

Difracció de Fraunhofer

Ben Thomas, Jan Tena

23 de gener de 2026

Resum

En aquesta pràctica es pretén observar i analitzar els patrons de difracció generats per diferents tipus d'obertures en condicions de difracció de Fraunhofer. Seguint els principis teòrics establerts per Kirchhoff i Sommerfeld, veurem com la llum interacciona amb les obertures i com els patrons resultants poden interpretar-se a partir de la transformada de Fourier del camp al pla de l'obertura.

Observarem els patrons de difracció projectats sobre una pantalla i capturarem les figures generades amb una càmera CCD. Utilitzarem un programari per ajustar els perfils d'intensitat als models teòrics, cosa que ens permetrà determinar les dimensions i separacions de les obertures.

Esperem trobar patrons específics segons la geometria de les obertures: franges modulades per la funció *sinc* en obertures rectangulars, el patró d'Airy amb un disc central brillant i anells concèntrics en obertures circulars, i franges d'interferència superposades en el cas de dobles obertures.

Aquests resultats ens permetran validar la teoria de Fraunhofer i comprendre com la longitud d'ona i la forma de les obertures afecten els patrons observats.

1 Introducció

Hem transformat les dades de píxels a mil·límetres perquè els models teòrics descriuen els patrons de difracció en unitats físiques reals. Això permet comparar els resultats experimentals amb les prediccions teòriques, ja que aquestes depenen de magnituds físiques com la longitud d'ona o les dimensions de les obertures, expressades en mil·límetres. Aquesta conversió també assegura la coherència amb altres mesures del muntatge, com la distància al pla d'observació.

Per convertir les unitats proporcionades pel programari (píxels) a mil·límetres, hem utilitzat la informació sobre la mida física dels píxels del sensor de la càmera. Segons la documentació, els píxels tenen forma quadrada amb una mida lateral de $6\text{ }\mu\text{m}$ ($6 \cdot 10^{-3}\text{ mm}$).

El procediment seguit ha estat el següent:

1. Identificació de la relació píxel-milimètric: Cada píxel correspon a una distància de 0.006 mm en el pla físic del detector.
2. Conversió: Les posicions en píxels proporcionades pel programari es multipliquen per 0.006 per obtenir la distància corresponent en mil·límetres:

$$\text{Distància (mm)} = \text{Posició (píxels)} \cdot 0.006$$

Aquest procés ens permet traduir les dades capturades per la càmera a dimensions físiques reals en el pla d'observació, fet que és necessari per comparar els resultats experimentals amb les prediccions teòriques.

Per una obertura rectangular tenim l'expressió per la intensitat següent:

$$I(x, y) \propto \left[\text{sinc} \left(\frac{L_x x}{\lambda f'} \right) \text{sinc} \left(\frac{L_y y}{\lambda f'} \right) \right]^2 \quad (1)$$

Els mínims d' $I(x, y)$ es troben a distàncies:

$$x_{\min} = m \frac{\lambda D}{L_x} \quad (2)$$

On m es l'ordre del mínim (1 per el primer, 2 per el segon, etc). A través de dos rectangles disposats paral·lelament:

$$I(x, y) \propto \left[\text{sinc} \left(\frac{L_x x}{\lambda f'} \right) \text{sinc} \left(\frac{L_y y}{\lambda f'} \right) \cos \left(\frac{\pi D}{\lambda f'} \right) \right]^2 \quad (3)$$

On els minims es troben ara als del cosinus, es a dir:

$$x_{\min} = y_{\min} = \frac{\lambda f'}{D} \quad (4)$$

Per a les obertures circulars

$$R = \frac{1}{2} a \lambda f' \quad (5)$$

$$D = s \lambda f' \quad (6)$$

2 Patrons de difracció

Primerament, es va il·luminar una xarxa de difracció utilitzant làsers de diferents longituds d'ona, concretament un de llum vermella (650 nm) i un altre de llum verda (532 nm). Els patrons generats es van projectar sobre una paret que simulava una pantalla. Per explorar l'efecte de la geometria de la xarxa, es va repetir l'experiment amb xarxes de diferent densitat de línies.

En analitzar els patrons de difracció, es va observar que la longitud d'ona influeix directament en la separació i l'aspecte de les franges. Les franges es van mostrar més separades amb la llum vermella, ja que la posició angular de les franges augmenta proporcionalment a la longitud d'ona, com indica l'equació $d \sin(\theta) = m\lambda$. A més, el patró generat pel làser verd va ser més brillant, ja que l'ull humà és més sensible a aquesta regió de l'espectre visible.



