

Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Curso de Ciências de Computação

SCE0185
TEORIA DA COMPUTAÇÃO E LINGUAGENS FORMAIS

Lista de Exercícios do Capítulo 3

1. Considere a linguagem $L = \{w \mid w \in (a + b)^* \text{ com número par de } a\text{'s}\}$. Por exemplo, a cadeia *abbabaa* seria aceita, enquanto que a cadeia *baabba* não.
 - a) Se possível, escreva um autômato limitado linearmente (ALL) que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
 - b) Se possível, escreva um autômato a pilha (APN) que processe L . Caso não seja possível, explique o porquê.
 - c) Qual é o tipo de L ? Comente a sua resposta.
2. Considere uma gramática $G = (\Sigma, V, S, P)$, onde $\Sigma = \{0, 1\}$, $V = \{S, A, B\}$, $P = \{S \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0, A \rightarrow 0A \mid 0S \mid 1B, B \rightarrow 1B \mid 1 \mid 0\}$. Qual é a Máquina de Turing que processa $L(G)$?
3. Seja o seguinte conjunto de produções de uma gramática livre de contexto G :
$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow 0, A \rightarrow 1, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow 1\}$$
 - a) Descreva $L(G)$;
 - b) $L(G)$ é sensível ao contexto?
 - c) Se possível, ache um autômato finito que processe $L(G)$;
 - d) Use o Lema da Cadeia Vazia para achar a gramática equivalente sensível ao contexto.
4. Seja T a máquina de Turing:

$$T = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, [,], \#\}, q_0, \{q_3\}, \delta)$$

onde δ é dado por:

$$\delta(q_0, a) = (q_0, a, R)$$

$$\delta(q_0, \#) = (q_0, \#, R)$$

$$\delta(q_0, [) = (q_1, \#, R)$$

$$\delta(q_1, [) = (q_1, [, R)$$

$$\delta(q_1, \#) = (q_1, \#, R)$$

$$\delta(q_1,]) = (q_2, \#, L)$$

$$\delta(q_2, x) = (q_2, x, L) \text{ para todo } x \neq a$$

$$\delta(q_2, a) = (q_0, a, R)$$

$$\delta(q_0, B) = (q_3, \#, R)$$

Quais palavras da forma aw , onde w está em $\{[,]\}^*$, são aceitas? Você pode achar uma gramática para esta linguagem?

5. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há menos a's do que b's.
6. Escreva uma máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$ onde existe mais a's que b's.
7. Escreva uma Máquina de Turing que aceite a linguagem $(a + b)^*$, na qual há pelo menos um par de a's.
8. Sabe-se que um autômato finito (AFD/AFN) processa linguagem linear a direita (regular) e que um autômato a pilha (APN), que é equivalente a um AFN + pilha, processa linguagem livre de contexto.

Afirmção: "Qualquer máquina de Turing pode ser simulada por algum APN com duas pilhas."

Comente esta afirmação.

9. Construa a máquina de Turing que aceite o conjunto de todas as sentenças que contenham dois 0s consecutivos ou dois 1s consecutivos. Teste para 010110.
10. Considere a seguinte máquina de Turing T que reconhece a LLC $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$. Seja $T = (Q, \Sigma, q_0, q_a, \delta)$, onde

$$\begin{aligned}Q &= \{q_0, q_1, \dots, q_5\} \\ \Sigma &= \{0, 1, Y, Z\} \\ q_a &= q_5\end{aligned}$$

sendo que Y e Z são símbolos da fita, mas não símbolos de entrada. δ é dado por:

$$1) \delta(q_0, 0) = (q_1, Y, R)$$

(T irá alternativamente substituir um 0 por Y , então um 1 por Z . No estado q_0 , um 0 é substituído por um Y , e T move para a direita no estado q_1 procurando um 1.)

$$2) a) \delta(q_1, 0) = (q_1, 0, R)$$

$$b) \delta(q_1, Z) = (q_1, Z, R)$$

$$c) \delta(q_1, 1) = (q_2, Z, L)$$

(T se move para a direita no estado q_1 (regras 2a e 2b). Quando um 1 é encontrado, ele é mudado para um Z , e o estado se torna q_2 (regra 2c). Em q_2 , vemos que T se move para a esquerda, procurando por um 0 para converter para um Y . Movendo para a esquerda, T encontrará um bloco de Z 's, então talvez um bloco de 0's, então um Y .)

3) a) $\delta(q_2, Z) = (q_2, Z, L)$

b) $\delta(q_2, Y) = (q_3, Y, R)$

c) $\delta(q_2, 0) = (q_4, 0, L)$

(T se move para a esquerda através de Z 's (3a). Se T encontra um Y enquanto no estado q_2 , não há mais 0's para converter. T vai para o estado q_3 para checar que não há mais 1's (3b). Se um 0 é encontrado, T vai para o estado q_4 e se move para a esquerda para converter o 0 mais a esquerda (3c).)

4) a) $\delta(q_4, 0) = (q_4, 0, L)$

b) $\delta(q_4, Y) = (q_0, Y, R)$

(T se move através de 0's (4a). Se um Y é encontrado, T passou o 0 mais a esquerda e então deve mover para a direita, para converter o 0 em um Y . Entra no estado q_0 e o processo descrito nas regras 1 a 4 se repete (regra 4b).)

5) a) $\delta(q_3, Z) = (q_3, Z, R)$

b) $\delta(q_3, B) = (q_5, Z, R)$

(T entra no estado q_3 quando não houver mais 0's (veja 3a). T deve mover à direita (5a). Se um branco for encontrado antes de um 1, então não há mais 1's (5b). A entrada está em L e T entra no estado q_5 , o estado de aceitação.)

6) δ é indefinida, para outros casos diferentes de 1 a 5 acima.

Verifique como T age com a entrada 000111.