

BE d'optimisation : Gestion du personnel navigant d'une compagnie aérienne

Benoit Deslandes et Matthieu Scherrer

21/11/2018

1 Introduction

Le but de cet exercice est de traiter un problème de gestion du personnel navigant d'une compagnie aérienne. Pour ce, deux types de programmation ont été utilisées. Dans un premier cas, nous avons développé un modèle utilisant la programmation par contraintes. Cependant ce modèle dans des cas plus élaborés se heurte à des soucis de temps d'exécution. Pour cette raison, la deuxième partie présente un modèle de programmation linéaire en nombre entiers.

2 Approche PPC

2.1 Description du modèle

Dans le cadre de ce premier modèle, nous allons utiliser la programmation par contraintes. Ce modèle peut être testé sur 3 fichiers .dat décrivant des compagnies aériennes plus ou moins complexes.

2.2 Description des données

Ces fichiers présentent tous un problème différent mais avec le même type de données. Chaque fichier présente :

- Les vols auxquels il faut attribuer du personnel. Ces vols sont décrits par leur aéroport d'origine, leur aéroport de destination, la capacité utile de l'avion, le nombre de personnel en cabine requis, l'heure de décollage ainsi que l'heure d'atterrissage.
- La durée de transit entre les différents aéroports. Cette variable est particulièrement utile si une ville est desservie par deux aéroports. Si le personnel atterrit puis décolle du même aéroport, la durée du transit minimale est fixée à 2 heures. Si le personnel atterrit dans un aéroport d'une ville puis décolle d'un autre aéroport de la même ville, la durée de transit est de même définie (4 heures de transit entre Paris-Orly et Paris-Roissy par exemple). Cependant, si les aéroports ne sont pas dans la même ville, le temps de transit est fixé à 25 heures afin de rendre impossible cette option (car on ne dépasse pas les 25 heures de travail dans une journée). Ces temps de transits sont inclus dans le temps de travail des personnels de vol.
- Les employés de la compagnie. Pour ce nous avons accès à un tableau comprenant tous les personnels de vol et les catégorisant entre pilotes et personnel cabine.
- Les caractéristiques des employés de la compagnie, notamment leur ville d'habitation.

En plus de ces données propres aux vols dans la journée, il y a également certaines données plus globales. En effet, chaque employé est limité à un nombre maximum de vols et d'heures de travail par jour. De plus, on inclut dans le temps de travail du personnel une certaine durée forfaitaire de transfert entre son domicile et l'aéroport duquel il décolle.

2.3 Modélisation de l'approche PPC

2.3.1 Description de la fonction objectif

L'objectif dans le cadre de ce problème va être de minimiser la perte d'argent liée à la présence de personnel navigant dans l'avion sans qu'ils travaillent. En effet, dans certains cas, du personnel se retrouve à un aéroport sans qu'on ait besoin de eux. Il faut alors les transiter à un aéroport d'une autre ville.

Pour ce, on pose l'hypothèse que tous les vols sont totalement remplis. Ainsi, on a pour chaque vol :

$$\text{Argent perdu} = nb \text{ personnel inactif} * \text{prix d'un billet}$$

La fonction objectif que l'on a est donc une fonction à minimiser. Cette fonction est la somme sur tous les vols du montant d'argent perdu suite à la présence de personnel inactif sur le vol.

2.3.2 Description des variables

Afin de réaliser la fonction objectif qui est de minimiser l'argent perdu lié au personnel de vol inactif, il faut que l'on ait accès à la quantité de personnel à bord de chaque vol. Pour cela, il nous faut une matrice de répartition des employés sur chaque vol.

La première variable (variable dvar) nécessaire est donc une matrice de taille le nombre d'employé * le nombre de vols. Cette matrice va donner les ids des vols auxquels tous les employés sont attribués. Pour un employé attribué au vol 5, puis 6, puis 9, la ligne sera [5, 6, 7, 0 ... 0], avec un nombre de 0 suffisant pour remplir le tableau.

De cette première variable, on peut alors trouver le nombre de personnel à bord qui est inactif. Pour ce, il suffit de faire la somme sur les membres du personnels afin d'avoir le nombre de personnes assignées à ce vol. Ensuite, on retranche les deux pilotes nécessaires au vol, ainsi que le personnel de cabine nécessaire au vol. On obtient alors une variable dexpr qui consiste en un vecteur de taille le nombre de vol désignant le nombre de personnel inactif pendant ce vol.

