

**Lista preparada pelo estagiário PAE
Felipe Francisco Bezerra Araújo
SME 110 - Primeiro semestre de 2010**

Simplex Matricial (2 questões)

(Bazaraa 2004)

1 - Resolva o seguinte problema utilizando o simplex matricial.

Maximizar $3x_1 + 2x_2 + x_3$

sujeito a:

$$3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 3$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

(Arenales 2007)

2 - Considere o seguinte problema de otimização linear:

Minimizar $-x_1 - x_2$

sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

a) Resolva graficamente e identifique a solução ótima única $x^* = (5 \ 1)^T$

b) Considere a partição básica ótima em que x_3 e x_5 (as variáveis de folga da primeira e terceira restrições, respectivamente) são não-básicas, isto é, $B = [a_1 \ a_2 \ a_4]$ (Note que há outras partições básicas ótimas). Calcule a solução básica (é degenerada?).

c) Verifique as condições de otimalidade.

d) Como $f(x) = f(x^*) + \hat{c}_3 x_3 + \hat{c}_5 x_5$, a única maneira de obter soluções alternativas ótimas é aumentar x_5 mantendo $x_3 = 0$. Mostre que a variável não-básica x_5 não pode assumir valores positivos e conclua que um custo relativo nulo na solução ótima não necessariamente garante múltiplas soluções. (Sugestão: se fizermos $x_5 = \varepsilon \geq 0$, mantendo $x_3 = 0$, $x_B = \hat{x}_B - y \varepsilon$, segue-se que $x_1 = 5 + \varepsilon$, $x_2 = 1 - \varepsilon$ e $x_4 = 0 - 2\varepsilon$, portanto ε não pode ser positivo, ou seja, não é possível outra solução ótima.)

e) Se a solução ótima é não degenerada e tem um custo relativo nulo, pode-se afirmar que existem múltiplas soluções ótimas? (Raciocine com a solução do item (d), imaginando $\hat{x}_4 > 0$.)

f) Considere agora uma nova função objetivo: Minimizar $-x_1$. Verifique graficamente que a solução ótima é a mesma do item (a). A partição básica no item (b) fornece essa solução ótima. Verifique, entretanto, que a condição de otimalidade não é verificada. Conclua que podemos ter em mãos uma solução ótima sem que a condição de otimalidade seja verificada. Isso poderia ocorrer para uma solução não degenerada?

Simplex Tableau (3 questões)

(Bazaraa 2004)

3 - Considere o seguinte problema:

Maximizar $-3x_1 - 2x_2$

sujeito a:

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 4/3$$

a) Resolva o problema graficamente

- b) Escreva o problema na forma tableau e obtenha uma solução básica inicial
c) Execute apenas um pivoteamento. Em seguida:
- Indique a matriz básica
 - Indique os valores das variáveis
 - Esta solução é ótima? Por quê?

4 - Vovó Helena deseja comprar um presente para o seu netinho que irá nascer. Para isto, ela decide vender suco, chá e doce feitos com as laranjas que ela planta no seu quintal. Vovó Helena possui 20 laranjas. O suco custa 10 reais o litro e requer 5 laranjas. O chá custa 5 reais o litro e requer 3 laranjas. O doce custa 15 reais o quilo e requer 8 laranjas. As vizinhas de vovó Helena já pediram 1 litro de suco, meio litro de chá e meio quilo de doce. Quanto de suco, chá e doce vovó Helena deve fazer para conseguir o máximo de dinheiro possível para comprar o presente de seu netinho? Modele o problema e resolva-o usando o simplex tableau.

(Goldbarg 2005)

5 - Uma empresa produz dois tipos de bolsas de plástico (B_1 e B_2) cujos mercados absorvem respectivamente 80 e 60 unidades diárias. O processo de produção consome dois tipos de matéria-prima: folhas de plástico e fecho. Cada unidade de B_1 consome duas folhas de plástico e quatro fechos. Cada unidade de B_2 consome três folhas de plástico e três fechos. São disponíveis diariamente 200 folhas de plástico e 240 fechos. Os lucros unitários pelas vendas dos produtos são, respectivamente, R\$ 20 e R\$ 25. Qual deve ser o esquema de produção que conduza ao maior lucro possível?

Fase 1

(Goldbarg 2005)

6 - Resolva utilizando o método simplex com duas fases

Maximizar $2x_1 + 5x_2 + x_3$

sujeito a:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\geq 6 \\x_2 - x_3 &\geq 4 \\4x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 15 \\x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\end{aligned}$$

big-M

7 - Resolva o problema da questão 6 utilizando o método simplex com M grande