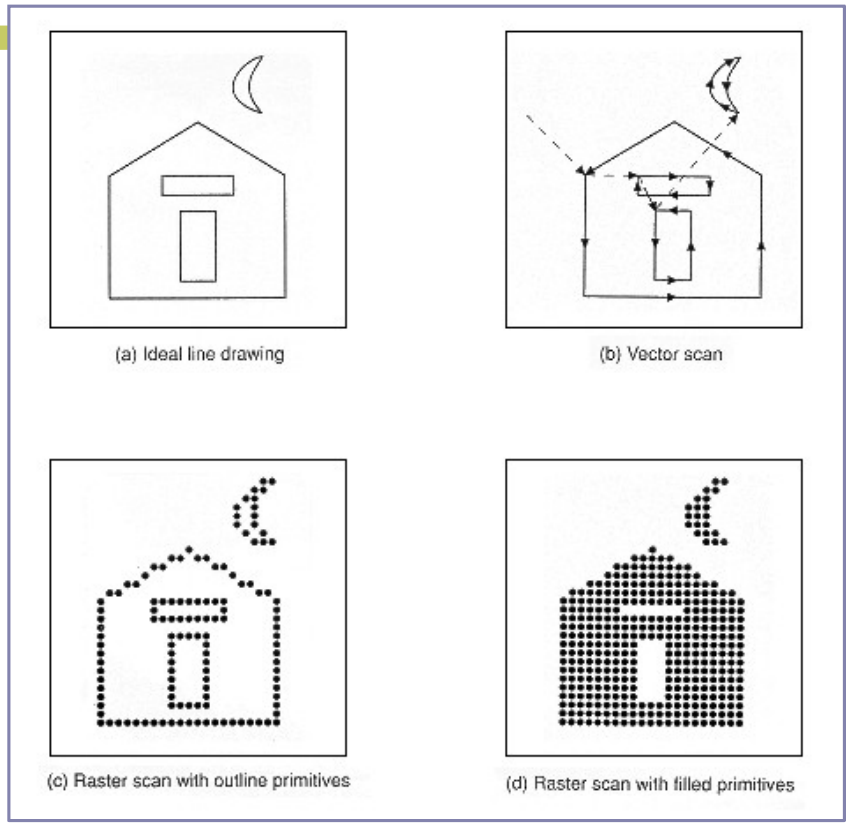
Conversão Matricial de Primitivas Gráficas