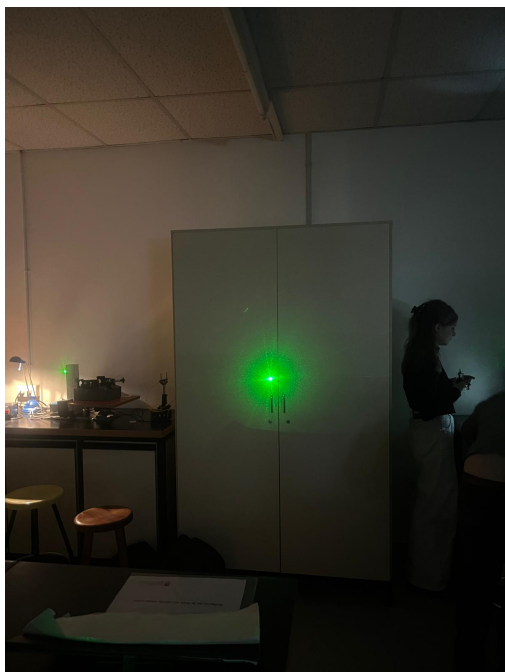
(a) Verd, $\lambda = 532$ nm



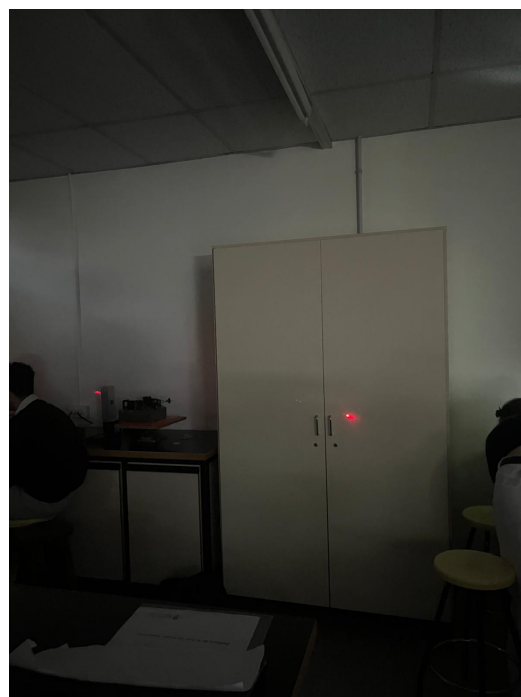
(b) Vermell, $\lambda = 650$ nm.

Figura 1: Fotografies dels patrons de difracció per a la xarxa de menor densitat de línies

La densitat de línies de la xarxa també va tenir un impacte significatiu: les xarxes amb més línies per unitat de longitud van produir franges més separades angularment, cosa que va permetre observar amb claredat els màxims d'ordre superior. Aquestes observacions confirmen com la difracció depèn tant de la longitud d'ona de la llum com de la geometria de la xarxa, validant així el model teòric.



(a) Verd, $\lambda = 532 \text{ nm}$



(b) Vermell, $\lambda = 650 \text{ nm}$.

Figura 2: Fotografies dels patrons de difracció per a la xarxa de major densitat de línies

3 Mesura del gruix d'un cabell

Per determinar el gruix d'un cabell utilitzem el patró de difracció generat quan el làser vermell (650 nm) incideix sobre el cabell. Primer, col·loquem el cabell en un marc de diapositives per fixar-lo i assegurar-ne l'estabilitat. A continuació, dirigim el feix làser cap al cabell i projectem el patró de difracció sobre una "pantalla" situada a una distància suficientment gran per complir les condicions de difracció de Fraunhofer.

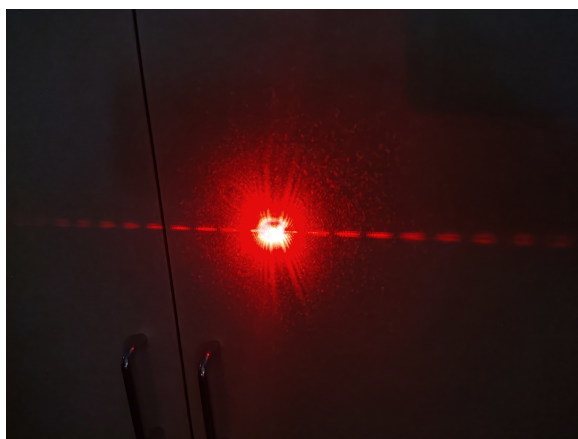


Figura 3: Patró de difracció al fer incidir llum vermella $\lambda = 650 \text{ nm}$ sobre un cabell

Considerant el cabell con una obertura rectangular, utilitzant la Equació 2 es pot calcular el gruix del cabell. Per a fer-ho s'ha de mesurar la distància al primer mínim x_{\min} , la distància del cabell a la pantalla D i la longitud d'ona λ :

$$d_{\text{cabell}} = \frac{\lambda D}{x_{\min}}$$

En el nostre cas:

$$d_{\text{cabell}} = \frac{650 \cdot 10^{-9} \text{m} \cdot 392 \cdot 10^{-2} \text{m}}{2.1 \cdot 10^{-2} \text{m}} = 121.3 \mu\text{m}$$

4 Figures de difracció i anàlisi

4.1 Observació a través d'una escletxa d'amplada variable

Quan s'observa una font de llum petita i distant a través d'una escletxa d'amplada variable, es percep un patró de difracció lineal. A mesura que es redueix l'amplada de l'escletxa, la llum de la font perd la seva forma puntual i es transforma en una distribució de franges lineals de llum i fosc, perpendiculars al costat llarg de l'escletxa. Aquest efecte és més evident quan l'amplada de l'escletxa és comparable a la longitud d'ona de la llum.

És possible observar els fenòmens de difracció a ull nu perquè una escletxa estreta actua com una obertura que dispersa la llum, generant un patró d'interferència, patró el qual és observable per l'ull.

Aquest experiment és una simplificació qualitativa del muntatge descrit a la figura 3, on s'observen patrons de difracció en condicions de Fraunhofer utilitzant làsers i una càmera CCD. En ambdós casos, la difracció és causada per la interacció de la llum amb una obertura estreta, i el patró resultant depèn de la geometria de l'escletxa. Tot i que a ull nu es percep de manera limitada, el muntatge del laboratori permet capturar i analitzar aquestes figures de forma quantitativa, validant les prediccions teòriques.

