



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

**“Júlio de Mesquita Filho”**

# **Introdução ao Ambiente Computacional R**

**Paula da Silva Carvalho – Engenharia Ambiental  
Monitora de Probabilidade e Estatística – 2006**

**Profa. Dra. Ma. Da Conceição F. Freitas Tandel  
ORIENTADORA: UNESP-IGCE-DEMAC**

# SUMÁRIO

- 1. Histórico e Apresentação do Ambiente Computacional R.**
- 2. Introdução ao Ambiente R.**
  - 2.1 Armazenamento de Área de Trabalho e linhas de comando.**
- 3. Operações Aritméticas.**
- 4. Objetos**
  - 4.1 Vetores**
  - 4.2 Matrizes**
  - 4.3 Data-frames**
  - 4.4 Listas**
  - 4.5 Arrays**
  - 4.6 Funções**
- 5. Gerador de Números Aleatórios**
- 6. Gerador de Amostras Aleatórias**
- 7. Entrando com Dados**
  - 7.1 Função Scan**
  - 7.2 Função Edit**
  - 7.3 Arquivo texto**
- 8. Análise Descritiva Univariada**
- 9. Análise Descritiva Bivariada**
- 10. Distribuição Binomial**
- 11. Distribuição Normal**
- 12. Intervalos de Confiança**
- 13. Testes de Hipótese**
- 14. Regressão Linear**

## 1. HISTÓRICO E APRESENTAÇÃO DO AMBIENTE COMPUTACIONAL R

O “R” é uma linguagem e ambiente para computação estatística e elaboração de gráficos. Consiste de uma linguagem orientada a objetos mais um ambiente gráfico, disponível como uma biblioteca compartilhada. Pode processar programas armazenados em arquivos. O R pode ser compilado e roda em um grande número de plataformas: Unix, Linux, Macintosh, Windows, etc. É possível a interface com procedimentos escritos em C, C++, ou FORTRAN. Possui um grande número de procedimentos estatísticos convencionais. Entre eles modelos lineares, modelos lineares generalizados, modelos de regressão não linear, análises de séries temporais, testes estatísticos clássicos paramétricos e não paramétricos, métodos da estatística multivariada como análise de cluster, componentes principais, análise fatorial, etc... Possui uma grande quantidade de funções para desenvolvimento de ambiente gráfico e criação de diversos tipos de apresentação de dados. Possui módulos adicionais ou pacotes (“add-on packages”) disponíveis para uma variedade de propósitos específicos. ([R Add-On Packages](#)). Os pacotes são complementos ao R. Há 3 tipos de pacotes:

- *Pacotes recomendados* ("recommended packages"): estes pacotes são distribuídos e instalados junto com o R. Entretanto eles não estão imediatamente disponíveis quando você inicia uma sessão do R. Para utilizar a funcionalidade destes pacotes é necessário *carregar* o pacote.

Por exemplo, para carregar o pacote chamado MASS você deve digitar: `require(MASS)`

- *Pacotes contribuídos (oficiais)*: estes pacotes estão disponíveis para download no site do R porém não estão incluídos no programa de instalação do R. Para utilizar estes pacotes você deve:

- a) copiar o pacote,
- b) carregar o pacote com o comando `require()` como acima.

- *Pacotes contribuídos não oficiais*

São disponibilizados pelos usuários de forma geral em listas de discussões e por contatos pessoais.

Há facilidades para copiar o pacote de dentro de uma sessão do R. Você pode usar as funções `install.packages()` e `update.packages()` para instalar e atualizar pacotes, respectivamente. Além disso, na versão para Windows há atalhos na barra de ferramentas. Há atualmente mais de cem pacotes contribuídos para o R. Para ver a lista de pacotes vá até sessão de [pacotes contribuídos](#) ou consulte a documentação do programa.

Nota: o comando `library()` também pode ser usado para carregar os pacotes no R. Entretanto o comando `require()` é preferido uma vez que somente carrega o pacote caso ainda não tenha sido carregado, evitando duplicação das funções existentes.

O R é um sistema computacional relativamente novo, início da década de 1990. A primeira versão não-beta, ou seja, já testada e aprovada, foi lançada ao público em Fevereiro de 2000. Tem sido muito utilizado no meio científico devido à modernidade das técnicas implementadas. Possui atualizações diárias e cerca de 2 versões oficialmente disponíveis ao ano, para atualizações completas. Sua divulgação tem tido muito sucesso em Universidades Públicas Brasileiras e vem sendo utilizado como ambiente computacional para o desenvolvimento de projetos de pesquisas de relevância.

