

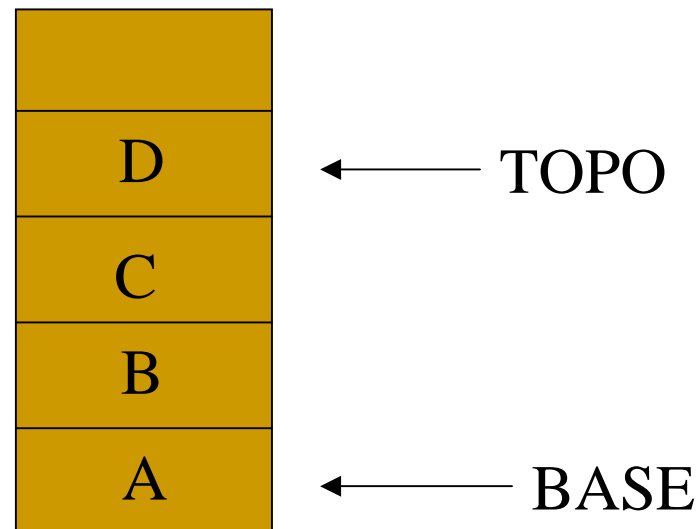
# SCC 202– Algoritmos e Estruturas de Dados I

---

Pilhas (*Stacks*)

# Pilhas

- Pilha: lista linear em que inserção e eliminação de elementos só ocorrem em uma das extremidades (TOPO da pilha)



---

# Pilhas

- Dada uma Pilha  $P = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ , dizemos que  $a_1$  é o elemento na base;  $a_n$  é o elemento do topo, e  $a_{i+1}$  está acima de  $a_i$  na pilha
- São também conhecidas como listas do tipo LIFO (*Last In, First Out*)

---

Ex: Pilhas de bandejas no Bandeirão

- 1) Bandejas inicialmente são empilhadas
- 2) Pega-se (remove-se) bandeja no topo
- 3) Se não há mais bandejas, a pilha está vazia e não podemos remover mais
- 4) Uma vez que podemos ver a bandeja no topo, se ela estiver suja podemos não querer pegar (remover)

Este ex. faz referência a 4 operações de pilhas:

- 1) Inserir = *push*
  - 2) Remover = *pop*
  - 3) Se a pilha não contém elementos a verificação de vazia retorna *true*, caso contrário *false*
  - 4) *Topo\_da\_pilha = top*, retorna o topo da pilha (cópia) para ser examinado, sem removê-lo
-

# Exemplos

- Comportamento dos retornos de chamadas a procedimentos
- Avaliação de expressões aritméticas expressas na forma Posfixa
- $A/B + D * E - A$  meta  $\rightarrow ((A/B) + (D * E)) - A$   
Como ocorre:  $AB/DE^*+A-$

# TAD Pilha - operações

- **void** define (pilha \*p);  
/\* Cria pilha vazia. Deve ser usada antes de qqr outra operação \*/
- **boolean** push (tipo\_info item, pilha \*p);  
/\* Insere item no topo da pilha. Retorna true se sucesso, false c.c. \*/
- **boolean** vazia (pilha \*p);  
/\* Retorna true se pilha vazia, false c.c. \*/
- **void** esvaziar (pilha \*p);  
/\* Reinicializa pilha \*/

---

# TAD Pilha - operações

- `tipo_elem top (pilha *p);`  
`/* Devolve o elemento do topo sem removê-lo.`  
`Chamada apenas se pilha não vazia */`
- `void pop_up (pilha *p);`  
`/* Remove item do topo da pilha. Chamada`  
`apenas se pilha não vazia */`
- `tipo_elem pop (pilha *p);`  
`/* Remove e retorna o item do topo da pilha.`  
`Chamada apenas se pilha não vazia */`

---

## Implementação: sequencial x encadeada

- Problema da implementação sequencial de listas: necessidade de movimentações de itens em inserções e remoções
  - No caso das pilhas, tais movimentações não ocorrem!
- Alocação sequencial vantajosa na maioria das situações...
- Alocação dinâmica interessante para pilhas cujo tamanho não pode ser antecipado, ou é muito variável...



