

# VECTORES

## FÍSICA I PARA INGENIERÍA – SEMANA 1

Carrera de Ingeniería

# REFLEXIÓN DESDE LA EXPERIENCIA





**Observamos el siguiente video:** <https://www.youtube.com/watch?v=uyyhtJrD7KQ>

¿Qué debería hacer Luis para darle al blanco en los tres casos?



[https://www.nicepng.com/ourpic/u2w7a9r5e6t4o0w7\\_tiro-arco-y-flecha-en-blanco-libres-de/](https://www.nicepng.com/ourpic/u2w7a9r5e6t4o0w7_tiro-arco-y-flecha-en-blanco-libres-de/)



## Observamos el video

<https://www.youtube.com/watch?v=CR8cO554H4U>

Se requiere buscar la ubicación de un Objeto volador no identificado (OVNI) que merodea por el planeta Tierra.

¿Cómo podemos ubicarlo?

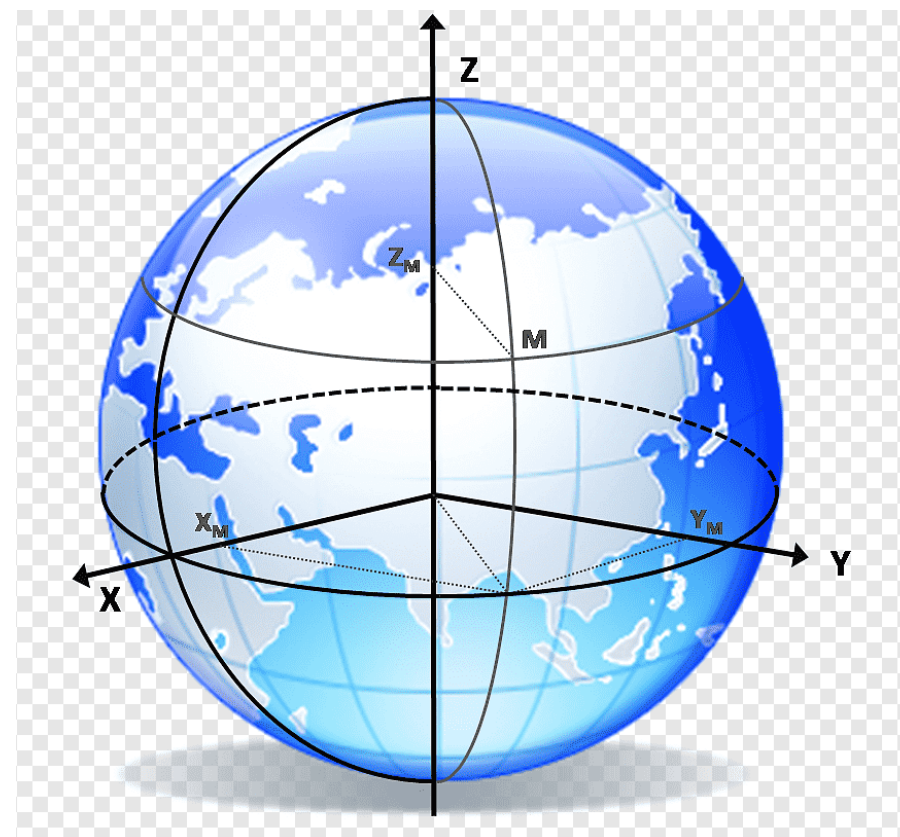
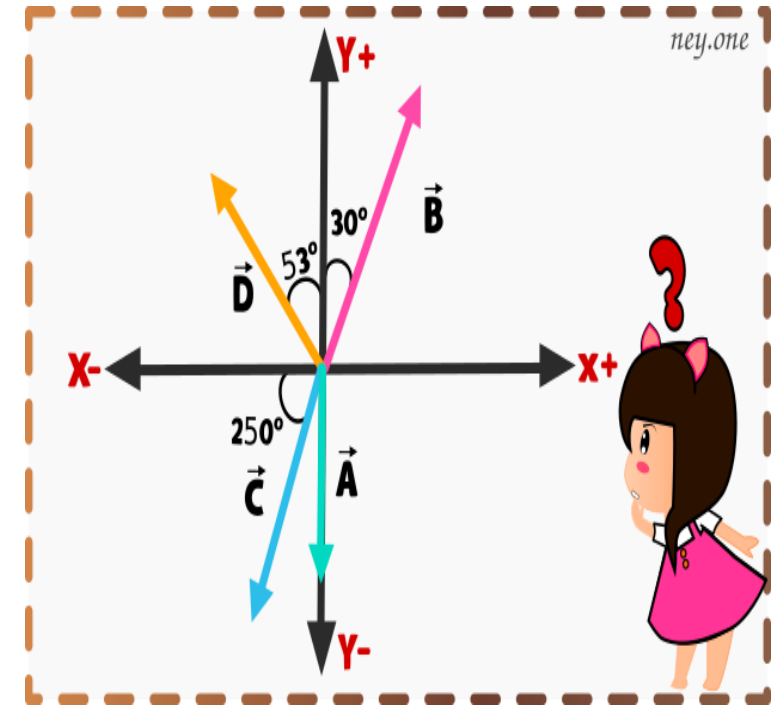


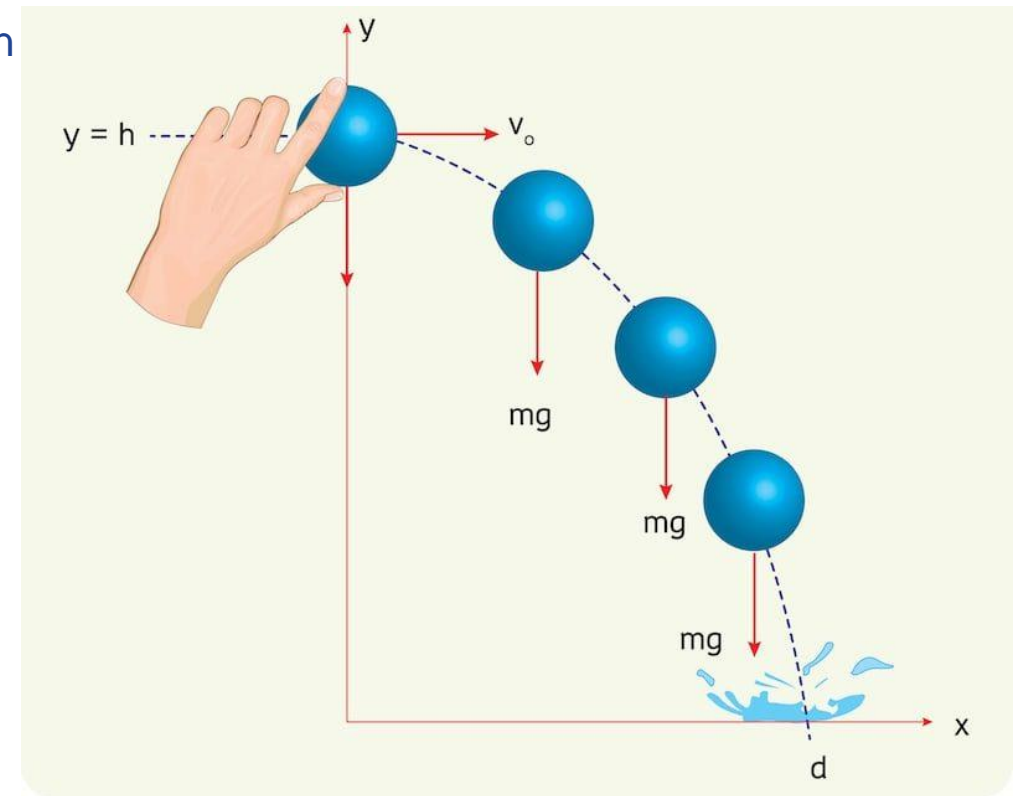
Imagen sacada de: <https://holatelcel.com/entretenimiento/frases-iron-man-tony-stark/>

Al finalizar la sesión de aprendizaje, el estudiante identifica un vector, las operaciones de suma y diferencia de vectores en dos y tres dimensiones para resolver problemas en contexto.