Sua importância fica acentuada em virtude de ser um sistema de DOMÍNIO PÚBLICO. Portanto é de acesso livre, ou seja gratuito e de código fonte aberto, ou seja, pode-se acessar as linhas de comandos de cada programa. É disponibilizado sobre os termos da GNU General Public License da FSE: Free Software Foundation, [www.gnu.org/](http://www.gnu.org/). GNU é o nome da primeira comunidade de compartilhamento de softwares livres, cujo principal patrocinador é a fundação FSE: Free Software Foundation, fundada em 1985. O site oficial é <http://www.r-project.org> e a área para download e espelhos é <http://cran.r-project.org>. CRAN: Comprehensive R Archive Network, é uma coleção de sites de distribuição do R e do material de documentação. O espelho brasileiro, de onde os arquivos de instalação podem ser copiados, está disponível no endereço:

<http://cran.br.R-project.org/>

(Universidade Federal de Paraná,  
Brazil)

R foi inicialmente escrito por [Ross Ihaka](#) e [Robert Gentleman](#) no Departamento de Estatística da Universidade de Auckland em Auckland, New Zealand. O sistema R é mantido atualmente, como um projeto colaborativo, com muitos grupos de contribuidores (Development Core Team), formados por pesquisadores de renome internacional, ligados a área acadêmica, em diversos países, inclusive o Brasil. O nome “R” está baseado na letra inicial dos dois primeiros autores, Robert Gentleman and Ross Ihaka e faz uma referência indireta ao nome da Bell Labs language “S” , versão comercial muito similar ao R (veja [What is S?](#)). A versão atual do R (31/08/2006) é a versão 2.3.1.

Para fazer a citação do R em trabalhos científicos siga as instruções abaixo ou com o programa aberto digite o comando '**citation()**'.

Título: R: A Language and Environment for Statistical Computing

Autor: R Development Core Team

Organização: R Foundation for Statistical Computing

Endereço: Viena, Áustria

Ano: 2006

ISBN: 3-900051-07-0

URL: <http://www.R-project.org>

## 2. INTRODUÇÃO AO AMBIENTE R

Comandos de ajuda do R:

- `help.start()` inicia documentação na forma de arquivos html visualizados no browser.
- `help (tópico)` inicia uma janela de ajuda sobre tópico.

Inicie o R e defina o diretório de trabalho clicando em:

Arquivo → mudar diretório

O programa será inicializado mostrando a seguinte mensagem:

```
R : Copyright 2006, The R Foundation for Statistical Computing
Version 2.3.0 (2006-04-24) ISBN 3-900051-07-0
R é um software livre e vem sem GARANTIA ALGUMA.
Você pode redistribuí-lo sob certas circunstâncias.
Digite 'license()' ou 'licence()' para detalhes de distribuição.
R é um projeto colaborativo com muitos contribuidores.
Digite 'contributors()' para obter mais informações e
'citation()' para saber como citar o R ou pacotes do R em
publicações.
Digite 'demo()' para demonstrações, 'help()' para o sistema on-line
de ajuda,
ou 'help.start()' para abrir o sistema de ajuda em HTML no seu
navegador.
Digite 'q()' para sair do R.
>
```

O símbolo > indica a linha de comando (“prompt”) na qual serão digitados os comando para execução das análises.

## 2.1 Armazenamento de Área de Trabalho e linhas de comando

Entende-se por área de trabalho, todos os objetos criados numa seção, como por exemplo, variáveis, vetores, funções, matrizes, etc... (excetua-se gráficos)

Há duas maneiras de salvar a área de trabalho.

- a) para recarregar automaticamente na futura seção do R: é necessário salvar através da opção sair do menu principal ou do atalho “x”, caso contrario ele recarregará a última área salva desta maneira e perderá a área trabalhada não salva.
- b) Salvar em arquivo para recarregar via o comando do menu principal “**arquivo** → “**carregar área de trabalho**”: É necessário salvar via o comando do menu principal “arquivo -> salvar área de trabalho” e especificar o nome desejado.

Para salvar o arquivo de comandos utilizados na seção em funcionamento do R, seleciona opção do menu principal “**arquivo** → **salvar histórico**”. Para



acessar em outra seção é necessário recarregar o mesmo histórico através do comando “**arquivo**        **carregar histórico**”. Desta maneira acessa-se os comandos um a um, teclando a tecla “seta para cima” sucessivas vezes. Ou abre-se o histórico salvo num editor de texto, o que permite visualizar o programa completo, facilitando a edição.

### 3. OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

Você pode usar o R para avaliar algumas operações aritméticas simples. Por exemplo:

```
> 1+2+3 # somando estes números
[1] 6
> 2+3*4 # prioridade de operações (multiplicação primeiro)
[1] 14
> 3/2 # assim como a divisão
[1] 1.5
> 4*3**3 # potências são indicadas por ** ou ^
[1] 108
```

Aqui está uma lista de algumas das funções aritméticas no R:

NOME	OPERAÇÃO
<b>sqrt</b>	<i><b>Raiz quadrada</b></i>
<b>abs</b>	<i><b>Valor absoluto</b></i>
<b>sin, cos, tan</b>	<i><b>Funções trigonométricas</b></i>
<b>asin, acos, atan</b>	<i><b>Funções trigonométricas inversas</b></i>
<b>sinh, cosh, tanh</b>	<i><b>Funções hiperbólicas</b></i>
<b>asinh, acosh, atanh</b>	<i><b>Funções hiperbólicas inversas</b></i>
<b>exp, log</b>	<i><b>Exponencial e logaritmo natural</b></i>
<b>log10</b>	<i><b>Logaritmo – base 10</b></i>
<b>Integrate(f,a,b)</b>	<i><b>Integral de f nos limites ‘a’ e ‘b’</b></i>

