahlen, z. B. [2], ist es notwendig eine möglichst genauen Ständerwiderstand zu bekommen. Im folgenden werde einige Beispiele zur Identifikation des Ständerwiderstandes anhand aktueller Literatur dargestellt.

Die Auswertung der  $u_d$ - oder  $u_q$ -Spannungsgleichung: Zur Auswertung der  $u_d$ -Gleichung ist ein  $d$ -Strom ungleich null Voraussetzung, was die praktische Anwendung stark einschränkt [3]. Die Auswertung der  $u_q$ -Gleichung liefert immer dann gute Ergebnisse, wenn gleichzeitig hohe  $i_d$ -Ströme und kleine Drehzahlen vorhanden sind. Für die Antriebe die aus dem Stand anfahren, ist dies kein Nachteil. Es gibt auf dem Gebiet „Verfahren zur Identifikation der Parameter von permanentregten Synchronmaschinen“ viele Veröffentlichungen. Viele

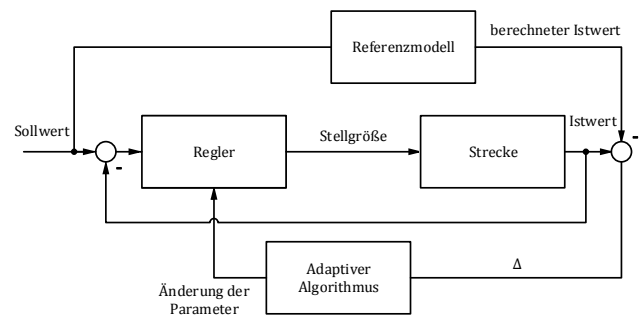


Abbildung 3. Prinzipielle Darstellung eines MRAC-Algorithmus nach Slotine [11].

Autoren verwenden den MRAC-Algorithmus (model-reference adaptive control) zur Identifikation des Ständerwiderstandes [11]. Der prinzipielle Aufbau ist in Abb. I gezeigt.

Wenn bekannt ist, welchen Verlauf die Ausgangsgröße der Strecke bei einer bestimmten Eingangsgröße haben soll, dann kann diese mathematische Beziehung in einem Referenzmodell hinterlegt werden. Der Algorithmus ist in [11] genauer beschrieben (s. h. Abb. II-B). Bei der Parameteridentifikation kann das mathematische Referenzmodell die Gleichungen der PMSM beschreiben, der Regler passt über den Ständerwiderstand die unbekannte Strecke an, bis sie den idealen Maschinengleichungen entsprechen. Sind die Parameter der Maschine nicht genau bekannt, dann ist es nicht möglich ein genaues Referenzmodell zu erstellen. Eine andere Möglichkeit zur Identifikation des Ständerwiderstandes ist die Einprägung von Testsignalen in  $d$ - und  $q$ -Richtung. Die Auswertung der eingepprägten Signale liefert dann die Spannungs- bzw. Stromantwort. In: Wilson, S. D.; Jewell, G. W.; Stewart, P. G.: *Resistance estimation for temperature determination in PMSMs through signal injection*. In: *International Conference on Electric Machines and Drives (IEMDC)* – (2005), pp. 735–740, wird eine Methode beschrieben, mit der durch Injektion eines Stromraumzeigers der Widerstand und damit auch die Temperatur der Ständerwicklung bestimmt wird. Das Verfahren zur Bestimmung dieser Maschinen Parameter wurde bisher nur simuliert und nicht verifiziert. Der entscheidende Nachteil dieses Prinzips ist, dass auch die Ständeridentifikation nur funktioniert, wenn das hochfrequente Testsignal vorhanden ist, also nur bei geringen Drehzahlen. Weitere patentierte Identifikationsverfahren auf dem Gebiet sind in: Schutzrecht US 2008/0018288A1 – *Method of adjusting parameters of a synchronous motor and variable speed drive using such a method* und Schutzrecht EP 1755211B1 – *Widerstandsschätzung eines elektrischen Wechselstrommotors* beschrieben. Weitere Ansätze zur Identifikation des Ständerwiderstandes sind in Kellner [3] beschrieben, diese Verfahren benötigen keine Testsignale und werten die bekannten Spannungsgleichungen in  $d$ - oder in  $q$ -Richtung in rotorfesten Koordinaten aus. Diese Möglichkeit gilt nicht für alle Betriebsbereiche. Aus diesem Grund wird

