112 p 29

Multiples de 5 : $10 = 5\times2$, $85 = 5\times17$, $510 = 5\times102$, $60 = 5\times12$

Multiples de 17 : $85 = 17\times5$, $510 = 17\times30$, $34 = 17\times2$

115 p 29

1) $48 = 24\times2$ est un multiple de a et $90 = 18\times5$ est un multiple de b

2) $24\times18 = 432$ est un multiple de a et de b

3) $24 = 6\times4$ et $18 = 6\times3$

$72 = 6\times4\times3$ est le plus petit multiple de a et de b

116 p 29

1) $15 = 5\times3$ Les diviseurs de 15 sont : 1, 3, 5 et 15

$35 = 5\times7$ Les diviseurs de 35 sont : 1, 5, 7 et 35

5 est le plus grand diviseur commun (PGCD) de ces deux nombres

2) $60 = 2\times2\times3\times5$ Les diviseurs de 60 sont 1,2,3,5,4,6,10,15,20,30,60

$40 = 2\times2\times2\times5$ Les diviseurs de 40 sont 1,2,4,5,8,10,20,40

20 est le plus grand diviseur commun (PGCD) de ces deux nombres

3) $45 = 3\times3\times5$ Les diviseurs de 45 sont 1,3,9,15,45

$64 = 2\times2\times2\times2\times2\times2$ Les diviseurs de 64 sont 1,2,4,8,16,32,64

1 est le plus grand diviseur commun (PGCD) de ces deux nombres

4) $270 = 2\times3\times3\times3\times5$ Les diviseurs de 270 sont 1,2,3,5,6,9,10,15,18,27,30,45,54,90,135,270

$180 = 2\times2\times3\times3\times5$ Les diviseurs de 180 sont 1,2,3,4,5,6,9,10,12,15,18,20,30,36,45,60,90,180

90 est le plus grand diviseur commun (PGCD) de ces deux nombres

117 p 29

$\frac{45}{20} = \frac{5\times9}{5\times4} = \frac{9}{4}$ $\frac{63}{42} = \frac{21\times3}{21\times2} = \frac{3}{2}$ $\frac{121}{56}$ est irréductible $\frac{51}{85} = \frac{17\times3}{17\times5} = \frac{3}{5}$

119 p 29

1) 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29 sont les nombres premiers compris entre 1 et 30

2) 3) 2 est le seul nombre premier pair car les autres nombres pairs ont plus de deux diviseurs

120 p 29

1) 10 = 3 + 7

12 = 5 + 7

14 = 7 + 7

16 = 5 + 11

18 = 7 + 11

20 = 7 + 13

2) 100 = 3 + 97 = 11 + 89 = 17 + 83 = 29 + 71 = 41 + 59 = 47 + 53

121 p 29

On peut tout d'abord montrer que le carré d'un nombre impair est un nombre impair :

Si a est un nombre impair alors il existe un entier k tel que $a = 2k + 1$

On a alors $a^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$ qui est un nombre impair.

Si a et a' sont des nombres impairs a^2 et a'^2 sont donc des nombres impairs.

On peut ensuite montrer que la somme de deux nombres impairs est un nombre pair :

Si b et b' sont des nombres impairs alors il existe deux entiers k et k' tels que $b = 2k + 1$ et $b' = 2k' + 1$

On a alors a $b + b' = 2k + 1 + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 2 = 2(k + k' + 1)$ qui est un nombre pair

Si a et a' sont deux nombres impairs alors a^2 et a'^2 sont des nombres impairs et $a^2 + a'^2$ est un nombre pair.

122 p 29

• Si a est un nombre pair alors il existe un entier k tel que $a = 2\times k$

On a alors $a^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ et donc a^2 est pair

On a donc montré que le carré d'un nombre pair est un nombre pair

• Soit a un nombre dont le carré est pair.

a ne peut être impair car sinon son carré serait impair et donc a est pair.

On a donc montré que si le carré d'un nombre est pair alors ce nombre est pair.

Conclusion : Un entier est pair si, et seulement si, son carré est pair.