SMA 803 Cálculo III - Lista 4

Prof. Nivaldo G. Grulha Jr

Estagiária PAE: Thaís Maria Dalbelo

1. Utilizando o critério de Cauchy mostre que se a série $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge então $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

2. Uma bola é atirada de uma altura de 10m. Em cada instante, golpeia o chão e ricocheteia verticalmente a uma altura que é $\frac{3}{4}$ da altura precedente. Ache a distância total que a bola viajará se for admitindo que ricocheteia muitas vezes.

3. Suponhamos que $a_n > 0$ para todo inteiro $n \geq 0$ e $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge então $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ também diverge.

4. Determine se as séries altenadas convergem. E determine se as mesmas convergem absolutamente.

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} \quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\frac{3}{2}}} \quad c)\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2+1}{n^3+3} \quad d)\ \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n)}$$

$$e)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2(n)} \quad f)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n} \quad g)\ \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{\ln(n)} \quad h)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{2n+1}}{\sqrt{n}}$$

$$i)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}} \quad j)\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{2^n}}{n!} \quad k)\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1} \quad l)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-n)^n}{n!}$$

$$m)\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \mathrm{sen}(\frac{1}{n^p}),\ p \geq 1,\ p \in \mathbb{R}.$$

5. Estude a convergência das séries

$$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+3} \quad b)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\mathrm{sen}\frac{1}{n} \quad c)\ \sum_{n=0}^{\infty} ne^{-1} \quad d)\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$$

$$e)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \quad f)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!+n^2}{(n+1)!} \quad g)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} \quad h)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{1+4^n}$$

$$i)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2+2n+1} \quad j)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5-3n^4+2}{2n^8+n-1}$$

6. A série $\sum_{n=0}^{\infty} na^n$, com $|a| < 1$ é convergente? É absolutamente convergente? O que podemos dizer da série $\sum_{n=0}^{\infty} n^r a^n$, para r inteiro positivo? E se $|a| \geq 1$?

7. A série $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, para um número real x fixado arbitrariamente, converge absolutamente?