

La méthode PROMETHEE dans l'aide à la décision multicritère

Benoît Deslandes et Matthieu Scherrer

10/12/2018

1 Introduction

Au cours de ce bureau d'étude, nous allons traiter un problème de sélection de configuration de satellites d'observation. Pour ce, nous utiliserons la méthode PROMETHEE 1 en se servant du logiciel Promethee Visual.

Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la modélisation PROMETHEE mise en place en décrivant les configurations envisageables, la matrice de performance mise en place ainsi que les solutions non Pareto-optimales pouvant être éliminées. Dans un second temps, nous appliquerons la modélisation mise en place à deux scénarios ; un scénario impliquant un client militaires, et un autre impliquant un client civil.

2 Modélisation PROMETHEE

2.1 Choix des configurations envisageables

Les deux paramètres influents dans le choix de la configuration du satellite sont l'altitude à poste du satellite (à choisir entre 400 et 800 kms) ainsi que l'angle de dépointage maximum de l'instrument d'observation (à choisir entre 30 et 60 degrés). Afin de réaliser une première étude grossière, nous choisissons un quadrillage dans lequel l'altitude varie de 500 à 800 kms avec un incrément de 100 kms, et l'angle de dépointage varie de 30 à 60 degrés avec un incrément de 10 degrés. Les configurations choisies sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Angle (degrés) / Altitude (kms)	400	500	600	700	800	900
30		✓	✓	✓	✓	
40		✓	✓	✓	✓	
50		✓	✓	✓	✓	
60		✓	✓	✓	✓	

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des premières configurations étudiées

Dans le cadre de cette première étude, nous avons exclu toutes les configurations au sein desquelles l'altitude du satellite est de 400 kms. Ce choix est motivé par le fait que la masse d'ergol nécessaire pour cette altitude n'est pas disponible à cette altitude pour la figure 1. De plus, si nous décidions d'extrapoler cette valeur à partir des données disponibles dans le tableau, nous trouverions une masse d'ergol nécessaire pour une orbite à 400 kms d'altitude supérieure à 500 kilos, ce qui rendrait ces configurations inenvisageables.

2.2 Choix des critères

Les deux paramètres que sont l'altitude et l'angle de dépointage maximum permettent de déterminer six critères qui vont caractériser les configurations choisies :

- **Le coût de lancement, de mise à poste et de désorbitation du satellite** : Ce coût est proportionnel à la masse d'ergol nécessaire. De par le choix d'un rapport de proportionnalité valant 1, nous pouvons considérer ce coût comme un coût en kilogramme d'ergol et non en euros. Ce coût est obtenu grâce à la figure 1. Ce critère est à minimiser
- **La durée de visibilité du satellite** : Cette durée est déterminée pour un site maximum de 45 degrés. Pour un angle fixé de 45 degrés, elle est uniquement dépendante de l'altitude du satellite. Il est facile de récupérer ces valeurs grâce à la figure 2. Ce critère est à maximiser.

- **Le délai d'accessibilité** : Ce délai est dépendant à la fois de l'altitude ainsi que de l'angle. Ce délai est exprimé en jour et ne prend que des valeurs discrètes (allant de 1 à 8). Ce critère est à minimiser.
- **La résolution d'image** : Cette résolution est définie comme étant la longueur sur terre d'un pixel d'image en dépointage maximum. La valeur prise par la résolution est dépendante à la fois de l'altitude du satellite et de son angle de dépointage. Ce critère est à maximiser.
- **L'agilité du satellite** : L'agilité du satellite caractérise le nombre d'images que le satellite peut prendre en un laps de temps donnée. Ce critère est à maximiser L'agilité a été calculée de la manière suivante, le facteur 10 ayant été rajouté pour obtenir une "note" d'agilité sur 10 :

$$Agilite = 10 \frac{m_{seche}}{m_{seche} + m_{ergol}}$$

- **La taille de la fauchée** : Cette taille est proportionnelle à l'altitude du satellite et correspond à la largeur des images acquises. Ce critère est à maximiser.

2.3 Matrice de performances et solutions éliminées

En relevant les données dans l'énoncé, nous obtenons la matrice de performance suivante :

●	Modèle	Coût	Visibilité	Accessibilité	Résolution	Agilité	Fauchée
	Unité	kg	min	j	unit	unit	km
	Cluster/Groupe	◆	◆	◆	◆	◆	◆
	Préférences						
	Statistiques						
	Minimum	95,00	11,25	1,00	0,74	8,47	50,00
	Maximum	180,00	15,00	8,00	4,44	9,13	80,00
	Moyenne	121,43	13,39	3,79	1,69	8,92	67,14
	Ecart-type	30,32	1,29	2,11	0,98	0,24	10,30
	Evaluations						
✓	500km 30deg	180,00	11,25	5,00	0,74	8,47	50,00
☐	500km 40deg	180,00	11,25	5,00	0,87	8,47	50,00
✓	500km 50deg	180,00	11,25	4,00	1,11	8,47	50,00
☐	500km 60deg	180,00	11,25	3,00	1,75	8,47	50,00
✓	600km 30deg	95,00	12,50	8,00	0,90	9,13	60,00
✓	600km 40deg	95,00	12,50	6,00	1,05	9,13	60,00
✓	600km 50deg	95,00	12,50	5,00	1,37	9,13	60,00
✓	600km 60deg	95,00	12,50	2,00	2,34	9,13	60,00
✓	700km 30deg	100,00	13,75	7,00	1,05	9,09	70,00
✓	700km 40deg	100,00	13,75	3,00	1,25	9,09	70,00
✓	700km 50deg	100,00	13,75	2,00	1,66	9,09	70,00
✓	700km 60deg	100,00	13,75	1,00	3,15	9,09	70,00
✓	800km 30deg	140,00	15,00	4,00	1,21	8,77	80,00
✓	800km 40deg	140,00	15,00	3,00	1,45	8,77	80,00
✓	800km 50deg	140,00	15,00	2,00	1,97	8,77	80,00
✓	800km 60deg	140,00	15,00	1,00	4,44	8,77	80,00

FIGURE 2.1 – Matrice de performances du modèle

Nous remarquons que les alternatives (500km, 40°) et (500km, 60°) sont toutes deux fortement dominées, respectivement par (500km, 30°) et (800km, 40°). Ces deux configurations ne sont donc pas Pareto-optimales, c'est pourquoi nous les avons retirées de la matrice de performances.

