2.

題目所求即為：$\nabla \mathrm{E_{aug}}(\mathrm{w}) = \nabla\left(\mathrm{E_{in}}(w) + \frac{\lambda}{N} w^T w\right)$

$$\nabla\left(\mathrm{E_{in}}(w) + \frac{\lambda}{N} w^T w\right) = \nabla E_{in}(w) + \frac{2\lambda}{N} w$$

故更新方式為：

$$\mathrm{w(t+1)} \leftarrow w(t) - \eta \nabla \mathrm{E_{aug}}(\mathrm{w(t)})$$

$$\mathrm{w(t+1)} \leftarrow w(t) - \eta\left(\nabla E_{in}(w(t)) + \frac{2\lambda}{N} w(t)\right)$$

$$\mathrm{w(t+1)} \leftarrow \left(1 - \eta \frac{2\lambda}{N}\right)\mathrm{w(t)} - \eta \nabla E_{in}(w(t))$$

3.

(i) 由$\mathrm{h_0}(x) = b_0$的 hypothesis：

Error 算出來為：$\frac{1}{3}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = \frac{1}{2}$

(ii) 由$\mathrm{h_1}(x) = a_1 x + b_1$的 hypothesis：

拿掉第 1, 2, 3 筆資料後可得以下三條方程式：

$\mathrm{y} = \frac{1}{\mathrm{p}-1}(x-1),\ y = 0,\ y = \frac{1}{p+1}(x+1)$

Error 算出來為：

$$\frac{1}{3}\left(\left(\frac{-2}{p-1}\right)^2 + 1^2 + \left(\frac{2}{p+1}\right)^2\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{(p-1)^2} + 1 + \frac{4}{(p+1)^2}\right)$$

比較(i), (ii)可得，即可得和 p 相關之方程式：

$$\frac{1}{(p-1)^2} + \frac{1}{(p+1)^2} = \frac{1}{8}$$

*註：以下為繼續往下找出 p 之值

通分移項可得：

$$\mathrm{p}^4 - 18p^2 - 15 = 0$$

由公式解可知：

$$\mathrm{p}^2 = 9 \pm 4\sqrt{6}\ (\text{負不合})$$

又因為$\mathrm{p} \geq 0$，故可得：

$$\mathrm{p} = \sqrt{9 + 4\sqrt{6}}$$

5.

題目所求即為要達 $(wx - \sin(ax))^2$在$\mathrm{x} \in [0, 2\pi]$時，其面積的最小值，為：

(積分結果係使用 wolfram alpha)

$$\int_0^{2\pi}(wx-\sin(ax))^2dx$$

$$=-\frac{2\mathrm{w}\sin(2\pi\mathrm{a})}{a^2}-\frac{\cos(2\pi\mathrm{a})(\sin(2\pi a)-8\pi w)}{2a}+\frac{8\pi^3w^2}{3}+\pi$$

因為要求最小值，故將上式對 w 進行微分，並令其= 0：

$$-\frac{2\sin(2\pi\mathrm{a})}{a^2}+\frac{4\pi\cos(2\pi\mathrm{a})}{a}+\frac{16\pi^3w}{3}=0$$

故可得：

$$\mathrm{w}=\frac{3(\sin(2\pi a)-2\pi\, a\cos(2\pi a))}{8\pi^3a^2}$$

再將 w 帶回積分得出之式子可得：(帶回係藉由 wolfram alpha)

$$\frac{8\pi^4a^4-2\pi^3a^3\sin(4\pi a)-12\pi^2a^2\cos^2(2\pi a)-3\sin^2(2\pi a)+6\pi a\sin(4\pi a)}{8\pi^3a^4}$$