2 a. $\log(100) = 2$; b. $\log(1000) = 3$; c. $\log(10\ 000) = 4$; d. $\log(1\ 000\ 000) = 6$.

3 a. $\log(0{,}1) = -1$; b. $\log(0{,}001) = -3$; c. $\log(0{,}\ 000\ 1) = -4$; d. $\log(0{,}000\ 000\ 1) = -7$

4 a. $\log(10^2 \times 10^{-1}) = 1$; b. $\log(10^6 \times 10^{-4}) = 2$; c. $\log(10^{-5} \times 10^{-2}) = -7$; d. $\log(0{,}1 \times 0{,}001) = -4$.

5 a. $\log(0{,}003) < \log(0{,}03)$; b. $\log(3\times10^{-1}) > \log(30\times10^{-3})$; c. $\log\left(\frac{5}{7}\right) > \log\left(\frac{5}{11}\right)$; d. $\log(2) > \log\left(\frac{2}{3}\right)$.

6 a. $\log(0{,}2) > \log(0{,}004)$; b. $\log(0{,}25) > \log(0{,}205)$; c. $\log(0{,}003\ 9) < \log(0{,}039)$.

7 a. $\log(0{,}015) < 0$; b. $\log(1{,}001) > 0$; c. $\log(0{,}\ 999\ 9) < 0$; d. $\log(100 \times 10^{-3}) < 0$.

8 a. $-2 < \log(0{,}02) < -1$; b. $-1 < \log(0{,}25) < 0$; c. $0 < \log(7{,}5) < 1$; d. $3 < \log(2021) < 4$.

9 a. $\log(200) = 2 + \log(2)$; b. $\log(400) = 2 + 2\log(2)$; c. $\log(80) = 3\log(2) + 1$; d. $\log(32) = 5\log(2)$.

10 a. $\log(0{,}2) = -1 + \log(2)$; b. $\log(0{,}004) = -3 + 2\log(2)$; c. $\log(0{,}08) = -2 + 3\log(2)$;
d. $\log(0{,}032) = -3 + 5\log(2)$.

11 a. $\log(25) = 2\log(5)$; b. $\log(125) = 3\log(5)$; c. $\log(50) = 2\log(5) + \log(2)$; d. $\log(25\ 000) = 3 + 2\log(5)$.

12 a. $\log(0{,}5) = -1 + \log(5)$; b. $\log(0{,}002\ 5) = -4 + 2\log(5)$; c. $\log(0{,}625) = -3 + 4\log(5)$;
d. $\log(0{,}005) = -3 + \log(5)$

13 a. $\log(6) = \log(2) + \log(3)$; b. $\log(24) = 3\log(2) + \log(3)$; c. $\log(18) = \log(2) + 2\log(3)$;
d. $\log(1200) = 2 + 2\log(2) + \log(3)$.

---

14 a. $\log(500) = 2 + \log(5)$; b. $\log(0{,}05) = -2 + \log(5)$; c. $\log(50\ 000) = 4 + \log(5)$; d. $\log(0{,}25) = -2 + 2\log(5)$.

15 a. $\log(9) = 2\log(3)$; b. $\log(27) = 3\log(3)$; c. $\log(0{,}3) = -1 + \log(3)$; d. $\log(30) = 1 + \log(3)$.

16 a. $\log(50)$; b. $\log(9)$; c. $\log(0{,}5)$; d. $\log(25)$.

17 a. $\log(20)$; b. $\log(4)$; c. $\log(20)$.

18 réponse **a.**

19 réponse **a.**

20 a. $x = 0$; b. $x = -3$; c. $x = 7$; d. $x = 2 - \dfrac{2}{\log(5)}$;

21 a. $x = -4 - \log(3)$; b. $x = 1$; c. $x = \dfrac{\log(3)}{\log(5)}$; d. $x = 1 + \dfrac{\log(3)}{\log(2)}$.

22 a. $x < 5$; b. $x < \dfrac{1}{\log(0{,}3)}$; c. $x \leq 3$; d. $x \leq \dfrac{\log(5)}{\log(0{,}8)}$.