Enfin, on peut déterminer la somme totale d'argent perdue par la présence de personnel de bord inactif en faisant la somme sur tous les vols du cout d'un billet multiplié par le nombre de personnes inactives.

2.3.3 Description des contraintes

- La première contrainte est liée à la quantité de personnel à bord. En effet, chaque vol nécessite au moins deux pilotes ainsi que un nombre de personnel en cabine propre au vol.
- La deuxième contrainte prend en compte le fait que le personnel navigant ne peut évidemment pas être sur deux vols en même temps. De plus, il faut un respect du temps de transit au sein d'un aéroport qui est de 2 heures.
- La troisième contrainte permet de remplir le tableau de la variable dvar que nous avons. Cette contrainte va imposer que une fois que une personne a fini sa boucle de voyage (un zéro sur sa ligne), toutes les valeurs suivantes ne sont que des 0.
- La quatrième contrainte permet de vérifier que un employé atterrit bien au cours de son dernier vol dans la ville dans laquelle il vit. En effet, la politique de l'entreprise implique que dans le cadre de ce planning, l'employé dort chez lui.
- La cinquième contrainte, tout comme la quatrième est imposée par la boîte. Elle prévient ainsi l'employé d'être hors de chez lui au delà d'une certaine durée. Il faut ainsi comparer la durée maximale hors domicile acceptable par la boîte avec la différence entre la date d'atterrissage de son dernier vol et la date de décollage de son premier vol. On ajoute de plus à cette différence la durée forfaitaire de transfert entre le domicile et l'aéroport de l'employé.

NB : La contrainte selon laquelle un employé redécoule de la ville dans laquelle il est arrivé est gérée indirectement par le fait que le temps de transit entre deux villes différentes est de 25 heures.

2.4 Motivation des choix de modélisation

Le premier choix fort effectué dans le cadre de cette modélisation est le choix de la dvar. La première option que nous avons choisie était de créer une dvar de taille le nombre d'employé * le nombre de vols. Pour l'employé numéro i , dans le cadre du vol j , la valeur du tableau était à 0 si l'employé n'était pas sur le vol, et à 1 si il y était. Cependant, dans ce cadre, l'explicitation des contraintes n'était pas évidente, en effet, obtenir la dernier vol effectué par l'employé devenait particulièrement compliqué.

Pour cette raison, nous avons choisi de définir cette dvar comme expliqué dans la description des variables, en décrivant l'enchaînement des vols effectués par l'employé. Lorsque l'employé n'a pas d'autre vol imposé pour le reste de la journée, tous les vols après le dernier sont indexés à 0.

Un deuxième choix effectué porte sur la fonction objectif. Nous avons entrepris de minimiser l'argent plutôt que de maximiser l'argent gagné par l'entreprise. L'intérêt principal est que dans le cas de la minimisation de l'argent perdu, si la fonction objectif est non nulle, cela signifie qu'un employé a voyagé dans un vol sans travailler. Cela n'est pas visible directement si l'on maximise le gain d'argent. De manière plus secondaire, minimiser l'argent perdu nous a permis de nous rendre compte d'une erreur dans l'écriture d'une de nos contraintes.

2.5 Résultats obtenus

Type de compagnie	Fonction objectif à minimiser	Temps de calcul
Micro-compagnie	0	0,11 secondes
Mini-compagnie	600	13 minutes et 35 secondes
Compagnie	X	> 3 heures et 30 minutes

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des résultats pour l'approche PPC

Dans le cadre de la micro-compagnie, nous obtenons comme résultat que quatre employés (employés 1, 2, 3, 4) effectuent le vol 1, puis enchaînent sur le vol 2. Le cinquième employé, quant à lui, ne travaille pas cette journée. Ce résultat est cohérent avec le modèle qui est facile à vérifier.

Pour la mini-compagnie, nous obtenons la répartition suivante des employés :

- Trajet d'ids 2, 5, 0 effectué par les employés numéro 2, 6, 8 et 9.
- Trajet d'ids 3, 7, 5 effectué par les employés numéro 1, 3 et 11.
- Trajet d'ids 1, 4, 6 effectué par les employés numéro 4, 5, 7 et 12.
- Trajet d'ids 3, 6, 0 effectué par l'employé numéro 10.

