מבוא לחישוב 2-7015710 סמסטר א' – מועד א׳ 1.2.2023

הצעת פתרון

- מרצים: אלינה בננסון אופלינסקי, ארקדי גורודישקר, בעז בן משה
- משך המבחן: שעתיים וחצי (2.5 שעות).
- מחברת שורות. אין שימוש בחומר עזר.
- יש להחזיר את דף המבחן בסוף המבחן.
- במבחן ארבע שאלות, כולן חובה. לבחינה זו מצורפים 4 דפי דוגמאות קוד.
- בכל שאלה ניתן לכתוב פונקציות ואו מחלקות עזר כרצונכם.
- כל עוד לא נאמר אחרת ניתן בהחלט לפתור סעיף אחד בעזרת סעיף אחר.

שאלה 1:

נתון מערך של מספרים ממשיים (double), ניתן להניח שמערך תקין (לא null, ולא ריק).

1.1 (13 נקודות) כתבו פונקציה אשר מערבבת את המערך באופן אחיד, משמע שההסתברות של כל איבר במערך להיות בכל אינדקס במערך היא אחידה. **הדרכה**: בשאלה זו עליכם לכתוב את הפונקציה בעצמכם, ללא שימוש פונקציות ערבוב מובנות ב java. ניתן להניח שכל האיברים במערך שונים זה מזה.

public static void shuffle(double[] arr) //{…}

תשובה 1.1:

```
// As in https://github.com/benmoshe/Intro2CS/blob/main/src/week4/ShuffleAndSort.java
// take as input an array of doubles and rearrange them in a random order
  public static void shuffle (double[] arr) {
    int n = arr.length;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
      int r = i+ (int) (Math.random() * (n-i));   // between i and n-1
      exch(arr, i, r); // double t=arr[i];arr[i]=arr[j];arr[j]=t;
    }
  }
 public static void exch(double[] a, int i, int j) {double swap = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = swap; }
```

1.2 (12 נקודות) כתבו פונקציית בדיקה (JUnit) אשר בודקת שהפעלת פונקציית הערבוב על מערך של 100 איברים אכן מעורבב באופן אקראי (בהסתברות אחידה).

public void testSuffle() // {…}

הדרכה: אם נשווה בין המערך המקורי והמערך לאחר ערבוב ונמצא שבאותם אינדקסים במקרים רבים (נניח מעל 50%) יש אותו הערך, נגדיר שהפונקציה אינה מערבבת באופן אקראי.

תשובה 1.2:

```
@Test
void testShuffle() {
        int times = 50, size = 100;
        for(int i =0; i<times; i=i+1) {
                double[] arr = init(size);
                double[] cp = copy(arr);
                shuffle(cp);
                double same =  sameCount(arr,cp) / size;
                assertTrue(ratio<0.5); }}
```

```
        ////////////////////////////////////////////
        private static double[] init(int size) {
                double[] s = new double[size];
                for(int i=0;i<size;i=i+1) {s[i] = Math.random();}
                return s;
        }
        private static double[] copy(double[] arr) {
                int size = arr.length;
                double[] ans = new double[size];
                for(int i=0;i<size;i=i+1) {ans[i] = arr[i];}
                return ans;
        }
// for a better tester (not required in the exam) see:
// https://github.com/benmoshe/Intro2CS/blob/main/src/week4/ShuffleAndSortTest.java
```

שאלה 2:

נגדיר ששתי צורות (GeoShape) **חותכות** זו את זו אם הן אינן **זרות** ואינן **מכילות** אחת את השנייה. באופן יותר פורמאלי שתי צורות s1,s2 **נחתכות** אם ורק אם קיימת נקודה p שמוכלת בשתיהן, נקודה p1 שמוכלת **רק** ב s1 ונקודה p2 שמוכלת **רק** ב s2. הניחו שקיימת לכם פונקציה שבודקת אם שתי צורות חותכות אחת את השנייה:

public static boolean intersect(GeoShape s1, GeoShape s2);

<u>הערה חשובה</u>: בשאלה זו ניתן להניח "קלט תקין" – משמע הפרמטרים שמועברים לפונקציות שונים מ null.

