



Pesquisa Operacional / Programação Matemática

Introdução: motivação e histórico

Pesquisa operacional

- Wikipedia:

"ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à tomada de decisões"

- INFORMS (Institute for operations research and management science):

"The science of better"

Tomada de decisões

- (Em uma estrada) Qual o melhor caminho a tomar ?
- (Na bolsa de valores) Em que companhias investir ?
- (Em uma indústria) O que e em que ordem produzir ?
- (Em um trabalho em grupo) Que pessoas alocar a que tarefas ?
- (Em uma companhia de distribuição) Que rede (elétrica, de gás, etc.) instalar ?

Tomada de decisões (origens)

?



A humanidade toma decisões desde os princípios da sua existência.

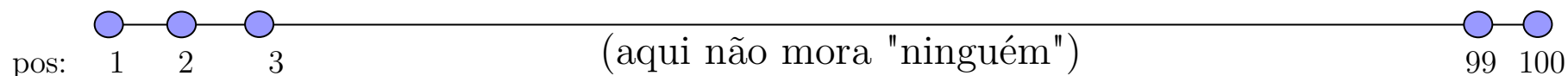
Em geral, as decisões são baseadas em:

experiências anteriores

intuição

Problema simples de decisão

Temos uma cidade (de beira de estrada), com **cinco crianças** (conforme mostrado abaixo).



Onde devemos construir uma escola de modo que as crianças andem o menos possível ?

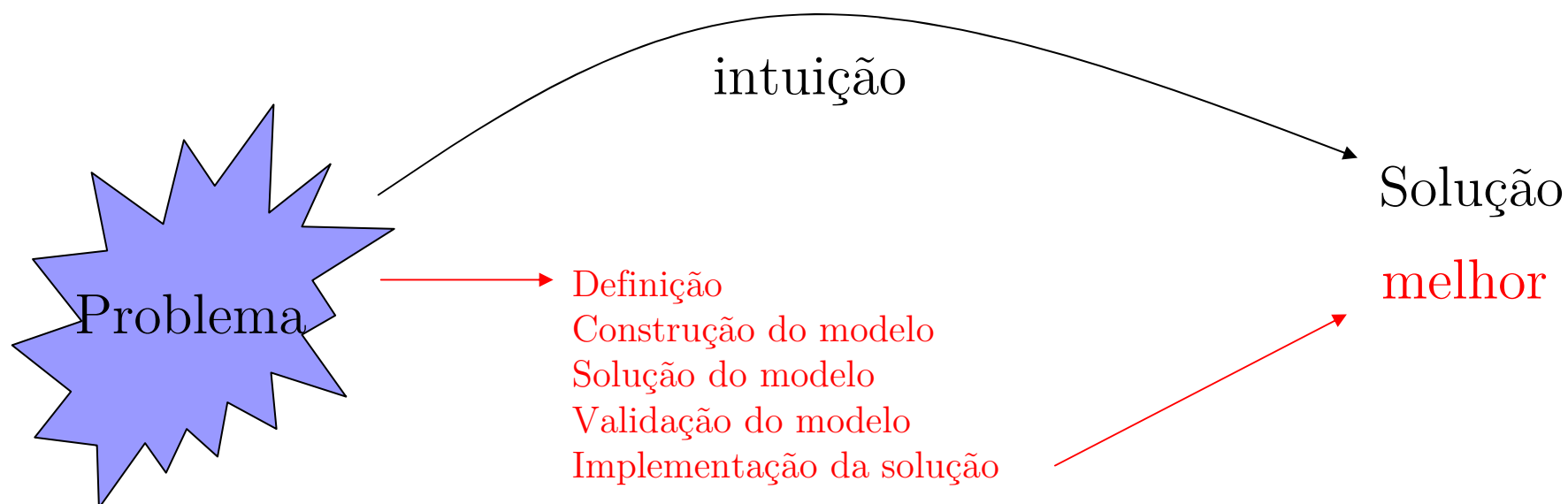
Matematicamente: $\text{Min } \sum_{i=1 \dots 5} c_i$

onde c_i é a quantidade caminhada por cada criança ?

Resposta



- Nem sempre a intuição nos leva a respostas corretas.
- Por isso recorreremos a métodos matemáticos



Ainda sobre o problema da escola

- Note que existe mais de uma (inúmeras ?) maneiras de se olhar para o mesmo problema.



- Função objetivo:
 - ☐ Minimizar a soma do que todas as crianças andam
 - ☐ Minimizar a quantidade caminhada pela criança que mais anda
 - ☐ Minimizar as diferenças entre as quantidades caminhadas pelas crianças
 - ☐ Minimizar o número de crianças que andam mais que uma certa distância.
 - Combinações de objetivos (!)

