



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Zuzana Šimečková

Varianty Eberhardovy věty

Informatický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: doc. Mgr. Robert Šámal, Ph.D.

Studijní program: Informatika

Studijní obor: IOI

Praha 2018

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne

Podpis autora

Poděkování.

Název práce: Varianty Eberhardovy věty

Autor: Zuzana Šimečková

Ústav: Informatický ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí bakalářské práce: doc. Mgr. Robert Šámal, Ph.D., Informatický ústav Univerzity Karlovy

Abstrakt: Abstrakt.

Klíčová slova: klíčová slova

Title: Eberhard-Like Theorems

Author: Zuzana Šimečková

Institute: Computer Science Institute of Charles University

Supervisor: doc. Mgr. Robert Šámal, Ph.D., Computer Science Institute of Charles University

Abstract: Abstract.

Keywords: key words

Obsah

Úvod	2
1 Nápověda k sazbě	3
1.1 Úprava práce	3
1.2 Jednoduché příklady	3
1.3 Matematické vzorce a výrazy	4
1.4 Definice, věty, důkazy,	5
2 Odkazy na literaturu	7
2.1 Několik ukázek	7
3 Tabulky, obrázky, programy	8
3.1 Tabulky	8
3.2 Obrázky	9
3.3 Programy	9
4 Formát PDF/A	14
Závěr	15
Seznam obrázků	16
Seznam tabulek	17
Seznam použitých zkratk	18
A Přílohy	19
A.1 První příloha	19

Úvod

Zkusíme-li upravovat Eulerův vzorec pro rovinné grafy $|V| - |E| + |S| = 2$, můžeme pro kubické grafy dospět do tvaru

$$\sum_{k \geq 3} (6 - k)p_k = 12, \quad (1)$$

kde p_k značí počet k -hranných stěn grafu. Výraz (1) je nutnou podmínkou pro rovinnost kubického grafu. Pozoruhodně, počet šestihranných stěn v této podmínce nehraje žádnou roli. Toho si všiml Victor Eberhard a v roce 1981 formuloval a dokázal, že pokud můžeme volit p_6 , dokážeme najít graf zadaný počtem ostatních stěn, který je rovinný.

Abychom mohli větu formulovat formálně, je nutné definovat přijatelné posloupnosti: posloupnost $(p_k) = (p_3, p_4, \dots)$ kladných celých čísel je přijatelná, pokud existuje rovinný kubický 3-spojité graf, který má právě p_k k -hranných stěn.

Přidáním podmínky na 3-spojitosť získáváme jen grafy, které (podle Steinitzovy věty) odpovídají konvexním 3-polytopům. Ekvivalentně lze tedy přijatelnou posloupnost definovat následovně:

Definice 1 (Přijatelná posloupnost). *Posloupnost $(p_k) = (p_3, p_4, \dots)$ kladných celých čísel je přijatelná, pokud existuje jednoduchý (vrcholy mají stupeň 3) 3-polytop, který má právě p_k k -hranných stěn.*

Formulujme nyní Eberhardovu větu //TODO odkaz:

Věta 1 (Eberhardova věta). *Pro každou posloupnost $(p_k | 3 \leq k \neq 6)$ kladných celých čísel, splňující (1) existuje taková hodnota p_6 , že $(p_k | k \geq 3)$ je přijatelná.*

1. Návod k sazbě

1.1 Úprava práce

Vlastní text bakalářské práce je uspořádaný hierarchicky do kapitol a podkapitol, každá kapitola začíná na nové straně. Text je zarovnán do bloku. Nový odstavec se obvykle odděluje malou vertikální mezerou a odsazením prvního řádku. Grafická úprava má být v celém textu jednotná.

Práce se tiskne na bílý papír formátu A4. Okraje musí ponechat dost místa na vazbu: doporučen je horní, dolní a pravý okraj 25 mm, levý okraj 40 mm. Číslijí se všechny strany kromě obálky a informačních stran na začátku práce; první číslovaná strana bývá obvykle ta s obsahem.

Písmo se doporučuje dvanáctibodové (12 pt) se standardní vzdáleností mezi řádky (pokud píšete ve Wordu nebo podobném programu, odpovídá tomu řádkování 1,5; v \TeX u není potřeba nic přepínat). Pro běžný text používejte vzpřímené patkové písmo. Text matematických vět se obvykle tiskne pro zdůraznění skloněným (slanted) písmem, není-li k dispozici, může být zastoupeno kurzívou.