2.1 (5 נקודות) כתבו פונקציה סטטית שמחזירה אמת אם ורק אם הצורה (s1) **מכילה** את הצורה שניה (s2):

public static boolean contains(GeoShape s1, GeoShape s2);

תשובה 2.1:

```
public static boolean contains(GeoShape s1, GeoShape s2){
        boolean inter = intersect(s1, s2);
        boolean cont = s1.contains(s2.innerPoint());
        return cont && !inter;
}
```

2.2 (5 נקודות) כתבו פונקציה סטטית שמחזירה אמת אם ורק אם הצורות (s1) ו (s2) **זרות** זו לזו:

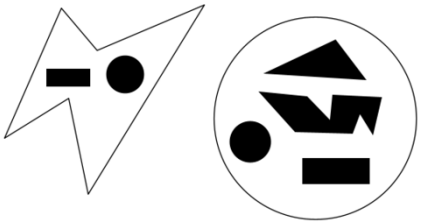
public static boolean disjoint(GeoShape s1, GeoShape s2);

תשובה 2.2:

```
public static boolean disjoint(GeoShape s1, GeoShape s2){
        boolean inter = intersect(s1, s2);
        boolean cont = contains(s1, s2);
        return !cont && !inter;
}
```

<u>הניחו שקיימת</u> לכם מחלקה בשם ShapeWithHoles אשר **מממשת** את הממשק GeoShape ומייצגת צורה עם חורים. ראו דוגמא של שתי צורות עם חורים: פוליגון עם שני חורים ומעגל עם 4 חורים.

<u>הגדרה</u>: החורים הם צורות **זרות** ש**מוכלות** במלואן בצורה החיצונית.



2.3 (15 נקודות) השלימו את השיטה **addHole** אשר מקבלת צורה שמייצגת "חור" ומוסיפה אותה לאוסף החורים _holes אם ורק אם הצורה מייצגת "חור" לפי **ההגדרה** מעלה. אם הצורה הוספה יוחזר "אמת" אחרת "שקר".

```
public class ShapeWithHoles implements GeoShape{
      private GeoShape _outer;
      private ArrayList<GeoShape> _holes;
      public ShapeWithHoles(GeoShape out) {_outer = out.copy();}
      public boolean addHole(GeoShape hole) { // Add you code here!!! }
```

תשובה 2.3:

```
public boolean addHole(GeoShape hole) {
      boolean ans = false;
      if(hole!=null && contains(this, hole)) {
            boolean ok = true;
            for(int i=0;ok && i<_holes.size();i=i+1) {
                  ok = disjoint(hole, <_holes.get(i));
            }
            ans = ok;
      }
      return ans;
}
```

שאלה 3:

3.1 (12 נקודות) כתבו פונקציה סטטית שמקבלת עץ בינארי ומחזירה את העומק המינימאלי שבו קיים עלה בעץ (עבור עץ ריק תחזיר 1- ועבור עץ בעל שורש בלבד תחזיר 0).

```
public static int minLevelLeaf(BinaryTree bt) //{…}
```

תשובה 3.1

```
public static int minLevelLeaf(BinaryTree bt) {return minLevelLeaf(bt, 0); }
public static int minLevelLeaf(BinaryTree bt, int d) {
      int ans = -1;
      if(bt!=null && !bt.isEmpty()) {
            if(bt.size()==1) {ans = d;} // if isLeaf
            else {
                  int l = minLevelLeaf(bt.getLeft(), d+1);
                  int r = minLevelLeaf(bt.getRight(), d+1);
                  if(l!=-1) {ans = l;}
                  if(r!=-1} {
                        if(l!=-1) {ans = Math.min(l,r);}
                        else{ ans = r;}
                  }
            } // else
      } // if
      return ans;
}
```

3.2 (13 נקודות) כתבו פונקציה סטטית שמקבלת עץ בינארי ומחזירה מערך של כמות העלים שיש בכל רמה בעץ (עבור עץ ריק תחזיר null ועבור עץ בעל שורש בלבד תחזיר את המערך {1}).

```
public static int[] numberOfLeafsByLevel(BinaryTree bt) //{…}
```

תשובה 3.2

```
public static int[] numberOfLeafsByLevel(BinaryTree bt) {
	int[] ans = null;
	if(bt!=null && bt.size()>0) {
		ans = new int[bt.height()];
		 numberOfLeafsByLevel(bt, ans, 0);
	return ans;
}
private static void numberOfLeafsByLevel(BinaryTree bt, int[] ans, int d) {
	if(bt!=null && bt.size()>0) {
		if(bt.size() == 1) {ans[d]++;}
		else {
			numberOfLeafsByLevel(bt.getLeft(), ans, d+1);
			numberOfLeafsByLevel(bt.getRight(), ans, d+1);
		}
	}
}
//////////////////////////////////////
private static int height(BinaryTree bt) {
	int ans = -1;
	if(bt!=null && !bt.isEmpty()) {
		ans = 1 + Math.max(height(bt.getLeft()), height(bt.getRight()));
	}
	return ans;
}
```

