

VECTORES

FÍSICA I PARA INGENIERÍA – SEMANA 1

Carrera de Ingeniería

REFLEXIÓN DESDE LA EXPERIENCIA



REFLEXIÓN DESDE LA EXPERIENCIA



Observamos el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=uyyhtJrD7KQ>

¿Qué debería hacer Luis para darle al blanco en los tres casos?



https://www.nicepng.com/ourpic/u2w7a9r5e6t4o0w7_tiro-arco-y-flecha-en-blanco-libres-de/

REFLEXIÓN DESDE LA EXPERIENCIA



Observamos el video

<https://www.youtube.com/watch?v=CR8cO554H4U>

Se requiere buscar la ubicación de un Objeto volador no identificado (OVNI) que merodea por el planeta Tierra.

¿Cómo podemos ubicarlo?

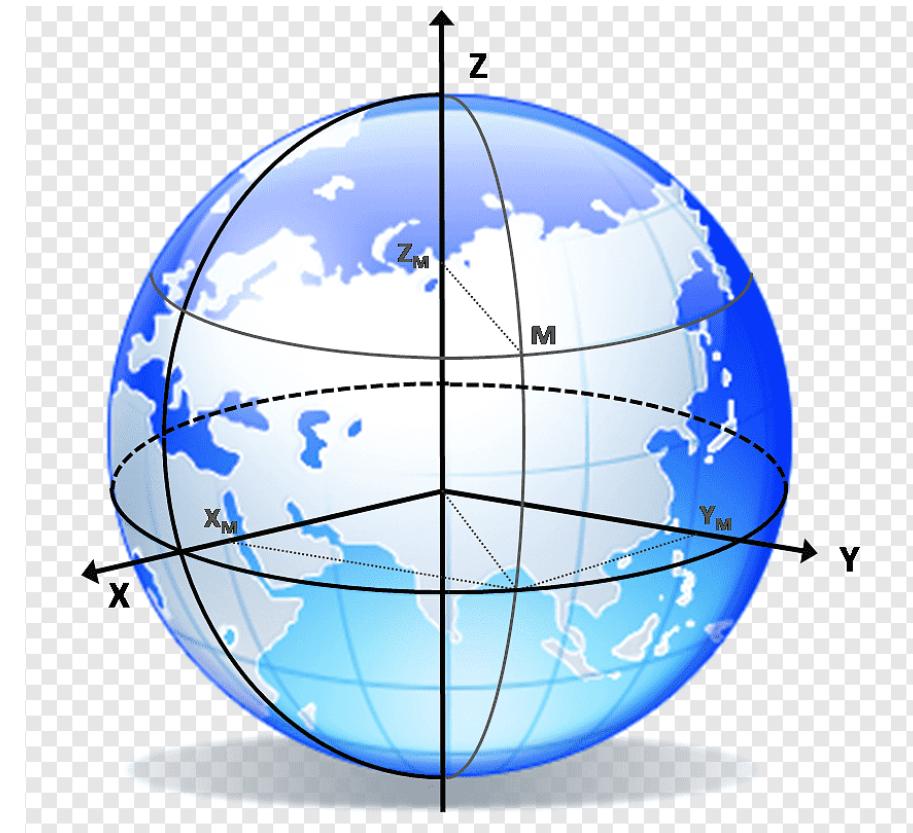
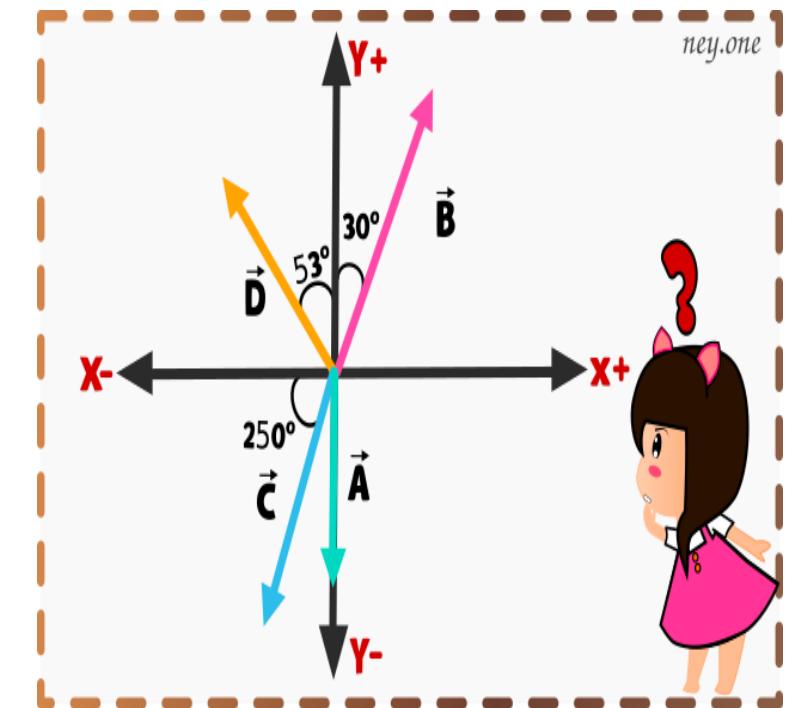


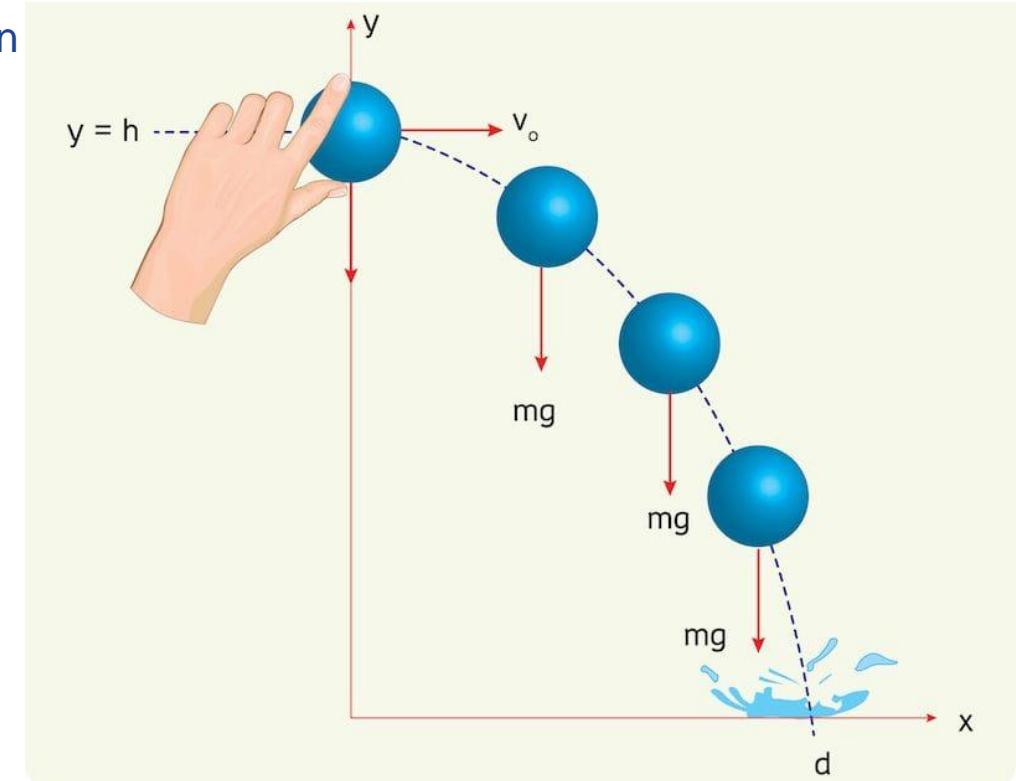
Imagen sacada de: <https://holatelcel.com/entretenimiento/frases-iron-man-tony-stark/>

Al finalizar la sesión de aprendizaje,
el estudiante identifica un vector, las
operaciones de suma y diferencia de
vectores en dos y tres dimensiones
para resolver problemas en contexto.