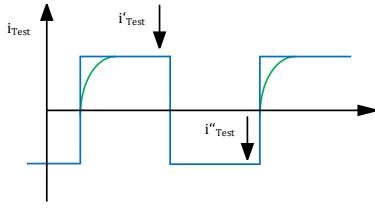


Abbildung 4. Prinzipieller Teststromverlauf, Blau: Idealer Stromverlauf. Grün: Realer Stromverlauf.

ein weiteres Verfahren eingeführt, welches robust und ressourcenschonend ist. Durch die Injektion eines niederfrequenten  $i_d$ -Strom-Testsignales kann die  $u_d$ -Spannungsgleichung ausgewertet werden.

Der gesamte Identifikationsprozess läuft innerhalb des rotorfesten  $d, q$ -Koordinatensystems ab. Prinzipiell können sowohl die  $u_d$ -Spannungsgleichung, als auch die  $u_q$ -Spannungsgleichung verwendet werden.

„Die  $u_q$ -Gleichung scheidet jedoch aus: Der benötigte alternierende  $i_q$ -Teststrom würde ein unerwünschtes Pendelmoment erzeugen.“ [3, S. 148]

Der Einfluss in  $d$ -Richtung auf das abgegebene Drehmoment ist wesentlich geringer. Damit kann die Gleichung für den identifizierten Ständerwiderstand nach Kellner [3] geschrieben werden

$$R_{1,ident} = \frac{1}{i_d'' - i_d'} \cdot \left( u_d'' - u_d' + \omega_{el}'' L_q^{i_d', i_q''} i_q'' - \omega_{el}' L_q^{i_d', i_q'} i_q' \right) \quad (14)$$

### C. Identifikation der Flussverkettung

Für die Identifikation der Flussverkettung  $\Psi_{pm}$  kann das gleiche Testsignale in  $d$ -Richtung verwendet werden, wie bei der Identifikation des Ständerwiderstandes. Bei der Identifikation des Flusses werden nur stationäre Zustände betrachtet [3], daher können die Ableitungen der Ströme weggelassen werden, da sie im Mittel ohnehin null ergeben. Für die Identifikation des Flusses wird die  $u_q$ -Gleichung (s. h. Gl. 8) verwendet. Da der Teststrom nur in  $d$ -Richtung eingeprägt wird, kann  $i_q$  als konstant angenommen werden. Das Gleiche gilt für  $\psi_{pm}$ . Durch Umformungen und vereinfachen der allgemeinen Gleichungen und der Annahme, dass  $\omega_{el} = \text{const.}$  gilt nach Kellner [3] für die Identifikation von  $\Psi_{pm}$

$$\tilde{\Psi}_{pm} = \frac{1}{2\tilde{\omega}_{el}} \left[ (u_q' + u_q'') - R_{1,ident}(i_q' + i_q'') - \tilde{\omega}_{el} \tilde{L}_d(i_d' + i_d'') \right] \quad (15)$$

$$\text{mit } \tilde{\omega}_{el} = \frac{\omega_{el}' + \omega_{el}''}{2} \text{ und } \tilde{L}_d = \frac{1}{\omega_{el}} \cdot \frac{u_q'' - u_q'}{i_d'' - i_d'}$$

Das Verfahren entspricht der Mittelwertbildung aus den alternierenden Betriebszuständen, die durch die Testsignal-speisung für die Ständerwiderstandsidentifikation entstehen. Andere Ansätze zur Identifikation des Flusses sind Theorien

zur Geschwindigkeitsänderung und damit auch der Zustandsänderung.

