Correction des exercices de révision sur les exponentielles.

N°137 p 72 :

1) si 1000 internautes sont connectés, $x = 1$ et $f(x) = f(1) = 0{,}25 \times 1{,}5^1 = 0{,}25 \times 1{,}5 = 0{,}375$
Ainsi, si 1000 internautes sont connectés, la durée de chargement est de 0,375 secondes

5000 internautes : $x = 5$ $f(5) = 0{,}25 \times 1{,}5^5 = 1{,}8984375$
Si 5000 internautes sont connectés, la durée de chargement est d'environ 1,898 secondes

2) $f(8) = 0{,}25 \times 1{,}5^8 \simeq 6{,}4$
Si 8000 internautes sont connectés, la durée de chargement est d'environ 6,4 secondes

3) $x \mapsto 1{,}5^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ (car $1{,}5 > 1$). Pour obtenir f, on multiplie par 0,25 qui est positif donc f est aussi strictement croissante sur $[1;10]$. Ainsi plus le nombre d'internautes est grand, plus le temps de téléchargement est important.

4) $f(6) \approx 2{,}8 < 3$ et $f(7) \approx 4{,}3 > 3$

$f(6{,}1) \approx 2{,}97 < 3$ et $f(6{,}2) \approx 3{,}09 > 3$

$f(6{,}12) \approx 2{,}9896 < 3$ et $f(6{,}13) \approx 3{,}002 > 3$

$f(6{,}128) \approx 2{,}99935 < 3$ et $f(6{,}129) \approx 3{,}0006 > 3$

C'est donc à partir de 6129 personnes connectées que la durée de téléchargement dépasse 3 secondes.

5) On ajoute : resol(3) (cette question n'est pas très bien posée...)
(remarque ** est l'exposant en Python)

N°138 p 72 :

1) a) Pour tout entier n : $u_n = 20 \times 0{,}93^n$, (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 20$ et de raison $1 - \frac{7}{100}$ car la population diminue de 7% chaque année.

b) $2019 = 2015 + 4$ $u_4 = 20 \times 0{,}93^4 \approx 14{,}961$
Le nombre d'habitants en 2019 était de 14961.

c) On cherche n tel que $u_n < 15$

$$\begin{aligned}
&\iff 20 \times 0{,}93^n < 15 \\
&\iff 0{,}93^n < 0{,}75 \\
&\iff \log(0{,}93^n) < \log(0{,}75) \\
&\iff n \log(0{,}93) < \log(0{,}75) \\
&\iff n > \frac{\log(0{,}75)}{\log(0{,}93)}
\end{aligned}$$

$\div \overbrace{\log(0{,}93)}^{\text{négatif.}}$

or $\dfrac{\log(0{,}75)}{\log(0{,}93)} \approx 3{,}96$, donc $n \geqslant 4$ car n est entier

On en déduit (et on peut obtenir ce résultat à l'aide de la calculatrice) qu'à partir de 2019 (2015 + 4) la population sera inférieure à 15000 habitants.

d) on ajoute seuil(15) e) vérifier à l'aide de la calculatrice

2) a) $f(x) = k a^x$ on a $f(0) = u_0$ et $f(1) = u_1$

or $u_0 = 20$ donc $k a^0 = 20 \Leftrightarrow k \times 1 = 20 \Leftrightarrow k = 20$

et $u_1 = 20 \times 0{,}93^1 = 18{,}6$ donc $20 a^1 = 18{,}6 \Leftrightarrow 20 a = 18{,}6$

$\Leftrightarrow a = \frac{18{,}6}{20} = 0{,}93$

On a donc $f(x) = 20 \times 0{,}93^x$

b) On cherche x tel que $f(x) = \frac{20}{2}$

$\Leftrightarrow f(x) = 10$

$\Leftrightarrow 20 \times 0{,}93^x = 10$

$\Leftrightarrow 0{,}93^x = 0{,}5$ $\quad \div 20$

$\Leftrightarrow \log(0{,}93^x) = \log(0{,}5)$

$\Leftrightarrow x \log(0{,}93) = \log(0{,}5)$

$\Leftrightarrow x = \frac{\log(0{,}5)}{\log(0{,}93)} \approx 9{,}55$

$9{,}55 = 9 + 0{,}55$ avec $\frac{6}{12} < 0{,}55 < \frac{7}{12}$ (on utilise les 12èmes car l'année compte 12 mois)

Ainsi le nombre d'habitants sera divisé par 2 durant le 7e mois de l'année 2015 + 9, c'est à dire durant le mois de juillet de l'année 2024.