

Reflexió de la llum en medis dielèctrics

Jan Tena, Ben Thomas

22 de gener de 2026

Resum

La pràctica realitzada consisteix en l'estudi de la reflexió de la llum en medis dielèctrics, fent incidir un feix de llum en una superfície de canvi de medi i utilitzar polaritzadors per a mesurar l'angle de Brewster i l'índex de refracció. Els resultats experimentals, tot i no ser completament precisos amb els teòrics, són coherents i gairebé compatibles ja que només difereixen en un error relatiu d'un $\epsilon_{n_t} \approx 2\%$ essent l'índex del vidre teòric de $n_{vidre} = 1.51618$ i obtenint un resultat de $n_t = 1.48 \pm 0.01$. Tot i no estar dins de la diferència de 3 cops l'error, considerem que el resultat és prou semblant al teòric i que aquests errors poden ser deguts a faltes de precisió en prendre les mesures, doncs no vem tenir prou temps per petits problemes durant la pràctica amb els programes informàtics.

1 Introducció i càlcul analític

La llum és una ona transversal que es propaga en línia recta. Aquesta no necessita un medi pel qual propagar-se al tractar-se d'una ona electromagnètica. D'igual forma es pot transmetre a través de diferents medis com l'aire, o el vidre. Aquesta ona està formada per camps elèctrics i magnètics oscil·lants que es mouen perpendicularment l'un a l'altre i també a la direcció de propagació de l'ona.

El vector de Poynting \mathbf{S} defineix la direcció en la que es transmet, perpendicular de manera simultània al camp elèctric i el magnètic ($\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$). Quan incideix llum amb un cert angle amb la normal θ_i (angle entre \mathbf{S} i \mathbf{n}) en una superfície de separació entre medis materials, aquesta es descompon en dues parts: una part reflectida que surt amb angle θ_r i una transmesa que surt amb angle θ_t que es descriu mitjançant la Llei de Snell 1.

$$n_i \sin(\theta_i) = n_t \sin(\theta_t) \quad (1)$$

El pla definit per \mathbf{S} i \mathbf{n} s'anomena pla d'incidència π . El camp elèctric no està restringit en aquest, sino que pot tindre component E_{\parallel} (paral·lela a π) i E_{\perp} (perpendicular a π). A l'entrar en contacte amb el medi, aquestes varien tant per la reflexió com la transmissió. La relació que hi ha entre elles ve donada pels coeficients de Fresnel:

$$\frac{E_{\perp}^r}{E_{\perp}} = \frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \quad \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\parallel}} = \frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i)} \quad (2)$$

Com es pot deduir de les equacions 2, existeix un cert angle d'incidència θ_{iB} que anula la component E_{\parallel}^r , quedant totalment polaritzada (de manera vertical a π) la llum reflectida. Aquest es dona per $\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}$, s'anomena **angle de Brewster** i permet calcular l'índex de refracció dels medis, entre altres usos interessants. Utilitzant la definició de θ_{iB} i l'equació 1, es pot arribar a:

$$\tan \theta_{iB} = \frac{n_i}{n_t} \quad (3)$$

En el cas especial en què la llum estigui polaritzada formant un angle de 45° respecte a π , es compleix $E_{\parallel} = E_{\perp}$, de manera que utilitzant la Equació 2 en combinació amb la Equació 1 es pot arribar a la Equació 4.

$$\frac{E_{\parallel}^r}{E_{\perp}^r} = \frac{E_{\parallel}}{E_{\parallel}} \frac{E_{\perp}}{E_{\perp}^r} = \frac{\tan(\theta_t - \theta_i) \sin(\theta_t + \theta_i)}{\tan(\theta_t + \theta_i) \sin(\theta_t - \theta_i)} = \frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\cos(\theta_t - \theta_i)} \frac{\cos(\theta_t + \theta_i)}{\sin(\theta_t + \theta_i)} \frac{\sin(\theta_t + \theta_i)}{\sin(\theta_t - \theta_i)} = \frac{\cos(\theta_t + \theta_i)}{\cos(\theta_t - \theta_i)}$$

$$\left| \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\perp}^r} \right| = |\tan \alpha| = \left| \frac{\cos(\theta_t + \theta_i)}{\cos(\theta_t - \theta_i)} \right| = \left| \frac{\cos(\theta_i + \arcsin[\frac{n}{n_1} \sin \theta_i])}{\cos(\theta_i - \arcsin[\frac{n}{n_1} \sin \theta_i])} \right| \quad (4)$$