3 Analyse de scénarios

3.1 Client civil

Dans ce scénario, nous considérons un client civil (ex : Google, CNRS), cherchant à obtenir des images de bonne résolution à coût minimal. Les fonctions d'intensité ainsi que les poids choisis pour décrire ce modèle sont décrits dans la figure ci-dessous :


	Client civil	Coût	Visibilité	Accessibilité	Résolution	Agilité	Fauchée
Unité		kg	min	j	unit	unit	km
Cluster/Groupe	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆
Préférences							
Min/Max		min	max	min	min	max	max
Poids		5,00	2,00	1,00	3,00	3,00	3,00
Fn. de préférence		Forme en V	Forme en U	Linéaire	Linéaire	Forme en V	Linéaire
Seuils		absolu	absolu	absolu	absolu	absolu	absolu
- Q: Indifférence		n/d	3,00	1,50	0,50	n/d	15,00
- P: Préférence		85,00	n/d	4,00	2,00	0,50	25,00
- S: Gaussien		n/d	n/d	n/d	n/d	n/d	n/d
Statistiques							
Minimum		95,00	11,25	1,00	0,74	8,47	50,00
Maximum		180,00	15,00	8,00	4,44	9,13	80,00
Moyenne		121,43	13,39	3,79	1,69	8,92	67,14
Ecart-type		30,32	1,29	2,11	0,98	0,24	10,30

FIGURE 3.1 – Description du modèle client civil

3.1.1 Choix des fonctions d'intensité et des poids associés

Les fonctions d'intensité du modèle associé au client civil ont été choisies dans le but de sélectionner un projet optimal respectant le cahier des charges d'un projet civil, c'est-à-dire prendre des photos d'assez bonne qualité, et surtout à bon prix.

- La gamme de prix dans le cadre du coût va de 95 kilos d'ergol à 180 kilos. La fonction d'intensité choisie pour le coût est une fonction en V, d'indifférence 85. En effet, le prix est le facteur majeur dans la décision, donc toute différence de prix doit être prise en compte. L'indifférence a été choisie de manière à ne pas avoir d'influence. Nous avons décidé d'attribuer un poids important (5 pour un total de 17), une nouvelle fois pour insister sur l'importance de ce facteur dans la prise de décision.
- Dans le cadre de la visibilité, nous avons choisi une forme en U pour modéliser d'une part le fait que deux visibilitées proches sont équivalentes car permettent d'uploader le même nombre d'images, et d'autre part le fait qu'une fois un seuil atteint, inutile de chercher à continuer à augmenter la visibilité. Nous avons choisi une indifférence valant 3 (valeurs allant de la visibilité allant de 11.25 à 15). En effet, étant donné que relativement peu d'acquisitions ont été effectuées, leur transmission n'est pas le facteur limitant. Pour cette raison, nous considérerons que deux satellites ayant des durées de visibilité différentes de 3 minutes seront identiques. Sachant que nous aurons à traiter un assez grand volume de données, nous choisissons un poids de 2 pour ce critère.
- Pour un projet civil, nous considérons que la vitesse d'accès aux acquisitions effectuées est peu importante, car il n'y a pas d'urgence stratégique. Ainsi, nous avons choisi une fonction de préférence linéaire et indifférente à 1.5 jours près, et de préférence 4 jours. Ce critère d'accessibilité n'étant pas primordial dans le choix de la configuration, nous avons lui avons attribué un poids faible de 1.
- Dans ce projet civil, nous voulons avoir une bonne résolution d'images. Cela veut dire d'une part que nous voulons différencier deux images même de résolution proche, mais qu'une fois un certain seuil atteint une augmentation supplémentaire de la résolution n'est pas nécessaire. Pour cette raison, la fonction de préférence choisie pour la résolution est une forme linéaire de seuil d'indifférence faible (0.5) et de seuil de préférence raisonnable (4). La qualité de la prise de vue est relativement importante dans le choix de

la configuration, nous avons donc attribué à ce critère un poids fort de 3.

- Pour notre projet civil, nous avons de nombreuses prises de vues, le critère d'agilité est donc important. Nous avons donc choisi une fonction de préférence à forme en V de préférence 0.5, afin que toute augmentation d'agilité soit prise en compte. Nous lui avons ensuite attribué un poids important (3), pour traduire l'importance du volume des données dans ce cas.
- Pour un client civil, nous cherchons à avoir des photos à particulièrement grande fauchée afin d'avoir une prise de vue la plus grande possible. Nous avons donc choisi une fonction de préférence linéaire avec un seuil d'indifférence de 15, et un seuil de préférence de 25. La taille de la fauchée étant importante, nous avons attribué à ce critère un poids de 3.

3.1.2 Configuration choisie et présentation des résultats

Après avoir défini les fonctions de préférence et les poids associés au paragraphe précédent, nous pouvons étudier les résultats proposés par la méthode PROMETHEE.

On observe sur la figure suivante que la configuration proposée par la méthode PROMETHEE 1 est la configuration d'altitude 700 kms et d'angle valant 40 degrés, la deuxième configuration proposée est celle d'altitude 700 kms et d'angle 50 degrés. La troisième configuration proposée est celle d'altitude 700kms et d'angle 30 degrés.

