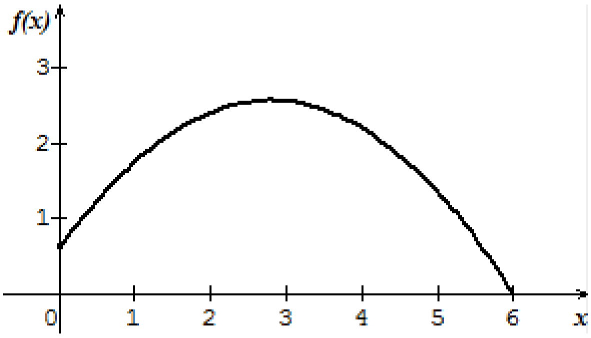
Activité 4 : Trajectoire d'une boule de pétanque

Un joueur de pétanque veut envoyer sa boule à une distance de 6m.

On suppose que la hauteur (en mètres) de la boule est donnée par

$f(x) = -0{,}25x^2 + 1{,}4x + 0{,}6$ où $x$ appartient à l'intervalle [0 ; 6]

La courbe représentative de la fonction $f$ est donnée dans le graphique ci-dessous :




1) Le joueur a-t-il lancé sa boule en se tenant debout ou en position accroupie ?

2) Pour ne pas toucher les branches d'un arbre la boule ne doit pas dépasser une hauteur de 2,6 m.

Peut-on penser que la boule va respecter cet objectif ?

3) Compléter la ligne 9 du script ci-dessous afin qu'il permette d'estimer le maximum de $f(x)$ lorsque $x \in [0 ; 6]$.

```
1  def f(x) :
2      return(-0.25*x**2+1.4*x+0.6)
3
4  x=0
5  max=f(0)
6  xatteint=0
7
8  while x<=6:
9      if f(x) ..................     :
10         max = f(x)
11         xatteint=x
12     x = x + 0.01
13
14 print("La hauteur maximale atteinte est de ",max,"mètres")
15 print("Elle est atteinte pour x =",xatteint)
```

4) Si on exécute le script précédent après l'avoir correctement complété on obtient en sortie :

```
>>>
La hauteur maximale atteinte est de  2.5599999999999996  mètres
Elle est atteinte pour x =  2.7999999999999843
```

Commenter ce résultat.

5) Avec un logiciel de calcul formel on a cherché à factoriser $f(x) - f(2{,}8)$ :

| | |
|---|---|
| f(x):=-0.25*x^2+1.4*x+0.6 | (x)->(-0.25)*x^2+1.4*x+0.6 |
| factoriser(f(x)-f(2.8)) | $-0.25(x-2.8)^2$ |

Vérifier le résultat proposé par le logiciel de calcul formel puis en déduire la hauteur maximale atteinte par la boule lors du lancer. Conclure.

---

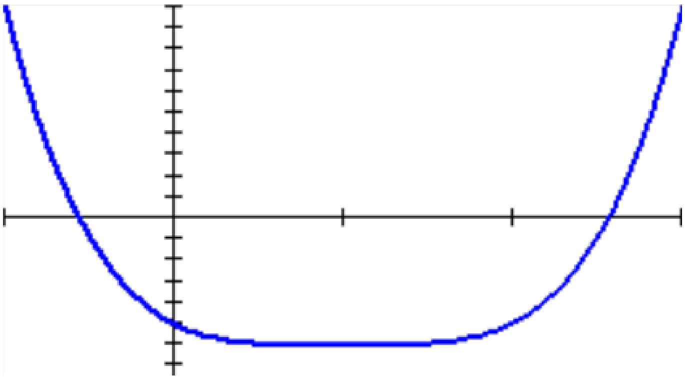
Devoir en temps libre :

En vous inspirant du travail précédent proposer une démarche permettant de déterminer le minimum de la fonction $g$ définie sur [- 1 ; 3] par $g(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x - 5$.

La rédaction et la rigueur des justifications seront pris en compte dans l'évaluation de votre travail.

Correction devoir en temps libre

On commence par observer la représentation graphique de $g$ à l'aide de la calculatrice :



Il semble que le minimum de $g$ soit égal à – 6 mais le graphique ne permet pas de conjecturer en quelle valeur il est atteint.

Afin de préciser la conjecture on peut utiliser un script en python :

```python
def g(x) :
    return(x**4-4*x**3+6*x**2-4*x-5)

x=-1
min=g(-1)
xatteint=0

while x<=3:
    if g(x)<min          :
        min = g(x)
        xatteint=x
    x = x + 0.01

print("Le minimum de g est ",min)
print("Il est atteint pour x = ",xatteint)
```

Lorsqu'on exécute ce script on obtient en sortie :

```
>>>
Le minimum de g est  -6.0
Il est atteint pour x =  1.0000000000000013
```

On conjecture donc que le minimum est atteint en – 1.

Pour le démontrer on va factoriser $g(x) - g(1)$ à l'aide du logiciel de calcul formel Xcas :

```
g(x):=x^4-4*x^3+6*x^2-4*x-5
                                   (x)->x^4-4*x^3+6*x^2-4*x-5
factor(g(x)-g(1))
```

$$(x-1)^4$$

D'après le logiciel on a donc $g(x) - g(1) = (x - 1)^4$

On démontre ce résultat en raisonnant comme suit :

On a $g(1) = 1^4 - 4\times1^3 + 6\times1^2 - 4\times1 - 5 = -6$ donc $g(x) - g(1) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x - 5 - (-6) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

D'autre part on a $(x - 1)^4 = (x - 1)^2 \times (x - 1)^2 = (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) = \dots = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

On a donc bien $g(x) - g(1) = (x - 1)^4$

Or $(x - 1)^4 \geqslant 0$ car 4 est un nombre pair.

Pour tout $x$ appartenant à $[-1 ; 3]$ on a donc $g(x) - g(1) \geqslant 0$ et par suite on en déduit que pour tout $x$ appartenant à $[-1 ; 3]$ on a $g(x) \geqslant g(1)$ et donc que le minimum de $g$ est bien égal à – 6 et qu'il est atteint en 1.