# תרגיל בית 1 - מבוא לבינה מלאכותית 236501

בני נזימוב 314862129
ליעד ארם 315695783

**.1**

$$\underbrace{k!}_{(1)} \cdot \underbrace{(m+1)^k}_{(2)} \cdot \underbrace{m}_{(3)}$$

$\mathbf{(1)}$ : מתן סדר לדירות.
$\mathbf{(2)}$ : מספר האופציות לביקור\חוסר ביקור במעבדות בין כל שתי דירות ולפני הדירה הראשונה.
$\mathbf{(3)}$ : מספר האופציות לסיים במעבדה.

**.2** הביטוי :

$$\underbrace{k!}_{\mathbf{(1)}} \cdot \underbrace{\sum_{i_1=0}^{m} P_m^{i_1}}_{\mathbf{(2)}} \left( \cdot \underbrace{\sum_{i_2=0}^{m-i_1} (i_1+1) \cdot P_m^{i_2}}_{\mathbf{(3)}} \underbrace{\left( \cdot \sum_{i_3=0}^{m-i_1-i_2} (i_1+i_2+1) \cdot P_m^{i_2} \left( ... \sum_{i_k=0}^{m-i_1-i_2-...-i_{k-1}} (i_1+i_2+...+i_{k-1}+1) \cdot P_m^{i_k} \right) ... \right)}_{\mathbf{(4)}} \right) \cdot \underbrace{m}_{\mathbf{(5)}} =$$

$$\overset{(*)}{=} k! \cdot m \cdot \sum_{i_1+i_2+...+i_k \le m} \left( \prod_{j=1}^{k} P_m^{i_j} \cdot (i_1+1) \cdot (i_1+i_2+1) \cdot ... \cdot (i_1+...+i_{k-1}+1) \right) =$$

$$\overset{(*)}{=} \boldsymbol{k! \cdot m \cdot \sum_{\sum_{s=1}^{k} i_s \le m} \left( \prod_{j=1}^{k} P_m^{i_j} \cdot \prod_{l=1}^{k-1} \left( \left( \sum_{t=1}^{l} i_t \right) + 1 \right) \right)}$$

**(1)** מתן סדר לדירות.

**(2)** קביעת המעבדות לביקור לפני הביקור בדירה הראשונה וסידורן.

**(3)** קביעת המעבדות לביקור מבין המעבדות שעוד לא ביקרנו בהן אחרי הביקור בדירה הראשונה ולפני הביקור בדירה השניה וסידורן, והחלטה האם לבקר במעבדה שכבר ביקרנו בה בתור המעבדה הראשונה בסדר הביקור, או לא.

**(4)** המשך באינדוקציה עד הדירה ה-$k$.

**(5)** קביעת המעבדה האחרונה לביקור.

**(*)** כינוס איברים וצמצום הביטוי.

**הסבר:**

לפני הביקור בדירה הראשונה, נוכל לבקר ב-$m$ מעבדות (או לא לבקר במעבדה) עם חשיבות לסדר הביקור (ביטוי 2). לאחר הביקור בדירה הראשונה ולפני הדירה השניה, ניתן לבקר באחת מ-$i_1$ המעבדות שכבר ביקרנו בהן (או לא לבקר), ולאחר מכן לבקר ב-$m - i_1$ מעבדות (או לא לבקר במעבדה) עם חשיבות לסדר הביקור (ביטוי 3). נמשיך באינדוקציה עד הדירה ה-$k$, נכפיל בביטוי 1 ובביטוי 5, ונקבל את הביטוי המלא.

**.3**

| K | M | #possiblePaths | Estimated calculation time |
|---|---|---|---|
| 7 | 2 | $22.04 \times 10^6$ | $18.47[s]$ |
| 7 | 3 | $24.77 \times 10^7$ | $3.8[mins]$ |
| 8 | 3 | $79.27 \times 10^8$ | $2.3[hours]$ |
| 8 | 4 | $63 \times 10^9$ | $19.6[hours]$ |
| 9 | 3 | $28.54 \times 10^{10}$ | $3.7[days]$ |
| 10 | 3 | $11.42 \times 10^{12}$ | $5.3[months]$ |
| 11 | 3 | $50.27 \times 10^{13}$ | $20.8[years]$ |
| 12 | 3 | $24.11 \times 10^{15}$ | $1.1[thousand\ years]$ |
| 12 | 4 | $46.78 \times 10^{16}$ | $22.1[thousand\ years]$ |
| 13 | 4 | $30.41 \times 10^{18}$ | $1.5[million\ years]$ |

**.4**

$\underline{max}$ : $\boldsymbol{k+m}$. לא ביקרנו באף מעבדה ובאף דירה, מספר המטושים באמבולנס גדול מספיק כדי לבקר בכל הדירות וקטן ממספר המטושים המקסימלי.

$\underline{min}$ : **0**. ביקרנו בכל הדירות ובכל המעבדות, וכעת אנו נמצאים במעבדה האחרונה שלה העברנו את כל המטושים שנשארו באמבולנס.

**.5**

נראה כי לא ייתכנו מעגלים במרחב המצבים. תחילה נשים לב לאבחנה: מצב עבורו ה-$curLoc$ מתאר דירה לא יכול להיות חלק ממעגל, כי לפי תנאי התרגיל לא ניתן לבקר באותה דירה פעמיים. נניח בשלילה כי קיים מעגל בגרף. לפי האבחנה הוא מכיל מצבים שמתארים מעבדות בלבד. על פי הגדרת האופרטור $o_{l_i}(s)$ נקבל כי לכל המצבים מתקיים $s.Taken = \emptyset$. לכן הפעלת האופרטור התאפשרה בגלל שהתנאי השני התקיים שהוא $l_i \notin s.VisitedLabs$. נסמן את המעגל: $P = s_1 \to s_2 \to \ldots \to s_n \to s_1$. ונבחן את הצומת $s_n$, הפעלת האופרטור על $s_n$ התאפשרה מפני ש-$s_1 \notin s_n.VisitedLabs$, אך זאת **סתירה** מכיוון שהתחלנו את המסלול בביקור במעבדה $s_1$. לכן לא ייתכנו מעגלים בגרף.

**.6**

מרחב המצבים כפי שהוגדר הוא אינסופי, כיוון שאחד האיברים בחמישיה שמגדירה מצב הוא מספר מטושים באמבולנס $(Matoshim)$, ומספר זה מוגדר להיות מספר טבעי כלשהו. בפועל, לא כל המצבים ישיגים, למשל מצבים בהם הערך $Matoshim$ גדול מסכום כל המטושים בכל המעבדות + מספר המטושים ההתחלתי, אינם ישיגים. זאת מכיוון שלקחנו את כל המטושים הזמינים במעבדות ואין לנו מאיפה לקבל עוד מטושים.

**.7**

כן. כאשר s.VisitedLabs=Labs (לקחנו את כל המטושים הזמינים מהמעבדות) אך $s.Matoshim < d_i.roomates$ לכל דירה $d_i$ שעוד לא ביקרנו בה.