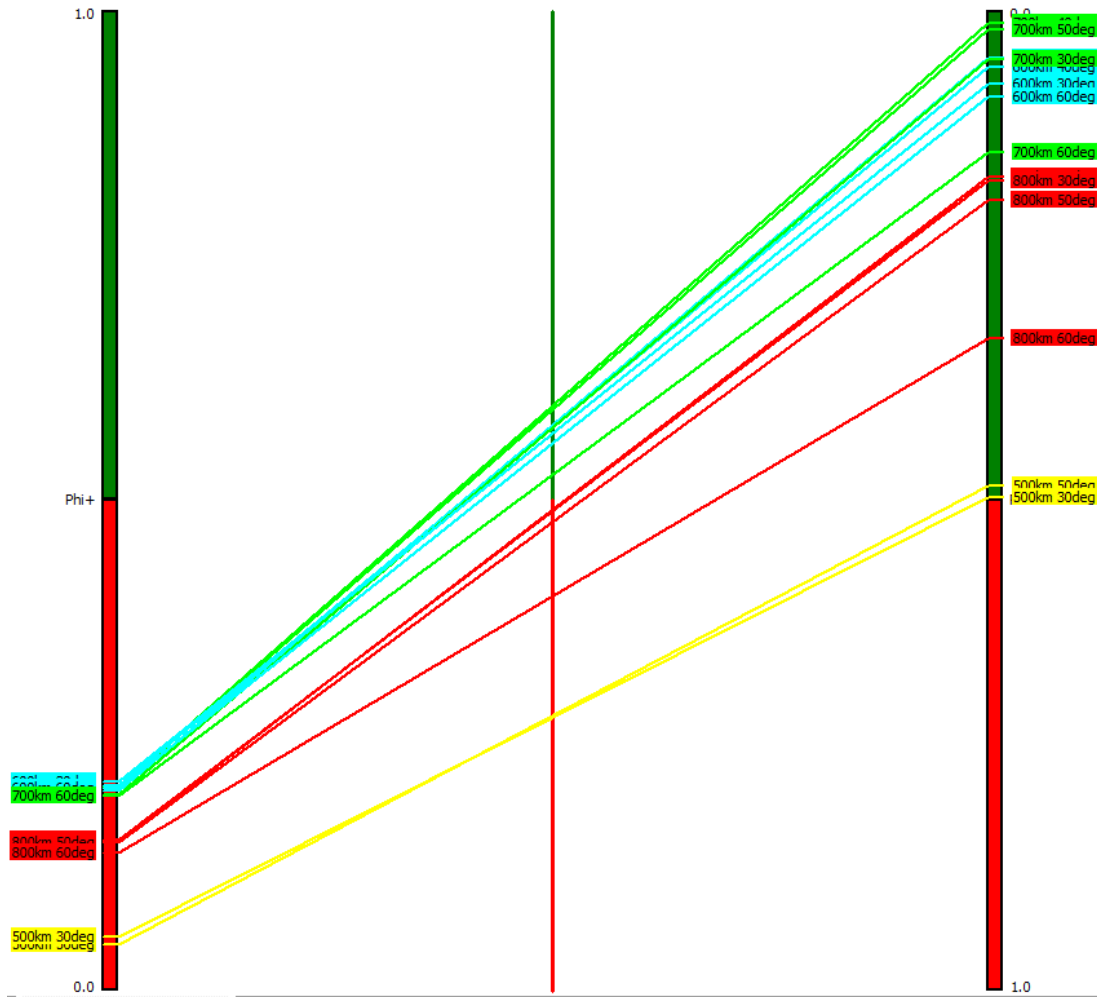


FIGURE 3.2 – Résultat PROMETHEE 1 pour le modèle client civil

La figure suivante elle présente la configuration obtenue en utilisant la méthode PROMETHEE 2. On observe que la première configuration qui ressort est la même que lorsque la méthode utilisée était PROMETHEE 1.

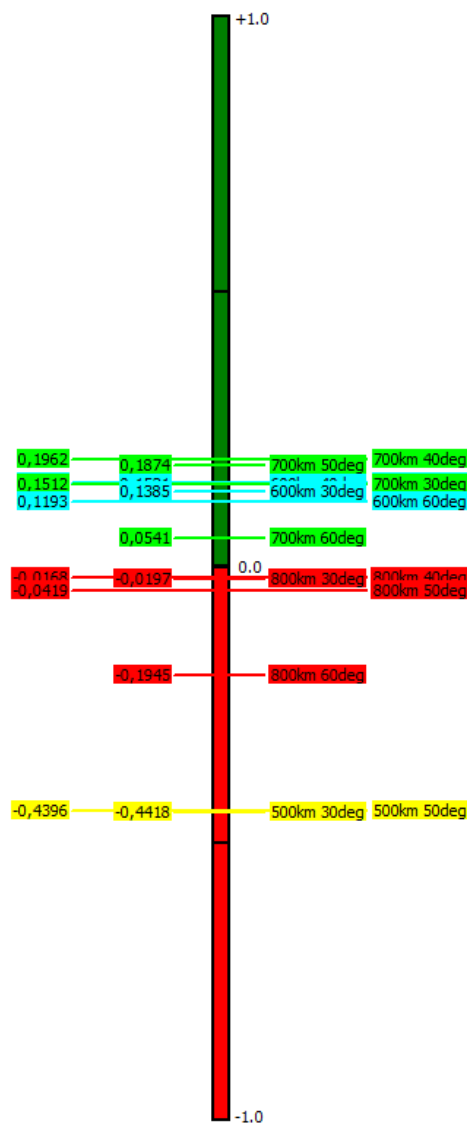


FIGURE 3.3 – Résultat PROMETHEE 2 pour le modèle client civil

On observe que les deux méthodes PROMETHEE proposent la même solution. Celle d'altitude 700 kms, et d'angle valant 40 degrés. Cette solution propose un coût quasi-minimal, tout en maintenant de très bonnes performances en résolution, agilité et fauchée. Elle est donc bien compatible avec les exigences d'un projet civil.