Teoria de decisões

■ Queremos decidir:

- ☐ o que comprar
- ☐ que caminho tomar
- ☐ onde/quando/quanto produzir
- ☐ o que instalar
- ☐ onde construir
- ☐ etc

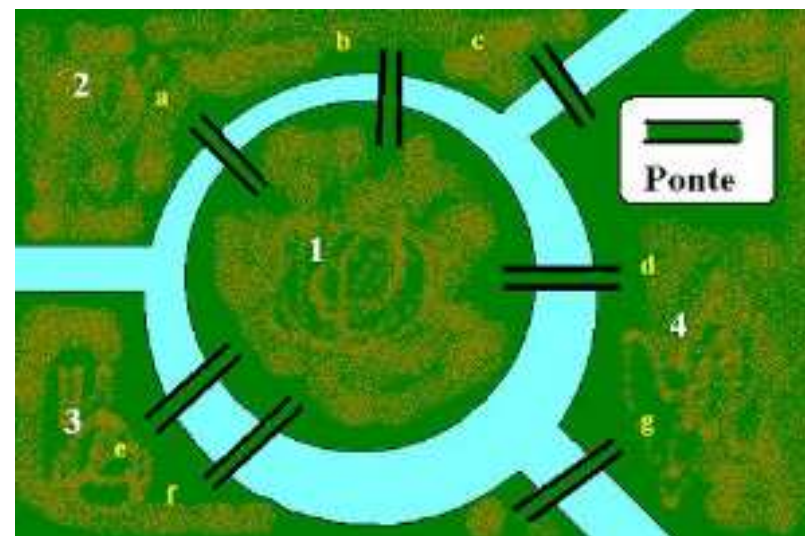
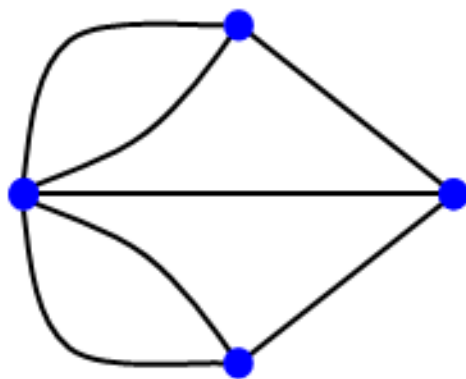
O que isso tem a ver com "Pesquisa Operacional" ?

Histórico

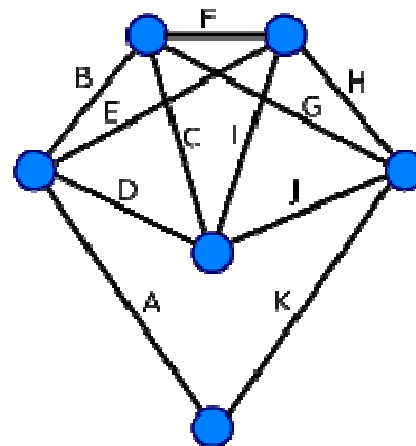
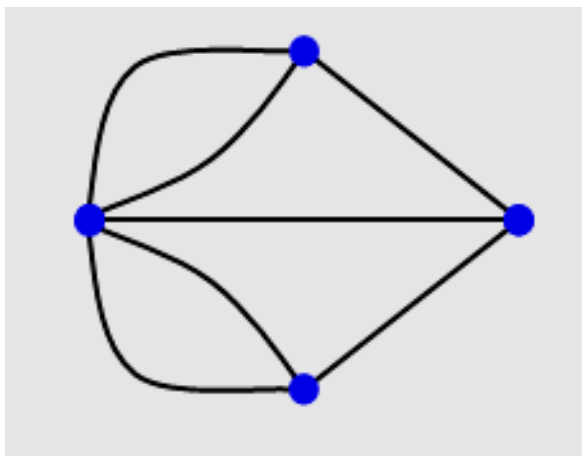
- Como vimos: presente mesmo em sociedades completamente primitivas.
 - Ex.: Problema do caminho mínimo para o transporte de comida
 - Ex.: Problema de designação de atividades durante caça.