On α representa l'angle entre les components del camp elèctric reflectit. Utilitzant aquest, si es grafica $|\tan \alpha|$ per a diferents valors de θ_i es pot observar quin és l'angle d'incidència que anula la component paral·lela reflectida del camp elèctric, és a dir l'angle de Brewster. La gràfica en qüestió es troba a la figura 1, i d'aquesta s'obté (utilitzant n_t calculat a la Secció 3):

$$\theta_{iB}^{\text{teòric}} = 55.95^\circ$$

2 Mesura Visual

Amb la finalitat de fer una primera aproximació per a l'angle de Brewster i determinar el rang en el que s'ha de operar per a trobar aquest de manera més precisa, s'ha utilitzat un polaritzador lineal i s'ha anat seguint el feix de llum reflectit fins que aquest s'anula. Al realitzar això no s'observa que el feix desapareix per un angle en concret sinó per un rang d'angles, de manera que estimem θ_{iB} com a:

$$\theta_{iB} = 56.5^\circ \pm 0.5^\circ$$

Mitjançant la llei de propagació d'incerteses, l'equació 3, i suposant $n_i = 1$ (índex de refracció de l'aire) es pot calcular n_t per al material utilitzat (material 1):

$$\delta(\tan \theta) = \sqrt{\left(\delta \theta \frac{\partial}{\partial \theta} (\tan \theta) \right)^2} = \left| \delta \theta \frac{\partial}{\partial \theta} (\tan \theta) \right| = \left| \frac{\delta \theta}{\cos^2 \theta} \right| \implies n_t = 1.51 \pm 0.03$$

3 Mesures amb l'ocular

Per tal d'intentar mesurar amb més precisió l'angle de Brewster i l'índex de refracció, s'ha utilitzat el muntatge experimental del laboratori.

Primer, hem observat la imatge reflectida de l'esclataxa a través del telescopi i l'hem centrat amb el reticle. Després, hem girat l'analitzador per aconseguir l'anul·lació de la llum reflectida, ajustant lleugerament l'angle d'incidència per obtenir aquest efecte.

A continuació, hem registrat l'angle d'anul·lació de l'analitzador, que hem denominat "zero de l'analitzador", i hem fet les mesures següents restant aquest angle a totes les observacions. Aquesta precisió és essencial per obtenir resultats fiables en tota la pràctica.

Hem repetit el procés col·locant el porta mostres sobre el goniòmetre i variant els angles d'incidència, observant la reflexió de l'esclataxa. Hem girat l'analitzador fins aconseguir l'anul·lació de la llum reflectida, un indicador que la polarització lineal de la llum reflectida estava creuada respecte a la direcció de l'analitzador.

Finalment, hem pres mesures per a diferents angles d'incidència, des de 30° fins a 64° . Aquestes mesures ens han permès comparar els resultats experimentals amb la teoria utilitzant l'índex de refracció del vidre, ajudant-nos a analitzar la relació entre les components paral·lela i perpendicular de la llum reflectida.

Si es representa $|\tan \alpha|$, la recta de regressió que explica el comportament al voltant de l'angle de Brewster es pot deixar com a funció explícita d'aquest, utilitzant el valor absolut. Aquest model però, no pot ser estimat per Microsoft Excel, de manera que s'ha utilitzat la funció `lsqnonlin` de Matlab (estimació per mínims quadrats no lineals) per a obtenir l'expressió amb les seves incerteses directament. El resultat s'observa a la figura 1, i s'obté:

$$\underbrace{|\tan \alpha| = m|\theta_i - \theta_{iB}|}_{\text{Model per a la regressió}} \implies \theta_{iB} = 56.0^\circ \pm 0.2^\circ \quad n_t = 1.48 \pm 0.01$$

Si es comparen els dos valors obtinguts per les diferents metodologies, es pot observar que la mesura visual és més propera al valor literari $n_{vidre} = 1.51618$ i l'error proporcionat pot portar a aquest

mentre que el valor obtingut amb la regressió i el seu error no. Aquest efecte es degut a haver menyspread els errors de la mesura de l'angle on ja no es veu llum, ja que la distribució de les dades experimentals no és exacta i portaria a canvis en els paràmetres de regressió. L'error relatiu però, segueix sent petit, al voltant de $\epsilon_{n_t} \approx 2\%$.