**.8**

אורך המסלול המינימלי הוא $k+1$ קשתות, יתקבל כאשר $initialNrMatoshimAmb \geq \sum_{i=1}^{k} d_i.roomates$,
וגם $ambulanceTestCapacity \geq \sum_{i \in [k]} d_i.roomates$, לכן נעבור על כל הדירות ($k$ קשתות) ובסוף נסיים במעבדה כלשהי. סך הכל $k+1$ קשתות. אורך המסלול המקסימלי (שמסתיים במצב סופי) מתקבל כאשר נבקר תחילה בכל המעבדות וניקח את כל המטושים הזמינים ($m$ קשתות), ולאחר מכן נבקר במעבדה כלשהי פעם נוספת לאחר ביקור בכל דירה ($2k$ קשתות), כדי לשים את הבדיקות שאספנו מהדירה במעבדה. סך הכל נקבל מסלול באורך $2k+m$. סך הכל הטווח הוא בין $k+1$ ל-$2k+m$.

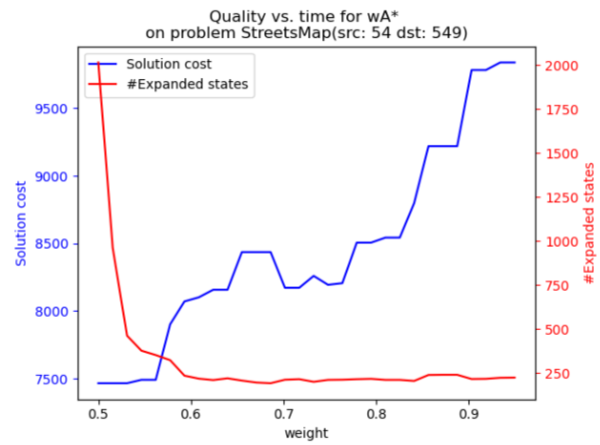
**.9**

$$Succ_{MDA}(s)=\{(l_i,\emptyset,s.Taken\cup s.Transferred,s.Matoshim+l_i.matoshim\cdot\mathbb{I}_{\{l_i\notin s.VisitedLabs\}},\{l_i\}\cup s.VisitedLabs)\mid i\in[m]\wedge CanVisit(s,l_i)\}$$
$$\cup\{(d_i,\{d_i\}\cup s.Taken,s.Transferred,s.Matoshim-d_i.roomates,s.VisitedLabs)\mid i\in[k]\wedge CanVisit(s,d_i)\}$$

**.14**

$$\#dev\_saved\_percentage = \frac{\#dev\_blind - \#dev\_heuristic}{\#dev\_blind} = \frac{17354 - 2015}{17354} \cdot 100\% = 88.3888\%$$

**.16**




הגרף האדום מתאר את מספר הפיתוחים, וככל שיש יותר פיתוחים זמן הריצה גבוה יותר. הגרף הכחול מתאר את איכות הפתרון. ניתן לראות כי ככל שנותנים לפונקציה היוריסטית משקל גבוה יותר כך זמן הריצה למציאת פתרון קטן, אך הפתרון פחות איכותי (יותר יקר). האזור הכדאי על פי הגרף הוא (בערך) $0.53 \le w \le 0.57$ מכיוון שבאזור יש ירידה חדה בזמן הריצה אך איכות הפתרון לא מתרחקת בהרבה מהפתרון האופטימלי.

נסתכל על $w_1 \approx 0.67$ ו-$w_2 \approx 0.7$. מתקיים כי $w_2 > w_1$ אך איכות הפתרון שמתקבלת עבור $w_1$ נמוכה יותר מאיכות הפתרון עבור $w_2$, כפי שנאמר בדגש. כמו כן, נסתכל על $w_3 \approx 0.8$ ו-$w_4 \approx 0.87$, מתקיים כי $w_4 > w_3$ אך מספר הפיתוחים שמתקבל עבור $w_3$ נמוך יותר ממספר הפיתוחים עבור $w_4$, כפי שנאמר בדגש.

**.19**

החסרון של הפתרון היה מתבטא בשימוש לא יעיל ב-$cache$. במימוש הנוכחי בבעיית המדא כאשר אנו פותרים את בעיית המפה כ"בעיית ביניים" אנו מאחסנים ב-$cache$ רק את המיקומים של שני הצמתים ושומרים את הפתרון לשימוש עתידי. אם היינו במרחב המוצע, כל נקודה על המפה הייתה מיוצגת כמצב (חמישייה) והיינו צריכים התאמה מדויקת של המצב כדי להשתמש ב-$cache$, מה שלרוב לא היה קורה, וכך זמן הריצה היה גדל משמעותית.

**.20**

**.i**

```
@dataclass(frozen=True)
```

.ii

השורה הזאת אינה מספיקה, שכן אם אחד מהשדות הוא מבנה נתונים (למשל $set$ או $list$) אז נוכל לשנות את הערכים בתוך המבנה. כדי למנוע זאת השדות שהם מבני נתונים הוגדרו כ-$frozenset$, שזהו $immutable\ set$, כלומר $set$ שלא ניתן לשנות את איבריו.

```
current_site: Union[Junction, Laboratory, ApartmentWithSymptomsReport]
tests_on_ambulance: FrozenSet[ApartmentWithSymptomsReport]
tests_transferred_to_lab: FrozenSet[ApartmentWithSymptomsReport]
nr_matoshim_on_ambulance: int
visited_labs: FrozenSet[Laboratory]
```

.iii

כן, צומת יכול לעבור מ-$close$ ל-$open$ אם מצאנו מסלול יותר זול אליו מהמסלולים שמצאנו עד כה.

```
else:                                   ; State not in OPEN - maybe in CLOSED
    old_node ← find-state(s,CLOSED)
```

.iv

דוגמא למימוש שגוי: State_to_expand.tests_on_ambulance = State_to_expand.tests_on_ambulance | {d}. כלומר הוספת הדירה d לרשימת הבדיקות שעל האמבולנס ל-MDAState הנוכחי, במקום יצירת MDAState חדש. מימוש זה בעייתי מכיוון שעלול לפגוע בנכונות האלגוריתם. נראה זאת: כפי שציינו בסעיף לעיל אנו עלולים להיתקל במצב שכבר פיתחנו בעבר ונמצא כרגע ב-$close$, לכן אם נחזור למצב state_to_expand (שעבר ל-$close$ לאחר הפיתוח) האלגוריתם "יחשוב" שכבר ביקר בדירה d (מה שלא נכון) ונכונות האלגוריתם תיפגע. הסיבה לכך היא כי בפייתון אנו מחזיקים מצביע לאובייקט ולכן כשאנו מריצים את השורה שציינו לעיל אנו משנים את האובייקט עצמו ולא יוצרים לו העתק כמו שהיינו רוצים.