En girar l'escletxa 90° , el patró de difracció també gira, i les franges es disposen perpendicularment a la nova orientació del costat llarg de l'escletxa. Això es deu al fet que la direcció de les franges està directament relacionada amb la geometria de l'escletxa: la difracció s'expandeix en la direcció perpendicular al costat llarg.

4.2 Escletxa singular vertical

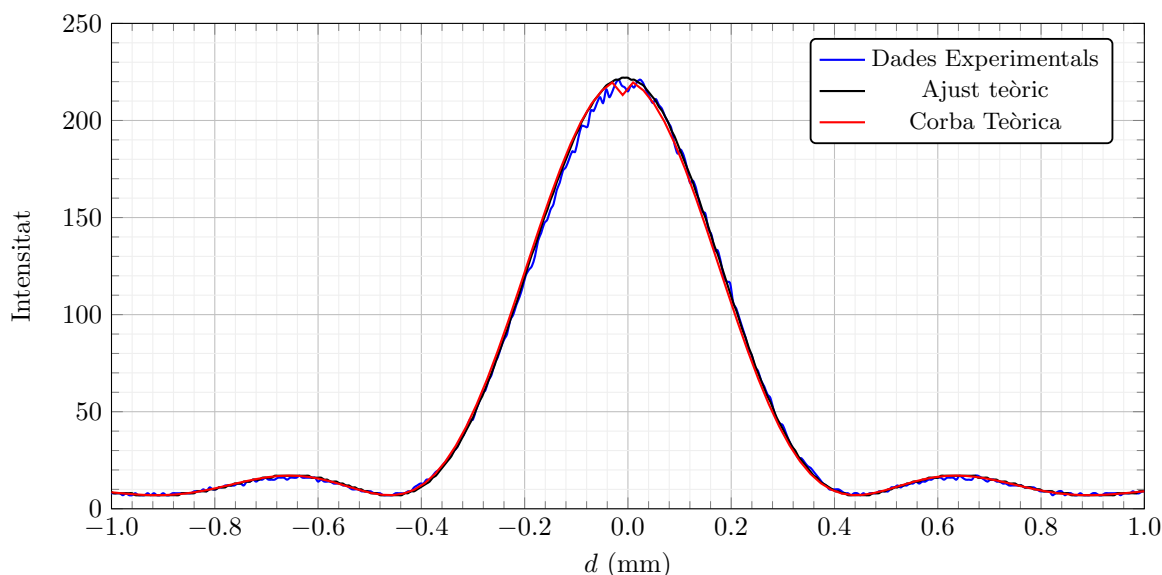


Figura 4: Rectangle singular en posició vertical. Eix x

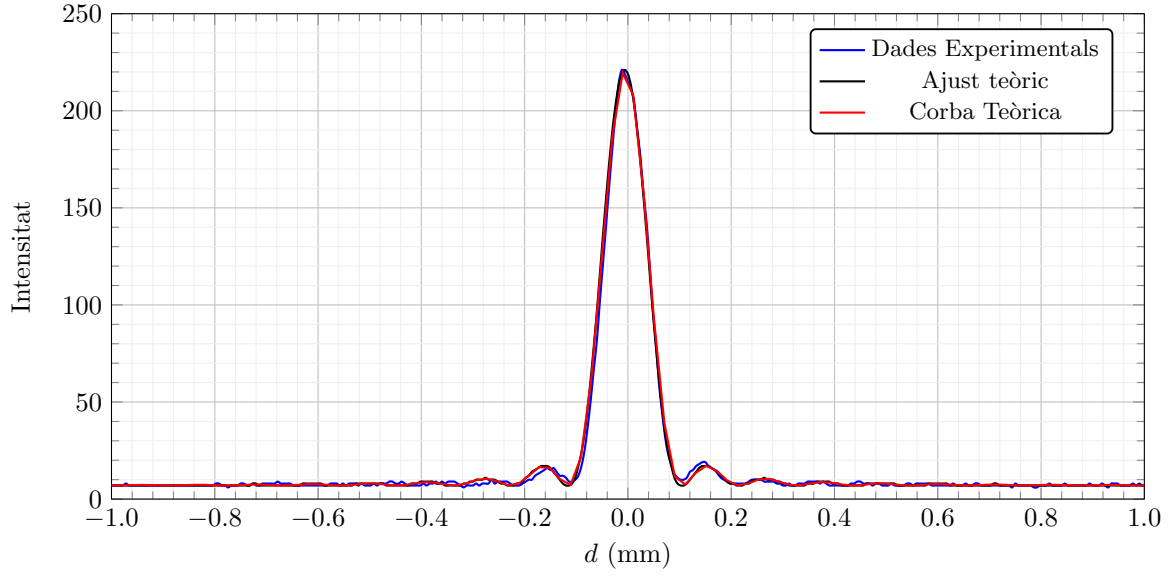
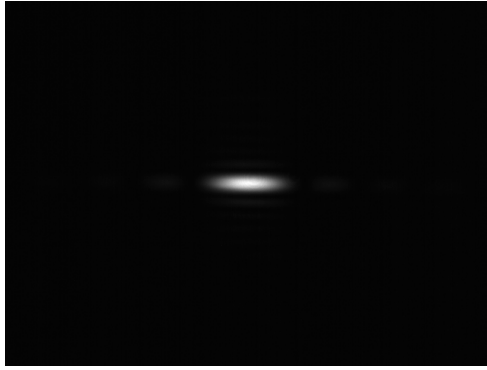
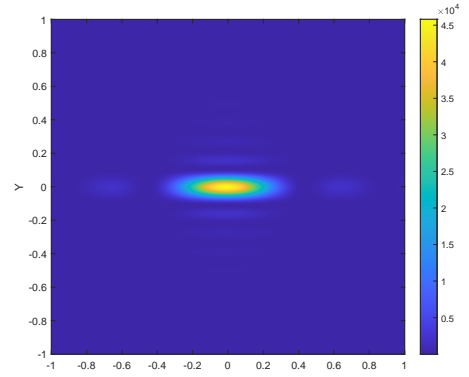


