




Pesquisa Operacional / Programação Matemática

Otimização discreta

Branch-and-cut

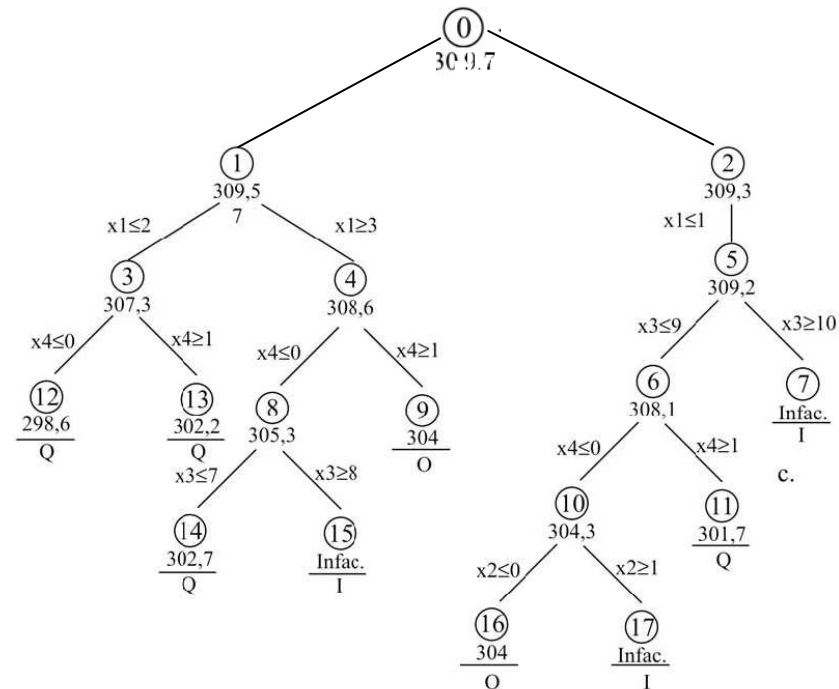
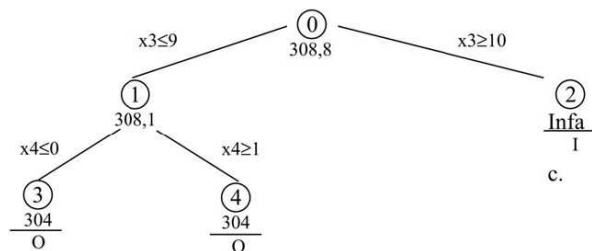


Branch-and-cut

- Combinação entre os métodos de branch-and-bound e planos de corte.
- Idéia:
 - em cada nó da árvore, incluem-se planos de corte, com o objetivo de se encontrar uma melhor solução relaxada.

Exemplo

- A) Sem cortes
- B) Cortes de Chvátal-Gomory apenas no nó zero.





- Obviamente, não se exploram todos os cortes possíveis (ou seria um método de planos de cortes no nó zero).
- Compromisso



Outros cortes

■ Exemplos:

Clique cuts

Cover cuts

Disjunctive cuts

Flow cover cuts

Flow path cuts

Gomory fractional cuts

GUB cover cuts

Implied bound cuts

Mixed integer rounding (MIR) cuts

Zero half cuts

Clique cuts (Conflict graphs)

- Grafos de conflito

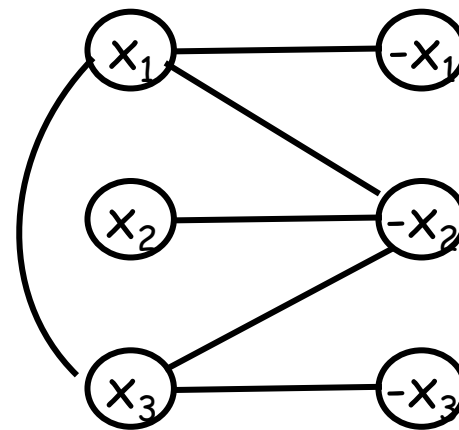
Um nó para cada variável e seu complemento