**.23**

נוכיח כי לכל צומת $n$ מתקיים $0 \leq h(n) \leq h^*(n)$.
מכיוון שמדובר במרחק, ברור כי $h(n) \geq 0$ לכל צומת $n$.
יהי מצב $n$. אם נשארה דירה אחת $d$ לבקר בה, המרחק האווירי שלה מעצמה הוא 0 ולכן לפי הגדרת $h$ נקבל:
$h(n) = 0 \leq h^*(n)$.
אחרת, יהיו $d_1, d_2, ...d_k$ דירות אשר נשאר לאמבולנס לבקר בהן בשלב כלשהו בתכנית. נניח כי המרחק האווירי המקסימלי בין שתי דירות מכל זוגות הדירות הוא $\delta_{max}(d_i, d_j)$.
נשים לב כי לכל מסלול ממצב $n$ למצב מטרה המוביל למחיר אופטימלי $h^*(n)$, האמבולנס יעבור במסלול שלו ב-$d_i$ וב-$d_j$ (נניח בה"כ שיעבור קודם ב-$d_i$) בדרך כלשהי, נסמנה $dist(d_i, d_j)$. לכן:

$$0 \leq h(n) \overset{(1)}{=} \delta_{max}(d_i, d_j) \overset{(2)}{\leq} dist(d_i, d_j) \overset{(3)}{\leq} h^*(n)$$

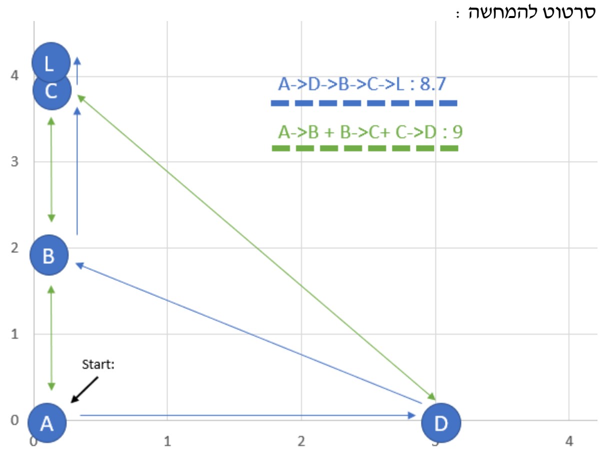
כאשר מעבר (1) נובע מהגדרת הפונקציה היוריסטית $h(n)$, מעבר (2) נובע מאי-שוויון המשולש, ומעבר (3) נובע מכך ש-$dist(d_i, d_j)$ הוא חלק מהמסלול האופטימלי. לכן היוריסטיקה קבילה.

**.26**

היוריסטיקה אינה קבילה, נפריך בעזרת דוגמא נגדית:
נסתכל על המרחב הבא במצב $s$: יש 4 דירות והאמבולנס נמצא בנקודה $(0, 0)$.
דירה $A$ בנקודה $(0, 0)$ שבא האמבולנס נמצא כרגע, דירה $B$ בנקודה $(0, 2)$, דירה $C$ בנקודה $(0, 4)$ דירה $D$ בנקודה $(3, 0)$, ומעבדה $L$ בנקודה $(0, 4.1)$.
נראה שמתקיים $h(s) > h^*(s)$.

$$h(s) \overset{(1)}{=} cost^{dist}_{MDA}(A \to B) + cost^{dist}_{MDA}(B \to C) + cost^{dist}_{MDA}(C \to D) \overset{(2)}{=} 9 > 8.7 \overset{(3)}{=} cost^{dist}_{MDA}(A \to D \to B \to C \to L) \overset{(4)}{=} h^*(s)$$

מעבר (1) נובע מהגדרת היוריסטיקה שבונה את המסלול כך שהיא תמיד בוחרת את הדירה הבאה במסלול בתור הדירה הקרובה ביותר באותו רגע.
מעברים (2) ו-(3) נובעים מחישוב המסלול לפי פוקנציית העלות $cost^{dist}_{MDA}$.
מעבר (4) נובע מכך שזה המסלול שעובר בכל ארבעת הדירות (כאשר מתחילים ב-$A$ ) ומסיים במעבדה, במחיר האופטימלי.
סרטוט להמחשה:



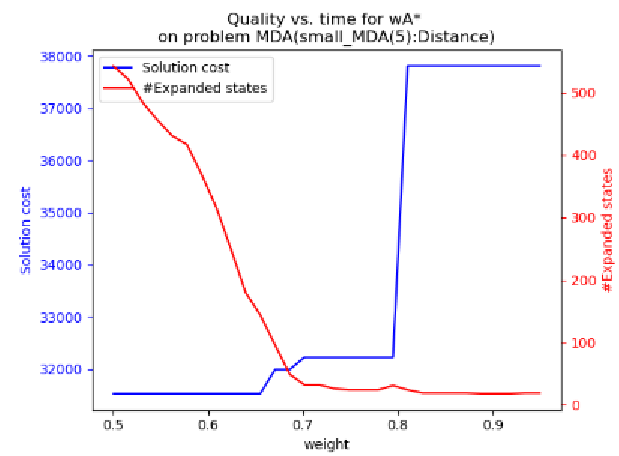

**.29**

נוכיח כי לכל צומת $n$ מתקיים $0 \leq h(n) \leq h^*(n)$.
מכיוון שמדובר במרחק, ברור כי $h(n) \geq 0$ לכל צומת $n$.
יהי מצב $n$. אם נשארה דירה אחת $d$ לבקר בה, העץ הפורש מכיל רק אותה, ולכן ערכו 0 . נקבל לפי הגדרת $h$:
$h(n) = 0 \leq h^*(n)$.
אחרת, יהיו $d_1, d_2, ...d_k$ דירות אשר נשאר לאמבולנס לבקר בהן בשלב כלשהו בתכנית.
נסמן ב-$G$ את הגרף המלא שצמתיו הן הדירות שנשאר לאמבולנס לעבור בהן, ומשקלי הקשתות הן המרחק האווירי בין הצמתים שהן מחברות.
נשים לב כי כל מסלול ממצב $n$ למצב מטרה המוביל למחיר אופטימלי $h^*(n)$ עובר בכל הדירות שנותרו, ובפרט פעם אחת בכל דירה. נניח כי הפתרון הוא $P: d_1 \to ... \to d_k$.
נסמן ב-$T$ את הגרף המושרה המתקבל על ידי המסלול $P$ בגרף $G$ .
מעצם בנייתו, $T$ הינו שרוך ולכן בפרט עץ פורש לגרף $G$. נסמן ב-$T^*$ עץ פורש מינימום לגרף $G$. נקבל:

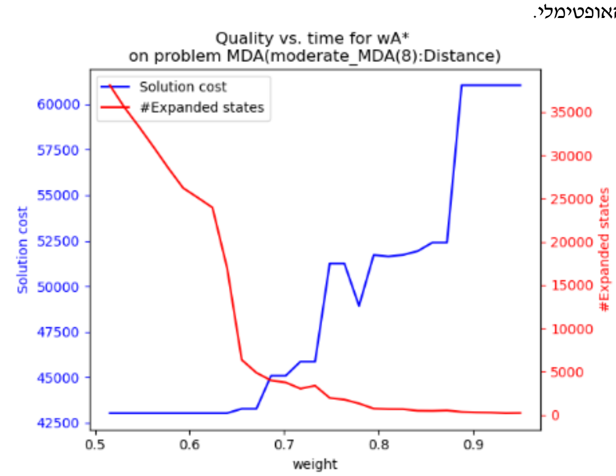
$$0 \leq h(n) \overset{(1)}{=} w(T^*) \overset{(2)}{\leq} w(T) \overset{(3)}{\leq} w(P) = h^*(n)$$

כאשר מעבר (1) נובע מהגדרת הפונקציה היוריסטית $h(n)$, מעבר (2) נובע ממינימליות $T^*$, ומעבר (3) נובע מכך שלכל $d_i \to d_{i+1}$ במסלול $P$, מתקיים כי $\delta(d_i, d_{i+1}) \leq dist(d_i, d_{i+1})$ כאשר $\delta$ הוא המרחק האווירי בין הצמתים ו-$dist$ הוא המרחק במסלול. לכן היוריסטיקה קבילה.