Figura 5: Rectangle singular en posició vertical. Eix y



(a) Gràfica d'intensitat experimental



(b) Gràfica teòrica d'intensitat.

Figura 6: Gràfica d'intensitat experimental i teòrica

Els valors de l'ajust teòric donen una corba de la forma:

$$I(x, y) = 214 \cdot 214 \left[\text{sinc} \left(2.217 \cdot (x + 0.01) \right) \text{sinc} \left(9.067 \cdot (y + 0.01) \right) \right]^2$$

Comparant amb la Equació 3, s'observa que els valors L_x i L_y es poden calcular de la següent manera:

$$L_x = \lambda f' \cdot 2.217 = 0.493 \text{ mm} \quad L_y = \lambda f' \cdot 9.067 = 2.015 \text{ mm}$$

4.3 Escletxa doble vertical

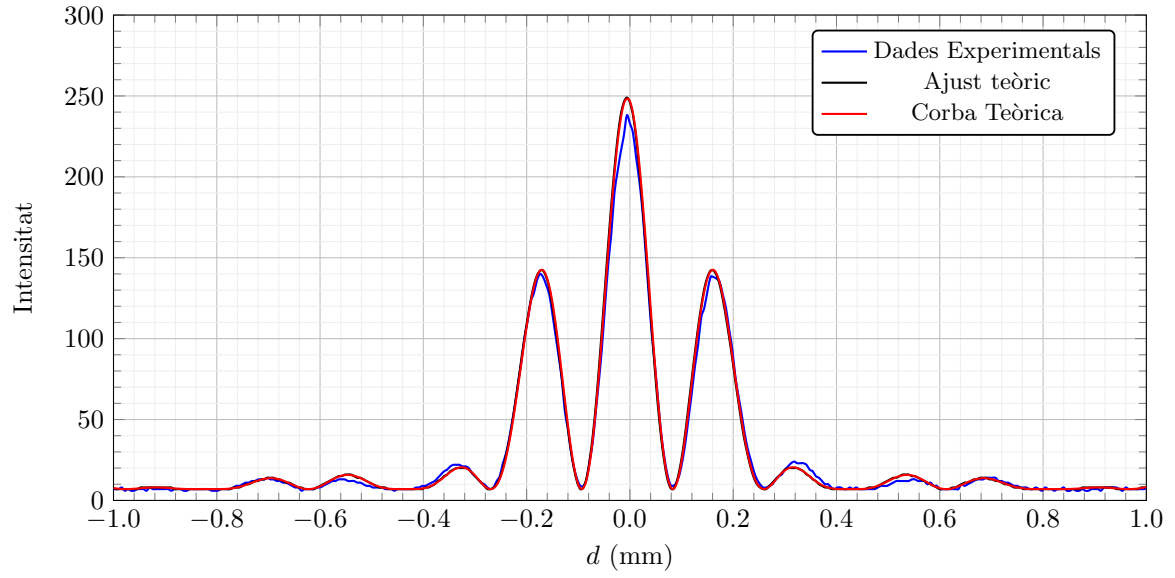


Figura 7: Rectangle doble en posició vertical. Eix x

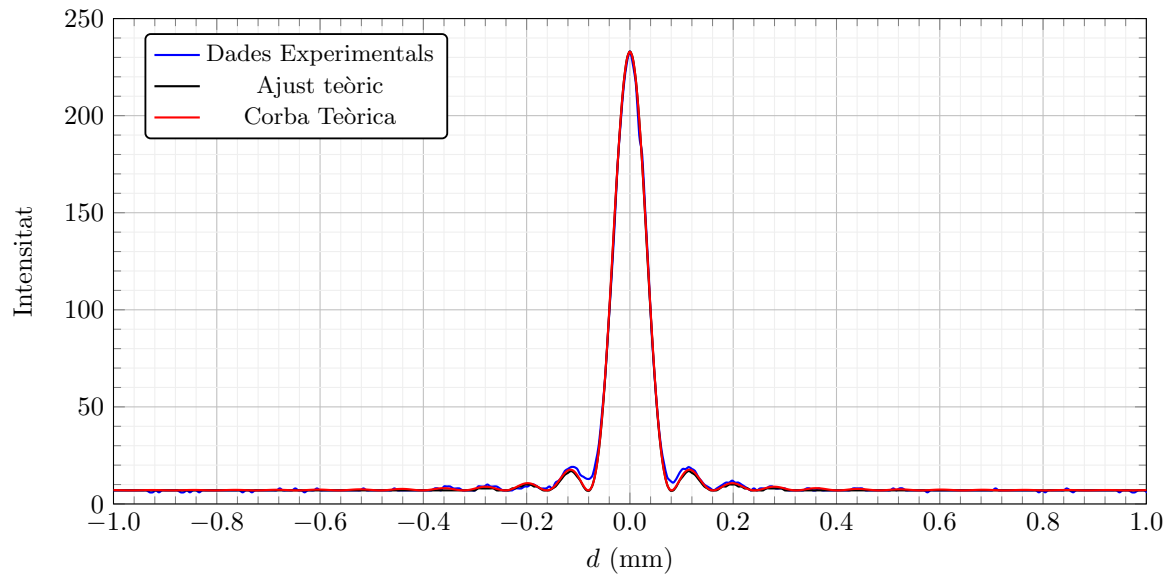