- Linha do tempo (de algum tempo):
 - **1654** Expected value, B. Pascal
 - **1665** Newton's Method for finding a minimum solution of a function, I. Newton
 - **1733** First appearance of the normal distribution, A. de Moivre
 - **1736** Königsberg Bridge Problem, L. Euler

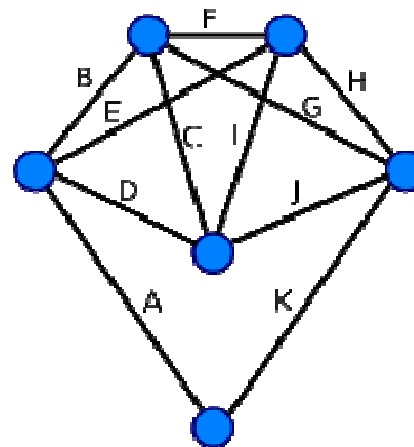
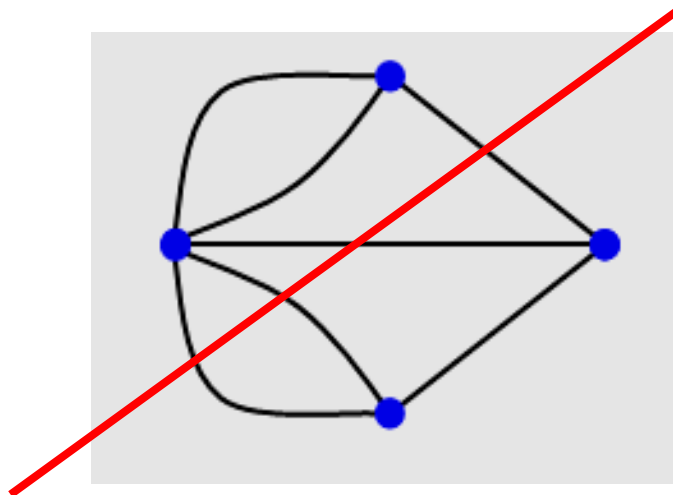
Pontes de Königsberg



Existe solução ?



Solução de Euler

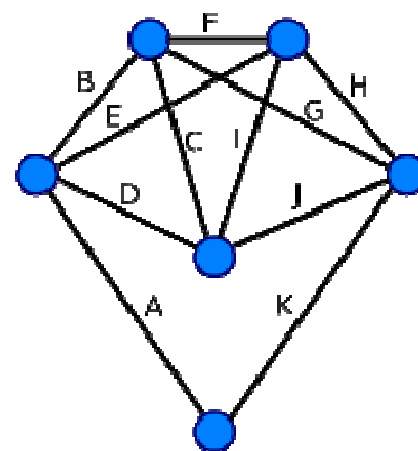
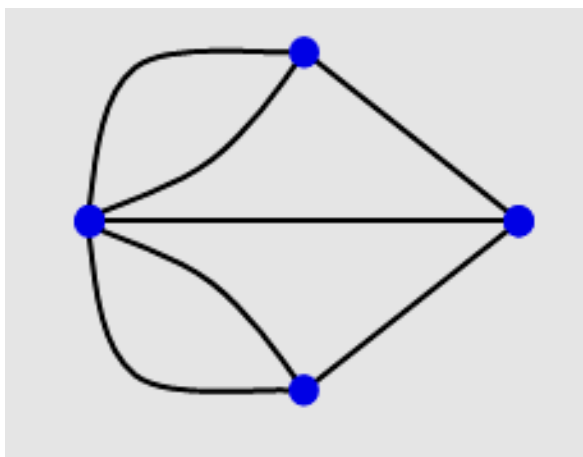


- Só existe um **caminho euleriano** se zero ou dois nós tiverem grau ímpar e todos os demais nós tiverem grau par.
- (E se apenas um nó tiver grau ímpar ?)

Por que isso é importante ?

- Entre outras aplicações:

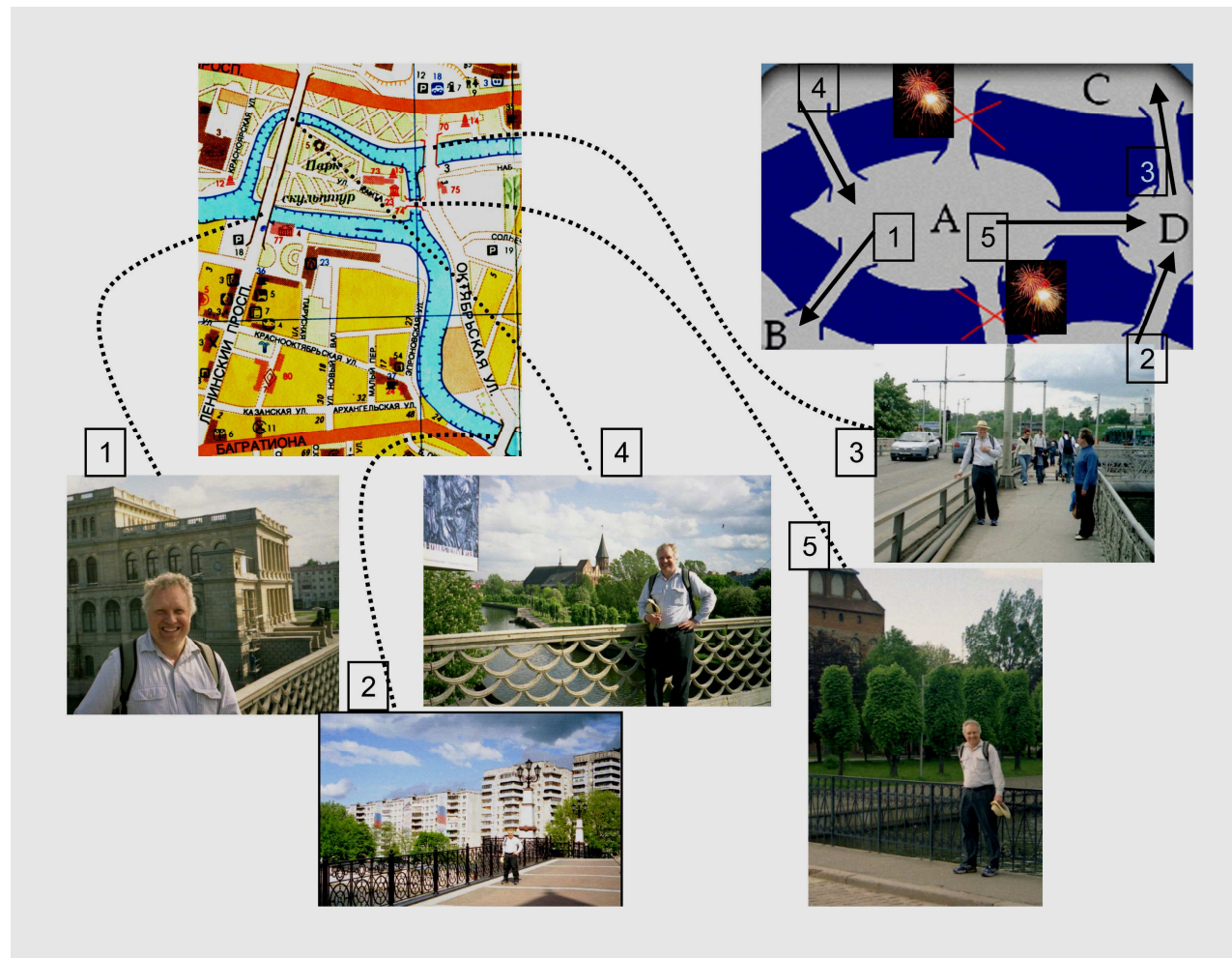
Problema do carteiro chinês: imagine que um carteiro deva entregar cartas todas as ruas de uma cidade. Qual a rota que ele deve percorrer de modo a andar o menos possível ?



- R.: o caminho euleriano.
(E se o grafo não for Euleriano ?).

Kaliningrado

■ Google maps



<http://people.engr.ncsu.edu/mfms/SevenBridges/>

Um problema similar

- Caminho hamiltoniano

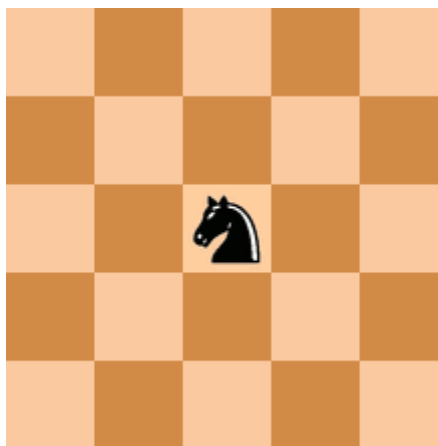
- Um caminho que visita cada **vértice** de um grafo uma única vez!

- Ciclo hamiltoniano

- Um caminho que visita cada **vértice** de um grafo uma única vez e retorna ao vértice de partida.

