	개수	비도	2수	모수
	711十	서열	명목	등간/비율
단일	1	부호검정, 부호순위검정	Run	one-sample t-test
대응	2	T 오픈지엄성	맥니머	paired t-test
네핑	k	프리드먼	코크란 Q	ANOVA
독립	2	윌콕슨 순위합검정 (만위트니 U)	카이제곱	independent t-test
	k	크루스칼 월리스		ANOVA

^{*}부호검정: n ≤ 100 - 이항분포, n > 100 - 정규분포

일표본 t-test 가정

- 1. 정규성을 가진다 -> 정규성검정 scipy.stats.shapiro H0: 정규성가짐
- 2. 독립성 -> 같은 측정 두번이면 대응표본 t-test
- 3. 연속형 변수

고양이들의 평균 몸무게가 2.6 인지 아닌지

In [3]: import pandas as pd

cats=pd.read_csv("https://raw.githubusercontent.com/ADPclass/ADP_book_ver01/main/data/cats.csv")
cats.info()

^{*}부호순위검정: n ≤ 20 - 이항분포, n > 20 - 정규분포

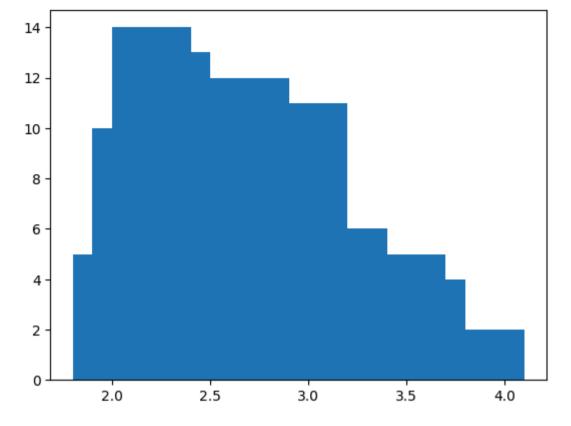
^{*}윌콕슨 순위합검정: n ≤ 25 - 이항분포, n > 25 - 정규분포

^{*}프리드먼: 3개 범주 - 9개 이하, 4개 범주 - 5개 이하 이외는 카이제곱

^{*}크루스칼 월리스: 3개 범주 – 15개 이하, 4개 범주 – 14개 이하 이외는 카이제곱

^{*}카이제곱: 각 셀 최소 5개 이상

```
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
       RangeIndex: 144 entries, 0 to 143
       Data columns (total 3 columns):
            Column Non-Null Count Dtvpe
        0
           Sex
                   144 non-null
                                    object
                   144 non-null
                                    float64
            Bwt
           Hwt
                   144 non-null
                                    float64
       dtypes: float64(2), object(1)
       memory usage: 3.5+ KB
In [ ]: import scipy.stats as stats
        from scipy.stats import shapiro
        mu=2.6
        #정규성 검정
        print(shapiro(cats['Bwt']))
        #정규분포 가 아니므로 윌콕슨 진행 정규 분포면 t-test stats.ttest_1samp()
        print(stats.wilcoxon(cats.Bwt-mu,alternative='two-sided'))
        import matplotlib.pyplot as plt
        cats Bwt cnt = pd.value counts(cats['Bwt'].values,sort=False)
        width=0.4
        plt.bar(cats Bwt cnt.index,cats Bwt cnt.values,width)
        plt.show()
       ShapiroResult(statistic=0.9518786668777466, pvalue=6.730254972353578e-05)
       WilcoxonResult(statistic=3573.0, pvalue=0.02524520294814093)
       /var/folders/hv/lgp1gn9n1ll0lbh2pfzn9pww0000gn/T/ipykernel 7310/899596944.py:10: FutureWarning: pandas.value counts is deprecate
       d and will be removed in a future version. Use pd.Series(obj).value counts() instead.
         cats_Bwt_cnt = pd.value_counts(cats['Bwt'].values,sort=False)
```