## CONTENIDOS DE LA SESIÓN

- Vector: Definición, elementos de un vector y representación vectores
- Suma de vectores
- Vector resultante, módulo y de dirección
- Método de descomposición vectorial.
- Método del paralelogramo
- Método del polígono
- Vector unitario
- Ángulos y cosenos directores
- Producto escalar
- Producto vectorial



<https://concepto.de/wp-content/uploads/2020/01/vectores-gravedad-fisica-e1578407281978.jpg>

# DESARROLLO DEL TEMA



### Vector

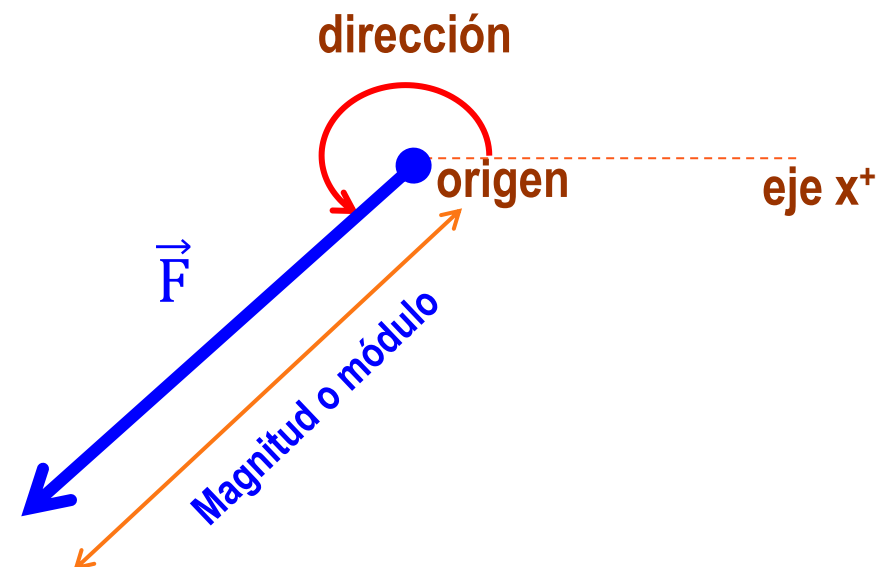
- Es un ente matemático que sirve para representar las magnitudes vectoriales. Los cuales geoméricamente son **líneas orientadas** (flechas).
- La longitud de la flecha indica el valor de la magnitud física y su orientación es su dirección.

### Características de un vector

Todo vector tiene las siguientes características:

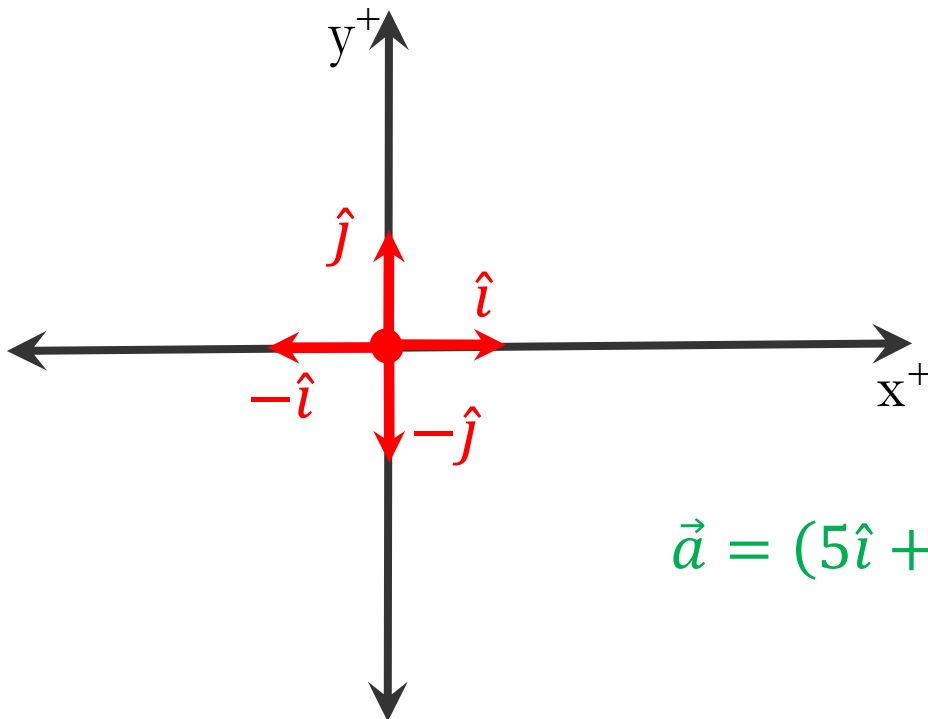
- **Origen** o punto de aplicación.
- **Dirección del vector (en el plano)**, el ángulo obtenido a partir del eje horizontal positivo y el vector, medido en forma antihoraria.
- **Módulo o magnitud del vector**, es la longitud del vector.

- $\vec{F}$ ,  $\vec{f}$ , **F**, o **f** (en **negrita**) representa al **vector** (se pueden usar letras mayúsculas o minúsculas)
- $|\vec{F}|$ ,  $|\vec{f}|$  o simplemente **F**, **f** representa la **magnitud o módulo del vector**.



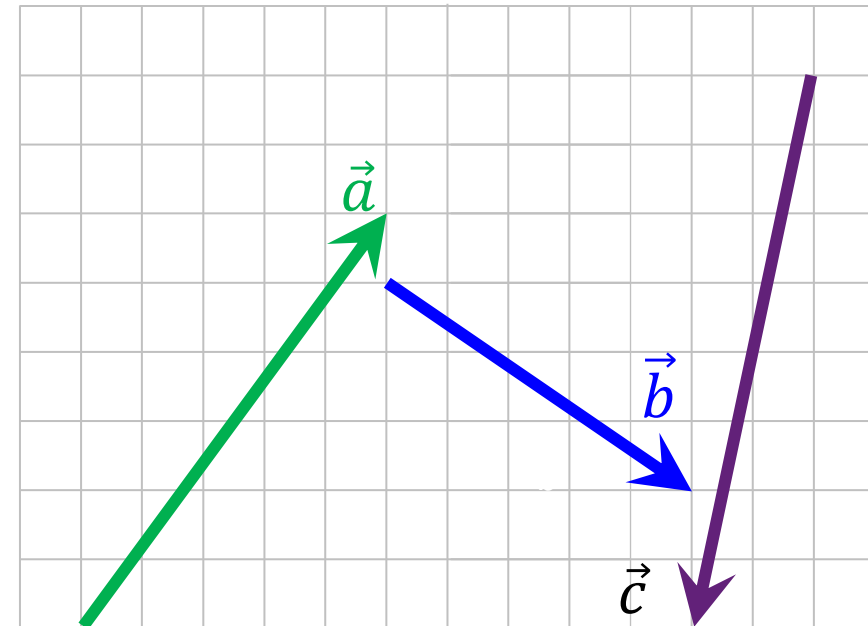
## Vectores unitarios en los ejes cartesianos

