Estadística I. Laboratorio 4

Octubre 2025

1. Distribuciones Bivariadas

1. Si la distribución se define sobre una región no rectangular, los cálculos son un poco más complicados. A continuación se muestra un caso. Sea (X, Y) y una densidad:

$$f(x,y) = \begin{cases} c \cdot x^2 \cdot y & \text{si } x^2 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{e.c.o.c} \end{cases}$$

   La región de esta función se describe en la Figura 1.

   Determine el valor de c y, una vez determinado c, encuentre $\mathbb{P}(X \geq Y)$.

2. La función de probabilidad conjunta de dos variables aleatorias discretas X y Y está dada por $f(x,y) = c(2x+y)$, donde x y y pueden tomar todos los valores enteros tales que:

$$f(x,y) = \begin{cases} c(2x+y) & \text{si } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

   Entonces, puede ver que la función de densidad de flujo conjunta de X e Y se resume en la siguiente tabla:

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$	$Y=3$	
$X=0$	0	c	$2c$	$3c$	$6c$
$X=1$	$2c$	$3c$	$4c$	$5c$	$14c$
$X=2$	$4c$	$5c$	$6c$	$7c$	$22c$
	$6c$	$9c$	$12c$	$15c$	$42c$

   Determine:

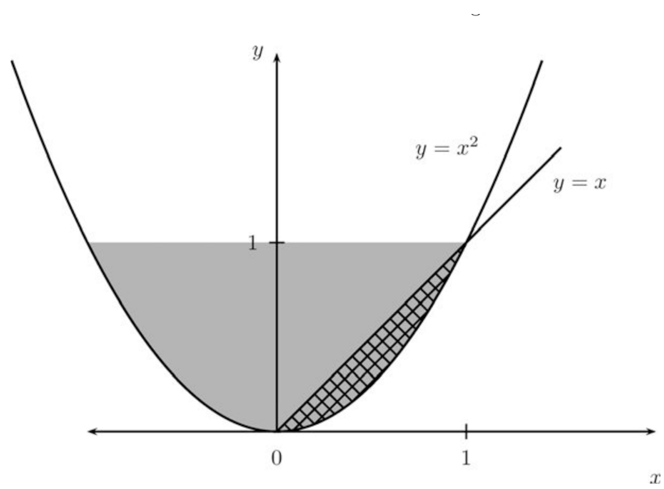

Figura 1: Gráfica de la región conformada por $x^2 \leq y \leq 1$, y en sombreado se reporta la región del evento $X \geq Y$ que se intersecta con $x^2 \leq y \leq 1$.

a) El valor de la constante c.

b) $\mathbb{P}(X = 2, Y = 1)$.

c) $\mathbb{P}(X \geq 1, Y \leq 2)$.

2. Distribuciones Marginales

1. Supongamos dos variables aleatorias continuas, X y Y, que tienen una PDF conjunta:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{si } 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

   Determina $f_X(x)$.

2. Consideremos el caso en el que X e Y son dos variables aleatorias continuas, distribuidas conjuntamente sobre el primer cuadrante del plano, con una PDF:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} y^2 e^{-y(x+1)} & \text{si } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Determine $f_X(x)$ y $f_Y(y)$.

3. Cuál es la PDF conjunta de las dos variables aleatorias X y Y las cuales tienen una distribución conjunta:

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2(2y+y^2) & \text{si } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Determina $f_{X,Y}(x,y)$.