CONTENIDOS DE LA SESIÓN

- Vector: Definición, elementos de un vector y representación vectores
- Suma de vectores
- Vector resultante, módulo y de dirección
- Método de descomposición vectorial.
- Método del paralelogramo
- Método del polígono
- Vector unitario
- Ángulos y cosenos directores
- Producto escalar
- Producto vectorial



<https://concepto.de/wp-content/uploads/2020/01/vectores-gravedad-fisica-e1578407281978.jpg>

DESARROLLO DEL TEMA



Vector

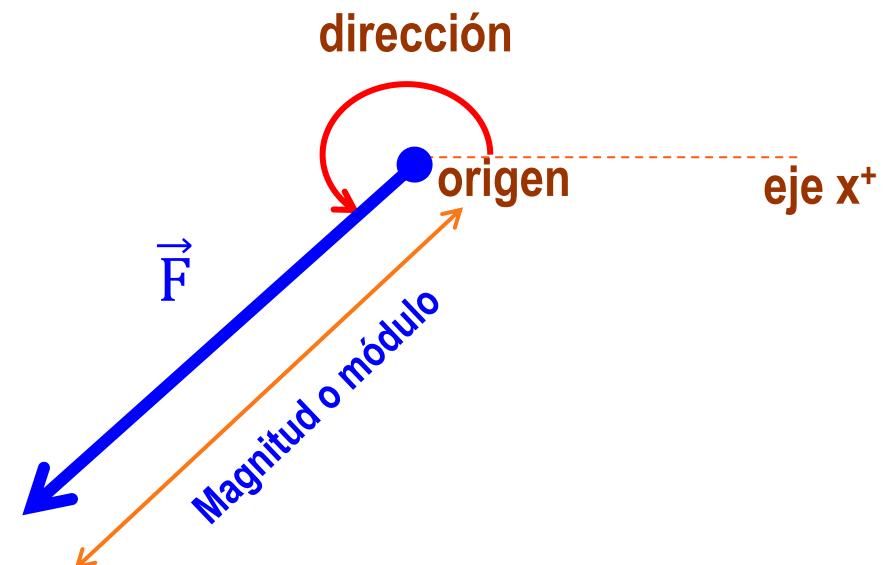
- Es un ente matemático que sirve para representar las magnitudes vectoriales. Los cuales geométricamente son **líneas orientadas** (flechas).
- La longitud de la flecha indica el valor de la magnitud física y su orientación es su dirección.

Características de un vector

Todo vector tiene las siguientes características:

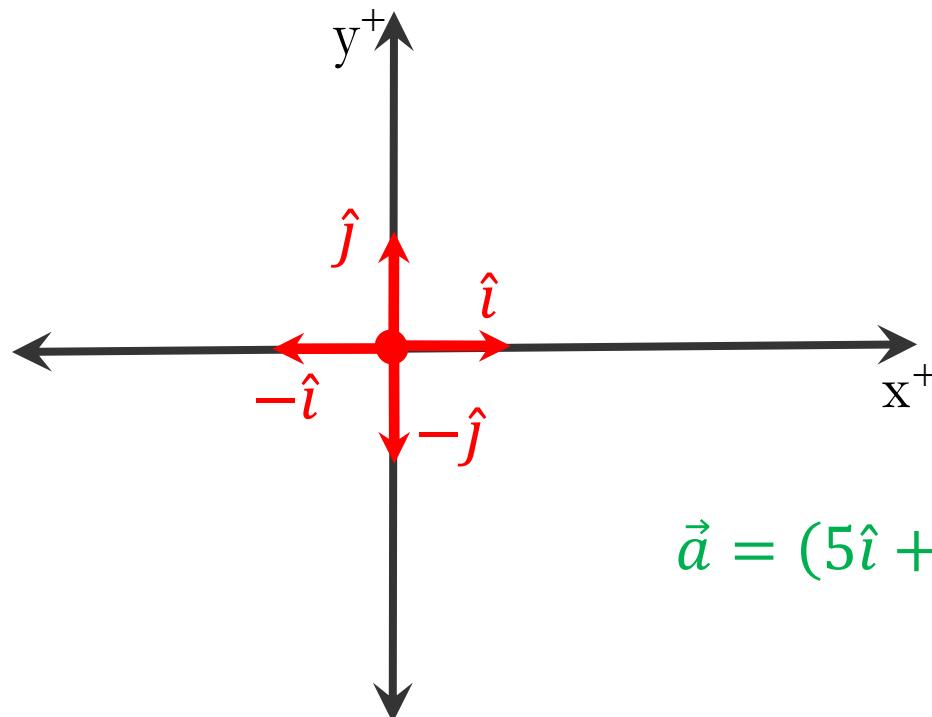
- **Origen** o punto de aplicación.
- **Dirección del vector (en el plano)**, el ángulo obtenido a partir del eje horizontal positivo y el vector, medido en forma antihoraria.
- **Módulo o magnitud del vector**, es la longitud del vector.

- \vec{F} , \vec{f} , F , o f (**en negrita**) representa al vector (se pueden usar letras mayúsculas o minúsculas)
- $|F|$, $|f|$ o simplemente F , f representa la magnitud o módulo del vector.



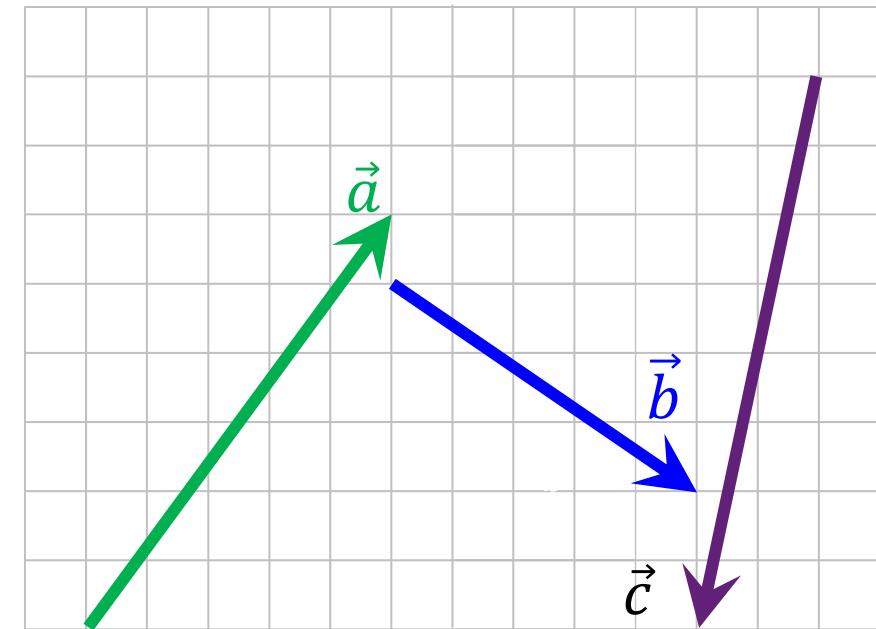
Vectores unitarios en los ejes cartesianos

- Un vector unitario es un vector con magnitud 1, no tiene unidades y su único fin es especificar una dirección.
- En un sistema de coordenadas **x-y** el vector unitario **i** tiene la dirección del eje **+x** (horizontal) y el vector **j** la dirección **+y** (vertical)



$$\vec{a} = (5\hat{i} + 6\hat{j})\text{m}$$

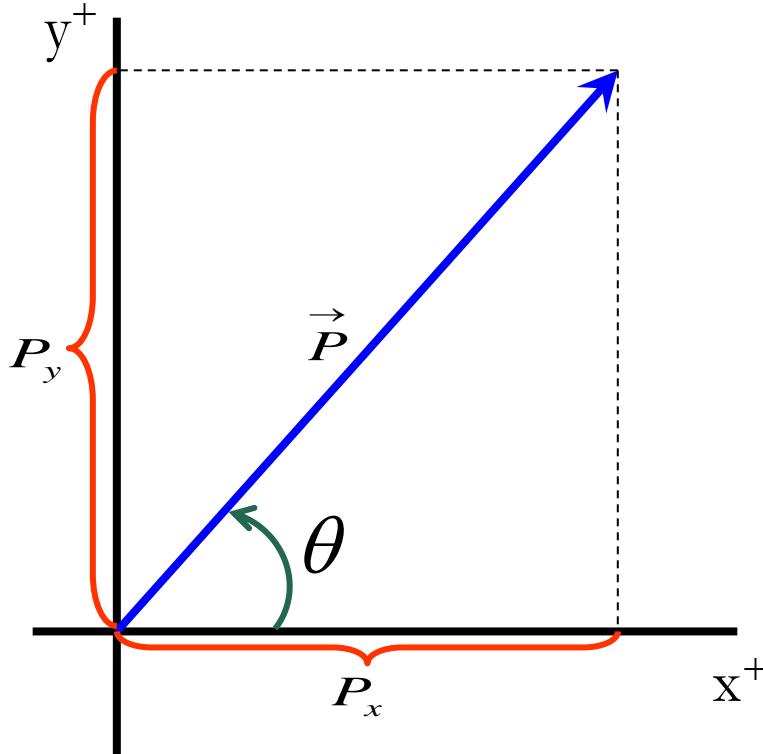
- Utilice los vectores unitarios para expresar los vectores mostrados (considere como unidad el metro)