**30.**




האזור הכדאי על פי הגרף הוא (בערך) $0.65 \leq w \leq 0.8$ מכיוון שבאזור יש ירידה חדה בזמן הריצה אך איכות הפתרון לא מתרחקת בהרבה מהפתרון האופטימלי.




האזור הכדאי על פי הגרף הוא (בערך) $0.65 \leq w \leq 0.725$ מכיוון שבאזור יש ירידה חדה בזמן הריצה אך איכות הפתרון לא מתרחקת בהרבה מהפתרון האופטימלי.

**31.**

| MDAMSTAirDistHeuristic | MDASumAirDistHeuristic | MDAMaxAirDistHeuristic | |
|---|---|---|---|
| לא | לא | לא | $cost_{MDA}^{test\ travel}$ |
| לא | לא | לא | $cost_{MDA}^{monetary}$ |

**.32**

```
MDACost(dist=  43034.794m, money=     95.847NIS, tests-travel= 176505.013m)
distance
MDACost(dist=  54951.037m, money=     77.201NIS, tests-travel= 172922.318m)
monetary
```

**.34**

נשים לב כי עבור צומת $n$, $h^*(n)$ היא הסכום המינימלי של כל הבדיקות מוכפלות במרחק שהן עברו עד שהגיעו למעבדה.
נוכיח כי לכל צומת $n$ מתקיים $0 \le h(n) \le h^*(n)$.
מכיוון שמדובר במרחק, ברור כי $h(n) \ge 0$ לכל צומת $n$.
יהי מצב $n$. ויהי מסלול $P$ למצב מטרה כך שמחירו אופטימלי, כלומר $cost_{MDA}^{test\ travel}(P) = h^*(n)$.
לכל דירה $d_i$ שנשאר לבקר בה נסמן ב-$d_i.travelled$ את המרחק שעברו הבדיקות מ-$d_i$ מהרגע שנאספו עד למסירתן למעבדה כלשהי, וב-$L_i$ את המעבדה הקרובה ביותר ל-$d_i$. מתקיים:

$$h(n) = \sum_{i=1}^{n} \delta(d_i, L_i) \cdot d_i.roomates \overset{(1)}{\le} \sum_{i=1}^{n} d_i.travelled \cdot d_i.roomates \overset{(2)}{=} cost_{MDA}^{test\ travel} = h^*(n)$$

כאשר מעבר (1) נובע מכך שהמרחק המינימלי שבדיקה יכולה לעבור הוא בדיוק המרחק מהדירה בה היא נלקחה למעבדה הקרובה ביותר לדירה זו, ומעבר (2) הוא לפי הגדרה. לכן היוריסטיקה קבילה.

**.35**

```
MDACost(dist=  43034.794m, money=     95.847NIS, tests-travel= 176505.013m)
distance
MDACost(dist=  54951.037m, money=     77.201NIS, tests-travel= 172922.318m)
monetary
MDACost(dist=  93355.782m, money=    127.001NIS, tests-travel= 131265.153m)
tests travel
```

**.36**

נוכיח:
יהי $P = s_0 \overset{o_0}{\to} s_1 \overset{o_1}{\to} \dots \overset{o_{n-1}}{\to} s_n$ פתרון במרחב המקורי $S_{MDA}$ לפי הקריטריון המשולב.
נראה כי האלגוריתם $A_1$ מחזיר פתרון.
תחילה האלגוריתם מריץ $A^*$ על $S_{MDA}$ ולכן מנכונותו מובטח כי יימצא את הפתרון האופטימלי לפי $cost_{MDA}^{dist}$.
נסמן $p_i = s_0 \overset{o_0}{\to} s_1 \overset{o_1}{\to} \dots \overset{o_{i-1}}{\to} s_i$ תת מסלול של $P$ המתחיל ב-$s_0$ ומסתיים ס-$s_i$. מאופן בניית המרחב לכל $p_i$ כאשר $i \le n$ מוגדר המצב $(< p_i >) \in S^P$.
נסתכל על שני מצבים עוקבים בפתרון $P$. לכל $s_i \to s_{i+1}$ קיים האופרטור $o_i \in O$ כך ש-$o_i(s_i) = s_{i+1}$ ולכן לפי הגדרת המרחב $P(S)$ קיים האופרטור $o_i^P(p_i) = p_{i+1}$.
נראה כי הפעלת האופרטור חוקית בכל שלב במסלול:
מכיוון ש-$P$ הינו פתרון לפי הקריטריון המשולב מתקיים בהכרח $cost_{MDA}^{dist}(P) \le (1+\varepsilon) \cdot C_{dist}^*$ ולכן לכל תת מסלול $p_i = s_0 \overset{o_0}{\to} s_1 \overset{o_1}{\to} \dots \overset{o_{i-1}}{\to} s_i$ של $P$ גם כן יתקיים כי

$$cost_{MDA}^{dist}(s_i, o_i) + \sum_{j=0}^{i-1} cost_{MDA}^{dist}(s_j, o_j) \le (1+\varepsilon) \cdot C_{dist}^*$$

ולכן הפעלת האופרטור חוקית על המצב $s_i$ בכל שלב במסלול לפי ההגדרה.
לכן נקבל כי קיים המסלול החוקי $p_0 \overset{o_0^P}{\to} p_1 \overset{o_1^P}{\to} \dots \overset{o_{n-1}^P}{\to} p_n$ במרחב $S^P$ כך ש-$p_n$ הינו צומת מטרה ולכן מנכונות $UCS$ יוחזר הצומת $p_n$.

**.37**

נוכיח:

יהי מסלול $P = s_0 \xrightarrow{o_0} s_1 \xrightarrow{o_1} \ldots \xrightarrow{o_{n-1}} s_n$ במרחב $S_{MDA}$ עבורו מתקיים $cost_{MDA}^{dist}(P) \leq (1+\varepsilon)\cdot C^*_{dist}$, באופן דומה כפי שהראינו בסעיף 36, לכל תת מסלול $p_i$ קיים מצב ב-$S^P$ ובפרט קיים המסלול $p_0 \xrightarrow{o_0^P} p_1 \xrightarrow{o_1^P} \ldots \xrightarrow{o_{n-1}^P} p_n$ במרחב $P(S)$. נראה כי מסלולים שמפרים את הקריטריון המשולב לא קיימים במרחב $P(S)$. יהי מסלול $P' = s'_0 \xrightarrow{o'_0} s'_1 \xrightarrow{o'_1} \ldots \xrightarrow{o'_{n-1}} s'_n$ כך ש-$cost_{MDA}^{dist}(P') > (1+\varepsilon)\cdot C^*_{dist}$. נסתכל על הצומת הראשון $s'_i$ עבורו $cost_{MDA}^{dist}(s'_0 \to \ldots \to s'_i) > (1+\varepsilon)\cdot C^*_{dist}$. מהגדרת המרחב $P(S)$ קיימים המצבים $p'_{i-1}, p'_i \in S^P$. במרחב $S_{MDA}$ קיים האופרטור $o'_{i-1}$ כך ש-$o'_{i-1}(s'_{i-1}) = s'_i$. לכן, מהגדרת $P(S)$, קיים האופרטור $o^P_{i-1}(p'_{i-1}) = p'_i$ אך מתקיים:

$$cost_{MDA}^{dist}(s'_{i-1}, o'_{i-1}) + \sum_{j=0}^{i-2} cost_{MDA}^{dist}(s'_j, o'_j) > (1+\varepsilon)\cdot C^*_{dist}$$

כלומר $cost(p'_{i-1}, o^P_{i-1}) = \infty$ ולכן הפעלת האופרטור אינה חוקית. עקב כך, המסלול $P'$ לא קיים במרחב $P(S)$.
הראנו שרק מסלולים המקיימים את אילוץ הקריטריון המשולב (מחירם קטן מ-$(1+\varepsilon)\cdot C^*_{dist}$) קיימים במרחב $P(S)$ ולכן מקבילות האלגוריתם $UCS$ נקבל את הפתרון האופטימלי מבין מסלולים אלו, שהוא האופטימלי לפי הקריטריון המשולב.