- Un vector unitario es un vector con magnitud 1, no tiene unidades y su único fin es especificar una dirección.
- En un sistema de coordenadas  $x$ - $y$  el vector unitario  $\hat{i}$  tiene la dirección del eje  $+x$  (horizontal) y el vector  $\hat{j}$  la dirección  $+y$  (vertical)



$$\vec{a} = (5\hat{i} + 6\hat{j})\text{m}$$

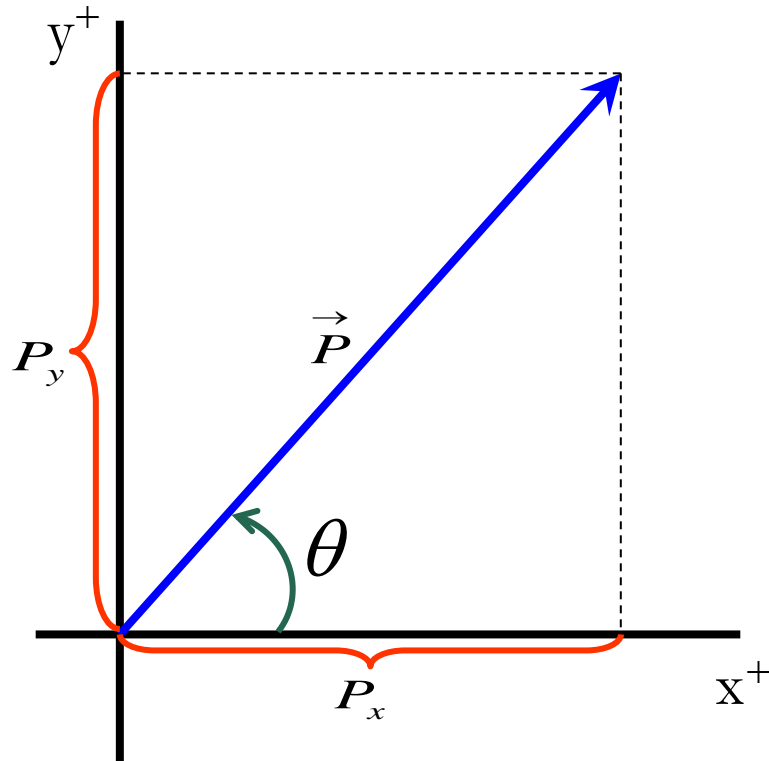
- Utilice los vectores unitarios para expresar los vectores mostrados (considere como unidad el metro)



$$\vec{b} = (5\hat{i} - 3\hat{j})\text{m}$$

$$\vec{c} = (-2\hat{i} - 8\hat{j})\text{m}$$

## Módulo y dirección de un vector



- El módulo del vector  $P$  se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

- La dirección del vector  $P$  se puede calcular mediante la siguiente relación:

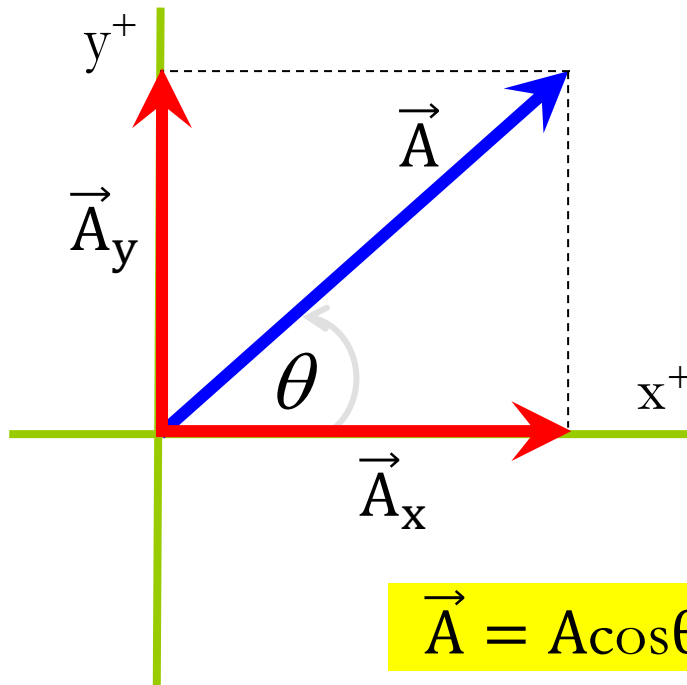
$$\theta = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

- En la calculadora:

$$\arctan(\quad) = \tan^{-1}(\quad)$$

## Descomposición rectangular de un vector

- El vector  $\vec{A}$  puede representarse como la suma de dos vectores que se encuentran sobre los ejes  $x$  e  $y$  respectivamente.



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

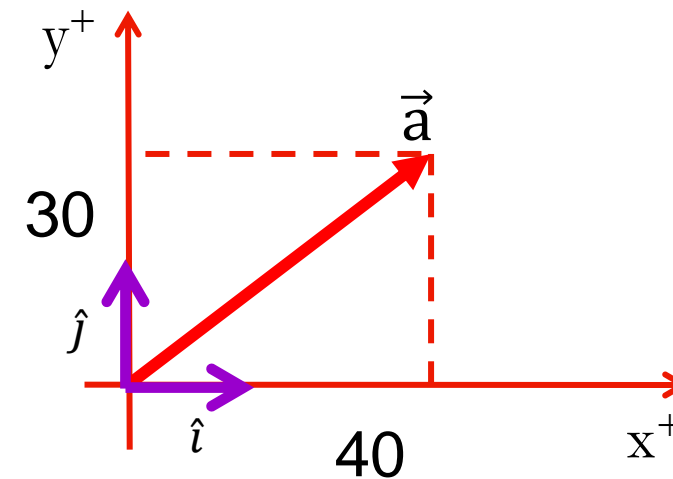
$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

$$\vec{A} = A \cos \theta \hat{i} + A \sin \theta \hat{j}$$

- Represente el siguiente vector en componentes rectangulares



$$\vec{a} = 40 \hat{i} + 30 \hat{j}$$

## Suma de vectores

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes  $x$  y las componentes  $y$  de dichos vectores.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \quad \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} \quad \vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j}$$

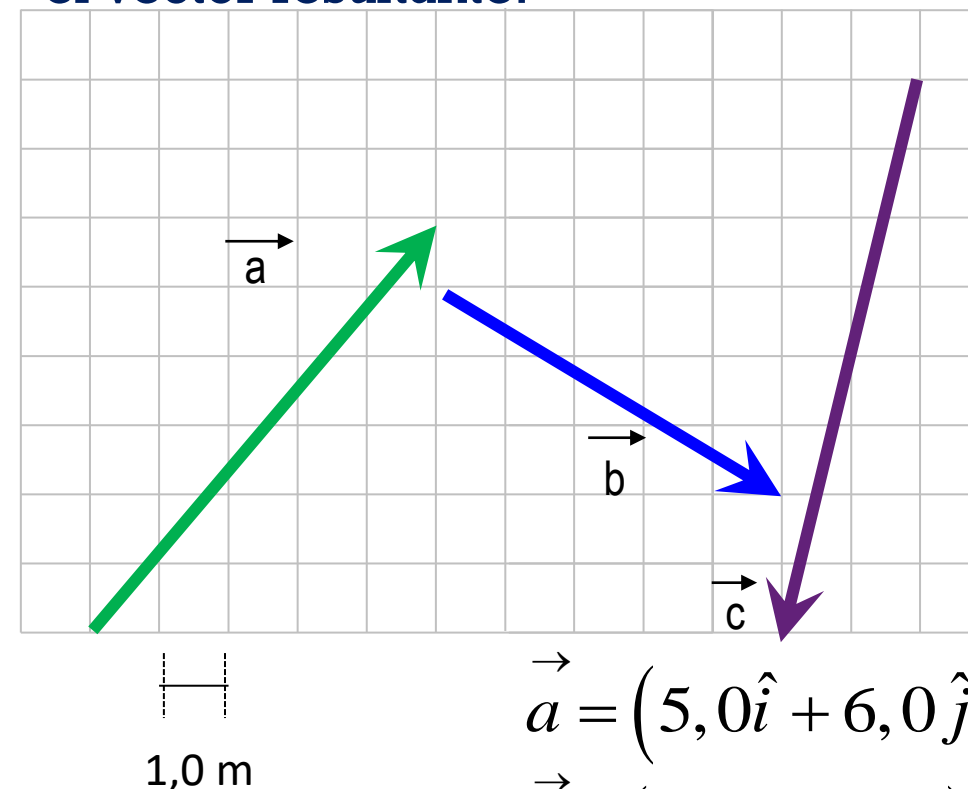
$$\vec{R} = (A_x + B_x + C_x) \hat{i} + (A_y + B_y + C_y) \hat{j}$$

$$\vec{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\begin{aligned} \vec{R} &= (5 + 5 - 2) \hat{i} + (6 - 3 - 8) \hat{j} m \\ \vec{R} &= (8 \hat{i} - 5 \hat{j}) m \end{aligned}$$

