Вариант 1

1.1. Из чисел от 1 до 100 наугад выбраны два разных числа. События A и B соответственно означают, что выбрано хотя бы одно нечетное число и хотя бы одно четное число. Что означают события AB и $A \cup B$?

1.2. Из корзины с пятью красными яблоками и четырьмя зелеными берутся (без возвращения) наудачу три яблока. С какой вероятностью среди этих трех яблок: а) ровно два зеленых, б) хотя бы одно красное?

2.1. Молодой человек договорился встретиться с девушкой между 9 и 10 часами и обещал ждать её до 10 часов. Девушка обещала ждать его 10 минут, если придет раньше. Найти вероятность того, что они встретятся. Предполагается, что моменты их прихода равновероятны в течение часа.

2.2. В тире имеется 6 одинаковых на вид ружей. Вероятность попадания в мишень для двух из них по 0,9, для трех по 0,8 и для одного 0,3. Какова вероятность того, что стрелок попадет в мишень, если он выбирает ружье наудачу? Какова вероятность того, что было выбрано ружье, для которого вероятность попадания 0,3, при условии, что стрелок попал в мишень?

3.1. При передаче текста в среднем 10 % букв искажается и принимается неверно. Передано слово из 6 букв. Какова вероятность того, что все буквы слова будут приняты правильно? Предполагается, что буквы искажаются независимо друг от друга.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 3 раза больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 4 испытаниях будет k успехов.

4.1. Вероятность попадания в мишень равна 0,6 при каждом выстреле. Стрельба ведется одиночными выстрелами до первого попадания, пока не будет израсходован боезапас. Найти ряд распределения числа произведенных выстрелов, если боезапас составляет 3 единицы. Построить график функции распределения.

4.2. Случайная величина X имеет треугольное распределение. Плотность распределения равна

$$f(t) = \begin{cases} At & \text{при } 0 \le t \le \theta; \\ 0 & \text{при } t \notin [0,\ \theta]. \end{cases}$$

Найти коэффициент A. Найти вероятность того, что $X > \theta/2$. Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 3/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^3$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta^2\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Участник лотереи бросает игральную кость 20 раз. Участник получает ценный приз, если сумма очков больше 90. Оценить вероятность получения ценного приза.

8.2. В условиях задачи 8.1 оценить вероятность того, что четное число очков выпадет не менее 15 раз.

Вариант 2

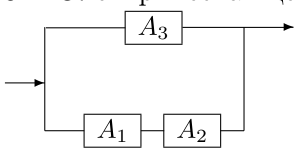
1.1. Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие A — выбранное число делится на 5; событие B — данное число оканчивается нулем. Что означают события $A \setminus B$ и $A\overline{B}$?

1.2. Бросают 3 игральные кости. Какова вероятность того, что на них выпадет разное число очков?

2.1. В квадрат с вершинами $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$ наудачу брошена точка. Пусть (X,Y) — ее координаты. Найти $\mathbf{P}(\max\{X+3Y, Y\} \le 1/2)$.

2.2. Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов. Первый автомат дает 20 %, второй 30 %, третий 50 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 2,5 %, второго — 2 %, третьего — 2,5 %. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом автомате.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,02. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 4 раза больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. По мишени одновременно стреляют два стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,6 и 0,8. Найти ряд распределения числа попаданий в мишень. Построить график функции распределения.

4.2. Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{t^\alpha} & \text{при } t \ge \theta; \\ 0 & \text{при } t < \theta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 2$, $\theta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A и функцию распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X+1)^2$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = -2X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2. Вычислить значение параметра α, при котором математическое ожидание превосходит значение параметра θ в 3 раза.

7.1. Выяснить, при каких значениях параметра α существует k-й момент случайной величины из задачи 4.2, и найти его.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^2 + \ldots + X_n^2)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta} e^{-x^2/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Время ожидания поезда метро за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 5 минут. Оценить вероятность того, что суммарное время ожидания за 30 поездок окажется меньше 1,5 часов.

8.2. Время ожидания поезда метро за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 5 минут. Оценить вероятность того, что за 60 поездок будет более 10 случаев, когда время ожидания составит менее минуты.