23 a. $x < 2$; b. $x \geq \dfrac{-2\log(5)}{\log(2)}$; c. $x > \dfrac{\log(5)}{\log(1{,}2)}$; d. $x \leq \dfrac{\log(2)}{\log(0{,}8)}$.

24 **1.** $\log(10^n) = n$; **2.** $\log(0{,}000\,1) > \log(10^{-6})$.

25 **a.** $\log(0{,}1) = -1$; **b.** $\log(100) = 2$; **c.** $\log(0{,}\,000\,000\,001) = -9$; **d.** $\log(1\,000\,000\,000) = 9$.

26 **a.** $\log(10^6) = 6$; **b.** $\log(10^{121}) = 121$; **c.** $\log(10^{-12}) = -12$; **d.** $\log(10) = 1$.

27 **a.** $\log(100\,000) = 5$; **b.** $\log(10\,000\,000) = 7$; **c.** $\log(10^{21}) = 21$; **d.** $\log(10^{2021)} = 2021$.

28 **a.** $\log(0{,}000\,1) = -4$; **b.** $\log(0{,}000\,01) = -5$; **c.** $\log(0{,}\,000\,000\,01) = -8$; **d.** $\log(10^{-9}) = -9$.

29

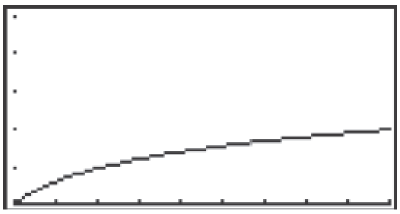
x	2	3	4	5	6
$\log(x)$	0,3	0,5	0,6	0,7	0,8

30 $\log(0{,}\,001) < \log(0{,}\,01) < \log(1{,}001) < \log(1{,}1)$.

31 $\log(0{,}003\,9) < \log(0{,}004) < \log(0{,}039) < \log(0{,}199) < \log(0{,}2) < \log(0{,}205) < \log(0{,}25)$.

32 $\log(2\times10^{-5}) < \log(204\times10^{-5}) < \log(2{,}4\times10^{-3}) < \log(0{,}24\times10^{-1}) < \log(25\times10^{-2})$

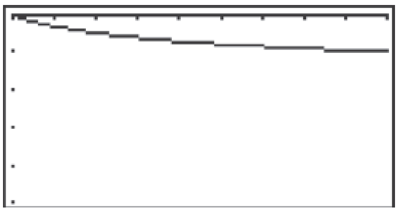
33 **1.**



2. La fonction f semble croissante sur $]0\,;+\infty[$.

3. $f(x) = 2\log(x)$; or, la fonction logarithme décimal est croissante sur $]0\,;+\infty[$. f est également croissante sur $]0\,;+\infty[$.

34 **1.** **Erratum fenêtre graphique : $y$min = –5 ; $y$max= 0 ; scale =1.**



2. La fonction f semble décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

3. $f(x) = -\log(x)$; or, la fonction logarithme décimal est croissante sur $]0\,;+\infty[$. f est donc décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

35 $f(0{,}5) = \log(2{,}5)$ et $g(0{,}5) = \log(1) = 0$. La courbe de couleur rose représente la fonction g.

36 **1.** $f(1) = \log(2)$ et $g(1) = 0$. La courbe de couleur orange représente la fonction g.

2. $f(5) \approx 1{,}4$ et $g(6) \approx 1{,}6$.

3. $x = 2$.

37 **1.** $\log(a\times b) = \log(a) + \log(b)$; **2.** $\log\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\log(a)$.

38 **a.** $\log(1000) = 3$; **b.** $\log(100\times10^{-8}) = -6$; **c.** $\log(10^{-9}\times10^{7}) = -2$; **d.** $\log(0{,}000\,1) = -4$.

39 **a.** $\log(0{,}5) = \log(5) + (-1) \approx -0{,}3$.
b. $\log(0{,}05) = \log(5) + \log(10^{-2}) \approx -1{,}3$.
c. $\log(25) = 2\log(5) \approx 1{,}4$.
d. $\log(500) = \log(5) + 2 \approx 2{,}7$.

