



# Projektarbeit

über das Thema

## Auslegung eines parametrisierten Modells einer vektorgeregelten anisotropen Synchronmaschine

**Autoren:** Benjamin Ternes  
benjamin.ternes@fernuni-hagen.de  
Matrikelnummer: 014102076

Jan Feldkamp  
jan.feldkamp@hs-bochum.de  
Matrikelnummer: 012215207

**Prüfer:** Prof. Dr.-Ing. A. Bergmann

**Abgabedatum:** 3. September 2014

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IV
Symbolverzeichnis	1
1 Theoretische und begriffliche Grundlagen	2
1.1 Theorie der Drehfeldmaschinen	2
1.2 Magnetfelder	2
1.2.1 Strombelag	2
1.2.2 Drehstromwicklungen	5
1.3 Induktivitäten	6
1.4 Einführung Synchronmaschine	6
1.4.1 Beschreibung der Synchronmaschine im dq-Koordinatensystem	7
1.5 Besonderheiten der Schenkelpolmaschine	9
1.6 Permanenterregte Synchronmaschine	9
1.7 Evaluierung der Ersatzschaltbilder für die Regelung	9
2 Grundlagen der Vektorregelung	10
2.1 Raumzeigerdarstellung	10
2.2 Beschreibung in $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem	13
2.3 Beschreibung in rotorfesten d-q-Koordinatensystem	16
2.4 Signalfussplan der Vektorregelung	18
3 Anforderungsprofil für die Regelung der PMSM mit Simulink	21
3.1 Eingabe und Ausgabedaten	21
3.2 Darstellung der Simulationsergebnisse	21
4 Regelung der PMSM mit Simulink	22
4.1 Einführung in Simulink	22
4.2 Einführung in die TI-Bibliotheken	22
4.3 Übersicht der Regelstruktur	22
4.3.1 Subsysteme	22
5 Auswertung der Simulationsergebnisse	23
5.1 Vergleich der Ergebnisse der TI-Bibliotheken	23

---

6 Zusammenfassung	24
Literatur	25

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Abbildung des Nutquerfeldes einer Rechtecknut im Stator. . . . .	3
1.2	Vereinfachte Modellvorstellung zur Berechnung des Luftspaltfeldes mit Hilfe des Strombelags. . . . .	4
1.3	Erzeugung einer mehrphasigen Spannung durch ein räumlich sinusförmiges Läuferdrehfeld in Anlehnung an (Fischer 2009, S. 141) . . . . .	6
1.4	Darstellung der Synchronmaschine im dq-Koordinatensystem. . . . .	8
1.5	Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach (Kremser 2004, S. 145). . . . .	9
2.1	Beispielhafte Lage eines Zeitzeigers. . . . .	11
2.2	zweipolige Drehfeldmaschine mit beispielhafter Statorstromraumzeigerlage . .	13
2.3	Beispielhafte Lage des Raumzeigers im $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem. . . . .	14
2.4	Zusammenhang der $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten und der d-q- Raumzeigerkomponenten	17
2.5	Clarke Blockbild . . . . .	18
2.6	Park Blockbild . . . . .	18
2.7	Inverse Clarketransformation Blockbild . . . . .	19
2.8	Inverse Park-Transformation Blockbild . . . . .	19
2.9	Flussbild Clarke-Park-Transformation . . . . .	20
2.10	Flussbild der inversen Clarke-Park-Transformation . . . . .	20

# Symbolverzeichnis

## Allgemeine Symbole

Symbol	Bedeutung	Einheit
$I$	elektrische Stromstärke	$A$
$\Theta$	elektrische Durchflutung	$A$
$A$	elektrischer Strombelag	$A/m$
$J$	elektrische Stromdichte	$A/m^2$
$H$	magnetische Feldstärke	$A/m$
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante	$Vs/Am$
$\mu_r$	relative Permeabilität	
$B$	magnetische Flussdichte	$T = Vs/m^2$
$\Phi$	magnetischer Fluss	$Vs$
$\Psi$	verketteter Fluss	$Vs$
$L, M$	Induktivitäten	$H = Vs/A$
$U$	elektrische Spannung	$V$
$V$	magnetisches Vektorpotenzial	$Vs/m$
$V_m$	magnetische Spannung	$A$
$\Omega_L$	elektr. Winkelgeschwindigkeit des Rotors( $\Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m$ )	$s^{-1}$
$\Omega_m$	mech. Winkelgeschwindigkeit des Rotors	$s^{-1}$
$Z_p$	Polpaarzahl	
$\psi_d, \psi_q$	Statorfluss-Komponenten im d,q-System	$Vs$
$U_d, U_q$	Statorspannungs-Komponenten im d,q-System	$V$
$I_d, I_q$	Statorstrom-Komponenten im d,q-System	$A$
$R_1$	Statorwiderstand	$\Omega$
$L_d, L_q$	Statorinduktivität im d,q-System	$Vs/A$

# 1 Theoretische und begriffliche Grundlagen

Um auf die Regelung einer anisotropen Synchronmaschine einzugehen, werden im folgenden einige Grundlagen erörtert.

## 1.1 Theorie der Drehfeldmaschinen

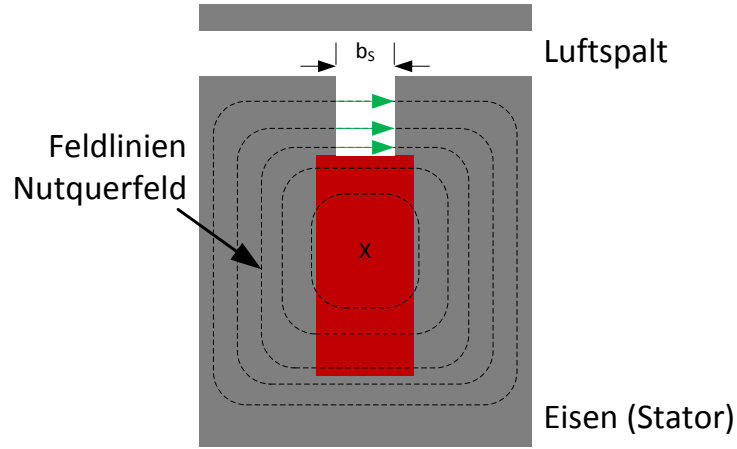
Drehfeldmaschinen sind die am häufigsten eingesetzten Antriebsmaschinen, der Grund hierfür ist die Robustheit der aktiven Bauteile und die gute Energieeffizienz. Zudem besitzen Drehfeldmaschinen ein großes Leistungsspektrum und einen großen Drehzahl- und Drehmomentstellbereich. Die wesentlichen Vertreter der Maschinenfamilie sind die Synchron- und die Asynchronmaschinen. Beide basieren auf der Wirkung eines Drehfeldes, das sich durch den Luftspalt der Maschine bewegt. Die Synchron- und Asynchronmaschine besitzen im Ständer denselben Aufbau und erfordern zur Darstellung ihres Verhaltens eine Reihe gleicher physikalischer Begriffe. Es ist zweckmäßig die Grundlagen der Synchronmaschine in einem eigenen Kapitel zu behandeln. Dies gilt insbes. für den Aufbau der Drehstromwicklungen sowie die Grundlagen zur Beschreibung von umlaufenden Durchflutungen und deren Felder.