$$\vec{b} = (5\hat{i} - 3\hat{j})\text{m}$$

$$\vec{c} = (-2\hat{i} - 8\hat{j})\text{m}$$

Módulo y dirección de un vector

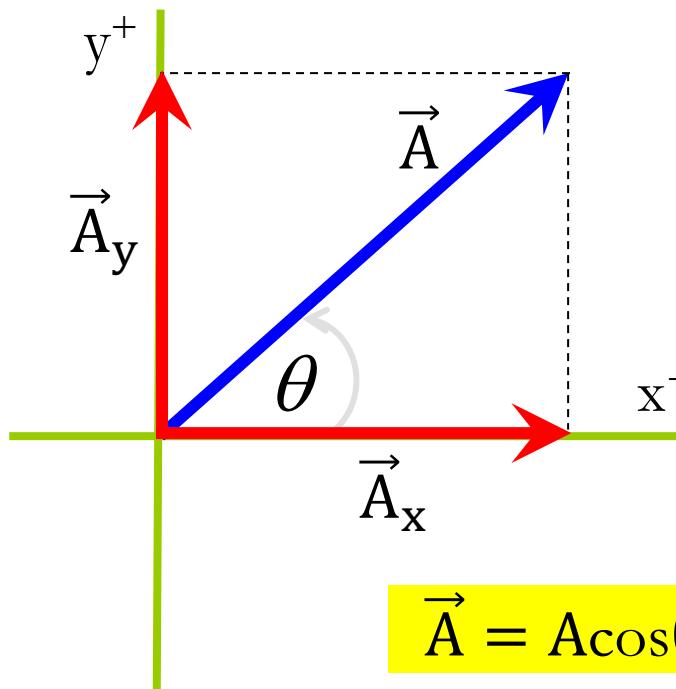


- El módulo del vector P se puede calcular mediante la siguiente relación:
$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$
- La dirección del vector P se puede calcular mediante la siguiente relación:
$$\theta = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$
- En la calculadora:

$$\arctan() = \tan^{-1}()$$

Descomposición rectangular de un vector

- El vector \vec{A} puede representarse como la suma de dos vectores que se encuentran sobre los ejes x e y respectivamente.



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

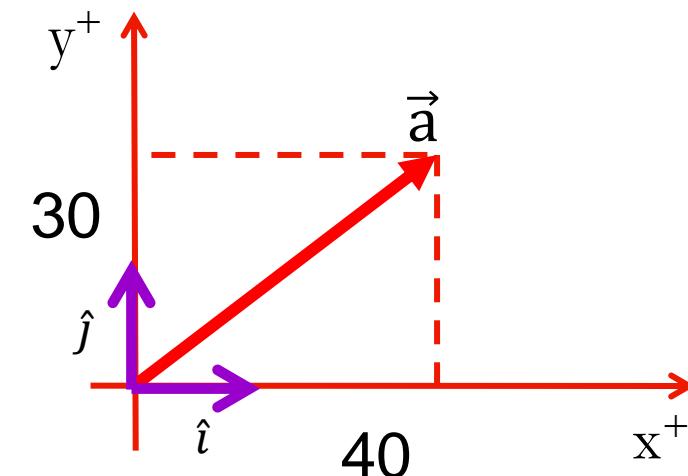
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

$$\vec{A} = A \cos \theta \hat{i} + A \sin \theta \hat{j}$$

- Represente el siguiente vector en componentes rectangulares



$$\vec{a} = 40 \hat{i} + 30 \hat{j}$$

Suma de vectores

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes x y las componentes y de dichos vectores.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j}$$

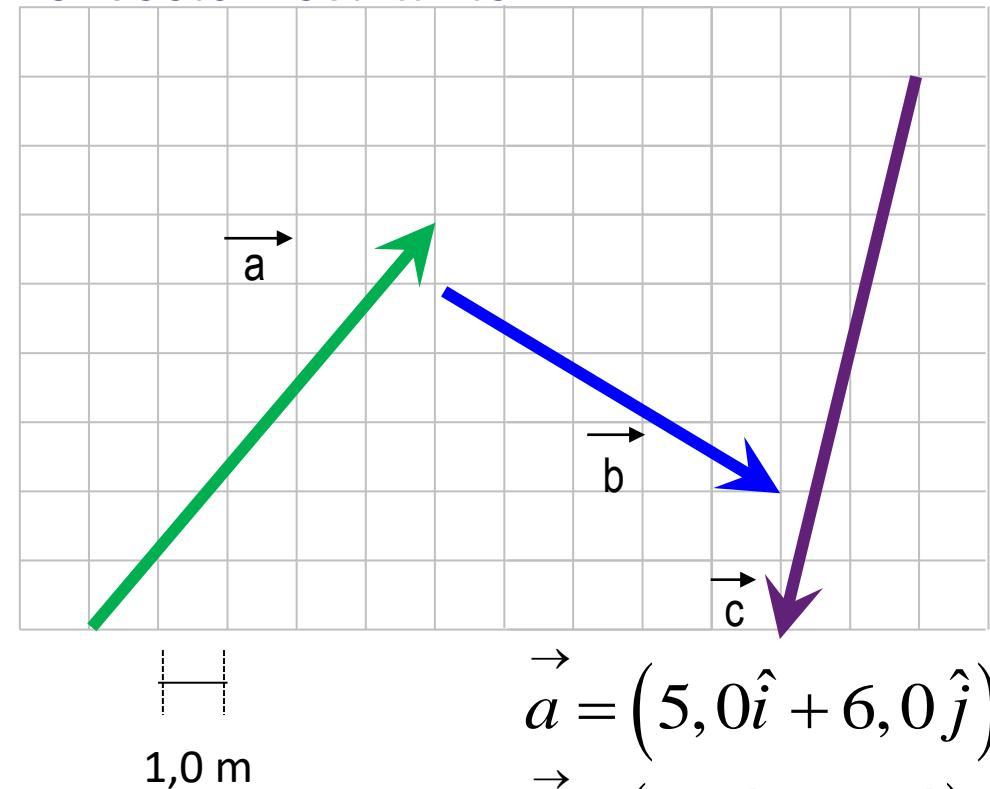
$$\vec{R} = (A_x + B_x + C_x) \hat{i} + (A_y + B_y + C_y) \hat{j}$$

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= (5 + 5 - 2) \hat{i} + (6 - 3 - 8) \hat{j} m \\ \vec{R} &= (8 \hat{i} - 5 \hat{j}) m\end{aligned}$$

- Utilice los vectores unitarios para calcular el vector resultante:



$$\vec{a} = (5,0 \hat{i} + 6,0 \hat{j}) m$$

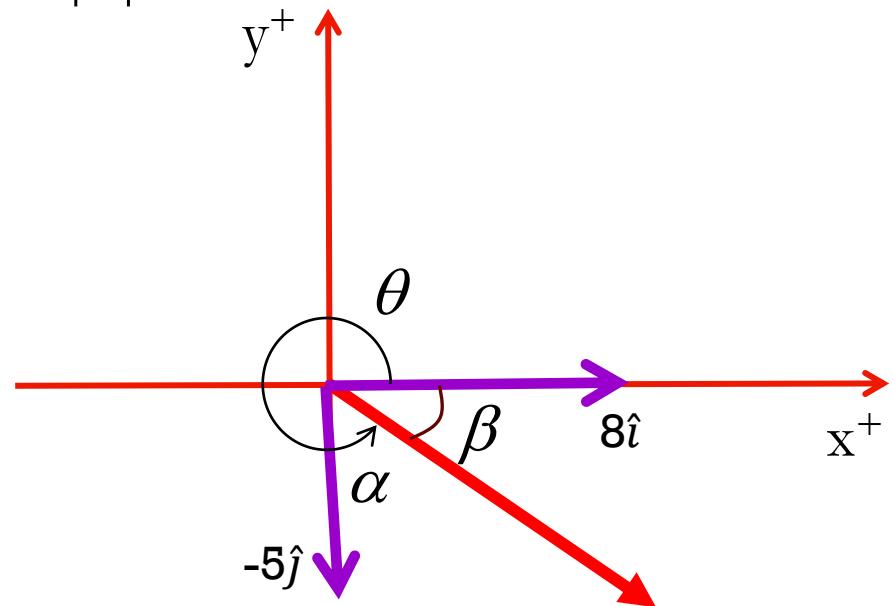
$$\vec{b} = (5,0 \hat{i} - 3,0 \hat{j}) m$$

$$\vec{c} = (-2,0 \hat{i} - 8,0 \hat{j}) m$$

Magnitud y dirección

$$\vec{R} = (8\hat{i} - 5\hat{j})m$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89}m \quad magnitud$$



$$\tan \beta = \frac{5}{8}$$

$$\beta = 32^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - \beta = 328^\circ$$