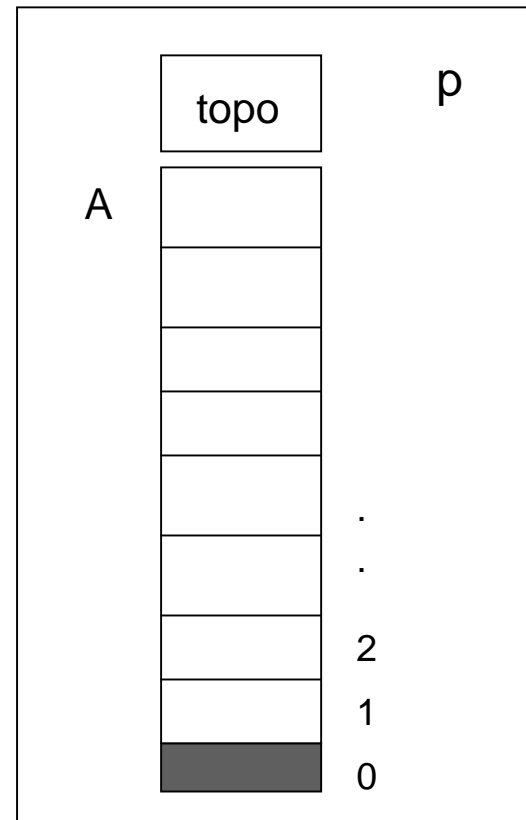
# Operações – alocação sequencial

```
#define MAXP 1000

#define indice int

typedef struct{
    tipo_info info;
}tipo_elem;

typedef struct{
    tipo_elem A[MAXP+1];
    indice topo;
}pilha;
```



```
pilha p; /*exemplo de declaração*/
```

## 1. define (P) - cria uma pilha P vazia

```
void define (pilha *p){  
    p->topo = 0;  
}
```

## 2. insere x no topo de P (empilha): push (x, P)

```
boolean push (tipo_info x, pilha *p){  
  
    if (p->topo == MAXP)  
        /* pilha cheia */  
        return FALSE;  
  
    p->topo ++;  
    p->A[p->topo].info = x;  
    return TRUE;  
}
```

### 3. testa se P está vazia

```
boolean vazia (pilha *p){  
    return (p->topo == 0);  
}
```

4. acessa o elemento do topo da pilha (sem remover) -  
testar antes se a pilha não está vazia!!!

```
tipo_elem top (pilha *p){  
    return p->A[p->topo];  
}
```

---

5. remove o elemento no topo de P sem retornar valor  
(desempilha, v. 1) – testar antes se pilha não está vazia!!!

```
void pop_up (pilha *p){  
    p->topo --;  
}
```

6. Remove e retorna o elemento (todo o registro) eliminado  
(desempilha, v. 2) – testar antes se pilha não está vazia!!!

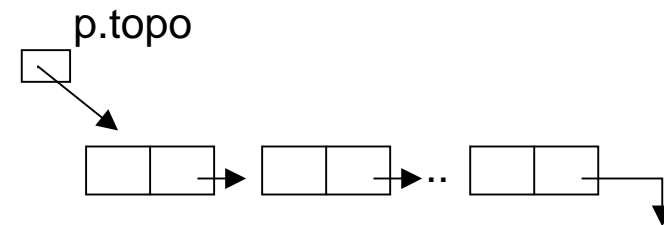
```
tipo_elem pop (pilha *p){  
    tipo_elem x = p->A[p->topo];  
    p->topo --;  
    return x;  
}
```

# Operações – alocação encadeada dinâmica

```
typedef struct elem{  
    tipo_info info;  
    struct elem *lig;  
}tipo_elem;
```

```
typedef struct{  
    tipo_elem *topo;  
}pilha;
```

```
pilha p;
```



