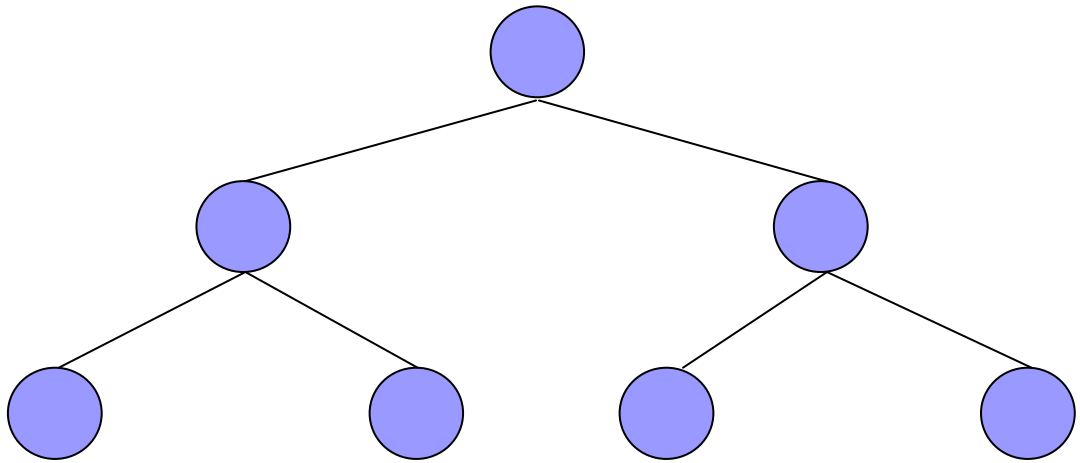
Pesquisa Operacional / Programação Matemática

Otimização discreta

Branch-and-bound (Implementação)

Criando a árvore do B&B



Qual explorar primeiro ?
E depois ?
Note que a ordem pode influir (e muito!)

Regras de seleção

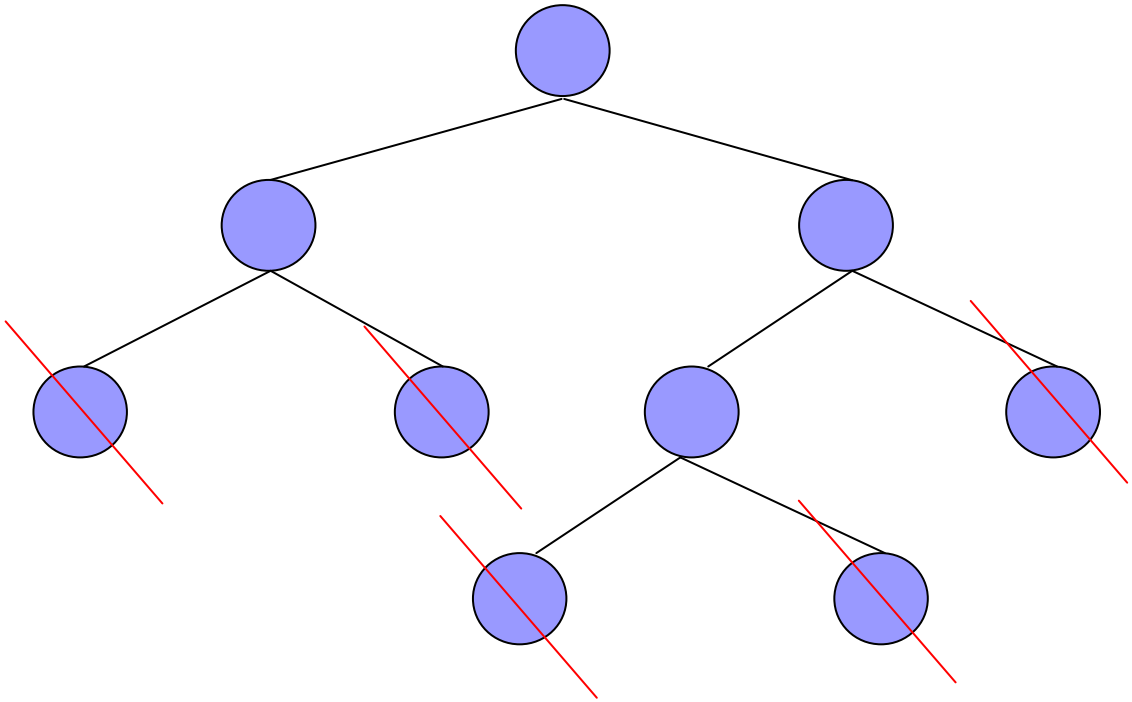
- Regras *a priori*
  - determinam previamente a ordem de escolha dos nós;
- Regras adaptativas
  - dependem das informações dos nós.

