RESOLUTION D'EQUATIONS

<u>Résoudre une équation</u> c'est trouver toutes les valeurs qui vérifient l'égalité, c'est à dire l'ensemble des solutions.

I- Equation du premier degré

<u>Définition:</u> Une équation est dite du premier degré à une inconnue lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme $ax + b = 0$ où a et b sont des nombres réels connus.

II- Equations se ramenant au premier degré

***<u>Méthode générale</u>* : Pour résoudre une équation du type E = F:**

1. **On transpose tout dans le premier membre: E = F ssi E – F = 0**
2. **On factorise, si possible, le premier membre pour obtenir un produit nul: A×B = 0.
   Attention, si aucune factorisation n'est possible, alors on développe.**
3. **On applique la règle du produit nul: A×B = 0 ssi (A = 0 ou B = 0) et on résout ces équations plus simples.**
4. **On écrit les solutions entre accolades S = { ... ; ... ; ... }
   (Sauf dans les cas particulier S = ∅ et S = ℝ)**

<u>Exercice résolu</u> :

$(x-2)(x-3) = 3(x^2-4)$

$(x-2)(x-3) - 3(x^2-4) = 0$

$(x-2)(x-3) - 3(x-2)(x+2) = 0$

$(x-2)[(x-3) - 3(x+2)] = 0$

$(x-2)(-2x-9) = 0$

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un de ses facteurs est nul.

Donc, $x - 2 = 0$ ou $-2x - 9 = 0$

Soit, $x = 2$ ou $x = -\dfrac{9}{2}$

$S = \{-\dfrac{9}{2} ; 2\}$

☞ On écrit tout dans le même membre pour se ramener à une écriture de la forme : « expression = 0 ».

☞ On cherche maintenant à factoriser cette expression pour obtenir un produit nul.

- Combien de « paquets » dans la somme ? Ici, 2.
- Il y a-t-il un facteur commun dans chacun de ces paquets ? Ici, non.
- Il y a-t-il deux carrés ? Ici, non.
- Cherchons alors si il y a des petites factorisations possibles : on remarque que le facteur $(x^2 - 4)$ peut se factoriser. On a : $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$.

Maintenant, on voit un facteur commun apparaître : $(x - 2)$.

III- Equation de la forme $x^2 = a$

<u>Rappels</u> :

- **Si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$** n'admet pas de solutions
- **Si $a = 0$ alors l'équation $x^2 = a$** admet une seule solution : $S = \{0\}$
- **Si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$** admet deux solutions : $S = \left\{\sqrt{a} ; -\sqrt{a}\right\}$

V- Equations avec inconnue au dénominateur

L'équation $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$ est équivalente à $g(x) \neq 0$ et $f(x) = 0$.
Autrement dit, un quotient est nul si son numérateur est nul et son dénominateur est non nul.

***Méthode générale* : Pour résoudre une équation où l'inconnue intervient au dénominateur:**

1- **On cherche la (ou les) valeur(s) interdite(s) c'est-à-dire les valeurs qui annulent le dénominateur.**
2- **On transpose tout dans le premier membre.**
3- **On réduit ce premier membre au même dénominateur pour obtenir un quotient nul : $\frac{N}{D} = 0$**
4- **On applique la règle du quotient nul: $\frac{N}{D} = 0$ si et seulement si $N = 0$ et $D \neq 0$ et on résout l'équation obtenue.**
5- **On vérifie si les valeurs trouvées ne sont pas interdites et on écrit les solutions entre accolades $S = \{ ... \}$**

Exercice résolu :

$\frac{2-3x}{1-x} = 1$

Trouver la valeur interdite, c'est résoudre l'équation « dénominateur = 0 », soit ici, $1 - x = 0$.

• Valeur interdite : 1

$\frac{2-3x}{1-x} - 1 = 0$

On transpose tout dans le même membre.

$\frac{2-3x}{1-x} - \frac{1-x}{1-x} = 0$

On réduit au même dénominateur.

$\frac{(2-3x)-(1-x)}{1-x} = 0$

On applique le règle du quotient nul : un quotient est nul si son numérateur est nul.

$2 - 3x - (1 - x) = 0$

On obtient une équation se résolvant en utilisant les méthodes précédentes.

$1 - 2x = 0$

Ici, on obtient une équation du 1[er] degré.

$x = \frac{1}{2}$ Donc, $S = \{ \frac{1}{2} \}$.