Obs: p.topo dá o endereço do elemento no topo

## 1. define (P) - cria uma pilha P vazia

```
void define (pilha *p){  
    p->topo = NULL;  
}
```

## 2. insere x no topo de P (empilha): push (x, P)

```
boolean push (tipo_info x, pilha *p){
```

```
    tipo_elem *q = malloc(sizeof(tipo_elem));
```

```
    if (*q == NULL)
```

```
        /*não possui memória disponível*/
```

```
        return FALSE;
```

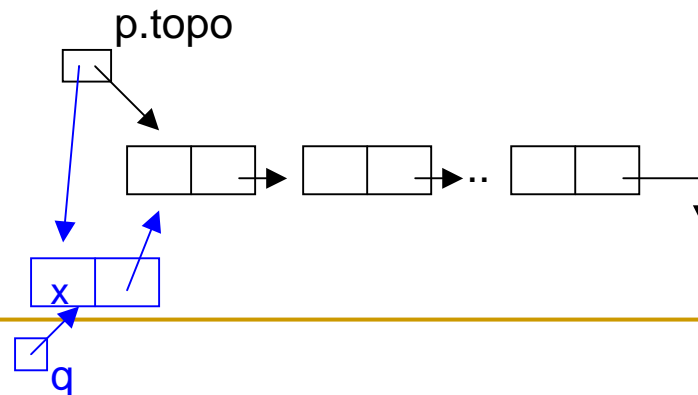
```
    q->info = x;
```

```
    q->lig = p->topo
```

```
    p->topo = q;
```

```
    return TRUE;
```

```
}
```



### 3. testa se P está vazia

```
boolean vazia (pilha *p){  
    return (p->topo == NULL);  
}
```

4. acessa o elemento do topo da pilha (sem remover) -  
testar antes da chamada se a pilha não está vazia!!!

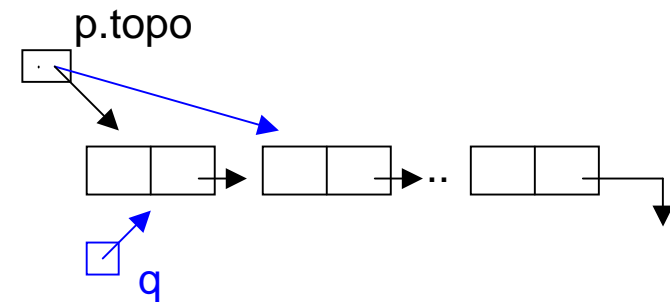
```
tipo_elem *topo (pilha *p){  
    return p->topo;  
}
```

5. remove o elemento no topo de P sem retornar valor  
(desempilha, v. 1) – testar antes se pilha não está vazia!!!

```
void pop_up (pilha *p){  
    tipo_elem *q = p->topo;  
    p->topo = p->topo->lig;  
    free(q);  
}
```

6. Remove e retorna o elemento (todo o registro) eliminado  
(desempilha, v. 2) – testar antes se pilha não está vazia!!!

```
tipo_elem *pop (pilha *p){  
    tipo_elem *q = p->topo;  
    p->topo = p->topo->lig;  
    return q;  
}
```





---

# Exercícios

- Implementar as operações dos TADs:
  - pilha estática
  - pilha dinâmica

---

## Refleta:

- Há vantagens de se implementar as Pilhas de forma dinâmica? Quais?
- Há desvantagens? Quais?
- Há vantagens em implementá-las estaticamente no array?
- Há desvantagens? Quais?

