

## Problème du duc de Toscane

### Un petit peu d'histoire

Cosme II de Médicis (1590-1621), Duc de Toscane, a remarqué (en observant de très nombreuses parties de jeu de dés) qu'en lançant trois dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et en faisant la somme des numéros des faces, on obtient plus souvent 10 que 9, alors qu'il y a autant de façons d'obtenir 9 que 10. Il soumit ce problème à l'illustre Galilée (1564-1642) son ancien précepteur.

Après quelques réflexions, Galilée rédigea un petit mémoire sur les jeux de hasard en 1620 expliquant le phénomène.

1) Montrer qu'il y a autant de façons d'écrire 10 que 9 comme somme de trois entiers compris entre 1 et 6.

### Simulation à l'aide d'un tableur

2) a) A l'aide de la formule « =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) », faites un tirage aléatoire entre 1 et 6 dans la cellule A1. Remarquez que l'on peut relancer le tirage en appuyant sur CTRL+MAJ+F9.

b) Modifier la formule de la cellule A1 afin de simuler le résultat obtenu en faisant la somme des numéros des faces de trois dés.

3) Simulation de 50 lancers

Copier la formule de la cellule A1 donnant la somme des numéros des faces de trois dés et la coller dans les cellules B1 à B50. Nous obtenons ainsi la simulation des résultats de 50 lancers.

4) De la même façon, simuler dans les colonnes C, D, E, F et G respectivement 100, 500, 1000, 2000 et 5000 lancers.

### Calcul des fréquences

5) Organiser les données sous la forme d'un tableau semblable à celui proposé ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
5001	Nb lancers	50	100	500	1000	2000	5000
5002	Fréquence nb 9						
5003	Fréquence nb 10						
5004							

Pour calculer la fréquence d'apparition du 9 dans les 50 premiers lancers taper dans la cellule adéquate, la formule « =NB.SI(B1:B50;9)/50 ». Raisonner de la même manière pour le calcul des autres fréquences.

6) Pour une meilleure exploitation de ces résultats nous allons les représenter graphiquement : sélectionner le tableau précédent puis aller dans le menu d'insertion d'un graphique (choisir un graphique avec nuage de points avec courbe lissées et marqueurs)

Remarque : Pour un meilleur affichage vous pouvez mettre en forme l'axe des ordonnées de sorte que son maximum soit fixé à 0,3.

7) Réactualiser plusieurs fois la feuille de calcul en maintenant quelques secondes la pression sur CTRL+MAJ+F9. Que remarque-t-on ?

### Elucidation

Le paradoxe vient du fait que les possibilités dénombrées par le Duc de Toscane ne sont pas équiprobables. Le calcul des probabilités montre que la probabilité d'obtenir une somme égale à 9 est égale à  $25/216$  (environ 0,116) et celle d'obtenir une somme égale à 10 est  $27/216 = 0,125$ .

Ce que je retiens :

*Lorsque la taille des échantillons devient un grand nombre, les distributions de fréquences se stabilisent*