β

$$\theta = 270^\circ + \alpha = 328^\circ$$

Suma y resta por el método rectangular

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes x y las componentes y de dichos vectores.
- Sean los vectores A y B

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

- La adición y sustracción de los vectores A y B se obtiene con la fórmula:

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \hat{i} + (A_y \pm B_y) \hat{j} + (A_z \pm B_z) \hat{k}$$

- Ejemplo 1: Sean los siguientes vectores
 $\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$ Sumar los vectores A y B
 $\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$
- Solución:
 $\vec{A} + \vec{B} = (3 + 1)\hat{i} + (5 + 3)\hat{j} + (2 + 5)\hat{k}$

$$\boxed{\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}}$$
- Ejemplo 2: Sean los mismos vectores A y B (ejercicio anterior)
Restar: $\vec{A} - \vec{B}$
Solución:
 $\vec{A} - \vec{B} = (3 - 1)\hat{i} + (5 - 3)\hat{j} + (2 - 5)\hat{k}$

$$\boxed{\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}}$$
- Ejemplo 3: Nuevamente con los mismos vectores A y B
Restar: $\vec{B} - \vec{A}$
 $\vec{B} - \vec{A} = (1 - 3)\hat{i} + (3 - 5)\hat{j} + (5 - 2)\hat{k}$

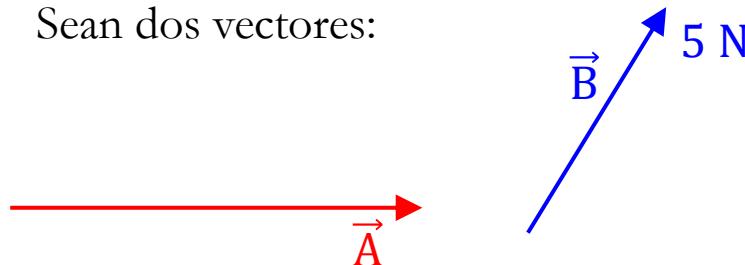
$$\boxed{\vec{B} - \vec{A} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}}$$

Método del paralelogramo

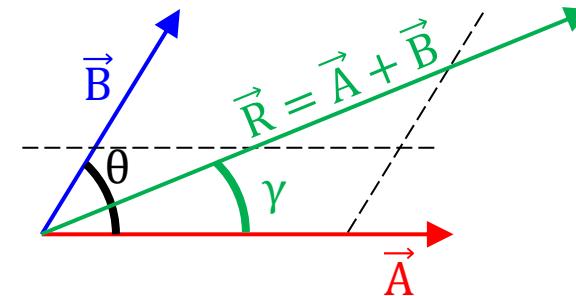
- **Método Gráfico (Método del Paralelogramo):**

Este método tiene la restricción de usarse solo para sumar dos vectores. Pero, si son más de dos los vectores a sumar, y queremos aplicar este método, entonces debemos empezar sumando dos vectores, el resultado sumarlo a un tercero y así hasta terminar el proceso.

- Sean dos vectores:



- Trazar paralelas a los vectores.
- **Trazar la diagonal que sale del origen común de los vectores y se dirige hacia la intersección de las paralelas trazadas.**



- Note que los vectores forman un ángulo θ .
 - El módulo de \vec{R} , se calcula usando la **Ley de los Cosenos**:
- $$|\vec{R}| = R = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$
- La dirección de \vec{R} se encuentra hallando γ , para esto de la **Ley de los Senos**, llegamos a:

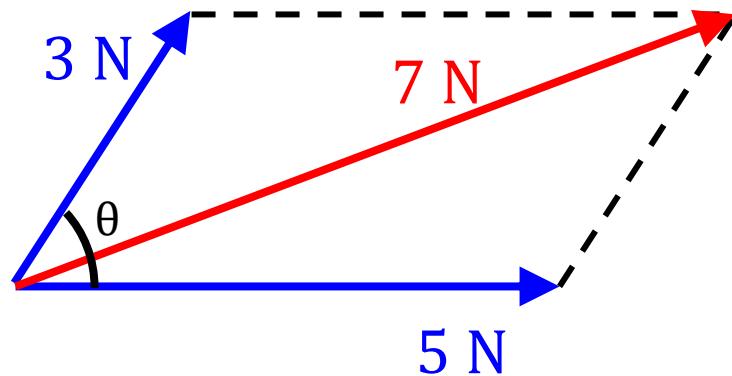
$$\gamma = \sin^{-1} \left(\frac{B}{R} \sin\theta \right)$$

- La suma de vectores es comutativa:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

Método del paralelogramo

¿Qué ángulo deben formar dos fuerzas de 3 N y 5 N, para que actúen sobre un cuerpo como una sola fuerza de 7 N?



$$\begin{aligned} 7^2 &= 9 + 25 + 30 \cos \theta \\ 49 - 9 - 25 &= 30 \cos \theta \\ 15 &= 30 \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{15}{30} \quad \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

- Solución:
 - Aplicando el método del paralelogramo

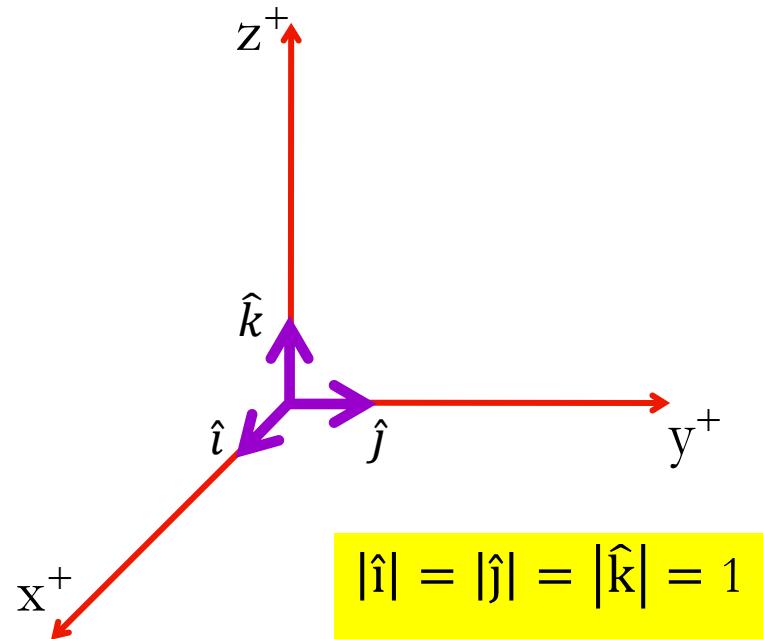
$$7 = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 + 2(3)(5)\cos\theta}$$

- Despejando θ

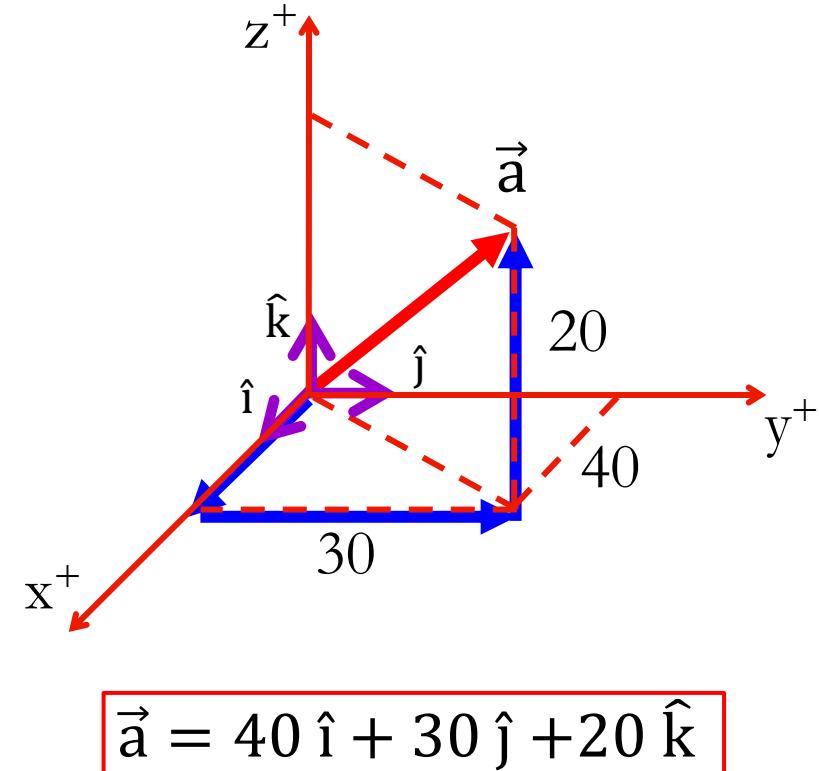
$$\boxed{\theta = 60^\circ}$$

Vectores unitarios en el espacio

- Para representar un vector en el espacio debemos usar sistema coordenado de tres dimensiones