4 Comparació del càlcul analític de $\left| \frac{E_{\parallel}^r}{E_{\perp}^r} \right|$ amb $|\tan \alpha|$

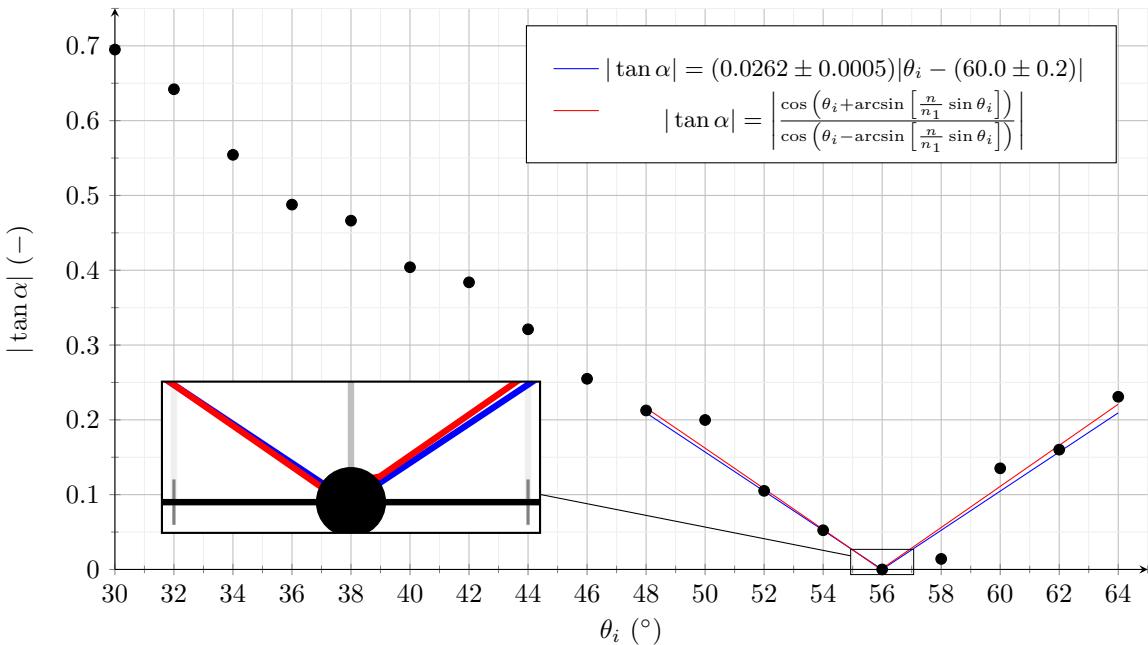


Figura 1: Representació de $|\tan \alpha|$ en funció de θ_i . Les incerteses en els paràmetres venen donats per la incertesa de la estimació per mínims quadrats no lineals de Matlab.

En la figura 1 podem veure representats els valors obtinguts experimentalment juntament amb la recta de regressió d'aquests a prop de l'angle de Brewster a més de la recta obtinguda analíticament amb els valors teòrics. Com es d'esperar, el model teòric proporciona una representació més detallada i precisa del fenomen en un ampli rang d'angles, especialment fora de la zona crítica. L'ajust lineal, en canvi, és una simplificació adequada per als angles propers a l'angle de Brewster, on la dependència és gairebé lineal, però no descriu amb precisió els valors fora d'aquesta zona. Els dos mètodes són compatibles en la zona crítica, però el model teòric ofereix una descripció global superior del comportament de la llum reflectida.

Pel que fa a la comparació entre el resultat experimental i el model teòric, podem dir que s'assemeny suficientment en les zones pròximes a l'angle de Brewster, on les dades experimentals segueixen raonablement bé el comportament previst pel model. Tot i això, hi ha algunes petites desviacions, especialment fora de la zona crítica, cosa que és comprensible donat que l'experiment té incerteses associades a la mesura d'angles i altres factors. Malgrat aquestes desviacions, els resultats experimentals són prou propers al model teòric com per considerar que el comportament predict per aquest últim és consistent amb l'experiment, especialment en la part més crítica del fenomen.