Primárně je doporučován jednostranný tisk (příliš tenkou práci lze obtížně svázat). Delší práce je lepší tisknout oboustranně a přizpůsobit tomu velikosti okrajů: 40 mm má vždy *vnitřní* okraj. Rub titulního listu zůstává nepotíštěný.

Zkratky použité v textu musí být vysvětleny vždy u prvního výskytu zkratky (v závorce nebo v poznámce pod čarou, jde-li o složitější vysvětlení pojmu či zkratky). Pokud je zkratek více, připojuje se seznam použitých zkratek, včetně jejich vysvětlení a/nebo odkazů na definici.

Delší převzatý text jiného autora je nutné vymežit uvozovkami nebo jinak vyznačit a řádně citovat.

1.2 Jednoduché příklady

Čísla v českém textu obvykle sázíme v matematickém režimu s desetinnou čárkou: $\pi \doteq 3,141\,592\,653\,589$. V matematických textech se považuje za přípustné používat desetinnou tečku (pro lepší odlišení od čárky v roli oddělovače). Numerické výsledky se uvádějí s přiměřeným počtem desetinných míst.

Mezi číslo a jednotku patří úzká mezera: šířka stránky A4 činí 210 mm, což si pamatuje pouze 5 % autorů. Pokud ale údaj slouží jako přívlastek, mezeru vynecháváme: 25mm okraj, 95% interval spolehlivosti.

Rozlišujeme různé druhy pomlček: červeno-černý (krátká pomlčka), strana 16–22 (střední), 45 – 44 (matematické minus), a toto je — jak se asi dalo čekat — vložená věta ohraničená dlouhými pomlčkami.

V českém textu se používají „české“ uvozovky, nikoliv “anglické”.

Na některých místech je potřeba zabránit lámání řádku (v \TeX u značíme vlnovkou): u~předložek (neslabičných, nebo obecně jednopísmenných), vrchol~v, před k~kroky, a~proto, ... obecně kdekoliv, kde by při rozlomení čtenář „škobrtl“.

1.3 Matematické vzorce a výrazy

Proměnné sázíme kurzívou (to \TeX v matematickém módu dělá sám, ale nezapomínejte na to v okolním textu a také si matematický mód zapněte). Názvy funkcí sázíme vzpřímeně. Tedy například: $\text{var}(X) = \text{E } X^2 - (\text{E } X)^2$.

Zlomky uvnitř odstavce (třeba $\frac{5}{7}$ nebo $\frac{x+y}{2}$) mohou být příliš stísněné, takže je lepší sázet jednoduché zlomky s lomítkem: $5/7$, $(x+y)/2$.

Nechť

$$\mathbb{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^\top \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^\top \end{pmatrix}.$$

Povšimněme si tečky za maticí. Byť je matematický text vysázen ve specifickém prostředí, stále je gramaticky součástí věty a tudíž je zapotřebí neopomenout patřičná interpunkční znaménka. Výrazy, na které chceme později odkazovat, je vhodné očíslovat:

$$\mathbb{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1^\top \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^\top \end{pmatrix}. \quad (1.1)$$

Výraz (1.1) definuje matici \mathbb{X} . Pro lepší čitelnost a přehlednost textu je vhodné číslovat pouze ty výrazy, na které se autor někde v další části textu odkazuje. To jest, nečíslujte automaticky všechny výrazy vysázené některým z matematických prostředí.

Zarovnání vzorců do několika sloupečků:

$$\begin{aligned} S(t) &= \text{P}(T > t), & t > 0 & \quad (\text{zprava spojitá}), \\ F(t) &= \text{P}(T \leq t), & t > 0 & \quad (\text{zprava spojitá}). \end{aligned}$$

Dva vzorce se spojovníkem:

$$\left. \begin{aligned} S(t) &= \text{P}(T > t) \\ F(t) &= \text{P}(T \leq t) \end{aligned} \right\} \quad t > 0 \quad (\text{zprava spojité}). \quad (1.2)$$