Figura 8: Rectangle doble en posició vertical. Eix y

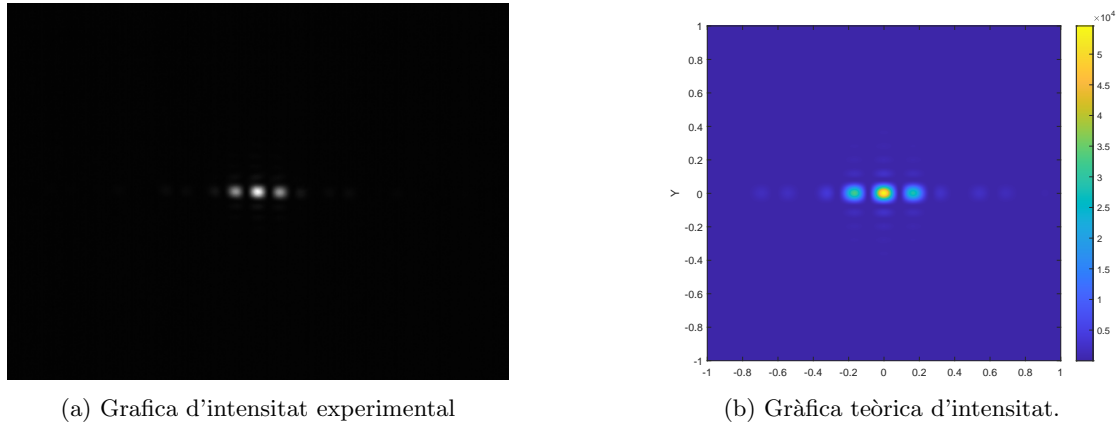


Figura 9: Gràfica d'intensitat experimental i teòrica

Donat que (una vegada convertides les unitats de píxels a mil·límetres) els valors de l'ajust teòric donen una corba de la forma:

$$I(x, y) = 242 \cdot 226 \left[\text{sinc} \left(2.383 \cdot (x + 0.01) \right) \text{sinc} \left(12.417 \cdot (y) \right) \cos(\pi \cdot 5.667 \cdot x) \right]^2$$

Comparant amb la Equació 3, s'observa que els valors L_x , L_y i D es poden calcular de la següent manera:

$$L_x = \lambda f' \cdot 2.383 = 0.530 \text{ mm} \quad L_y = \lambda f' \cdot 12.417 = 2.760 \text{ mm} \quad D = \frac{1}{\pi} \lambda f' \cdot 5.667 = 0.401 \text{ mm}$$