**.38**

| | Distance cost: | Tests travel cost: |
|---|---|---|
| $cost_{MDA}^{dist}$ | 43034.794m | 176505.031m |
| $cost_{MDA}^{tests\ travel}$ | 93226.428m | 131265.153m |
| $cost_{MDA}^{merged}$ | 65686.522m | 132209.981m |

ניתן לראות על פי הטבלה שקיבלנו מסלול יותר יקר מבחינת פונקציית המחיר $cost_{MDA}^{dist}$ (אך עדיין בתחום הנדרש לפי $\varepsilon$ כפי שנראה למטה) וכמו כן מסלול טיפה יותר יקר ביחס לפונקציית המחיר $cost_{MDA}^{test\ travel}$ אך קרוב למדי לאופטימלי.
כלומר אכן התקיים האיזון בין שני המדדים.

$$\frac{DistCost(ReturnedSolution)}{C^*_{dist}} - 1 = \frac{65686.522}{43034.794} - 1 = 0.526 < 0.6 = \varepsilon$$

ניתן לראות כי אכן נשמר ערך ה-$\varepsilon$ הנקוב.

**.39**

הטענה אינה נכונה. נפריך בעזרת דוגמא נגדית.

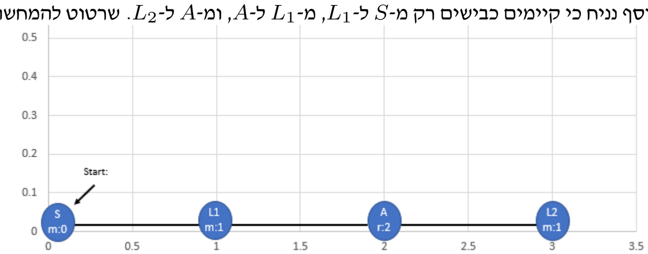
נסתכל על הסימולציה הבאה: האמבולנס נמצא בנקודת ההתחלה $S(0,0)$ ללא מטושים כלל. ישנה מעבדה $L_1$ בנקודה $(1,0)$ עם מטוש אחד במלאי. דירה $A$ בנקודה $(2,0)$ עם שני דיירים. ומעבדה $L_2$ בנקודה $(3,0)$ עם מטוש אחד במלאי.

תחילה נשים לב כי הפתרון האופטימלי שיוחזר עם פונקציית העלות $cost_{MDA}^{dist}$ הוא $S \to L_1 \to L_2 \to A \to L_1$ שמחירו $C^*_S = 5$. כעת נגדיר $\varepsilon = 0.2$, כלומר $max\_distance\_cost = 6$, ונראה כי האלגוריתם מחזיר שאין פתרון:

**הערה:** מכיוון שלפי האלגוריתם אנו מריצים $UniformCost$, אין פונקציה יוריסטית ולכן $h = 0$ לכל מצב. כלומר, בחירת הצמתים מ-$open$ מתבצעת לפי הערך של $g$ בלבד.

כמו כן, אנו ממזערים באלגוריתם זה את $TestsTravelDistance$ לכן ערך ה-$g$ הוא המרחק שעברו הבדיקות על האמבולנס.

בנוסף נניח כי קיימים כבישים רק מ-$S$ ל-$L_1$, מ-$L_1$ ל-$A$, ומ-$A$ ל-$L_2$. שרטוט להמחשה (כאשר m הוא מספר המטושים ו-r הוא מספר הדיירים):




טבלת המעקב בעמוד הבא:

| צעד | $open$ | $close$ | הצומת הבא לפיתוח | הסבר |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $s_1 = \{S, \emptyset, \emptyset, 0, \emptyset\}$ | $\emptyset$ | $s_1$ | מפתחים את הצומת $s_1$ לפי האלגוריתם |
| 2 | $s_2 = \{L_2, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0$<br>$s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0$ | $s_1$ | $s_2$ | מכיוון שערך ה-$g$ של שני הצמתים זהה,<br>ניתן לבחור איזה צומת האלגוריתם יפתח. |
| 3 | $s_4 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 0$<br>$s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0$ | $s_1$<br>$s_2$ | $s_4$ | כשפיתחנו את הצומת $s_2$ עדיין אין ברשותנו מספיק מטושים כדי ללכת לדירה $A$, לכן היעד הבא היחיד שניתן להגיע אליו הוא $L_1$.<br>נשים לב כי זה לא אותו מצב כמו $s_3$ שהוא מצב שמתאר מסלול שבו מתחילים במעבדה $L_1$. כמו כן, ערכי $g$ עדיין זהים ולכן נוכל לבחור להמשיך לפתח מ-$s_4$. |
| 4 | $s_5 = \{A, \{A\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 0$<br>$s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0$ | $s_1$<br>$s_2$<br>$s_4$ | $s_2$ | הגענו לדירה $A$ ולקחנו את הבדיקות של הדיירים. ערכי $g$ בין המצבים עדיין זהים ולכן נבחר להמשיך לפתח את הצומת $s_5$. |
| 5 | $s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0$ | $s_1$<br>$s_2$<br>$s_4$<br>$s_5$ | $s_3$ | לאחר הפיתוח של $s_5$ בשלב זה נוצרים שני המצבים הבאים:<br>$s_6 = \{L_1, \emptyset, \{A\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2$<br>$s_7 = \{L_2, \emptyset, \{A\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2$<br>נשים לב כי המסלול שעברנו עד כה הוא: $P = L_2 \rightarrow L_1 \rightarrow A$ ומתקיים כי $cost^{dist}_{MDA}(P) = 6$, לכן נקבל:<br>$cost^{dist}_{MDA}(s_6) =$<br>$cost^{dist}_{MDA}(L_2 \rightarrow L_1 \rightarrow A \rightarrow L_1) = 7 > 6$<br>$cost^{dist}_{MDA}(s_7) =$<br>$cost^{dist}_{MDA}(L_2 \rightarrow L_1 \rightarrow A \rightarrow L_2) = 7 > 6$<br>כתוצאה מכך, בגלל ההגבלה שנתנו על $cost^{dist}_{MDA}$, אף אחד מהמצבים $s_6, s_7$ לא ייכנס ל-$open$. האלגוריתם יסיים את הפיתוח של $s_5$ ויעביר אותו ל-$close$. הצומת הבא לפיתוח יהיה $s_3$ שהוא היחיד שכרגע ב-$open$. |
| 6 | $s_8 = \{L_2, \emptyset, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 0$ | $s_1$<br>$s_2$<br>$s_4$<br>$s_5$<br>$s_3$ | $s_8$ | מפתחים את $s_3$ לפי האלגוריתם |
| 7 | $s_9 = \{A, \{A\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 0$ | $s_1$<br>$s_2$<br>$s_4$<br>$s_5$<br>$s_3$<br>$s_8$ | $s_9$ | הצומת הבא שהאלגוריתם יבוא לפתח הוא $s_9$. אך נשים לב כי $s_9$ זהה ל-$s_5$ עם אותו ערך $g$. ולכן האלגוריתם ייראה שהמצב הזה נמצא ב-$close$ ולא יפתח אותו פעם נוספת. האלגוריתם סיים לרוץ על כל המצבים ולא החזיר פתרון |