## 1.2 Magnetfelder

### 1.2.1 Strombelag

Die örtliche und zeitliche Änderung von Magnetfeldern in elektrischen Maschinen wird durch die Anordnung der Leiter und die Art der Speisung bestimmt (Hofmann 2013, S 199). Die räumliche Verteilung des Stromes wird durch den Strombelag bestimmt, der als  $N \cdot I$  pro Länge des bewickelten Umfanges definiert ist.

Das Luftspaltfeld hat die zentrale Bedeutung und muss deshalb auch berechnet werden können. Die Ursache für die Entstehung dieses Luftspaltfeldes sind die vom Strom durchflossenen Leiter in den Nuten des Stators. Unter der idealisierten Annahme eines homogenen Feldverlaufs im Bereich der Nutöffnung (s. h. [Abbildung 1.1](#)) das Feld im Luftspalt vom Feld in der Nut getrennt.



**Abbildung 1.1:** Abbildung des Nutquerfeldes einer Rechtecknut im Stator.

Hierzu wird die oben abgebildete Nut betrachtet, wobei die Permeabilität des Eisens als sehr groß gegenüber derjenigen von Luft angenommen wird ( $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ). Es bildet sich ein Nutquerfeld aus, das ist leicht aus dem Durchflutungsgesetz herzuleiten.

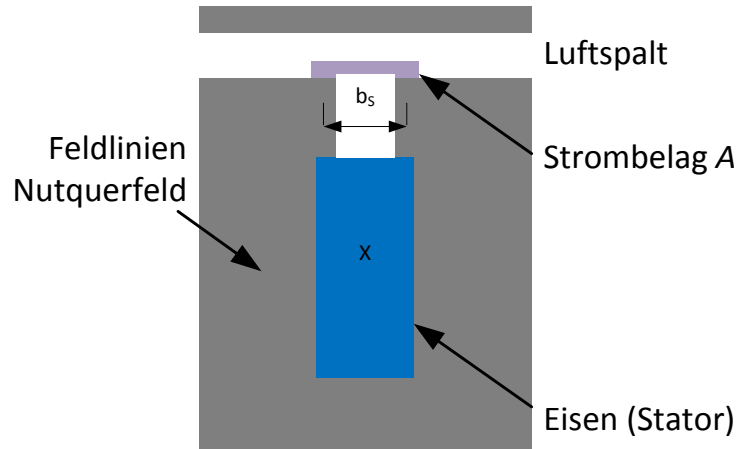
$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta \quad (1.1)$$

Dieses Nutquerfeld stößt an der Grenzfläche zwischen Nutöffnung (Nutschlitz bzw. Streuschlitz) und Luftspalt an das zu berechnende Luftspaltfeld und stellt somit eine der Randbedingungen zur Berechnung des Luftspaltfeldes dar. Das Magnetische Feld in der Nutöffnung  $H_S$ , dass unter idealisierte Annahme tangential gerichtet ist, kann wiederum auch aus dem Durchflutungsgesetz berechnet werden.

$$H_S = \frac{\Theta_{Nut}}{b_S} \quad (1.2)$$

Diese Randbedingung zur Berechnung des Luftspaltfeldes kann auch anders erzeugt werden. Unter Annahme, dass die Nutdurchflutung  $\Theta$  unendlich dünn auf einer glatten Eisenoberfläche gleichmäßig im Bereich der Nutöffnung  $b_S$  verteilt ist. Diese Modellvorstellung wird mit Hilfe des Strombelages beschrieben.

$$A = \frac{\Theta_{Nut}}{b_S} \quad (1.3)$$



**Abbildung 1.2:** Vereinfachte Modellvorstellung zur Berechnung des Luftspaltfeldes mit Hilfe des Strombelags.

Abbildung 1.2 zeigt die Modellvorstellung der obigen Beschreibung.

Bei Auswertung des Durchflutungsgesetz bei einem Umlauf um diesen Strombelag, ergibt sich für die tangentielle Feldstärke  $H_t$  an der Eisenoberfläche im Bereich des Strombelages

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta_{Nut} \quad (1.4)$$

$$H_t \cdot b_S = A \cdot b_S \quad (1.5)$$

$$H_t = A = \frac{\Theta_{Nut}}{b_S} \quad (1.6)$$

Mit Gleichung 1.6 ist gezeigt, dass die Randbedingungen zur Berechnung des Luftspaltfeldes unverändert erhalten bleibt, wenn statt der in Nuten eingebrachten Leiter ein äquivalenter Strombelag auf der glatten Eisenoberfläche berücksichtigt wird (Die Wirkung der Nutdurchflutung wird hinreichend genau durch den über der Nutöffnung verteilten Strombelag beschrieben). Zur Berechnung des Luftspaltfeldes muss also nun das Nutenfeld (Ternes 2013, S. 14) nicht berücksichtigt werden. Zudem kann eine deutlich vereinfachte Geometrie zugrunde gelegt werden.

Die Begrenzungsflächen von Stator und Rotor können als glatt angenommen werden, was in Umfangsrichtung der Maschine konstanten Luftspalt und demzufolge auch einen konstanten magnetischen Luftspaltleitwert entspricht. (Gerling 2008, *Elektrische Maschinen und Antriebe*. TU München)



### 1.2.2 Drehstromwicklungen

Der prinzipielle Aufbau einer Drehstromwicklung lässt sich anhand aus den Anforderungen zur Erzeugung einer dreiphasigen Wechselspannung erläutern. Eine solche Drehspannung erhält man mit einer Anordnung nach [Abbildung 1.3](#). Ein aus Dynamoblechen geschichtetes Ständerblechpaket enthält in Nuten am Bohrungsumfang gleichmäßig verteilte Leiter, die zu drei räumlich verteilten Wicklungssträngen zusammengeschaltet werden (Fischer [2009](#), S. 141). Der Läufer erzeugt ein Gleichfeld, das eine sinusförmige Feldverteilung längst des Luftspaltes aufbaut. Hat der Läufer eine konstante Drehzahl, so induziert das Feld in den einzelnen Spulen zeitlich sinusförmige Spannungen, die sich innerhalb eines Wicklungsstranges zu einem Wert addieren. Die Berechnung der Induktion kann über die Allgemeine Beziehung

$$u_q = B \cdot l \cdot v \quad (1.7)$$

erfolgen. Sei  $d_1$  der Bohrungsdurchmesser des Ständerblechpaketes einer  $2p$ -poligen Maschine, so bezeichnet man den Umfangsanteil

$$\tau_p = \frac{d_1 \cdot \pi}{2p} \quad (1.8)$$

wieder als Polteilung. Die Polteilung entspricht der Länder einer Halbwelle der sinusförmigen Flussdichteverteilung im Luftspalt (entspricht einem elektrischen Winkel von  $\omega t = 180^\circ$ . Bei einer zweipoligen Maschine mit  $p = 1$  stimmen somit der räumlich mechanische und der elektrische Winkel überein, allgemein gilt die Beziehung (Fischer [2009](#), S.141f.)