대응표본 T test 정규성 검정: 차이값($d = X_1 - X_2$)에 대해 수행

ShapiroResult(statistic=0.8148399591445923, pvalue=0.021947935223579407) TtestResult(statistic=4.743416490252569, pvalue=0.0005269356285082764, df=9) stat = 36.000, p-value = 0.004 /opt/homebrew/Caskroom/miniforge/base/envs/general/lib/python3.11/site-packages/scipy/stats/_morestats.py:4088: UserWarning: Exact p-value calculation does not work if there are zeros. Switching to normal approximation.

warnings.warn("Exact p-value calculation does not work if there are "

/opt/homebrew/Caskroom/miniforge/base/envs/general/lib/python3.11/site-packages/scipy/stats/_morestats.py:4102: UserWarning: Sam ple size too small for normal approximation.

warnings.warn("Sample size too small for normal approximation.")

독립표본 t-test

- 1. 두모집단은 정규성만족
- 2. 두모집단은 분산이 같아야한다.

이름			설명	비교
Wilcoxon Signe	ed-Rank Test	☑ 대응표	본용 비모수 검정	대응표본 t-test 대체
Mann-Whitney	U Test	☑ 독립표	. 본용 비모수 검정	독립표본 t-test 대체
검정 이름	조건		사	용 상황
Levene 검정	정규성 없어도 /	사용 가능	가장 일반적으로	많이 사용
Bartlett 검정	정규성 만족해야	i 함	정규성 확신할 때	만 사용
F 검정 (F-test)	두 집단 비교, 정	성규성 가정	가장 간단한 형태	지만 실무에선 잘 안 씀

🧠 🚺 핵심 비교표

구분	윌콕슨 부호순위 검정 (Wilcoxon Signed-Rank Test)	윌콕슨 순위합 검정 / 맨-휘트니 U (Wilcoxon Rank- Sum / Mann-Whitney U Test)
데이터 형태	대응표본(paired samples)	독립표본(independent samples)
목적	두 관련된 집단(같은 대상 전후 비교) 의 차이 검정	두 독립된 집단의 중앙값 차이 검정
모수 대응검정	대응표본 t-test (paired t-test)	독립표본 t-test (independent t-test)
가정	1. 자료는 쌍(pair)로 존재 2. 차이는 대칭적이어야 함	1. 두 집단 독립 2. 분포 모양은 동일(중앙만 다름)
검정 통계량	차이값의 부호(+/-) 와 순위를 함께 이용	두 집단의 순위를 합산하여 비교
귀무가설 (H₀)	"두 시점의 중앙값 차이가 0이다"	"두 집단의 분포가 동일하다 (중앙값 같음)"
데이터 예시	같은 사람의 치료 전·후 혈압	서로 다른 그룹의 남/여 혈압 비교
대표 함수	<pre>scipy.stats.wilcoxon(x1, x2)</pre>	<pre>scipy.stats.mannwhitneyu(x1, x2)</pre>

```
In []: # *일표본 월콕슨 부호순위 검정 (p.203)
import numpy as np
from scipy.stats import wilcoxon

work_hours = [203, 204, 197, 195, 201, 205, 198, 199, 194, 207]
baseline = 200

diff = np.array(work_hours) - baseline
stat, p_value = wilcoxon(diff)
print(f"월콕슨 검정 통계량: {stat}")
```

```
print(f"p-값: {p_value:.4f}")
#*이표본 월콕슨 부호순위 검정
import numpy as np
from scipy.stats import wilcoxon

before = [120, 130, 115, 140, 135, 128, 132, 110, 125, 137]
after = [115, 128, 118, 135, 130, 124, 131, 109, 120, 133]

stat, p_value = wilcoxon(before, after)

print(f"월콕슨 검정 통계량: {stat}")
print(f"p-값: {p_value:.4f}")
```

- ** ranksums
 **는 정규 근사를 사용하여 통계량을 계산하므로 큰 표본에서는 매우 유사한 결과를 나타냅니다. 그러나 작은 표본에서는 정규 근사가 정확하지 않을 수 있어 p-값에서 차이가 발생할 수 있습니다.
- ** mannwhitneyu **는 각 데이터 쌍을 비교하여 U 통계량을 계산하므로,
 작은 샘플에서도 잘 작동합니다. 작은 데이터 세트에서는 U 통계량을 사용한 맨-휘트니 U 검정이 더 정확할 수 있습니다.

