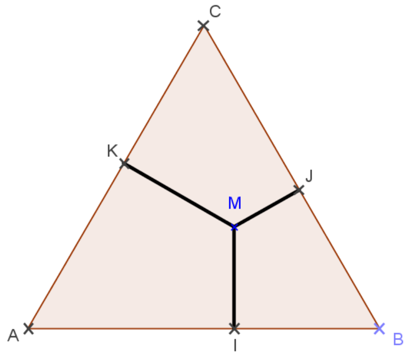
TP : Etude d'une configuration à l'aide du logiciel Geogebra



ABC est un triangle équilatéral de côté 8 cm.

M est un point quelconque intérieur au triangle qui se projette orthogonalement en I, J et K sur les côtés du triangle.

On pose : s = MI + MJ + MK

On souhaite étudier les variations de la somme s lorsque M se déplace à l'intérieur du triangle ABC.

1) Expérimentation avec Geogebra

a) Construire un segment [AB] de longueur 8 puis construire le triangle ABC.

b) Construire le point M puis les segments [MI], [MJ] et [MK].

c) Les longueurs MI, MJ et MK s'affichent dans la fenêtre Algèbre. Saisissez la somme s de ces longueurs.

d) Déplacer M à l'intérieur du triangle. Quelle conjecture peut-on faire concernant s ?

2) Démonstration

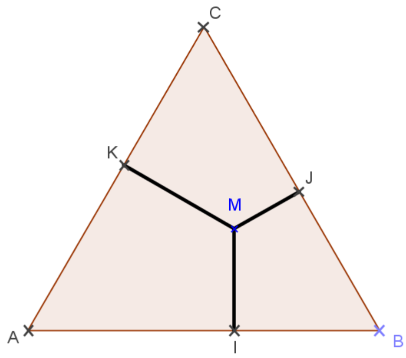
a) Calculer l'aire du triangle ABC.

b) Montrer que l'aire du triangle BMA est égale à 4×MI.

c) Prouver que l'aire du triangle ABC est égale à 4s.

d) Conclure.

TP : Etude d'une configuration à l'aide du logiciel Geogebra



ABC est un triangle équilatéral de côté 8 cm.

M est un point quelconque intérieur au triangle qui se projette orthogonalement en I, J et K sur les côtés du triangle.

On pose : s = MI + MJ + MK

On souhaite étudier les variations de la somme s lorsque M se déplace à l'intérieur du triangle ABC.

1) Expérimentation avec Geogebra

a) Construire un segment [AB] de longueur 8 puis construire le triangle ABC.

b) Construire le point M puis les segments [MI], [MJ] et [MK].

c) Les longueurs MI, MJ et MK s'affichent dans la fenêtre Algèbre. Saisissez la somme s de ces longueurs.

d) Déplacer M à l'intérieur du triangle. Quelle conjecture peut-on faire concernant s ?

2) Démonstration

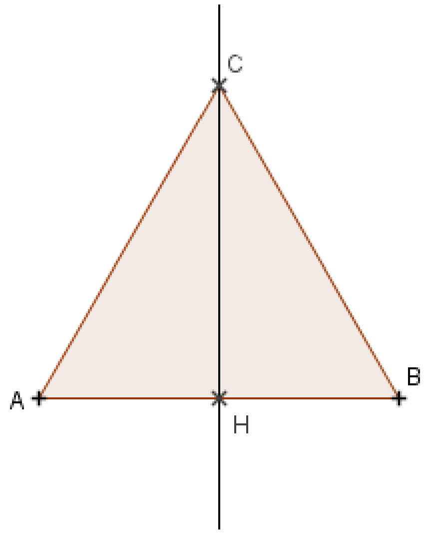
a) Calculer l'aire du triangle ABC.

b) Montrer que l'aire du triangle BMA est égale à 4×MI.

c) Prouver que l'aire du triangle ABC est égale à 4s.

d) Conclure.

Correction TP : Etude d'une configuration à l'aide du logiciel Geogebra



a) $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{AB \times CH}{2}$

Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 48$ donc $CH = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

Ainsi $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{8 \times 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$ cm^2

b) $\mathcal{A}_{BMA} = \dfrac{AB \times MI}{2} = \dfrac{8 \times MI}{2} = 4 \times MI$.

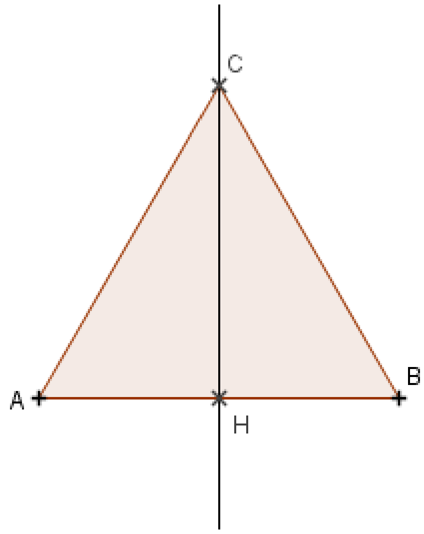
c) En raisonnant comme au b) on a : $\mathcal{A}_{CMA} = 4 \times MK$ et $\mathcal{A}_{CMB} = 4 \times MJ$

Ainsi $\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{BMA} + \mathcal{A}_{CMA} + \mathcal{A}_{CMB} = 4MI + 4MK + 4MJ = 4(MI + MJ + MK) = 4s$.

d) D'après les questions a) et c) on a : $4s = 16\sqrt{3}$ et donc $s = 4\sqrt{3}$.

La conjecture est donc bien démontrée : la somme s est constante, elle est égale à $4\sqrt{3}$.

Correction TP : Etude d'une configuration à l'aide du logiciel Geogebra



a) $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{AB \times CH}{2}$

Le triangle AHC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$CH^2 = AC^2 - AH^2 = 48$ donc $CH = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

Ainsi $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{8 \times 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$ cm^2

b) $\mathcal{A}_{BMA} = \dfrac{AB \times MI}{2} = \dfrac{8 \times MI}{2} = 4 \times MI$.

c) En raisonnant comme au b) on a : $\mathcal{A}_{CMA} = 4 \times MK$ et $\mathcal{A}_{CMB} = 4 \times MJ$

Ainsi $\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{BMA} + \mathcal{A}_{CMA} + \mathcal{A}_{CMB} = 4MI + 4MK + 4MJ = 4(MI + MJ + MK) = 4s$.

d) D'après les questions a) et c) on a : $4s = 16\sqrt{3}$ et donc $s = 4\sqrt{3}$.

La conjecture est donc bien démontrée : la somme s est constante, elle est égale à $4\sqrt{3}$.