Вариант 3

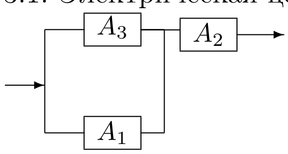
1.1. Игральная кость подбрасывается два раза подряд. Описать пространство элементарных исходов Ω. Описать событие A, состоящее в том, что хотя бы один раз выпала единица, событие B, состоящее в том, что сумма очков, выпавших при первом и втором подбрасывании, нечетна.

1.2. В шахматном турнире участвуют 10 человек, которые разбиваются на пары по жребию. Какова вероятность того, что два самых сильных шахматиста попадут в одну пару?

2.1. На отрезок $[1,\ 3]$ наудачу брошена точка. С какой вероятностью она окажется ближе к точке π, чем к точке e?

2.2. На сборку поступают детали с двух автоматов. Первый автомат дает 80 %, а второй 20 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1 %, а второго — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 2 раза меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,3. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено четырьмя. Построить график функции распределения.

4.2. Закон Рэлея с плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} Axe^{-x^2/2} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

в ряде случаев описывает распределение срока службы электронной аппаратуры. Найти коэффициент A и функцию распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X+1)^{-1}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^2$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^3 + \ldots + X_n^3)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta} e^{-x^3/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки, имеет показательное распределение со средним значением 100 литров. Найти, какого количества воды достаточно с вероятностью 0,98 для удовлетворения потребностей жильцов 25 квартир.

8.2. Вероятность того, что жильцы квартиры закажут доставку пиццы, равна 0,001. Какова вероятность того, что из 200 квартир пиццу закажут более чем в одной?

Вариант 4

1.1. Пусть A, B, C — произвольные события. Найти выражение для события, состоящего в том, что из A, B и C произошло хотя бы два события.

1.2. Шесть книг на полке расставлены случайным образом. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом (в любом порядке).

2.1. Два лица A и B имеют одинаковую вероятность прийти к указанному месту в любой момент времени между 12 и 13 часами. Лицо A ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит; лицо B ждет другого в течение 20 минут. Найти вероятность того, что A и B встретятся.

2.2. Студент выучил к экзамену только 20 вопросов из 30. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из трех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все три вопроса, если известно, что он сдал экзамен?

3.1. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли равна вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 5 испытаниях будет k успехов.

4.1. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 4 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения числа попыток. Построить график функции распределения.

4.2. Случайная величина X — координата точки, брошенной наудачу на множество $[1, 2] \cup [3, 4]$. Найти плотность распределения и функцию распределения. Построить их на графике.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = X^2$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти четные моменты случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Участник лотереи бросает 12 шаров, каждый из которых может попасть в лузы с номерами от 1 до 6. Участник получает ценный приз, если сумма очков меньше 24. Оценить вероятность получения ценного приза.

8.2. В условиях предыдущей задачи оценить вероятность того, что при 120 бросаниях не менее 12 раз выпадет «1».

Вариант 5

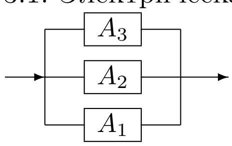
1.1. Рабочий изготовил три детали. Пусть событие A_i состоит в том, что i-ая изготовленная им деталь имеет дефект. Записать событие, заключающееся в том, что ровно одна деталь имеет дефект.

1.2. Один школьник, желая подшутить над своими товарищами, собрал в гардеробе все пальто, а потом развесил их в случайном порядке. Найти вероятность того, что каждое пальто снова попало на прежнее место, если в гардеробе шесть крючков и на них висело шесть пальто.

2.1. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется ближе к точке N, чем к точке A?

2.2. Прибор состоит из двух независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,8; при отказе обоих блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали оба блока, если известно, что прибор вышел из строя.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,2. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 9 раз больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. При игре с автоматом на барабане выпадают наудачу номера от 000 до 999. Если выпадают две одинаковых цифры, игрок получает 10 рублей, если три одинаковых — 100 рублей. В остальных случаях не получает ничего. Найти ряд распределения величины выигрыша. Построить график функции распределения.

4.2. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид $f(t) = Ae^{-2|t|}$ (распределение Лапласа). Найти коэффициент A. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение, большее 1.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = 20 - 2X$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти $2k$-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество десятикопеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. Найти, сколько должно быть десятикопеечных монет в кассе, чтобы с вероятностью 0,9 их хватило на 2500 выдач сдачи.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что более 450 раз выдали по 4 десятикопеечных монеты.