Afin de se représenter plus facilement quelles configurations sont les meilleurs, on peut tracer le graphe comparant ces configurations.

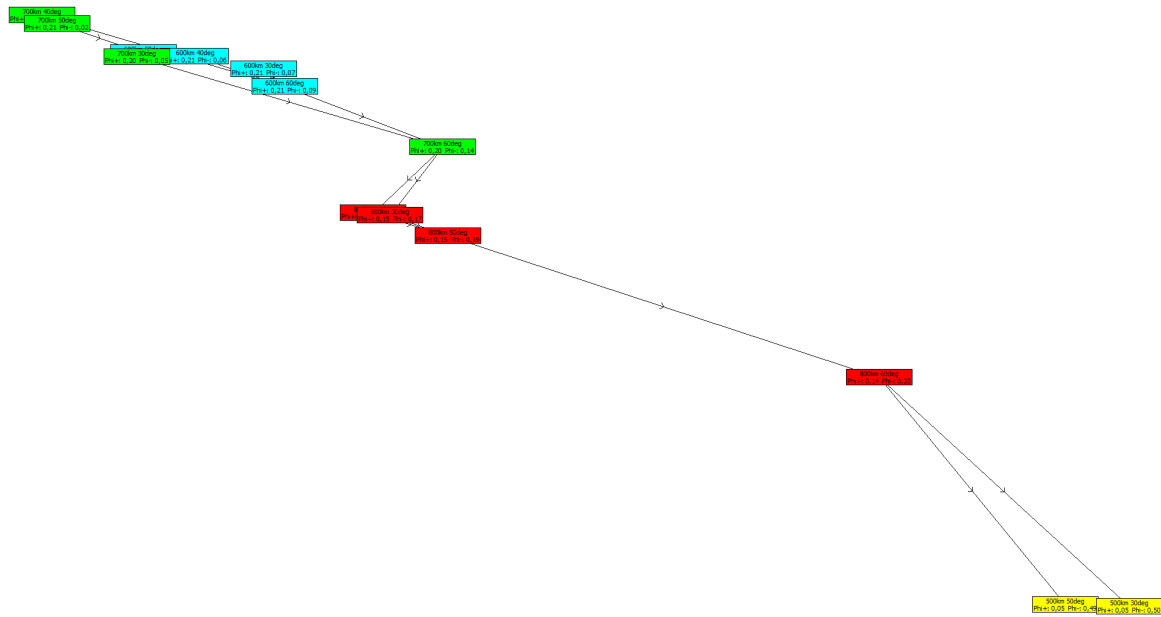


FIGURE 3.4 – Graphe des résultat PROMETHEE 1 pour le modèle client civil

On retrouve sur le graphe ci-dessous les trois configurations qui avaient été mises en valeur dans les résultats PROMETHEE 1. On observe que ce sont des noeuds d'origine du graphe. Ce sont donc des solutions qui ne sont pas dominées par une autre. La configuration à choisir est parmi ces quatre solutions.

L'utilisation des deux méthodes PROMETHEE nous permet dans le cadre du paramétrage pour un client militaire de proposer comme solution optimale la solution d'altitude 700 kms et d'angle 40 degrés, car il présente un prix minimal pour un bonne qualité de prise de vue.

3.1.3 Influence des critères

On trace dans la figure ci-dessous l'analyse en composantes principales des critères.

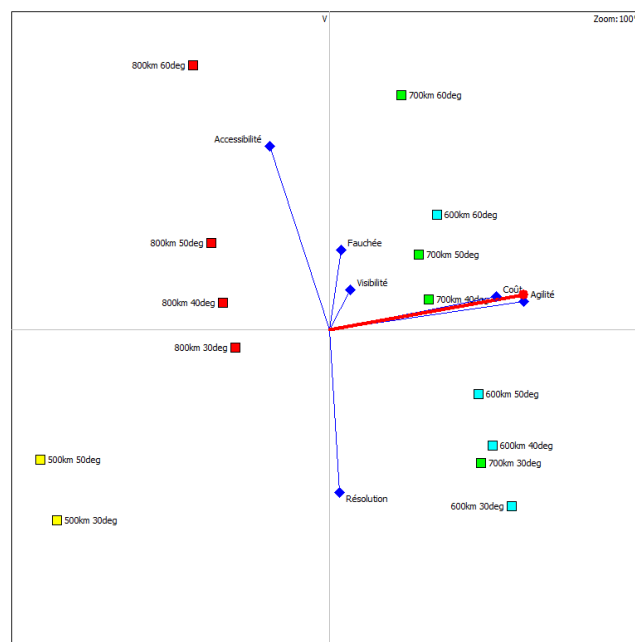


FIGURE 3.5 – ACP des critères pour le modèle client civil

On observe que les critères les plus influents sont le coût et l'agilité. Les critères visibilité, fauchée, et accessibilité sont dans la même direction dans le plan. En effet, ces trois critères sont fortement liés à l'angle de l'orbite, qui est lui-même lié à la direction verticale du plan.

On peut ensuite se focaliser sur les critères un par un. Commençons par un critère de fort poids ($4/13 = 31$ pourcents du poids). On observe que l'on obtient le même classement si on a le poids de ce critère dans l'intervalle de stabilité 28 pourcents à 32 pourcents du poids total. Une légère variation de ce critère pourrait donc modifier le classement. Cependant, on observe que au sein de l'intervalle 20 pourcents à 40 pourcents du poids total, la configuration optimale proposée demeure la même.