שאלה 4:

בשאלה זו נתייחס למערכים דו מימדיים מלבניים מעל השלמים, בשביל הפשטות נניח שהערך 1 מוגדר כ"לבן" והערך 0 מוגדר כ"שחור", והערך 2 מגודר כ"אפור". עבור מערך דו מימדי שכולל צבעים של "שחור" ו"לבן" בלבד, נגדיר שקיים מסלול בין תא x1,y1 לתא x2,y2 במערך אם קיים מסלול רציף של תאים (בין ההתחלה לסוף) שאינו עובר באף תא שחור. אורך מסלול מוגדר להיות כמות התאים הרציפים (למעלה, למטה, ימינה ושמאלה). כאשר אם לא קיים מסלול כזה נגדיר את אורכו להיות (ערך מקסימלי - MAX).

"סטודנט" מימש אלגוריתם לחישוב אורך המסלול הקצר ביותר בין שתי נקודות (ראו מטה), "הסטודנט בדק את הקוד" על דוגמאות קטנות והקוד עבד היטב.

```
public static final int BLACK=0, WHITE=1, GRAY=2, MAX = 1000*1000*1000;
public static int shortestPath(int[][] mat, int x1, int y1, int x2, int y2) {
	if(!isValid(mat, x1,y1) | ! isValid(mat, x2,y2)) {return MAX}
	if(x1==x2 & y1==y2) {return 0;}

	// recursive calls
	int l = shortestPath(mat, x1-1, y1, x2, y2);
	int r = shortestPath(mat, x1+1, y1, x2, y2);
	int u = shortestPath(mat, x1, y1+1, x2, y2);
	int d = shortestPath(mat, x1, y1-1, x2, y2);
	int min = Math.min(Math.min(l, r), Math.min(u,d));
	if(min<MAX) {min=min+1;}
	return min;
}
```

```
public static boolean isValid(int[][] mat, int x, int y) {
	boolean  ans = x1>=0 && y1>=0 && x1<mat.length && y1<mat[0].length;
	if(ans) {ans = mat[x][y]==WHITE;}
	return ans;
}
```

4.1 (5 נקודות) הסבירו (בעברית) מדוע הקוד לא יעיל (3-5 שורות).

תשובה 4.1:

בקוד המצורף, כל משבצת לבנה למעשה קוראת ל 4 משבצות סמוכות (למעלה, ימינה, שמאלה, ולמטה). נשים לב שהמשבצות "אינן מסומנות" לפיכך יהיו קריאות "חזרה" למשבצות שנקראו כבר. לדוגמא, נניח שהתחלנו במשבצת "לבנה" שיש לה 4 שכנים לבנים, לאחר שתי איטרציות נקבל 4 קריאות רקורסיביות מהמשבצת המקורית. משמע כמות הקריאות הרקורסיביות תלויה אקספוננציאלית באורך המסלול הקצר ביותר.

4.2 (5 נקודות) הוסיפו שורת קוד (מעל השורה recursive calls //) שתייעל את הקוד.

תשובה 4.2: **נוסיף את השורה: mat[x1][y1] = GRAY;**

4.3 (5 נקודות) הסבירו כיצד השינוי מייעל את הקוד, וכיצד ניתן לבדוק השיפור בקוד (3-5 שורות):

תשובה 4.3:

ברגע שנסמן משבצת "לבנה" בצבע "אפור", המשבצת הזו לא תהיה "חוקית" ולפיכך לא תיקרא בפעם הבאה, אלא רק פעם אחת במהלך החישוב. בצורה הזו כמות הקריאות הרקורסיביות תהיה מוגבלת בגודל המטריצה (לכל היותר).

