

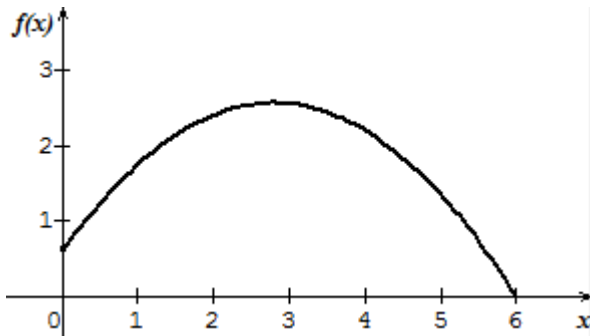
Etude de la trajectoire d'une boule de pétanque

Un joueur de pétanque veut envoyer sa boule à une distance de 6m.

On suppose que la hauteur (en mètres) de la boule est donnée par

$$f(x) = -0,25x^2 + 1,4x + 0,6 \text{ où } x \text{ appartient à l'intervalle } [0 ; 6]$$

La courbe représentative de la fonction f est donnée dans le graphique ci-dessous :



1) Le joueur a-t-il lancé sa boule en se tenant debout ou en position accroupie ?

2) Pour ne pas toucher les branches d'un arbre la boule ne doit pas dépasser une hauteur de 2,6 m.

Peut-on penser que la boule va respecter cet objectif ?

3) Compléter la ligne 9 du script ci-dessous afin qu'il permette d'estimer le maximum de $f(x)$ lorsque $x \in [0 ; 6]$.

```
1 def f(x) :  
2     return(-0.25*x**2+1.4*x+0.6)  
3  
4 x=0  
5 max=f(0)  
6 xatteint=0  
7  
8 while x<=6:  
9     if f(x) ----- :  
10         max = f(x)  
11         xatteint=x  
12     x = x + 0.01  
13  
14 print("La hauteur maximale atteinte est de ",max,"mètres")  
15 print("Elle est atteinte pour x =",xatteint)
```

4) Programmer puis exécuter le script précédent après l'avoir correctement complété.

Commenter le résultat obtenu.

5) Avec un logiciel de calcul formel on a cherché à factoriser $f(x) - f(2,8)$:

$$f(x) := -0.25x^2 + 1.4x + 0.6$$

$$(x) \rightarrow (-0.25)x^2 + 1.4x + 0.6$$

$$\text{factoriser}(f(x) - f(2.8))$$

$$-0.25(x - 2.8)^2$$

Vérifier le résultat proposé par le logiciel de calcul formel puis en déduire la hauteur maximale atteinte par la boule lors du lancer. Conclure.

Eléments de correction : Etude de la trajectoire d'une boule de pétanque

1) $f(0) = 0,6$ ce qui signifie que le joueur a lancé la boule d'une hauteur de $0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$.

Il était donc accroupi.

2) Il n'y a pas de « bonne réponse » à cette question, c'est à vous de proposer une conjecture à partir du graphique, Par exemple :

« D'après le graphique, il semble que la boule de pétanque va toucher les branches de l'arbre »

3) Il faut noter :

if $f(x) \geq \max$:

4) Si on exécute le script précédent après l'avoir correctement complété on obtient en sortie :

>>>

La hauteur maximale atteinte est de 2.5599999999999996 mètres

Elle est atteinte pour $x = 2.7999999999999843$

On remarque que le programme ne propose pas un résultat exact (c'est dû à la manière qu'a le logiciel de représenter les nombres décimaux)

5) D'après le logiciel il semble que l'on ait $f(x) - f(2,8) = -0,25(x - 2,8)^2$

Pour le vérifier on calcule $f(2,8)$:

$$f(2,8) = -0,25 \times 2,8^2 + 1,4 \times 2,8 + 0,6 = 2,56$$

$$\text{On en déduit } f(x) - f(2,8) = -0,25x^2 + 1,4x + 0,6 - 2,56 = -0,25x^2 + 1,4x - 1,96$$

$$\text{D'autre part on a } -0,25(x - 2,8)^2 = -0,25(x^2 - 5,6x + 7,84) = -0,25x^2 + 1,4x - 1,96$$

$$\text{Ainsi on a bien } f(x) - f(2,8) = -0,25(x - 2,8)^2$$

$$\text{Or } -0,25(x - 2,8)^2 \leq 0 \text{ donc } f(x) - f(2,8) \leq 0 \text{ donc } f(x) \leq f(2,8)$$

Ainsi le maximum de $f(x)$ est atteint pour $x = 2,8$ et est égal à $2,56 \text{ m}$.

La boule de pétanque ne touchera donc pas les branches de l'arbre