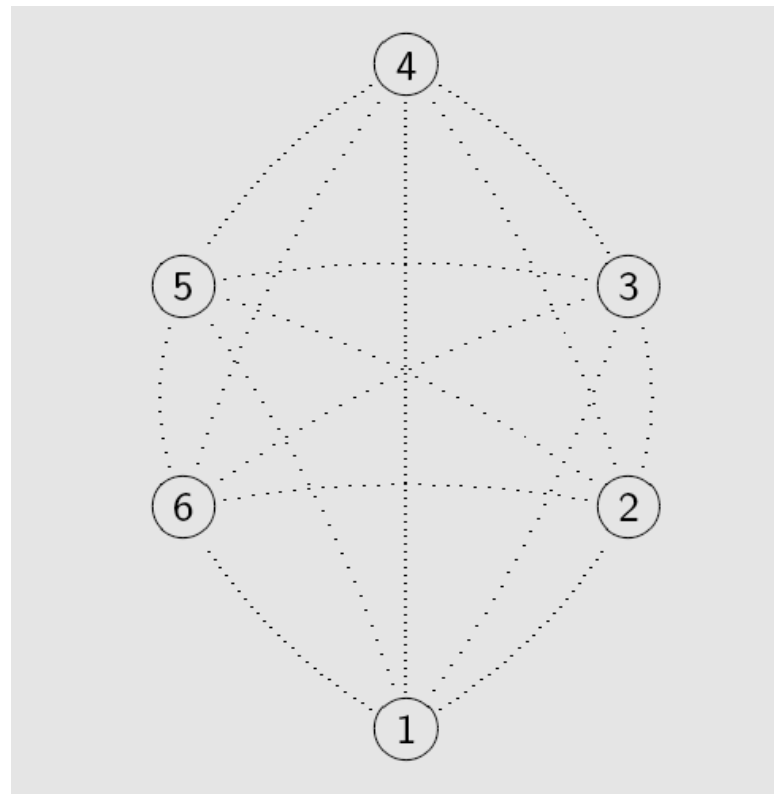
Exercício

- Tome um tabuleiro de xadrez e um cavalo (lembre-se que, no xadrez, cavalos andam em L). É possível, começando de uma casa qualquer do tabuleiro, fazer todos os movimentos possíveis do tabuleiro (para um cavalo), sem repetir nenhum movimento ?