4.4 Escletxa singular circular

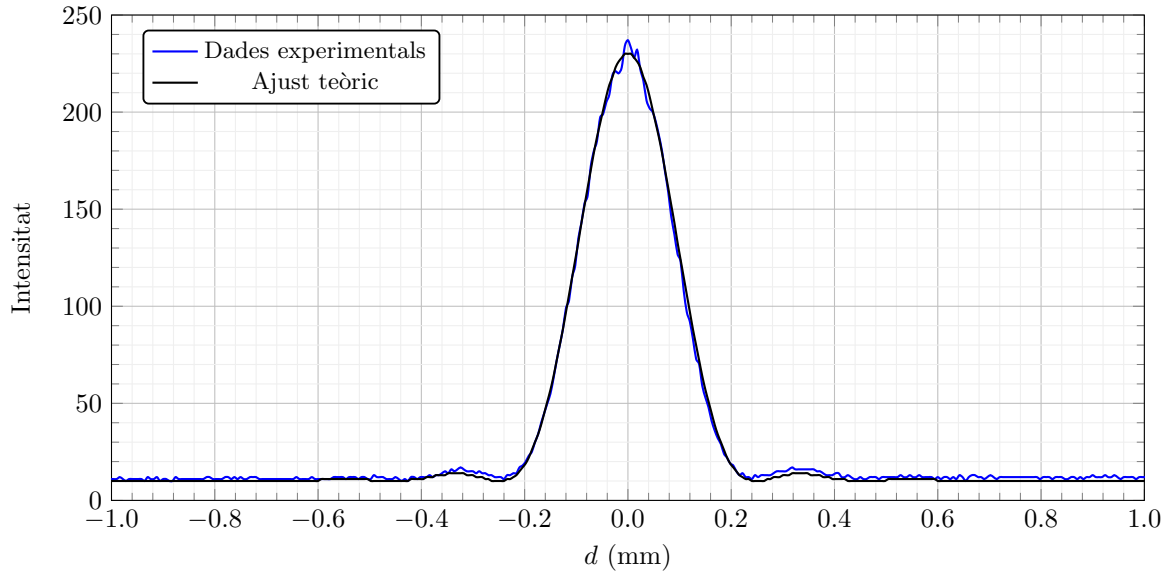


Figura 10: Escletxa singular circular. Eix x

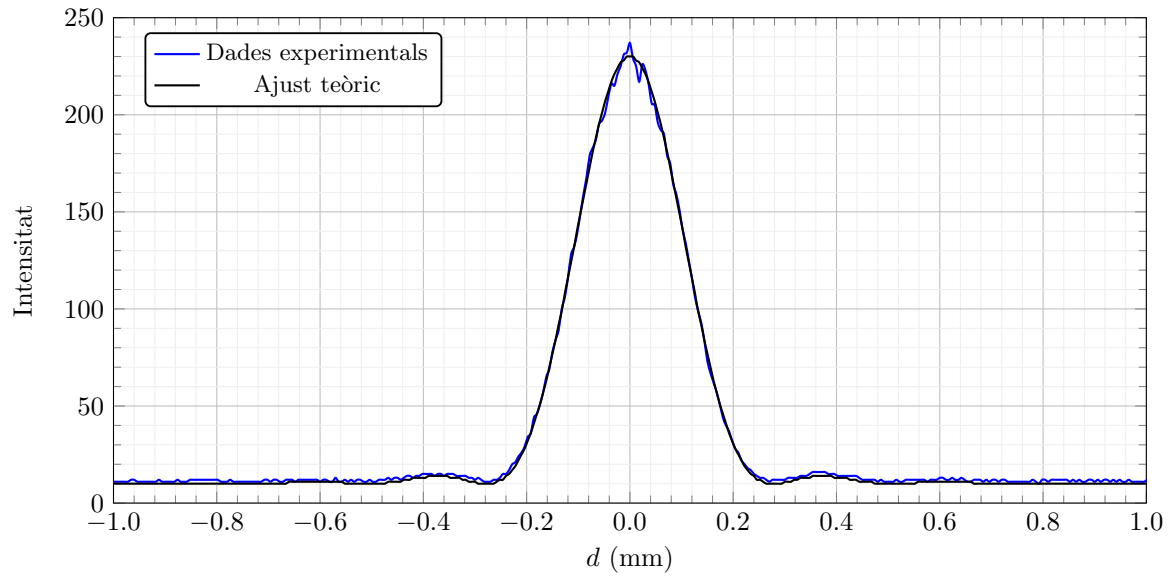


Figura 11: Escletxa singular circular. Eix y

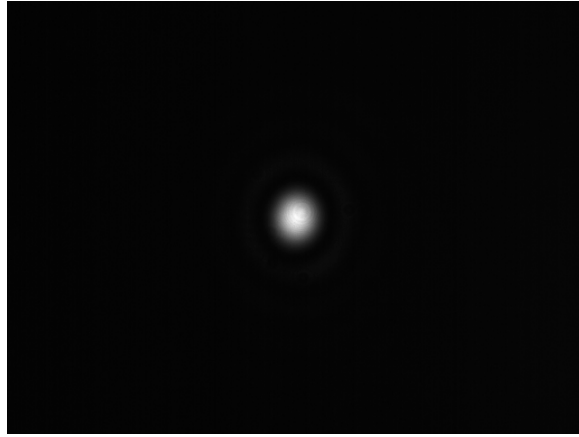


Figura 12: Imatge d'intensitat d'una escletxa singular circular

Utilitzant la Equació 5 junt amb el valor de l'amplada a obtingut per l'ajust:

$$R = \frac{1}{2} \cdot 4.4 \cdot \lambda f' = 0.489 \text{ mm}$$

4.5 Escletxa doble circular

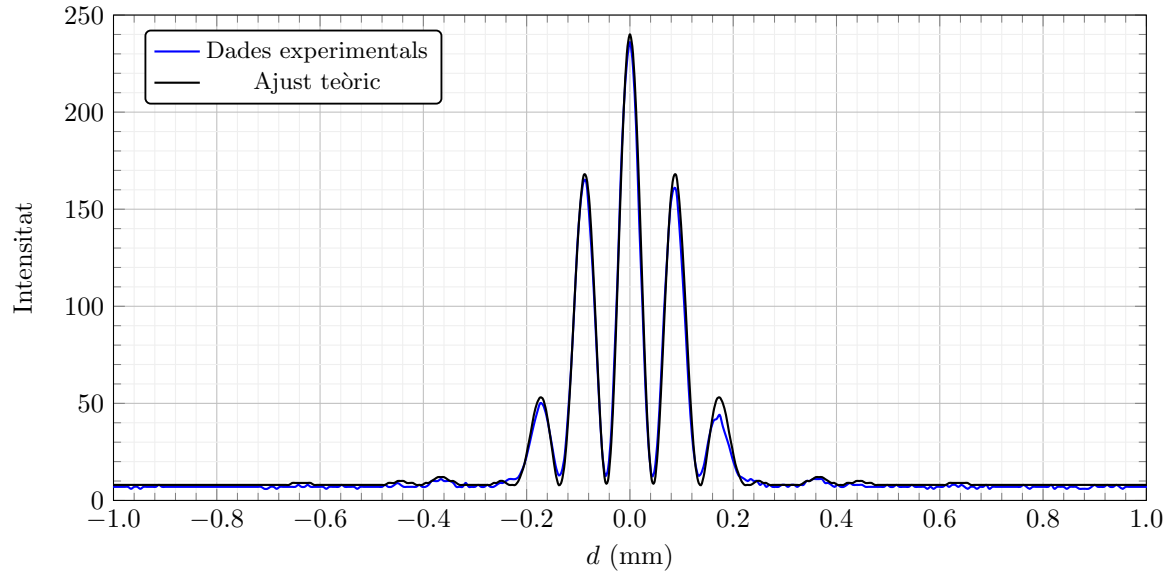


Figura 13: Escletxa doble circular. Eix x

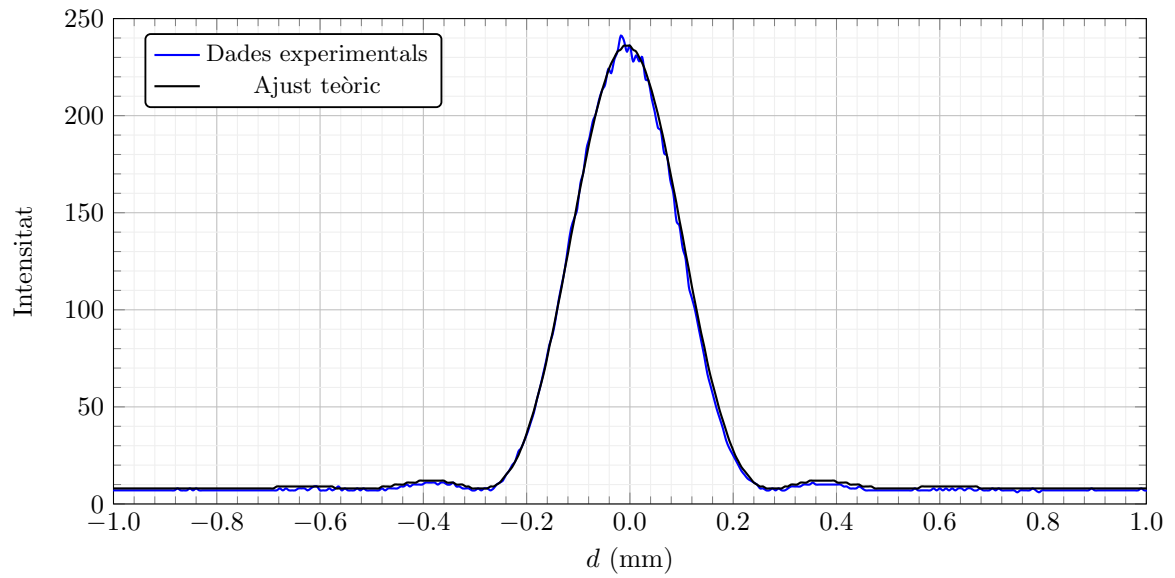


Figura 14: Escletxa doble circular. Eix y

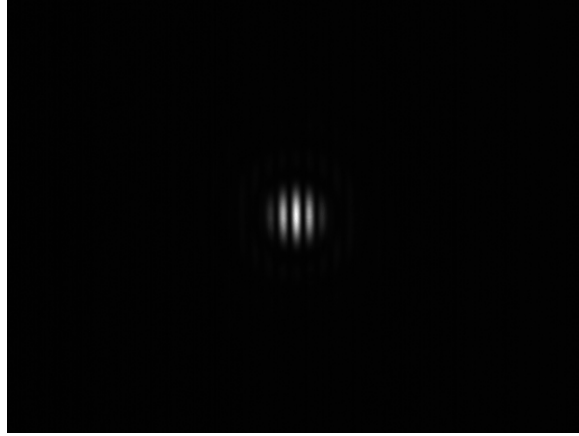


Figura 15: Imatge d'intensitat d'una esclatxa doble circular

Utilitzant les Equacions 5 i 6:

$$R = \frac{1}{2} \cdot 4.3 \cdot \lambda f' = 0.478 \text{ mm} \quad D = 11.033 \cdot \lambda f' = 2.452 \text{ mm}$$

4.6 Canvis observats en tapar una esclatxa

Quan es tapa una de les dues obertures circulars d'una doble obertura, el patró de difracció experimenta canvis significatius que posen en relleu la importància del fenomen d'interferència associat a les dues fonts. Amb les dues obertures actives, el patró resultant és una combinació de difracció i interferència: es poden observar els anells concèntrics característics del patró d'Airy, típics de la difracció circular, superposats a franges d'interferència degudes a la superposició de les ones provinents de les dues obertures.

En el moment que es tapa una de les obertures, el patró d'interferència desapareix completament, ja que ara només hi ha una font de llum. Això elimina el terme d'interferències, representat matemàticament per la funció cosinus (\cos^2) que descrivia les franges. El patró observat es simplifica i es redueix al patró de difracció generat per una sola obertura circular, consistent en un disc central brillant envoltat d'anells concèntrics d'intensitat decreixent. A més, la intensitat global del patró es disminueix a un quart de la intensitat obtinguda amb ambdues esclatxes obertes, ja que només una de les obertures contribueix a la difracció.

Aquesta prova redueix el fenomen a la difracció d'una única obertura circular, confirmant experimentalment la relació entre difracció i interferència en sistemes de doble obertura.