40 **a.** $\log(0{,}2) \approx -0{,}7$; **b.** $\log(2\,000) \approx 3{,}3$; **c.** $\log(8) \approx 0{,}9$; **d.** $\log(20) \approx 1{,}3$.

41 **a.** $\log(a^3) = 3 \times \log(a)$; **b.** $\log(a^5) - \log(a^2) = 3\log(a)$; **c.** $\log(a^{-3}) + \log(a^2) = -\log(a)$;
d. $\log(10a^5) = 1 + 5\log(a)$.

42 **a.** $-\log(a)$; **b.** $-2\log(a)$; **c.** $3\log(a)$; **d.** $1-\log(a)$.

43 **a.** $\log(20) = 2\log(2) + \log(5)$; **b.** $\log(40) = 3\log(2) + \log(5)$; **c.** $\log(200)= 3\log(2) + 2\log(5)$;
d. $\log(250) = \log(2) + 3\log(5)$.

44 **1. Faux** ; **2. Faux** ; **3. Vrai**.

45 **1.** $x = \log(3)$; **2.** $x = \dfrac{\log(2)}{\log(3)}$; **3.** Non, car $3^2 > 4$.

46 **1. d.** **2. b** **3. b.**

47 **a.** $x = \dfrac{1}{\log(5)}$; **b.** Il n'y a pas de solution réelle car pour tout x réel, $2^x > 0$.

48 **a.** $3^x = 0$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$ car, pour tout x réel, $3^x > 0$. **b.** $x = \dfrac{1}{\log(3)}$

49 **a.** $x = 10^{-1}$ **b.** $x = 1000$.

50 **a.** $x = 10^{0,5}$; **b.** $x = 10^{-1}$.

51 **a.** $x \leq \dfrac{1}{\log(5)}$; **b.** $x > \dfrac{1}{\log(2)}$.

52 **a.** $x \leq 2$; **b.** $x \geq \dfrac{\log(5)}{\log(3)}$.

53 **a.** $x < 10$; **b.** $x > 10^2$.

54 **1. Vrai** car $\log(100) + 1 = 2 + 1 = 3$; **2. Vrai** car $2\log(0{,}1) - 1 = 2 \times (-1) - 1 = -3$;
3. Faux car $3\log(10) + 1 = 3 \times 1 + 1 = 4$; **4. Vrai** car $\log(10^2) + \log(10) = 2 + 1 = 3$.

55

x	0,1	1	100	0,001	10^{-5}
$\log(x)$	–1	0	2	–3	–5

56

x	0,01	10	0,01	0,000 1	0,1
$\log(x)$	–2	1	–2	–4	–1

57

x	1	5	25	125	625
$\log(x)$	0	0,7	1,4	2,1	2,8

58 **a.** $-4 < \log(0{,}000\,2) < -3$; **b.** $5 < \log(201\,000) < 6$; **c.** $3 < \log(2500) < 4$; **d.** $-2 < \log(0{,}05) < -1$

59

x	1	2	5	10	20
$\log(x)$	0	0,3	0,7	1	1,3

$\log(20) = \log(10\times2) = 1 + \log(2) \approx 1{,}3$; $\log(5) = \log(10 \div 2) = \log(10) - \log(2) \approx 0{,}7$.

60 **a.** $0{,}00147 = 147 \times 10^{-5} = 3\times7^2\times10^{-5}$. D'où $\log(0{,}00147) = \log(3) + 2\log(7) - 5$.

b. $11\,907 = 81\times 147 = 3^5 \times 7^2$. D'où $\log(11\,907) = 5\log(3) + 2\log(7)$.

c. 2700×490 . On a donc : $\log(2700 \times 490) = 3\log(3) + 2\log(7) + 3$.

61 **1.** $M = 0$ donc $k = 2{,}5\log(E_0)$.

2. $M = -2{,}5\log(E) + 2{,}5\log(E_0) = -2{,}5(\log(E) - \log(E_0)) = -2{,}5\log\left(\dfrac{E}{E_0}\right)$.