In [11]: import pandas as pd

```
In []: # *월콕슨 순위합 검정

# 두 독립된 그룹 간의 차이를 비교하는 비모수 검정
# 독립표본 t-검정의 비모수 버전
from scipy.stats import ranksums, mannwhitneyu

group_a = [4.1, 3.5, 5.0, 4.8, 3.8]
group_b = [3.9, 4.2, 3.1, 4.0, 3.6]

stat, p_value = ranksums(group_a, group_b)
print(f"월콕슨 순위합 검정 통계량: {stat}")
print(f"p-값: {p_value:.4f}")

stat, p_value = mannwhitneyu(group_a, group_b)
print(f"맨-휘트니 U 통계량: {stat}")
print(f"p-값: {p_value:.4f}")
```

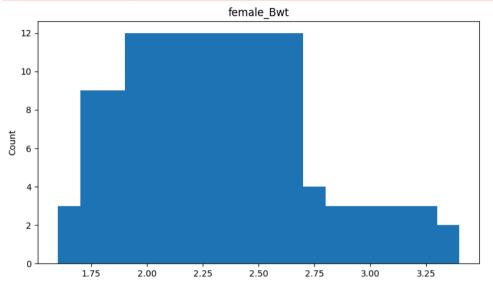
cats=pd.read_csv("https://raw.githubusercontent.com/ADPclass/ADP_book_ver01/main/data/cats.csv")

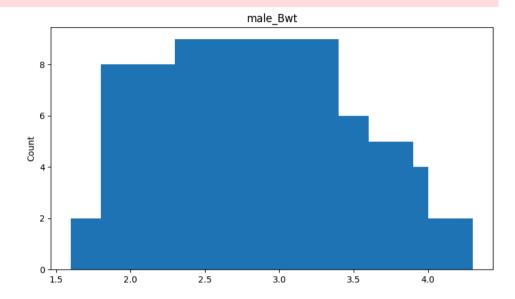
```
cats.info()
         female=cats.loc[cats.Sex=='F','Bwt']
         male=cats.loc[cats.Sex=='M','Bwt']
         print(stats.levene(female,male))
        <class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
       RangeIndex: 144 entries, 0 to 143
       Data columns (total 3 columns):
            Column Non-Null Count Dtype
            Sex 144 non-null
         0
                                    object
         1
            Bwt 144 non-null
                                    float64
                    144 non-null
                                    float64
            Hwt
       dtypes: float64(2), object(1)
       memory usage: 3.5+ KB
       LeveneResult(statistic=19.43101190877999, pvalue=2.0435285255189404e-05)
        print(stats.ttest_ind(female,male,equal_var=False))# pvalue 작으니까 등분산이아님
In [14]:
         print(female.mean())
         print(male.mean())
         print('pvalue가 작고 두개 평규ㅜ ∟ 차이 존재 ')
         stat, p = stats.mannwhitneyu(female, male, alternative='two-sided')
         print(f"U-statistic = {stat:.3f}")
         print(f"p-value
                            = \{p:.4f\}''\}
       TtestResult(statistic=-8.70948849909559, pvalue=8.831034455859356e-15, df=136.83788299625363)
        2.359574468085107
        2.899999999999995
        pvalue가 작고 두개 평규ㅜ L 차이 존재
        U-statistic = 757.500
                   = 0.0000
        p-value
In [16]: female Bwt cnt=pd.value counts(female.values,sort=False)
         male Bwt cnt=pd.value counts(male.values.sort=False)
         fig,ax=plt.subplots(1,2,figsize=(20,5))
         width=0.4
         ax[0].bar(female_Bwt_cnt.index,female_Bwt_cnt.values)
         ax[0].set_title('female_Bwt')
         ax[0].set ylabel('Count')
         ax[1].bar(male_Bwt_cnt.index,male_Bwt_cnt.values)
         ax[1].set_title('male_Bwt')
         ax[1].set_ylabel('Count')
         plt.show()
```

