Una aplicación del Método de MCO: Retornos a Escala en la Industria Eléctrica

Benjamín Oliva (benjov@ciencias.unam.mx)

Draft Mayo, 2024

Índice general

1. El trabajo seminal de Nerlove (1963) **5**

2. Réplica de Christensen & Greene (1976) al trabajo de Nerlove (1963) **13**

3. Bibliografía **19**

Capítulo 1

El trabajo seminal de Nerlove (1963)

Esta aplicación tiene su origen en el trabajo de Nerlove (1963) y en la crítica que Christensen y Greene (1976) hicieron al trabajo de Nerlove. El primero es un estudio clásico de los retornos a escala en una industria regulada. En este caso Nerlove ofreció una buena descripción de la industria eléctrica, dicha descripción es válida para el momento en que se escribió en trabajo de Nerlove:

- Los oferentes/generadores de electricidad son monopolios locales privados.
- Las tarifas o precios de la eléctricidad son establecidos por un ente regulador.
- Los precios de los factores productivos están dados y no son modificables por las empresas en el corto plazo, ya que existen diversos contratos de largo plazo (por ejemplo, los contratos laborales).

Respecto de los datos, estos consisten en 145 empresas ubicadas en 44 estados en EUA en el año 1955, ya que son para los únicos estados para los que existe información. El estudio utilizó información de aproximadamente el 80 % de la electricidad producida.

Visto por la forma de producción, Nerlove identicó que existían 3 métodos de producción de electricidad:

1. Motores de conbustión interna.

2. Hidroeléctricas.

3. Termoeléctricas.

Al respecto, Nerlove muestra que en los 50's cerca del 70 % de la electricidad era producida por las empresas termoeléctricas. El conbustible pincipal empleado en dichas termoeléctricas era carbón (66.4 %), seguido de petróleo (14.5 %) y gasolina (19.1 %).

Las variables consideradas son: costos totales, precios de los factores (salarios, precios de combustibles, renta o precio del capital), y el producto. Aunque las empresas son dueñas del capital, en el modelo se supone que dichas empresas se comportan como si estas pagaran una renta de capital, por lo que se imputa un precio por el costo de capital.

No obstante, para mayores detalles refierase al documento original de Nerlove, donde se describe con mayor detalle la forma en que fue construída la base de datos. Los datos de producción, combustibles y costos laborales fueron obtenidos de la Federal Power Commision (1956).

La motivación para el analísis es que mediante un enfoque econométrico se puede construir una curva de costo promedio (AC, por sus siglas en inglés) para cada empresa, misma que es diferente de la promedio de la industria. Esto es, la empresas enfrentan diferentes precios por los factores productivos y por lo tanto diferentes costos totales, medios y marginales.

Para enfocarnos en la conexión entre la eficiencia de producción y el producto, asumimos que todas las empresas enfrentan mas o menos los mismos precios de los factores, y la única razón por la que las curvas de costo medio (CMe o AC) y de costo marginal (CMg o MC) difieren entre las empresas es la diferencia en la eficiencia productiva. Las curvas de CMe y de CMg tienen pendiente positiva para reflejar retornos a escala decrecientes. Si vemos la Figura 5, las curvas de AC y MC de la empresa A estan a la izquierda de las de la empresa B porque la empresa A es menos eficiente que B. Esto es derivado de que la industria es competida, ambas empresas enfrentan el mismo precio p. Dado que la cantidad está determinada por la intersección de MC y el precio de mercado, las combinaciones de cantidad / producto y el AC para las dos empresas e ilustra en la Figura 1.1.

De esta forma, la curva que resulta de conectar los puntos A y B puede tener una pendiente negativa, dando la impresión de un escenario de rendimientos crecientes a escala en la industria, ya que la agregación de todos los puntos de las empresas individuales conformaran la curva de costos promedio