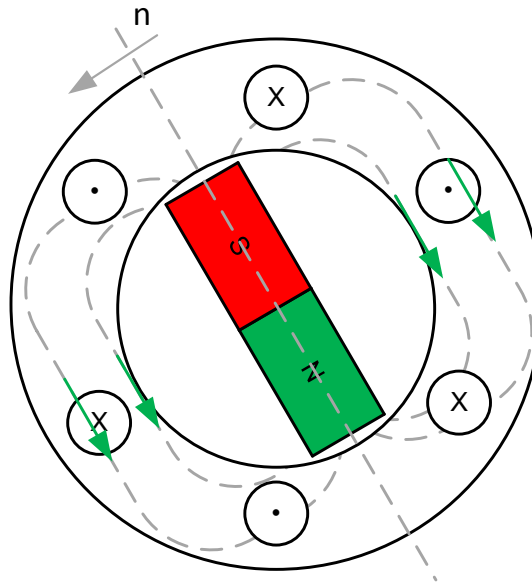
$$\gamma_{el} = p \cdot \gamma_{mech} \quad (1.9)$$

BBB Noch überarbeiten, Quellen: Fischer, Schröder, DISS von Bruhn BBB

BBB Abbildungen erstellen BBB

BBB Formeln? BBB

BBB Nicht äquivalent??? BBB



**Abbildung 1.3:** Erzeugung einer mehrphasigen Spannung durch ein räumlich sinusförmiges Läuferdrehfeld in Anlehnung an (Fischer 2009, S. 141)

## 1.3 Induktivitäten

## 1.4 Einführung Synchronmaschine

**Historischer Hintergrund** Die ersten Synchronmaschinen wurden als Einphasengenerator entwickelt und gebaut, den ersten dreiphasigen Synchrongenerator entwickelten 1887 unabhängig voneinander F. A. Haselwander<sup>1</sup> und C. S. Bradley<sup>2</sup>. Bei den Entwicklungen bildeten sich die Bauformen der Schenkelpol- und Vollpolmaschine aus. Die Weiterentwicklung der Synchronmaschine hing stark mit dem Ausbau der Energieversorgung und dem Bedarf von leistungstärkeren Generatoren zusammen. Unabhängig von der Entwicklung wurden schon sehr früh Synchronmaschinen als Antriebsmaschinen für eine konstante Drehzahlregelung oder einen Phasenbetrieb in der Industrie eingesetzt (Ternes 2012, S. 108f. Fischer 2009, S. 287; Müller 2005, S. 485f.).

Die gleichstromgespeiste Erregerwicklung ermöglicht es, das Magnetfeld unabhängig vom Netz zu beeinflussen. Als Spannungsquelle für die Speisung der Erregerwicklung wurden sog.

- 
- 1 Friedrich August Haselwander war ein deutscher Ingenieur, ein Erfinder der Drehstrom-Synchronmaschine und des kompressorlosen Ölmotors.
  - 2 Charles Schenk Bradley war ein US-amerikanischer Elektrotechniker, Erfinder und Pionier von frühen Elektromotoren. Er zählt neben F. A. Haselwander zu den Begründern des heute im Bereich der elektrischen Energietechnik eingesetzten Dreiphasenwechselstromes.

Gleichstromerregemaschinen eingesetzt, in der heutigen Zeit werden Wechselspannung mit Hilfe von Leistungselektronischen Schaltungen gespeist. Um die Schleifringübertragung der Erregerleistung zu umgehen, werden schleifring- bzw. bürstenlose Erregersysteme realisiert (Ternes 2012, S. 108). Als Motor wurden Drephasen-Synchronmaschinen schon bald für große Leistungen eingesetzt, z. B. zum Antrieb von Pumpen und Verdichten (Müller 2005, S. 486). Der Nachteil ist, dass die Drehzahl durch die Netzfrequenz festgelegt ist. Die Synchronmaschine arbeitet unabhängig von der Belastung stets mit der durch die Netzfrequenz und die ausgeführte Polpaarzahl festgelegten synchronen Drehzahl.

Heute ist es möglich mit Hilfe eines Frequenzumrichters die Drehzahl der Synchronmaschine zu steuern. Aus diesem Grund werden größere Gleichstrommaschinen durch drehzahlvariable Synchronmaschinen abgelöst. Im Bereich kleinerer Leistungen wird anstelle der Gleichstromerregung eine Erregung durch Permanentmagnete eingesetzt. Dabei verliert man die Beeinflussung des Erregerzustandes über den Erregerstrom, dafür erhält man eine elektrische Maschine die keine elektrische Verbindung zum Läufer erfordert.

### 1.4.1 Beschreibung der Synchronmaschine im dq-Koordinatensystem

Im folgenden wird angenommen, dass die Speisung des Polrads durch Permanentmagneten ersetzt wird. In diesem Fall verbleiben nur die drei Statorwicklungen als stromdurchflossene Wicklungen. Wesentlich bei den nachstehenden Überlegungen ist es, ob die Synchronmaschine als symmetrische Maschine (Vollpolläufer) oder als unsymmetrische Maschine (Schenkelpolläufer) konzipiert ist. Die Wahl der Konzipierung hat Auswirkungen auf die Möglichkeit, Feldschwähebetrieb zu erreichen oder nur bedingt und dann mit Einschränkungen (Schröder 2000, S. 291). Wird die Synchronmaschine in der Statorwicklung mit einer sinusförmigen Spannung versorgt, so ist diese als (PMSM) permanentmagneterregte Synchronmaschine definiert. Bei einer trapezförmigen Speisung der Statorwicklung wird die Maschine als (BLDC) bürstenlose Gleichstrommaschine bezeichnet. Der einfachste Fall für die Ermittlung des Signalfussplanes ist die Annahme, dass die Maschine an der Statorwicklung eine sinusförmige Spannung anliegt und die Maschine symmetrisch konzipiert wurde. Bei einer symmetrisch konzipierten Synchronmaschine werden die Reluktanzeinflüsse nicht wirksam. Damit ergeben sich nach (Schröder 2000, S. 291) folgende Gleichungen für die Synchron-Vollpolmaschine.