Maria Cristina F. de Oliveira

março 2009

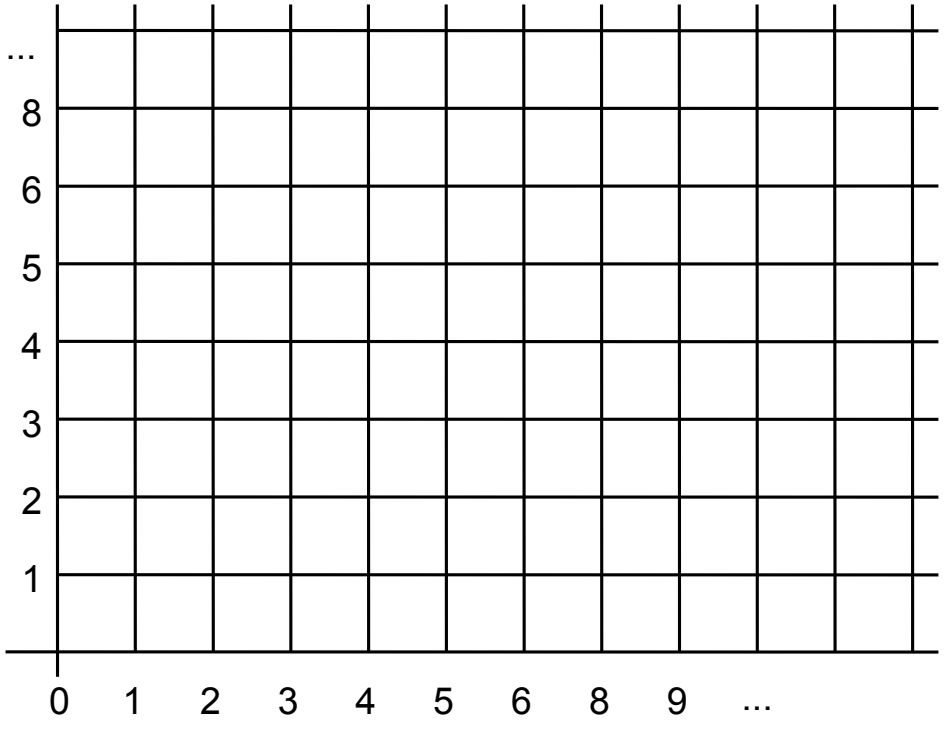
Imagem Vetorial x Imagem Matricial



Problema

- Traçar primitivas geométricas (segmentos de reta, polígonos, circunferências, elipses, curvas, ...) no dispositivo matricial
- 'rastering' = conversão vetorial -> matricial
- Como ajustar uma curva, definida por coordenadas reais em um sistema de coordenadas contínuo, a uma malha de coordenadas inteiras cujos ´pontos´ tem área associada

Sistema de Coordenadas do Dispositivo



Conversão de Segmentos de Reta

- Características Desejáveis
  - Linearidade
  - Precisão
  - Espessura (Densidade Uniforme)
  - Intensidade independente de inclinação
  - Continuidade
  - Rapidez no traçado

Conversão de Segmentos de Reta

- Dados pontos extremos em coordenadas do dispositivo:
  - P1(x_1,y_1) (inferior esquerdo)
  - P2(x_2,y_2) (superior direito)
- Determina quais pixels devem ser "acesos" para gerar na tela uma boa aproximação do segmento de reta ideal

Conversão de Segmentos de Reta – Algoritmo DDA

- Estratégia mais simples
- Usa equação explícita da reta:

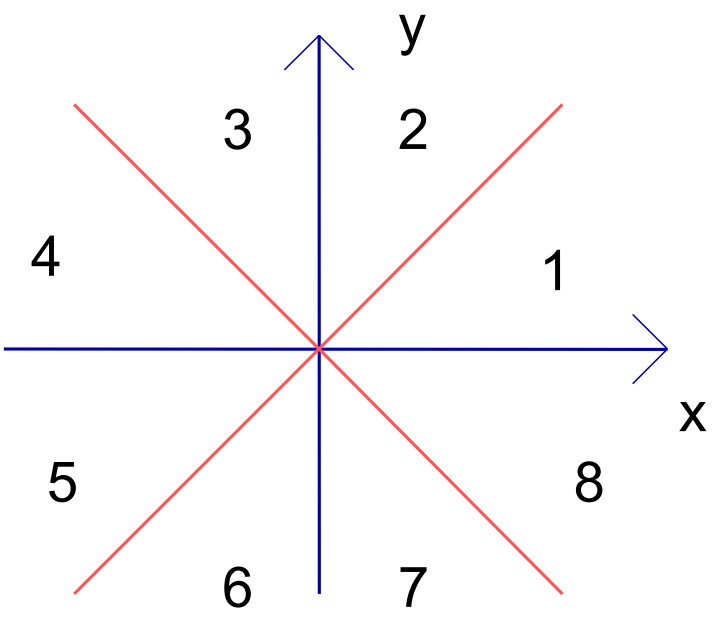
$y = mx + B$

$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ /*inclinação

$B = y_1 - m*x_1$ /* intersecção eixo y

$y = mx + (y_1 - m*x_1) = y_1 + m*(x-x_1)$

Octantes do Sistema de Coordenadas Euclidiano



Algoritmo DDA

```
{ int x, x1, x2, y1, y2;
  float y, m;
  int valor;

  m = (y2-y1)/(x2-x1);          /* 0 < |m| < 1
  for (x = x1; x <= x2; x++) {
      /* arredonda y */
      y= y1+ m*(x-x1);
      write_pixel (x, round(y), valor);
}
```

- Cálculo em ponto flutuante: ineficiente

Otimização DDA

Na iteração i: $y_i = mx_i + B$

Na iteração i+1:

$$y_{i+1} = mx_{i+1} + B = m(x_i + \Delta x) + B$$
$$= mx_i + m\Delta x + B = y_i + m\Delta x$$

se $\Delta x = 1$, então

$x_{i+1} = x_i + 1$, e $y_{i+1} = y_i + m$

Algoritmo incremental!!

Algoritmo DDA

Na forma dada, funciona para segmentos em que $0 < m < 1$

Porque?

Exercício

- Aplique o algoritmo (e adaptações) para fazer a conversão dos seguintes segmentos de reta:
  - P1: (0,1) P2: (5,3)
  - P1: (1,1) P2: (3,5)

Algoritmo DDA

- Funciona se $0 < m < 1$, i.e., assume que a variação em x é superior à variação em y. Se esse não for o caso, vai traçar um segmento com buracos!!