## III. PARAMETERFEHLER

Zur Regelung von hochdynamischen elektrischen Maschinen, aber auch für deren Simulation sollten die Parameter der Maschine idealerweise exakt bekannt sein. Je größer der Fehler ist, desto weniger bilden die Modelle die Realität ab. Damit wird die Regeldynamik direkt verringert. Ziel muss es also sein, die elektrischen Parameter – bei einer PMSM im wesentlichen der ohmsche Ständerwiderstand, der Permanentfluss und die Induktivitäten – möglichst exakt messbar sein.

Die Parameter  $R_1, L$  und  $\Psi_{ipm}$  können nicht direkt gemessen werden, sondern werden aus anderen gemessenen Größen berechnet. Die resultierenden Probleme wirken sich auf die Drehmomentenberechnung und die Lagewinkelberechnung bei geberloser Regelung aus. Beispiele für Fehler der Messgrößen sind Ungenauigkeiten der Umrichterlinearisierung oder Toleranzen der Stromsensoren.

## DANKSAGUNG

An dieser Stelle möchten wir allen beteiligten für dieses tolle Projekt danken. Dabei wollen wir die besonders gute Betreuung während der Projekte loben. Vielen Dank an Herrn Prof. Dr.-Ing. Arno Bergman, M. Sc. M. Hellwig, Prof. Dr.-Ing. Schugt.

## LITERATUR

- [1] Rolf Fischer. *Elektrische Maschinen*. 14. Aufl. München: Hanser, 2009.
- [2] Fabio Genduso u. a. „Back-EMF Sensorless Control Algorithm for High Dynamics Performances PMSM“. In: *Industrial Electronics, IEEE Transactions* 57 (2010), S. 2092–2100.
- [3] Sven Kellner. „Parameteridentifikation bei permanenterregten Synchronmaschinen“. Dissertation. TU Erlangen-Nürnberg, 2012.
- [4] A. Kilthau und J. M. Pacas. „Parameter-measurement and control of the synchronous reluctance machine including cross saturation“. In: *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*. Bd. 4. IEEE, 2001, S. 2302–2309. (Besucht am 31.10.2014).
- [5] Gernar Müller. *Elektrische Maschinen*. Weinheim: Wiley-VCH, 2005.
- [6] Gernar Müller, Karl Vogt und Bernd Ponick. *Berechnung elektrischer Maschinen*. Weinheim: Wiley-VCH-Verl., 2008.
- [7] Antti Piippo, Marko Hinkkanen und Jorma Luomi. „Adaptation of motor parameters in sensorless PMSM drives“. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 45.1 (2009), S. 203–212. (Besucht am 31.10.2014).
- [8] K.M. Rahman und S. Hiti. „Identification of Machine Parameters of a Synchronous Motor“. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 41.2 (März 2005), S. 557–565. (Besucht am 31.10.2014).

- [9] Jürgen Reinert, Ansgar Brockmeyer und Rik WAA De Doncker. „Calculation of losses in ferro-and ferrimagnetic materials based on the modified Steinmetz equation“. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 37.4 (2001), S. 1055–1061. (Besucht am 31. 10. 2014).
- [10] Dierk Schröder. *Elektrische Antriebe: Grundlagen*. Berlin [u.a.]: Springer, 2000.
- [11] J.-J. E. Slotine. *Applied nonlinear control*. Unter Mitarb. von Weiping Li. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1991. 459 S.
- [12] B. Stumberger u. a. „Evaluation of saturation and cross-magnetization effects in interior permanent-magnet synchronous motor“. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 39.5 (Sep. 2003), S. 1264–1271. (Besucht am 31. 10. 2014).
- [13] B. Sturmbberger u. a. „Evaluation of saturation and cross-magnetization effects in interior permanent-magnet synchronous motor“. In: *Industrial Applications, IEEE Transactions* 39 (2003), S. 1264–1271.
- [14] Benjamin Ternes und Jan Feldkamp. „Modellbasierte Implementierung einer Feldorientierten Regelung“. Projektarbeit. HS Bochum, 2014.
- [15] Samuel J Underwood und Iqbal Husain. „Online Parameter Estimation and Adaptive Control of Permanent-Magnet Synchronous Machines“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 57.7 (Juli 2010), S. 2435–2443. (Besucht am 31. 10. 2014).