As expressões podem ser agrupadas e combinadas em expressões mais complexas:

```
> sqrt(45*pi/180)
[1] 0.886227
```

Pode-se criar funções específicas de acordo com a necessidade do usuário. Exemplos:

```
> funcao<-function(x){3*x^2}
> funcao(4)

> conc<-function(x){x^2}
> final<-function(x,y){integrate(conc,x,y)}
```

```
> final(0,1)
```

## 4. OBJETOS

R é uma linguagem orientada a objetos: variáveis, dados, matrizes, funções, etc são armazenados na memória ativa do computador na forma de objetos.

Você pode armazenar um valor em um objeto com certo nome usando o símbolo `<-` ou `->`

```
> x <-sqrt(2)
> x
[1] 1.414214
> y <-sqrt(5) # outra variável
> y+x        # soma das variáveis
[1] 3.650282
```

Há uma função para listar todos os objetos criados na seção: `ls()`

Há uma função para remover objetos: `remove()`. Para usar esta função basta fornecer o objeto a ser removido:

```
> remove(x)
```

O nome das variáveis deve começar com uma letra e podem conter letras, números e pontos. Maiúsculas e minúsculas são consideradas diferentes.

**Dica:** Tente atribuir nomes que tenham um significado lógico. Isto facilita lidar com um grande número de objetos.

Os tipos de objetos do R são:

- Vetores
- Matrizes
- Data-frames
- Listas
- Arrays
- Funções

### 4.1 Vetores

Os vetores armazenam mais de um valor. É usada a função `c()` para criar um vetor a partir de seus argumentos. Por exemplo:

```
> x <- c(2,3,4,5) # são esses os valores do vetor
> x
[1] 2 3 4 5
> y <- c(x,6,7,8)
> y
[1] 2 3 4 5 6 7 8
```



```

> x[1] # aparece apenas o valor correspondente à posição 1
[1] 2
> x[2]
[1] 3
> z <- 1:10
> z
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> w <- seq(0,1, by=0.1)
> w
[1] 0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0

```

## 4.2 Matrizes

Há várias formas de criar uma matriz. A função `matrix()` recebe um vetor como argumento e o transforma em uma matriz de acordo com as dimensões especificadas:

```

> m1 <- 1:12
> x <- 1:12
> x
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
> matx <- matrix(x, ncol=3)
> matx
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    1    5    9
[2,]    2    6   10
[3,]    3    7   11
[4,]    4    8   12

```

Note que a matriz foi preenchida ao longo das linhas. A função `cbind()` também pode ser usada para a construção de matrizes.

```

> m2 <- cbind(1:5, 6:10)
> m2
      [,1] [,2]
[1,]    1    6
[2,]    2    7
[3,]    3    8
[4,]    4    9
[5,]    5   10

```

## 4.3 Data-frames

Data-frames é uma estrutura com linhas e colunas, semelhante a uma planilha eletrônica, portanto tem duas dimensões. Entretanto, diferentemente de matrizes, cada coluna pode armazenar elementos de diferentes tipos, desde que seja mantido o tipo dentro da mesma coluna. Por exemplo: a primeira coluna pode ser numérica enquanto a segunda pode ser constituída de caracteres alfa-numéricos. Observe que neste formato, a primeira coluna sempre é um identificador dos dados, ex. 1,2,...,n).

```
> d1 <- data.frame (X= 1:10, Y=c(51,54,61,67,68,75,77,75,80,82))
> d1
   X Y
1  1 51
2  2 54
3  3 61
4  4 67
5  5 68
6  6 75
7  7 77
8  8 75
9  9 80
10 10 82
```

O comando `edit(data.frame())` abre uma planilha para a digitação de dados que são armazenados como `data.frame`.

```
> planilha <- edit(data.frame())
```

## 4.4 Listas

É O FORMATO MAIS GERAL DO R. Listas são estruturas genéricas e flexíveis que permitem armazenar diversos formatos em um único objeto. Pode ter tamanho diferentes de linhas e colunas, contendo tipos diferentes de dados.

```
> list1 <- list(A=1:10, B="this is a message", C=matrix(1:9,
ncol=3))
> list1
$A
 [1]  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10

$B
 [1] "this is a message"

$C
      [,1] [,2] [,3]
 [1,]    1    4    7
 [2,]    2    5    8
 [3,]    3    6    9
```

## 4.5 Arrays

O conceito de array generaliza a idéia de matriz, no sentido de que numa matriz tem-se 2 dimensões e num array tem-se um número arbitrário de dimensões.

```
varray1 <-array(1:24,dim=c(3,4,2))
```

## 4.6 Funções

Os conteúdos das funções (ex. `lm`, `plot`) podem ser vistos digitando o nome das funções sem os `()`. Se isto não acontecer é porque não foi escrita na linguagem R, em geral quando não o são, são escritas em C (ex. `min`, `max`, `rnorm`). Neste caso é necessário examinar o código fonte do R para visualizar o conteúdo da função.