- Se $m > 1$, basta inverter os papéis de x e y, i.e., amostra y a intervalos unitários, e calcula x

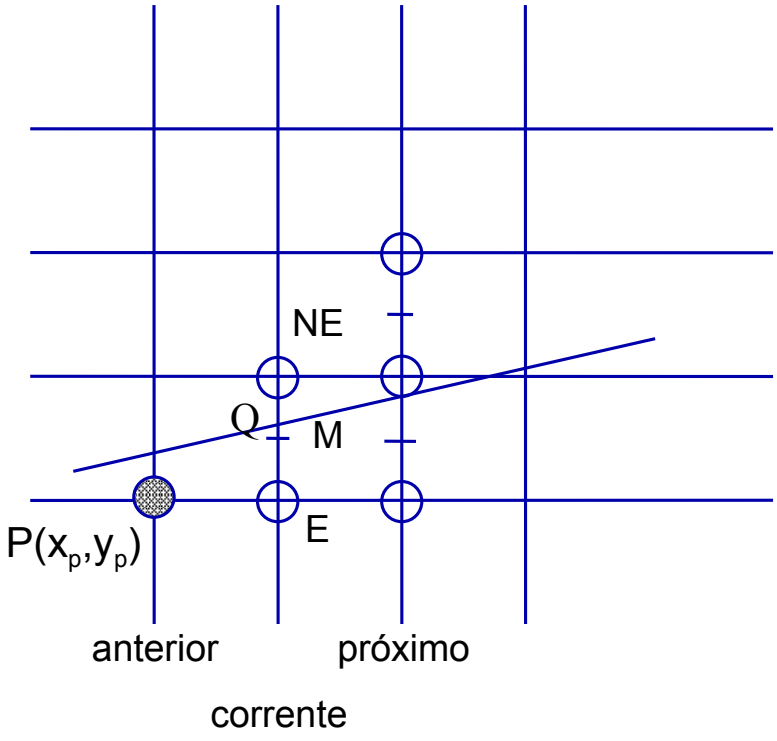
Algoritmo DDA

- Assume $x_1 < x_2$ e $y_1 < y_2$ (m positivo), processamento da esquerda para a direita
- Se não é o caso, então $\Delta x = -1$ ou $\Delta y = -1$, e a equação de traçado deve ser adaptada de acordo
  - Exercício: fazer a adaptação em cada caso

Algoritmo de Bresenham (Retas)

- Assume 0 < m < 1
- Incrementa x em intervalos unitários, calcula o y correspondente
- Abordagem considera as duas possibilidades de escolha de y, decidindo qual a melhor...
- Qual é?

Algoritmo de Bresenham (Retas)



Teste do Ponto Médio (Retas)

- Decide com base no valor de uma Variável de Decisão *d*, computada pela equação implícita

  F(x,y) = ax + by + c = 0

- Em termos da equação explícita:

  y = dy/dx*x + B

  F(x,y) = dy*x - dx*y + B*dx, i.e.

  a = dy, b = -dx, c = B*dx

- Variável d: valor da equação no ponto médio M, na iteração atual, i.e., determinando (x_{p+1}, y_{p+1})

$$F(M) = F(x_p + 1, y_p + \tfrac{1}{2}) =$$

$$a(x_p + 1) + b(y_p + \tfrac{1}{2}) + c = d$$

Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

- A cada passo, para determinar o pixel na iteração atual
  - escolhe entre 2 alternativas (E ou NE), com base no sinal da variável *d* calculada na iteração anterior

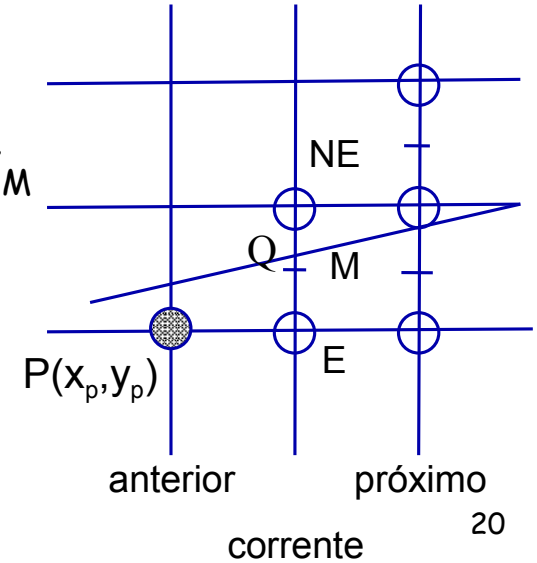
Se F(M) = d < 0, E mais próximo (M está acima da reta ideal)