Вариант 6

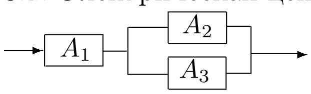
1.1. Из колоды карт в 52 листа наудачу вынимаются две карты (без возвращения). Описать пространство элементарных исходов, а также событие, состоящее в том, что среди этих карт окажется ровно один туз.

1.2. В бригаде 3 рабочих. Какова вероятность того, что по крайней мере двое из них родились в один и тот же день недели? Считать, что вероятности родиться в каждый из дней одинаковы.

2.1. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из трех получившихся частей не превосходит 3/4.

2.2. Телеграфное сообщение состоит из сигналов «точка» и «тире». Известно, что среди передаваемых сигналов «точка» и «тире» встречаются в отношении 3:2. Из-за помех искажается в среднем 25 % сигналов «точка» и 20 % сигналов «тире», причем «точка» искажается в «тире», а «тире» в «точку». Найти вероятность искажения сигнала. Определить вероятность того, что передавали «тире», если известно, что приняли «точку».

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_2 равна 0,01, остальных элементов A_k — по 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 1,5 раза меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 4 испытаниях будет k успехов.

4.1. Два игрока играют в шахматы на деньги. Известно, что в среднем из 4 партий одну выигрывает первый игрок, одна заканчивается вничью, и две выигрывает второй игрок. В случае проигрыша первый игрок платит второму 5 рублей, а в случае выигрыша получает от второго 10 рублей. Найти ряд распределения суммы выигрыша в одной партии (отрицательный выигрыш — это проигрыш, взятый со знаком «минус»). Построить график функции распределения.

4.2. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{2\pi}} e^{-(t-a)^2/2} & \text{при } t \in [a;\ \infty); \\ 0 & \text{при } t < a \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A. Построить график плотности распределения при $a = 1$.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = 2^{-X/10}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 2(a - X)$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти $(2k + 1)$-й момент случайной величины из задачи 4.2 при $a = 0$.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^3 + \ldots + X_n^3)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x}}{2\theta} e^{-x\sqrt{x}/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Суммарное время работы машины складывается из 10 000 интервалов времени, каждый из которых измеряется со стандартным отклонением в 1 минуту. Найти вероятность того, что фактическое время работы отличается от измеренного больше, чем на 1 час.

8.2. При включении лампы она перегорает с вероятностью 0,001. Найти вероятность того, что 5 ламп хватит на 2000 включений.

Вариант 7

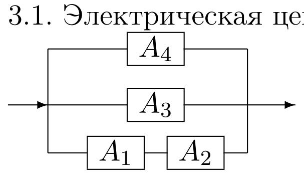
1.1. Две игральные кости бросаются 1 раз. Описать пространство элементарных исходов. Пусть событие A означает, что на первой кости выпало четное число, а на второй больше очков, чем на первой, а событие B — на второй выпало 4 очка. Описать события AB и $A\overline{B}$.

1.2. Бросают 5 монет. Какова вероятность того, что на них выпадут и орлы и решки?

2.1. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина максимальной части из трех получившихся частей не превосходит 4/5.

2.2. Одинаковые детали поступают на сборку с трех заводов. Первый завод дает 10 %, второй 40 %, третий 50 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого завода составляет 2 %, второго — 3 %, третьего — 4 %. Найти вероятность поступления на сборку бракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на первом заводе.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,2. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 7 раз больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. Для трех саженцев вероятности успешно вынести пересадку равны 0,5, 0,6 и 0,8. Найти ряд распределения числа вынесших пересадку саженцев. Построить график функции распределения.

4.2. Распределение Парето приближенно описывает распределение доходов физических лиц. Плотность распределения равна

$$f(t) = \begin{cases} \frac{A}{t^{\alpha+1}} & \text{при } t \geq \theta; \\ 0 & \text{при } t < \theta. \end{cases}$$

Здесь $\alpha > 1$, $\theta > 0$ — параметры распределения, A — нормирующая константа. Найти константу A и функцию распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти, при каких значениях параметра α существуют математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2. Вычислить их. Вычислить значение параметра α, при котором математическое ожидание превосходит значение параметра θ в 10 раз.

