

I Proportions et pourcentages

Activité 1 :

Un club d'échec compte 200 membres. Le tableau ci-dessous indique la répartition des adhérents selon leur âge et leur sexe.

	Hommes	Femmes	Total
Entre 18 ans et 30 ans	65	60	125
Entre 30 et 60 ans	10	20	30
Plus de 60 ans	10	35	45
Total	85	115	200



Dans toute cette activité, on gardera les valeurs exactes.

1.
 - a) Déterminer la proportion p_1 de femmes qui ont entre 18 et 30 ans parmi l'ensemble des femmes.
 - b) Déterminer la proportion p_2 de femmes parmi l'ensemble des adhérents.
 - c) Déterminer la proportion p_3 de femmes qui ont entre 18 et 30 ans parmi l'ensemble des adhérents.
 - d) Calculer $p_1 \times p_2$. Que peut-on remarquer ?
2.
 - a) Déterminer la proportion p_1' d'hommes parmi l'ensemble des adhérents qui ont plus de 60 ans.
 - b) Déterminer la proportion p_2' d'adhérents de plus de 60 ans parmi l'ensemble des adhérents.
 - c) Déterminer la proportion p_3' d'hommes de plus de 60 ans parmi l'ensemble des adhérents.
 - d) Calculer $p_1' \times p_2'$. Que peut-on remarquer ?

Propriété : On considère trois ensembles A , B et C emboîtés tels que $C \subset B \subset A$.

On note p la proportion de la population de B dans la population de A .

On note p' la proportion de la population de C dans la population de B .

Alors la proportion de la population de C dans la population de A est égale à $p \times p'$.

II Taux d'évolution

1) Variation absolue et variation relative

Activité 2 :

Le prix du timbre vert est passé de 80 centimes à 88 centimes le premier janvier 2019.

1.
 - a) De combien de centimes le prix du timbre a-t-il augmenté ?
Cette augmentation est la **variation absolue** du prix du timbre.
 - b) Quelle proportion cette augmentation représente-t-elle par rapport au prix de départ du timbre ?
Ce taux est appelé **variation relative** (ou taux d'évolution en pourcentage).
2. Calculer le quotient $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ où V_D est la valeur de départ du timbre et V_A sa valeur d'arrivée.
Vérifier que l'on retrouve ainsi la variation relative du prix du timbre.
3. Peut-on avoir une variation relative négative ? supérieure à 1 ? strictement inférieure à -1 ?

Définition :

Définition

La **variation absolue** ΔV est donnée par : $\Delta V = V_A - V_D$.

La **variation relative** (ou **taux d'évolution**) t est le quotient de la différence entre V_A et V_D par V_D .

Elle est donnée par : $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$.

2) Coefficient multiplicateur

Activité B p 246

Propriété

Soit t le taux d'évolution qui permet à une quantité de passer de V_D à V_A .

On a alors : $V_A = (1 + t) \times V_D$

DÉMONSTRATION

D'après la définition du taux d'évolution t , pour $V_D \neq 0$, on a $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$.

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \Leftrightarrow t \times V_D = V_A - V_D \Leftrightarrow t \times V_D + V_D = V_A \Leftrightarrow (t + 1) \times V_D = V_A$$

Définition

$1 + t$ est appelé **coefficient multiplicateur** associé au taux d'évolution t . On peut le noter CM. Avec ces notations, on pourra retenir : $V_A = \text{CM} \times V_D$ et $\text{CM} = 1 + t$.

Propriétés

Dans le cas d'une baisse, t est négatif et CM est un réel compris entre 0 et 1.

Dans le cas d'une augmentation, t est positif et CM est un réel supérieur à 1.

EXEMPLE

Un article à 85 € est soldé sur internet à -25 %.

On a $V_D = 85$ et $\text{CM} = 1 - 25\% = 1 - 0,25 = 0,75$.

$$V_A = V_D \times \text{CM} = 85 \times 0,75 = 63,75$$

Le nouveau prix de cet article est 63,75 €.

III Evolutions successives et réciproques

1) Evolutions successives

Activité C p 247

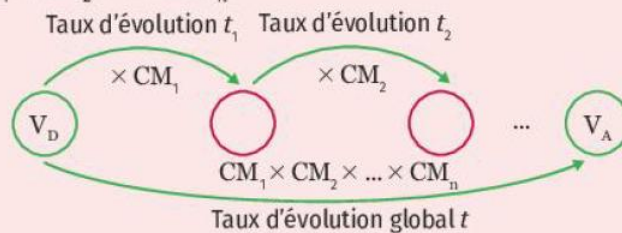
Définition

Lorsqu'une quantité subit des **évolutions successives** t_1, t_2, \dots, t_n de sa valeur, elle subit alors une **évolution globale** t .

Propriété

Le coefficient multiplicateur global CM associé à l'évolution t est le produit des coefficients multiplicateurs CM_1, CM_2, \dots, CM_n associés respectivement aux évolutions t_1, t_2, \dots, t_n .

On a $CM = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$.



EXEMPLE

Une valeur subit une hausse de 6 % puis une hausse de 14 %.

Le coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution global t est alors :

$$CM = 1,06 \times 1,14 = 1,2084.$$

D'où $t = 1,2084 - 1 = 0,2084$ soit une augmentation globale de 20,84 %.

2) Evolutions réciproques

Activité D p 247

Définition

Une quantité non nulle V_D subit une évolution de taux t et devient égale à une quantité V_A . Le **taux réciproque** de t est le taux t' permettant de passer de V_A à V_D .

EXEMPLE

Un article coûte 50 €. Une baisse de 20 % fait passer le prix à 40 €. Il faut une augmentation de 25 % pour revenir au prix initial de 50 €.

Ici, $t = -20\%$ et le taux réciproque est $t' = +25\%$.

Propriété

Le coefficient multiplicateur réciproque CM' associé à l'évolution réciproque t' est l'inverse du coefficient multiplicateur non nul CM associé à l'évolution de départ t .

$$\text{On a } CM' = \frac{1}{CM}.$$