Se F(M) = d = 0, M está na reta ideal

Se F(M) = d > 0, NE mais próximo (M está abaixo da reta ideal)

Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

- O que acontece com a localização de M e com o valor de d na iteração seguinte?
  - Se escolheu NE, x_M e y_M aumentam em 1
  - Se escolheu E, x_M aumenta em 1



Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

- Depois de usar o valor de d para decidir por E ou NE, a variável de decisão pode ser atualizada
  - adiciona o incremento adequado, Δ E ou Δ NE, ao valor anterior

- Isso evita que a equação tenha que ser computada explicitamente para obter F(M)!!

Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

```
void MidPointLine (int x1,int x2, int y1,int y2)
int dx,dy, incE, incNE, d, x, y;
int valor;
{    dx= x2-x1;  dy= y2-y1;
     d= 2*dy-dx;    /* fator de decisão: valor inicial */
     incE= 2*dy;                /* Incremento para E    */
     incNE=2*(dy-dx);           /* Incremento para NE */
     x= x1;  y= y1;
     write_Pixel (x,y,valor);   /* Pinta pixel inicial */
```

Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

```
    while (x < x2) {
       if (d <= 0) {    /* Escolhe E */
              d= d+incE;    }
       else {           /* Escolhe NE */
              d= d+incNE;
               y++;}    /* maior que 45° */
       x++;
       write_pixel (x, y, valor);
    }  /* fim do while */
} /* fim do algoritmo */
```


Algoritmo do Ponto Médio (Retas)

Exercício: aplique o algoritmo para

- P1: (5,8) P2: (9,11)

Traçado de Circunferências

Circunf. com centro na origem e raio R:

$x^2 + y^2 = R^2$

$y = \pm \text{sqrt}(R^2 - x^2)$

$x = R.\cos\theta$, $y = R.\sin\theta$

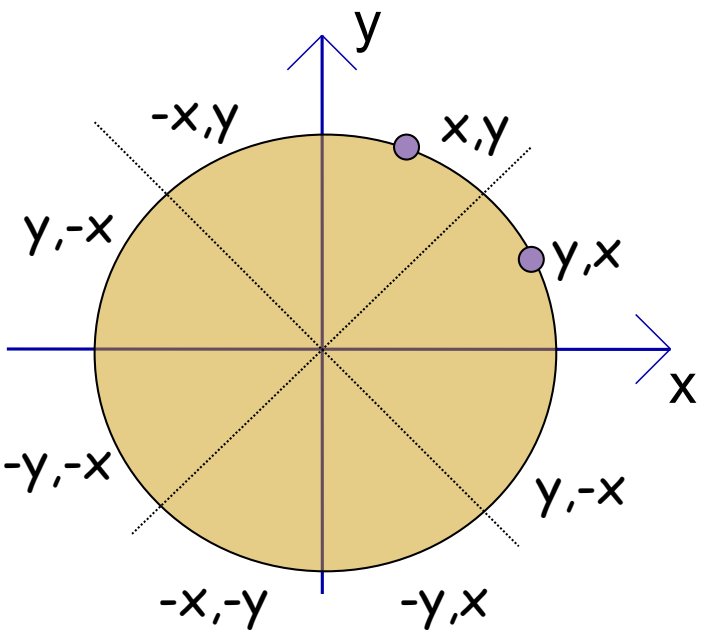
- Partindo de P1: (0,R), porque não usar diretamente a equação explícita acima para traçar um arco de $\frac{1}{4}$ da circunf.?
- Porque não usar a forma paramétrica?

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferência)

- Traçado de arco de 45º no segundo octante, de (0,R) a x = y = R/sqrt(2)

- O restante da curva pode ser obtido por simetria
  - Se o ponto (x,y) pertence à circunferência, outros 7 pontos sobre ela podem ser obtidos de maneira trivial...