- Utilice los vectores unitarios para calcular el vector resultante:



$$\vec{a} = (5,0 \hat{i} + 6,0 \hat{j}) m$$

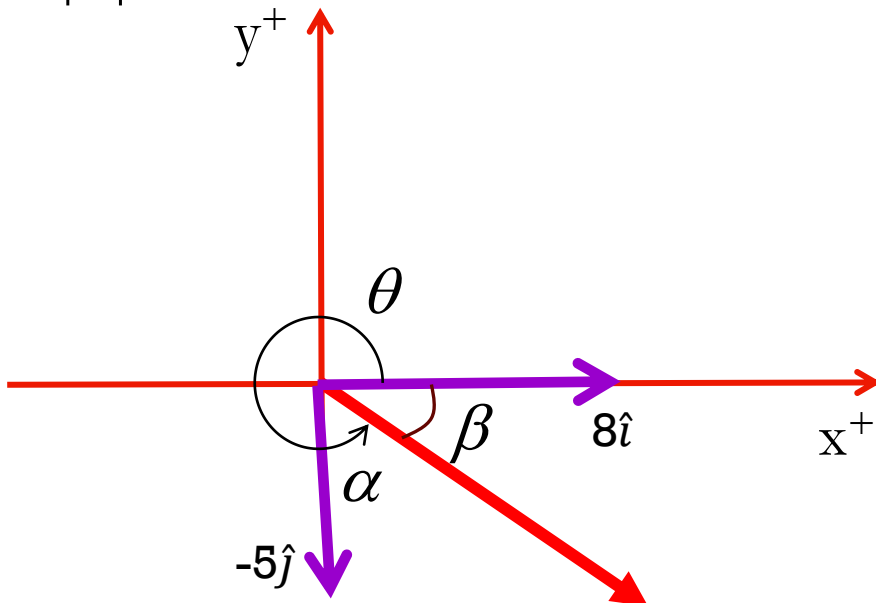
$$\vec{b} = (5,0 \hat{i} - 3,0 \hat{j}) m$$

$$\vec{c} = (-2,0 \hat{i} - 8,0 \hat{j}) m$$

## Magnitud y dirección

$$\vec{R} = (8\hat{i} - 5\hat{j})m$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{8^2 + 5^2} = \sqrt{89}m \quad \text{magnitud}$$



$$\tan \beta = \frac{5}{8}$$

$$\beta = 32^\circ$$

$$\theta = 360^\circ - \beta = 328^\circ$$

$\beta$

$$\theta = 270^\circ + \alpha = 328^\circ$$

## Suma y resta por el método rectangular

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes  $x$  y las componentes  $y$  de dichos vectores.

- Sean los vectores A y B

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

- La adición y sustracción de los vectores A y B se obtiene con la fórmula:

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x)\hat{i} + (A_y \pm B_y)\hat{j} + (A_z \pm B_z)\hat{k}$$

- Ejemplo 1: Sean los siguientes vectores

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

Sumar los vectores A y B

$$\vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

- Solución:

$$\vec{A} + \vec{B} = (3 + 1)\hat{i} + (5 + 3)\hat{j} + (2 + 5)\hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k}$$

- Ejemplo 2: Sean los mismos vectores A y B (ejercicio anterior)

$$\text{Restar: } \vec{A} - \vec{B}$$

- Solución:

$$\vec{A} - \vec{B} = (3 - 1)\hat{i} + (5 - 3)\hat{j} + (2 - 5)\hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$$

- Ejemplo 3: Nuevamente con los mismos vectores A y B

$$\text{Restar: } \vec{B} - \vec{A}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = (1 - 3)\hat{i} + (3 - 5)\hat{j} + (5 - 2)\hat{k}$$

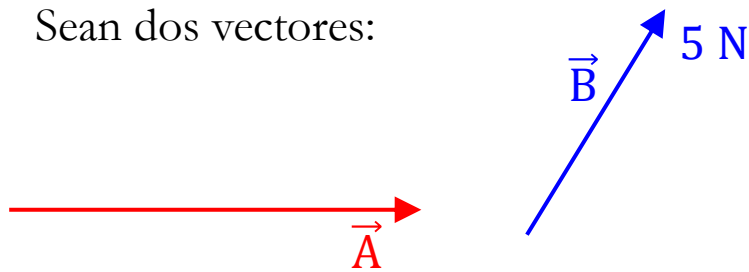
$$\vec{B} - \vec{A} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

## Método del paralelogramo

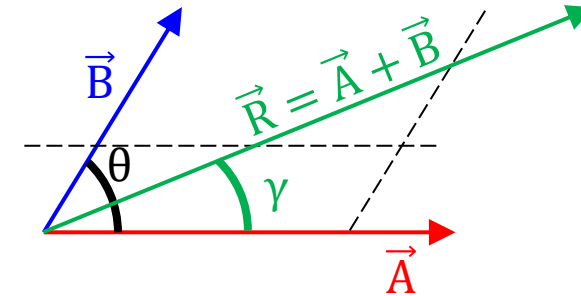
### • Método Gráfico (Método del Paralelogramo):

Este método tiene la restricción de usarse solo para sumar dos vectores. Pero, si son más de dos los vectores a sumar, y queremos aplicar este método, entonces debemos empezar sumando dos vectores, el resultado sumarlo a un tercero y así hasta terminar el proceso.

- Sean dos vectores:



- Trazar paralelas a los vectores.
- Trazar la diagonal que sale del origen común de los vectores y se dirige hacia la intersección de las paralelas trazadas.



- Note que los vectores forman un ángulo  $\theta$ .
- El módulo de  $\vec{R}$ , se calcula usando la **Ley de los Cosenos**:

$$|\vec{R}| = R = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

- La dirección de  $\vec{R}$  se encuentra hallando  $\gamma$ , para esto de la **Ley de los Senos**, llegamos a:

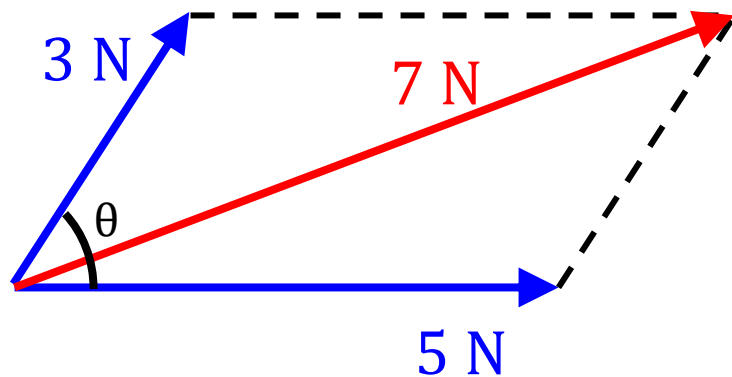
$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{B}{R}\sin\theta\right)$$

- La suma de vectores es conmutativa:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

## Método del paralelogramo

¿Qué ángulo deben formar dos fuerzas de 3 N y 5 N, para que actúen sobre un cuerpo como una sola fuerza de 7 N?



$$\begin{aligned}7^2 &= 9 + 25 + 30 \cos \theta \\49 - 9 - 25 &= 30 \cos \theta \\15 &= 30 \cos \theta \\\cos \theta &= \frac{15}{30} \quad \theta = 60^\circ\end{aligned}$$