---

# Exemplo de aplicação: editor de texto

- Editores de texto sempre permitem que algum caracter (p.ex. *backspace*) tenha o efeito de cancelar os caracteres anteriores:  
**caracter de apagamento**
  - Se “#” é o caracter de apagamento, então a string “abc#d##e” é, na verdade, a string “ae”
- Editores têm também um **caracter de eliminação de linha**: o efeito é cancelar todos os caracteres anteriores da linha corrente. Suponha que ele seja o “@”

---

# Exemplo: editor de texto

- Um editor de texto pode **processar uma linha** de texto usando uma pilha. O editor lê um caracter por vez (até ler o caracter de fim de linha), e
  - se o caractere lido não é nem o de apagamento nem o de eliminação, ele é inserido na pilha
  - se for o de apagamento, remove um elemento da pilha, e
  - se for o de eliminação, o editor torna a pilha vazia
- Façam um programa que execute estas ações utilizando o TAD Pilha

```

#include "pilha.h"
void editor(){
    tipo_info c;  pilha p;
    define(&p);
    system("cls"); /* limpa a tela */
    while (1){
        c = getch();
        switch (c){
            case 0x0d: /* tecla ENTER */
                return;
            case '#': /* apaga */
                if (vazia(&p)){
                    printf("erro");
                    return;
                }
                pop_up(&p);
                break;
            case '@': /* esvazia a pilha */
                define(&p);
                break;
            default: /* tenta empilhar */
                if (!push(c, &p)){
                    printf("erro");
                    return;
                }
        }
        system("cls");
        imprimir_em_ordem_reversa(&p);
    }
}

```

```
void imprimir_em_ordem_reversa(pilha *p){  
    /* considera a implementação sequencial */  
    int i;  
    for (i = 1; i <= p->topo; i++){  
        printf("%c", p->A[i].info);  
    }  
}
```

---

## Exemplo de aplicação: avaliação de expressões aritméticas

- Uma representação para expressões aritméticas conveniente do ponto de vista computacional é de interesse, por exemplo, para o desenvolvimento de compiladores.
- A notação tradicional (*infixa*) é ambígua e, portanto, obriga o pré-estabelecimento de regras de prioridade.

- **Exemplo:**

tradicional:  $A * B - C / D$

parentizada:  $((A*B)-(C/D))$

- **Notação Polonesa (prefixa):** operadores aparecem imediatamente antes dos operandos. Esta notação especifica quais operadores, e em que ordem, devem ser calculados. Por esse motivo, dispensa o uso de parênteses.

**Exemplo:**

tradicional:  $A * B - C / D$

polonesa:  $- * A B / C D$

- **Notação Polonesa Reversa (posfixa):** operadores aparecem após os operandos.