$$\frac{d\psi_d}{dt} = U_d - R_1 \cdot I_d + \Omega_L \cdot \psi_q \quad (1.10)$$

$$\frac{d\psi_q}{dt} = U_q - R_1 \cdot I_q + \Omega_L \cdot \psi_d \quad (1.11)$$

$$(1.12)$$

mit

$$\psi_d = \psi_{PM} + L_d \cdot I_d \quad (1.13)$$

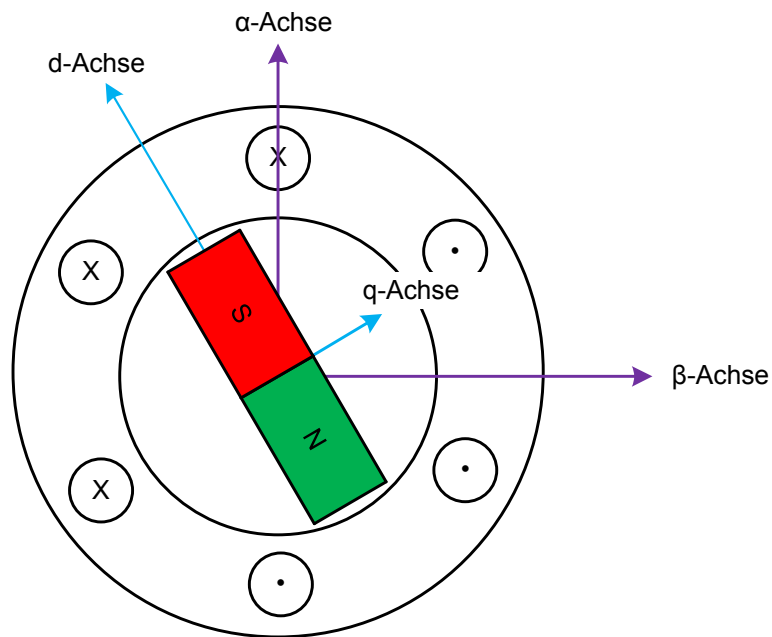
$$\psi_q = L_q \cdot I_q \quad (1.14)$$

Damit ergibt sich das innere Luftspaltdrehmoment  $M_i$  zu:

$$\begin{aligned} M_i &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\psi_d \cdot I_q - \psi_q \cdot I_d) \\ &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left( \underbrace{\psi_{PM} \cdot I_q}_{\text{Hauptmoment}} + \underbrace{(L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q}_{\text{Reluktanzmoment}} \right) \end{aligned} \quad (1.15)$$

und der allgemeinen mech. Bewegungsgleichung

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_i - M_L \quad (1.16)$$

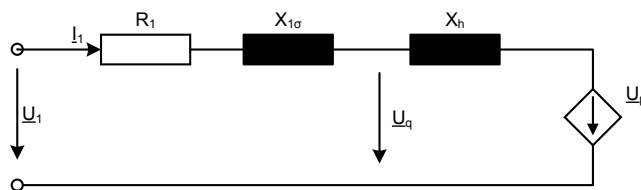


**Abbildung 1.4:** Darstellung der Synchronmaschine im dq-Koordinatensystem.

## 1.5 Besonderheiten der Schenkelpolmaschine

## 1.6 Permanenterregte Synchronmaschine

## 1.7 Evaluierung der Ersatzschaltbilder für die Regelung



**Abbildung 1.5:** Ersatzschaltbild der Synchronmaschine nach (Kremser 2004, S. 145).

## 2 Grundlagen der Vektorregelung

In modernen Antriebssystemen ist es häufig unerlässlich, entscheidende Maschinengrößen wie Drehzahl oder Drehmoment auf einen gewünschten Wert einzustellen. Dabei kamen der Vergangenheit häufig Gleichstrommaschinen zum Einsatz, welche sich durch gute Regel- und Einstelleigenschaften bei den geforderten Parametern auszeichnen. Große Fortschritte in den Bereichen der Leistungselektronik und Reglerkomponenten führen dazu, dass heute Antriebe wesentlich einfacher mit Synchronmaschinen realisiert werden können. Dabei haben Drehfeldmaschinen, aufgrund fehlender mechanischer Kommutation den, den Vorteil, dass kein nennenswerter Verschleiß auftritt.

Entscheidend für den Aufbau einer geregelten PMSM ist die Vektor- bzw. feldorientierte Regelung. Die Maschine wird mit näherungsweise sinusförmig veränderlichen Strömen gespeist. Ebenso besitzen alle weiteren auftretenden elektrischen Größen wie Spannungen, Flüsse oder Felder aufgrund ihres Zeitverhaltens annähernd Sinusform (Nuss 2010, S. 1). Die Idee der Vektorregelung ist es nun, nicht die zeitlichen Momentanwerte der Ströme zu verändern, sondern die erfassten Wechselgrößen in ein Zwei-komponentiges rotierendes Koordinatensystem zu übertragen. Diese Komponenten werden regelungstechnisch verwertet und zurück transformiert.

### 2.1 Raumzeigerdarstellung

Die stationären Zusammenhänge der elektrischen Größen in der Maschine, welche ursächlich aus dem Zusammenhang von  $\Psi$  und  $B$  herrühren, können zunächst mithilfe komplexer Zeitzeiger beschrieben werden. Dabei lassen sich die Statorströme,  $i_{s,1}$ ,  $i_{s,2}$ , und  $i_{s,3}$  einer Drehfeldmaschine mit identischer Amplitude  $\hat{i}_s$  und Statorkreisfrequenz  $\omega_s$  und einer jeweiligen  $120^\circ$  Phasenverschiebung als

$$\begin{aligned} i_{s,i} &= \operatorname{Re}\{\underline{i}_{s,i}\} = \operatorname{Re}\{\hat{i}_{s,i} \cdot e^{j\omega_s t}\} = \operatorname{Re}\left\{\hat{i}_s \cdot e^{j(\omega_s t + 0 - (i-1) \cdot \frac{2\pi}{3})}\right\} \\ &= \hat{i}_s \cdot \cos\left(\omega_s t + \varphi_0 - (i-1) \cdot \frac{2\pi}{3}\right); \text{ mit } i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.1)$$

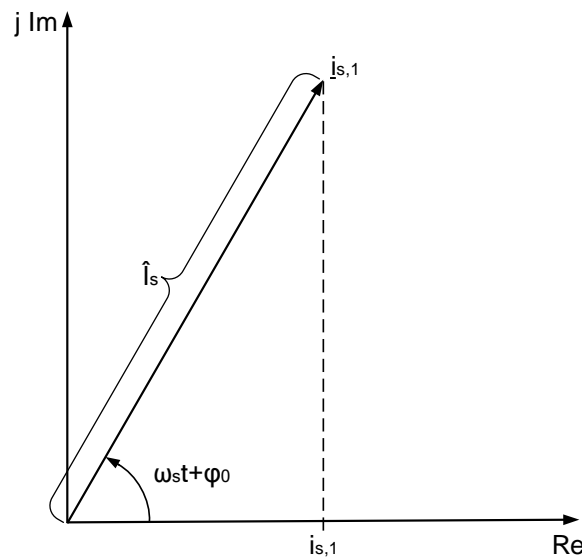
mit den komplexen Zeitzeigern

$$\underline{i}_{s,i} = \hat{\underline{i}}_{s,i} \cdot e^{j\omega_s t} ; \text{ mit } i = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

und den komplexen Amplituden

$$\hat{\underline{i}}_{s,i} = \hat{i}_s \cdot e^{j(\omega_s t + 0 - (i-1) \cdot \frac{2\pi}{3})} ; \text{ mit } i = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

darstellen. Die folgende Abbildung 2.1 veranschaulicht die vorangegangenen Gleichungen 2.1, 2.2 sowie 2.3 und stellt beispielhaft den Zeitzeiger  $i_{s,1}$  dar.