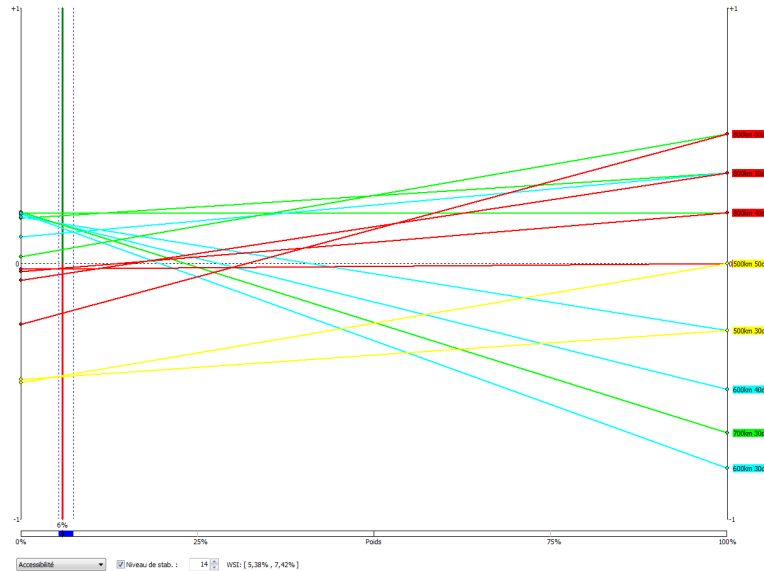


FIGURE 3.6 – Stabilité du critère accessibilité pour le modèle client civil

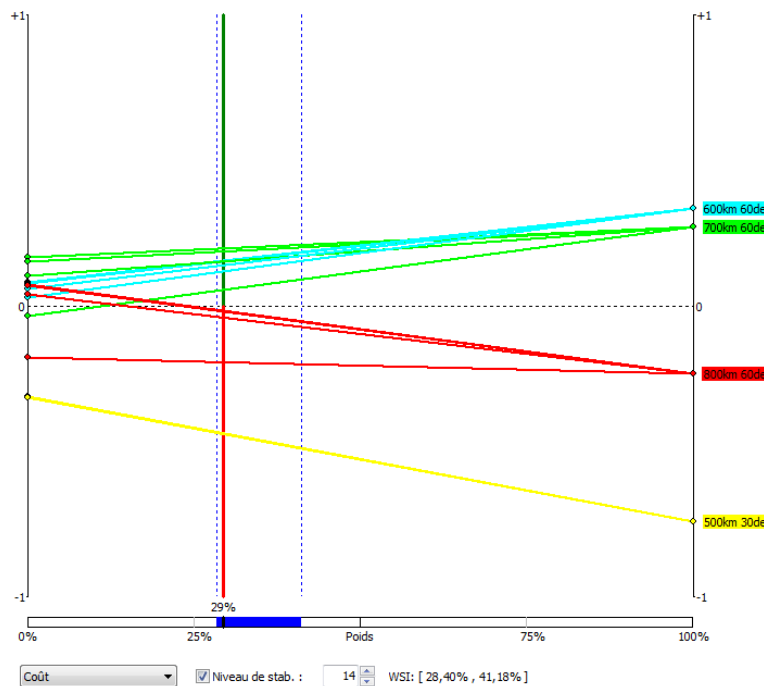


FIGURE 3.7 – Stabilité du critère coût pour le modèle client civil

3.2 Client militaire

Dans ce scénario, nous nous placerons dans la cas où le client est militaire. Les exigences d'un client militaire sont relativement différentes de celles d'un client civil. Nous considérerons pour la suite que le client militaire souhaite obtenir des acquisitions de qualité élevée, dans un laps de temps restreint sans regarder à la dépense.

Les fonctions d'intensité, ainsi que les poids choisis sont décrits dans la figure ci-dessous


	Client militaire	Coût	Visibilité	Accessibilité	Résolution	Agilité	Fauchée
Unité		kg	min	j	unit	unit	km
Cluster/Groupe	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆
Préférences							
Min/Max		min	max	min	min	max	max
Poids		2,00	1,00	4,00	4,00	1,00	1,00
Fn. de préférence		Linéaire	Forme en U	Forme en V	Forme en V	Linéaire	Linéaire
Seuils		absolu	absolu	absolu	absolu	absolu	absolu
- Q: Indifférence		50,00	3,00	n/d	n/d	1,00	15,00
- P: Préférence		85,00	n/d	3,00	3,50	2,00	25,00

FIGURE 3.8 – Description du modèle client militaire

3.2.1 Choix des fonctions d'intensité et des poids associés

Les fonctions d'intensité du modèle associé au client militaire ont été choisies dans le but de sélectionner un projet optimal respectant le cahier des charges d'un projet militaire. Le cahier des charges que nous avons fixé est que le satellite à vocation militaire doit pouvoir prendre des photos précises, de grande qualité.

