

## Tarefas e exercícios (Aulas de modelagem linear)

Prof. Alysson M. Costa

(Parcialmente compilada por Guilherme Albuquerque, aluno PAE – 2º semestre de 2008).

---

1) Leia os capítulos 1 e 2 (até seção 2.2.8) do livro texto (Pesquisa Operacional – Arenales, Armentano, Morabito, Yanasse).

2) Um artesão produz dois tipos de jogos de madeira e sua capacidade de trabalho é de 50 horas semanais. O jogo A requer 3 horas para ser confeccionado e é vendido a R\$ 30,00, enquanto o jogo B requer 5 horas para ser produzido e é vendido a R\$ 40,00.

a) Modele o problema linear que indica quantas unidades de cada jogo devem ser produzidas semanalmente a fim de maximizar o dinheiro arrecadado pelo artesão com as vendas (suponha que toda peça produzida é vendida).

b) Há dois tipos de peça de madeira usadas para confeccionar os jogos: peças do tipo 1 e do tipo 2. O jogo A consome duas peças de madeira do tipo 1 e duas peças de madeira do tipo 2, enquanto o jogo B consome três peças do tipo 1 e quatro do tipo 2. Remodele o problema, considerando que o artesão tem disponíveis 30 peças de cada tipo a cada semana.

c) Considere que cada peça do tipo 1 custa R\$1,00 e cada peça do tipo 2 custa R\$ 2,00. O artesão, querendo considerar seu lucro, deseja incluir a informação sobre o custo da matéria prima na formulação. O que muda ?

3) Um criador de animais procura pela dieta ideal para seus cães de raça. Ele não confia nas marcas de rações do mercado, querendo, ele próprio, gerar a ração para cães mais adaptada aos seus padrões rígidos de qualidade. Sua preocupação era tanta que procurou em ingredientes importados para fazer a mistura. A tabela abaixo descreve a composição de cada ingrediente candidato a fazer parte da mistura, indicando a proporção de cada componente por quilograma do ingrediente, bem como a exigência de cada componente para um quilograma de mistura.

Ingrediente	Proteínas	Fibras	Gordura	Cálcio	Custo (R\$/Kg)
Aveia	7%	15%	3.5%	0.1%	5
Farinha de soja	7.5%	12%	2.5%	0.2%	4
Leite	30%	6%	6%	5%	6
Carne	40%	3%	8%	10%	12
Farinha de peixe	50%	----	7%	5%	10
Desejado	$\geq 20\%$	$\geq 10\%$	$\leq 8\%$	$\leq 5\%$	mínimo possível!

Elabore um modelo matemático que represente o problema da escolha de ingredientes para a ração do criador de animais, sendo que seu objetivo é alcançar a ração de menor custo!

4) Uma empresa fabrica em três localidades diferentes: A, B e C. E deve atender as cidades 1, 2, 3 e 4. As demandas de cada cidade para o produto e os custos de transporte (por unidade) entre as localidades das fábricas e dos consumidores são apresentados abaixo:

Fab / Cid	1	2	3	4
A	2	1	3	6
B	4	2	3	2
C	3	2	2	3
Demanda:	<b>100</b>	<b>120</b>	<b>80</b>	<b>20</b>

- Do jeito que está posto o problema, que fábrica deve atender cada localidade ?
- Imagine que as fábricas A, B e C tenham capacidades de 150, 120 e 120 unidades, respectivamente. Formule o modelo de transporte que atende as demandas e minimiza os custos de transporte.
- Imagine agora que, por questões operacionais, cada fábrica deve produzir ao menos 80 unidades por mês. O que muda no modelo ?
- Reformule o problema considerando o depósito D. Cada fábrica pode enviar seus produtos diretamente aos consumidores ou enviar para um depósito D (e este depósito enviar para consumidores). Os custos de transporte (por unidade) entre o depósito e os consumidores/fábricas são dados na tabela:

De D para:	A	B	C	1	2	3	4
Custo:	1	2	1	1	1	2	1

5) Uma indústria fabrica três tipos de produtos em duas máquinas diferentes. Cada máquina tem um custo e um tempo de processamento diferente para fabricação de cada produto, expressos na tabela abaixo (onde o tempo de processamento é dado em minutos, entre parênteses):

Máquina↓   Produto →	1	2	3
1	R\$ 3 (1min)	R\$ 2 (3min)	-
2	R\$ 4 (2min)	R\$ 4 (2min)	R\$ 1 (3min)

O produto 3 não pode ser fabricado na máquina 1.