**Abbildung 2.1:** Beispielhafte Lage eines Zeitzeigers.

Da das Ziel darin besteht, den dynamischen Rotationsvorgang einer PMSM zu modellieren, ist die Verwendung eines Zeitzeigers, mit dem nur stationäre Vorgänge beschrieben werden können, nicht angebracht. Hier ist es Zweckmäßig, einen Operator so zu entwickeln, dass dieser in der Lage ist, dynamische Vorgänge zu beschreiben, ohne dazu Nebenbedingungen wie beispielsweise die Periodizität heranzuziehen. Bei der Entwicklung bieten sich die Statorphasenströme  $i_{s,1}$ ,  $i_{s,2}$ , und  $i_{s,3}$  des Dreiphasensystems an. Diese stehen zu jedem Zeitpunkt zur Verfügung. Es sei angemerkt, dass dabei die Nullbedingung erfüllt ist. Die Summe der Statorphasenströme muss immer null sein, was beim Einsatz von Drehfeldmaschinen idr. gegeben ist. Dadurch ist es auch immer möglich mit Kenntnis zweier Größen auf die dritte zu schließen, da gilt:

$$i_{s,1} + i_{s,2} + i_{s,3} = 0 \quad (2.4)$$

Nun ist zweikomponentige Zeitzeiger immer um mindestens zwei Momentanwerte erweiterbar. Ein hierfür geeigneter Ansatz zur Erzeugung eines Raumzeigers wurde erstmals in kovacs1959 veröffentlicht:

$$\underline{i}_s(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \underline{i}_{s,1}(t) + \underline{i}_{s,2}(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \underline{i}_{s,3}(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \quad (2.5)$$

Um jetzt aufzeigen zu können, dass der Ansatz aus 2.5 im stationären Zustand mit dem entsprechenden Statorstromzeitzeiger übereinstimmt und schlussendlich den Raumzeiger zu erzeugen, werden zunächst in 2.5 die Statortrommomentanwerte aus 2.1 eingesetzt. Dadurch erhält man

$$\underline{i}_s(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \hat{i}_s \cdot \cos(\omega_s t + \varphi_0) + \hat{i}_s \cdot \cos\left(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \hat{i}_s \cdot \cos\left(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \quad (2.6)$$

Wird nun die trigonometrische Cosinus-Funktion durch die entsprechende exponentielle Darstellung ersetzt, folgt hieraus

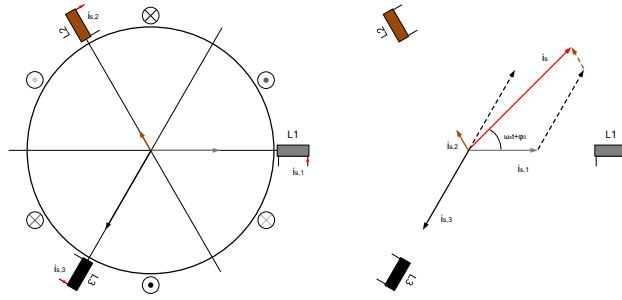
$$\underline{i}_s(t) = \frac{2}{3} \cdot \hat{i}_s \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (e^{j(\omega_s t + \varphi_0)} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_0)}) + \frac{1}{2} \cdot (e^{j(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3})}) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \frac{1}{2} \cdot (e^{j(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_0 - \frac{4\pi}{3})}) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \quad (2.7)$$

Nach ausmultiplizieren der Terme folgt mit  $1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}} = 0$  das Ergebnis und somit der Raumzeiger

$$\underline{i}_s = \frac{2}{3} \cdot \hat{i}_s \cdot \left\{ \frac{3}{2} \cdot e^{j(\omega_s t + \varphi_0)} + \frac{1}{2} \cdot e^{-j(\omega_s t + \varphi_0)} \cdot \left( 1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}} \right) \right\} = \hat{i}_s \cdot e^{j(\omega_s t + \varphi_0)} \quad (2.8)$$

Das Ergebnis von 2.8 entspricht strukturell dem in 2.1 angegebenen Statorstromzeitzeiger. Dadurch ist sichergestellt, dass der Ansatz aus 2.5 in der Lage ist als Gesamtzeiger, bestehend aus den Momentanwerten der Statorströme, zu fungieren. Die folgende Abbildung 2.2 zeigt zur Veranschaulichung eine zweipolige Drehfeldmaschine mit zugehörigem Zeigerdiagramm, welches den Statorstromraumzeiger beinhaltet.





**Abbildung 2.2:** zweipolige Drehfeldmaschine mit beispielhafter Statorstromraumzeigerlage

Mit der Einführung des Raumzeigers ist die theoretische Grundlage dafür geschaffen, die PMSM mit einer feldorientierten Regelung zu versehen. Da sich, wie Eingangs beschrieben, alle Größen in der Drehfeldmaschine näherungsweise sinusförmig verhalten, ist die Stromraumzeigerdarstellung aus 2.5 für alle anderen dreiphasigen Größen als allgemeine Raumzeigerdarstellung definierbar.

$$\underline{a}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \underline{a}_1(t) + \underline{a}_2(t) \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + \underline{a}_3(t) \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} \right\} \quad (2.9)$$

Im Folgenden werden die in der Praxis benötigten Transformationsvorschriften erläutert, welche das Wechseln zwischen Phasen- und Raumzeigergrößen erlauben.