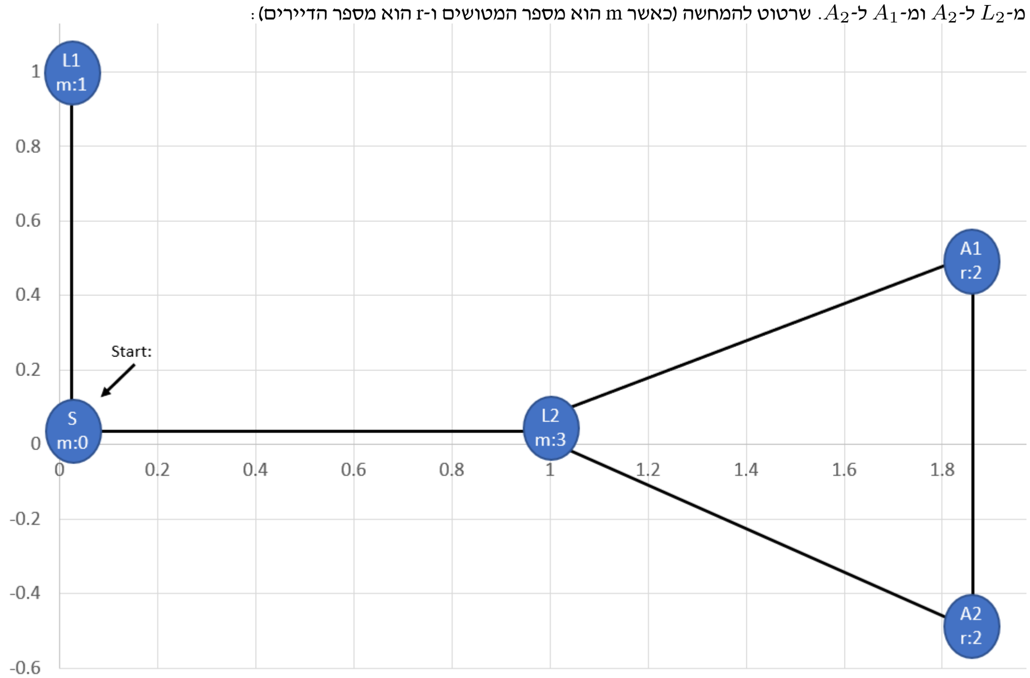
ניתן לראות כי למרות **שקיים הפתרון** $C^*_S$ המקיים את הדרישה של הקריטריון המשולב, האלגוריתם **החזיר שאין פתרון.**

**40.**

הטענה אינה נכונה. נפריך בעזרת דוגמא נגדית.

נסתכל על הסימולציה הבאה: האמבולנס נמצא בנקודת ההתחלה $S(0,0)$ ללא מטושים כלל. ישנה מעבדה $L_1$ בנקודה $(0,1)$ עם מטוש אחד במלאי. מעבדה $L_2$ בנקודה $(1,0)$ עם 3 מטושים במלאי. דירה $A_1$ בנקודה $(1+\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2})$ עם שני דיירים. ודירה $A_2$ בנקודה $(1+\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2})$ עם שני דיירים.

נשים לב כי המשולש $L_2A_1A_2$ הינו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע היא 1. כמו כן נניח כי קיימים כבישים רק מ-$L_1$ ל-$S$, מ-$S$ ל-$L_2$, מ-$L_2$ ל-$A_1$, מ-$L_2$ ל-$A_2$ ומ-$A_1$ ל-$A_2$. שרטוט להמחשה (כאשר m הוא מספר המטושים ו-r הוא מספר הדיירים):




תחילה נשים לב כי הפתרון האופטימלי שיוחזר עם פונקציית העלות $cost^{dist}_{MDA}$ הוא $S \to L_1 \to L_2 \to A_1 \to A_2 \to L_2$ שמחירו $C^*_S = 6$.

כעת נגדיר $\varepsilon = \frac{5}{12}$, כלומר $max\_distance\_cost = 8.5$.

נשים לב כי המסלול האופטימלי $P^*$ לפי $cost^{test\ travel}_{MDA}$ שמקיים את הדרישה $cost^{dist}_{MDA}(P^*) \le (1+\varepsilon)C^*_S$ הוא: $P^* = S \to L_1 \to L_2 \to A_1 \to L_2 \to A_2 \to L_2$ שמחירו $cost^{dist}_{MDA} = 7 \le 8.5$ וערכו הוא $g = 4$.

נראה כי האלגוריתם מחזיר פתרון $g = 6 > 4$ ולכן פתרון זה לא אופטימלי:

**הערה:** מכיוון שלפי האלגוריתם אנו מריצים $UniformCost$, אין פונקציה יוריסטית ולכן $h = 0$ לכל מצב. כלומר, בחירת הצמתים מ-$open$ מתבצעת לפי הערך של $g$ בלבד.

כמו כן, אנו ממזערים באלגוריתם זה את $TestsTravelDistance$ לכן ערך ה-$g$ הוא המרחק שעברו הבדיקות על האמבולנס.

בכל שלב באלגוריתם בו מוציאים צומת מ-$open$ עומדת לרשותנו האופציה לבחור צומת שרירותי מבין כל הצמתים בעלי ערך $g$ מינימלי.

טבלת המעקב העמוד הבא:

| | $open$ | $close$ | הצומת הבא לפיתוח | הסבר |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $s_1 = \{S, \emptyset, \emptyset, 0, \emptyset\}$ | | $s_1$ | מפתחים את הצומת $s_1$ לפי האלגוריתם |
| 2 | $s_2 = \{L_2, \emptyset, \emptyset, 3, \{L_2\}\}, g = 0, d = 1$<br>$s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0, d = 1$ | $s_1$ | $s_2$ | |
| 3 | $s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0, d = 1$<br>$s_4 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 4, \{L_1, L_2\}\}, g = 0, d = 3$<br>$s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$ | $s_1, s_2$ | $s_4$ | |
| 4 | $s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0, d = 1$<br>$s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_7 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 0, d = 6$<br>$s_8 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 0, d = 6$ | $s_1, s_2$<br>$s_4$ | $s_7$ | כשפיתחנו את הצומת $s_4$ כבר היינו בשתי המעבדות ולכן היעד הבא חייב להיות אחת הדירות. |
| 5 | $s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0, d = 1$<br>$s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_8 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 0, d = 6$<br>$s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$ | $s_8$ | כשפיתחנו את הצומת $s_7$ המסלול עד כה הוא:<br>$P = S \to L_2 \to L_1 \to A_1$<br>ומתקיים $cost_{MDA}^{dist}(P) = 6$ ולכן לא ניתן להגיע ל-$L_1$ מפני ש-<br>$cost_{MDA}^{dist}(P \to L_1) = 9 > 8.5$ |
| 6 | $s_3 = \{L_1, \emptyset, \emptyset, 1, \{L_1\}\}, g = 0, d = 1$<br>$s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8$ | $s_3$ | כשפיתחנו את הצומת $s_8$ המסלול עד כה הוא:<br>$P = S \to L_2 \to L_1 \to A_2$<br>ומתקיים $cost_{MDA}^{dist}(P) = 6$ ולכן לא ניתן להגיע ל-$L_1$ מפני ש-<br>$cost_{MDA}^{dist}(P \to L_1) = 9 > 8.5$ |
| 7 | $s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, dist = 7$<br>$s_{13} = \{L_2, \emptyset, \emptyset, 4, \{L_1, L_2\}\}, g = 0, d = 3$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$ | $s_{13}$ | כשפיתחנו את $s_3$ אין על האמבולנס מספיק מטושים כדי ללכת לאחת הדירות ולכן היעד הבא חייב להיות המעבדה $L_2$ |
| 8 | $s_5 = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}$ | $s_5$ | כשפיתחנו את $s_{13}$ נוצרו המצבים הבאים:<br>$s_{14} = \{A_1, \{A_1\}, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}$<br>$s_{15} = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 2, \{L_1, L_2\}\}$<br>נשים לב כי $s_{14}$ זהה ל-$s_7$ ו-$s_{15}$ זהה ל-$s_8$ ושני המצבים ב-$close$, לכן האלגוריתם לא ימשיך לפתח אותם. |

| | $open$ | $close$ | הצומת הבא לפיתוח | הסבר |
|---|---|---|---|---|
| 9 | $s_6 = \{A_2, \{A_2\}, \emptyset, 1, \{L_2\}\}, g = 0, d = 2$<br>$s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$ | $s_6$ | כשפיתחנו את $s_5$ אין לנו מספיק מטושים כדי ללכת לדירה $A_2$ ולכן היעד הבא חייב להיות $L_1$ או $L_2$. |
| 10 | $s_9 = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6$ | $s_9$ | כשפיתחנו את $s_6$ אין לנו מספיק מטושים כדי ללכת לדירה $A_1$ ולכן היעד הבא חייב להיות $L_1$ או $L_2$. |
| 11 | $s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{20} = \{A_2, \{A_2\}, \{A_1\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 8$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$ | $s_{20}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_9$ כבר ביקרנו בשתי המעבדות ולכן היעד הבא חייב להיות הדירה $A_2$. |
| 12 | $s_{10} = \{A_2, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}$ | $s_{10}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_{20}$ המסלול עד כה הוא:<br>$P = S \to L_2 \to L_1 \to A_1 \to L_2 \to A_2$<br>ומתקיים $cost_{MDA}^{dist}(P) = 8$ ולכן לא ניתן להגיע לאף מעבדה מפני שעבור $L_1, L_2$:<br>$cost_{MDA}^{dist}(P \to L_2) = 9 > 8.5$<br>$cost_{MDA}^{dist}(P \to L_1) = 11 > 8.5$ |
| 13 | $s_{11} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{21} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 7$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}, s_{10}$ | $s_{11}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_{10}$ המסלול עד כה הוא:<br>$P = S \to L_2 \to L_1 \to A_1 \to A_2$<br>ומתקיים $cost_{MDA}^{dist}(P) = 7$ ולכן לא ניתן להגיע ל-$L_1$ מפני ש-<br>$cost_{MDA}^{dist}(P \to L_1) = 9 > 8.5$ |

| | $open$ | $close$ | הצומת הבא לפיתוח | הסבר |
|---|---|---|---|---|
| 14 | $s_{12} = \{A_1, \{A_1, A_2\}, \emptyset, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 7$<br>$s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{21} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 8$<br>$s_{22} = \{A_1, \{A_1\}, \{A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 8$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}, s_{10}$<br>$s_{11}$ | $s_{12}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_{11}$ כבר ביקרנו בשתי המעבדות ולכן היעד הבא חייב להיות הדירה $A_1$. |
| 15 | $s_{16} = \{L_2, \emptyset, \{A_1\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{21} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 8$<br>$s_{22} = \{A_1, \{A_1\}, \{A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 8$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}, s_{10}$<br>$s_{11}, s_{12}$ | $s_{16}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_{12}$ המסלול עד כה הוא:<br>$P = S \to L_2 \to L_1 \to A_2 \to A_1$<br>ומתקיים $cost^{dist}_{MDA}(P) = 7$ ולכן לא ניתן להגיע ל-$L_1$ מפני ש-<br>$cost^{dist}_{MDA}(P \to A_1) = 9 > 8.5$<br>כמו כן המצב החדש שנוצר הוא:<br>$s_{23} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}$<br>נשים לב כי מצב זה זהה למצב $s_{21}$ עם אותו $g$. לכן לא נכניס אותו שוב ל-$open$. |
| 16 | $s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{18} = \{L_2, \emptyset, \{A_2\}, 1, \{L_2\}\}, g = 2, d = 3$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{20} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 8$<br>$s_{24} = s_{21} = \{A_1, \{A_1\}, \{A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 8$<br>$\{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 5$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}, s_{10}$<br>$s_{11}, s_{12}$<br>$s_{16}, s_{18}$ | $s_{18}$ | כשפיתחנו את $s_{16}$ אין לנו מספיק מטושים כדי לעבור לדירה $A_2$ ולכן היעד הבא חייב להיות $L_1$ כדי לאסוף עוד מטושים. |
| 17 | $s_{17} = \{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{19} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 5$<br>$s_{21} = \{L_2, \emptyset, \{A_1, A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 6, d = 8$<br>$s_{24} = s_{22} = \{A_1, \{A_1\}, \{A_2\}, 0, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 8$<br>$\{L_1, \emptyset, \{A_1\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 5$<br>$s_{25} = \{L_1, \emptyset, \{A_2\}, 2, \{L_1, L_2\}\}, g = 2, d = 5$ | $s_1, s_2$<br>$s_4, s_7$<br>$s_8, s_3$<br>$s_{13}, s_5$<br>$s_6, s_9$<br>$s_{20}, s_{10}$<br>$s_{11}, s_{12}$<br>$s_{16}, s_{18}$<br>$s_{22}$ | $s_{22}$ | כשפיתחנו את $s_{18}$ אין לנו מספיק מטושים כדי לעבור לדירה $A_1$ ולכן היעד הבא חייב להיות $L_1$ כדי לאסוף עוד מטושים. |