Regras *a priori*

- Busca em profundidade com *backtracking*
  - *last-in, first-out*: o último nó a ser incluido na lista é o primeiro a ser examinado
  - backtracking: se o nó é podado, retorna-se ao longo do caminho em direção ao nó raiz, até encontrar um nó aberto.
  - ordem: pode-se definir, por exemplo, que o filho à esquerda sempre é examinado primeiro.

Regras *a priori*

- Busca em profundidade com *backtracking*



Regras *a priori*

- Busca em profundidade com *backtracking*
- vantagens:
  - Nós factíveis são mais facilmente encontrados em níveis mais profundos da árvore (qual a vantagem de se encontrar nós factíveis logo ?)
  - Pode-se usar *re-otimização* em nós filhos.
- desvantagem:
  - tende a gerar árvores maiores (com muitos nós).

Regras adaptativas

- Melhor limitante
  - Selecionar a cada momento, o nó que tem melhor limitante (e que eventualmente, pode fornecer a melhor solução inteira).

Regras adaptativas

- Melhor limitante

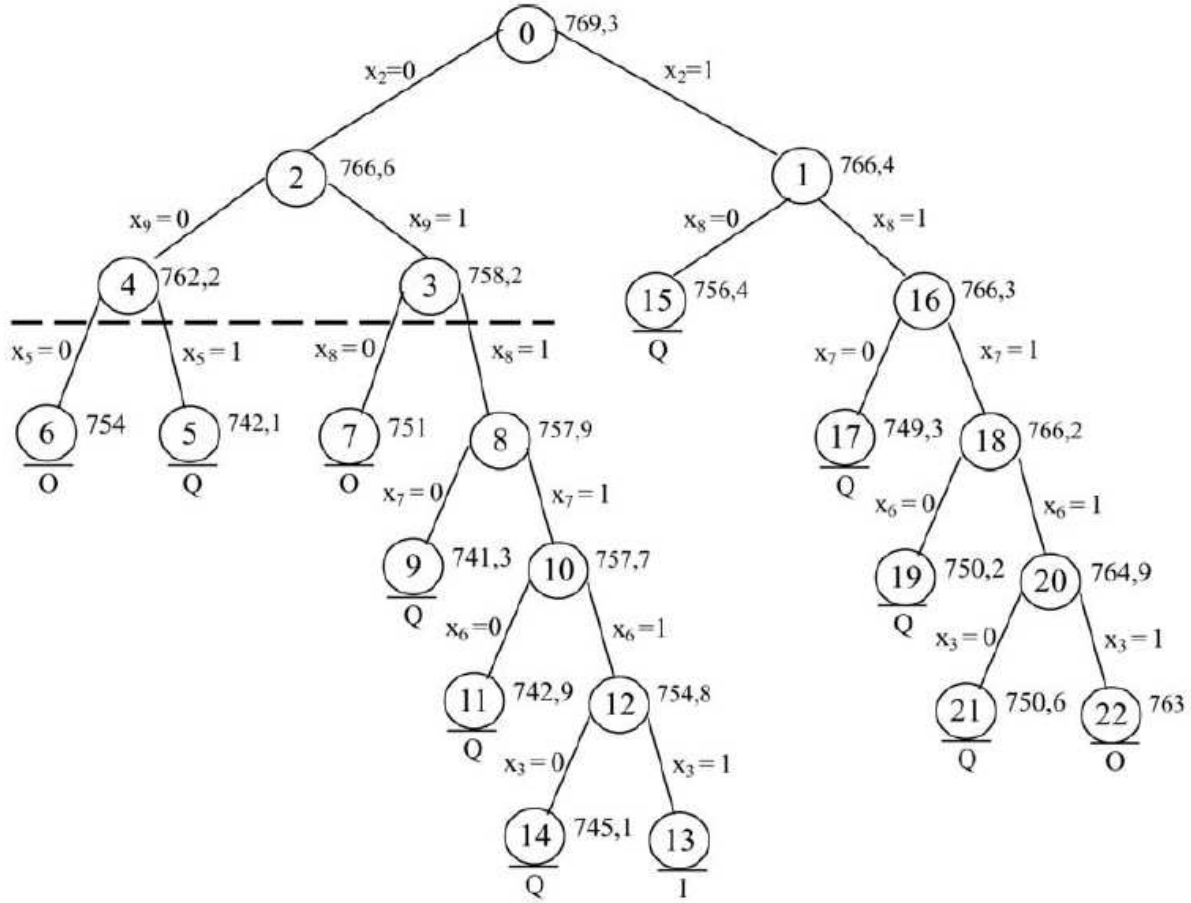
- vantagem:
  - menos nós explorados no final.
- desvantagem:
  - grande número de nós ativos a cada momento (limites de memória ?)