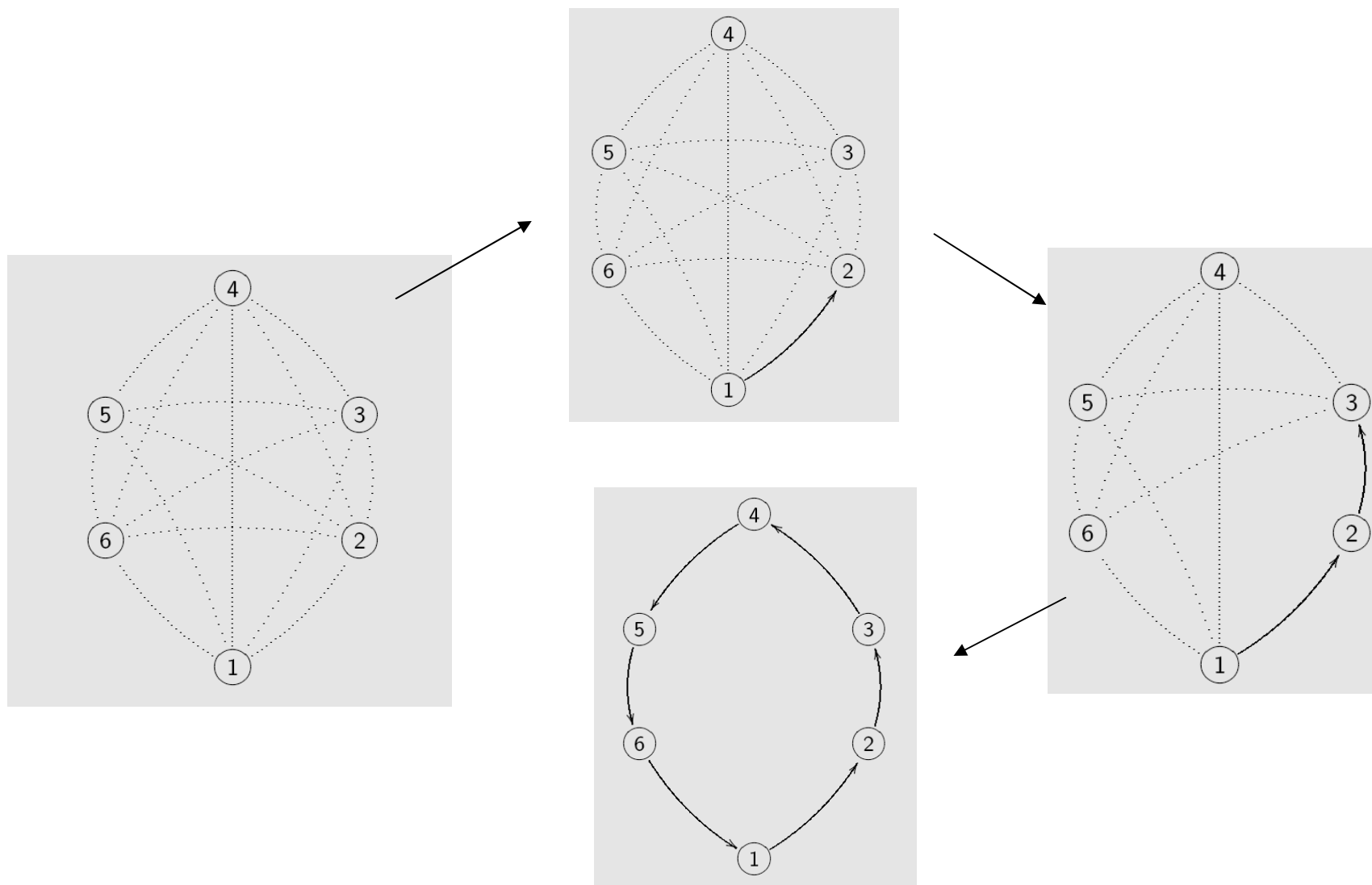


Por que isso é importante ?

- Problema do caixeiro viajante



Caixeiro viajante



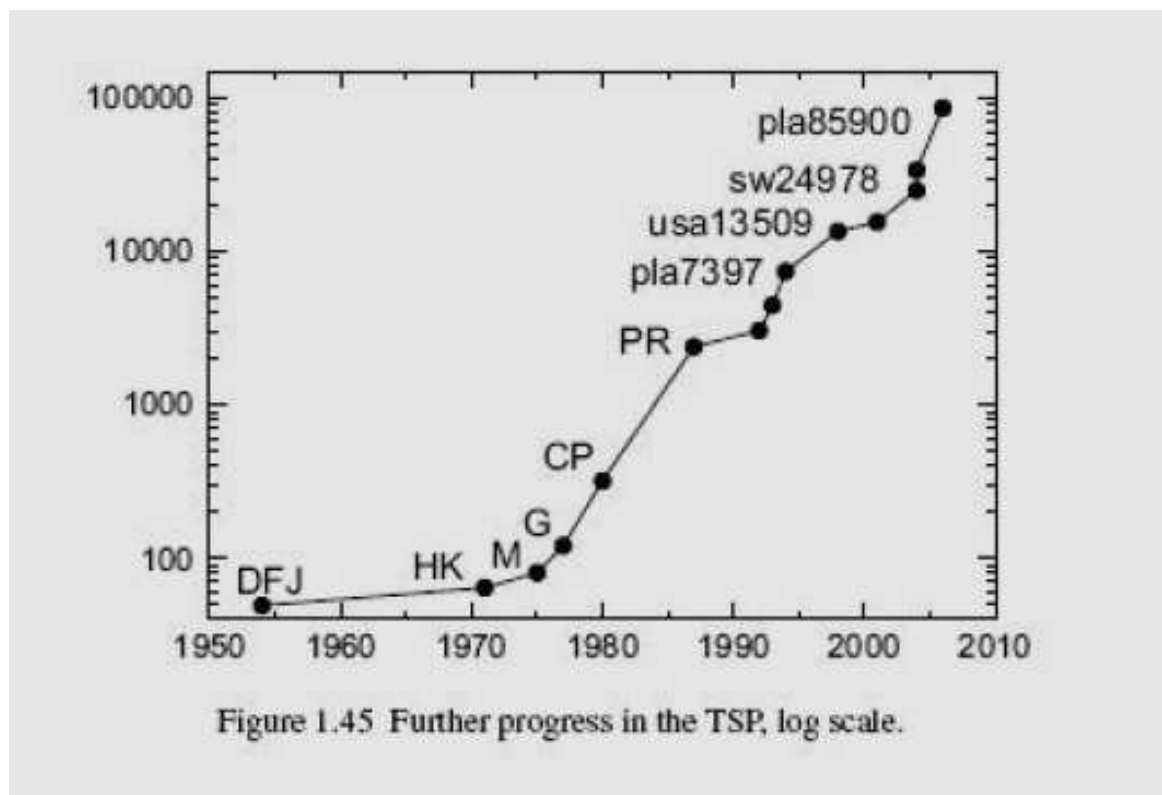
Um problema fácil!



Um problema nem tão fácil



Um problema muito difícil



- Pra que tanto ponto ?