## 2.2 Beschreibung in $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem

Als Grundlage für das Wechseln zwischen Phasen- und Raumzeigergrößen dient zunächst die Definition aus 2.9. Die Definitionsgleichung lässt sich in Real- und Imaginärteil aufspalten. Es kommt so zu folgender Aufteilung

$$\text{Re}\underline{a}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ a_1(t) + a_2(t) \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + a_3(t) \cdot \cos \frac{4\pi}{3} \right\} \quad (2.10)$$

$$\text{Im}\underline{a}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ a_2(t) \cdot \sin \frac{2\pi}{3} + a_3(t) \cdot \sin \frac{4\pi}{3} \right\} \quad (2.11)$$

In Zusammenhang mit der Clarke Transformationsvorschrift ist es üblich, den Realteil in  $\alpha$ - und den Imaginärteil als  $\beta$ -Koordinaten auszudrücken. Daher ist die Clarke Transformation im deutschsprachigen Bereich auch  $\alpha$ - $\beta$ -Transformation bekannt. Um im Weiteren die in

der Praxis notwendige Transformationsmatrix zu erhalten, werden die Trigonometrischen Ausdrücke numerisch dargestellt. Aus 2.10 und 2.11 folgt somit

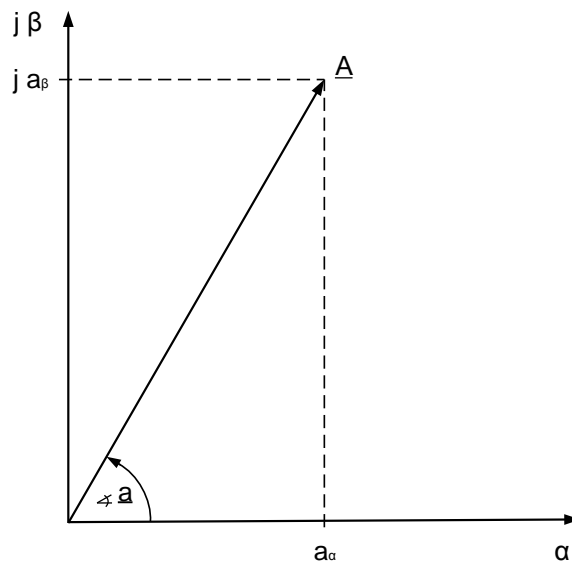
$$a_\alpha(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ a_1(t) - \frac{1}{2} \cdot a_2(t) - \frac{1}{2} \cdot a_3 \right\} \quad (2.12)$$

$$a_\beta(t) = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a_2(t) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a_3 \right\} \quad (2.13)$$

Der entstandene Raumzeiger in  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten ist in allgemeiner Form als

$$\underline{a}(t) = a_\alpha(t) + j a_\beta(t) \quad (2.14)$$

darstellbar. Um die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Komponente des entstandenen Raumzeigers besser nachvollziehen zu können, zeigt die Abbildung ?? eine beispielhafte Lage des Zeigers in  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten.



**Abbildung 2.3:** Beispielhafte Lage des Raumzeigers im  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem.

Nachdem sich der Raumzeiger im neuern Koordinatensystem darstellen lässt, ist es nun entscheidend, eine mathematische Transformationsvorschrift aufzustellen, die sich an 2.12 und 2.13 orientiert. Übertragen auf eine Vektorschreibweise lautet die Transformation

$$\begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \end{bmatrix} = \underline{T}' \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

mit der Transformationsmatrix

$$\underline{T}' = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Mit dieser Matrix ist es möglich, die dynamische Drehfeldgrößen eines dreiphasigen Systems auf zwei Größen zu reduzieren sowie Momentanwerte und Amplitude in einem Raumzeiger darzustellen. Der Faktor  $\frac{2}{3}$  normiert dabei  $a_\alpha$  und  $a_\beta$  auf den Betrag der entsprechenden Eingangsgrößen. Die Transvormation mit diesem Vorfaktor ist daher längeninvariant.

Für eine Regelung fehlt eine Rücktransvormationsvorschrift, mit deren Hilfe die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Komponente wieder in ein Dreiphasensystem gebracht werden kann. Die Inverse Matrix bildet sich aus der Transformationsmatrix 2.16. Da es sich hier aber um eine nichtquadratische Matrix handelt, ist diese zunächst nicht invertierbar. Folglich muss die Matrix um eine Eingangsgröße erweitert werden. Dabei bietet sich die Nullbedingung des Systems an. Bindet man die Kontengleichung aus 2.4 in 2.16 ein, folgt für die vektorielle Transformationsbeziehung

$$\begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \\ a_0 \end{bmatrix} = \underline{T} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

mit der Transformationsmatrix

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Die auf diese Art entstandene quadratische Matrix ist eindeutig invertierbar. Daher folgt für

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \underline{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

die inverse Transformationsmatrix

$$\underline{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Für die Praxisanwendung reicht die vereinfachte inverse Clarke-Transformation mit der Beziehung

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \underline{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

und der Transformationsmatrix

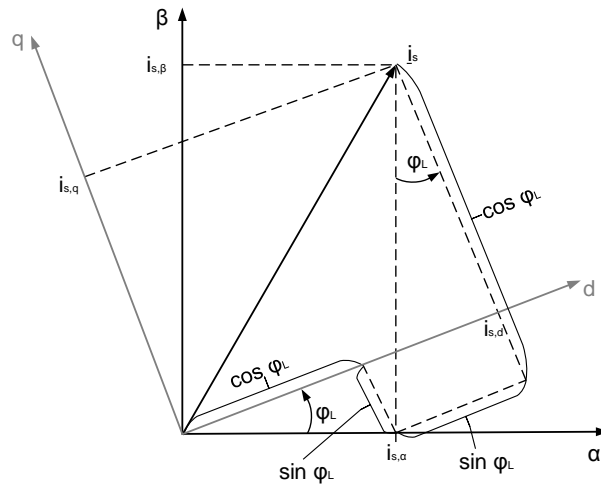
$$\underline{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

aus. Da die Nullkomponente der Phasengröße null ist, kann auch  $a_0$  null gesetzt werden, was dem Wegfall der letzten Spalte von  $T'$  entspricht.

## 2.3 Beschreibung in rotorfesten d-q-Koordinatensystem

Für die Regelung von Drehfeldmaschinen hat es sich als praktikabel herausgestellt, die Systembeschreibung von der im Verfeld beschriebenen ortsfesten Koordinatensystem in ein, mit der Winkelgeschwindigkeit des Rotors, rotierendes Koordinatensystem zu überführen. Daher wird die Darstellung auch rotorfest genannt. Die Vorteile dieser Koordinatenbeschreibung liegen zum einen in einer einfacheren Darstellbarkeit elektrophysikalischer Zusammenhänge und zum anderen dass die Raumzeigergrößen näherungsweise Gleichgrößen sind. Dadurch lassen sich klassische Regelverfahren auf die Maschine anwenden. Das Regelverhalten ähnelt dem der Gleichstrommaschine, welche sich durch eine gute Regelbarkeit auszeichnet. Für die folgende Park Transformation dient die zuvor durchgeführte Clarke Transformation als Grundlage. Zur Verdeutlichung der Transformationsvorschriften dient die nachfolgende Abbildung am Beispiel eines Statorstromraumzeigers

Hier ist neben dem ortsfesten  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem auch das rotierende Koordinatensystem erkennbar. Das rotierende System wird als d-q-Koordinatensystem bezeichnet, wobei



