Estadística II. Laboratorio 6

Abril 2025

1. ANOVA para bloques

1. La acrofobia es el miedo a las alturas. Puede tratarse de diferentes formas. Usando la desensibilización por contacto, en la que un terapeuta demuestra alguna tarea que sería difícil de hacer para alguien con acrofobia (Terapia 1). Otro método de tratamiento es la participación en demostraciones, en las que el terapeuta intenta hablar sobre el tema a través de la tarea (Terapia 2). Una tercera técnica es el modelado en vivo, requiere que el sujeto simplemente observe cómo se realiza la tarea (Terapia 3).

   Estas tres técnicas se compararon en un estudio en el que participaron quince voluntarios, todos los cuales tenían antecedentes de acrofobia grave. Sin embargo, desde el principio se comprendió que la aflicción mmostraba heterogeneidad entre los individuos, lo que podía comprometer la comparación de la terapia. En consecuencia, el experimento utilizó la base de puntajes de los quince voluntarios para dividirlos en cinco bloques (A, B, C, D y E), cada uno de tamaño 3. Los sujetos del Bloque A tuvieron los puntajes más bajos (es decir, los más severos acrofobia), aquellos en el Bloque B los segundos puntajes más bajos, y así sucesivamente.

   Cada una de las tres terapias se asignó al azar a uno de los tres sujetos de cada bloque. El Cuadro 1 enumera los cambios en las puntuaciones (puntuación después de la terapia - puntuación antes de la terapia). Pruebe la hipótesis de que las terapias son igualmente efectivas, considerando un $\alpha = 0.01$.

   Al respecto, atienda a los siguientes puntos:

Bloque	Terapia 1	Terapia 2	Terapia 3	T_i
A	8	2	-2	8
B	11	1	0	12
C	9	12	6	27
D	16	11	2	29
E	24	19	11	54
T_j	68	45	17	130

Cuadro 1: Cambios en las puntuaciones

a) Formule las hipótesis nula y alternativa, tanto para bloques como parra medias.

b) ¿Cuál es la regla de decisión?

c) Calcule los valores SSTR, SSB, SSE y SSTOT.

d) Elabore una tabla ANOVA para bloques.

e) Declare su decisión respecto de las hipótesis nulas.

2. El director de la Red de Transporte de Pasajeros de la Ciudad de México (RTP) considera ampliar el servicio de autobuses del metro Chapultepec al Centro Comercial Santa Fe. El Director considera cuatro rutas: 1) por la carretera federal, 2) por la autopista, 3) por el pueblo de Santa Fe, y 4) por la zona de Reforma - Vistahermosa. El director realizó varias pruebas para determinar si había una diferencia entre los tiempos de recorrido medios por las cuatro rutas. Como habrá muchos conductores distintos, la prueba se diseñó para que cada conductor manejara a lo largo de todas ellas. El Cuadro 2 se presenta el tiempo del recorrido, en minutos, de cada combinación conductor-ruta.

   Al respecto, atienda a los siguientes puntos:

   a) Formule las hipótesis nulas y alternativas.

   b) ¿Cuál es la regla de decisión?

   c) Calcule los valores SSTR, SSB, SSE y SSTOT.

   d) Elabore una tabla ANOVA para bloques, considerando un $\alpha = 0.05$.

   e) Declare su decisión respecto de las hipótesis nulas.

Conductor	Ruta 1	Ruta 2	Ruta 3	Ruta 4
Álvarez	18	17	21	22
Torres	16	23	23	22
Contreras	21	21	26	22
Delgado	23	22	29	25
Turrent	25	24	28	28

Cuadro 2: Tiempo de recorrido

2. Análisis de datos categóricos

1. En este ejercicio implementaremos la prueba de la Ley de Benford. La Ley fue plateada por Frank Benford en 1938 y se remite a una característica observable en las tablas de logaritmos. Benford refirió que las páginas que contienen los logaritmos de los números que contienen números pequeños como 1 y 2 solían estar más maltratadas por su uso que aquellas que contienen números como 8 o 9 (Benford, 1938).

   Un enunciado más formal de la Ley de Benford es: decimos que un conjunto de números satisface la Ley de Benford para el primer dígito o dígito inicial si la probabilidad de observar el primer dígito d es aproximadamente como describe la expresión:

$$P(D = d) = log_{10}\left(\frac{d+1}{d}\right)$$

   Donde $d = 1, 2, \ldots, 9$. A la Ley de Benford también se conoce como el fenómeno del primer dígito. Otra forma de decirlo es que la Ley de Benford es la observación de que en muchas colecciones de números, ya sean tablas matemáticas, datos de la vida real o combinaciones de los mismos, los primeros dígitos no están distribuidos uniformemente y, por el contrario, están muy sesgados hacia los dígitos más pequeños. El Cuadro 3 muestra las probabilidades teóricas de la Ley de Benford.

   Partamos de que tiene información de las piezas de pastelillos vendidos diariamente durante el segun trimestre de 2018 por Bimbo en uno de sus centros de ventas y de las cuales ha contabilizado el número de veces que aparecen el número 1, 2, 3, ..., 9 como dígito primero en las cifras de ventas. El Cuadro 4 muestra el resultado de su conteo de dígitos.

d	p_i
1	0.301
2	0.176
3	0.125
4	0.097
5	0.079
6	0.067
7	0.058
8	0.051
9	0.046

Cuadro 3: Distribución de probabilidad del primer dígito de acuerdo con la Ley de Benford

Dígiito	Frecuencia
1	7779
2	4810
3	3488
4	2598
5	2224
6	1854
7	1572
8	1309
9	1222

Cuadro 4: Distribución de frecuencia del primer dígito en la ventas de Bimbo

Considerando lo anterior, determine si la información del Cuadro 4 cumple con la distribución planteada por la Ley de Benford.