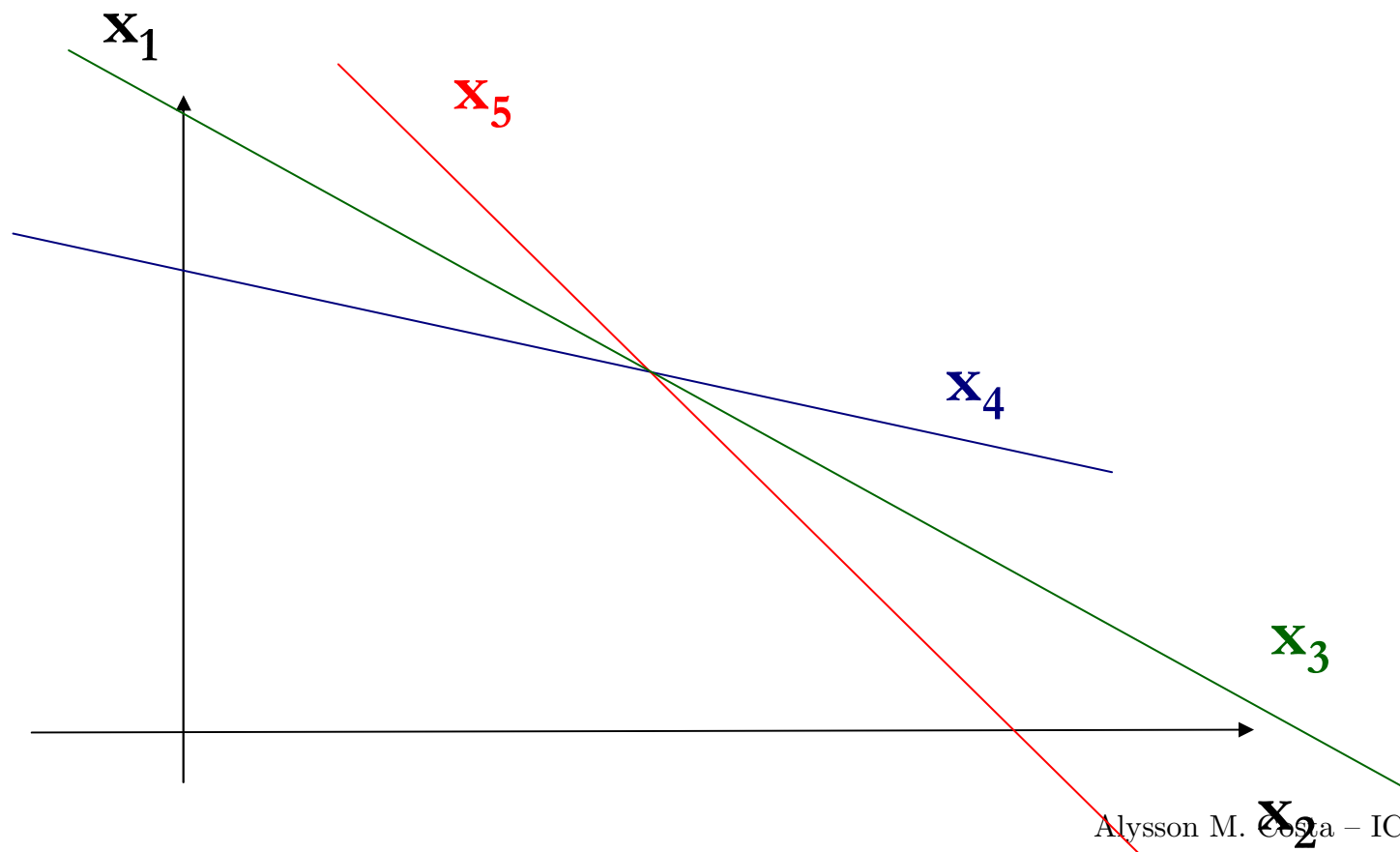




Pesquisa Operacional / Programação Matemática

Degenerescência.
Evitando ciclagem.

- O que acontece quando temos soluções degeneradas ?



