ทฤษฎีบท 2.1 ถ้า $1 \le x, y, z \le 2$ จะได้ว่าสมการ $2^x + 3^y + 4^z = M^2$ จะมีผลเฉลยก็ต่อเมื่อ $x = y = z$ และไม่มีผลเฉลยสำหรับกรณีอื่น ๆ

พิสูจน์ เมื่อ $1 \le x, y, z \le 2$ จะแบ่งกรณีของ $2^x + 3^y + 4^z = M^2$ เป็น 8 กรณีตามข้อความด้านล่าง

$2^1 + 3^1 + 4^1 = 3^2 = M^2$

2.1.1) $2^1 + 3^1 + 4^1 = 3^2 = M^2$

2.1.2) $2^1 + 3^1 + 4^2 = 21 \ne M^2$

2.1.3) $2^1 + 3^2 + 4^1 = 15 \ne M^2$

2.1.4) $2^2 + 3^1 + 4^1 = 11 \ne M^2$

2.1.5) $2^1 + 3^2 + 4^2 = 27 \ne M^2$

2.1.6) $2^2 + 3^1 + 4^2 = 23 \ne M^2$

2.1.7) $2^2 + 3^2 + 4^1 = 17 \ne M^2$

2.1.8) $2^2 + 3^2 + 4^2 = 29 \ne M^2$

จากกรณีที่ 2.1.1) เมื่อ $x = y = z = 1$ จะให้ผลเฉลยโดยที่ $M = 3$ ในขณะกรณีที่ 2.1.1)-2.1.8) ไม่มีผลเฉลยที่สอดคล้องกับสมการ

3.ผลเฉลยทั้งหมดของสมการ $p^x + (p+1)^y + (p+2)^z = M^2$ เมื่อ $p = 4N+1,\ 1 \le x, y, z \le 2$

โดยจะพิจารณาสมการ $p^x + (p+1)^y + (p+2)^z = M^2$ สำหรับทุกจำนวนเฉพาะ $p = 4N+1$ เมื่อ $1 \le x, y, z \le 2$

ทฤษฎีบท 3.1 ให้ $1 \le x, y, z \le 2$ ถ้า $p = 4N+1$ แล้วจะสมการ $p^x + (p+1)^y + (p+2)^z = M^2$ จะไม่มีผลเฉลย

พิสูจน์ ให้ $1 \le x, y, z \le 2$ และ $p = 4N+1$เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้ว่าสามารถแบ่งได้เป็น 8 กรณี

3.1.1. $(4N+1)^1 + (4N+2)^1 + (4N+3)^1 = M^2$

3.1.2. $(4N+1)^1 + (4N+2)^1 + (4N+3)^2 = M^2$

3.1.3. $(4N+1)^1 + (4N+2)^2 + (4N+3)^1 = M^2$

3.1.4. $(4N+1)^2 + (4N+2)^1 + (4N+3)^1 = M^2$

3.1.5. $(4N+1)^1+(4N+2)^2+(4N+3)^2=M^2$

3.1.6. $(4N+1)^2+(4N+2)^1+(4N+3)^2=M^2$

3.1.7. $(4N+1)^2+(4N+2)^2+(4N+3)^1=M^2$

3.1.8. $(4N+1)^2+(4N+2)^2+(4N+3)^2=M^2$

โดยจะพิจารณาแต่ละกรณีแยกกันดังนี้

3.1.1. $(4N+1)^1+(4N+2)^1+(4N+3)^1=M^2$

จากสมการจะได้ว่า

$$(4N+1)+(4N+2)+(4N+3) = 12N+6 = 6(2N+1)$$

จะเห็นว่า 2 คือจำนวนที่เป็นตัวประกอบของ 6 ซึ่งมีเลขชี้กำลังเท่ากับ 1

เพราะ $(2N+1)$ เป็นจำนวนคี่

จะได้ว่า $6(2N+1)$ ไม่ใช่สมการกำลังสอง

เพราะฉะนั้น $(4N+1)^1+(4N+2)^1+(4N+3)^1=M^2$ ไม่มีผลเฉลย

3.1.2. $(4N+1)^1+(4N+2)^1+(4N+3)^2=M^2$