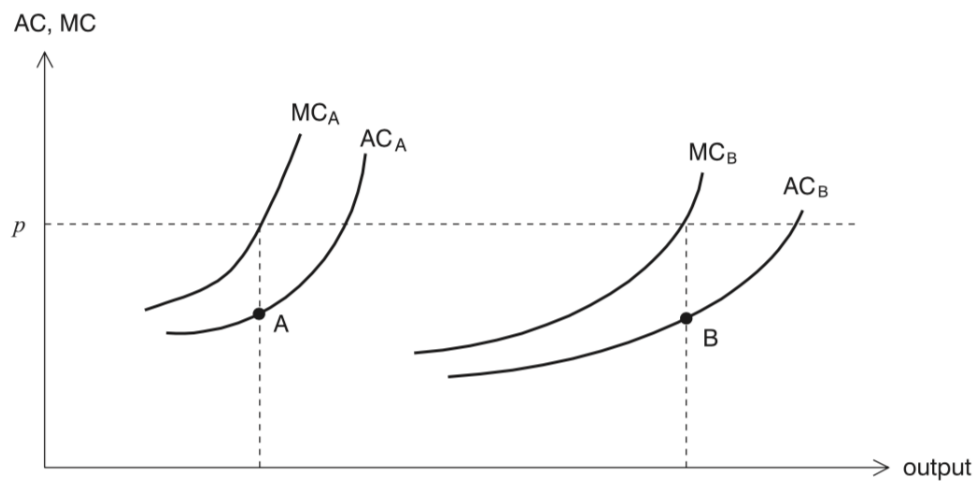

Figura 1.1: Determinación de la cantidad ofrecida / producida en la industria (Hayashi (2000))

de la industria. Ahora bien, para continuar plantearemos la parametrización de la función de costos, para ello partiremos de una función de producción del tipo Cobb - Douglas:

$$Q_i = A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} \tag{1.1}$$

Donde Q_i es la producción de la empresa i, x_{i1} es el insumo de trabajo para la empresa i, x_{i2} es el insumo capital para la empresa i, y x_{i3} es el insumo de combustible para la empresa i. En (1.1) el término A_i captura las direncias no observables en la eficiencia de producción (este término también es conocido como el de heterogenidad de las empresas).

Asimismo, la suma de los paramétros: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = r$ indica el grado de retornos a escala. Dado esto último, asumiremos que el grado de retornos a escala es constante (esto no significa que existen retornos a escala constantes, ya que para ello se debería cumplir que $r = 1$). Adicionalmente, en el modelo se supone que dada la naturaleza de propiedad de las empresas generadoras, el problema que cada una ellas enfrenta es uno de minimización de costos (véase Nerlove (1963) para una discusión sobre las restricciones relacionadas con este supuesto).

En este sentido, el problema que cada empresa enfrenta es el de minimizar sus costos de producción, sujeto a la cantidad producida, es decir:

$$\min_{x_{i1},\ldots,x_{iK}} \sum_{k=1}^{K} p_{ik}x_{ik} \tag{1.2}$$

s.a.

$$Q_i = f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i) \tag{1.3}$$

La solución a este problema vendrá dado por resolver el siguiente problema de Lagrange:

$$\min_{x_{i1},\ldots,x_{iK}} \mathcal{L} = \sum_{k=1}^{K} p_{ik}x_{ik} + \lambda[Q_i - f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i)] \tag{1.4}$$

De (1.4) podemos obtener las ecuaciones normales para $k = 1,\ldots,K$, de esta forma:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{ik}} = p_{ik} + \lambda \frac{\partial f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i)}{\partial x_{ik}} = 0 \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = Q_i - f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i) = 0 \tag{1.6}$$

Derivado de la formulación anterior, podemos establecer que para todo par $s,m = 1,\ldots,K$ y $s \neq m$:

$$\frac{p_s}{p_m} = \frac{\frac{\partial f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i)}{\partial x_{is}}}{\frac{\partial f(x_{i1},\ldots,x_{iK},A_i)}{\partial x_{im}}} \tag{1.7}$$

De la expresión (1.7) podemos obtener cada una de las expresiones para $x_{i1}^*,\ldots,x_{iK}^*$, así, sustituyendo dichas expresiones podemos obteber:

$$C_i = \sum_{k=1}^{K} p_{ik}x_{ik}^* \tag{1.8}$$

y

$$Q_i = f(x_{i1}^*,\ldots,x_{iK}^*,A_i) \tag{1.9}$$

En el caso que nos ocupa, las expresiones son las siguientes:

$$\min_{x_{i1},x_{i2},x_{i3}} \mathcal{L} = [p_{i1}x_{i1} + p_{i2}x_{i2} + p_{i3}x_{i3}] + \lambda[Q_i - A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3}] \tag{1.10}$$