**Abbildung 2.4:** Zusammenhang der  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten und der d-q-Raumzeigerkomponenten

d für direct axis und q für quadrature axis steht. Der für die Transformation entscheidende Winkel ist hier mit  $\varphi_L$  gekennzeichnet. Mit Hilfe der Abbildung lässt sich nun die Transformationsbeziehung zwischen  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten und d-q-Koordinaten aufstellen.

$$\begin{bmatrix} a_d \\ a_q \end{bmatrix} = \underline{T}' \cdot \begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Die Transformationsmatrix lautet dann

$$\underline{T}' = \begin{bmatrix} \cos \varphi_L & \sin \varphi_L \\ -\sin \varphi_L & \cos \varphi_L \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Da die Matrix quadratisch ist, kann diese ohne weiteres invertiert werden. Die Rücktransformation von d-q-Koordinaten in  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinaten ist für die Regelung ebenfalls von entscheidender Bedeutung, um aus dem rotierenden Raumzeiger im letzten Schritt wieder die drei Phasengrößen zu erhalten. Es gilt für die Rücktransformation also die Beziehung

$$\begin{bmatrix} a_\alpha \\ a_\beta \end{bmatrix} = \underline{T}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a_d \\ a_q \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

mit der Transformationsmatrix

$$\underline{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_L & -\sin \varphi_L \\ \sin \varphi_L & \cos \varphi_L \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

## 2.4 Signalflussplan der Vektorregelung

In diesem Abschnitt mit Hilfe der Transformationsvorschriften aus den vorherigen Abschnitten 2.2 und 2.3 vorbereitend ein Signalflussplan entwickelt werden. Dieser Plan soll im praktischen Teil ins Gesamtsystem integriert werden können. Zur einfacheren Darstellung der Clarke- und Parktransformation werden zunächst entsprechende Signalflussbilder eingeführt.

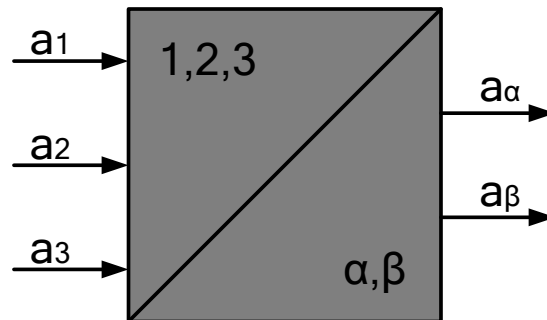


Abbildung 2.5: Clarke Blockbild

Bei der Parktransformation muss der Winkel  $\varphi_L$ , um den das  $\alpha$ - $\beta$ -Koordinatensystem zum d-q-System verschoben ist, zugeführt werden.

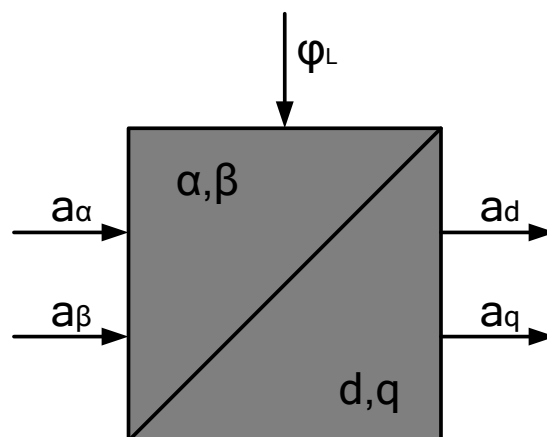


Abbildung 2.6: Park Blockbild

Die entsprechenden Rücktransformationen werden in den folgenden zwei Abbildungen dargestellt.

Mit Hilfe der Blockbilder kann jetzt die sowohl die vollständige Hintransformation eines

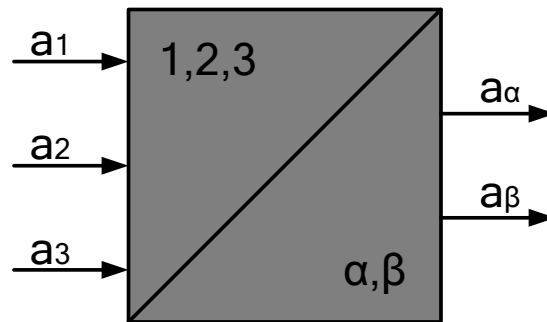


Abbildung 2.7: Inverse Clarktransformation Blockbild

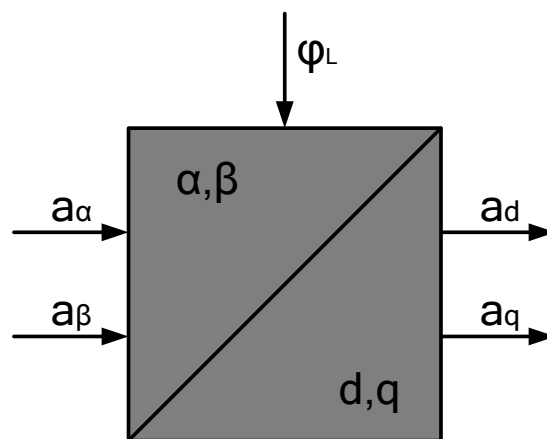


Abbildung 2.8: Inverse Park-Transformation Blockbild

Dreiphasensystems in ein rotatorisches, zweikomponentiges Bezugssystem, als auch die entsprechende Rücktransformation, als Signalflussbild skizziert werden.

Abbildung 2.9 zeigt die Transformation der Statorphasenströme  $i_{s,1}$ ,  $i_{s,2}$  und  $i_{s,3}$  in d-q-Komponenten, während die nachfolgende Grafik 2.10 die zusammenhängende Rücktransformation verbildlicht.