Simetria de Ordem 8



Simetria de Ordem 8

```
void CirclePoints (int x, int y, int value)
{
    write_pixel( x,y,value);  write_pixel( x,-y,value);
    write_pixel(-x,y,value); write_pixel(-x,-y,value);
    write_pixel( y,x,value);  write_pixel( y,-x,value);
    write_pixel(-y,x,value); write_pixel(-y,-x,value);
}
```

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferência)

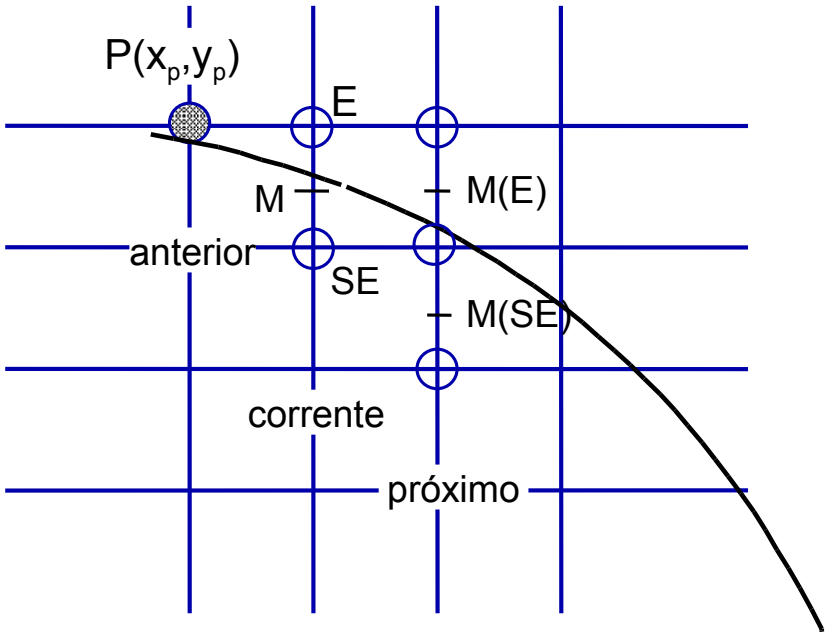
- Mesmo princípio de escolher entre os 2 pixels possíveis
- No caso, escolhe entre E ou SE, analisando a posição do ponto médio M em relação à circunferência

  Se d < 0, M está dentro da circ. ideal (E)

  Se d = 0, M está na circunf.

  Se d > 0, M está fora da circ. ideal (SE)

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferência)



Teste do Ponto Médio (Circunferência)

- Variável de Decisão *d*, na iteração atual, i.e., determinando (x_{p+1}, y_{p+1})

$$F(M) = F(x_p + 1, y_p - 1/2) =$$

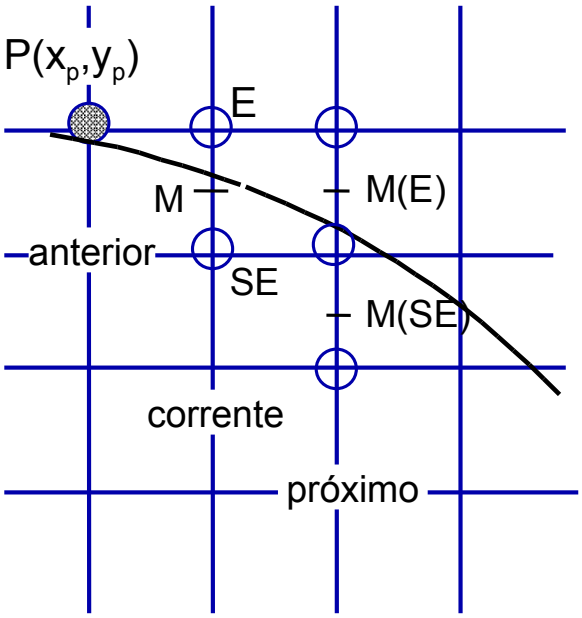
$$(x_p + 1)^2 + (y_p - \frac{1}{2})^2 - R^2 = d$$

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências)

- Para determinar o pixel na iteração corrente
  - escolhe entre as duas alternativas, com base no sinal da variável *d*, calculada na iteração anterior
  - atualiza a variável *d* com o valor correspondente ao pixel escolhido

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências)

- O que acontece com a localização de M e o valor de d na iteração seguinte?
  - Se escolheu SE, x_M aumenta 1, y_M diminui 1
  - Se escolheu E, x_M aumenta 1



Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências)

- No algoritmo de traçado de retas a atualização de *d* requer um incremento constante.
- No algoritmo de traçado de circunferências (v. 1) a atualização de *d* requer o cálculo de uma função linear do ponto de avaliação (x_p,y_p)
- Valor inicial de d é dado por F(1,R-1/2), pois (x1,y1) = (0,R)