Las condiciones de primer orden del problema anterior son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{i1}^{\alpha_1}} = p_{i1} - \lambda \alpha_1 A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} x_{i1}^{-1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{i2}^{\alpha_2}} = p_{i2} - \lambda \alpha_2 A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} x_{i2}^{-1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_{i3}^{\alpha_3}} = p_{i3} - \lambda \alpha_3 A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} x_{i3}^{-1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = Q_i - A_i x_{i1}^{\alpha_1} x_{i2}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} = 0$$

De las tres ecuaciones previas se pueden derivar que para todo $k = 1, 2, 3$:

$$\lambda = \frac{p_{ik} x_{ik}}{\alpha_k Q_i}$$

Derivado de esta última expresión podemos determinar que:

$$\frac{p_{i1} x_{i1}}{\alpha_1 Q_i} = \frac{p_{i2} x_{i2}}{\alpha_2 Q_i} = \frac{p_{i3} x_{i3}}{\alpha_3 Q_i}$$

O simplemente:

$$\frac{p_{i1} x_{i1}}{\alpha_1} = \frac{p_{i2} x_{i2}}{\alpha_2} = \frac{p_{i3} x_{i3}}{\alpha_3}$$

Despejando las siguientes ecuaciones:

$$x_{i1} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \frac{p_{i3}}{p_{i1}} x_{i3}$$

$$x_{i2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \frac{p_{i3}}{p_{i2}} x_{i3}$$

Sustituyendo en (1.1), obtenemos:

$$\begin{aligned}
Q_i &= A_i \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\alpha_1} x_{i3}^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_3} \\
&= A_i \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\alpha_2} x_{i3}^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3} \\
&= A_i \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\alpha_2} x_{i3}^{r}
\end{aligned}$$

De donde podemos obtener a x_{i3}:

$$\begin{aligned} x_{i3} &= Q_i^{1/r} A_i^{-1/r} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{-\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right)^{-\alpha_2} \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{-\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{-\alpha_2} \\ &= Q_i^{1/r} A_i^{-1/r} \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_3}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\alpha_2} \end{aligned}$$

De forma analoga para x_{i1} y x_{i2}:

$$\begin{aligned} x_{i1} &= Q_i^{1/r} A_i^{-1/r} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\alpha_2} \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\alpha_3} \\ x_{i2} &= Q_i^{1/r} A_i^{-1/r} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right)^{\alpha_3} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\alpha_3} \end{aligned}$$

Finalmente, sustituyendo cada una de las expresiones para x_{i1}, x_{i2} y x_{i3} en la función de costos, y después de aplicar diversos despejes podemos obtener la siguiente expresión:

$$C_i = r\left(A_i \alpha_1^{\alpha_1} \alpha_2^{\alpha_2} \alpha_3^{\alpha_3}\right)^{-1/r} Q_i^{1/r} p_{i1}^{\alpha_1/r} p_{i2}^{\alpha_2/r} p_{i3}^{\alpha_3/r} \tag{1.11}$$

Tomando logaritmos de la expresión anterior:

$$ln(C_i) = \mu_i + \frac{1}{r} ln(Q_i) + \frac{\alpha_1}{r} ln(p_{i1}) + \frac{\alpha_2}{r} ln(p_{i2}) + \frac{\alpha_3}{r} ln(p_{i3}) \tag{1.12}$$

Donde $\mu_i = ln\left[r\left(A_i \alpha_1^{\alpha_1} \alpha_2^{\alpha_2} \alpha_3^{\alpha_3}\right)^{-1/r}\right]$.

La ecuación (1.12) es conocida como una ecuación log lineal, de la cual se puede interpretar a sus pendientes como elasticidades. Es decir, el cambio porcentual en el costo total cuando se incremnta en 1 % el precio de cualquiera de los factores.