7.1. Найти, при каких значениях параметра α существует k-й момент случайной величины из задачи 4.2, и вычислить его.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} x^{-(\theta+1)/\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Время ожидания троллейбуса за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 15 минут. Оценить вероятность того, что суммарное время ожидания за 10 поездок окажется меньше 1,5 часов.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что время ожидания хотя бы раз окажется меньше 30 секунд.

Вариант 8

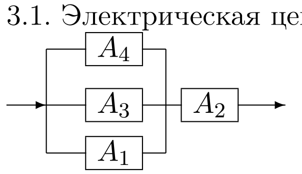
1.1. Брошены три монеты. Описать события $A = \{$выпало не больше двух гербов и по крайней мере одна решка$\}$ и $B = \{$выпало не менее одного герба и хотя бы одна решка$\}$. Описать также события AB, $A\overline{B}$.

1.2. В шахматном турнире участвуют 16 человек, которые разбиваются на пары по жребию и играют по олимпийской системе (проигравший выбывает из игры, ничьих нет). Какова вероятность того, что второй по силе шахматист не попадет в финал?

2.1. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин первых двух частей не превосходит длины последней части.

2.2. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 50 %, а второй 30 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 1 %, второго — 2 %, а третьего — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли равна вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 6 испытаниях будет k успехов.

4.1. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,2. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено пятью. Построить график функции распределения.

4.2. Закон Эрланга с плотностью распределения

$$f(t) = \begin{cases} At^2 e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

описывает распределение времени прибытия двух вызовов в пуассоновском потоке. Найти коэффициент A. Построить график плотности распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^3$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^2 + \ldots + X_n^2)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 1)x^{-\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \leq 1. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки, имеет показательное распределение со средним значением 200 литров. Найти, с какой вероятностью для удовлетворения потребностей жильцов 50 квартир будет достаточно 12 000 литров воды.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что хотя бы в одной квартире потребление воды превысит 1000 литров.

Вариант 9

1.1. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. Описать событие, означающее, что расстояние от A до каждой стороны прямоугольника не превосходит $1/2$.

1.2. На полке в случайном порядке расставлены 8 книг, в том числе двухтомник Мандельштама. Найти вероятность того, что один из томов Мандельштама окажется у правого края полки, а другой — у левого.

2.1. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что сумма длин последних двух частей не превосходит длины первой части.

2.2. Студент выучил к экзамену только 30 вопросов из 40. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два из четырех разных вопросов. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан? Какова вероятность того, что студент ответил на все четыре вопроса, если известно, что он сдал экзамен?

3.1. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано более трех выстрелов.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 3 раза меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 4 испытаниях будет k успехов.

4.1. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 6 возможных. После трех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.

4.2. Время достижения стандартным броуновским движением уровня a имеет плотность распределения

$$f(t) = \begin{cases} At^{-3/2}e^{-a^2/(2t)} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Найти нормирующую константу A.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^3$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Доказать, что математическое ожидание времени достижения не существует в задаче 4.2. (Сделать замену $a/\sqrt{t} = y$).

7.1. Найти $\mathbf{E}X^{-1/2}$ для случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2}e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Участник лотереи бросает 5 шаров, каждый из которых может попасть в лузы с номерами от 1 до 6. Участник получает ценный приз, если сумма очков больше 23. Оценить вероятность получения ценного приза.

8.2. В условиях предыдущей задачи оценить вероятность того, что при 60 бросаниях не менее 2 раз шар попадет в лузу с номером «3».

Вариант 10

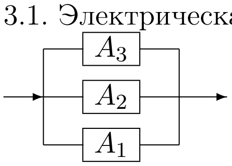
1.1. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 4 и 2. Описать событие, означающее, что расстояние от A до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 1.

1.2. Из колоды карт в 36 листов вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажутся хотя бы две красные карты.

2.1. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется по крайней мере втрое ближе к точке N, чем к точке A?

2.2. Прибор состоит из трех независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,01, 0,05 и 0,08. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,5; при отказе двух блоков — 0,8, при отказе всех трех блоков — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказали все три блока, если известно, что прибор вышел из строя.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,04. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 1,5 раза больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 4 испытаниях будет k успехов.

4.1. Игрок сначала бросает в автомат 10 рублей, затем либо ничего не получает, либо получает 100 рублей (с вероятностью 0,01), либо 20 рублей (с вероятностью 0,03). В случае проигрыша величина выигрыша считается отрицательным числом, равным величине проигрыша, взятой со знаком «минус». Найти ряд распределения величины выигрыша. Построить график функции распределения.