4.4 (10 נקודות) ממשו שיטה שמקבלת שתי נקודות (p1, p2 התחלה וסוף) ונקודה נוספת (q) ומחזירה אמת אם ורק אם קיים מסלול קצר ביותר (מינימלי) בין p1 ל p2 שעובר דרך q. אפשר להניח שקיים מסלול בין p1 ל p2.

```
public static boolean isOnTheShortestPath(int[][] mat, int x1, int y1, int x2, int y2, int xq, int yq)
```

תשובה 4.4:

```
public static boolean isOnTheShortestPath(int[][] mat, int x1, int y1, int x2, int y2, int xq, int yq){
	int dist12 = shortestPath(mat, x1, y1, x2, y2);
	if(dist12==MAX) {return false;}  // not required!
	int dist1q = shortestPath(mat, x1, y1, xq, yq);
	int dist2q = shortestPath(mat, x2, y2, xq, yq);
	return dist12 = dist1q + dist2q;
}
```

בהצלחה!!!

חומר עזר שמצורף לבחינה

- אם לא נאמר אחרת, ניתן לעשות שימוש בחומר העזר בפתרון השאלות.
- דוגמאות הקוד: String, Sort, Junit, Point2D, GeoShape, MyListInterface, BinaryTree

```
// String: char charAt(int i), String substring(int start, int end), String[] split(String d)
// Math.random(); // returns a random double in [0,1)
/** This is a simple interface for Binary Trees as published in: */
public interface BinaryTree<T> {
	/** @return the left (sub) tree - might be null. */
	public BinaryTree<T> getLeft();
	/** @return the right (sub) tree - might be null. */
	public BinaryTree<T> getRight();
	public T getRoot(); // The root data (type T).
	public boolean isEmpty();
	/** @return the number of nodes in this tree. */
	public int size();
/** Adds the data "a" to this tree, in a regular BT can be implemented using a random (left/right).
In Binary Search Tree-is done using the InOrder (natural) Order. */
	public void add(T a);
	/** @return the i'th node using inorder “indexind”*/
	public T get(int i);
/** search the binary tree for the first node that equals to t. If none returns null */
	public T find(T t);
	/** returns an in_order iterator */
	public Iterator<T> iterator();
/** removes the first node that equals to t. If exists - returns it, else returns null */
	public T remove(T element);
}
/** Basic String Comparator – as defined in java.util*/
class StringComparator implements Comparator<String> {
	public StringComparator(){;}
	public int compare(String obj1, String obj2) {
		if (obj1 == obj2) {return 0;}
		if (obj1 == null) {return -1;}
		if (obj2 == null) {return 1;}
		return obj1.compareTo(obj2);
	}
}
/** This interface represents a set of operations on list of T’s. */
public interface MyListInterface<T> {
	/** Adds a String to the i"th link of the List. */
	public void addAt(T a, int i);
	/** Removes the i"th element (link) of this List. */
	public void removeElementAt(int i);
	/**Tests if ‘data’ is a member of this List. */
	public boolean contains(T data);
	/** Returns the i"th element in this List. */
	public T get(int i);
	/** Returns the number of Links in this List. */
	public int size();
}
```

```
/** This class represents a simple 2D Point in the plane */
public class Point2D {
   public static final double EPS = 0.001;
   public static final Point2D ORIGIN = new Point2D(0,0);
   private double _x, _y;
   public Point2D(double a,double b) {_x=a; _y=b;  }  // Standard Constructor.
   public Point2D(Point2D p) { this(p.x(), p.y()); }.       // Copy Constructor
   /** String Constructor: following this String structure:  "-1.2,5.3" --> (-1.2,5.3) ; */
   public Point2D(String s) {
         String[] a = s.split(",");
         _x = Double.parseDouble(a[0]);
         _y = Double.parseDouble(a[1]);  }
   public double x() {return _x;}
   public double y() {return _y;}
   public Point2D add(Point2D p) {
         return new Point2D(p.x()+x(),p.y()+this.y());  }
   /** Translates this point by a vector like representation of p. */
   public void move(Point2D p) {_x += p.x(); _y += p.y();}
   public String toString() {return _x+","+_y; }
   public double distance() {return this.distance(ORIGIN); }
   /** distance(this,p2) = Math.sqrt(dx^2 + dy^2) */
   public double distance(Point2D p2) {
         double dx = this.x() - p2.x(), dy = this.y() - p2.y();