2.6 Conclusions sur le modèle

Le modèle par contraintes que nous avons élaboré permet de trouver un résultat pour la micro et la mini compagnie en un temps plus ou moins acceptable, et n'aboutit pas (ou que en très longtemps) pour la compagnie complète. On observe en effet que dès le passage de la micro-compagnie à la mini-compagnie, l'augmentation en temps d'exécution est drastique. Cela est lié au fait que le nombre de branches visitées augmente très fortement.

On observe cependant, dans le cadre de la mini-compagnie, que l'on retrouve des patterns dans les trajets effectués par les employés. Cela nous pousse donc à envisager une nouvelle approche centrée sur les circuits plutôt que sur les employés que nous allons détailler dans la partie suivante.

3 Approche PLNE avec preprocessing

3.1 Description du modèle

Nous introduisons dans ce second modèle la notion de circuits, qui sont des enchaînements de vols. Nous allons désormais, plutôt que de raisonner à l'échelle de l'employé, chercher à sélectionner certains circuits parmi ceux réalisables. Dans ce but, nous attribuerons à chaque circuit un certain nombre de pilotes et de personnels de bord le réalisant, via un algorithme de Programmation Linéaire en Nombres Entiers.

3.2 Description des données préprocessées

Nous traitons ici des données "préprocessées", c'est-à-dire que certains calculs ont déjà été effectués au préalable de l'optimisation. En particulier, nous avons déjà à disposition l'ensemble des circuits réalisable. Un circuit est dit réalisable s'il vérifie les conditions suivantes :

- Chaque étape d'un circuit contient un numéro de vol ou un 0.
- Aucun vol n'est présent plus d'une fois.
- Le circuit boucle, *i.e.* la ville de départ du premier vol est aussi la ville d'arrivée du dernier vol.
- La ville d'arrivée d'un vol est également la ville de départ du vol suivant (s'il existe).
- L'écart temporel entre l'atterrissage d'un vol et le décollage du suivant est supérieur au temps de transit nécessaire entre ces deux vols.
- La durée totale du circuit ne dépasse pas la durée maximale d'absence autorisée.

Nous disposons ainsi des circuits vérifiant ces conditions en entrée de notre optimisation. Ils prennent en compte certaines contraintes du problème initial, et nous devrions donc, pour comparer de manière juste nos résultats lors des deux optimisations, prendre en compte la complexité de la génération de ces circuits. Néanmoins, nous n'avons pas d'informations à ce sujet.

3.3 Modélisation de l'approche PLNE

3.3.1 Description de la fonction objectif

Même si l'approche est différente, on peut conserver la même fonction objectif que dans le cadre du modèle précédent. Nous allons donc continuer à chercher à minimiser la somme d'argent perdue suite à la présence de personnel inactif à bord des avions.

3.3.2 Description des variables

La variable de décision en jeu dans cette approche est une variable de taille $2 * \text{nombre de circuit}$. Lorsqu'un circuit est fait, on lui attribue un nombre de personnel de cabine, ainsi que un certain nombre de pilotes. Lorsqu'un circuit n'est pas effectué, les deux valeurs sont alors à 0.

3.3.3 Description des contraintes

- La première contrainte est liée au nombre d'employés nécessaires pour chaque vol. En effet, il faut qu'il y ait au moins deux pilotes par vol. Il faut de plus que le nombre de personnel effectivement présent en cabine soit supérieur au nombre nécessaire de personne en cabine pour les vols concernés.
- La deuxième contrainte est également liée au personnel de bord. En effet, avant d'autoriser un circuit, il faut s'assurer que le nombre de pilotes et de personnel de cabine soit suffisant dans la ville de départ du circuit (qui est également par construction la ville d'arrivée du circuit).

NB : Le nombre de contraintes est fortement diminué par rapport à la représentation précédentes. Cependant, on est assurés que les contraintes sont bien respectées de par leur vérification via les six *asserts* présentes au début du code.