■ base associada ao ponto extremo:

5 variáveis, 3 restrições

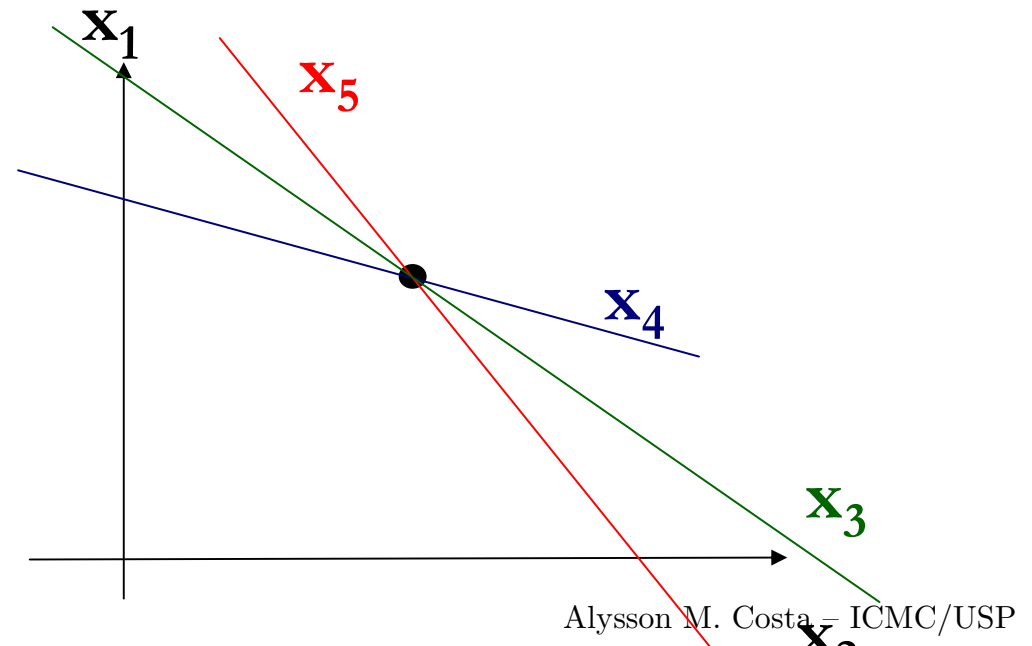
grau de liberdade: 2

precisamos fixar duas variáveis de folga em zero:

$I_N = (4, 3)$ ou

$I_N = (4, 5)$ ou

$I_N = (3, 5)$



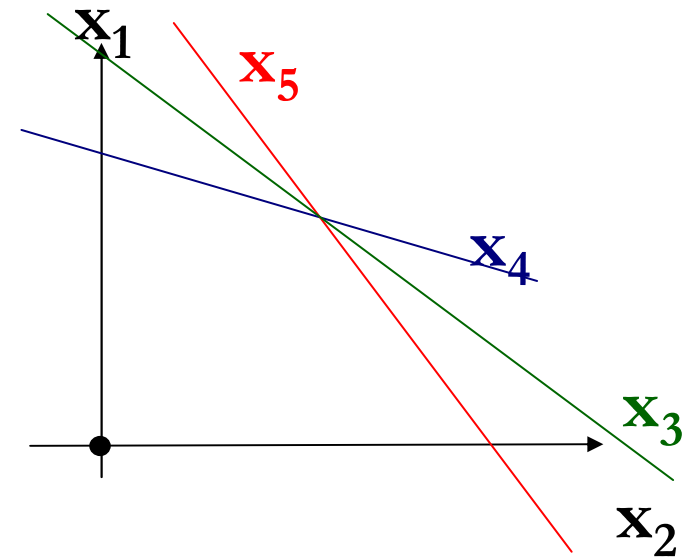
Exemplo

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 15$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 15$$