4.2. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{A}{1 + \left(\dfrac{t}{\theta}\right)^2} & \text{при } |t| \le \theta; \\ 0 & \text{при } |t| > \theta \end{cases}$$

(усеченное распределение Коши). Найти коэффициент A. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение, большее $\theta/\sqrt{3}$.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 20)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^3$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти 4-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2\theta^3} e^{-x/\theta} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество десятикопеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. Найти, с какой вероятностью на 100 выдач сдачи будет достаточно 220 десятикопеечных монет .

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что не менее 4 раз будет выдано по 3 десятикопеечных монеты.

Вариант 11

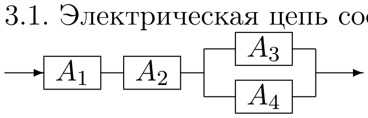
1.1. Прибор состоит из двух блоков первого типа и трех блоков второго типа. События: $A_k,\ k = 1, 2,$ — исправен k-й блок первого типа, $B_j,\ j = 1, 2, 3,$ — исправен j-й блок второго типа. Прибор исправен, если исправны хотя бы один блок первого типа и не менее двух блоков второго типа. Выразить событие C, означающее исправность прибора, через A_k и B_j.

1.2. Бросают 4 игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на двух из них выпадет одинаковое число очков?

2.1. Стержень единичной длины AB разломан в двух наудачу выбранных точках X и Y. С какой вероятностью расстояние между этими точками не превзойдет длины отрезка BY?

2.2. Одинаковые детали поступают на сборку с трех автоматов. Первый автомат дает 25 %, второй 30 %, третий 45 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого автомата составляет 2,5 %, второго — 2 %, третьего — 3 %. Найти вероятность поступления на сборку небракованной детали. Найти вероятность того, что оказавшаяся небракованной деталь изготовлена на первом автомате.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя каждого элемента A_k равна 0,02. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 9 раз меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. По мишени одновременно стреляют три стрелка, вероятности попаданий которых равны соответственно 0,4, 0,7 и 0,9. Найти ряд распределения числа попаданий в мишень. Построить график функции распределения.

4.2. Максимальный нуль стандартного броуновского движения на $[0;\ 1]$ имеет координату X с функцией распределения

$$F(t) = \begin{cases} A \arcsin \sqrt{t} & \text{при } t \in [0;\ 1]; \\ 1 & \text{при } t > 1. \end{cases}$$

Найти константу A. Построить графики функции распределения и плотности распределения случайной величины X.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти $\mathbf{E}\sqrt{X}$ для случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти момент порядка 3/2 случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} (\theta - 1)x^{-\theta} & \text{при } x > 1; \\ 0 & \text{при } x \le 1. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Время ожидания поезда метро за одну поездку имеет равномерное распределение на отрезке от 0 до 5 минут. Оценить число поездок, в течение которых суммарное время ожидания окажется меньше 1 часа с вероятностью 0,96.

8.2. Найти вероятность того, что не менее 2 раз из 40 поездок время ожидания оказалось больше 4,5 минут.

Вариант 12

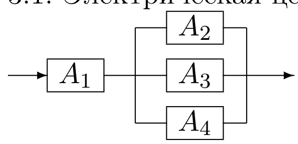
1.1. Брошены четыре монеты. Пусть событие A состоит в том, что по крайней мере на двух монетах выпал герб, а событие B — в том, что хотя бы на двух монетах выпала решка. Описать события AB, $\overline{A}B$, $\overline{AB}$.

1.2. В шахматном матче участвуют 4 пары шахматистов. Вероятность ничьей в каждой партии равна 1/4. Найти вероятность того, что в матче будет хотя бы одна ничья.

2.1. На отрезке единичной длины наудачу поставлены две точки, в результате чего этот отрезок оказывается разделенным на три части. Определить вероятность того, что длина каждой из первых двух частей не превосходит 3/5, длина же последней части больше 1/2.

2.2. На сборку поступают детали с четырех автоматов. Первый и второй автоматы дают по 40 %, а третий и четвертый по 10 % всех деталей, необходимых для сборки. Брак в продукции первого и второго автомата составляет 1 %, а третьего и четвертого — 4 %. Деталь, изготовленная автоматом, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она изготовлена на первом автомате?