/var/folders/hv/lqp1gn9n1ll0lbh2pfzn9pww0000gn/T/ipykernel_7310/3147949573.py:1: FutureWarning: pandas.value_counts is deprecate d and will be removed in a future version. Use pd.Series(obj).value_counts() instead. female_Bwt_cnt=pd.value_counts(female.values,sort=False)

/var/folders/hv/lqp1gn9n1ll0lbh2pfzn9pww0000gn/T/ipykernel_7310/3147949573.py:2: FutureWarning: pandas.value_counts is deprecate d and will be removed in a future version. Use pd.Series(obj).value_counts() instead.

male_Bwt_cnt=pd.value_counts(male.values,sort=False)





분산분석 🔍 사전 검토 시 확인해야 할 항목 데이터 분포 확인 각 집단별 히스토그램, Q-Q plot 또는 scipy.stats.shapiro()로 정규성 검정

등분산 검정 scipy.stats.levene(group1, group2, ...) p ≥ 0.05 → 등분산 만족

독립성 확보 실험 설계 단계에서 고려

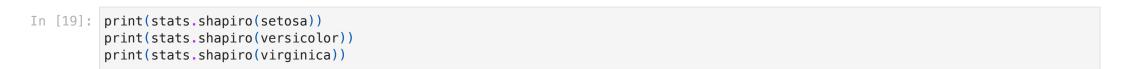
설문/실험에서 서로 영향을 안 주도록 구성

가정 위반	대처법
정규성 위반	→ Kruskal-Wallis test (비모수 ANOVA)
등분산성 위반	→ Welch's ANOVA
독립성 위반	→ 재설계 또는 repeated measures ANOVA (대응표본)

사후검정 던칸 MRT,LSD, 튜키 HSD

In [17]: import scipy.stats as stats
import pandas as pd

```
Iris_data=pd.read_csv("https://raw.githubusercontent.com/ADPclass/ADP_book_ver01/main/data/iris.csv")
         Iris data["target"].unique()
Out[17]: array(['Iris-setosa', 'Iris-versicolor', 'Iris-virginica'], dtype=object)
In [18]: target_list=Iris_data["target"].unique()
         setosa=Iris_data[Iris_data["target"]==target_list[0]]['sepal width']
         versicolor=Iris data[Iris data["target"]==target list[1]]['sepal width']
         virginica=Iris_data[Iris_data["target"]==target_list[2]]['sepal width']
         import seaborn as sns
         import matplotlib.pyplot as plt
         sns.scatterplot(x='target',y='sepal width',hue="target",style="target",s=100,data=Iris data)
         plt.show()
           4.5
                                                                    target
                                                                   Iris-setosa
                                                                   Iris-versicolor
           4.0
                                                                   Iris-virginica
           3.5
        sepal width
```