(ignoremos os custos relativos)
suponha que x_1 entra na base



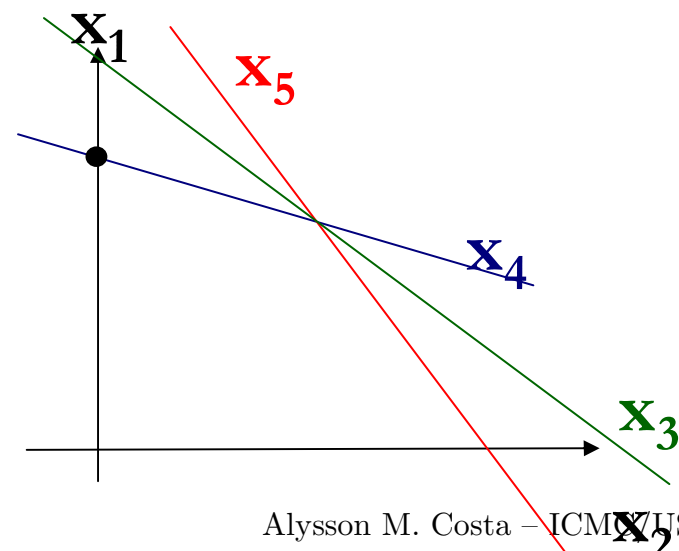
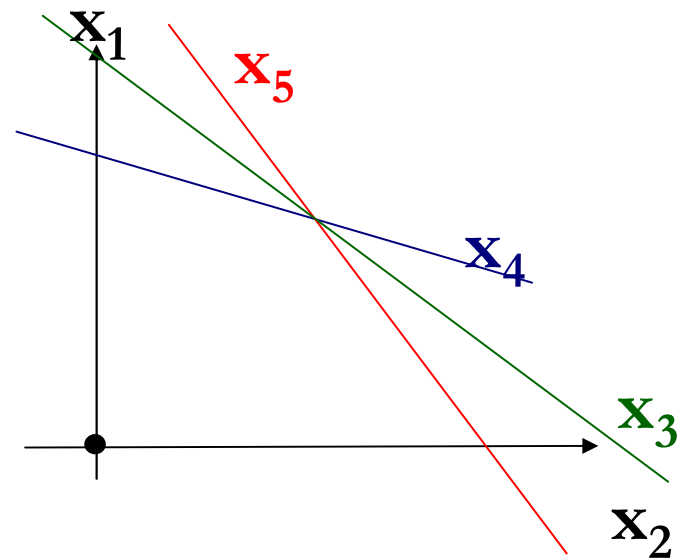
	↓					
x_3	1	1	1	0	0	10
→ x_4	②	1	0	1	0	15
x_5	1	2	0	0	1	15

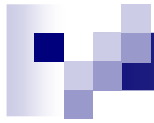


x_3	1	1	1	0	0	10
x_1	2	1	0	1	0	15
x_5	1	2	0	0	1	15

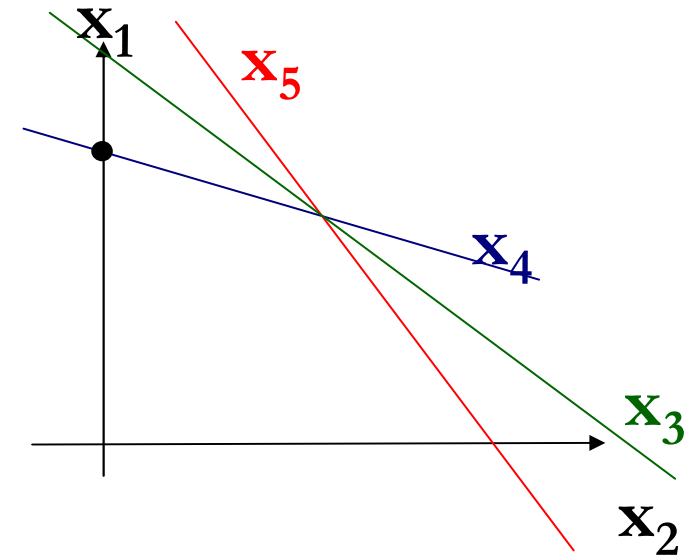


$\leftarrow x_3$	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{5}{2}$
x_1	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{15}{2}$
$\leftarrow x_5$	0	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{15}{2}$



