

# MAE 311 - INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

## 2a. Lista de Exercícios - 2o. semestre de 2009

Profa. Mônica Carneiro Sandoval

1. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  v.as. independentes e identicamente distribuídas com função densidade de probabilidade

$$f(x | \theta) = \theta e^{-\theta x} \mathbf{I}_{(0, \infty)}(x), \quad \theta > 0.$$

Note que  $E(X_1) = 1/\theta$ .

- a) Um estimador intuitivo de  $\theta$  é  $1/\bar{X}$ . Mostre que este estimador é viesado e calcule seu viés.  
b) Com base em (a), encontre um estimador não viesado de  $\theta$ .

2. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  variáveis aleatórias independentes com distribuição de Poisson de médias  $\mu, \mu\rho, \dots, \mu\rho^{n-1}$ , respectivamente, com  $\mu > 0$  e com  $0 < \rho < 1$  conhecido. Seja  $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$ .

- a) Mostre que  $\hat{\mu} = n\bar{X}(1 - \rho^n)^{-1}(1 - \rho)$  é um ENVVUM de  $\mu$ .  
b) Encontre o limite inferior de Cramer Rao e compare-o com a variância do estimador obtido em (a).

3. Suponha que, dado  $\theta$ ,  $X_1, \dots, X_n$  sejam v.as. iid com função densidade de probabilidade dada por

$$f(x | \theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad x > 0.$$

- a) Encontre o ENVVUM de  $P(X_1 > k) = e^{-k\theta}$ .  
b) Encontre o ENVVUM de  $\text{Var}_\theta(X_1)$ .

4. Sejam  $X_1, \dots, X_n$  uma a.a. da v.a.  $X \sim U(\theta - 1/2, \theta + 1/2)$ ,  $\theta > 0$ . Mostre que  $T(X_1, \dots, X_n) = (X_{(1)}, X_{(n)})$  é uma estatística suficiente para  $\theta$  mas não é completa.

Sugestão: encontre  $E(X_{(1)})$  e  $E(X_{(n)})$ .

5. Exercício 2.1

6. Exercício 2.2

7. Exercício 2.3

8. Exercício 2.9

9. Exercício 2.10

10. Exercício 2.11

11. Exercício 2.12