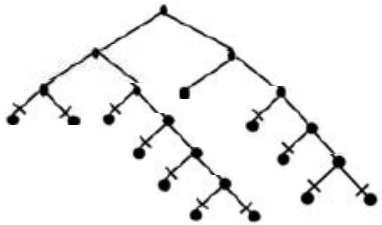
Exemplo

$$z = \max 31x_1 + 126x_2 + 131x_3 + 37x_4 + 180x_5 + 170x_6 + 182x_7 + 123x_8 + 160x_9 + 80x_{10}$$

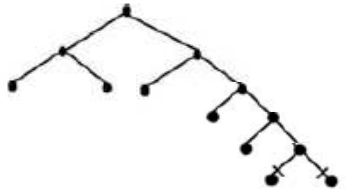
$$13x_1 + 111x_2 + 101x_3 + 27x_4 + 174x_5 + 136x_6 + 146x_7 + 99x_8 + 145x_9 + 76x_{10} \leq 606$$

Solução





busca em profundidade



melhor limitante

Outras estratégias

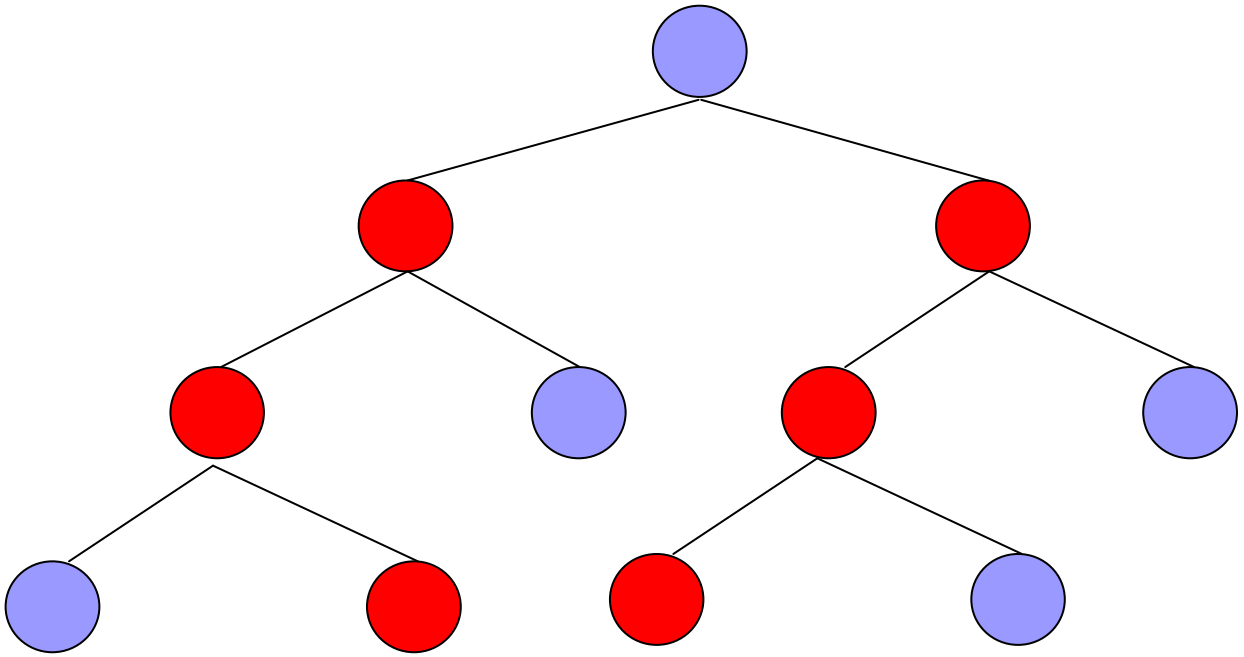
- Busca em largura

  todos os nós em um dado nível são considerados, antes de passar-se para o nível seguinte.

  - Pode ser pouco interessante em um algoritmo exato, mas pode ser conveniente em heurísticas;

  (ex.: beam search)

- Exemplo de heurística
  - (Escolhe apenas os nós mais promissores para continuar a busca)



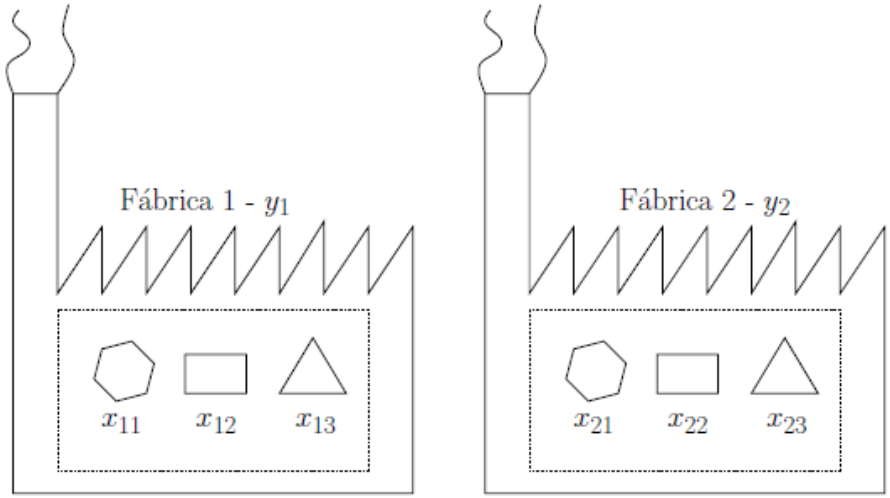
...

Escolha da variável a ramificar

- Pode influir bastante na velocidade de convergência do algoritmo.
  - (idéia: tipicamente, se fixamos algumas variáveis - *as certas* - em valores inteiros, as outras naturalmente se tornam inteiras).
  - difícil saber quais as variáveis *certas* para ramificar.

Escolha da variável a ramificar

- Prioridades:
  - Variáveis que definem se uma fábrica deve ou não ser construída devem ser ramificadas antes de variáveis que definem quais máquinas comprar para a fábrica.



Escolha da variável a ramificar

- Outras estratégias:
  - escolher a variável que, tornada inteira, mais modifica a função objetivo.

  - Generalized upper bound constraints

$$\sum_{j \in Q_i} x_j = 1, \qquad i = 1 \ldots, p$$

ramificação:

$$\sum_{j \in Q_i^1} x_j = 1 \qquad \sum_{j \in Q_i \setminus Q_i^1} x_j = 1$$

Outras discussões

- Paralelismo

s problem	CPLEX1	GUROBI1	MOSEK1	CPLEX4	GUROBI4
air04	9	18	49	7	13
mzzv11	89	116	434	80	116
lrn	42	104	f	36	996
ns1671066	1828	1	2474	26	1
ns1688347	1531	315	f	716	258
ns1692855	1674	322	f	688	234
acc5	25	247	4621	30	33

http://www.solver.com/gurobi/
(free 15 day trial)