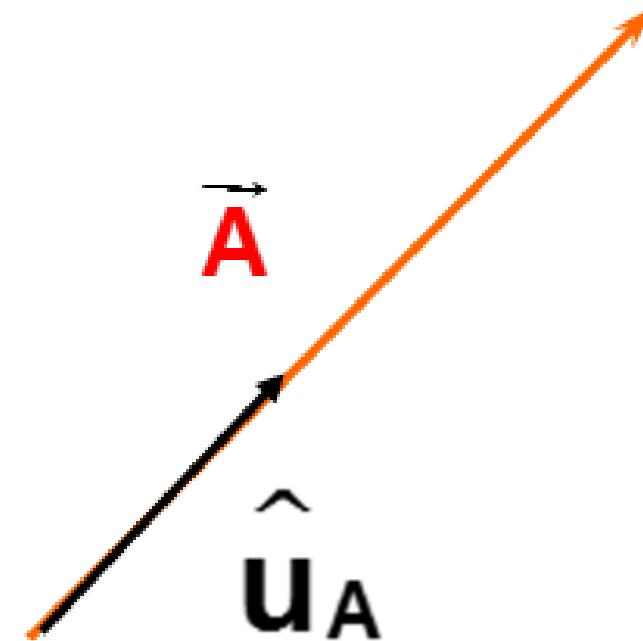
- Represente el siguiente vector en componentes rectangulares



Vector unitario

- Es un vector cuya magnitud es la unidad. Su única finalidad consiste en **direccionar**, es decir, describir una dirección en el espacio.

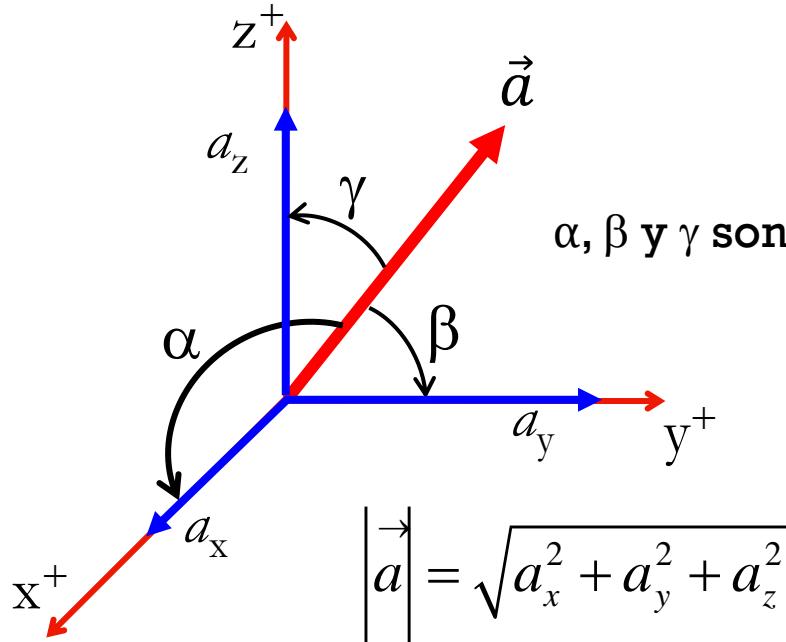
$$\hat{\mathbf{u}}_A = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\mathbf{A}|}$$



Dirección de un vector en el espacio

Ángulos directores: Cada uno de estos ángulos indica la dirección con respecto a cada eje cartesiano.

α : es el ángulo entre \vec{a} y el eje x^+
 β : es el ángulo entre \vec{a} y el eje y^+
 γ : es el ángulo entre \vec{a} y el eje z^+



Cosenos directores:

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\cos\beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\frac{a_x^2}{a^2} + \frac{a_y^2}{a^2} + \frac{a_z^2}{a^2} = \frac{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

$$\hat{u} = \frac{a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}}{|a|} = \frac{a_x}{|a|} \hat{i} + \frac{a_y}{|a|} \hat{j} + \frac{a_z}{|a|} \hat{k} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$

$$\hat{u} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$

Adición y resta en componentes rectangulares

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes x y las componentes y de dichos vectores
- Sean los vectores A y B

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

- La adición y sustracción de los vectores A y B se obtiene con la fórmula:

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \hat{i} + (A_y \pm B_y) \hat{j} + (A_z \pm B_z) \hat{k}$$

- Ejemplo 1: Sean los siguientes vectores

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

Sumar los vectores A y B

$$\vec{A} - \vec{B} = -(\vec{B} - \vec{A})$$

- Solución:

$$\vec{A} + \vec{B} = (3 + 1)\hat{i} + (5 + 3)\hat{j} + (2 + 5)\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}} \quad |A + B| = \sqrt{4^2 + 8^2 + 7^2} = \sqrt{129}$$

- Ejemplo 2: Sean los mismos vectores A y B (ejercicio anterior)

Restar: $\vec{A} - \vec{B}$

- Solución:

$$\vec{A} - \vec{B} = (3 - 1)\hat{i} + (5 - 3)\hat{j} + (2 - 5)\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}} \quad |A - B| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17}$$

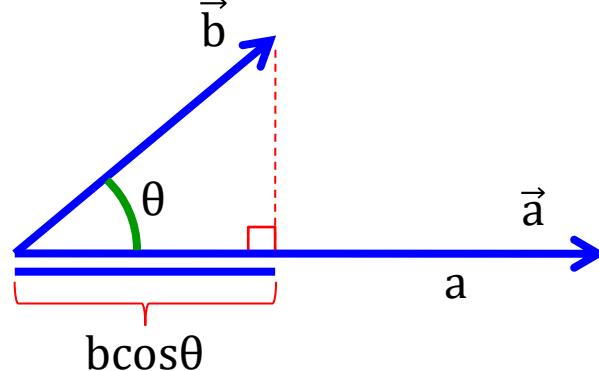
- Ejemplo 3: Nuevamente con los mismos vectores A y B

Restar: $\vec{B} - \vec{A}$

$$\vec{B} - \vec{A} = (1 - 3)\hat{i} + (3 - 5)\hat{j} + (5 - 2)\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B} - \vec{A} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}} \quad |B - A| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17}$$

Producto escalar



- **Definición:** Geométricamente es el producto del módulo del vector a por la proyección del vector b sobre el vector a :
$$(a)(bcos\theta) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$
- Esta definición se expresa así: $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\theta$
- Además, es útil para calcular el ángulo entre dos vectores:

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ab} \right]$$

- Otra forma de calcular el producto escalar entre dos vectores (en el plano):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

- En el espacio:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

- **Algunas propiedades:**
- El producto escalar es un número (**positivo o negativo**).
- Es 0 (cero) si los vectores son perpendiculares (forman 90°).
- Es máximo si los vectores forman 0° .
- Es mínimo (negativo) si los vectores forman 180° .
- Es comutativo: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

Producto escalar

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Hallar el producto escalar

- **Solución:**

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3)(1) + (4)(3) + (2)(-5) = 5$$

- Ejercicio 2: Hallar el ángulo entre los vectores A y B

- **Solución:**

$$A = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$$

$$B = \sqrt{(1)^2 + (3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{35}$$

- Luego, aplicando la fórmula:

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right]$$

- Obtenemos:

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{5}{(\sqrt{29})(\sqrt{35})} \right]$$

$$\theta \cong 80,97^\circ$$



<https://www.youtube.com/watch?v=U64XTDdP0kM>

Ejercicio

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Calcular el ángulo que forman los vectores

- **Solución:**

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2)(3) + (-3)(2) + (2)(-5) = -10$$

$$A = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{17}$$

$$B = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{38}$$

- Luego, aplicando la fórmula:

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right]$$

- Obtenemos:

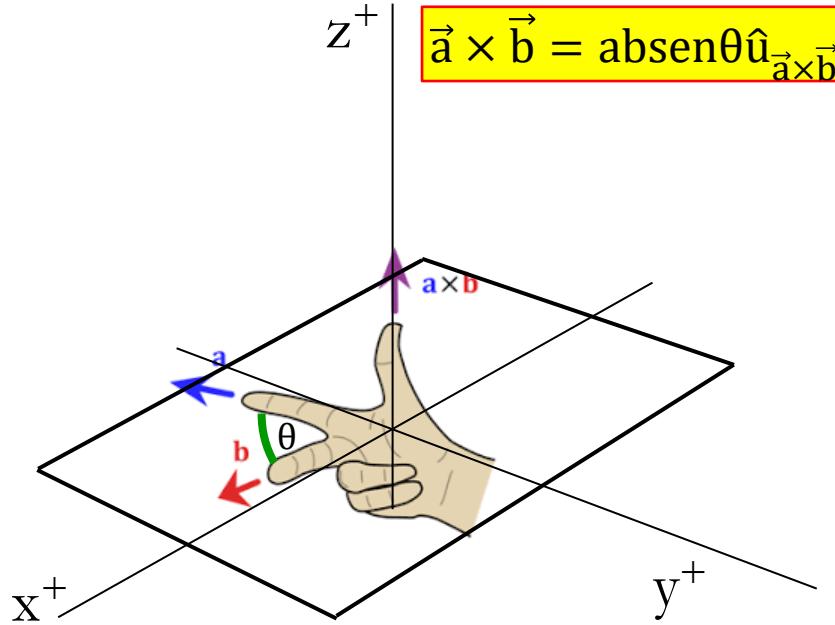
$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{-10}{(\sqrt{17})(\sqrt{38})} \right]$$

$$\theta \cong 113.17^\circ$$



Producto vectorial

- Regla de la mano derecha



- Si tenemos los vectores expresados rectangularmente, obtenemos:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

- Desarrollando:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \hat{k}$$



- Finalmente, usaremos esta fórmula:

$$\vec{a} \times \vec{b} = [(a_y)(b_z) - (a_z)(b_y)] \hat{i} - [(a_x)(b_z) - (a_z)(b_x)] \hat{j} + [(a_x)(b_y) - (a_y)(b_x)] \hat{k}$$

- No es conmutativo: $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$
- $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$
- El resultado de un producto vectorial siempre será un **vector**.
- Se utiliza para determinar el **área de un plano** formado por dos vectores.

Ejercicio

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = -4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \quad \vec{B} = 0\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Hallar el producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$

- **Solución:**

- Los expresamos en una matriz:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -4 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

- Desarrollamos:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [(1)(2) - (-1)(4)]\hat{i} - [(-4)(2) - (-1)(0)]\hat{j} + [(-4)(4) - (1)(0)]\hat{k}$$

- Finalmente obtenemos la respuesta:

$$\vec{A} \times \vec{B} = 6\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}$$

- Ejercicio 2: Hallar el producto vectorial $\vec{B} \times \vec{A}$

$$\vec{B} \times \vec{A} = -6\hat{i} - 8\hat{j} + 16\hat{k}$$

- Ejercicio 3: Hallar la el área del plano determinado por \vec{A} y \vec{B}

$$\text{Área}_{\vec{A} \times \vec{B}} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(6)^2 + (8)^2 + (-16)^2} = \sqrt{356} = 2\sqrt{89} \cong 18,87$$

- Ejercicio 4: Hallar los ángulos directores del vector $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{6}{2\sqrt{89}}\right) \cong 71,46^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{8}{2\sqrt{89}}\right) \cong 64,91^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-16}{2\sqrt{89}}\right) \cong 147,99^\circ$$

Producto vectorial

- Sean los siguientes vectores:
 $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ $\vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$
- Ejercicio 1: Hallar:
- El producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$
- En ángulo que forman los vectores
- Al área del paralelogramo que forman los vectores
- Los ángulos directores de $\vec{A} \times \vec{B}$
- **Solución:**

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [(2)(3) - (-2)(-4)]\hat{i} - [(3)(3) - (2)(-4)]\hat{j} + [(3)(-2) - (2)(2)]\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [-2]\hat{i} - [17]\hat{j} + [-10]\hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3)(2) + (2)(-2) + (-4)(3) = -10$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{29} \quad |\vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{17}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{-10}{\sqrt{29}\sqrt{17}}\right) = 116.8^\circ$$

$$\text{área} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 17^2 + 10^2} = \sqrt{393}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{393}}\right) \cong 95.8^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-17}{\sqrt{393}}\right) \cong 149^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-10}{\sqrt{393}}\right) \cong 120.3^\circ$$

APLIQUEMOS LO
APRENDIDO



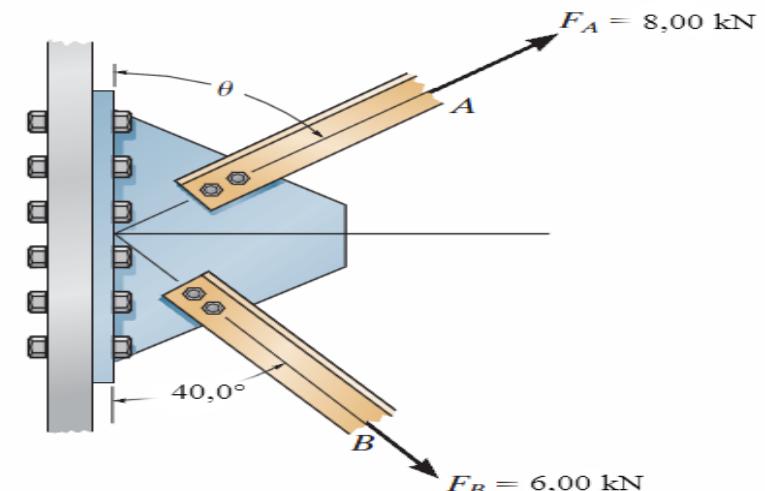
Organizados en equipos,
desarrollan los siguientes
problemas:

PROBLEMA 1

Si $\theta = 60,0^\circ$, ¿Cuál es la fuerza resultante que las vigas A y B ejercen sobre el soporte? Y calcule la dirección de la fuerza resultante



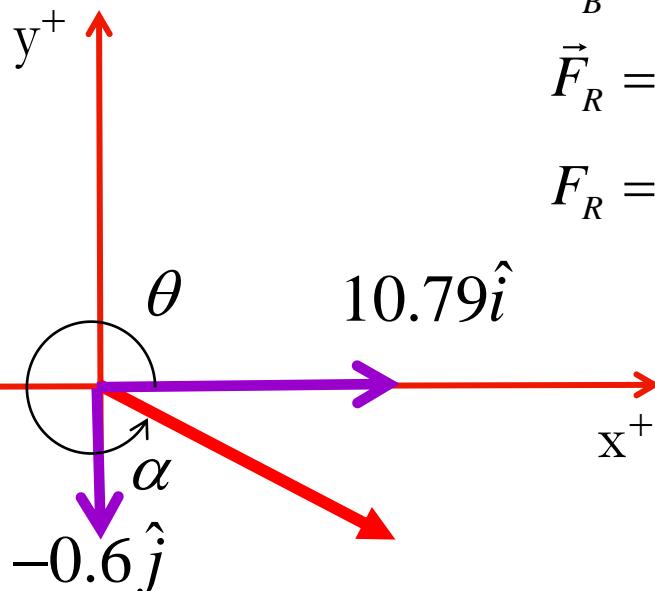
<https://www.teamleader.es/blog/automatizacion-y-trabajo-en-equipo>



APLIQUEMOS LO APRENDIDO

PROBLEMA 1

Si $\theta = 60,0^\circ$, ¿Cuál es la fuerza resultante que las vigas A y B ejercen sobre el soporte? Y calcule la dirección de la fuerza resultante

