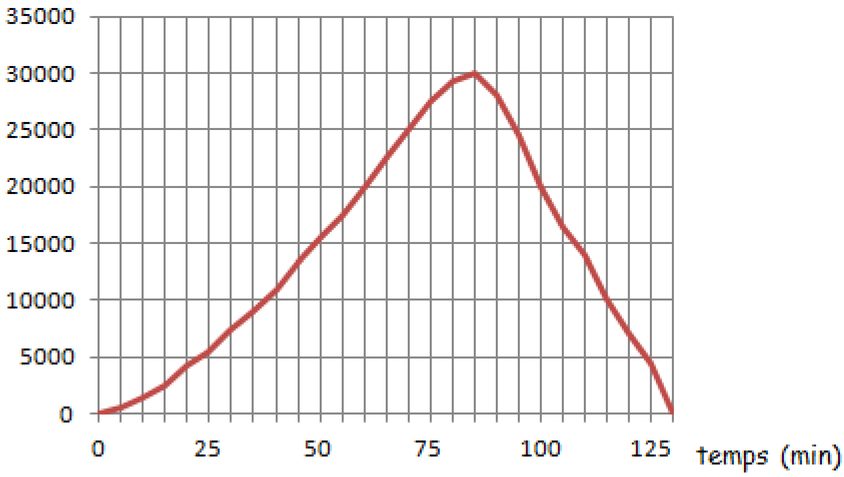
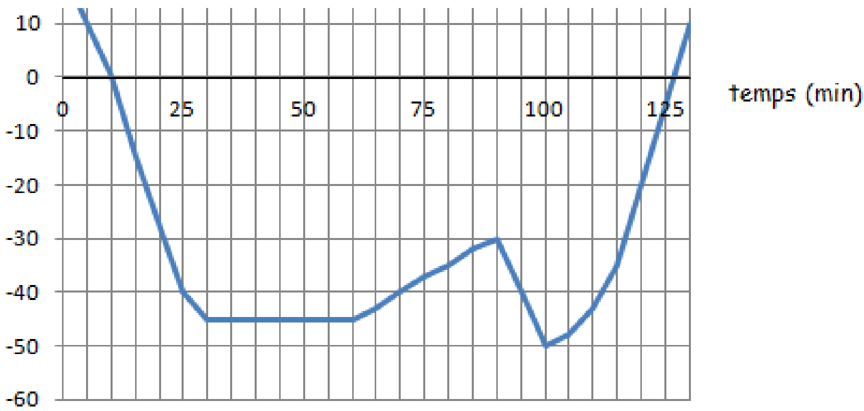
I Introduction par l'étude d'un problème

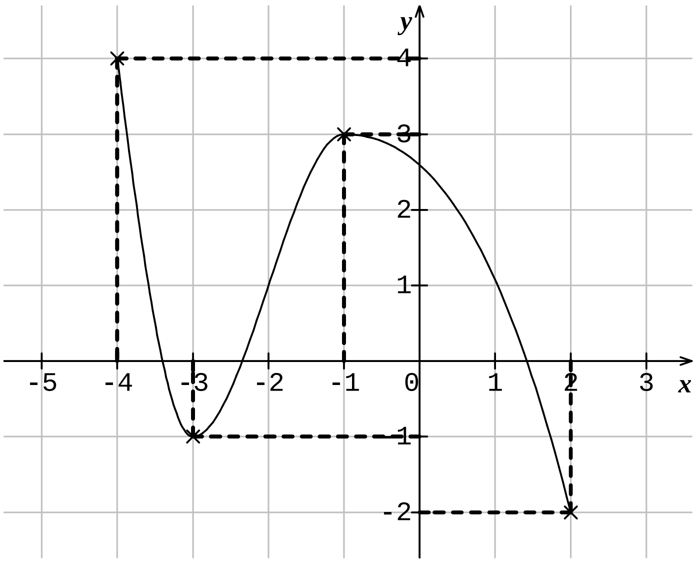
Activité 1: Lancer d'un ballon sonde
On lance un ballon sonde. Arrivé à une certaine altitude il éclate puis chute. L'altitude en mètres et la température en °C sont enregistrées au cours du vol et représentées ci-dessous.



1) Identifier chaque courbe.
2) a) Décrire les variations de l'altitude au cours du temps.
b) Quelle est l'altitude maximale atteinte par le ballon avant d'éclater ? Au bout de combien de temps à–t-il éclaté ?
3) a) Sur quelles plages horaires la température est-elle croissante ? Décroissante ? Constante ?
Ecrire ces plages horaires sous forme d'intervalles.
b) Quelles sont les températures maximale et minimale rencontrées ?
4) Sur quelle plage horaire la température est-elle négative ?



II Idées intuitives



Sens de variation de f *sur [- 3 ; -1] : la courbe « monte de gauche à droite » sur [- 3 ; - 1].*
On dit que f *est croissante sur [- 3 ; - 1].*

Sens de variation de f *sur [- 1 ; 2] : la courbe « descend de gauche à droite » sur [- 1 ; 2].*
On dit que f *est décroissante sur [- 1 ; 2]*

Minimum de f *sur [- 4 ; - 1] : Le point de coordonnées (- 3 ; - 1) est « le plus bas » de la courbe sur [- 4 ; - 1].*
On dit que – 1 est le minimum de f *sur [- 4 ; - 1] et qu'il est atteint en – 3.*