3. a. Si l'étoile est perçue comme plus brillante que l'étoile Véga, son éclat est donc plus grand que celui de Véga. On a donc $E > E_0$. $\dfrac{E}{E_0} > 1$ donc $\log\left(\dfrac{E}{E_0}\right) > 0$, d'où $M < 0$. La magnitude apparente est donc négative.

b. La magnitude de l'étoile Véga est nulle donc la magnitude de l'étoile observée est inférieure à celle de Véga.

4. Magnitude de Vénus : $-4{,}6$ à 0,1 près.

Magnitude de Mars : $-2{,}3$ à 0,1 près.

Magnitude de Neptune : 7,9 à 0,1 près.

5. Éclat du soleil : environ $10^{10{,}72} \times E_0$.

Éclat de la pleine lune : environ $10^{5{,}04} \times E_0$.

Éclat d'Uranus : environ $10^{-2{,}28} \times E_0$.

62 **a.** $x = \dfrac{\log(5)}{\log(2)}$; **b.** $x = \dfrac{1}{\log(3)}$; **c.** $x = 1$

63 **a.** $x = 50$; **b.** $x = 999$.

64 **a.** $x = 4{,}5$; **b.** $x = 1$.

65 **a.** $x > 0$; **b.** $x \leq 0$.

66 **a.** $x > 5$: **b.** $-\dfrac{1}{3} < x \leq 0$ x vérifie à la fois $3x + 1 > 0$ et $3x + 1 \leq 1$.

71 **1.** $N = 70$ dB.

2. $N \leq 120 \Leftrightarrow 10\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) \leq 120 \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) \leq 12 \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) \leq \log(10^{12}) \Leftrightarrow I \leq 10^{12}\times10^{-12}$

D'où $I \leq 1\ \text{W.m}^{-2}$.

3. $N + 20 = 10\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) + 20 = 10\left[\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) + 2\right] = 10\log\left(\dfrac{100I}{10^{-12}}\right)$. Si N augmente de 20 dB, l'intensité I est multipliée par 100.

4. $N - 10 = 10\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) - 10 = 10\left[\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) - 1\right] = 10\log\left(\dfrac{0{,}1I}{10^{-12}}\right)$. Si N diminue de 10 dB, l'intensité I est divisée par 10.

5. Le niveau sonore des deux enceintes est égal à $10\log\left(\dfrac{2I}{10^{-12}}\right)$;

$10\log\left(\dfrac{2I}{10^{-12}}\right) = N + 10\log(2) = 80 + 10\log(2) \approx 83$ dB. Les parents de Jade ont donc tort, les niveaux sonores ne s'ajoutent pas. Le son reste en dessous du seuil de douleur de l'oreille humaine.

74 **1.** $N' = 10\log\left(\dfrac{2I}{10^{-12}}\right) = 10\left(\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) + \log(2)\right) = N + 10\log(2)$. $10\log(2) \approx 10\times 0,3 \approx 3$.

2. a. Niveau sonore de deux tondeuses côte à côte : environ 70 + 3 soit 73 dB.

b. $N' = 10\log\left(\dfrac{10I}{10^{-12}}\right) = 10\left(\log\left(\dfrac{I}{10^{-12}}\right) + \log(10)\right) = N + 10$.

Si $N = 120$, alors $N' = 130$. C'est donc vrai.

105 **1.** $r_{n+1} = 1{,}03 \times r_n$, la raison est donc égale à 1,03.

2. Il s'agit de calculer le nombre de séances au bout d'une année, soit 4 trimestres.

$r_4 = r_1 \times 1{,}03^3 = 598 \times 1{,}03^3 \approx 653$, résultat arrondi à l'unité près.

3. $598 \times 1{,}03^{x-1} \geq 800 \Leftrightarrow 1{,}03^{x-1} \geq \dfrac{800}{598} \Leftrightarrow (x-1)\log(1{,}03) \geq \log\left(\dfrac{800}{598}\right) \Leftrightarrow x-1 \geq \dfrac{\log\left(\frac{800}{598}\right)}{\log(1{,}03)}$ $(\log(1{,}03) > 0)$

$\Leftrightarrow x \geq 1 + \dfrac{\log\left(\frac{800}{598}\right)}{\log(1{,}03)}$; la calculatrice donne $1 + \dfrac{\log\left(\frac{800}{598}\right)}{\log(1{,}03)} \approx 10{,}84$ à 0,01 près.