- Solución:
- Aplicando el método del paralelogramo

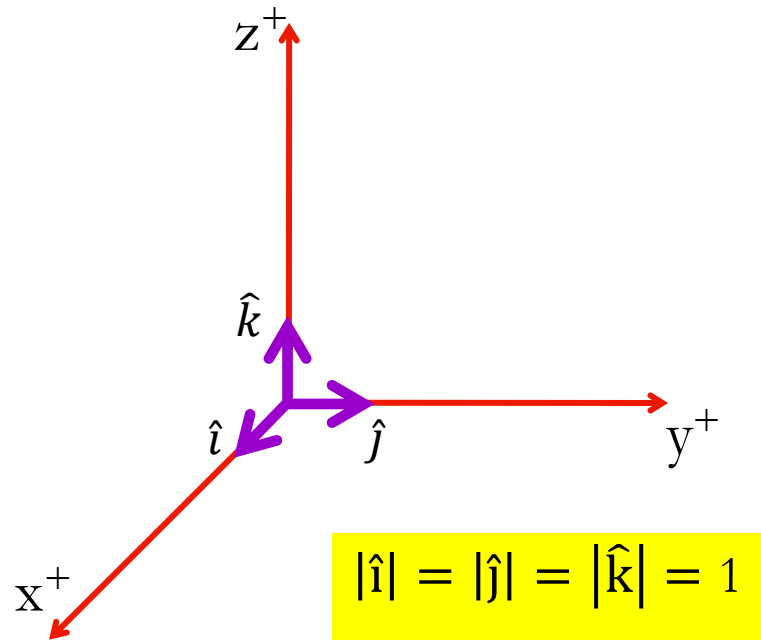
$$7 = \sqrt{(3)^2 + (5)^2 + 2(3)(5)\cos\theta}$$

- Despejando  $\theta$

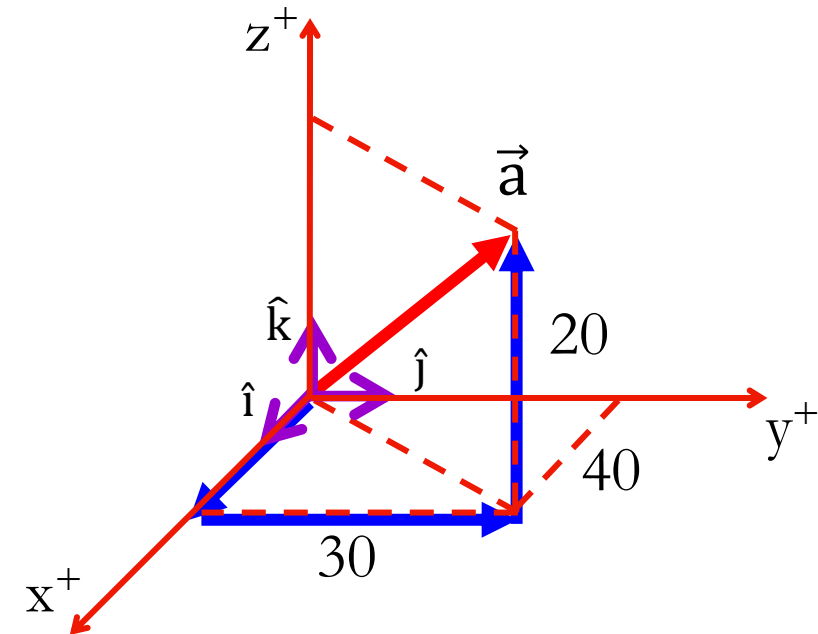
$$\theta = 60^\circ$$

## Vectores unitarios en el espacio

- Para representar un vector en el espacio debemos usar sistema coordenado de tres dimensiones



- Represente el siguiente vector en componentes rectangulares

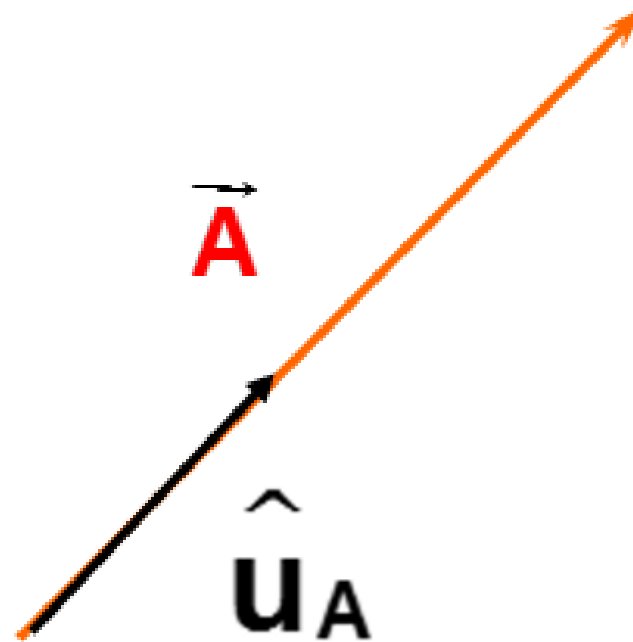


$$\vec{a} = 40 \hat{i} + 30 \hat{j} + 20 \hat{k}$$

## Vector unitario

- Es un vector cuya magnitud es la unidad. Su única finalidad consiste en **direccional**, es decir, describir una dirección en el espacio.

$$\hat{\mathbf{u}}_A = \frac{\vec{\mathbf{A}}}{|\mathbf{A}|}$$



# Dirección de un vector en el espacio

**Ángulos directores:** Cada uno de estos ángulos indica la dirección con respecto a cada eje cartesiano.

$\alpha$  : es el ángulo entre  $\vec{a}$  y el eje  $x^+$   
 $\beta$  : es el ángulo entre  $\vec{a}$  y el eje  $y^+$   
 $\gamma$  : es el ángulo entre  $\vec{a}$  y el eje  $z^+$

**Cosenos directores:**

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

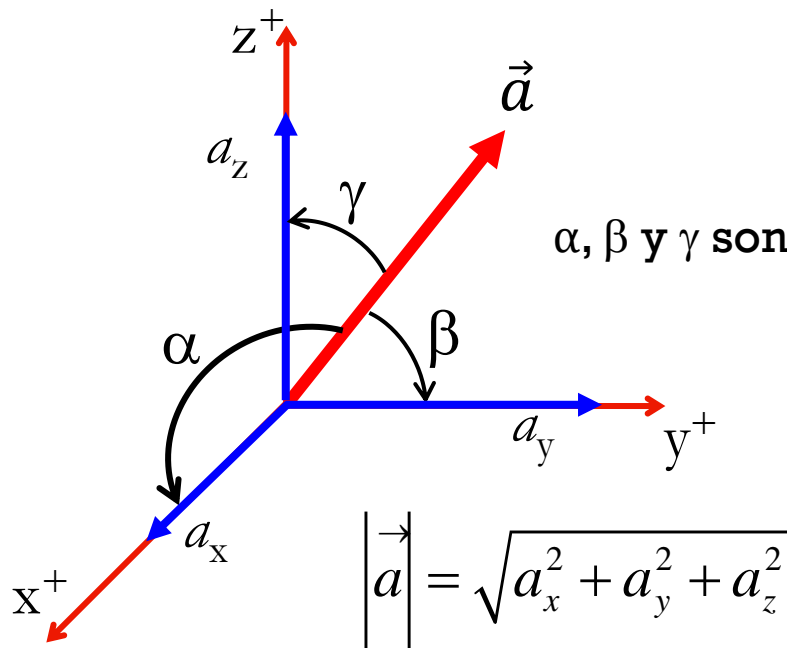
$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\frac{a_x^2}{a^2} + \frac{a_y^2}{a^2} + \frac{a_z^2}{a^2} = \frac{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

$$\hat{u} = \frac{a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{|\vec{a}|} \hat{i} + \frac{a_y}{|\vec{a}|} \hat{j} + \frac{a_z}{|\vec{a}|} \hat{k} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$

$$\hat{u} = \cos \alpha \hat{i} + \cos \beta \hat{j} + \cos \gamma \hat{k}$$



## Adición y resta en componentes rectangulares

- Para sumar dos o más vectores mediante el método de las componentes, debe escribir cada uno de los vectores a través de sus componentes y luego sumar independientemente las componentes  $x$  y las componentes  $y$  de dichos vectores