Dva centrované nečíslované vzorce:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbb{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \\ \mathbb{X} &= \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{x}_1^\top \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{x}_n^\top \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Dva centrované číslované vzorce:

$$\mathbf{Y} = \mathbb{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1.3)$$

$$\mathbb{X} = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{x}_1^\top \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{x}_n^\top \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Definice rozdělená na dva případy:

$$P_{r-j} = \begin{cases} 0, & \text{je-li } r-j \text{ liché,} \\ r!(-1)^{(r-j)/2}, & \text{je-li } r-j \text{ sudé.} \end{cases}$$

Všimněte si použití interpunkce v této konstrukci. Čárky a tečky se dávají na místa, kam podle jazykových pravidel patří.

$$\begin{aligned} x &= y_1 - y_2 + y_3 - y_5 + y_8 - \cdots = && \text{z (1.3)} \\ &= y' \circ y^* = && \text{podle (1.4)} \\ &= y(0)y' && \text{z Axiomu 1.} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Dva zarovnané vzorce nečíslované:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) &= \prod_{i=1}^n f_i(y_i; \boldsymbol{\theta}), \\ \ell(\boldsymbol{\theta}) &= \log\{L(\boldsymbol{\theta})\} = \sum_{i=1}^n \log\{f_i(y_i; \boldsymbol{\theta})\}. \end{aligned}$$

Dva zarovnané vzorce, první číslovaný:

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\theta}) &= \prod_{i=1}^n f_i(y_i; \boldsymbol{\theta}), \\ \ell(\boldsymbol{\theta}) &= \log\{L(\boldsymbol{\theta})\} = \sum_{i=1}^n \log\{f_i(y_i; \boldsymbol{\theta})\}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Vzorec na dva řádky, první řádek zarovnaný vlevo, druhý vpravo, nečíslovaný:

$$\begin{aligned} \ell(\mu, \sigma^2) &= \log\{L(\mu, \sigma^2)\} = \sum_{i=1}^n \log\{f_i(y_i; \mu, \sigma^2)\} = \\ &= -\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2. \end{aligned}$$

Vzorec na dva řádky, zarovnaný na =, číslovaný uprostřed:

$$\begin{aligned} \ell(\mu, \sigma^2) &= \log\{L(\mu, \sigma^2)\} = \sum_{i=1}^n \log\{f(y_i; \mu, \sigma^2)\} = \\ &= -\frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

1.4 Definice, věty, důkazy, ...

Konstrukce typu definice, věta, důkaz, příklad, ... je vhodné odlišit od okolního textu a případně též číslovat s možností použití křížových odkazů. Pro každý typ těchto konstrukcí je vhodné mít v souboru s makry (`makra.tex`) nadefinované jedno prostředí, které zajistí jak vizuální odlišení od okolního textu, tak automatické číslování s možností křížově odkazovat.

Definice 2. *Nechť náhodné veličiny X_1, \dots, X_n jsou definovány na témž pravděpodobnostním prostoru (Ω, \mathcal{A}, P) . Pak vektor $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^\top$ nazveme náhodným vektorem.*

Definice 3 (náhodný vektor). *Nechť náhodné veličiny X_1, \dots, X_n jsou definovány na témž pravděpodobnostním prostoru (Ω, \mathcal{A}, P) . Pak vektor $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^\top$ nazveme náhodným vektorem.*

Definice 2 ukazuje použití prostředí pro sazbu definice bez titulku, definice 3 ukazuje použití prostředí pro sazbu definice s titulkem.

Věta 2. *Náhodný vektor \mathbf{X} je měřitelné zobrazení prostoru (Ω, \mathcal{A}, P) do $(\mathbb{R}_n, \mathcal{B}_n)$.*

Lemma 3 (?, str. 29). *Náhodný vektor \mathbf{X} je měřitelné zobrazení prostoru (Ω, \mathcal{A}, P) do $(\mathbb{R}_n, \mathcal{B}_n)$.*

Důkaz. Jednotlivé kroky důkazu jsou podrobně popsány v práci ?, str. 29.

□

Věta 2 ukazuje použití prostředí pro sazbu matematické věty bez titulku, lemma 3 ukazuje použití prostředí pro sazbu matematické věty s titulkem. Lemmata byla zavedena v hlavním souboru tak, že sdílejí číslování s větami.