Iris-virginica

Iris-versicolor

target

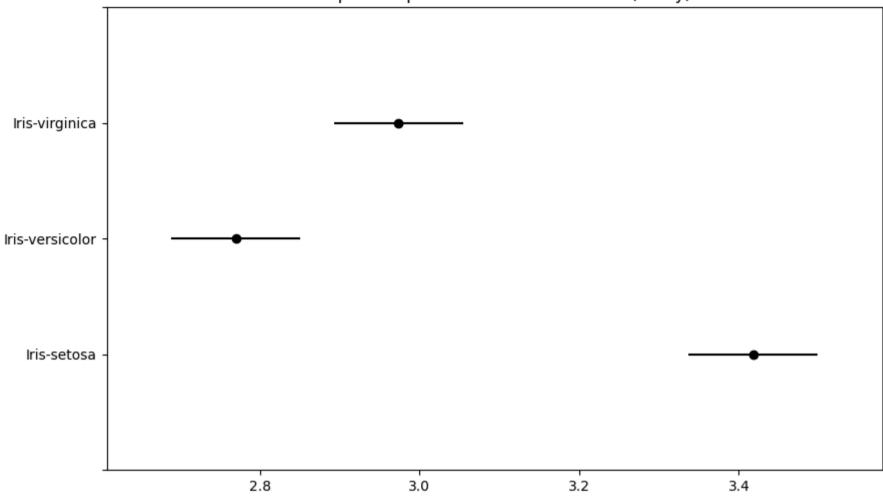
3.0

2.5

2.0

Iris-setosa

Multiple Comparisons Between All Pairs (Tukey)



Out[]:

Multiple Comparison of Means - Tukey HSD, FWER=0.05

group1	group2	meandiff	p-adj	lower	upper	reject
Iris-setosa	Iris-versicolor	-0.648	0.0	-0.8092	-0.4868	True
Iris-setosa	Iris-virginica	-0.444	0.0	-0.6052	-0.2828	True
Iris-versicolor	Iris-virginica	0.204	0.009	0.0428	0.3652	True

☑ 모델 수식 (수학적 표현)

이원 분산분석 모델 (교호작용 포함):

$$Y_{ijk} = \mu + lpha_i + eta_j + (lphaeta)_{ij} + arepsilon_{ijk}$$

ullet Y_{ijk} : i번째 A 수준, j번째 B 수준, k번째 반복에서의 관측값

μ: 전체 평균

• α_i : 요인 A의 수준 i의 효과

• β_i : 요인 B의 수준 j의 효과

ullet $(lphaeta)_{ij}$: A와 B의 상호작용 효과

• ε_{ijk} : 오차 (정규성, 등분산성, 독립성 가정)

☑ 분산 분석표 구성 (ANOVA table)

Source	Sum of Squares (SS)	df	Mean Square (MS)	F-value
요인 A	SS_A	a-1	MS_A	$F_A=rac{MS_A}{MS_E}$
요인 B	SS_B	b-1	MS_B	$F_B=rac{MS_B}{MS_E}$
상호작용 $A imes B$	SS_{AB}	(a-1)(b-1)	MS_{AB}	$F_{AB}=rac{MS_{AB}}{MS_E}$
오차 (Residual)	SS_E	ab(n-1)	MS_E	
전체	SS_T	abn-1		

a: 요인 A의 수준 수

• b: 요인 B의 수준 수

n: 각 조합에서 반복 측정 수

☑ 귀무가설 (각각의 검정 대상)