- Sean los vectores A y B

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

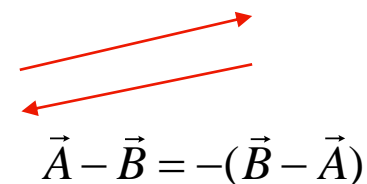
- La adición y sustracción de los vectores A y B se obtiene con la fórmula:

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x)\hat{i} + (A_y \pm B_y)\hat{j} + (A_z \pm B_z)\hat{k}$$

- Ejemplo 1: Sean los siguientes vectores

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$$

Sumar los vectores A y B



$$\vec{A} - \vec{B} = -(\vec{B} - \vec{A})$$

- Solución:

$$\vec{A} + \vec{B} = (3 + 1)\hat{i} + (5 + 3)\hat{j} + (2 + 5)\hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + 8\hat{j} + 7\hat{k} \quad |A + B| = \sqrt{4^2 + 8^2 + 7^2} = \sqrt{129}$$

- Ejemplo 2: Sean los mismos vectores A y B (ejercicio anterior)

$$\text{Restar: } \vec{A} - \vec{B}$$

- Solución:

$$\vec{A} - \vec{B} = (3 - 1)\hat{i} + (5 - 3)\hat{j} + (2 - 5)\hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k} \quad |A - B| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17}$$

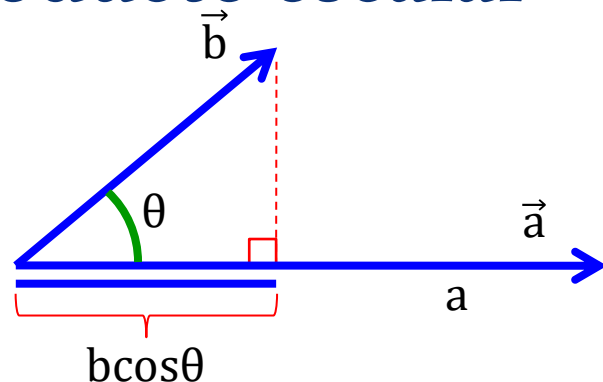
- Ejemplo 3: Nuevamente con los mismos vectores A y B

$$\text{Restar: } \vec{B} - \vec{A}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = (1 - 3)\hat{i} + (3 - 5)\hat{j} + (5 - 2)\hat{k}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = -2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} \quad |B - A| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17}$$

# Producto escalar



- **Definición:** Geométricamente es el producto del módulo del vector a por la proyección del vector b sobre el vector a:

$$(a)(b \cos \theta) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

- Esta definición se expresa así:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$
- Además, es útil para calcular el ángulo entre dos vectores:

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ab} \right]$$

- Otra forma de calcular el producto escalar entre dos vectores (en el plano):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

- En el espacio:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

- **Algunas propiedades:**
- El producto escalar es un número (**positivo o negativo**).
- Es 0 (cero) si los vectores son perpendiculares (forman  $90^\circ$ ).
- Es máximo si los vectores forman  $0^\circ$ .
- Es mínimo (negativo) si los vectores forman  $180^\circ$ .
- Es conmutativo:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

# Producto escalar

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Hallar el producto escalar

- Solución:**

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3)(1) + (4)(3) + (2)(-5) = 5$$

- Ejercicio 2: Hallar el ángulo entre los vectores A y B

- Solución:**

$$A = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (2)^2} = \sqrt{29}$$

$$B = \sqrt{(1)^2 + (3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{35}$$

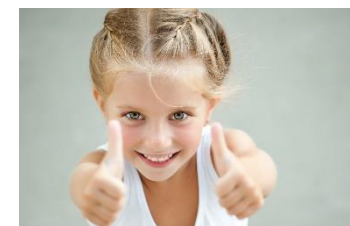
- Luego, aplicando la fórmula:

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right]$$

- Obtenemos:

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{5}{(\sqrt{29})(\sqrt{35})} \right]$$

$$\theta \cong 80,97^\circ$$



<https://www.youtube.com/watch?v=U64XTDdP0kM>

## Ejercicio

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad \vec{B} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Calcular el ángulo que forman los vectores

- Solución:**

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2)(3) + (-3)(2) + (2)(-5) = -10$$

$$A = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{17}$$

$$B = \sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{38}$$

- Luego, aplicando la fórmula:

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} \right]$$

- Obtenemos:

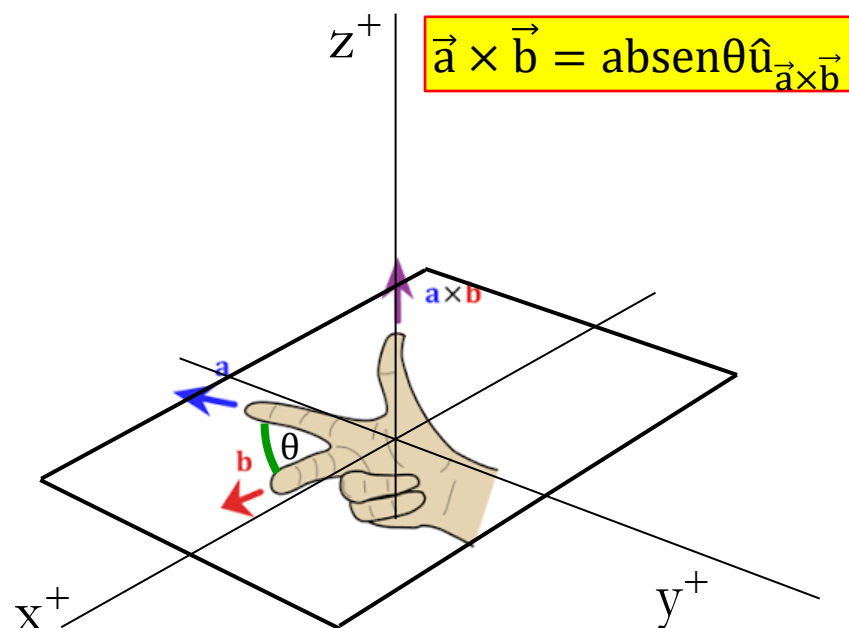
$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{-10}{(\sqrt{17})(\sqrt{38})} \right]$$

$$\theta \cong 113.17^\circ$$



# Producto vectorial

- Regla de la mano derecha

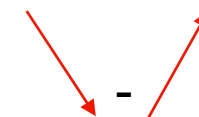


- Si tenemos los vectores expresados rectangularmente, obtenemos:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

- Desarrollando:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \hat{k}$$



- Finalmente, usaremos esta fórmula:

$$\vec{a} \times \vec{b} = [(a_y)(b_z) - (a_z)(b_y)]\hat{i} - [(a_x)(b_z) - (a_z)(b_x)]\hat{j} + [(a_x)(b_y) - (a_y)(b_x)]\hat{k}$$

- No es conmutativo:  $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{b} \times \vec{a}$
- $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$
- El resultado de un producto vectorial siempre será un **vector**.
- Se utiliza para determinar el **área de un plano** formado por dos vectores.