4. Il faut résoudre l'inéquation $598\times 1{,}03^{x-1} \geq 800$.

D'après la question **3.**, $x \geq 10{,}84$. Le nombre trimestriel de séances dépassera 800 après 11 trimestres.

Il faudra donc recruter un-e collègue au bout de 2 ans et 3 trimestres donc au cours du 3^e trimestre de l'année 2021.

106 **1.** $660 \times 0{,}85^t \leq 115 \Leftrightarrow \log(0{,}85) \times t \leq \log\left(\dfrac{115}{660}\right) \Leftrightarrow t \geq \dfrac{\log\left(\frac{115}{660}\right)}{\log(0{,}85)}$ car $\log(0{,}85) < 0$.

La calculatrice donne $\dfrac{\log\left(\frac{115}{660}\right)}{\log(0{,}85)} \approx 10{,}75$ à 0,01 près.

2. Il faut résoudre l'inéquation $660 \times 0{,}85^t \leq 115$; la question 1 donne $t \geq 10{,}75$.

Le temps de récupération doit donc être supérieur à 10 minutes et 45 secondes.

3. On calcule l'écart du nombre de battements entre la 8^e et la 9^e minute : $g(8) - g(9) \approx 27$. La diminution n'est pas anormale ici puisqu'elle est supérieure à 12.

107 **1. a.** $u_1 = 256 \times 0{,}8 = 204{,}8$.

b. $u_{n+1} = 0{,}8u_n$ d'après l'énoncé.

2. a. C3 = C2*0.8

b. On résout l'inéquation $256 \times 0{,}8^n \leq 50$.

Elle équivaut à : $n \times \log(0{,}8) \leq \log\left(\dfrac{50}{256}\right) \Leftrightarrow n \geq \dfrac{\log\left(\frac{50}{256}\right)}{\log(0{,}8)}$. La calculatrice donne $\dfrac{\log\left(\frac{50}{256}\right)}{\log(0{,}8)} \approx 7{,}3$.

Le marché physique sera inférieur à 50 millions d'euros en $2018 + 8 = 2026$.

109 **1.** Prix de l'article au 1er janvier 2021 : $f(1) \approx 78$ euros à 1 unité près.

Prix de l'article au 1er juillet 2021 : $f(1{,}5) \approx 82$ euros à 1 unité près.

2. On résout l'inéquation $72 \times 1{,}087^x > 200$;

elle équivaut à : $1{,}087^x > \dfrac{200}{72} \Leftrightarrow x\log(1{,}087) > \log\left(\dfrac{200}{72}\right) \Leftrightarrow x > \dfrac{\log\left(\dfrac{200}{72}\right)}{\log(1{,}087)}$.

La calculatrice donne $\dfrac{\log\left(\dfrac{200}{72}\right)}{\log(1{,}087)} \approx 12{,}24$. Ce sera dans le courant de l'année 2032, au 1er avril.

110 **1.** $u_1 = 800 \times 1{,}025 = 820$.

2. La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,025 et de 1er terme 800.

$u_n = 800 \times 1{,}025^n$.

3. $800 \times 1{,}025^n \geq 1000 \Leftrightarrow 1{,}025^n \geq \dfrac{1000}{800} \Leftrightarrow n\log(1{,}025) \geq \log\left(\dfrac{1000}{800}\right) \Leftrightarrow n \geq \dfrac{\log\left(\dfrac{1000}{800}\right)}{\log(1{,}025)}$.

La calculatrice donne $\dfrac{\log\left(\dfrac{1000}{800}\right)}{\log(1{,}025)} \approx 9{,}03$.

4. Cela revient à déterminer le plus petit entier n tel que $800 \times 1{,}025^n \geq 1000$, inéquation résolue à la question **3**

avec $n \geq \dfrac{\log\left(\dfrac{1000}{800}\right)}{\log(1{,}025)}$.

$\log(1{,}025)$

La calculatrice donne $\dfrac{\log\left(\dfrac{1000}{800}\right)}{\log(1{,}025)} \approx 9{,}03$.

Le capital acquis dépassera pour la première fois 1000 € en 2029.