As funções do R são documentadas e pode-se acessar a ajuda digitando `help ("nome da função")`.

## 5. GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

O R pode gerar números aleatórios (pseudo-aleatórios - estritamente falando) de um grande número de distribuições: uniforme, normal, binomial, poisson, gamma, chi-quadrado, etc.

Os nomes das funções para gerar números aleatórios iniciam-se com a letra `r` e são bastante intuitivos: `runif`, `rnorm`, `rbinom`, `rpois`, `rgamma`, `rchisq` etc.

Junto a cada função geradora de cada distribuição há funções para calcular probabilidade, densidade e quantis. Por exemplo, para distribuição normal temos:

```
rnorm(n,mean=0,sd=1) Gera n números  
dnorm(q,mean=0,sd=1) Densidade para o q-ésimo quantil  
pnorm(q,mean=0,sd=1) Probabilidade para o q-ésimo quantil  
qnorm(p,mean=0,sd=1) Quantil para a probabilidade p  
  
> rnorm(5)  
[1] 1.36765720 1.48876652 0.22262049 0.21998024 -0.05312521  
> rnorm(10)  
[1] -0.3790560 0.3323459 0.1792362 -0.3124366 0.8829086  
1.4238435 -0.1085266 -0.8900406 -0.2273283 0.0793036
```

## 6. GERADOR DE AMOSTRAS ALEATÓRIAS

```
x<-1:41  
sample(x, 5)  
vetor<-sample(x, 5)  
nomes<-c("Maria", "Fábio", "João", "Antonio", "Ricardo", "Ângela",  
"Carla", "José", "Luiz", "Tiago", "Tamires", "Tatiana", "Fátima",  
"Ana", "Tânia", "Roque", "Rogério", "Soraia", "Patrícia",
```

```
"Gilberto", "Sílvio", "Carlos", "Danilo", "Milton", "Adolfo",  
"Amilton", "Janete", "Marlene", "Solange", "Renata")  
sample(nomes, 5)  
vetor<-sample(nomes, 5)
```

## 7. ENTRANDO COM DADOS

Pode-se entrar com dados no R de diferentes formas, o formato mais adequado vai depender do tamanho do conjunto de dados, e se os dados já existem em outro formato para serem importados ou se serão diretamente no R.

### 7.1 Função Scan

Esta função coloca o R em modo *prompt onde* o usuário deve digitar cada dado seguido da tecla ENTER. Para encerrar a entrada de dados basta digitar ENTER duas vezes.

```
> y <- scan()  
1: 20  
2: 22  
3: 21  
4: 22  
5: 19  
6: 20  
7: 22  
# leu 7 itens  
> y  
[1] 20 22 21 22 19 20 22
```

### 7.2 Função Edit

O comando `edit(data.frame())` abre uma planilha para a digitação de dados que são armazenados como data-frame. Data-frames são análogos no R a uma planilha.

Portanto digitando:

```
> planilha <- edit(data.frame())
```

### 7.3 Arquivo texto

Se os dados já estão disponíveis em formato eletrônico, isto é, já foram digitados em outro programa, você pode importar os dados para o R sem a necessidade de digita-los novamente.

A forma mais fácil de fazer isto é usar um dado em formato texto (arquivo do tipo ASCII). Por exemplo, se seus dados estão disponíveis em uma planilha eletrônica como EXCEL ou similar, você pode na planilha escolher a opção SALVAR COMO e gravar os dados em um arquivo em formato texto.

No R usa-se a função `read.table` para ler os dados de um arquivo texto e armazenar no formato de data-frame. Neste formato o arquivo deve possuir na primeira coluna a identificação de cada linha do arquivo, exemplo: 1,2,3,4,

## 8. ANÁLISE DESCRITIVA UNIVARIADA

Nesta sessão vamos ver alguns comandos do R para fazer uma análise univariada de um conjunto de dados. Para isso usamos um conjunto de dados de precipitação mensal da cidade de Rio Claro entre os ano de 1936 e 2004.

```
>precipitação<-read.table("preciprclaro.txt", row.names=1, quote="",  
head=T)  
> precipitação
```

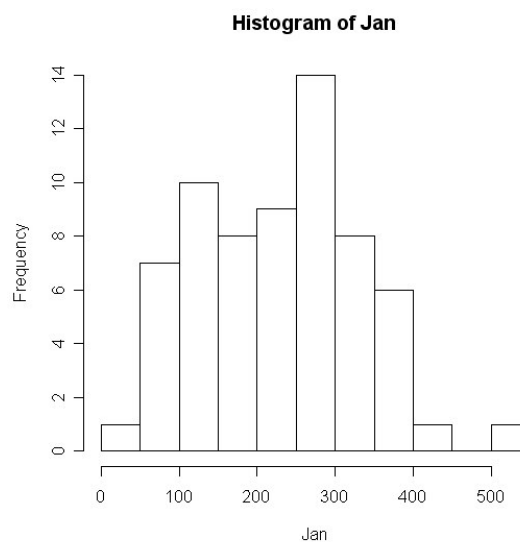
Para podermos trabalhar com a tabela, usando isoladamente as suas variáveis precisamos deixá-la no caminho de procura do sistema. Para isso usamos a seguinte função:

```
> attach(precipitação)  
  
# detach(precipitação) para retirar o objeto precipitação do  
# caminho de procura
```