2. Odkazy na literaturu

Odkazy na literaturu vytváříme nejlépe pomocí příkazů `\citet`, `\citep` atp. (viz L^AT_EXový balíček `natbib`) a následného použití BibT_EXu. V matematickém textu obvykle odkazujeme stylem „Jméno autora/autorů (rok vydání)“, resp. „Jméno autora/autorů [číslo odkazu]“. V českém/slovenském textu je potřeba se navíc vypořádat s nutností skloňovat jméno autora, respektive přechylovat jméno autorky. Je potřeba mít na paměti, že standardní příkazy `\citet`, `\citep` produkují referenci se jménem autora/autorů v prvním pádě a jména autorek jsou nepřechýlena.

Pokud nepoužíváme bibT_EX, řídíme se normou ISO 690 a zvyklostmi oboru. Jména časopisů lze uvádět zkráceně, ale pouze v kodifikované podobě.

2.1 Několik ukázek

Mezi nejvíce citované statistické články patří práce Kaplana a Meiera a Coxe (??). ? napsal článek o t-testu.

Prof. Anděl je autorem učebnice matematické statistiky (viz ?). Teorii odhadu se věnuje práce ?. V případě odkazů na specifickou informaci (definice, důkaz, ...) uvedenou v knize bývá užitečné uvést specificky číslo kapitoly, číslo věty atp. obsahující požadovanou informaci, např. viz ?, Věta 4.22 nebo (viz ?, Věta 4.22).

Mnoho článků je výsledkem spolupráce celé řady osob. Při odkazování v textu na článek se třemi autory obvykle při prvním výskytu uvedeme plný seznam: ? představili koncept EM algoritmu. Respektive: Koncept EM algoritmu byl představen v práci Dempstera, Lairdové a Rubina (?). Při každém dalším výskytu již používáme zkrácenou verzi: ? nabízejí též několik příkladů použití EM algoritmu. Respektive: Několik příkladů použití EM algoritmu lze nalézt též v práci Dempstera a kol. (?).

U článku s více než třemi autory odkazujeme vždy zkrácenou formou: První výsledky projektu ACCEPT jsou uvedeny v práci Genbergové a kol. (?). V textu *nenapíšeme*: První výsledky projektu ACCEPT jsou uvedeny v práci ?.

3. Tabulky, obrázky, programy

Používání tabulek a grafů v odborném textu má některá společná pravidla a některá specifická. Tabulky a grafy neuvádíme přímo do textu, ale umístíme je buď na samostatné stránky nebo na vyhrazené místo v horní nebo dolní části běžných stránek. L^AT_EX se o umístění plovoucích grafů a tabulek postará automaticky.

Každý graf a tabulku očíslovujeme a umístíme pod ně legendu. Legenda má popisovat obsah grafu či tabulky tak podrobně, aby jim čtenář rozuměl bez důkladného studování textu práce.

Na každou tabulku a graf musí být v textu odkaz pomocí jejich čísla. Na příslušném místě textu pak shrneme ty nejdůležitější závěry, které lze z tabulky či grafu učinit. Text by měl být čitelný a srozumitelný i bez prohlížení tabulek a grafů a tabulky a grafy by měly být srozumitelné i bez podrobné četby textu.

Na tabulky a grafy odkazujeme pokud možno nepřímou v průběhu běžného toku textu; místo „*Tabulka 3.1 ukazuje, že muži jsou v průměru o 9,9 kg těžší než ženy*“ raději napíšeme „*Muži jsou o 9,9 kg těžší než ženy (viz Tabulka 3.1)*“.

3.1 Tabulky

U **tabulek** se doporučuje dodržovat následující pravidla:

- Vyhybat se svislým linkám. Silnějšími vodorovnými linkami oddělit tabulku od okolního textu včetně legendy, slabšími vodorovnými linkami oddělovat záhlaví sloupců od těla tabulky a jednotlivé části tabulky mezi sebou. V L^AT_EXu tuto podobu tabulek implementuje balík `booktabs`. Chceme-li výrazněji oddělit některé sloupce od jiných, vložíme mezi ně větší mezeru.
- Neměnit typ, formát a význam obsahu políček v tomtéž sloupci (není dobré do téhož sloupce zapisovat tu průměr, onde procenta).
- Neopakovat tentýž obsah políček mnohokrát za sebou. Máme-li sloupec *Rozptyl*, který v prvních deseti řádcích obsahuje hodnotu 0,5 a v druhých deseti řádcích hodnotu 1,5, pak tento sloupec raději zrušíme a vyřešíme to jinak. Například můžeme tabulku rozdělit na dvě nebo do ní vložit popisné řádky, které informují o nějaké proměnné hodnotě opakující se v následujícím oddíle tabulky (např. „*Rozptyl = 0,5*“ a níže „*Rozptyl = 1,5*“).
- Čísla v tabulce zarovnávat na desetinnou čárku.