Si definimos a $\mu = \mathbb{E}[\mu_i]$ y a $\varepsilon_i = \mu_i - \mu$, de tal forma que $\mathbb{E}[\varepsilon_i] = 0$. De esta forma ε_i se puede interpretar como la eficiencia productiva de las empresas. Considerando lo anterior plateamos la expresión:

$$ln(C_i) = \beta_1 + \beta_2 ln(Q_i) + \beta_3 ln(p_{i1}) + \beta_4 ln(p_{i2}) + \beta_5 ln(p_{i3}) + \varepsilon_i \tag{1.13}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
\beta_1 &= \mu \\
\beta_2 &= \frac{1}{r} \\
\beta_3 &= \frac{\alpha_1}{r} \\
\beta_4 &= \frac{\alpha_2}{r} \\
\beta_5 &= \frac{\alpha_3}{r}
\end{aligned}$$

De esta forma podemos decir que $y_i = ln(C_i)$ y que:

$$\mathbf{X}_i' = [ln(Q_i), ln(p_{i1}), ln(p_{i2}), ln(p_{i3})] \tag{1.14}$$

Dado lo anterior, podemos suponer que todos los supuestos del MLC se cumplen bajo esta especificación. El único supuesto que puede estar sujeto a discusión es la no endogenidad o $\mathbb{E}[\boldsymbol{\varepsilon}|\mathbf{X}] = \mathbf{0}$. En el caso que nos ocupa, hemos descrito que los precios de los factores son observados por las empresas y son considerados como dados por ellas. De esta forma, no resulta ser un supuesto ilógico asumir que la productividad de las empresas es independiente del precio de los factores.

Ahora bien, es posible hacer un par de restricciones con implicaciones en la interpretción de los resultados. La primera, si dividimos los costos y los precios por el uno de los precios, en especifico el precio de los combustibles. De esta forma podemos establecer el Modelo A (tal y como lo denomina Nerlove):

$$ln\left(\frac{C_i}{p_{i3}}\right) = \beta_1 + \beta_2 ln(Q_i) + \beta_3\left(\frac{p_{i1}}{p_{i3}}\right) + \beta_4\left(\frac{p_{i2}}{p_{i3}}\right) + \varepsilon_i \tag{1.15}$$

El Modelo A tiene como supuesto principal que el precio del capital varía significativamente de empresa a empresa. En este sentido, la segunda restricción es que podemos asumir que el precio del capital es el mismo para todas las empresas. De esta forma, el Modelo B propuesto lo podemos escribir como:

$$ln(C_i) = \beta_1^0 + \beta_2 ln(Q_i) + \beta_3 ln(p_{i1}) + \beta_5 ln(p_{i3}) + \varepsilon_i \tag{1.16}$$

Donde $\beta_1^0 = \beta_1 + \beta_4 ln(p_2)$ es un constante. Dicho lo anterior podemos llevar acabo la estimación de las ecuaciones (1.13), (1.15), y (1.16).

Como primer paso, estimaremos la ecuación (1.13) y, como segundo paso, probaremos la hipótesis de rendimientos a escala constantes en la industria, es decir, mostrar si:

$$\beta_3 + \beta_4 + \beta_5 = 1 \tag{1.17}$$

En forma de prueba de hipotésis:

$$\begin{aligned} H_0 : R\boldsymbol{\beta} &= 1 \\ H_a : R\boldsymbol{\beta} &\neq 1 \end{aligned}$$

Donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

Capítulo 2

Réplica de Christensen & Greene (1976) al trabajo de Nerlove (1963)

El trabajo de Christensen & Greene (1976) estiman las economías de escala para las empresas productoras de eléctricidad en Estados Unidos. Para ello, utilizan datos de una muestra de empresas en los años 1955 y 1970. El análisis realizado por estos autores considero un modelo del tipo translog, que es una modelación más general que la propuesta por Nerlove (1963).

Las principales conclusiones del trabajo de Christensen & Greene (1976) son que:

- A diferencia de la estimación para 1955, en 1970 la mayoría de las empresas producen en la parte más plana de la curva de costos medios.
- Un número pequeño de empresas extremadamente grandes operan en la esa parte plana de la curva de costos medios.
- De esta forma, la implementación de políticas públicas que promuevan la competencia serán eficientes, ya que no se sacrificzrán economías de escala.

El trabajo de Christensen & Greene (1976) se enmarca en el ámbito de la discusión regulatoria que señala que, cuando la industria no está verticalmente integrada, la mejor forma de fomentar la competencia para que los precios a los usuarios finales disminuyan es fomentando la competencia en el segmento de generación. En este sentido, la pregunta crucia que debe ser resuelta es sí existe el riesgo de que se puedan sacrificar economías de escala. De esta forma, incrementar la competencia podría ser ineficiente.