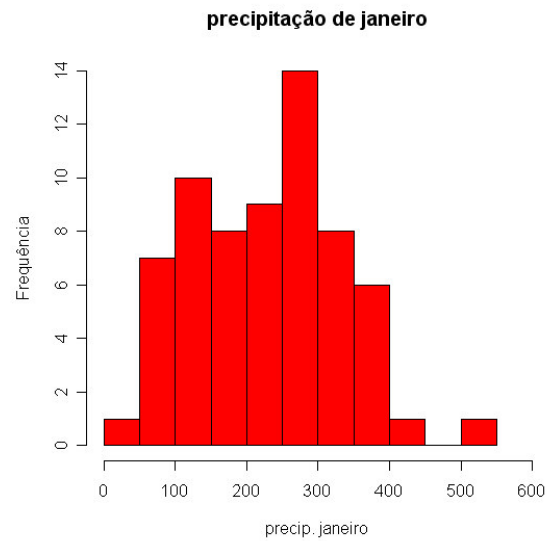
Após isso podemos fazer os diferentes tipos de gráficos que o sistema R disponibiliza para cada uma das variáveis.

- Histograma

```
> hist(Jan)
```

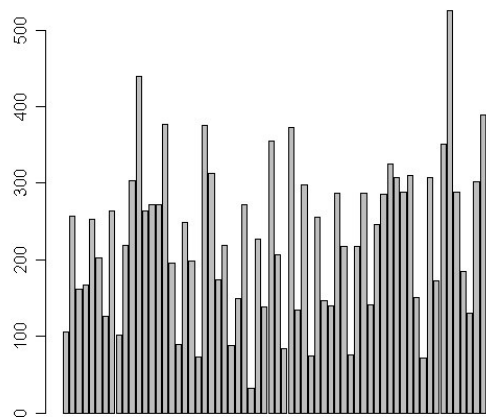


```
>hist(Jan,breaks=10,xlim=(range(0,600)),col=2,main="precipitação de  
janeiro", xlab="precip. janeiro",ylab="Frequência")
```



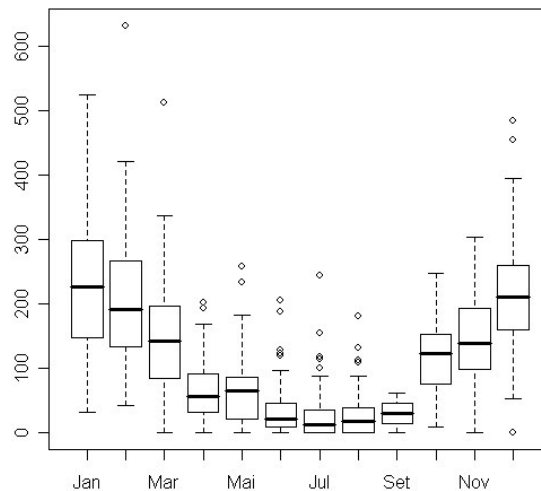
- Gráfico de barras

```
> barplot(Jan)
```



- Boxplot

```
> boxplot(precipitacao)
```



Para se ter a MÉDIA, MEDIANA, PRIMEIRO QUARTIL, TERCEIRO QUARTIL, MÁXIMO e MÍNIMO usamos o `summary()`:

```
> summary(Jan)
  Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  32.0  147.5  226.8  228.4  298.5  524.9
> summary(precipitação)
```

Ao invés de usarmos `summary()`, podemos usar isoladamente as funções de média, máximo e mínimo usando `mean()`, `max()` e `min()` respectivamente.

Para achar o desvio padrão usamos a seguinte função:

```
> sd(Jan)
[1] 101.6433
```

Para achar a variância usamos a função `var()`:

```
> var(Jan)
[1] 10331.36
```

## 9. ANÁLISE DESCRITIVA BIVARIADA

Agora veremos alguns comandos do R para fazer uma análise bivariada de um conjunto de dados. Utilizaremos um conjunto de dados que já vem disponível com o R – O conjunto AIRQUALITY.

Estes dados são medidas de concentração de ozônio (Ozone), radiação solar (Solar. R), velocidade de vento (Wind) e temperatura (Temp) coletados diariamente por cinco meses.

