

O desenvolvimento da questão faz parte da avaliação. Defina as variáveis e suas distribuições e diga que teorema ou propriedade você utilizou.

1. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição de Poisson(λ).
 - (a) Obtenha o EMV de λ assumindo que pelo menos um valor observado é diferente de zero.
 - (b) Verifique se este estimador é um ENV para λ .
 - (c) Obtenha o limite inferior para a variância deste estimador.
 - (d) Discuta a eficiência e a consistência deste estimador.
2. Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição de Bernoulli(θ).
 - (a) Obtenha os limites inferiores das variâncias de quaisquer ENV de θ e $(1 - \theta)^2$.
 - (b) Obtenha os EMV de θ e $(1 - \theta)^2$.
 - (c) Obtenha as distribuições assintóticas para estes EMV.
3. A proporção θ de itens defeituosos em um grande lote é desconhecida e deve ser estimada. Assume-se que a distribuição a priori de θ é Beta com parâmetros $\alpha = 2$ e $\beta = 2$. Foram selecionados ao acaso 20 itens e 2 eram defeituosos.
 - (a) Obtenha a distribuição a posteriori de θ .
 - (b) Obtenha a estimativa de Bayes de θ usando perda quadrática.
 - (c) Repita a estimação usando perda 0-1.
 - (d) Comente os resultados e compare com a estimativa pelo método dos momentos.
4. O número de defeitos em rolos de 100 metros de uma fita magnética tem distribuição de Poisson com média θ desconhecida. A distribuição a priori de θ é Gama com média e variância iguais a 3. Cinco rolos foram selecionados ao acaso e observou-se 2, 1, 6, e 3 defeitos.
 - (a) Obtenha a distribuição a posteriori de θ .
 - (b) Obtenha a estimativa Bayesiana de θ usando perda quadrática.
 - (c) Repita a estimação para perda 0-1 e compare com o resultado do item anterior.
 - (d) Compare estas estimativas com a estimativa de máxima verossimilhança (\bar{x}).
5. Suponha que as alturas (em cm) de indivíduos de uma população seguem uma distribuição normal cuja média θ é desconhecida e o desvio-padrão é 5 cm. A distribuição a priori de θ é normal com média 173 cm e desvio-padrão 2,5 cm.
 - (a) Calcule o menor número de observações para que o desvio-padrão a posteriori seja 1 cm.
 - (b) Uma amostra aleatória de 10 indivíduos foi selecionada e sua altura média foi de 177 cm. Calcule a estimativa de Bayes de θ .
 - (c) No item anterior como deveria ser a distribuição a priori para que a estimativa de Bayes seja bem próxima de 177 cm.