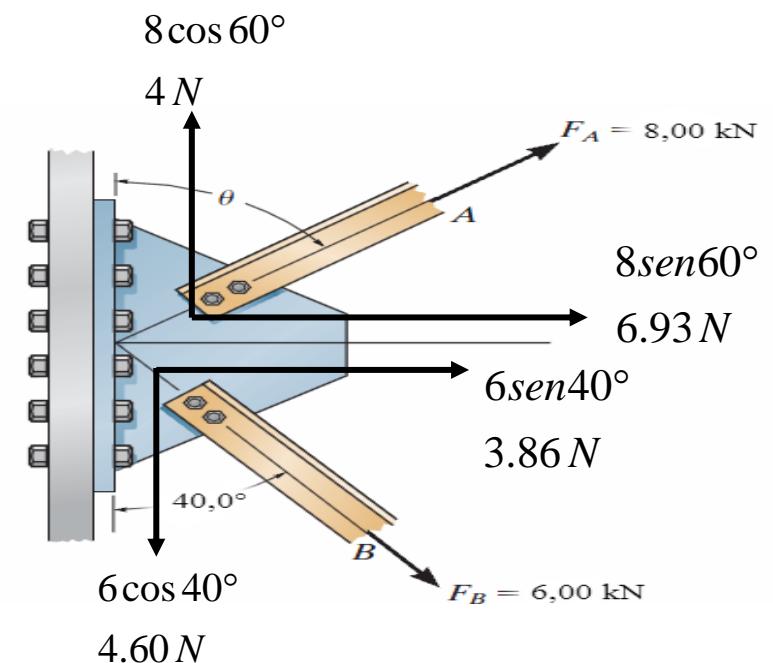


$$\vec{F}_A = 6.93 \hat{i} + 4 \hat{j}$$

$$\vec{F}_B = 3.86 \hat{i} - 4.6 \hat{j}$$

$$\vec{F}_R = 10.79 \hat{i} - 0.6 \hat{j}$$

$$F_R = \sqrt{10.79^2 + 0.6^2} = 10.81 \text{ kN}$$



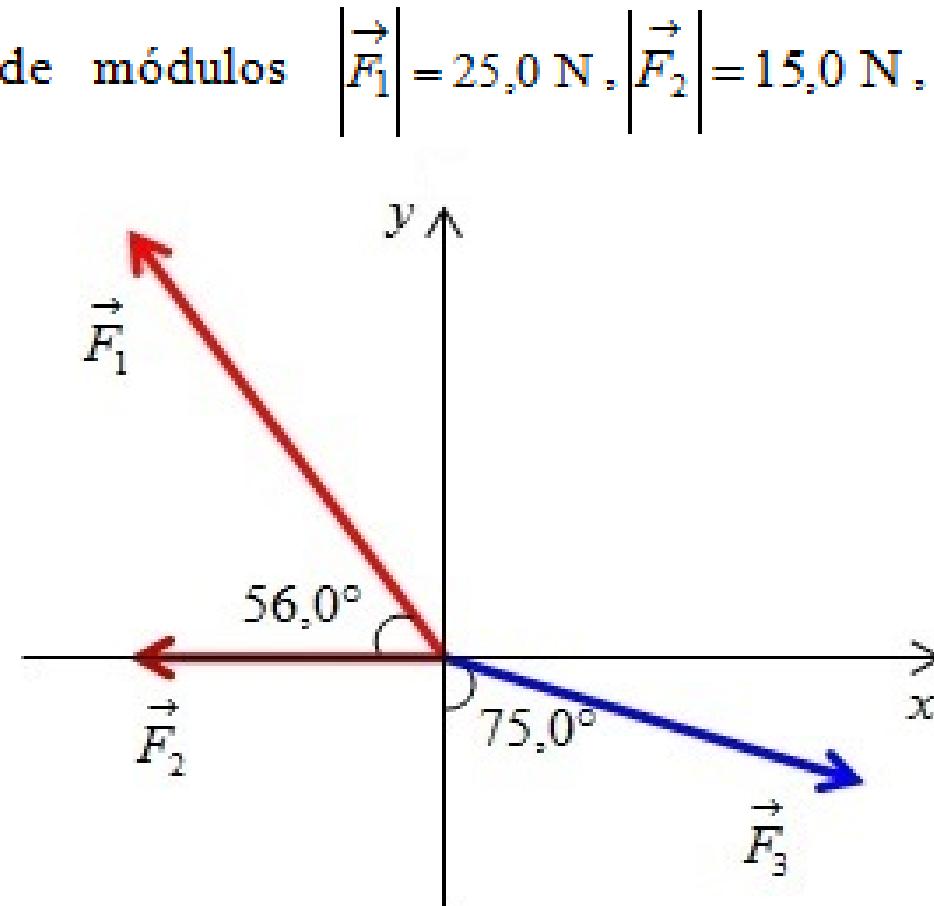
$$\alpha = \arctg \left(\frac{10.79}{0.6} \right) = 86.82^\circ$$

$$\theta = 270^\circ + \alpha = 270^\circ + 86.82^\circ = 356.82^\circ$$

En la figura se muestran tres vectores, de módulos $|\vec{F}_1| = 25,0 \text{ N}$, $|\vec{F}_2| = 15,0 \text{ N}$, $|\vec{F}_3| = 20,0 \text{ N}$

Determine lo siguiente:

- Los vectores \vec{F}_1 , \vec{F}_2 y \vec{F}_3 utilizando los vectores unitarios,
- El vector $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ utilizando los vectores unitarios,
- El módulo del vector $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$,
- La dirección del vector $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

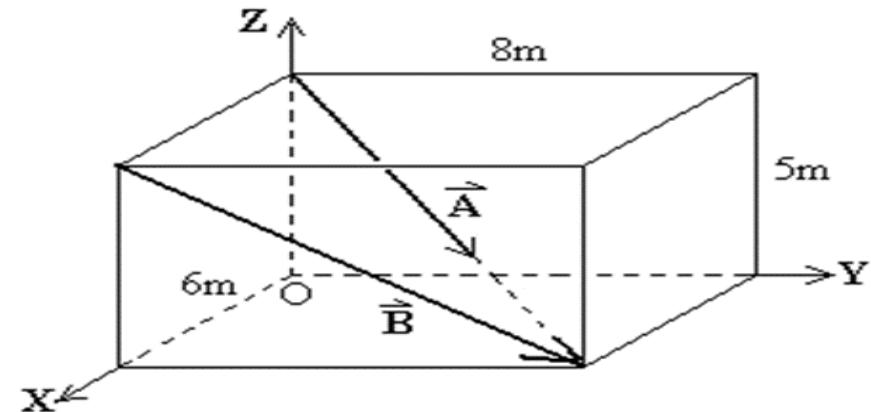


PROBLEMA

Organizados en equipos,
desarrollan los ejercicios
propuestos.

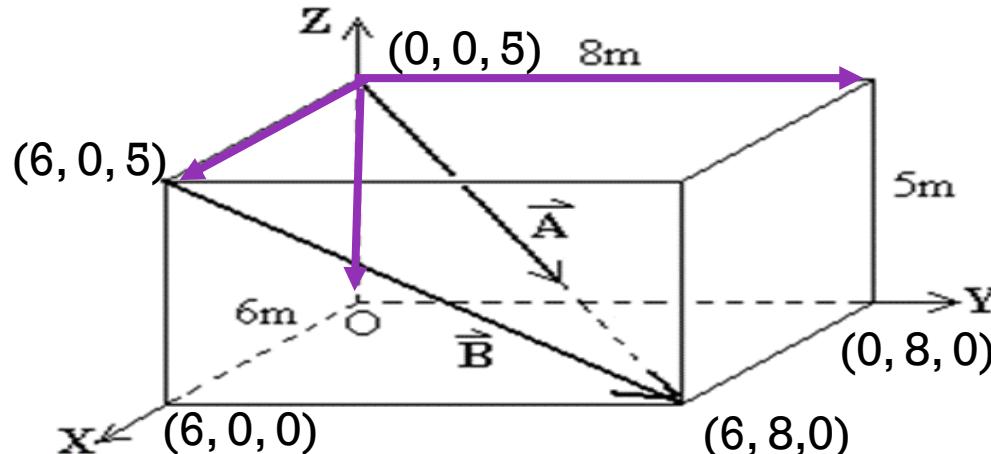


En la figura se muestra el vector \vec{A} cuyo modulo es 50N y que sigue la dirección de la diagonal mostrada. Halle:



- Un vector unitario en la dirección del vector \vec{A}
- Exprese el vector \vec{A} en componentes rectangulares.
- El ángulo que forma el vector \vec{A} con el vector \vec{B} .
- El vector $\vec{A} \times \vec{B}$.