검정 대상	귀무가설 H_0	대립가설 H_1
요인 A의 주효과	$lpha_i = 0 orall i$	$\exists i, \alpha_i \neq 0$
요인 B의 주효과	$eta_j = 0 orall j$	$\exists j, \beta_j \neq 0$
상호작용 효과	$(lphaeta)_{ij}=0 orall i,j$	$\exists i,j,(\alpha\beta)_{ij}\neq 0$

```
In []: # *크루스칼 월리스 (p.208)
        # 세 개 이상의 독립된 그룹 간의 중앙값 차이를 비교하는 비모수 검정
        from scipy.stats import kruskal
        import scikit_posthocs as sp
        group_a = [5.1, 4.8, 6.2, 5.0, 5.3]
        group_b = [4.5, 4.9, 5.1, 4.6, 4.8]
        group_c = [6.0, 5.9, 6.3, 6.1, 6.4]
        stat, p_value = kruskal(group_a, group_b, group_c)
        print(f"크러스칼-월리스 검정 통계량: {stat}")
        print(f"p-값: {p_value:.4f}")
        data = np.array(group_a + group_b + group_c)
        groups = ['A']*len(group_a) + ['B']*len(group_b) + ['C']*len(group_c)
        dunn_result = sp.posthoc_dunn([group_a, group_b, group_c], p_adjust = 'bonferroni')
        dunn_result
        import numpy as np
        from scipy.stats import friedmanchisquare
        import scikit_posthocs as sp
        #→ 사후검정 — Dunn's test
        method_a = [85, 78, 92, 88]
```

```
method_b = [90, 85, 95, 89]
method_c = [88, 82, 91, 87]

stat, p_value = friedmanchisquare(method_a, method_b, method_c)

print(f"프리드먼 검정 통계량: {stat}")
print(f"p-값: {p_value:.4f}")

# 데이터를 하나로 결합하여 사후 검정을 수행
data = np.array([method_a, method_b, method_c]).T # Transpose to match students by rows
dunn_result = sp.posthoc_dunn(data, p_adjust='bonferroni')
print(dunn_result)
```

- p-값 < 0.05: 세 학습 방법 간 점수에 통계적으로 유의미한 차이가 있음을 의미합니다. 즉, 세 방법 중 하나 이상이 다른 방법들과 차이가 있다고 할 수 있습니다.
- p-값 > 0.05: 세 학습 방법 간 차이가 통계적으로 유의하지 않음을 의미합니다. 즉, 세 방법이 비슷한 성과를 나타낸다고 해석할 수 있습니다.

```
import pandas as pd
mtcars=pd.read_csv("https://raw.githubusercontent.com/ADPclass/ADP_book_ver01/main/data/mtcars.csv")
mtcars=mtcars[["mpg","am","cyl"]]
from statsmodels.formula.api import ols
from statsmodels.stats.anova import anova_lm
formula="mpg~C(cyl)+C(am)+C(cyl):C(am)"
model=ols(formula,mtcars).fit()
aov_table=anova_lm(model,typ=2)
aov_table
```

```
        Out [26]:
        sum_sq
        df
        F
        PR(>F)

        C(cyl)
        456.400921
        2.0
        24.819011
        9.354735e-07

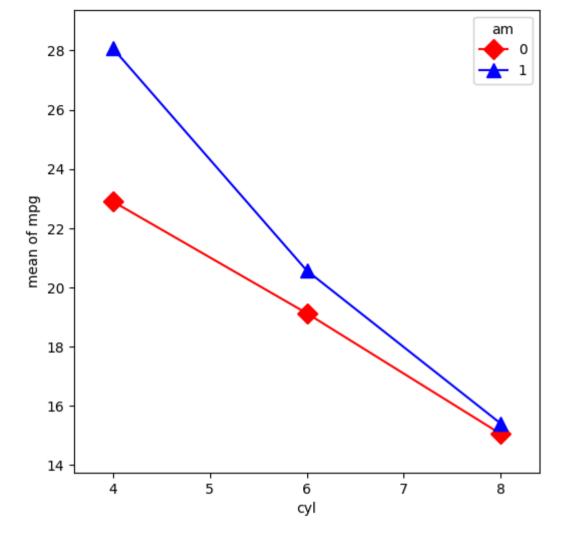
        C(am)
        36.766919
        1.0
        3.998759
        5.608373e-02

        C(cyl):C(am)
        25.436511
        2.0
        1.383233
        2.686140e-01

        Residual
        239.059167
        26.0
        NaN
        NaN
```

```
In [30]: from statsmodels.graphics.factorplots import interaction_plot
import matplotlib.pyplot as plt

cyl=mtcars["cyl"]
am= mtcars["am"]
mpg=mtcars["mpg"]
fig,ax=plt.subplots(figsize=(6,6))
fig=interaction_plot(cyl,am,mpg, colors=["red","blue"],markers=["D","^"],ms=10,ax=ax)
plt.show()
```