Assuma como 300, 200 e 100 unidades as demandas dos produtos 1,2 e 3, respectivamente.

- Escreva o problema de minimização do custo de fabricação, dado que há 1000 minutos disponíveis na máquina 1 e 1000 minutos disponíveis na máquina 2.
- Suponha agora que o produto 3 demanda uma peça do produto 1. Reescreva a formulação.
- Suponha agora que você deseja efetuar o planejamento para os três próximos períodos. As demandas são dadas na tabela abaixo:

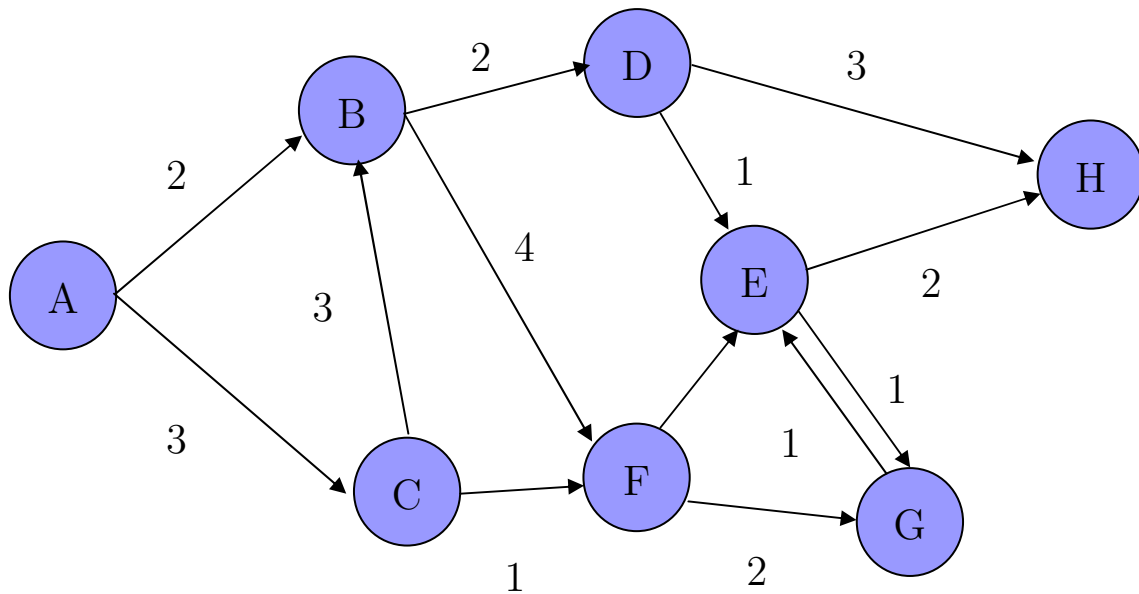
Período↓   Produto →	1	2	3
1	300	200	100
2	0	100	400
3	600	200	100

O custo de estocagem por período é de R\$1 para cada um dos produtos. Escreva o modelo que fornece o planejamento de menor custo. Assuma que não é permitido back-logging.

- Reescreva o modelo acima para permitir back-logging.

Em todos os casos, você pode definir parâmetros para evitar escrever explicitamente cada uma das equações. Exemplo: defina  $c_{ij}$  como o custo de fabricação do produto  $i$  na máquina  $j$ .

6) Seja o grafo abaixo:



- Escreva explicitamente o problema de se encontrar o caminho mínimo entre os nós A e H.
- Imagine que duas fábricas, situadas em A e B, desejam escoar sua produção para os centros consumidores situados em G e H. As produções das fábricas A e B são de 10.000 e 20.000 unidades, respectivamente. As demandas dos centros G e H são de 15.000 e 5.000 unidades, respectivamente. Escreva o problema de programação linear que minimiza o custo de transporte.
- O trecho entre C e F contém uma alta taxa de acidentes. O dono do conglomerado, pensando na segurança dos seus funcionários, decidiu limitar o fluxo de produtos neste trecho de estrada a 5000 unidades por mês, no máximo. O que isso altera a formulação.

7) Seja ainda o grafo da questão anterior. Existe uma produção em B que deve ser escoada para o nó G, de 10.000 unidades do produto 1. Existe uma produção em C que deve ser escoada para o nó H de 10.000 unidades do produto 2. Cada arco comporta transportar 15.000 unidades (de qualquer dos produtos). Escreva o modelo que minimiza os custos de transporte.