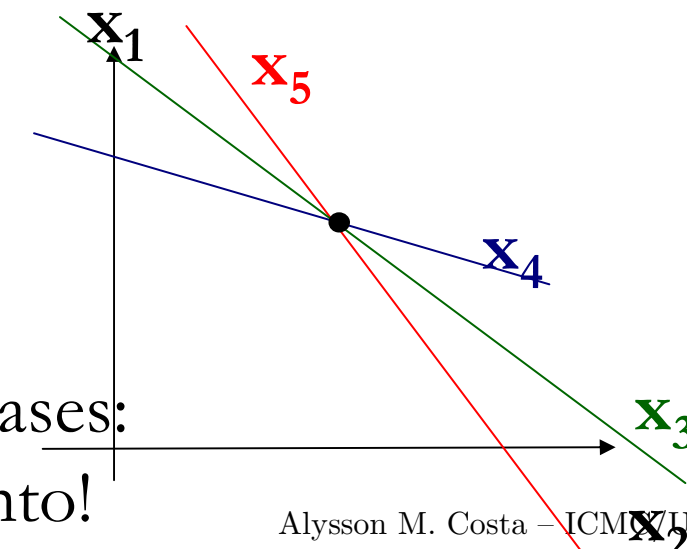


x_3	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{5}{2}$
x_1	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{15}{2}$
x_5	0	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{15}{2}$



↓

x_2	0	1	2	-1	0	5
x_1	1	0	-1	1	0	5
x_5	0	0	-3	1	1	0



Múltiplas bases:
mesmo ponto!



Problema

- Há casos em que podemos passar muito tempo pivoteando entre soluções básicas degeneradas!
- Pior: **CICLAGEM**

Exemplo de ciclagem (Bazaraa)

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	0	0	0	$\frac{3}{4}$	-20	$\frac{1}{2}$	-6	0
x_1	0	1	0	0	$\frac{1}{4}$	-8	-1	9	0
x_2	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	-12	$-\frac{1}{2}$	3	0
x_3	0	0	0	1	0	0	1	0	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	-3	0	0	0	4	$\frac{7}{2}$	-33	0
x_4	0	4	0	0	1	-32	-4	36	0
x_2	0	-2	1	0	0	$\frac{3}{2}$	-15	0	0
x_3	0	0	0	1	0	0	1	0	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	-1	-1	0	0	0	2	-18	0
x_4	0	-12	8	0	1	0	$\frac{1}{8}$	-84	0
x_5	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	1	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{4}$	0
x_3	0	0	0	1	0	0	1	0	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	2	-3	0	$-\frac{1}{4}$	0	0	3	0
x_6	0	$-\frac{3}{2}$	1	0	$\frac{1}{8}$	0	1	$-\frac{21}{2}$	0
x_5	0	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{8}$	0	$-\frac{3}{64}$	1	0	$\frac{3}{16}$	0
x_3	0	$\frac{3}{2}$	-1	1	$-\frac{1}{8}$	0	0	$\frac{21}{2}$	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	1	-1	0	$\frac{1}{2}$	-16	0	0	0
x_6	0	$\frac{1}{2}$	-6	0	$-\frac{5}{2}$	56	1	0	0
x_7	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{16}{3}$	0	1	0
x_3	0	-2	6	1	$\frac{15}{2}$	-56	0	0	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	0	2	0	$\frac{7}{4}$	-44	$-\frac{1}{2}$	0	0
x_1	0	1	-3	0	$-\frac{5}{4}$	28	$\frac{1}{2}$	0	0
x_7	0	0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{6}$	-4	$-\frac{1}{6}$	1	0
x_3	0	0	0	1	0	0	1	0	1

	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	RHS
z	1	0	0	0	$\frac{3}{4}$	-20	$\frac{1}{2}$	-6	0
x_1	0	1	0	0	$\frac{1}{4}$	-8	-1	9	0
x_2	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	-12	$-\frac{1}{2}$	3	0
x_3	0	0	0	1	0	0	1	0	1



Regra do menor índice

- O algoritmo simplex converge (não cicla) se "desempatamos" a seleção das variáveis que entram ou saem na base com a regra do menor índice.
- Ex.: Variáveis com custo relativo negativo: x_1, x_4, x_5 : variável x_1 (menor índice) é selecionada.
- Ex.: Variáveis que primeiro se anulam: x_2, x_3, x_9 : variável x_2 (menor índice) é selecionada.