| | open | close | הצומת הבא לפיתוח | הסבר |
|---|---|---|---|---|
| 18 | $s_{17}=\{L_1,\emptyset,\{A_1\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{19}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{24}$ =$s_{21}=\{L_2,\emptyset,\{A_1,A_2\},0,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=8$<br>$\{L_1,\emptyset,\{A_1\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=2, d=5$<br>$s_{25}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=2, d=5$ | $s_1,s_2$<br>$s_4,s_7$<br>$s_8,s_3$<br>$s_{13},s_5$<br>$s_6,s_9$<br>$s_{20},s_{10}$<br>$s_{11},s_{12}$<br>$s_{16},s_{18}$<br>$s_{22}$ | $s_{24}$ | כשפיתחנו את הצומת $s_{22}$ המסלול עד כה הוא:<br>$P=L_2\to L_1\to A_1\to L_2\to A_2$<br>ומתקיים $cost^{dist}_{MDA}(P)=8$ ולכן לא ניתן להגיע לאף מעבדה מפני שעבור $L_1,L_2$:<br>$cost^{dist}_{MDA}(P\to L_2)=9>8.5$<br>$cost^{dist}_{MDA}(P\to L_1)=11>8.5$ |
| 19 | $s_{17}=\{L_1,\emptyset,\{A_1\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{19}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{21}=\{L_2,\emptyset,\{A_1,A_2\},0,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=8$<br>$s_{25}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=2, d=5$ | $s_1,s_2$<br>$s_4,s_7$<br>$s_8,s_3$<br>$s_{13},s_5$<br>$s_6,s_9$<br>$s_{20},s_{10}$<br>$s_{11},s_{12}$<br>$s_{16},s_{18}$<br>$s_{22},s_{24}$ | $s_{25}$ | כשפיתחנו את $s_{24}$ קיבלנו את המצב הבא:<br>$s_{26}=\{A_2,\{A_2\},\{A_1\},0,\{L_1,L_2\}\}$<br>נשים לב כי מצב זה זהה למצב $s_{22}$ שכבר נמצא ב-*close* ולכן לא נוסיף את המצב ל-*open*. |
| 20 | $s_{17}=\{L_1,\emptyset,\{A_1\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{19}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{21}=\{L_2,\emptyset,\{A_1,A_2\},0,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=8$ | $s_1,s_2$<br>$s_4,s_7$<br>$s_8,s_3$<br>$s_{13},s_5$<br>$s_6,s_9$<br>$s_{20},s_{10}$<br>$s_{11},s_{12}$<br>$s_{16},s_{18}$<br>$s_{22},s_{24}$<br>$s_{25}$ | $s_{21}$ | כשפיתחנו את $s_{25}$ קיבלנו את המצב הבא:<br>$s_{27}=\{A_1,\{A_1\},\{A_2\},0,\{L_1,L_2\}\}$<br>נשים לב כי מצב זה זהה למצב $s_{21}$ שכבר נמצא ב-*close* ולכן לא נוסיף את המצב ל-*open*. |
| 21 | $s_{17}=\{L_1,\emptyset,\{A_1\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$<br>$s_{19}=\{L_1,\emptyset,\{A_2\},2,\{L_1,L_2\}\}, g=6, d=5$ | | | $s_{21}$ הינו צומת מטרה ולכן נחזיר את המחיר שמצאנו $g=6$. |

ניתן לראות כי למרות **שקיים מסלול** $P^*$ אשר גם כן עונה על הדרישות ומקיים כי $g=4$ האלגוריתם החזיר **פתרון לא אפוטימלי שעבורו** $g=6$.

**.41**

נשים לב כי בשני השלבים הראשונים האלגוריתמים $A_1$ ו-$A_2$ זהים. היתרון הצפוי של $A_2$ על פני $A_1$ נובע מכך שב-$A_2$ בשלב השלישי אנו מריצים $Astar$ על אותו מרחב כמו בשלב הראשון, ואילו ב-$A_1$ אנו מריצים $Astar$ על "מרחב המסלולים" שגודלו הוא מסדר גודל $2^{|S|}$ (כגודל $P(S)$) כאשר $S$ הוא המרחב מהשלב הראשון, לכן זמן הריצה של $A_1$ יהיה גדול משל $A_2$.

**.44**

```
A* (h=MDA-MST-AirDist, w=0.500)    time:   0.42   #dev: 543     |space|: 877
A*eps (h=MDA-MST-AirDist, w=0.500)    time:   1.17   #dev: 492     |space|: 821
```

חסכנו, פיתחנו כ-10% פחות צמתים. בזכות הגמישות של $A^*\varepsilon$ נבדוק בחיפוש שלנו גם צמתים שהפונקציה היוריסטית תעריך כיותר קרובים לפתרון, למרות שה-$g$ שלהם לא אופטימליץ הוספנו מידע על המרחב על ידי שימוש ביוריסטיקה, לא קבילה אמנם, אך יותר מיודעת ולכן נצפה להאצת הפתרון.

## חלק_י':

### א'.

המדד הביצועי שמשתפר הוא **זכרון**. הסיבה לכך היא שהאלגוריתם $IDA^*$ הוא אלגוריתם איטרטיבי המחפש לעומק, ולכן בעל דרישות זכרון נמוכות מפני שאינו צריך לשמור את כל חזית החיפוש.

### ב'.

**i.** זמן ריצה.

**ii.** ייתכן שנרוויח מעט צמתים בעומק כל איטרציה, וכל התקדמות לעומק גוררת פיתוח חוזר של כל הצמתים בדרך, מה שעלול להגדיל את זמן הריצה.

**iii.** מדד זה נפגע פחות ביחס לאופן שבו הוא נפגע ב-ID-DFS לעומת BFS . זאת מכיוון שעבור $IDA^*$ מספר האיטרציות תלוי גם במרחב, וקיימים מרחבים שעבורם הבעיה שתיארנו בסעיף הקודם לא תיגרם ונקבל זמן ריצה טוב יותר. לעומת זאת ריצה של ID-DFS תמיד מכילה באיטרציה האחרונה שלה ריצה של BFS ולכן זמנה יהיה לכל הפחות כמו זמן הריצה של BFS ולרוב אף גבוה יותר.

### ג'.

**i.** במקרה הגרוע ביותר, כל איטרציה נגדיל את $nextFlimit$ ב-$\frac{1}{k}$ כאשר ערכו ההתחלתי הוא $Q_k(h(I))$ כפי שהוגדר. ברגע ש-$f$ יגיע לערך $Cost(A(S))$ האלגוריתם ימצא פתרון ויעצור. לכן מספר האיטרציות לכל היותר יהיה

$$\#max\_iterations = \left\lceil \frac{Cost(A(S)) - Q_k(h(I))}{\frac{1}{k}} \right\rceil + 1 = \lceil k \cdot (Cost(A(S)) - Q_k(h(I))) \rceil + 1$$

**ii.**

**$\varepsilon(A_1, S) < \frac{1}{k}$.** בכל שלב בריצה $Q_k(origNextFLimit) \leq C_S^*$, כי קיים הצומת בפתרון האופטימלי. מכיוון ש-$prevFLimit$ גדל לכל הפחות ב-$\frac{1}{k}$, המצב הגרוע ביותר יהיה כשבאיטרציה הלפני אחרונה הוא יקבל ערך $C_S^* - \varepsilon$ כאשר $\varepsilon \to 0$ (מה שיגרור איטרציה נוספת). ואז $nextFlimit$ יהיה $C_S^* + \frac{1}{k} - \varepsilon$. כעת, יכול להימצא כל פתרון בטווח $[C_S^*, C_S^* + \frac{1}{k} - \varepsilon]$ ולכן נקבל כי החסם ההדוק ל-$\varepsilon(A_1, S)$ הוא $\frac{1}{k}$.