4.7 Separació entre esclatxes

Quan la distància entre els dos rectangles es duplica, el terme d'interferència del patró de difracció es modifica. Aquesta modificació provoca:

- Franges més estretes: Amb una separació més gran ($2D$), les franges d'interferència apareixen més juntes angularment perquè la freqüència espacial del patró augmenta. Això s'explica pel fet que el període de les franges és inversament proporcional a la separació D .
- Mateix patró de difracció: El perfil de difracció base, generat per cada rectangle individual, es manté inalterat perquè depèn només de la forma i dimensions dels rectangles, no de la seva separació.
- Augment de la complexitat del patró: Amb $2D$, el patró de difracció presenta més franges dins de la mateixa regió observable, a causa de l'augment de la freqüència de les interferències.

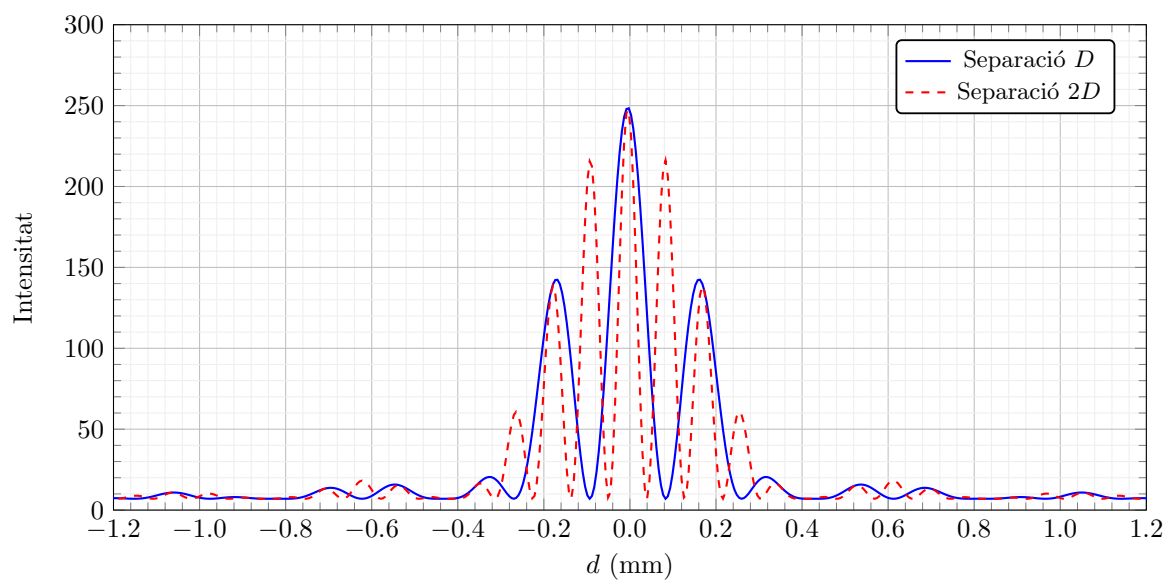


Figura 16: Rectangle doble en posició vertical. Comparació entre separacions D i $2D$ per l'eix x .

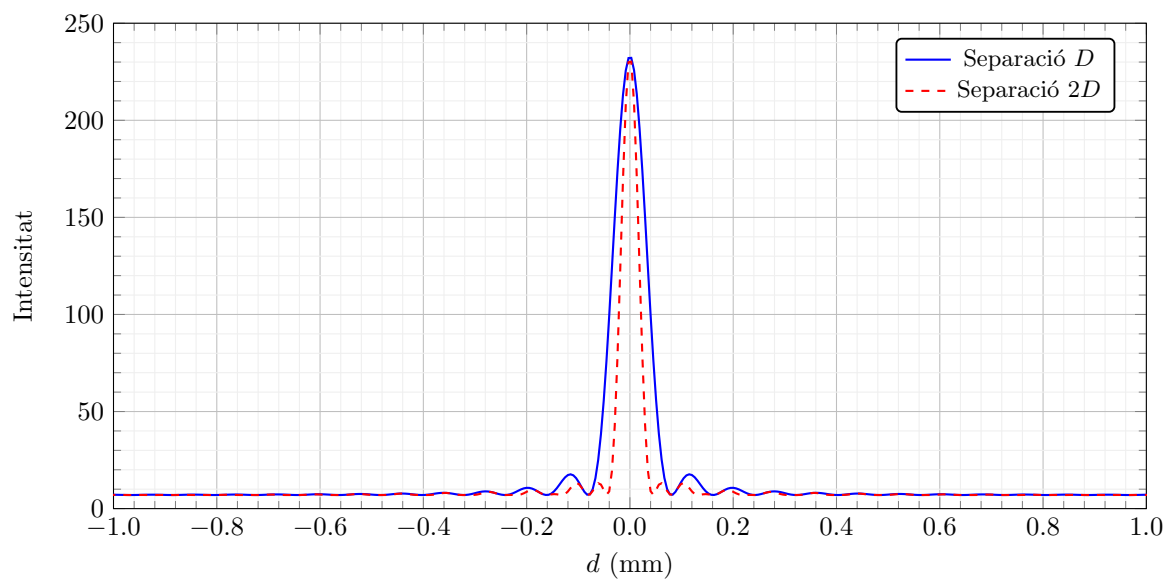


Figura 17: Rectangle doble en posició vertical. Comparació entre separacions D i $2D$ per l'eix y .