Efekt	Odhad	Směrod. chyba ^a	P-hodnota
Abs. člen	−10,01	1,01	—
Pohlaví (muž)	9,89	5,98	0,098
Výška (cm)	0,78	0,12	< 0,001

Pozn: ^a Směrodatná chyba odhadu metodou Monte Carlo.

Tabulka 3.1: Maximálně věrohodné odhady v modelu M.

- V tabulce je někdy potřebné používat zkratky, které se jinde nevyskytují. Tyto zkratky můžeme vysvětlit v legendě nebo v poznámkách pod tabulkou. Poznámky pod tabulkou můžeme využít i k podrobnějšímu vysvětlení významu některých sloupců nebo hodnot.

3.2 Obrázky

Několik rad týkajících se obrázků a grafů.

- Graf by měl být vytvořen ve velikosti, v níž bude použit v práci. Zmenšení příliš velkého grafu vede ke špatné čitelnosti popisků.
- Osy grafu musí být řádně popsány ve stejném jazyce, v jakém je psána práce (absenci diakritiky lze tolerovat). Kreslíme-li graf hmotnosti proti výšce, nenecháme na nich popisky **ht** a **wt**, ale osy popíšeme *Výška [cm]* a *Hmotnost [kg]*. Kreslíme-li graf funkce $h(x)$, popíšeme osy x a $h(x)$. Každá osa musí mít jasně určenou škálu.
- Chceme-li na dvourozměrném grafu vyznačit velké množství bodů, dáme pozor, aby se neslily do jednolitě černé tmy. Je-li bodů mnoho, zmenšíme velikost symbolu, kterým je vykresluje, anebo vybereme jen malou část bodů, kterou do grafu zaneseme. Grafy, které obsahují tisíce bodů, dělají problémy hlavně v elektronických dokumentech, protože výrazně zvětšují velikost souborů.
- Budeme-li práci tisknout černobíle, vyhneme se používání barev. Čáry rozlišujeme typem (plná, tečkovaná, čerchovaná, ...), plochy dostatečně rozdílnými intenzitami šedé nebo šrafováním. Význam jednotlivých typů čar a ploch vysvětlíme buď v textové legendě ke grafu anebo v grafické legendě, která je přímo součástí obrázku.
- Vyhýbejte se bitmapovým obrázkům o nízkém rozlišení a zejména JPEGům (zuby a kompresní artefakty nevypadají na papíře pěkně). Lepší je vytvářet obrázky vektorově a vložit do textu jako PDF.

3.3 Programy

Algoritmy, výpisy programů a popis interakce s programy je vhodné odlišit od ostatního textu. Jednou z možností je použití L^AT_EXového balíčku **fancyvrb** (fancy verbatim), pomocí něhož je v souboru **makra.tex** nadefinováno prostředí **code**. Pomocí něho lze vytvořit např. následující ukázky.

```
> mean(x)
[1] 158.90
> objekt$prumer
[1] 158.90
```

Menší písmo:

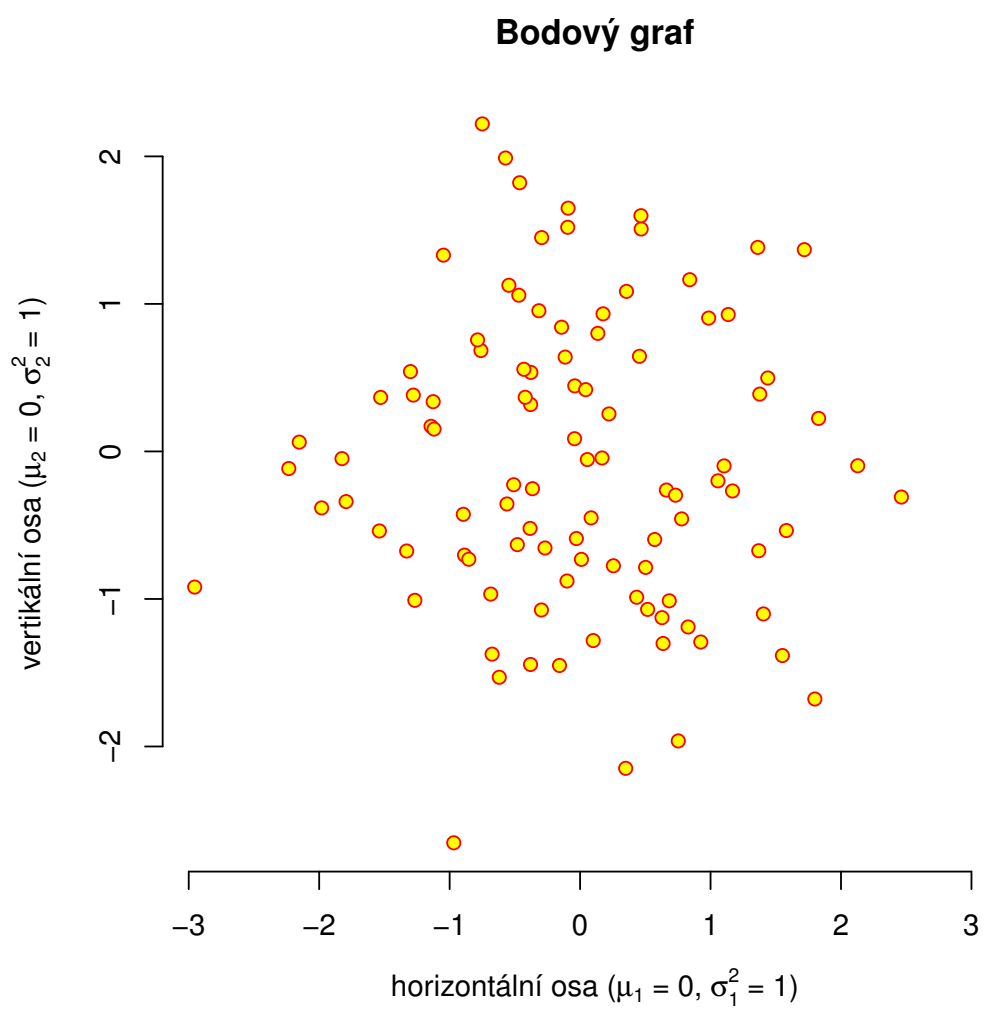
```
> mean(x)
[1] 158.90
> objekt$prumer
[1] 158.90
```

Bez rámečku:

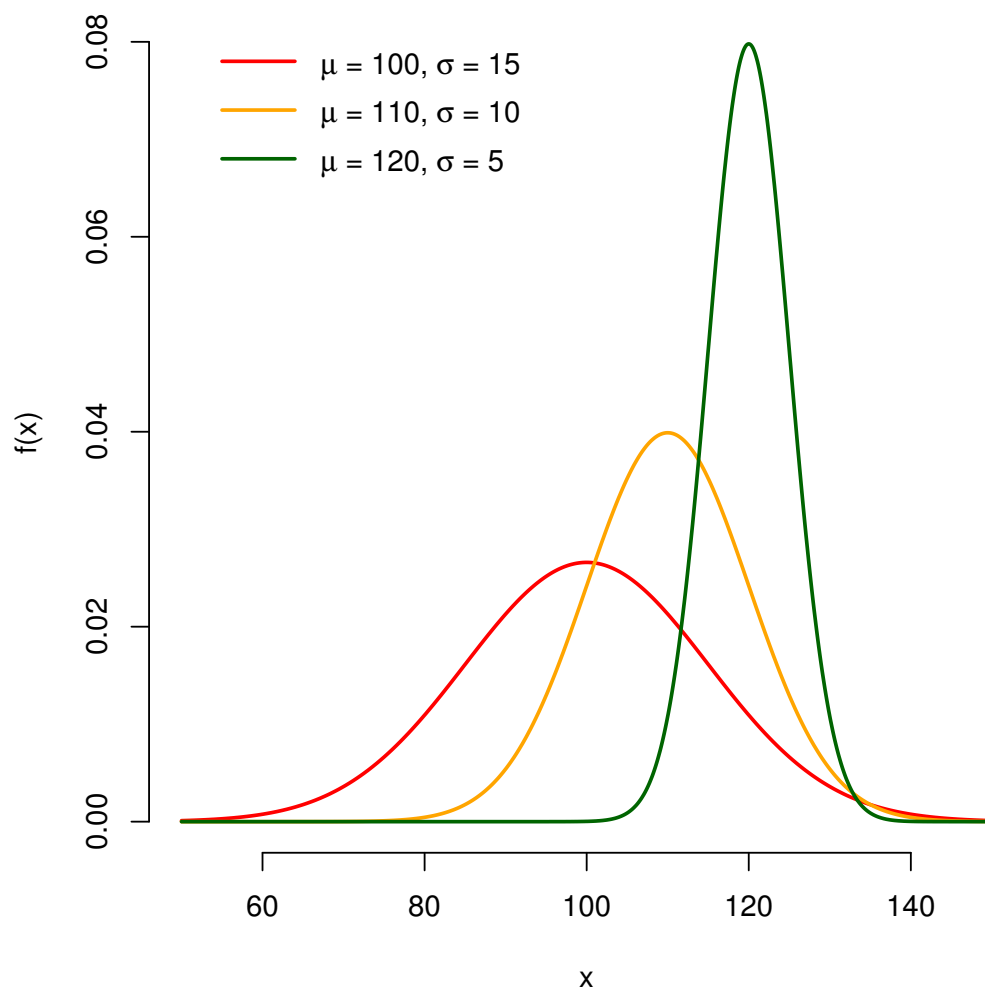
```
> mean(x)
[1] 158.90
> objekt$prumer
[1] 158.90
```