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_k равна 0,1. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь не будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 7 раз меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. Вероятность отказа сервера при каждом из независимых подключений с помощью модема равна 0,2. Попытки подключения производятся до установления связи. Найти ряд распределения числа произведенных попыток подключения, если число попыток ограничено тремя. Построить график функции распределения.

4.2. Закон Эрланга с плотностью распределения

$$f(t) = \begin{cases} At^2 e^{-\alpha t} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}$$

описывает время ожидания прихода трех вызовов в пуассоновском потоке. Найти коэффициент A и функцию распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = X^2$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^2 + \ldots + X_n^2)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2} e^{-x^2/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество воды, расходуемое жителями одной квартиры в сутки, имеет показательное распределение со средним значением 100 литров. Найти, какого количества воды достаточно для 100 квартир с вероятностью 0,98.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что ни в одной квартире потребление воды не будет меньше 5 литров.

Вариант 13

1.1. На отрезке $[0,\ 1]$ наудачу ставятся две точки. Построить подходящее пространство элементарных исходов Ω и описать событие A, означающее, что вторая точка ближе к правому концу отрезка $[0,\ 1]$, чем к левому, и событие B, означающее, что расстояние между двумя точками меньше половины длины отрезка, а также событие AB.

1.2. Трое женщин и трое мужчин садятся случайным образом за круглый стол. Найти вероятность того, что мужчины и женщины за столом будут чередоваться.

2.1. Случайная точка A наудачу выбирается в прямоугольнике со сторонами 1 и 2. найти вероятность того, что расстояние от А до ближайшей стороны прямоугольника не превосходит 1/3.

2.2. Студент выучил к зачету только 10 вопросов из 30. Для получения зачета достаточно ответить на два из четырех разных вопросов. Какова вероятность того, что зачет будет получен? Какова вероятность того, что студент ответил не менее чем на три вопроса, если известно, что он получил зачет?

3.1. Вероятность установления соединения с сервером при каждой попытке равна 0,9. Найти вероятность того, что соединение будет установлено не раньше четвертой попытки.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 2 раза больше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. Пользователь компьютера забыл пароль и перебирает наудачу 5 возможных. После четырех неудачных попыток компьютер блокируется. Найти ряд распределения, математическое ожидание и дисперсию числа попыток. Построить график функции распределения.

4.2. Случайная величина X имеет стандартное логарифмически нормальное распределение, если $X = e^Y$, где Y имеет стандартное нормальное распределение. Найти плотность распределения случайной величины X. Найти вероятность того, что $X > 1$.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1^3 + \ldots + X_n^3)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^2} e^{-x^3/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Взвешивают груз, находящийся в 200 мешках. Погрешность измерений веса каждого из них распределена по нормальному закону с нулевым средним и стандартным отклонением 100 грамм. Найти вероятность того, что суммарная погрешность по абсолютной величине меньше 1 кг.

8.2. В условиях предыдущей задачи каждый из мешков поврежден с вероятностью 0,03. Найти вероятность того, что повреждено более 3 мешков.

Вариант 14

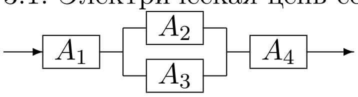
1.1. Из множества супружеских пар выбирается одна пара. Событие $A = \{$Мужу больше 25 лет$\}$, событие $B = \{$Муж старше жены$\}$, событие $C = \{$Жене больше 25 лет$\}$.
Выяснить смысл событий: ABC, $A \backslash AB$, $A\overline{B}C$.

1.2. Собрались вместе три незнакомых человека. Найти вероятность, что хотя бы у двух из них совпадают дни рождения. Предполагается, что вероятность родиться в любой из 365 дней одна и та же.

2.1. На отрезке AB наудачу выбираются две точки M и N. Какова вероятность того, что точка M окажется по крайней мере вдвое ближе к точке A, чем к точке N?

2.2. Прибор состоит из четырех независимо работающих блоков, вероятности отказа которых за смену равны соответственно 0,01, 0,02, 0,03 и 0,04. Вероятность выхода из строя прибора при отказе одного из блоков равна 0,8; при отказе более чем одного блока — 1. Определить вероятность выхода прибора из строя за смену. Найти вероятность того, что отказал один блок, если известно, что прибор вышел из строя.