Primeiramente vamos carregar e visualizar os dados com os comandos:

```
> data(airquality) # carrega os dados
> airquality
```

Vamos agora usar alguns comandos para “conhecer melhor” os dados:

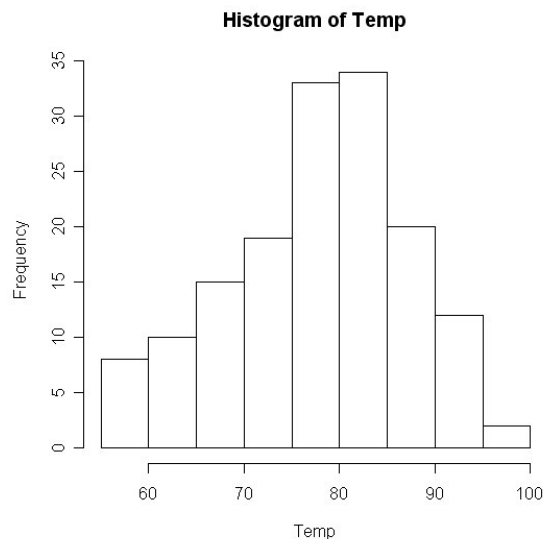
```
> names(airquality) # nomes das colunas (variáveis)
[1] "Ozone" "Solar.R" "Wind" "Temp" "Month" "Day"
> dim(airquality) # dimensões do data-frame
[1] 153 6
> help(airquality) 3 mostra o "help" que explica os dados

> summary(airquality)
      Ozone      Solar.R      Wind      Temp
Min.   : 1.00   Min.   : 7.0   Min.   : 1.700   Min.   :56.00
1st Qu.:18.00   1st Qu.:115.8   1st Qu.: 7.400   1st Qu.:72.00
Median :31.50   Median :205.0   Median : 9.700   Median :79.00
Mean   :42.13   Mean   :185.9   Mean   : 9.958   Mean   :77.88
3rd Qu.:63.25   3rd Qu.:258.8   3rd Qu.:11.500   3rd Qu.:85.00
Max.   :168.00   Max.   :334.0   Max.   :20.700   Max.   :97.00
NA's   :37.00   NA's   : 7.0

      Month      Day
Min.   :5.000   Min.   : 1.00
1st Qu.:6.000   1st Qu.: 8.00
Median :7.000   Median :16.00
Mean   :6.993   Mean   :15.80

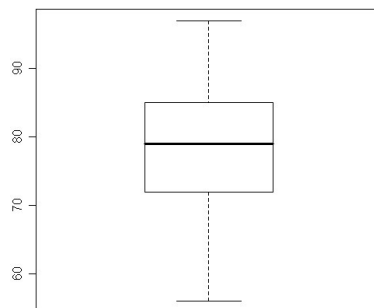
      3rd Qu.:8.000   3rd Qu.:23.00
      Max.   :9.000   Max.   :31.00

> attach(airquality)
> summary(Ozone)
      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.   NA's
      1.00  18.00   31.50   42.13  63.25  168.00  37.00
> mean(Ozone, na.rm=T)
[1] 42.12931
> hist(Temp)
```

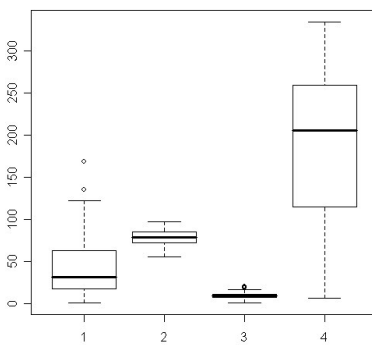




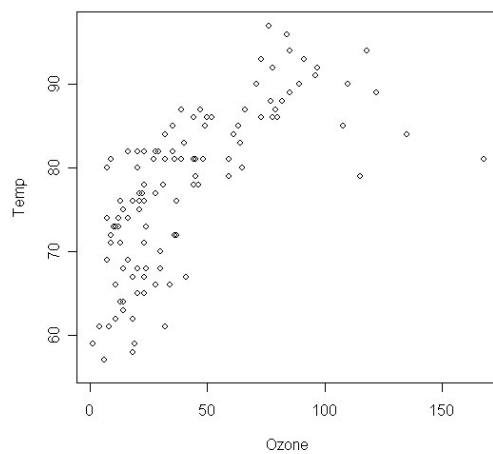
```
> boxplot(Temp)
```



```
> boxplot(Ozone, Temp, Wind, Solar.R)
```



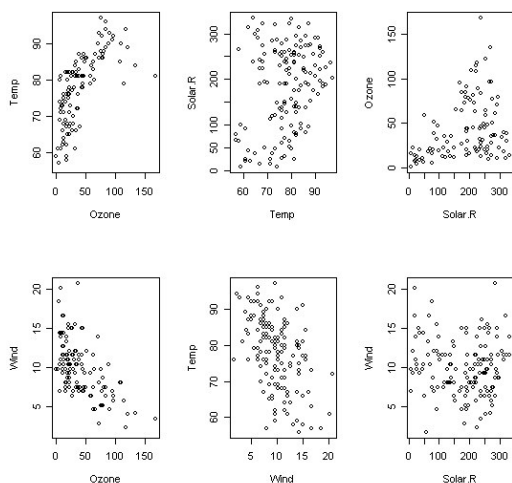
```
> plot(Ozone, Temp)
```



```

> par(mfrow=c(2,3)) # possibilita que vários gráficos sejam
colocados juntos
> plot(Ozone,Temp)
> plot(Temp,Solar.R)
> plot(Solar.R,Ozone)
> plot(Ozone,Wind)
> plot(Wind,Temp)
> plot(Solar.R,Wind)

