Repères et coordonnées dans le plan

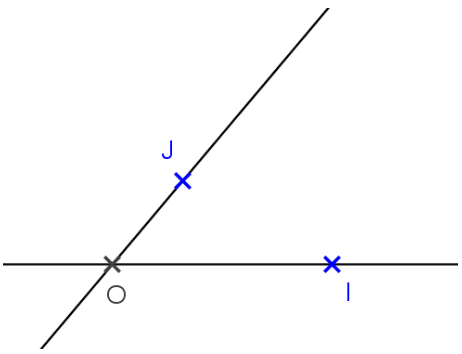
I Coordonnées d'un point dans le plan

<u>Définition :</u> Définir un repère du plan, c'est choisir 3 points non alignés dans un ordre précis : O, I , J.
On note ce repère (O, I , J) et :

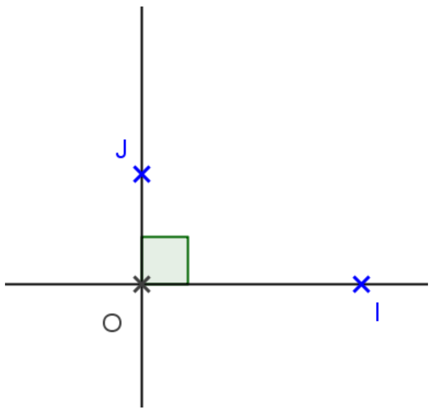
- le point O est l'origine du repère ;
- la droite (OI) est l'axe des abscisses et le point I donne l'unité sur cet axe ;
- la droite (OJ) est l'axe des ordonnées et le point J donne l'unité sur cet axe ;

<u>Remarques :</u>
Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires alors on dit que le repère est orthogonal.
Si les droites (OI) et (OJ) sont perpendiculaires et si OI = OJ alors on dit que le repère est orthonormé (ou orthonormal).

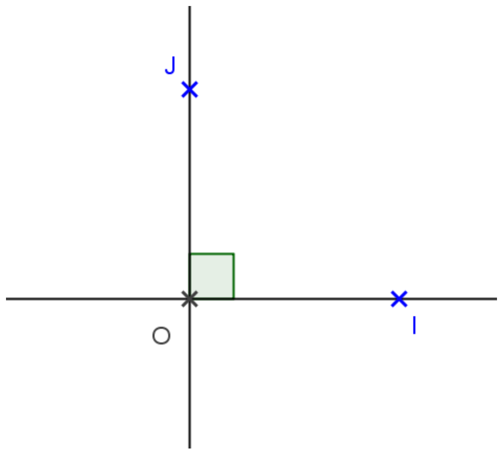
<u>Figures :</u>



Repère quelconque



Repère orthogonal
(OI) et (OJ) perpendiculaires

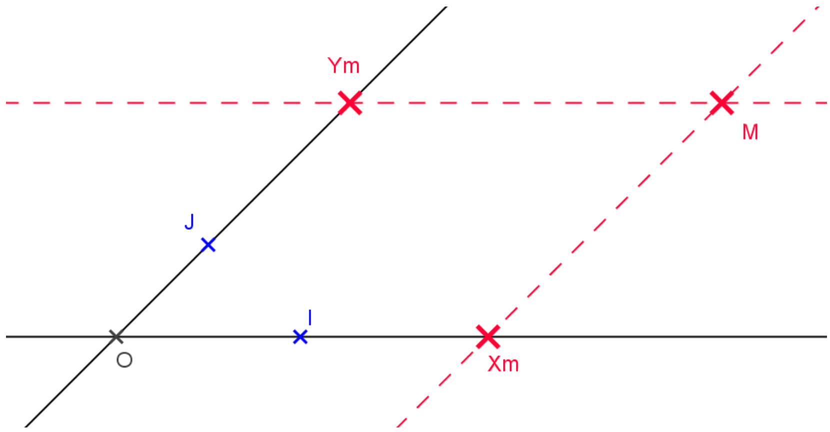


Repère orthonormé
(OI) et (OJ) perpendiculaires
et OI = OJ

<u>Définitions :</u> Soit (O, I , J) un repère du plan et M un point quelconque.

- En traçant la parallèle à (OJ) passant par M, on obtient sur l'axe (OI) l'abscisse x_M du point M.
- En traçant la parallèle à (OI) passant par M, on obtient sur l'axe (OJ) l'ordonnée y_M du point M.
- Le couple de réels (x_M ; y_M) est le couple des coordonnées du point M dans le repère (O, I , J).

<u>Figure :</u>



II Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété :

Soit (O , I , J) un repère du plan et soient A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) deux points du plan.

Le milieu du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2} \right)$

Exemple : Si A(- 2 ; 5) et B(6 ; 3) sont deux points dans un repère quelconque du plan on peut déterminer les coordonnées du milieu C du segment [AB] :

$x_C = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-2+6}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ et $y_C = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5+3}{2} = \dfrac{8}{2} = 4$

On a donc C(2 ; 8)

III Calculs de distances dans un repère orthonormé

Propriété : Soit (O , I , J) un repère **orthonormé** du plan et soient A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) deux points du plan.
La distance entre les points A et B est :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Remarque : L'unité de longueur est l'unité commune aux deux axes.

Exemple : Si A(- 2 ; 5) et B(6 ; 3) sont deux points dans un repère orthonormé du plan on peut calculer la longueur du segment [AB] :

On a $AB = \sqrt{(6 - (-2))^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{8^2 + (-2)^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68} = \sqrt{4 \times 17} = 2\sqrt{17} \simeq 8,25$