**Exemplo:**

tradicional:  $A * B - C / D$

polonesa reversa:  $A B * C D / -$



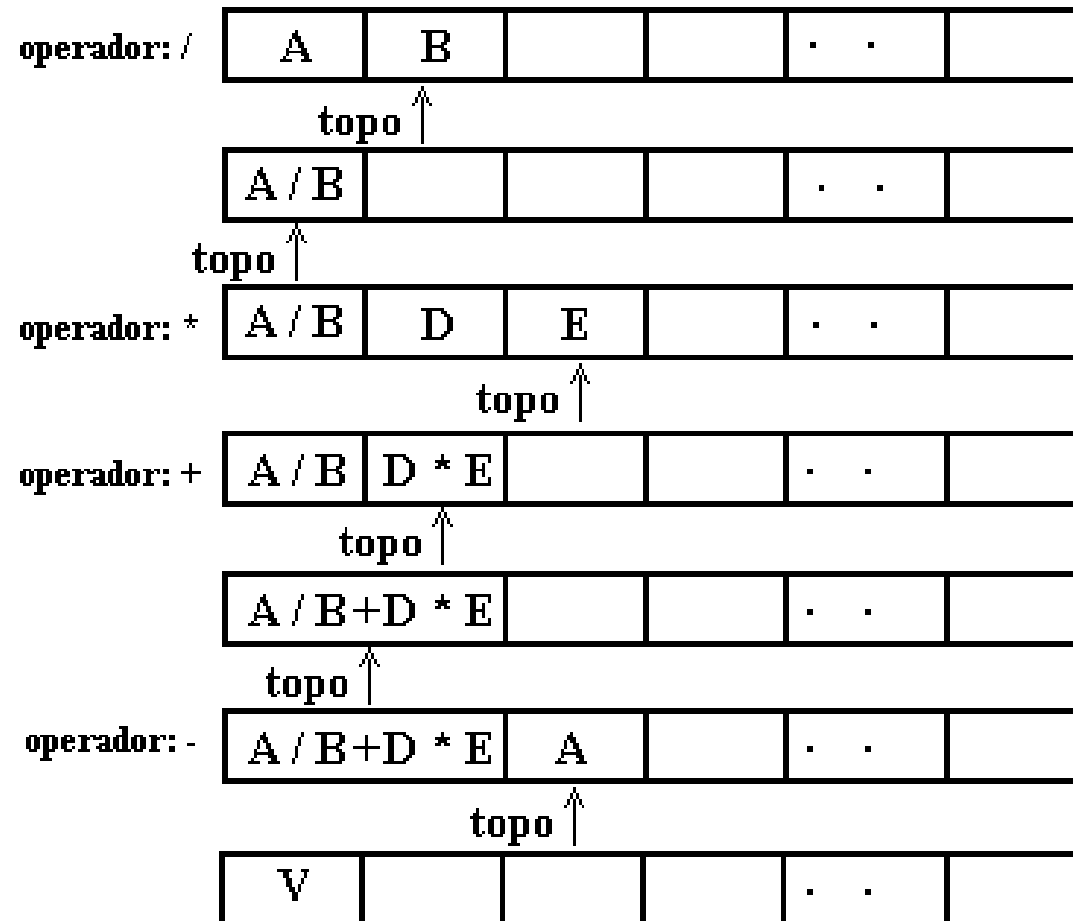
---

# Avaliação de Expressões Aritméticas: Notação Posfixa

## ■ Algoritmo

- ❑ percorre seqüencialmente a expressão, e empilha operandos até encontrar um operador
- ❑ desempilha o número correspondente de operandos; calcula e empilha o valor resultante
- ❑ até chegar ao final da expressão

Expressão:  $A B / D E * + A -$



# Avaliação de Expressão Posfixa

- Expressão posfixa: seqüência de caracteres, que ou são operandos (por ex., valores inteiros) ou são operadores binários (+, -, \*, /)
  - Se operandos definem operações inteiras, resultado da avaliação é integer, senão é real... (TipoValor)
- Definidos
  - Tipo de dado Expressao (por ex., string ou vetor de char)
  - **function** proxsimb(E: expressao): TipoOperador;
    - Quando retorna um operando (número), precisa converter para TipoValor (por exemplo, converter char para integer...)
- Teste 'x é operando' deve ser implementado por alguma função booleana que verifica se x é um número...

```

function valor ( E: expressão): TipoValor;  {supõe E uma expressão
      posfix bem-formada}
var x : TipoOperador;  ok: boolean;
      op1, op2: TipoValor; P: Pilha;
begin
  define(P); { P é uma pilha que armazena TipoValor...}
  while not acabou(E) do
    begin
      x := proxsimb(E);
      if x é operando then ok:= push(x,P)  { empilha }
      else begin { x é operador: desempilha operandos,
                  executa operação, empilha resultado }
        op2:= pop(P);
        op1:= pop(P);
        valor := resultado da operação { op1 x op2 };
        ok := push(valor, P)
      end;
    end; { while }
    valor:= pop(P);
  end;

```

---

# Conversão para notação Posfixa

- Converte expressão de entrada dada na notação tradicional parentizada para a notação posfixa
- Expressões (tradicional e posfixa): seqüências de caracteres
  - Caracteres ou são operandos (por ex., valores inteiros) ou são operadores (+, -, \*, /), ou são parêntesis (abre e fecha)
  - Todas as operações devem ser delimitadas por parêntesis

# Conversão para notação Posfixa

## ■ Definidos

- Tipo de dado Expressao (por ex., string ou vetor de char)

- **function** proxsimb(E: expressao): **char**;

  - retorna o próximo caracter da expressão

- **Procedure** insere(x: **char**; **var** E: expressão)