교차 분석

검정 이름	목적	주로 사용 예시
① 적합도 검정	관측 분포가 기대 분포에 적합 하는지 검정	동전이 공정한지, 주사위가 치우쳤는지
② 독립성 검정	두 범주형 변수 사이에 독립/관련성 이 있는지 검정	성별 vs 구매여부, 학력 vs 직업
③ 동질성 검정	여러 집단의 범주형 분포가 동일한지 비교	지역별 정치 성향, 브랜드별 선호도

2. 표본 수가 충분히 커야 함 🗸

기대빈도(E)가 너무 작으면 카이제곱 근사가 부정확

2. 표본 수가 충분히 커야 함 🗸

• 기대빈도(E)가 너무 작으면 카이제곱 근사가 부정확

통상 기준:

- 기대빈도 $E_{ij} \geq 5$: 대부분의 셀에서 만족해야 함
- 20% 이상의 셀에서 기대빈도가 5 미만이면 → Fisher의 정확검정 추천

통상 기준:



예를 들어 아래와 같은 교차표가 있다면:

	남자	여자	합계	0
좋아함	30	20	50	
싫어함	10	40	50	
합계	40	60	100	

예를 들어, [좋아함 & 남자] 셀의 기대도수 E_{11} 은:

$$E_{11}=rac{(좋아함 행합) imes (남자 열합)}{ extstyle extstyl$$

이런 식으로 각 셀마다 기대도수를 구합니다.



```
table=df_t[['sex']].value_counts()
         total num=table.sum()
         from scipy.stats import chisquare
         chi= chisquare(table,f_exp=[total_num//2,total_num//2])
         print(chi)
        Power_divergenceResult(statistic=44.95906432748538, pvalue=2.0119672574477235e-11)
In [42]: #독립성검정
         table = pd.crosstab(df['class'],df['survived'])
         table
Out[42]: survived
                  0 1
            class
             First 80 136
          Second 97 87
            Third 372 119
In [43]: from scipy.stats import chi2_contingency
         chi,p,df,expect = chi2_contingency(table)
         print('statistics',chi)
         print('p-value',p)
         print('dof',df)
         print('expect', expect)
        statistics 102,88898875696056
        p-value 4.549251711298793e-23
        dof 2
        expect [[133.09090909 82.90909091]
         [113.37373737 70.62626263]
         [302.53535354 188.46464646]]
 In []: #카이제곱 대응되는 비모수 검정법
         from scipy.stats import fisher_exact
         table = [[1, 9],
                  [11, 3]]
         oddsratio, p = fisher_exact(table)
         print(f"p={p:.4f}")
```

1. 맥니마 검정(McNemar's test)이란? 쌍으로 묶인 이진 분류 결과의 차이를 비교하는 검정.

전제: 표본이 같은 쌍(대응), 이진형 결과(예: 성공/실패, 정답/오답). 2. 2x2 분할표 구조 예: 두 분류기 A, B의 결과를 같은 표본에 적용했을 때 B = 성공 B = 실패 A=성공 n11 n10 A=실패 n01 n00 n11: 두 방법 다 성공 n00: 두 방법 다 실패 n10: A만 성공, B는 실패 n01: A는 실패, B만 성공 3. 귀무가설 / 대립가설 귀무가설: 두 방법의 성공 확률은 같다 → 불일치 빈도는 대칭이다. :P(A=1,B=0)=P(A=0,B=1) 즉, n10=n01 대립가설 : 두 방법의 성공 확률이 다르다 → 불일치 빈도 비대칭. 4. 검정통계량 큰 표본에서는 $\chi^2 = (|n10-n01|-1)^2/(n10+n01)$ (연속성 보정 포함; df=1) 표본이 적을 땐 이항검정(binomial test) 기반으로 p-value를 계산. 크면 카이 제곱 In []: # "같은 100명에게 두 진단검사를 적용했더니, 검사 A만 양성 30명, 검사 B만 양성 10명, 나머지는 동일. # 맥니마 검정으로 두 검사 정확도 차이가 있는지 유의수준 5%에서 검정하라." # 풀이 # 불일치: n10=30, n01=10 # HO: 두 검사의 정확도는 같다 # 검정통계량 ≈ (|30-10|-1)² / (30+10) = 19.0