Voltando à linha do tempo...

- **1738** St. Petersburg Problem, D. Bernoulli
- **1763** Bayes Rule, T. Bayes
- **1788** Lagrangian multipliers, Mécanique Analytique, J. L. Lagrange
- **1789** Principle of utility, J. Bentham
- **1795** Method of Least Squares, C. F. Gauss, A. Legendre

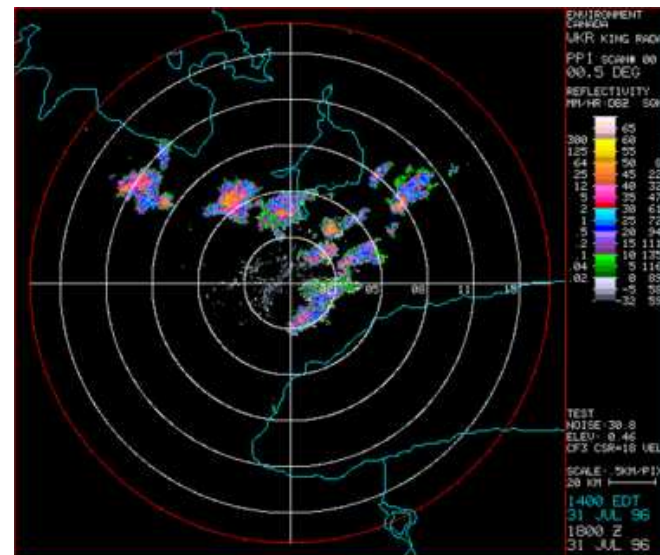
Continuamos sem saber porque de "pesquisa de operações".

II Guerra Mundial

1936 Time Zero: British military applications — The term "operational research" first used

Problema: Como usar radares ? (Como aumentar a eficiência da informação fornecida por radares)

- Conexão entre radares e redes de telecomunicações.