  - Insere elemento x no final da expressão E

- Testes 'x é operando' e 'x é operador' devem ser implementados por alguma função booleana...

```

procedure converte (exp: expressao,var exp_pol: expressao);
var x ,operador: char; ok: boolean; P: pilha;
begin
    define(P); x:= proxsimb(exp); { Pilha armazena char}
    while not acabou(exp) do
        begin
            while x = '(' do x:= proxsimb(exp);
            if (x é operando) then
                insere(x,exp_pol) { copia para expressao polonesa}
            else if (x é operador) then { empilha }
                ok := push(x,P)
            else if x = ')' then
                if not vazia(P) then { forma operacao } begin
                    operador:= pop(P);
                    insere(operador,exp_pol)
                end
                else "erro na expressão";
            x:= proxsimb(exp);
        end; {while}
    esvaziar(P);
end;

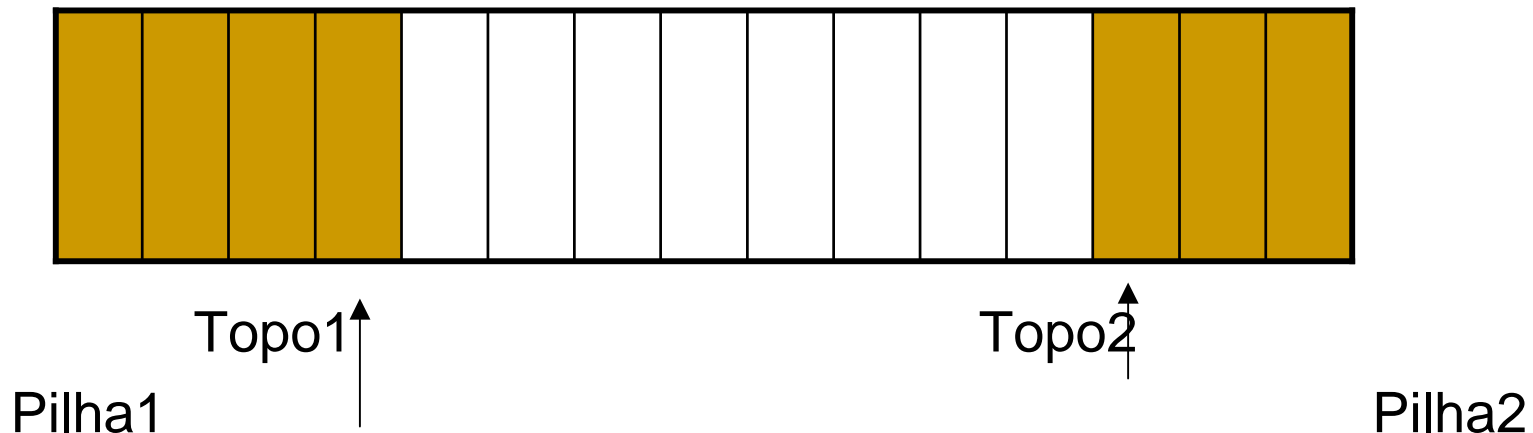
```

# Alocação Múltipla de Pilhas

2 pilhas com elementos do mesmo tipo

$P1[1..m1]$        $P2[1..m2]$

1 único *array*:  $a[1..M]$ ;  $M > m1+m2$





# Conseqüências

- *Overflow* só ocorre se o no. total de elementos de ambas exceder  $M$
- Bases fixas
  - início:  $P.Topo1 = 0$  cresce à direita
  - $P.Topo2 = M+1$  cresce à esq.

# Inserção na Pilha 1

```
if P.topo1 < P.topo2 - 1 then
  begin
    P.topo1 := P.topo1 + 1;
    P.A[topo1] := x
  end
else
  "overflow"
```

## Inserção na Pilha 2

```
if P.topo2 > P.topo1 + 1 faça
  begin
    P.topo2 := P.topo2 - 1;
    P.A[topo2] := x
  end
else
  "overflow"
```

# N Pilhas

- Bases não podem ser fixas para garantir o melhor aproveitamento do espaço