Uma aresta sempre que no máximo uma das variáveis puder estar presente.

$$x_1 + x_3 \leq 1$$

$$x_1 - x_2 \leq 0$$

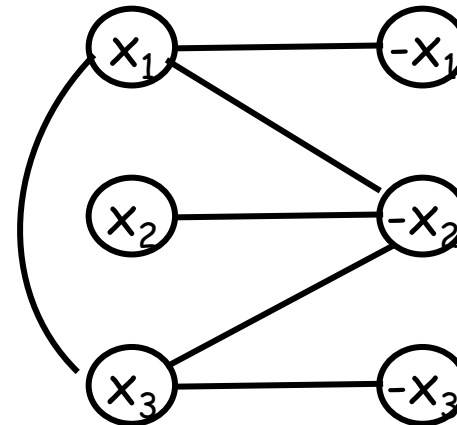
$$-x_2 + x_3 \leq 0$$



Clique cuts (Conflict graphs)

Clique

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 0$$



Nada vem de graça:

O problema de saber se há um clique de tamanho k em um grafo é NP-completo.

Aplicação imediata do B&C

- Caixeiro viajante (formulações com um número exponencial de restrições)

$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = 1 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad S \subseteq N - \{1\}, |S| \geq 2$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A$$

■ Exemplo: Dantzig-Fulkerson-Johnson (Na verdade, método de planos de cortes)

Table 3.1 The 42 cities in the reduced problem.

1. Manchester, NH	15. Portland, OR	29. Dallas, TX
2. Montpelier, VT	16. Boise, ID	30. Little Rock, AR
3. Detroit, MI	17. Salt Lake City, UT	31. Memphis, TN
4. Cleveland, OH	18. Carson City, NV	32. Jackson, MS
5. Charleston, WV	19. Los Angeles, CA	33. New Orleans, LA
6. Louisville, KY	20. Phoenix, AZ	34. Birmingham, AL
7. Indianapolis, IN	21. Santa Fe, NM	35. Atlanta, GA
8. Chicago, IL	22. Denver, CO	36. Jacksonville, FL
9. Milwaukee, WI	23. Cheyenne, WY	37. Columbia, SC
10. Minneapolis, MN	24. Omaha, NE	38. Raleigh, NC
11. Pierre, SD	25. Des Moines, IA	39. Richmond, VA
12. Bismarck, ND	26. Kansas City, MO	40. Washington, DC
13. Helena, MT	27. Topeka, KS	41. Boston, MA
14. Seattle, WA	28. Oklahoma City, OK	42. Portland, ME

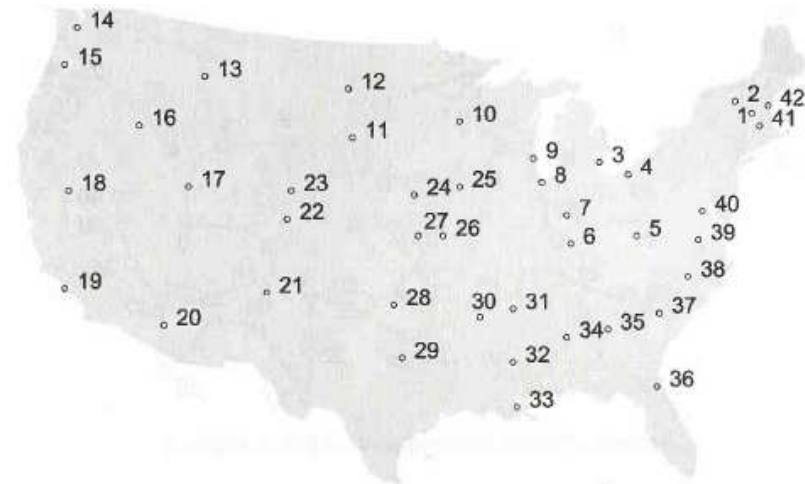



Figure 3.1 Locations of the 42 cities.



Branch-and-cut

- Método dos mais poderosos e um dos mais usados.