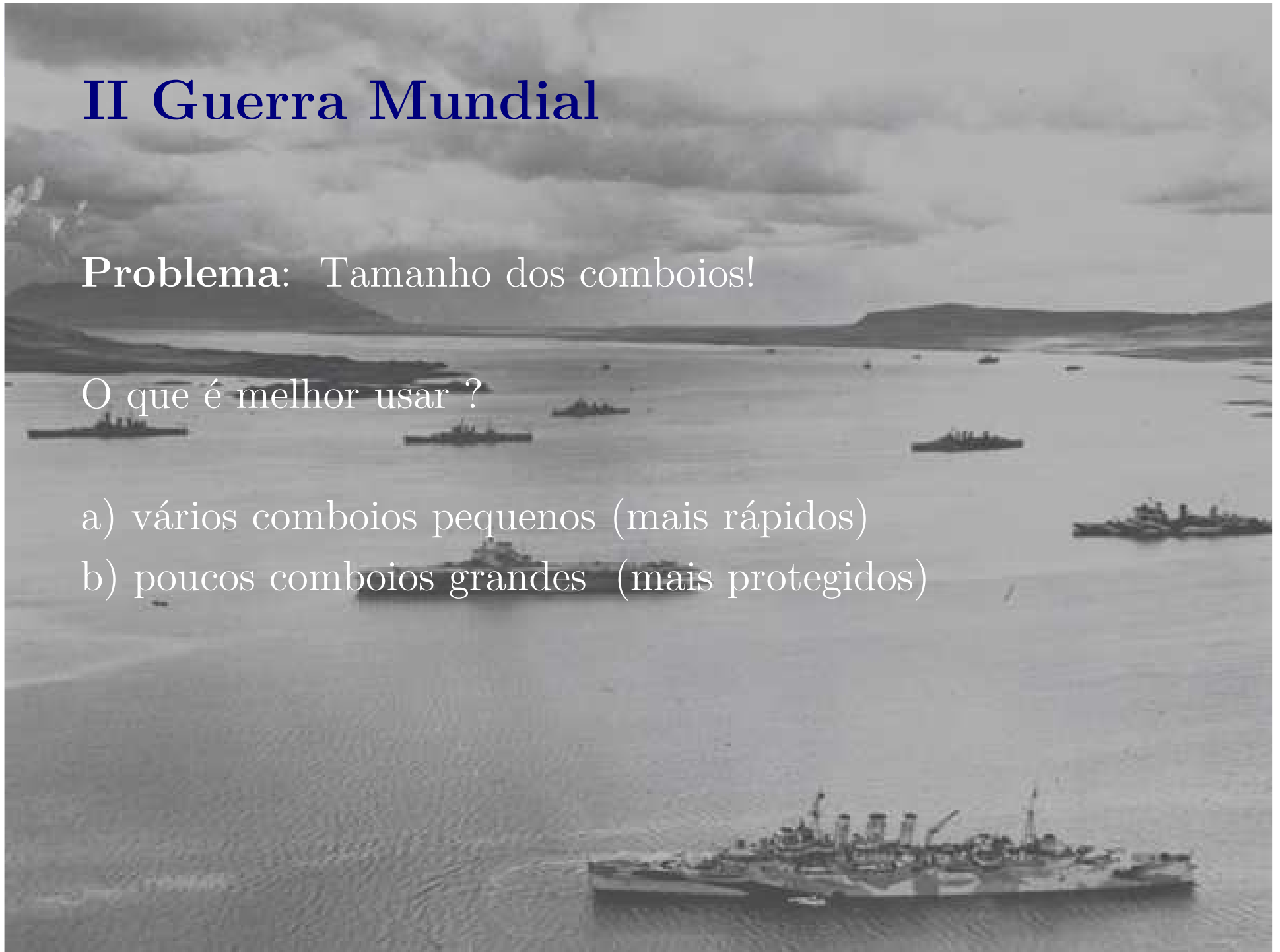


II Guerra Mundial

Problema: Tamanho dos comboios!

O que é melhor usar ?

- a) vários comboios pequenos (mais rápidos)
- b) poucos comboios grandes (mais protegidos)



II Guerra Mundial

Problema: Deslocamento de tropas, suprimentos, etc.

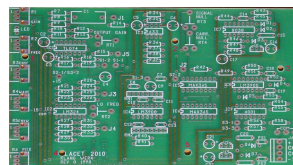
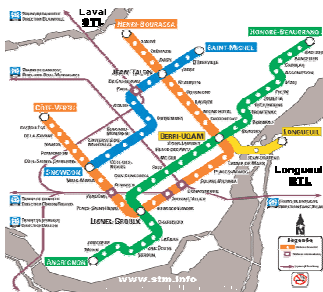
Melhoria das operações utilizadas:

Operations research
Pesquisa Operacional

(Ainda atual: ver Guerra no Iraque)

Porém, uma infinidade de outras aplicações desde então!

Muito além da "pesquisa de operações"



32ª RODADA						
HORA	JOGO		ESTÁDIO	CIDADE	RELAT	
Sábado, 20 de outubro						
18h10	Goías	5 x 3	Fluminense	Serra Dourada	Goiânia	RE
18h10	Palmeiras	3 x 0	Paraná Clube	Parque Antarctica	São Paulo	RE
18h10	Botafogo	3 x 1	Sport	Engenhão	Rio de Janeiro	RE
Domingo, 21 de outubro						
16h	Náutico-PE	1 x 0	Corinthians	Aflitos	Recife	RE
16h	São Paulo	1 x 0	Cruzeiro	Morumbi	São Paulo	RE
16h	Atlético-MG	1 x 0	Vasco	Mineirão	Belo Horizonte	RE
17h	Atlético-PR	2 x 0	América-RN	Arena da Baixada	Curitiba	RE
18h10	Flamengo	2 x 0	Grêmio	Maracanã	Rio de Janeiro	RE
18h10	Internacional	3 x 0	Juventude	Beira-Rio	Porto Alegre	RE
18h10	Figueirense	1 x 0	Santos	Orlando Scarpelli	Florianópolis	RE



A maioria desses problemas é formulada através de modelos matemáticos lineares.

Estatísticas...

- "If one would take statistics about which mathematical problem is using up most of the computer time in the world, then ... the answer would probably be linear programming. (Laszlo Lovasz)"

programação \neq programação

- Resolvemos muitos problemas lineares porque:
 - problemas lineares representam bem várias situações práticas
 - **sabemos resolver eficientemente problemas lineares**

Voltando à linha do tempo

1947 Simplex method, G. B. Dantzig



(1914-2005)

Linha completa aqui:

<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-02/frhistorysb1.html>

No curso: IPO

■ Parte I

- ☐ Modelar problemas linearmente
- ☐ Resolver usando o método simplex de Dantzig

■ Parte II

- ☐ Entender problemas importantes (grafos / estoque)
- ☐ Resolver usando algoritmos exatos ou aproximados

No curso PM:

- Modelar problemas linearmente
 - Resolver usando o método simplex de Dantzig
 - Estudar variações do simplex (variáveis canalizadas)

- Modelar problemas lineares com variáveis inteiras
 - Resolver usando técnicas apropriadas:
 - programação dinâmica
 - branch and bound