3.1. Электрическая цепь состоит из элементов A_k, соединенных по следующей схеме:



Вероятность выхода из строя элемента A_1 равна 0,1, остальных элементов A_k — по 0,4. Предполагается, что элементы выходят из строя независимо друг от друга. Найти вероятность того, что цепь будет пропускать ток.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 2 раза меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 4 испытаниях будет k успехов.

4.1. При игре с автоматом в случае выигрыша игрок получает 10 рублей. Для участия в игре игрок бросает в автомат 5 рублей. Вероятность выигрыша равна 0,2. Найти ряд распределения величины выигрыша. Построить график функции распределения. (В случае проигрыша величина выигрыша считается отрицательным числом, равным величине проигрыша, взятой со знаком «минус».)

4.2. Плотность распределения вероятностей случайной величины X имеет вид $f(t) = Ae^{-|t-a|}$ (распределение Лапласа). Найти коэффициент A. Найти вероятность того, что случайная величина X примет значение, большее $2a$.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = 20-2X$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти 3-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta^2\sqrt{x}}e^{-\sqrt{x}/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Количество десятикопеечных монет, необходимое для выдачи каждой сдачи в кассе, принимает значения от 0 до 4 с равными вероятностями. В кассе в начале рабочего дня находится 2500 десятикопеечных монет. Найти, для какого количества покупателей получение сдачи гарантировано с вероятностью 0,8.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти, при каком количестве выдач сдачи будет с вероятностью 0,999 выдано хотя бы раз 4 десятикопеечных монеты.

Вариант 15

1.1. Брошены две игральные кости. Пусть событие A состоит в том, что выпавшая сумма очков нечетна, а событие B — в том, что хотя бы на одной из костей выпала тройка. Описать события $\overline{AB}$ и $A\overline{B}$.

1.2. Из полного набора костей домино наудачу берутся пять костей. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна с шестеркой.

2.1. На линейке наудачу поставлены 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними окажется больше половины длины линейки?

2.2. Первое орудие 2-орудийной батареи пристреляно так, что вероятность попадания для него равна 3/11. Для второго орудия она равна 1/5. Батарея дала залп по цели. Найти вероятность того, что цель поражена. Найти вероятность того, что первое орудие попало в цель, если известно, что цель была поражена. Для поражения цели достаточно одного попадания.

3.1. Два стрелка поочередно стреляют по одной и той же мишени. У каждого стрелка 2 патрона. При первом попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка 0,3, для второго — 0,4. Найти вероятность того, что оба стрелка израсходуют весь свой боезапас.

3.2. Вероятность успеха в схеме Бернулли в 4 раза меньше вероятности неудачи. Для каждого целого k найти вероятность того, что в 3 испытаниях будет k успехов.

4.1. Вероятность приема отдельного сигнала равна 0,8. Радиосигнал передается 4 раза. Найти ряд распределения числа принятых сигналов. Построить график функции распределения. Найти вероятность того, что принятых сигналов будет не меньше 2, но не больше 3.

4.2. Плотность распределения равна

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2\theta^3} e^{-t/\theta} & \text{при } t > 0; \\ 0 & \text{при } t \le 0. \end{cases}$$

Начертить графики плотности распределения и функции распределения.

5.1. Найти таблицу распределения случайной величины $Y = (X - 1/2)^{-2}$, где X — случайная величина из задачи 4.1.

5.2. Найти плотность распределения случайной величины $Z = 1/X$, где X — случайная величина из задачи 4.2.

6.1. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины из задачи 4.1.

6.2. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины X в задаче 4.2.

7.1. Найти k-й момент случайной величины из задачи 4.2.

7.2. Найти константу, к которой сходится с вероятностью единица последовательность $(X_1 + \ldots + X_n)/n$, если $X_1, \ldots, X_n$ независимы и имеют плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} e^{-x/\theta^2} & \text{при } x > 0; \\ 0 & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Найти, для каких значений параметра θ эта сходимость имеет место.

8.1. Продолжительность разговора по телефону имеет показательное распределение с параметром α =2 мин$^{-1}$. Найти границы, в которых с вероятностью 0,98 находится суммарная продолжительность 200 разговоров.

8.2. В условиях предыдущей задачи найти вероятность того, что длительность хотя бы одного разговора окажется меньше 5 секунд.