- La gamme de prix dans le cadre du coût va de 95 kilos d'ergol à 180 kilos. La fonction d'intensité choisie pour le coût est une fonction linéaire de seuil d'indifférence 50 et de seuil de préférence 85. En effet, le prix n'est pas limitant pour un projet militaire. Si deux projets ont un coût relativement proche (moins de 40 pourcents de variation), nous préférons choisir le projet présentant les meilleures performances sur les autres critères sans le pénaliser dans la fonction objectif. Le seuil de préférence est choisi comme étant l'écart entre la plus faible valeur et la plus forte. Ce critère n'étant pas critique, mais pouvant demeurer un critère de choix si la différence de prix se fait trop importante, nous lui avons attribué un poids de 2 (poids total : 13)
- Dans le cadre de la visibilité, étant donné que l'on ne demande pas à notre satellite militaire un nombre d'acquisitions très élevée, assez peu de prises de vue doivent être transmises. Nous avons ainsi choisi une forme en U de seuil d'indifférence valant 3 (valeurs allant de la visibilité allant de 11.25 à 15). En effet, étant donné que relativement peu d'acquisitions ont été effectuées, leur transmission n'est pas le facteur limitant. Pour cette raison, nous considérerons que deux satellites ayant des durées de visibilité différentes de 3 minutes seront identiques. Pour les raisons énoncées précédemment, nous avons attribué à ce critère un poids faible de 1.
- Pour un projet militaire, la vitesse d'accès aux acquisitions effectuées est très importante. Ainsi, même si le temps d'accessibilité varie de un seul jour entre deux projets, nous considérerons que le projet ayant le temps d'accessibilité le plus faible plus intéressant. Pour cette raison, nous avons choisi une fonction de préférence présentant une forme en V de seuil de préférence valant 3 (accessibilité allant de 1 à 8 jours). En effet, au delà de trois jours de différence, nous considérerons deux projets identiques étant donné que 3 jours représente un temps d'accessibilité élevé pour un satellite militaire. Ce critère d'accessibilité est primordial dans le choix de la configuration. Nous avons donc attribué un poids fort de 4.
- Nous avons décrit le projet militaire comme étant un projet demandant une forte résolution. Si une configuration présente une légèrement meilleure qualité de prise de vue qu'une autre, on doit les différencier. Pour cette raison, la fonction de préférence choisie pour la résolution est une forme en V de seuil de préférence 3.5 (résolution variant de 0.74 à 4.44). La valeur du seuil de préférence est choisie comme étant la différence entre la meilleure valeur et la moins bonne afin de pouvoir distinguer toutes les configurations. La qualité de la prise de vue est très importante dans le choix de la configuration ; nous avons donc attribué à ce critère un poids fort de 4.

- Nous avons décidé dans la définition du projet militaire que la configuration choisie devait permettre de prendre un faible nombre d'acquisitions de forte résolution. Pour cette raison, l'agilité de notre satellite n'est pas un critère très important. Nous avons donc choisi une fonction de préférence linéaire de seuil d'indifférence valant 1, et de seuil de préférence valant 2. Dans le cadre des configurations proposées (agilité allant de 8.47 à 9.13), cela consiste à ne pas considérer le critère de l'agilité. Étant donné que ce critère n'intervient pas vraiment dans le choix de la configuration dans le cadre d'un client militaire, nous lui avons attribué un poids faible de 1.
- Comme précisé précédemment, la configuration pour un satellite militaire demande de pouvoir prendre des prises de vue très précises. Pour cette raison, lorsque le client demande une prise de vue, il veut qu'elle soit centrée sur un objectif précis. Pour cette raison, la taille de la fauchée n'est pas primordiale pour notre client militaire. Nous avons donc choisi une fonction de préférence linéaire avec un seuil d'indifférence de 15, et un seuil de préférence de 25. EN effet, étant donné que ce critère n'est pas primordial, nous avons choisi de ne pas différencier deux configurations présentant une différence de taille de sous-fauchée de moins de 15 kms. La taille de la sous-fauchée n'étant pas primordiale étant donné que la prise de vue est focalisée sur un point, nous avons attribué à ce critère un poids faible de 1.

3.2.2 Configuration choisie et présentation des résultats

Après avoir défini les fonctions de préférence et les poids associés au paragraphe précédent, nous pouvons étudier les résultats proposés par la méthode PROMETHEE.

On observe sur la figure suivante que la configuration proposée par la méthode PROMETHEE 1 est la configuration d'altitude 700 kms et d'angle valant 50 degrés, la deuxième configuration proposée est celle d'altitude 700 kms et d'angle 40 degrés. La troisième configuration proposée est celle d'altitude 800kms et d'angle 50 degrés.