```



Outras análises  
feita no R é o teste de  
teste de independência

que podem ser  
correlação e o  
(Qui-quadrado):

```

> cor.test(Ozone,Temp)

```

Pearson's product-moment correlation

```

data: Ozone and Temp
t = 10.4177, df = 114, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.591334 0.781211
sample estimates:
 cor 0.6983603

```

```

> chisq.test(Ozone,Temp)

```

Pearson's Chi-squared test

```

data: Ozone and Temp
X-squared = 2699.624, df = 2508, p-value = 0.004036

```

Warning message:

```

Chi-squared approximation may be incorrect in: chisq.test(Ozone,
Temp)

```

## 10. DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

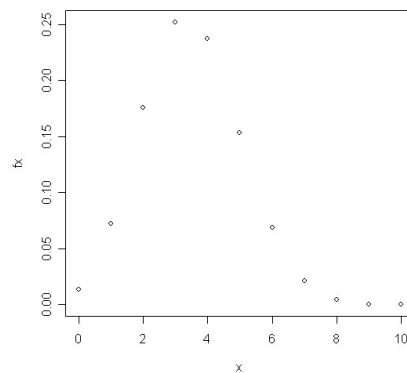
Para os cálculos de distribuição binomial usamos a função `dbinom`. Antes de começarmos é importante darmos uma olhada no `help` dessa função.

```
> help(binom)
```

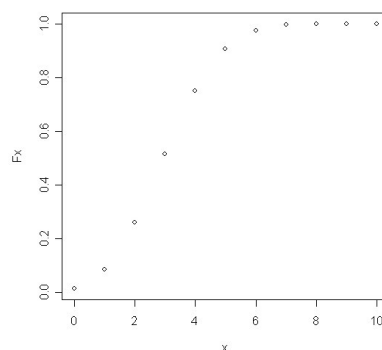
Seja  $X$  uma v. a. com distribuição binomial com  $n=10$  e  $p=0.35$ . Vamos ver os comandos do R para:

- Fazer os gráficos das funções de densidade
- Idem para a função de probabilidade
- Calcular  $P\{X=7\}$
- Calcular  $P\{X<8\} = P\{X\leq 7\}$
- Calcular  $P\{X>8\} = P\{X\geq 9\}$
- Calcular  $P\{3<X\leq 6\} = P\{4\leq X\leq 6\}$

```
> x <- 0:10
> x
[1] 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
> fx <- dbinom(x, 10, 0.35)
> fx
[1] 1.346274e-02 7.249169e-02 1.756530e-01 2.522196e-01 2.376685e-01
[6] 1.535704e-01 6.890980e-02 2.120302e-02 4.281378e-03 5.123017e-04
[11] 2.758547e-05
> plot(x, fx)
```



```
> Fx <- pbinom(x, 10, 0.35)
> Fx
[1] 0.01346274
0.51382702
[7] 0.97397572
0.99997241
> plot(x, Fx)
```



```
0.08595444 0.26160739
0.75149551 0.90506592
0.97397572 0.99517873
0.99946011 1.00000000
```

```

> dbinom(7,10,0.35)
[1] 0.02120302
> pbinom(7,10,0.35)
[1] 0.9951787
> 1-pbinom(7,10,0.35)
[1] 0.004821265
>
> pbinom(7,10,0.35,lower=F)
[1] 0.004821265
> pbinom(6,10,0.35)
[1] 0.9739757
> pbinom(6,10,0.35)-pbinom(3,10,0.35)
[1] 0.4601487

```

## 11.DISTRIBUIÇÃO NORMAL

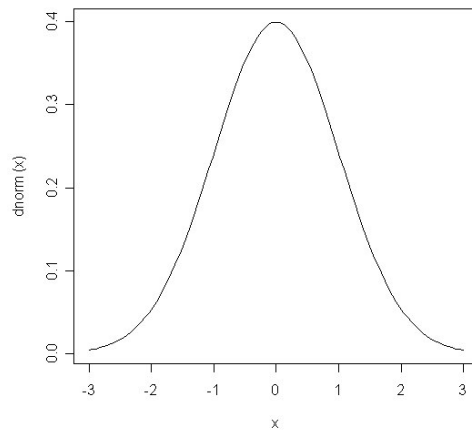
A funcionalidade para a distribuição normal é implementada por argumentos que combinam as seguintes letras (d – densidade de probabilidade  $f(x)$  no ponto; p – função de probabilidade acumulada  $F(x)$  no ponto; q – quantil correspondente a uma dada probabilidade; r – retira uma amostra da distribuição) com o termo **norm**. Por default as funções assumem a distribuição normal padrão  $N(u=0, \sigma^2=1)$ .

```

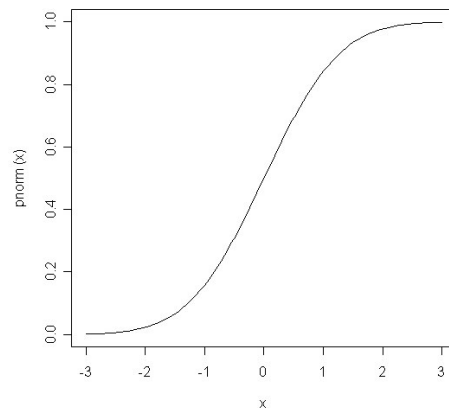
> dnorm(-1)
[1] 0.2419707
> pnorm(-1) # P(X<- -1)
[1] 0.1586553
> qnorm(0.975) # P (X<- a)=0.975
[1] 1.959964
> rnorm(10) # amostra de 10 elementos da normal padrão
[1] -0.64510490 0.60990359 -0.02129819 -0.88023803
0.76878430 -0.58685400
[7] 1.59534874 -0.89408665 -0.09678214 -1.25377940
> args(rnorm)
function (n, mean = 0, sd = 1)
NULL
> qnorm(0.975, mean=100, sd=8)
[1] 115.6797

> plot(dnorm, -3,3)