En la estimación es posible distinguir la presencia de economías de escala derivados de la reducción de costos respecto de reducciones causadas por cambios tecnológicos. En este sentido, la muestra debe considerar empresas que poseen más o menos la misma tecnología y diseño de plantas. Estas circunstancias hacen una distinción significativa respecto del trabajo de Nerlove (1963).

Cabe aclarar que Christensen & Greene (1976) tuvieron a su disposición la base completa de Nerlove (1963) y en ese sentido hicieron algunos ajustes a dicha base para hacerla comparable. En nuestro caso, no tenemos la misma ventaja, por lo que sólo haremos comparaciones con los resultados obtenidos en la sección previa.

Como mencionamos al principio, la especificación econométrica de Christensen & Greene (1976) permite caracterizar las economías de escala y concluir que: la disminución en el costo promedio es menor para las empresas más grandes, lo que indica que la curva de costos medios es significativamente plana para un amplio intervalo de producción. Así, estas empresas no sacrificarían economías de escala si endrentarna más competencia.

Antes de entrar a la modelación, retomemos algunos datos relevantes de la industria en 1970. En ese momento, el modo dominante de generación en Estados unidos era mediante turbinas de vapor - termoeléctricas. En éstas, el principal combustible utilizado está basado en combustibles fósiles. En el caso de la eléctricidad generada a través de motores de combustión interna sólo son empleados en momentos de hora pico. Adicionalmente, entre 1950 y 1970 ocurrió un cambio significativo en la participación de la generación basada en termoeléctricas, ya que ésta paso de 69.8 % a 90.7 %.

Christensen & Greene (1976) limitarón su análisis únicamente a las empresas que generban eléctricidad con tecnología basada en termoeléctricas. También restrigieron a las empresas incluidas en su muestra, ya que consideraron sólo a aquellas que generaban ingresos a sus propietarios privados en cantidades superiores a 1 millón de dólares. Estás empresas representaban el 77 % del total de la eléctricidad producida en 1970. Así, dejarón fuera del análisis a empresas de propiedad gubernamemtal o empresas pequeñas.

Respecto de la modelación empleada, Christensen & Greene (1976) inician discutiendo que la especificación de la función de producción implica una función de costos particular, y viceversa. Adicionalmente, reconocen que la estimación directa de la función de producción es atractiva cuando el nivel de producción es endógeno. Por otro lado, la estimación de la función de costos es más atracgiva cuando el nivel de producción es exógeno.

Con sus excepciones, las empresas generadoras de eléctricidad no permiten elegir el nivel de producción que máximiza sus ingresos. Por el contrario, suelen sumistrar toda electricidad producida que es demandada a precios regulados. Así, la especificación correcta puede ser la estimación de una función de costos.

Por otro lado, ya que la empresas compiten con otras industrias por los factores de producción, la especificación que considere que como exógenos a los precios de los factores parece correcta o rasonable. Así, la estimación será respecto de una función de costos en la cual la cantidad producida y los precios de los insumos son exógenos.

Dicho lo anterior, Christensen & Greene (1976) eleigen una función de costos del tipo translog, la cual es un caso general de las funciones de costos. Para plantearla de forma general, no consideraremos restricciones respecto de los factores de producción. Asimismo, la especificación permitiran que las economías de eslaca cambién de acuerdo con el nivel de produción. No debe pasar desapercibido que bajo estas condiciones, el modelo de Nerlove (1963) es un caso especial de la función translog.

La función de costos translog puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} ln(C_i) &= \beta_1 + \beta_Y ln(Y_i) + \frac{1}{2}\beta_{YY} ln(Y_i)^2 + \sum_k \beta_k ln(p_{ki}) \\ &\quad + \frac{1}{2}\sum_k \sum_m \beta_{km} ln(p_{ki}) ln(p_{mi}) \\ &\quad + \sum_k \beta_{Yk} ln(Y_i) ln(p_{ki}) \qquad (2.1) \end{aligned}$$

Donde $\beta_{km} = \beta mk$, C_i es el costo total, Y_i es el producto y las p_{ki}'s son los precios de los factores productivos. Así, en adelante a la expresión de la ecuación (2.1) la denominaremos como Modelo A.