Užší rámeček:

```
> mean(x)
[1] 158.90
> objekt$prumer
[1] 158.90
```



Obrázek 3.1: Náhodný výběr z rozdělení $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, I)$.



Obrázek 3.2: Hustoty několika normálních rozdělení.



Obrázek 3.3: Hustoty několika normálních rozdělení.

4. Formát PDF/A

Opatření rektora č. 13/2017 určuje, že elektronická podoba závěrečných prací musí být odevzdávána ve formátu PDF/A úrovně 1a nebo 2u. To jsou profily formátu PDF určující, jaké vlastnosti PDF je povoleno používat, aby byly dokumenty vhodné k dlouhodobé archivaci a dalšímu automatickému zpracování. Dále se budeme zabývat úrovní 2u, kterou sázíme \LaTeX .

Mezi nejdůležitější požadavky PDF/A-2u patří:

- Všechny fonty musí být zabudovány uvnitř dokumentu. Nejsou přípustné odkazy na externí fonty (ani na „systémové“, jako je Helvetica nebo Times).
- Fonty musí obsahovat tabulku ToUnicode, která definuje převod z kódování znaků použitého uvnitř fontu to Unicode. Díky tomu je možné z dokumentu spolehlivě extrahovat text.
- Dokument musí obsahovat metadata ve formátu XMP a je-li barevný, pak také formální specifikaci barevného prostoru.

Tato šablona používá balíček `pdfx`, který umí \LaTeX nastavit tak, aby požadavky PDF/A splňoval. Metadata v XMP se generují automaticky podle informací v souboru `prace.xmpdata` (na vygenerovaný soubor se můžete podívat v `pdfa.xmpi`).

Validitu PDF/A můžete zkontrolovat pomocí nástroje VeraPDF, který je k dispozici na <http://verapdf.org/>.

Pokud soubor nebude validní, mezi obvyklé příčiny patří používání méně obvyklých fontů (které se vkládají pouze v bitmapové podobě a/nebo bez unicodových tabulek) a vkládání obrázků v PDF, které samy o sobě standard PDF/A nesplňují.

Další postřehy o práci s PDF/A najdete na <http://mj.ucw.cz/vyuka/bc/pdfaq.html>.

Závěr

Seznam obrázků

3.1	Náhodný výběr z rozdělení $\mathcal{N}_2(\mathbf{0}, I)$	11
3.2	Hustoty několika normálních rozdělení.	12
3.3	Hustoty několika normálních rozdělení.	13

Seznam tabulek

3.1	Maximálně věrohodné odhady v modelu M.	8
-----	--	---

Seznam použitých zkratek

A. Přílohy

A.1 První příloha