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. 1)

```
void MidpointCircle (int raio, int valor)
/* Assume circunferência centrada na origem */
{ int x, y;
   float d;

/* Inicialização das variáveis */
x= 0;     y= raio;
d= 5/4 - raio; /* variável de decisão: valor inicial */
CirclePoints (x, y, valor);
```


Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (V. 1)

```
      while (y > x) {
         if (d < 0) {            /* Seleciona E */
            d=d + 2*x + 3;
            x++;}
          else {                 /* Seleciona SE */
                  d=d + 2*(x-y) + 5;
                  x++;  y--;}
         CirclePoints (x, y, valor);
     } /* Fim while */
}  /* Fim MidpointCircle */
```

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências)

- Problema: usa aritmética real para o cálculo de *d*, devido ao valor inicial
- Solução: definir *h = d - 1/4*, e substituir d por *h + 1/4* no código

inicialização passa a ser *h = 1 - R*, e a comparação *d < 0* torna-se *h < -1/4*, ou simplesmente *h < 0* (h é inteiro!)

- No algoritmo, chamamos novamente h de d!!

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. 2)

```
void MidpointCircle (int raio, int valor)
/* Assume circunferência centrada na origem */
/* Utiliza apenas aritmética INTEIRA        */
{ int x, y, d;

  /* Inicialização das variáveis */
  x= 0;     y= raio;
  d= 1 - raio;
  CirclePoints (x, y, valor);
```

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. 2)

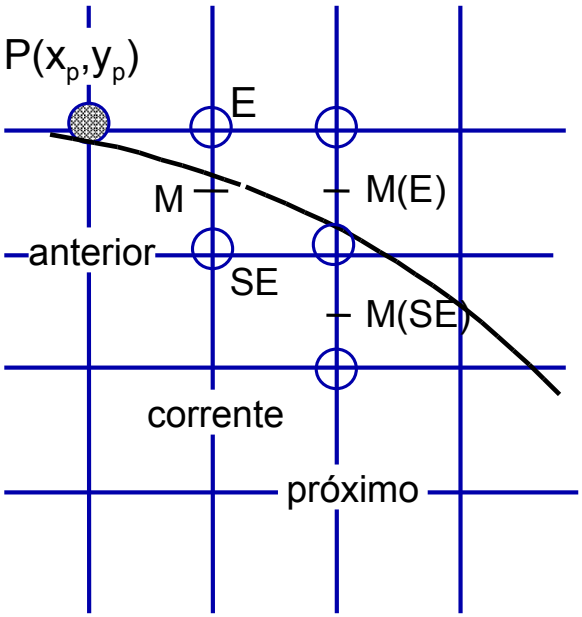
```
while (y > x) {
  if (d < 0) {                          /* Seleciona E */
     d= d + 2*x + 3;
     x++;}
  else {                                /* Seleciona SE
  */
      d= d + 2*(x-y) + 5;
      x++;  y--;}
  CirclePoints (x, y, valor);
} /* Fim while */
} /* Fim MidpointCircle */
```


Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. Final)

- Desempenho pode ser melhorado substituindo a computação direta da variável d pelo cálculo incremental

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. Final)

- Se escolhe E na iteração atual, ponto de avaliação move de (x_p,y_p) para $(x_p + 1,y_p)$
- Se escolhe SE, ponto de avaliação move de (x_p,y_p) para $(x_p + 1,y_p - 1)$
- Δ E e Δ SE computados a partir do pixel inicial (0,R)



Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (v. Final)

- escolhe pixel corrente com base no sinal da variável *d* calculada na iteração anterior;
- atualiza variável *d* somando Δ E ou Δ SE, calculados na iteração anterior;
- atualiza os Δ s para considerar o movimento para o próximo pixel, utilizando as diferenças constantes previamente calculadas; e
- move para o próximo pixel.

Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (V. Final)

```
void MidpointCircle (int raio, int valor)
/* Utiliza diferenças parciais de 2º ordem para
   calcular o valor da variável de decisão d  */
/* Assume circunferência centrada na origem */
/* Utiliza apenas aritmética INTEIRA          */

{ int x, y, d, deltaE, deltaSE;

/* Inicialização das variáveis */
x= 0;   y= raio;   d= 1 - raio;
deltaE= 3;   deltaSE= -2*raio + 5;
CirclePoints (x, y, valor);
```


Algoritmo do Ponto Médio (Circunferências) (V. Final)

```
while (y > x) {
   if (d < 0) {                        /* Seleciona E */
        d= d + deltaE;
        deltaE= deltaE + 2;    deltaSE= deltaSE + 2;
        x++;}
   else {                               /* Seleciona SE */
        d= d + deltaSE;
        deltaE=deltaE + 2;     deltaSE=deltaSE + 4;
        x++;  y--;}
   CirclePoints (x, y, valor)
  } /* Fim while */
}  /* Fim da rotina MidpointCircle */
```

Conversão matricial de elipses

Algoritmo do Ponto Médio: mesmos princípios, com alguns complicadores...

Tarefa: estudar algoritmo e sua derivação na apostila!!!

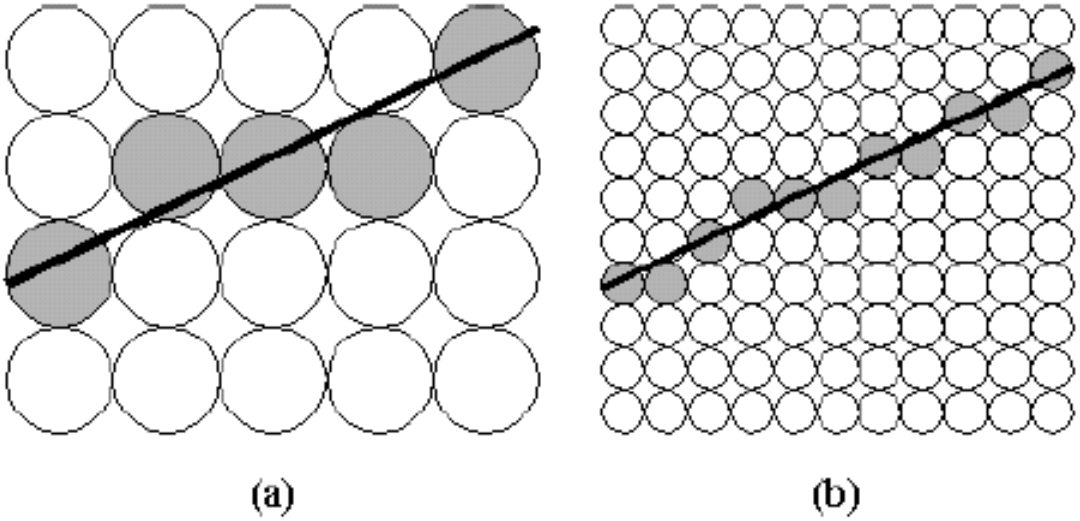
Correção no traçado

- Distorção devido à razão de aspecto não uniforme do dispositivo
  - Área de exibição não é quadrada, pixels não são quadrados, e densidades de pixels na horizontal e na vertical são diferentes
  - Razão de aspecto: relação entre resolução vertical e resolução horizontal
- Correção: transformação de escala nos dados da curva a ser traçada

Correção no traçado

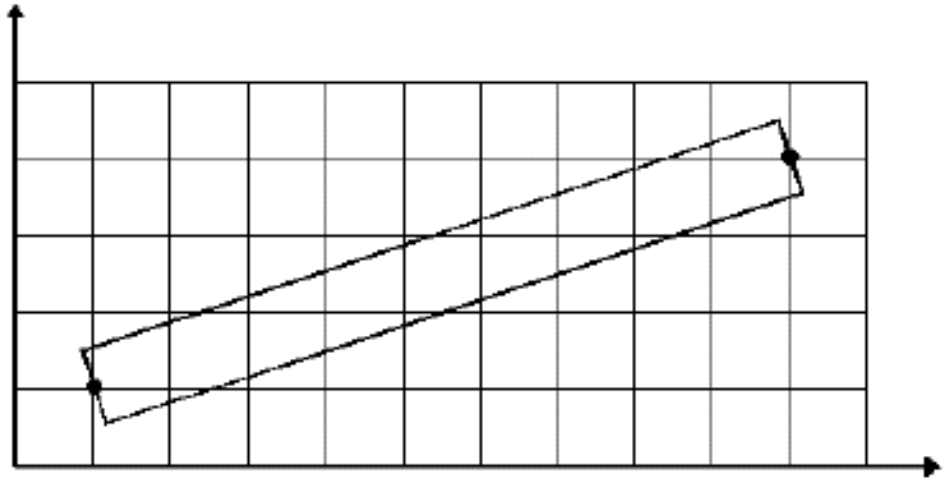
- Antialiasing
  - Primitiva (e.g., segmento de reta) tem espessura (área)
  - Amostragem de áreas ponderada
    - Intensidade atribuída ao pixel é proporcional à sua área ocupada pela primitiva
  - Amostragem de áreas não ponderada
    - Mesmo princípio, mas considera também a proximidade da área ocupada ao centro do pixel: o 'peso' da área para a intensidade do pixel varia em função de sua distância ao centro do pixel