Ahora, podemos imponer algunas condiciones para que la función de producción sea bien compoertada, es decri, la función de costos debe ser homogénea de grado uno en los precios. Esto significa que:

$$\sum_k \beta_k = 1 \tag{2.2}$$
$$\sum_k \beta_{Yk} = 0 \tag{2.3}$$
$$\sum_k \beta_{km} = \sum_m \beta_{mk} = \sum_k \sum_m \beta_{km} = 0 \tag{2.4}$$

No debe pasr desapercibido que la restricción: $\sum_k \beta_k = 1$ significa que existen rendimientos a escala constantes, de forma similar al caso de Nerlove (1963).

Adicionalmente, Christensen & Greene (1976) muestran una derivación para la participación del costo de cada uno de los insumos en el costo total. Así, ecuentran que:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{ki}} = X_{ki} \tag{2.5}$$
$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{ki}} = \frac{p_{ki}X_{ki}}{C_i} = S_{ki} \tag{2.6}$$
$$S_{ki} = \beta_k + \beta_{Yk}ln(Y_i) + \sum_m \beta_{km}ln(p_m) \tag{2.7}$$

Donde S_{ki} es la participación del costo del factor k en los costos totales. Finalmente, bajo la especificación del Modelo A considerado en la ecuación (2.1) las economías de escala se pueden definir en términos de la relación que existe entre el incremento del producto y el incrementos del costo total.

En este sentido, Christensen & Greene (1976) utilizan el resultado que *Hanoch (1975). The Elasticity of Scale and the Shape of Average Costs. A.E.R. 65, 3. Pp 492 - 497* muestran y que permite representar las economías de escala en términos de la relación entre el costo total y el producto a lo largo de la curva. La forma de expresar las economías de escala (SCE) será:

$$SCE = 1 - \frac{\partial C_i}{\partial Y_i} \tag{2.8}$$

El resultado de la ecuación (2.8) se puede interpretar como 1 menos la elasticidad costo-producto. Adicionalmente, éste resultado se puede interprestar que para números positivos existen esconomías de escala positivas y para números negativos existen deseconomías de escala.

SCE (Modelo A)	=	$1-(\beta_Y+\beta_{YY}ln(Y_i)+\sum_k \beta_{Yk}ln(p_{ki}))$
SCE (Función Homotética)	=	$1-(\beta_Y+\beta_{YY}ln(Y_i))$
SCE (Función Homogénea)	=	$1-\beta_Y$

Cuadro 2.1: Economías de Escala (SCE) para cada uno de los modelos.

Otras restricciones posibles son:

$$\beta_{Yk} = 0 \tag{2.9}$$
$$\beta_{YY} = 0 \tag{2.10}$$

Las cuales significan lo siguiente. Si se cumple solo la ecuación 2.9 la función de costos cumple con la propiedad de ser homotética. Si se cumple en conjunto las ecuaciones (2.9) y (2.10) la función de costos cumple con la propiedad de homogeneidad.

Dicho lo anterior, Christensen & Greene (1976) extienden su análisis al caso de modelos bajo los cuales se cumplen las rescciones mencionadas. Para efecto de estas notas sólo evaluaremos el Modelo A descrito en la ecuación (2.1).

Debemos considerar dos cosas. La primera, Christensen & Greene (1976) muestran las expresiones para determinar las economías de escala. Mismas que reproducimos en la tabla 2.1. La segunda, Christensen & Greene (1976) estiman un sistema de ecuaciones simúltaneas en el que estiman las dos ecuaciones: (2.1) y (2.7) mediante un procedimiento basado en máxima verosimilitud. No obstante, dadas las limitaciones del curso, nosostros sólo estimaremos el Modelo A mediante un procedimiento de MCO. En este sentido, al usar un procedimiento de MCO existe el riesgo de que la matrix xe regresores tenga elementos que puedan generar problemas de múlticolinealidad. Esto, en razón de que el producto de cada uno de los regresores puede resultar en vectores con alta correlación. Respecto de los datos, a diferencia de Nerlove (1963), Christensen & Greene (1976) utilizan datos a nivel firma y no a nivel planta generadora. De esta forma consideran una muestra de 99 empresas.

Capítulo 3

Bibliografía

- Christensen, L., y Greene, W. (1976) Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation. *Journal of Political Economy.* Vol. 84, No. 4, pp. 655 - 676.

- Nerlove, M. (1963) Returns to Scale in Electricity. En *Measurement in Economics - Studies in Mathematical Economics and Econometrics en memoria de Yehuda Grunfeld*. Editado por Carl F. Christ. Stanford, Cal. Stanford University Press.