```



```
> plot(pnorm, -3,3)
```



## 12. INTERVALOS DE CONFIANÇA

Veremos agora como utilizar o R para obter intervalos de confiança para parâmetros de distribuições de probabilidade.

### 12.1 t – student

Sabemos que o intervalo de confiança para a média de uma distribuição normal com variância desconhecida, para uma amostra de tamanho  $n$  é dado por:

**Formula do t-student**

```
> chuva<- c(105,158.4,0,70,4,71.7,31.4, 13.7, 17.2, 48, 149, 83.1,
132.2)
> chuva
[1] 105.0 158.4 0.0 70.0 4.0 71.7 31.4 13.7 17.2 48.0
149.0 83.1 132.2
> t.test(chuva)
```

One Sample t-test

```
data: chuva
t = 4.4466, df = 12, p-value = 0.0007976
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 34.66842 101.28543
sample estimates:
mean of x
 67.97692
```

## 13. TESTES DE HIPÓTESES

### 13.1 Comparação de variâncias de uma distribuição normal

Vamos verificar se as duas cidades possuem a mesma distribuição de chuvas. Para isso, pegamos dados pluviométricos de Rio Claro e de Limeira no ano de 2004.

Rio Claro:

323,9	321,9	134,8	163,9	110	46,1	83	0	7	113,7	221,6	354,3
-------	-------	-------	-------	-----	------	----	---	---	-------	-------	-------

Limeira:

259,4	249	70,5	88,5	66	84	61	1,1	15,4	82,3	148	182
-------	-----	------	------	----	----	----	-----	------	------	-----	-----

Verificaremos se:

$$H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$$

$$H_a: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

Calcula-se o teste:

$$F = S_A^2 / S_B^2$$

E em seguida comparando-se este valor com um valor da tabela de F e/ou calculando-se o p-valor associado com  $n_A - 1$  e  $n_B - 1$  graus de liberdade. Devemos também fixar o nível de significância do teste, que neste caso vamos definir como sendo 5%.

```
> RC <- c(323.9, 321.9, 134.8, 163.9, 110, 46.1, 83, 0, 7, 113.7,
221.6, 354.3)
```

```

> LM <- c(259.4, 249, 70.5, 88.5, 66, 84, 61, 1.1, 15.4, 82.3,
148,182)
> nRC <- length(RC)
> nRC
[1] 12
> nLM <- length(LM)
> nLM
[1] 12

```

O R já possui uma função para esse teste, o `var.test`, o qual possui mais de uma função associada.

```

> var.test(RC,LM)

var.test(RC,LM,alternative="less",conf.level=0.90)

```

F test to compare two variances

```

data: RC and LM
F = 2.1816, num df = 11, denom df = 11, p-value = 0.2115
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.6280421 7.5783240
sample estimates:
ratio of variances
      2.181629

```

## 14. REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Para fazermos uma regressão linear utilizaremos novamente o `airquality`.

```

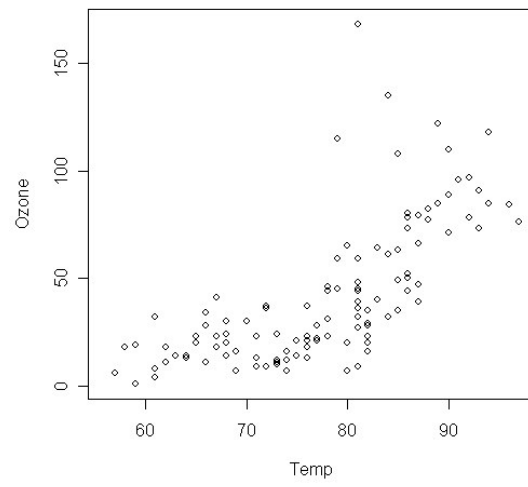
> airquality
> attach(airquality)
> airfit<-lm(Ozone~Temp)
> airfit

Call:
lm(formula = Ozone ~ Temp)

Coefficients:
(Intercept)      Temp
    -146.995      2.429

> plot(Temp,Ozone)

```



```
> abline(airfit)
```