주로 같은 데이터(피험자)에 대해 두 개의 처리/분류기/조건을 적용했을 때, 두 방법의 **정확도(또는 성공률)**가 유의하게 다른지 검정하는 데 사용.

```
# 결론: 두 검사 정확도 차이 있음.
        # [예상 문제 21
        # "머신러닝 분류기 A, B를 동일한 200개 샘플에 적용했더니: A만 맞춘 15개, B만 맞춘 25개.
        # 맥니마 검정으로 성능 차이가 있는지 검정하라. 파이썬 코드로 제시하라."
        import numpy as np
        from scipy.stats import binomtest
        # 0|\lambda|: n10=30, n01=10
        n10, n01 = 30, 10
        n = n10 + n01
        diff = n10 - n01
        # 이항검정: 귀무가설 하에서 성공확률 = 0.5
        res = binomtest(k=min(n10, n01), n=n, p=0.5, alternative="two-sided")
        print("Binomial exact test p-value:", res.pvalue)
        import statsmodels.api as sm
        table = np.array([[50, 30], # A 성공/실패
                         [10, 10]]) # A 실패/성공
        # 주의: sm.stats.mcnemar은 [[n11, n10],[n01, n00]] 형태
        result = sm.stats.mcnemar(table, exact=False, correction=True)
        print("Chi2 =", result.statistic, "p =", result.pvalue)
        # exact=True (이항검정) vs exact=False (\chi^2 근사)
        카이제곱 근사(\chi^2 test) 사용
        불일치 셀 합 n10+n01 이 충분히 클 때(대략 ≥25 이상) 적합
        이때 자유도(df) = 1 자동 적용
        correction=True → 연속성 보정(Yates correction) 적용
In [ ]: import numpy as np
        import pandas as pd
        from scipy.stats import poisson, chisquare
        # 예: 관측 데이터 (카운트형)
        data = np.array([0, 1, 2, 3, 2, 1, 0, 4, 3, 1, 2, 0, 1, 2, 3, 1, 0, 2, 1, 2])
       # ① \lambda 추정
        lambda_hat = np.mean(data)
        n = len(data)
        # ② 각 카운트별 빈도 (관측)
        obs_counts = pd.Series(data).value_counts().sort_index()
```

p-value < 0.001 → H0 기각

```
# ③ 이론적 포아송 기대빈도
\max k = obs counts.index.max()
k_{vals} = np.arange(0, max_k + 1)
expected_probs = poisson.pmf(k_vals, mu=lambda_hat)
expected counts = n * expected probs
# ④ 기대빈도 너무 작은 건(보통 5 미만) 마지막 그룹에 합치기
while any(expected_counts < 5):</pre>
   expected counts[-2] += expected counts[-1]
    obs_counts.loc[max_k-1] += obs_counts.loc[max_k]
   expected_counts = expected_counts[:-1]
   obs_counts = obs_counts[:-1]
   max k -= 1
# ⑤ \chi^2 검정
chi2_stat, p_value = chisquare(f_obs=obs_counts, f_exp=expected_counts)
print(f"λ 추정치: {lambda_hat:.3f}")
print(f"Chi-square: {chi2_stat:.3f}, p-value: {p_value:.4f}")
if p_value > 0.05:
    print("☑ 귀무가설 채택 → 포아송 분포로부터 유의한 차이 없음 (포아송 분포를 따른다고 볼 수 있음)")
else:
   print("★ 귀무가설 기각 → 포아송 분포와 다름 (포아송이 아님)")
```