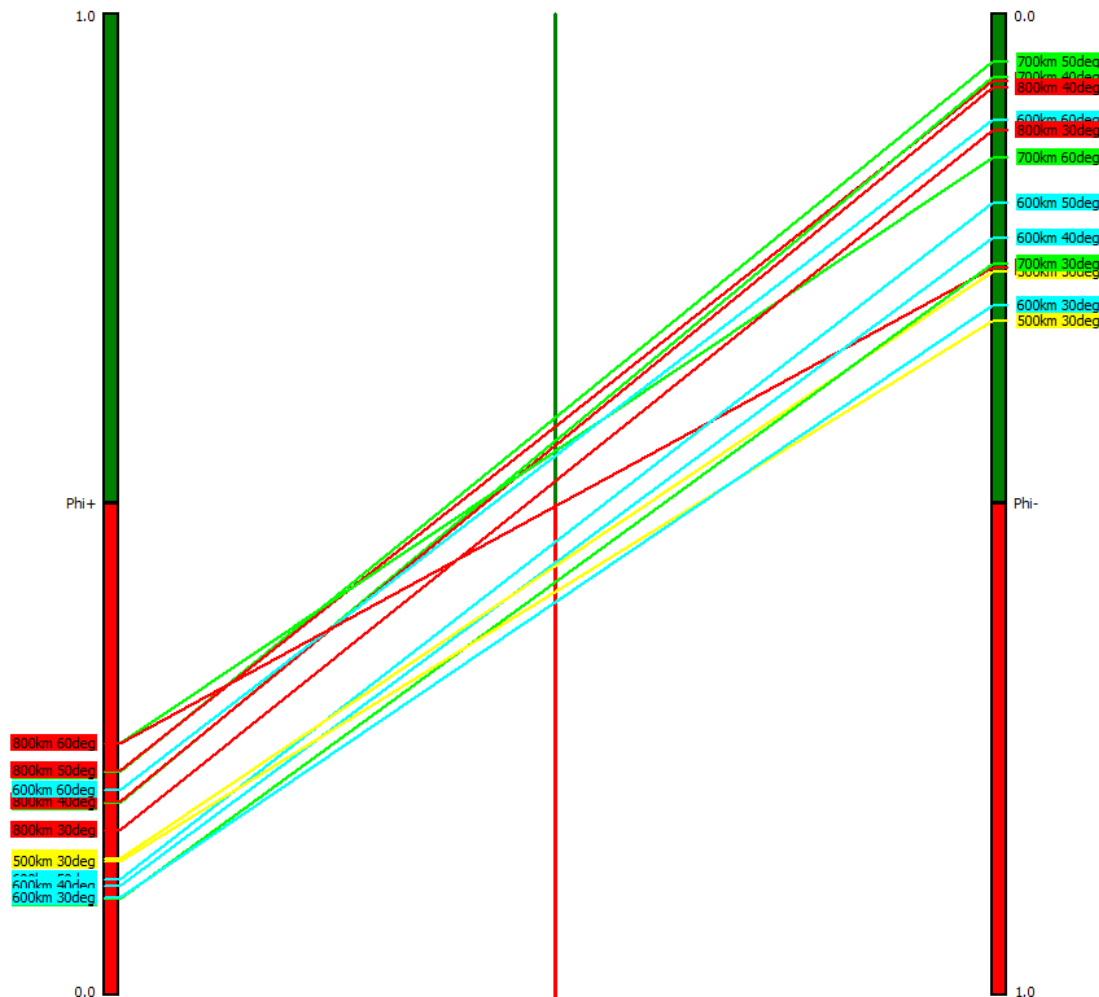


FIGURE 3.9 – Résultat PROMETHEE 1 pour le modèle client militaire

La figure suivante elle présente la configuration obtenue en utilisant la méthode PROMETHEE 2. On observe que la première configuration qui ressort est la même que lorsque la méthode utilisée était PROMETHEE 1. Cependant, on a un échange des configuration qui étaient respectivement en deuxième et en troisième position dans le cadre de la méthode PROMETHEE 1.

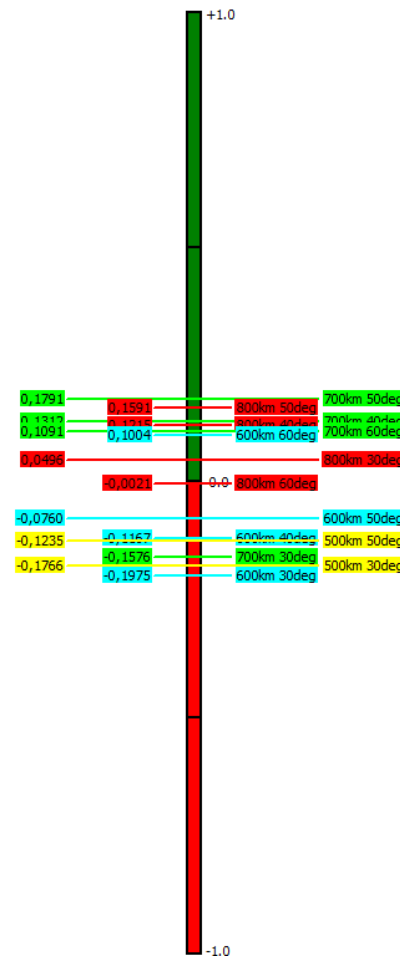


FIGURE 3.10 – Résultat PROMETHEE 2 pour le modèle client militaire

On observe que les deux méthodes PROMETHEE proposent la même solution. Celle d'altitude 700 kms, et d'angle valant 50 degrés. Cette solution propose le deuxième meilleur temps d'accessibilité (2 jours), couplé avec une qualité correcte (1.66). Cela correspond avec le type de satellite que l'on souhaitait dans le cadre d'un projet militaire. De plus, de par ses paramètres, cette option présente un coût assez faible (le deuxième moins cher), ainsi que la deuxième durée de fiabilité, la deuxième agilité et la deuxième taille de fauchée.

Afin de se représenter plus facilement quelles configurations sont les meilleurs, on peut tracer le graphe comparant ces configurations.

