Correction DS2. TSTI2D 19/11/2020.

1 Ex1 : a) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \vec{AB}\cdot\vec{AC'} = AB \times AC' = 2\times 3 = 6$

1 b) $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = \vec{AB}\cdot\vec{AD'} = -AB\times AD' = -2\times 1 = -2$

1 c) $\vec{AC}\cdot\vec{AE} = \vec{AC_1}\cdot\vec{AE} = AC_1 \times AE = 2\times 3 = 6$

1 d) $\vec{AE}\cdot\vec{DB} = \vec{AE}\cdot\vec{D_1A} = AE \times D_1A = 3\times 1 = 3$

1 e) $\vec{AB}\cdot\vec{AE} = 0$ car (AB) est perpendiculaire à (AE)

Ex2 : 1) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-14\\26\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}16\\-5\end{pmatrix}$ rappel : $\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

0,5+0,5

0,5 2) $AB = \sqrt{(-14)^2+26^2} = \sqrt{196+676} = \sqrt{872} = 2\sqrt{218}$

0,5 $AC = \sqrt{16^2+(-5)^2} = \sqrt{256+25} = \sqrt{281}$

1 3) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = -14\times 16 + 26\times(-5) = -354$

2 4) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = AB\times AC\times\cos\widehat{BAC}$

$\Leftrightarrow -354 = \sqrt{872}\times\sqrt{281}\times\cos\widehat{BAC}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{354}{\sqrt{872}\sqrt{281}} = \cos\widehat{BAC}$

On en déduit que $\widehat{BAC} = \arccos\left(-\dfrac{354}{\sqrt{872}\sqrt{281}}\right) \approx 135{,}7^\circ$ $(\approx 135{,}65478)$

Ex3 : 1) $DF^2 = DE^2 + EF^2 - 2\times DE\times EF\times\cos(\widehat{DEF})$

$= 49 + 25 - 2\times 7\times 5\times\cos(34^\circ)$

$= 74 - 70\times\cos(34^\circ)$

2

donc $DF = \sqrt{74-70\times\cos(34^\circ)} \approx 4$

2) $EF^2 = ED^2 + DF^2 - 2\times ED\times DF\times\cos(\widehat{EDF})$

$25 \approx 49 + 16 - 2\times 7\times 4\times\cos(\widehat{EDF})$

$25 \approx 65 - 56\cos(\widehat{EDF})$ $\Big) -65$

2 $-40 \approx -56\cos(\widehat{EDF})$ $\Big) \div -56$

$\dfrac{-40}{-56} \approx \cos(\widehat{EDF})$

donc $\widehat{EDF} \approx \arccos\left(\dfrac{-40}{-56}\right) \approx 44^\circ$

De plus $\widehat{DEF} + \widehat{EDF} + \widehat{DFE} = 180^\circ$

$\Leftrightarrow \widehat{DFE} = 180^\circ - \widehat{DEF} - \widehat{EDF}$

1 $\Leftrightarrow \widehat{DFE} \approx 180^\circ - 34^\circ - 44^\circ \approx 102^\circ$

Ex 4 : On pouvait ici se placer dans un repère orthonormé ou utiliser les projetés orthogonaux ou utiliser les normes et le cosinus de l'angle pour calculer les produits scalaires.

1) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AF} = AC \times AF \times \cos\widehat{CAF}$ (F milieu de [AD] donc $AF = 1$ et ACD équilatéral donc $\widehat{CAF} = 60°$)

1 $= 2 \times 1 \times \cos(60°)$

$= 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$

2) $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{CA} = -EC \times CA$ (car $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CA}$ sont colinéaires de sens contraires)

$= -1 \times 2$

1 $= -2$

3) $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CE} = CE^2 = 1^2 = 1$

1

4) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CF} = CA \times CF \times \cos(\widehat{ACF})$

$= 2 \times \sqrt{3} \times \cos(30°)$

1 $= 2 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 3$

F étant le milieu de [AD], et ADC étant équilatéral, (FC) est une hauteur du triangle ADC, ainsi AFC est rectangle en F :

$\widehat{FAC} + \widehat{ACF} = 90° \Leftrightarrow \widehat{ACF} = 90° - 60°$

$\Leftrightarrow \widehat{ACF} = 30°$

De plus, d'après le théorème de Pythagore :

$CF^2 = AC^2 - AF^2 = 2^2 - 1^2 = 3$

donc $CF = \sqrt{3}$

5) On sait que $AD = DC$ et $AB = BC$ donc (DB) est la médiatrice de [AC]. On en déduit que $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux car (DB) est

1 perpendiculaire à (AC). Ainsi

$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AC} = 0$

6) $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FD}$ donc $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FD}\cdot\overrightarrow{ED} = (-\overrightarrow{DF})\cdot(-\overrightarrow{DE}) = \overrightarrow{DF}\cdot\overrightarrow{DE}$

De même que pour le 4), (DE) est une hauteur de ADC donc $\widehat{FDE} = 30°$

1 et $DE = \sqrt{3}$

On a donc $\overrightarrow{DF}\cdot\overrightarrow{DE} = DF \times DE \times \cos\widehat{FDE} = 1 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$

D'où $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{ED} = \frac{3}{2}$.