Correção no traçado



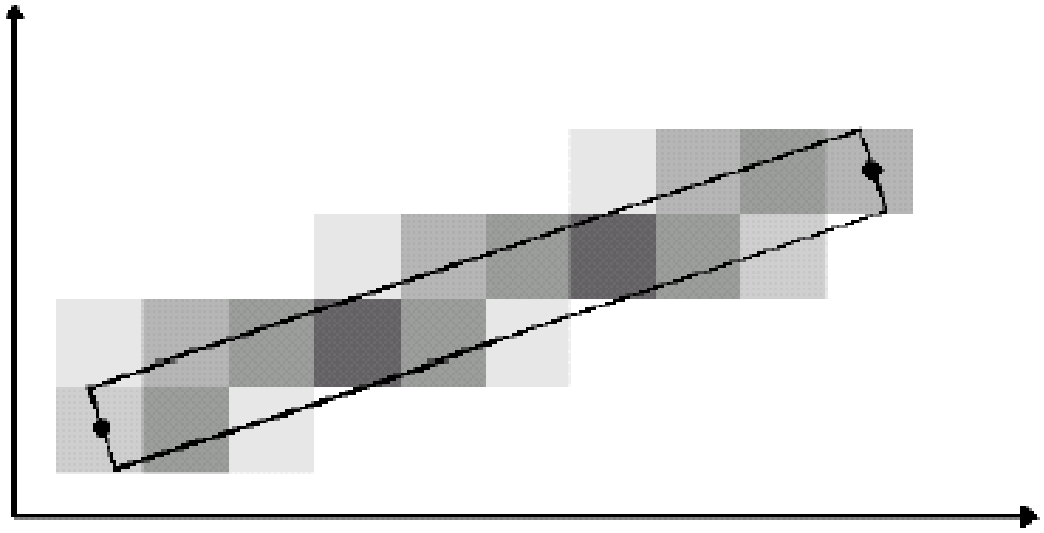
Aliasing: efeito escada, ou serrilhado. (a) é uma ampliação da região central em (b)

Correção no traçado



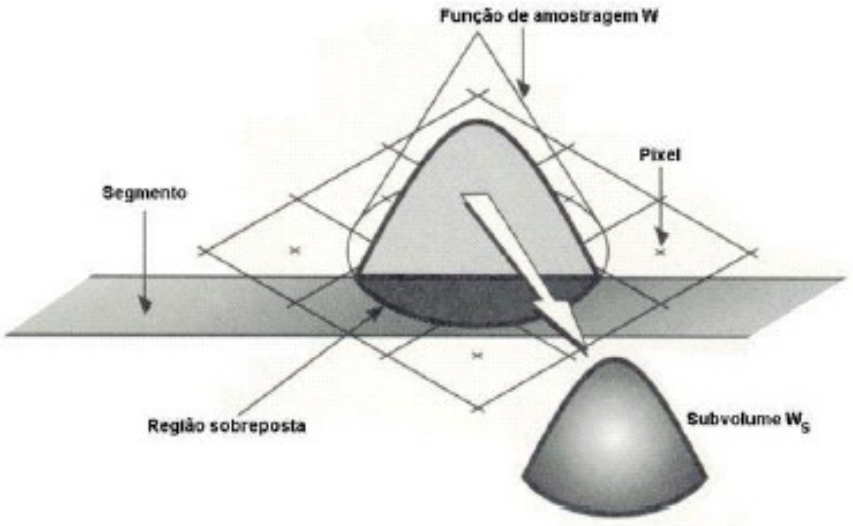
Segmento de reta com espessura

Correção no traçado



Intensidade do pixel proporcional à área coberta pela 'primitiva ideal' (com espessura)

Correção no traçado



Contribuição da área coberta pela primitiva é proporcional à área *multiplicada* por uma função peso, que tem valor máximo no centro do pixel