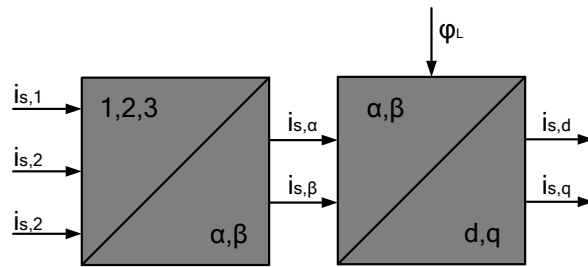


Abbildung 2.9: Flussbild Clarke-Park-Transformation

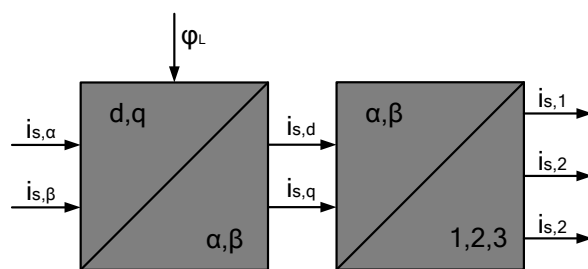


Abbildung 2.10: Flussbild der inversen Clarke-Park-Transformation



## **3 Anforderungsprofil für die Regelung der PMSM mit Simulink**

### **3.1 Eingabe und Ausgabedaten**

### **3.2 Darstellung der Simulationsergebnisse**

## **4 Regelung der PMSM mit Simulink**

### **4.1 Einführung in Simulink**

### **4.2 Einführung in die TI-Bibliotheken**

### **4.3 Übersicht der Regelstruktur**

#### **4.3.1 Subsysteme**

## **5 Auswertung der Simulationsergebnisse**

### **5.1 Vergleich der Ergebnisse der TI-Bibliotheken**

## 6 Zusammenfassung

# Literatur

- Binder, Andreas (2012). *Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch - Aufgaben mit Lösungsweg*. Berlin: Springer.
- Bolte, Ekkehard (2012). *Elektrische Maschinen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. (Besucht am 14.07.2014).
- Bronstein, I. N. u. a. (2012). *Taschenbuch der Mathematik*. 8. Aufl. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch.
- Felderhoff, Rainer und Udo Busch (2006). *Leistungselektronik*. 4. Aufl. München: Hanser.
- Fischer, Rolf (2009). *Elektrische Maschinen*. 14. Aufl. München: Hanser.
- Fuest, Klaus und Peter Döring (2004). *Elektrische Maschinen und Antriebe: Lehr- und Arbeitsbuch ; mit zahlreichen durchgerechneten Beispielen und Übungen sowie Fragen und Aufgaben zur Vertiefung des Lehrstoffes*. Wiesbaden: Vieweg.
- Gerke, Wolfgang (2012). *Elektrische Maschinen und Aktoren: Eine anwendungsorientierte Einführung*. (Besucht am 13.07.2014).
- Grune, Rayk (2012). »Verlustoptimaler Betrieb einer elektrisch erregten Synchronmaschine für den Einsatz in Elektrofahrzeugen«. Dissertation. TU Berlin.
- Hagmann, Gert (2008). *Grundlagen der Elektrotechnik*. 13. Aufl. Ulm: AULA.
- Hahn, Ulrich (2007). *Physik für Ingenieure*. München: Oldenbourg.
- Henke, Heino (2011). *Elektromagnetische Felder: Theorie und Anwendung*. 4. Aufl. Berlin: Springer.
- Hofmann, Wilfried (2013). *Elektrische Maschinen: [Lehr- und Übungsbuch]*. München [u.a.]: Pearson.
- Kellner, Sven (2012). »Parameteridentifikation bei permanenterregten Synchronmaschinen«. Dissertation. TU Erlangen-Nürnberg.
- Knorrenschild, Michael (2014). *Mathematik für Ingenieure 2: Angewandte Analysis im Bachelorstudium*. München: Hanser.

- Koffler, Michael und Hans-Gert Gräbe (2002). *Mathematica: Einführung, Anwendung, Referenz*. München [u.a.]: Addison-Wesley.
- Kornmeier, Martin (2013). *Wissenschaftliches schreiben leicht gemacht*. 6. Aufl. Bern: Haupt UTB.
- Kovács, K. und I. Rácz (1959). *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Budapest: Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften.
- Kremser, Andreas (2004). *Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Motoren und Anwendungen ; mit 10 Tabellen*. Stuttgart [u.a.]: Teubner.
- Lingnau, Anselm (2007). *LaTeX hacks*. Köln: O'Reilly.
- Lutz, Holger und Wolfgang Wendt (2012). *Taschenbuch der Regelungstechnik*. 9. Aufl. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch.
- Müller, Germar (2005). *Elektrische Maschinen*. Weinheim: Wiley-VCH.
- Müller, Germar u. a. (2008). *Berechnung elektrischer Maschinen*. Weinheim: Wiley-VCH-Verl.
- Nuss, Uwe (2010). *Hochdynamische Regelung elektrischer Antriebe*. Berlin; Offenbach: VDE-Verl.
- Papula, Lothar (2003). *Mathematische Formelsammlung*. 8. Aufl. Wiesbaden: Vieweg.
- Papula, Lothar (2009a). *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Band 1, Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 12. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Papula, Lothar (2009b). *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Band 2, Ein Lehr- und Arbeitsbuch für das Grundstudium*. 12. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Perassi, Hector (2006). »Feldorientierte Regelung der permanenterregten Synchronmaschine ohne Lagegeber für den gesamten Drehzahlbereich bis zum Stillstand«. Dissertation. TU Ilmenau.
- Riefenstahl, Ulrich (2010). *Elektrische Antriebssysteme: Grundlagen, Komponenten, Regelverfahren, Bewegungssteuerung*. 3. Aufl. Vieweg+Teubner Verlag.
- Scherf, Helmut (2010). *Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme eine Sammlung von Simulink-Beispielen*. München: Oldenbourg.
- Schlosser, Joachim (2014). *Wissenschaftliche Arbeiten schreiben mit LaTeX : Leitfaden für Einsteiger*. 5. Aufl. Heidelberg u. a.: mitp.
- Schröder, Dierk (2000). *Elektrische Antriebe: Grundlagen*. Berlin [u.a.]: Springer.

- Schröder, Dierk (2001). *Regelung von Antriebssystemen*. Berlin [u.a.]: Springer.
- Stöcker, Horst (2010). *Taschenbuch der Physik*. 6. Aufl. Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch.
- Ternes, Benjamin (2012). »Beitrag zur internationalen ANSYS Konferenz in Kassel – Simulation des Synchronprozesses«. In: *Nutzung des Tools EM-Praktikum und ANSYS in den Lehrveranstaltungen der Elektrischen Maschinen*. CADFEM, S. 108–112.
- Ternes, Benjamin (2013). »Softwaregestützte Berechnung von Stator- und Rotoroberströmen in Abhängigkeit der Drehzahl eines asynchronen Käfigläufermotors auf Basis der Oberfeldtheorie«. Bachelorarbeit. FH Dortmund, University of Applied Science und Arts.
- Theisen, M. R. (2013). *Wissenschaftliches Arbeiten*. 16. Aufl. München: Vahlen.
- Unbehauen, Heinz (2008). *Regelungstechnik I: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme, Fuzzy-Regelsysteme*. 15. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag.
- Unbehauen, Heinz (2009). *Regelungstechnik II: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. Auflage: 9., durchges. u. korr. Aufl. 2007. 2., korr. Nachdruck 2009. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag. 447 S.
- Unbehauen, Heinz (2011). *Regelungstechnik III: Identifikation, Adaption, Optimierung*. Auflage: 7., korr. Aufl. 2011. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag. 616 S.
- Wökl-Bruhn, Henning (2009). »Synchronmaschine mit eingebetteten Magneten und neuartiger variabler Erregung für Hybridantriebe«. Dissertation. TU Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig.