

# AVL stromy (AVL trees)

- Georgij Maximovič Aděľson-Veľskij a Jevgenij Michailovič Landis (1962)
- Pre všetky vrcholy platí, že **výška ľavého podstromu sa od výšky pravého podstromu líši najviac o 1**.
- AVL strom je maximálne o 45% vyšší, ako dokonale vyvážený strom. Maximálna výška AVL stromu je teda  $1,44 * \log_2 n$
- Najhoršia aj priemerná zložitosť operácií Find, Insert, Delete je  $O(\log_2 n)$
- Štruktúra podporuje jednorozmerné intervalové vyhľadávanie.
- Vhodný pre situácie, kde je vyhľadávanie najčastejšou operáciou
- Každý vrchol eviduje informáciu o vyváženosti (Balance, vyvažovací faktor). Rozdiel výšky ľavého a pravého podstromu (-1, 0, +1).

## Find (vyhľadanie)

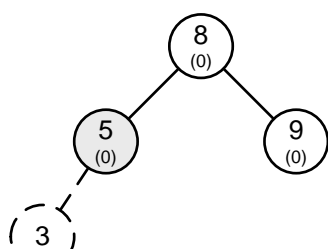
Rovnako ako v obyčajnom binárnom vyhľadávacom strome (BST)

## Insert (vkladanie)

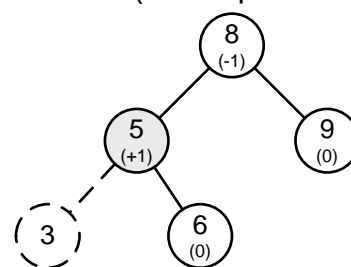
1. Vloženie vrcholu na správne miesto, rovnako ako pri BST. Prejdená cesta sa ukladá do zásobníka.
2. Návrat po prejdení cesty a zmena vyvažovacích faktorov. Ak narazíme na vrchol, ktorého vyvažovací faktor je po zmene rovný 0, tak je vkladanie ukončené a nie je potrebné meniť ďalšie vyvažovacie faktory.
3. Ak narazíme na vrchol, ktorého vyvažovací faktor je  $\pm 2$ , vykonáme vyvažovanie prostredníctvom rotácií. Po vykonaní jednej rotácie je strom opäť vyvážený a nie je potrebné postupovať ďalej.

Po pridaní vrcholu môžu nastať z hľadiska rotácie vrcholov 3 situácie (vrchol pridávame vľavo):

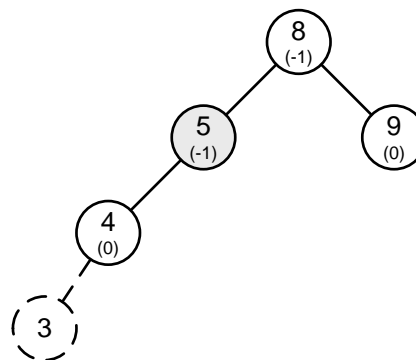
1. Ak  $H(L) < H(R)$  ( $V.Balance = +1$ )  $\Rightarrow$  nevyváženosť sa vyrovnala ( $V.Balance = 0$ )



2. Ak  $H(L) = H(R)$  ( $V.Balance = 0$ )  $\Rightarrow$  váha sa nakloní doľava ( $V.Balance = -1$ )



3. Ak  $H(L) > H(R)$  ( $V.Balance = -1$ )  $\Rightarrow$  je potrebné znovuvyváženie ( $V.Balance = -2$ )



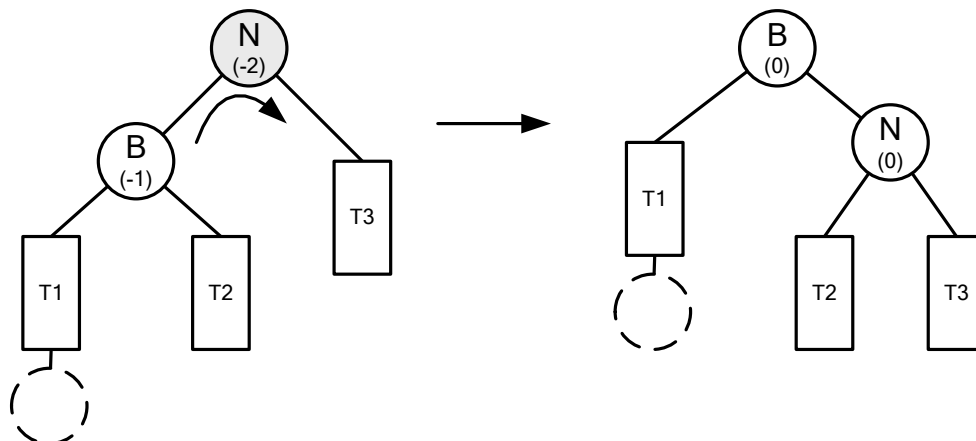
### Rotácie:

Úlohou rotácií je napraviť nevyváženosť stromu.