         return Math.sqrt(dx*dx+dy*dy);   }
   /**return true iff: this point equals to p.  */
   public boolean equals(Object p)  {
      if(p==null || !(p instanceof Point2D)) {return false;}
      Point2D p2 = (Point2D)p;
      return (_x==p2._x) && (_y==p2.y());  }
   public boolean equals(Point2D p) {
      if(p==null) {return false;}
      return ((_x==p._x) && (_y==p._y));  }
   public boolean close2equals(Point2D p2, double eps) {
      return ( this.distance(p2) < eps ); }
}

public interface GeoShape {
         /** Computes if the point (ot) falls inside this (closed) shape. */
         public boolean contains(Point2D ot);
         /** Computes the area of this shape */
         public double area();
         /** Computes the perimeter of this shape. */
         public double perimeter();
         /** Move this shape by the vector 0,0-->vec
          * Note: this method changes the inner state of the object. */
         public void move(Point2D vec);
         public GeoShape copy(); /** computes a new (deep) copy of this GeoShape. */
         public String toString();   /** This method returns an String representing this shape. */
         /** This method returns an inner point – within this GeoShape. */
         public Point2D innerPoint();
```

```
}
//////////// MERGE SORT ////////////////
public static void mergeSort(int[] a) {
	int len = a.length;
	double[] tmp = new double[len];
	for(int i=0;i<len;i=i+1) {tmp[i]=a[i];}
	mergeSort(tmp);
	for(int i=0;i<len;i=i+1) {a[i] = (int)tmp[i];}
}
public static void mergeSort(double[] a) {
	int size = a.length;
	if(size>=2) {
		int mid = size/2;
		double[] left = getSubArray(a,0,mid);
		double[] right = getSubArray(a,mid,size);
		mergeSort(left); // recursive call
		mergeSort(right); // recursive call
		double[] merge = mergeArrays(left,right);
		for(int i=0;i<merge.length;i=i+1) {a[i] = merge[i];}
	}
}
public static double[] getSubArray(double[] a, int min, int max) {
	double[] ans = new double[max-min];
	or(int i=min;i<max;i=i+1) {ans[i-min] = a[i];}
	return ans;
}
/** This function merges two sorted arrays into a single sorted array. */
public  static  double[]  mergeArrays(double arr1[],  double arr2[]) {
	double[]  res = new double[arr1.length + arr2.length];
	int i=0, j=0;
	while ( i < arr1.length && j < arr2.length )	{
		if (arr1[i] <= arr2[j]) { res[i+j] = arr1[i]; i=i+1;}
		else {res[i+j] = arr2[j]; j=j+1;}
	}
	while ( i < arr1.length) {res[i+j] = arr1[i++];}
	while ( j < arr2.length) {res[i+j] = arr2[j++];}
	return res;
}
public static int[] randomIntArray(int size, int range){
	int[]arr = new int[size];
	++range;
	for(int i=0; i<size; i=i+1) {arr[i] = (int)(Math.random()*range);}
	return arr;
}
public static boolean isSortedAscending(int[] arr){
	for (int i = 1; i < arr.length; i++) {
		if (arr[i-1] > arr[i]) {return false; }
	}
	return true;
}
```

```
class SortTest {
	public static final int K = 1000, M = K*K;
	public static int[] arrK = null, arrM = null;
	@BeforeEach
	void setUp() {
		arrK = randomIntArray(K, K);
		arrM = randomIntArray(M, M);
	}
	@Test
	void testMergeSort() {
		int[] a1 = {3,1,2,1,42};
		mergeSort(a1);
		boolean isSorted =isSortedAscending(a1);
		assertTrue(isSorted);
	}
	@Test
	void testInsertionSort() {
		int[] arr = {5,1,2,0,9};
		insertionSort(arr);
		if(MyArrayLibrary.isSortedAscending(arr)!=true) {
			fail("arr should be sorted");
		}
	}
/////////////// Performance Testing /////////////
	@Test
	void testMergeSort1() {
		long start = System.currentTimeMillis();
		mergeSort(arrM);
		long end = System.currentTimeMillis();
		double dt_sec = (end-start)/1000.0;
		boolean isSorted = isSortedAscending(arrM);
		System.out.println("Recursive Merge sort time = "+dt_sec+" secs,  is sorted? "+
isSorted);
		assertTrue(isSorted);
		assertTrue(dt_sec<1.0);
	}
	@Test
	@Timeout(value = 1000, unit = TimeUnit.MILLISECONDS)
	void testMergeSort2() {
		mergeSort(arrDoubleM);
		boolean isSorted = isSortedAscending(arrDoubleM);
		assertTrue(isSorted);
	}
```