## Ejercicio

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = -4\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \quad \vec{B} = 0\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Hallar el producto vectorial  $\vec{A} \times \vec{B}$

- Solución:**

- Los expresamos en una matriz:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -4 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

- Desarrollamos:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [(1)(2) - (-1)(4)]\hat{i} - [(-4)(2) - (-1)(0)]\hat{j} + [(-4)(4) - (1)(0)]\hat{k}$$

- Finalmente obtenemos la respuesta:

$$\vec{A} \times \vec{B} = 6\hat{i} + 8\hat{j} - 16\hat{k}$$

- Ejercicio 2: Hallar el producto vectorial  $\vec{B} \times \vec{A}$

$$\vec{B} \times \vec{A} = -6\hat{i} - 8\hat{j} + 16\hat{k}$$

- Ejercicio 3: Hallar la el área del plano determinado por  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$

$$\text{Área}_{\vec{A} \times \vec{B}} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{(6)^2 + (8)^2 + (-16)^2} = \sqrt{356} = 2\sqrt{89} \cong 18,87$$

- Ejercicio 4: Hallar los ángulos directores del vector  $\vec{A} \times \vec{B}$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{6}{2\sqrt{89}}\right) \cong 71,46^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{8}{2\sqrt{89}}\right) \cong 64,91^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-16}{2\sqrt{89}}\right) \cong 147,99^\circ$$

## Producto vectorial

- Sean los siguientes vectores:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} \quad \vec{B} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

- Ejercicio 1: Hallar:
- El producto vectorial  $\vec{A} \times \vec{B}$
- En ángulo que forman los vectores
- Al área del paralelogramo que forman los vectores
- Los ángulos directores de  $\vec{A} \times \vec{B}$

- Solución:**

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} \hat{i} - \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \hat{j} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [(2)(3) - (-2)(-4)]\hat{i} - [(3)(3) - (2)(-4)]\hat{j} + [(3)(-2) - (2)(2)]\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = [-2]\hat{i} - [17]\hat{j} + [-10]\hat{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3)(2) + (2)(-2) + (-4)(3) = -10$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{3^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{29} \quad |\vec{B}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{17}$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{-10}{\sqrt{29}\sqrt{17}}\right) = 116.8^\circ$$

$$\text{área} = |\vec{A} \times \vec{B}| = \sqrt{2^2 + 17^2 + 10^2} = \sqrt{393}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-2}{\sqrt{393}}\right) \cong 95.8^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-17}{\sqrt{393}}\right) \cong 149^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-10}{\sqrt{393}}\right) \cong 120.3^\circ$$

# APLIQUEMOS LO APRENDIDO



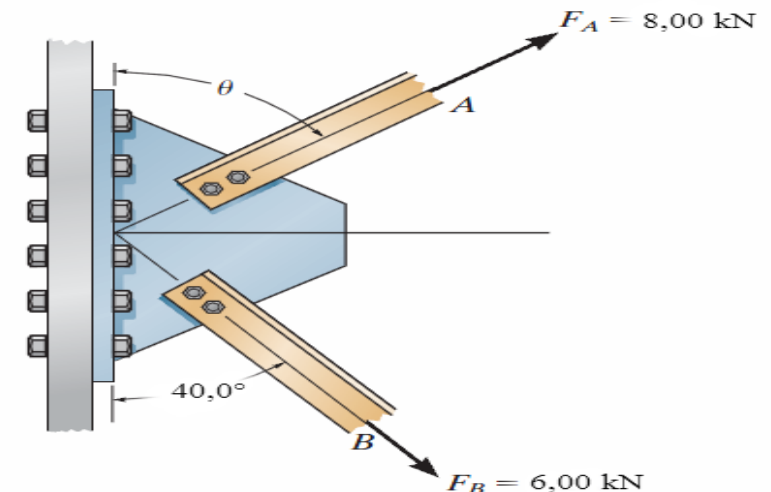
Organizados en equipos,  
desarrollan los siguientes  
problemas:

### **PROBLEMA 1**

Si  $\theta = 60,0^\circ$ , ¿Cuál es la fuerza resultante que las vigas A y B ejercen sobre el soporte? Y calcule la dirección de la fuerza resultante



<https://www.teamleader.es/blog/automatizacion-y-trabajo-en-equipo>



## PROBLEMA 1

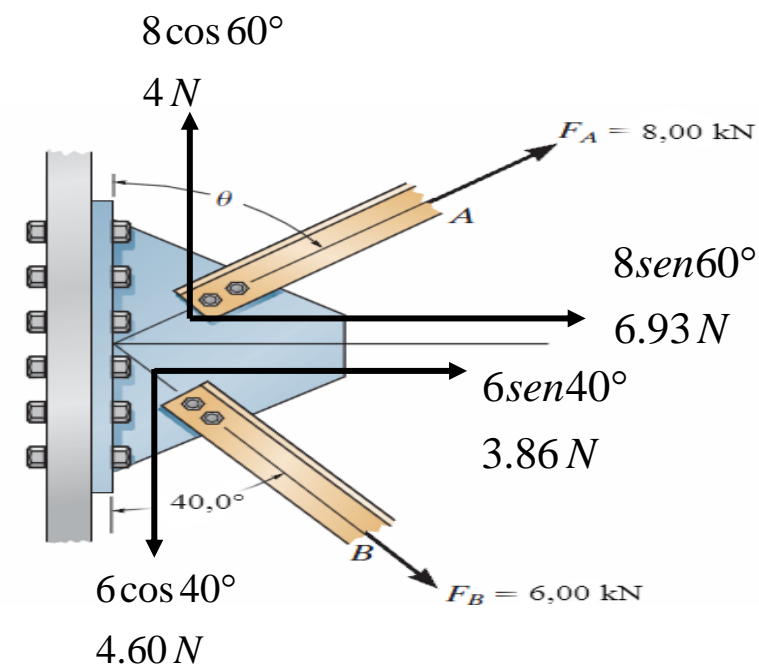
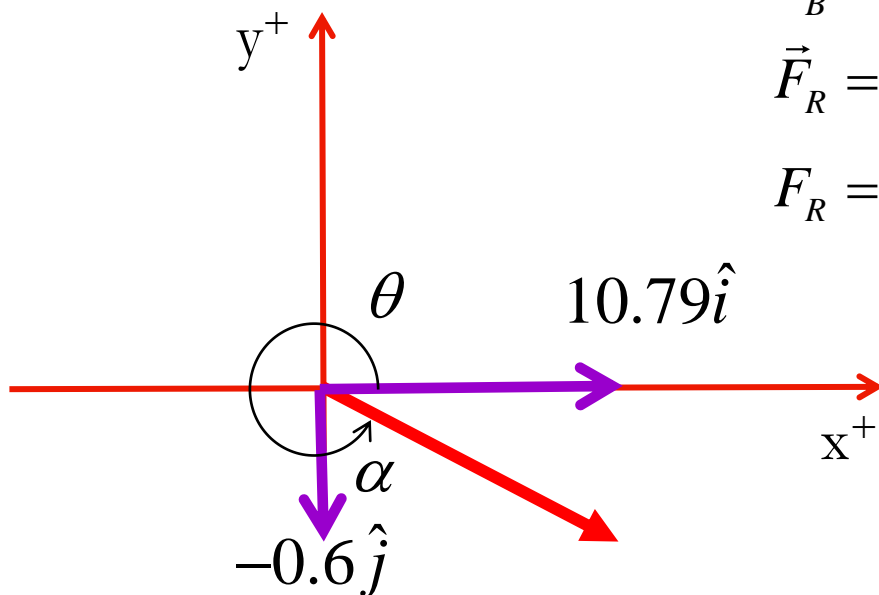
Si  $\theta = 60,0^\circ$ , ¿Cuál es la fuerza resultante que las vigas A y B ejercen sobre el soporte? Y calcule la dirección de la fuerza resultante

$$\vec{F}_A = 6.93\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{F}_B = 3.86\hat{i} - 4.6\hat{j}$$