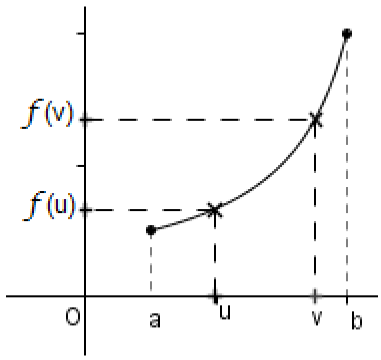
On résume le sens de variation de f *dans un tableau de variation :*

x	- 4		- 3		- 1		2
variations de f	4	↘	- 1	↗	3	↘	- 2

III Traductions algébriques

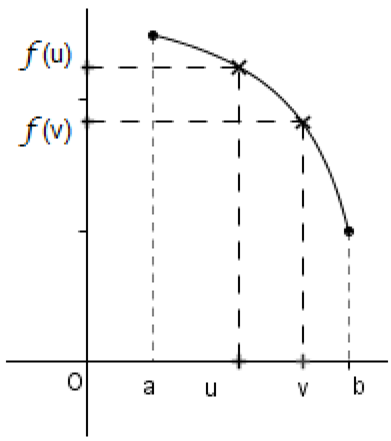
On considère la fonction f *:* $I = [a\ ;\ b] \rightarrow \mathbb{R}$ *où* $[a\ ;\ b]$ *est un intervalle contenu dans* $\mathcal{D}_f$.

1) Fonction croissante



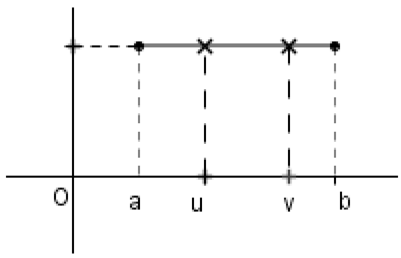
On dit que f *est strictement croissante sur* I *lorsque pour tous réels* u *et* v *de l'intervalle* I *tels que* $u < v$ *on a* $f(u) < f(v)$.

2) Fonction décroissante



On dit que f *est strictement décroissante sur* I *lorsque pour tous réels* u *et* v *de l'intervalle* I *tels que* $u < v$ *on a* $f(u) > f(v)$.

3) Fonction constante



On dit que f *est constante sur* I *lorsque pour tous réels* u *et* v *de l'intervalle* I *on a* $f(u) = f(v)$

Remarques :

1) Si on remplace $f(u) > f(v)$ *par* $f(u) \leq f(v)$ *dans la définition, on dit que* f *est croissante sur* I

Si on remplace $f(u) > f(v)$ *par* $f(u) \geq f(v)$ *dans la définition, on dit que* f *est décroissante sur* I

2) On dit qu'une fonction croissante « conserve l'ordre » et qu'une fonction décroissante « renverse l'ordre ».

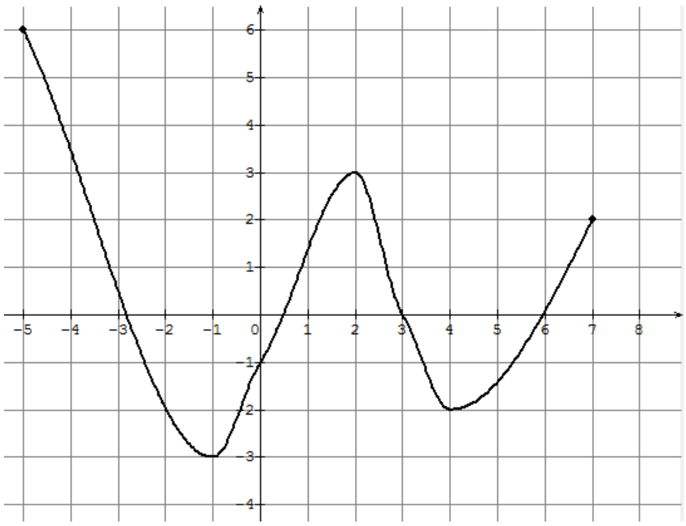
3) Si les variations de f *ne change pas sur* I *on dit que* f *est* ***monotone*** *sur* I.

IV Extremum d'une fonction

Définition :

Soit f *une fonction définie sur un intervalle I contenu dans* D_f *et soit a un réel donné de l'intervalle I.*
On dit que $f(a)$ *est le maximum (respectivement le minimum) de la fonction* f *sur I si et seulement si pour tout réel* $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$ *(respectivement* $f(x) \geq f(a)$ *).*

Activité 2 : Soit f *une fonction dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :*



1) Donner le tableau de variation de f *sur son ensemble de définition*
2) Compléter
… est le maximum de f *sur [- 3 ; 5] il est atteint en …*

… est le maximum de f *sur [- 5 ; 7] il est atteint en …*

… est le minimum de f *sur [- 4 ; 5] il est atteint en …*

… est le minimum de f *sur [- 5 ; 7] il est atteint en …*

Remarques :
- *Un extremum peut être atteint en plusieurs valeurs*
- *L'extremum dépend de l'intervalle considéré.*

V Résolution graphique d'inéquations

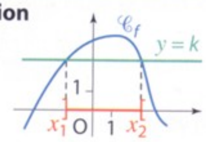
Activité B p 69

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère.

Inéquation $f(x) > k$ (avec k réel)

PROPRIÉTÉ Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont **les abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés **au-dessus** de la droite d'équation $y = k$.

Illustration

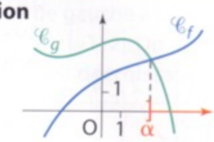


Sur cette figure, l'inéquation $f(x) > k$ a pour solutions les réels de $]x_1 ; x_2[$.

Inéquation $f(x) > g(x)$

PROPRIÉTÉ Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont **les abscisses** des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés **au-dessus** de la courbe $\mathscr{C}_g$.

Illustration



Sur cette figure, l'inéquation $f(x) > g(x)$ a pour solutions les réels de $]\alpha ; +\infty[$.