En la figura se muestra el vector \vec{A} cuyo modulo es 50N y que sigue la dirección de la diagonal mostrada. Halle:



- a) Un vector unitario en la dirección del vector \vec{A}
- b) Exprese el vector \vec{A} en componentes rectangulares.
- c) El ángulo que forma el vector \vec{A} con el vector \vec{B} .
- d) El vector $\vec{A} \times \vec{B}$.

$$a) \hat{\mu}_{\vec{A}} = \frac{(6-0)i + (8-0)j + (0-5)k}{\sqrt{6^2 + 8^2 + (-5)^2}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}}$$

$$a) \hat{\mu}_{\vec{A}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{6^2 + 8^2 + (-5)^2}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}}$$

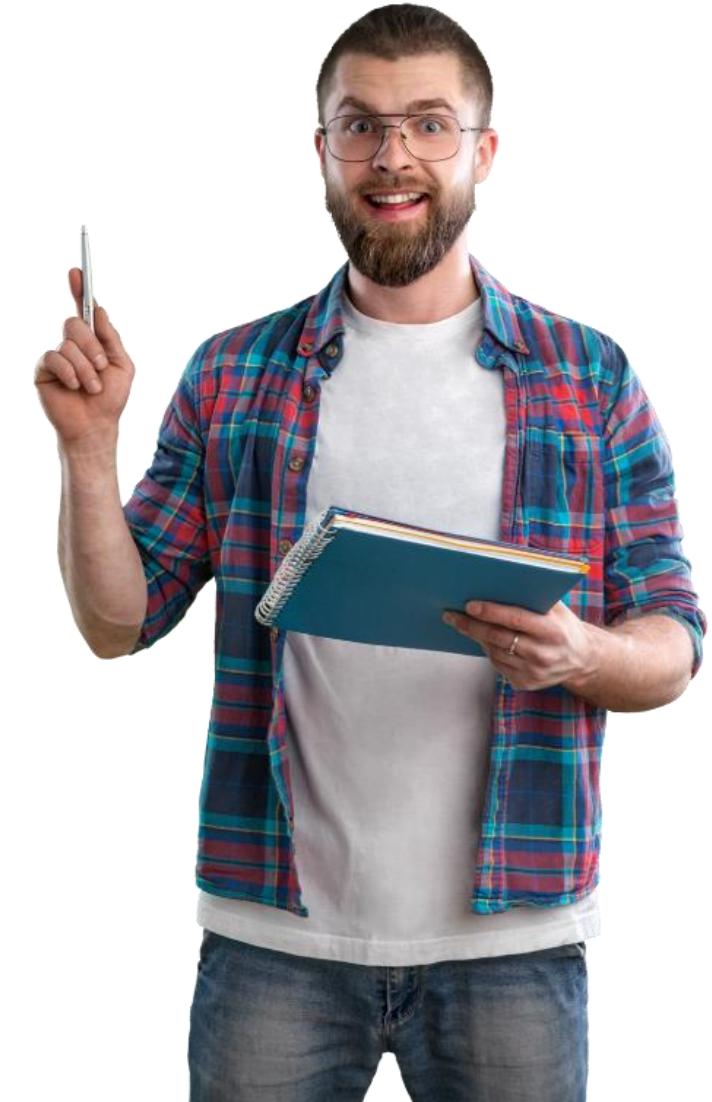
$$b) \vec{A} = |\vec{A}| \hat{\mu}_{\vec{A}} = 50 \left(\frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}} \right)$$

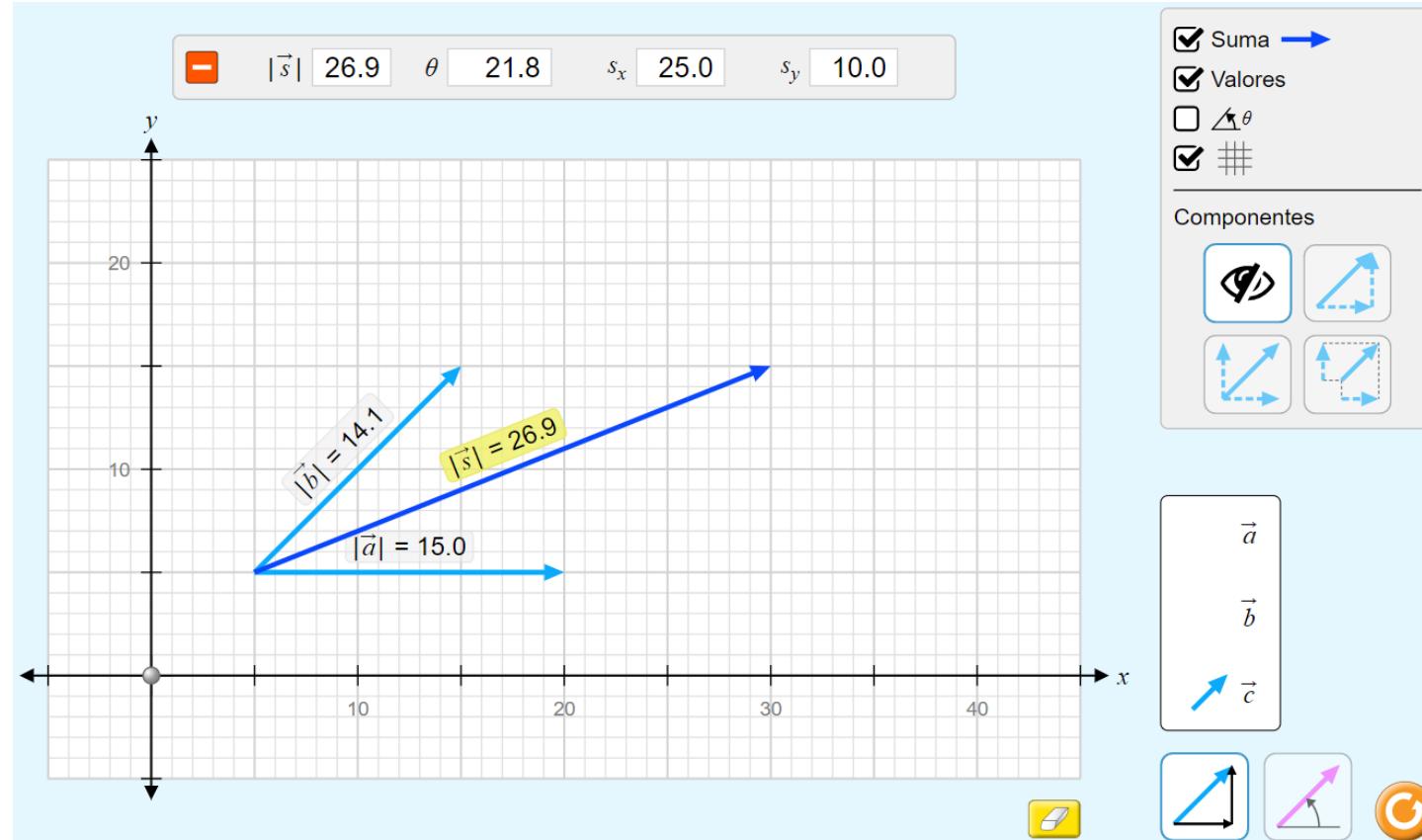
$$\vec{A} = (26.8i + 35.8j - 22.4k)$$

$$\vec{B} = (8j - 5k)$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{398.4}{50\sqrt{89}} \right) = 32.4^\circ$$

INTEGRÉMOS LO
APRENDIDO





Entre a la
siguiente página
de internet (PHET:
Simulador de
física)

https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_en.html

Ejercicio: Halle la suma de los vectores a y b



- El vector es un ente matemático que sirve para representar las magnitudes físicas vectoriales
- Todo vector en 2 D se puede expresar en función de los vectores unitarios \mathbf{i} - \mathbf{j} .
- Podemos relacionar magnitudes vectoriales a través de la suma utilizando el método de descomposición vectorial.
- El método del paralelogramo tiene la restricción de usarse solo para sumar dos vectores.
- El método del polígono es un método geométrico.



- Para determinar un vector en tres dimensiones necesitamos usar los vectores unitarios i j k .
- Todo vector puede quedar determinado como el producto de su módulo por su vector unitario.
- La dirección de un vector en tres dimensiones quedan determinado por los ángulos directores.
- Existen dos productos de vectores: El producto escalar y el producto vectorial.
- Dos vectores perpendiculares su producto escalar es cero.
- El producto vectorial es perpendicular a los vectores que están multiplicando y su dirección se determina por la regla de la mano derecha.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Sear W., Zemansky M., Young, H., y Freedman, R. A. (2009). *Física universitaria*.

Serway, R. A. y Jewett, J. W. (2008). FÍSICA: Para ciencias e ingeniería.

Serway, R. A. y Vuille, C. (2015). *Fundamentos de física*.



UNIVERSIDAD
CIENTÍFICA
DEL SUR