$$\vec{F}_R = 10.79\hat{i} - 0.6\hat{j}$$

$$F_R = \sqrt{10.79^2 + 0.6^2} = 10.81 \text{ kN}$$



$$\alpha = \arctg\left(\frac{10.79}{0.6}\right) = 86.82^\circ$$

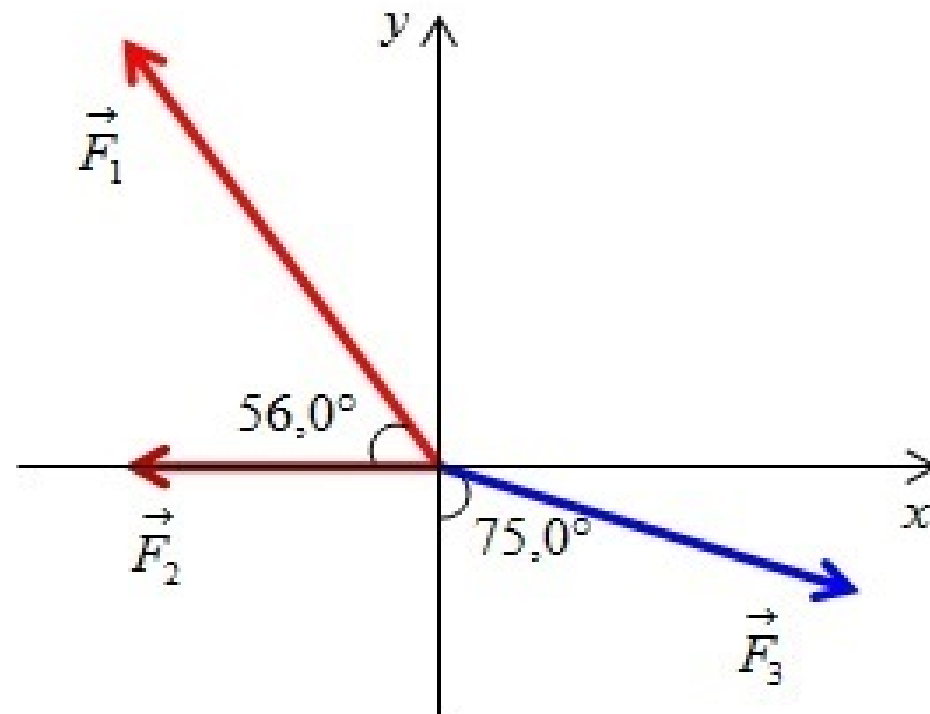
$$\theta = 270^\circ + \alpha = 270^\circ + 86.82^\circ = 356.82^\circ$$

En la figura se muestran tres vectores, de módulos  $|\vec{F}_1| = 25,0 \text{ N}$ ,  $|\vec{F}_2| = 15,0 \text{ N}$ ,

$$|\vec{F}_3| = 20,0 \text{ N}$$

Determine lo siguiente:

- Los vectores  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  y  $\vec{F}_3$  utilizando los vectores unitarios,
- El vector  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$  utilizando los vectores unitarios,
- El módulo del vector  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ ,
- La dirección del vector  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ .

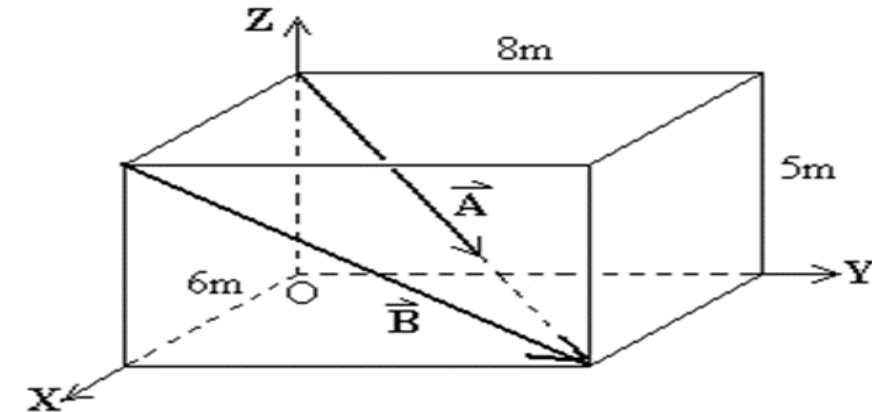


## PROBLEMA

Organizados en equipos,  
desarrollan los ejercicios  
propuestos.

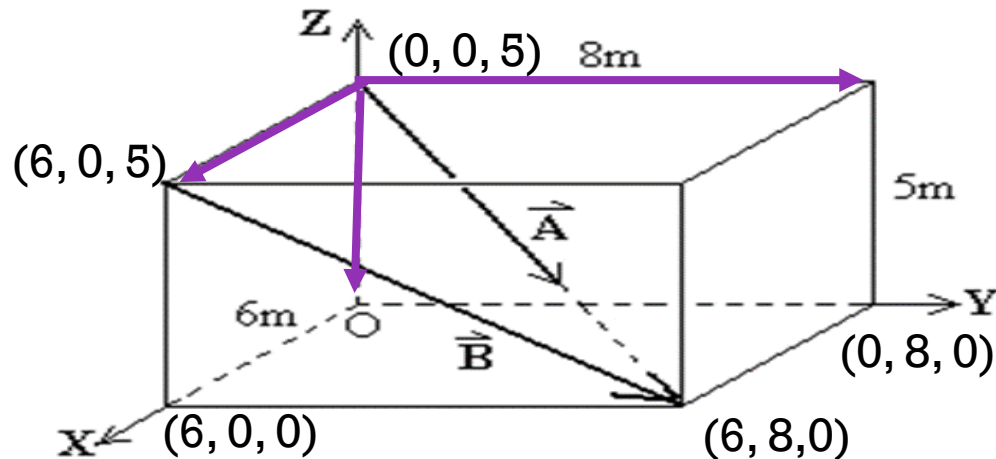


En la figura se muestra el vector  $\vec{A}$  cuyo módulo es 50N y que sigue la dirección de la diagonal mostrada. Halle:



- Un vector unitario en la dirección del vector  $\vec{A}$
- Expresar el vector  $\vec{A}$  en componentes rectangulares.
- El ángulo que forma el vector  $\vec{A}$  con el vector  $\vec{B}$ .
- El vector  $\vec{A} \times \vec{B}$ .

En la figura se muestra el vector  $\vec{A}$  cuyo modulo es 50N y que sigue la dirección de la diagonal mostrada. Halle:



- Un vector unitario en la dirección del vector  $\vec{A}$
- Expresar el vector  $\vec{A}$  en componentes rectangulares.
- El ángulo que forma el vector  $\vec{A}$  con el vector  $\vec{B}$ .
- El vector  $\vec{A} \times \vec{B}$ .

$$a) \hat{\mu}_{\vec{A}} = \frac{(6-0)i + (8-0)j + (0-5)k}{\sqrt{6^2 + 8^2 + (-5)^2}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}}$$

$$a) \hat{\mu}_{\vec{A}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{6^2 + 8^2 + (-5)^2}} = \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}}$$

$$b) \vec{A} = |\vec{A}| \hat{\mu}_{\vec{A}} = 50 \left( \frac{6i + 8j - 5k}{\sqrt{125}} \right)$$

$$\vec{A} = (26.8i + 35.8j - 22.4k)$$

$$\vec{B} = (8j - 5k)$$

$$\theta = \arccos \left( \frac{398.4}{50\sqrt{89}} \right) = 32.4^\circ$$

# INTEGREMOS LO APRENDIDO





Entre a la  
siguiente página  
de internet (PHET:  
Simulador de  
física)

[https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition es PE.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/vector-addition/latest/vector-addition_es_PE.html)

**Ejercicio:** Halle la suma de los vectores a y b



- ➔ El vector es un ente matemático que sirve para representar las magnitudes físicas vectoriales
- ➔ Todo vector en 2 D se puede expresar en función de los vectores unitarios  $\mathbf{i}$ - $\mathbf{j}$ .
- ➔ Podemos relacionar magnitudes vectoriales a través de la suma utilizando el método de descomposición vectorial.
- ➔ El método del paralelogramo tiene la restricción de usarse solo para sumar dos vectores.
- ➔ El método del polígono es un método geométrico.



- Para determinar un vector en tres dimensiones necesitamos usar los vectores unitarios  $i$   $j$   $k$ .
- Todo vector puede quedar determinado como el producto de su módulo por su vector unitario.
- La dirección de un vector en tres dimensiones quedan determinado por los ángulos directores.
- Existen dos productos de vectores: El producto escalar y el producto vectorial.
- Dos vectores perpendiculares su producto escalar es cero.
- El producto vectorial es perpendicular a los vectores que están multiplicando y su dirección se determina por la regla de la mano derecha.

Sear W., Zemansky M., Young, H., y Freedman, R. A. (2009). *Física universitaria*.

Serway, R. A. y Jewett, J. W. (2008). *FÍSICA: Para ciencias e ingeniería*.

Serway, R. A. y Vuille, C. (2015). *Fundamentos de física*.



UNIVERSIDAD  
**CIENTÍFICA**  
DEL SUR