3.4 Motivation des choix de modélisation

Comme dans le cas précédent, un des choix de modélisation que nous avons fait est d'avoir comme fonction objectif la perte totale d'argent liée à la quantité de personnel inactif utilisant des places dans l'avion. C'est donc une fonction que nous cherchons à minimiser. Les motivations pour utiliser cette fonction objectif sont les mêmes que dans le cas précédents.

Nous avons de plus entrepris de rajouter un deuxième terme dans la fonction objectif dans le cadre d'égalité entre deux modèles, dont nous reparlerons dans la partie "4 Pour aller plus loin...".

3.5 Résultats obtenus

On présente dans le tableau ci-dessous les résultats obtenus avec les données préprocessés dans le cadre du modèle PLNE.

Type de compagnie	Fonction objectif à minimiser	Temps de calcul
Micro-compagnie	0	< 1 seconde
Mini-compagnie	600	< 1 seconde
Compagnie	4000	< 1 seconde

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif des résultats pour l'approche PPC

On observe que dans le cadre de la micro et de la mini compagnie, on retrouve les mêmes valeurs de fonction objectif que dans le cadre du modèle PPC. Cependant, on obtient cette fois-ci un résultat pour la compagnie complète. On observe comme on pouvait le supposer que lorsque la compagnie devient de plus en plus développée, l'argent perdue suite à la présence de personnel de bord augmente.

Comme nous en avons fait la remarque dans la conclusion du modèle, nous retrouvons en utilisant ce modèle basé sur les cycles des temps de calcul bien inférieurs au modèle précédent.

On récupère la variable décisionnelle donnant les cycles effectués dans le cadre de la compagnie complète.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 3 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

En première ligne, on observe la répartition des personnels de cabine, et en deuxième ligne la répartition des pilotes sur les circuits. On remarque par exemple que les circuits 3, 9 et 11 ne sont jamais fait. Le circuit numéro 1 n'est effectué que par un des personnels de cabine.

4 Pour aller plus loin...

4.1 Comparaison des deux modèles

Nous avons observé que le modèle PLNE donnait, en l'appliquant sur les données préprocessées, de bien meilleurs résultats que le modèle PPC pour les données non-processées. Comme évoqué précédemment, cela n'implique pas pour autant que ce modèle est optimal. En effet, même si les temps de calculs semblent convaincants, nous ne connaissons pas dans notre cas la complexité d'obtention de ces données préprocessées.

4.2 Autres optimisations à pertes minimales

Nous pouvons imaginer que dans certains cas, plusieurs allocations de notre variable de décision donneront la même perte minimale; c'est notamment le cas pour le jeu de données *compagnie3.dat*. Nous avons donc développé certains critères à optimiser "en plus" de la perte économique. Nous avons ainsi créé deux *dexpr*, afin de sous-optimiser au choix la durée totale d'absence des employés ou le nombre de vols utilisés par les circuits retenus.

Pour ce faire, nous avons introduit un faible facteur alpha, qui pondère la somme du critère secondaire avec le critère principal. Nous avons par exemple la fonction objectif suivante dans le cas où nous minimisons la durée totale d'absence.

$$\text{Fonction Objectif} = \text{Argent perdu} + \alpha * \text{duree totale d'absence}$$

Lors de l'optimisation, le fait que alpha soit faible implique que la fonction sera tout d'abord amenée vers le minimum de perte, auquel s'ajoutera une absence arbitraire. Dans un second temps, la fonction continuera à être optimisée jusqu'à atteindre la configuration de circuits qui minimise l'absence avec la même perte économique.

Afin de tester nos résultats, nous avons réalisé deux simulations : dans le premier cas avec $\alpha = 0.01$, donc visant à minimiser l'absence, puis avec $\alpha = -0.01$, donc cette fois visant à maximiser l'absence.

alpha	Fonction objectif	Perte économique	Absence totale des employés
0.01	4004.8	4000 €	483 h
- 0.01	3994.5	4000 €	532 h

TABLE 4.1 – Tableau récapitulatif des résultats pour l'optimisation à perte minimale

On remarque que nous minimisons bien l'absence totale dans le cas avec alpha positif. Il faut aussi remarquer que la fonction objectif n'a plus de sens physique car nous soustrayons une durée à un coût, mais elle est toujours proche de la perte minimale car nous avons pris soin de prendre alpha faible.