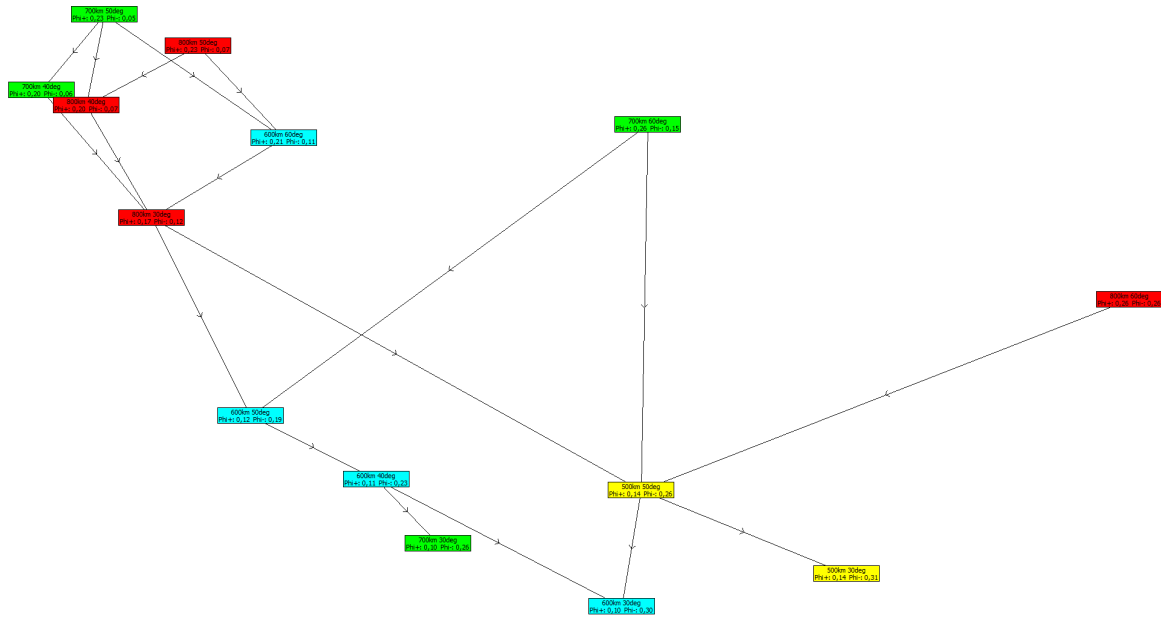


FIGURE 3.11 – Graphe des résultats PROMETHEE 1 pour le modèle client militaire

On retrouve sur le graphe ci-dessous les trois configurations qui avaient été mises en valeur dans les résultats PROMETHEE 1. On observe que ce sont des nœuds d'origine du graphe. Ce sont donc des solutions qui ne sont pas dominées par une autre. La configuration à choisir est parmi ces quatre solutions.

L'utilisation des deux méthodes PROMETHEE nous permet dans le cadre du paramétrage pour un client militaire de proposer comme solution optimale la solution d'altitude 700 kms et d'angle 50 degrés, car il présente une bonne accessibilité ainsi que une bonne qualité de prise de vue. De plus, cette configuration propose dans le cadre des six autres critères des résultats assez bons (deuxième meilleur coût, visibilité, agilité et fauchée).

3.2.3 Influence des critères

On trace dans la figure ci-dessous l'analyse en composantes principales des critères.



FIGURE 3.12 – ACP des critères pour le modèle client militaire

On observe que le critère le plus influent est la durée d'accessibilité du satellite. Les critères coût, taille de la fauché et visibilité sont dans la même direction dans le plan. En effet, ces trois critères dépendent uniquement de l'altitude du satellite, la variation d'un de ces critères est donc très fortement corrélée avec la variation des deux autres.

On peut ensuite se focaliser sur les critères un par un. Commençons par un critère de fort poids ($4/13 = 31$ pourcents du poids). On observe que l'on obtient le même classement si on a le poids de ce critère dans l'intervalle de stabilité 28 pourcents à 32 pourcents du poids total. Une légère variation de ce critère pourrait donc modifier le classement. Cependant, on observe que au sein de l'intervalle 20 pourcents à 40 pourcents du poids total, la configuration optimale proposée demeure la même.

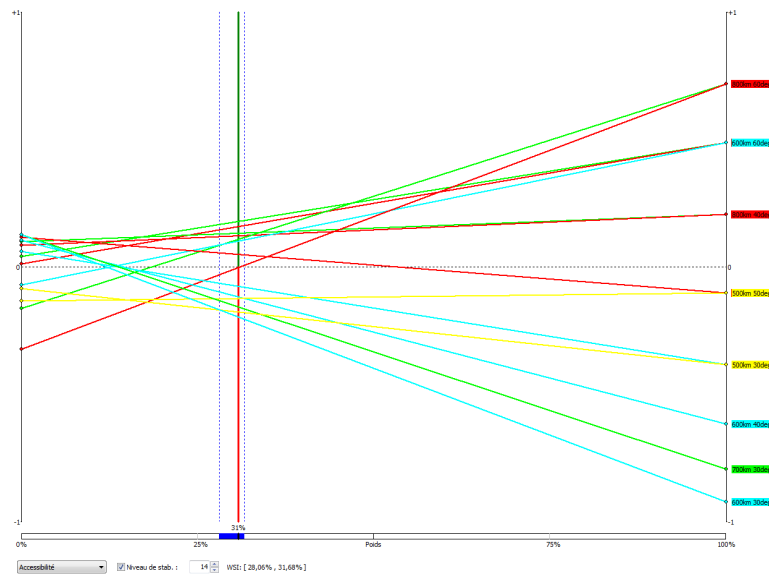


FIGURE 3.13 – Stabilité du critère accessibilité pour le modèle client militaire

Si on se focalise sur l'intervalle de stabilité du coût, on obtient un intervalle allant de 15 à 18 pourcents du poids total. Cependant, on observe que au sein de l'intervalle 0 pourcents à 80 pourcents du poids total, la configuration optimale proposée demeure la même. Cela est dû au fait que le prix n'est pas un critère déterminant dans le choix de notre configuration optimale.

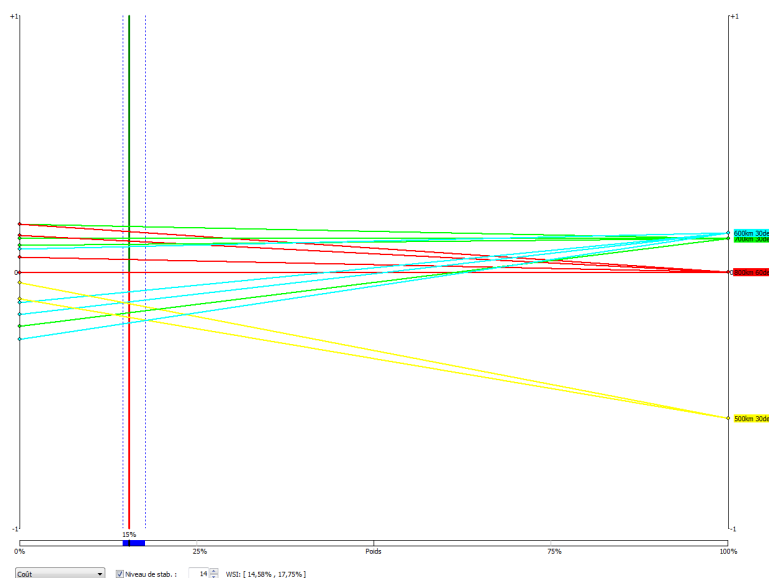


FIGURE 3.14 – Stabilité du critère accessibilité pour le modèle client militaire