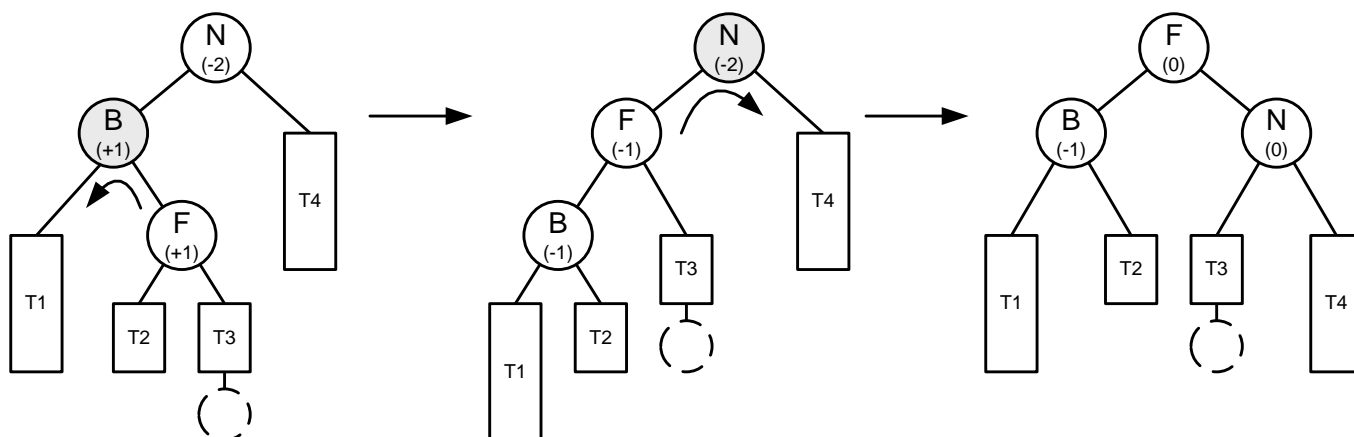
Po vykonaní rotácie, musí zostať zachované InOrder poradie vrcholov stromu.

Môžu nastať dva rozdielne prípady pre každú stranu (Left, Right).

1. Jednoduchá pravá rotácia (Right rotation, LL-rotation) –  $N.Balance < 0$  and  $B.Balance < 0$



2. Dvojitá ľavá pravá rotácia (LR-rotation) –  $N.Balance < 0$  and  $B.Balance > 0$



Z hľadiska zmeny vyvažovacích faktorov po vykonaní rotácie je potrebné ošetriť niekoľko situácií. Napríklad ak sa v príklade 2 nový vrchol vloží pod T2, bude mať po vykonaní rotácií vrchol B vyvažovací faktor 0 a vrchol N bude mať vyvažovací faktor 1.

### **Delete (mazanie)**

1. Zrušenie vrcholu rovnako ako pri BST. Prejdená cesta sa ukladá do zásobníka.
2. Návrat po prejdenej ceste a zmena vyvažovacích faktorov.
3. Ak narazíme na vrchol, ktorého vyváženosť je narušená, vykonáme vyvažovanie prostredníctvom rotácií.

Na rozdiel od operácie vkladania tu môže vzniknúť sled rotácií, teda po vykonaní príslušnej rotácie nie je možné proces zmeny vyvažovacích faktorov ukončiť. Proces zmeny vyvažovacích faktorov smerom ku koreňu sa skončí, ak je pred zmenou vyvažovacieho faktora jeho hodnota 0. Vyvažovací faktor tohto vrcholu sa zmení na +1 alebo -1 a proces mazania je dokončený.

### **Literatúra:**

1. Wirth, N.: Algoritmy a štruktúry údajov
2. Lewis, H.R.; Denenberg, L.: Data Structures and Their Algorithms
3. <http://sky.fit.qut.edu.au/~maire/avl/System/AVLVis.html>
4. <http://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ss98/audii/applets/avlbaum/index.html>
5. <http://www.csi.uottawa.ca/~stan/csi2514/applets/avl/BT.html>