1. 1 2 3 4 5 6 7 8 ... 의 일반항 (2가지 방

Sol) 1. $a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) = n$

$a_n = a_2 + (n-2)d = 2 + (n-2) = n$

2. 1 3 5 7 9 의 일반항

Sol) $a_n = a_1 + (n-1)d$

$= 1 + (n-1)2 = 2n - 1$

3. 1 2 4 8 16 의 일반항

Sol) $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$

$= 1 \cdot 2^{(n-1)} = 2^{n-1}$

4. $F(n)=F(n-1)+3$ $F(1)=1$ 을 이용한 수열.

sol) $a_1=1$, $d=3$ 인 등차수열

$a_n=1+(n-1)3$

$=3n-2$

1 4 7 10 ....

5. $F(n)=4F(n-1)+9$ $F(1)=1$ 을 이용한 수열

sol) $a_1=1$ $a_2=4+9=13$ $a_3=52+9=61$ ...

$a_{n+1}=4a_n+9$ $12+9=21$

$\alpha=4\alpha+9$

$\alpha=-3$

$a_{n+1}+3=4(a_n+3)$

$b_{n+1}=4b_n$ $b_1=a_1+3=4$

$b_n=4^n$

$a_n=4^n-3$ $a_1=1$ $a_2=13$ $a_3=61$.

6. 1 2 4 7 11 16 ... 의 일반항

Sol) 1 2 4 7 11 16 ...

1 2 3 4 5 ...

$$a_n = a_1 + \sum_{k=0}^{n-1} k$$

$$= 1 + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n(n-1)+2}{2}$$

7. 고양이 1칸 or 2칸씩 ↑ / 10계단 오르는 수

Sol) 1 계단: 1가지

2 " 11, 2 2가지

3 " : 111, 12, 21 3가지

4 " : 1111, 112, 121, 211, 22 5가지

a_n 은 { a_{n-1} 에서 한칸 오는 경우
a_{n-2} 에서 두칸 오는 경우

즉, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$

$a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$, $a_4=5$, $a_5=8$

$a_6=13$, $a_7=21$, $a_8=34$, $a_9=55$ $\boxed{a_{10}=89}$

8. 달나라 토끼

Sol) 1번째 지구

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
받는 수	·	·	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
주는 토끼	·	·	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
새끼	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
				1+2	1+3	2+5	3+8	5+13					
총	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	n	8	9	10	11	12	13

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

$a_1 = 1$, $a_2 = 1$

$a_3 = a_2 + a_1 = 2$ $a_4 = 3$ $a_5 = 5$ $a_6 = 8$

$a_n = 13$ $a_8 = 21$ $a_9 = 34$ $a_{10} = 55$ $a_{11} = 89$ $a_{12} = 144$

$a_{13} = 233$

233쌍 466마리

9. 학생 토끼

Sol) 1번째 지금

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
낳은수	·	·	2	2	6	10	22						
어른 토끼	·	·	1	1	3	5	11	·	·	·			
새끼	1	1	2	4 (-2)	8 (-2)	16 (-5)	33						
총	1	1	3	5	11	21	43						

$$a_n = a_{n-1} + 2 \cdot a_{n-2}$$

a_{n-1}: 아직 한 달이라 그대로.

$2 \cdot a_{n-2}$: 두 달이 되서 새끼 낳는 수 있음

$a_1 = 1,\ a_2 = 1$

$a_3 = 3,\ a_4 = 5,\ a_5 = 11,\ a_6 = 21,\ a_n = 43$

$a_8 = 42 + 43 = 85,\ a_9 = 86 + 85 = 171,\ a_{10} = 170 + 171 = 341$

$a_{11} = 342 + 341 = 683$ $\quad a_{12} = 682 + 683 = 1365$

$a_{13} = 1366 + 1365 = 2731$ $\quad a_{n+1} = 2a_n - (-1)^n$

2731쌍, 5462마리.

10. $n+1$개의 단간 노드를 갖는 이진 트리의 개수.

Sol) $n=0$ 1

$n=1$ 2

$n=2$ 5

1, 2, 5, 14

$\frac{1}{n+1}\,{}_{2n}C_{n}$

Catalan.

$a_4 = \frac{1}{5}\cdot {}_8C_4 = \frac{1}{5}\times \frac{8\times 7\times 6\times 5}{4\times 3\times 2\times 1} = 14$

$a_3 = \frac{1}{4}\cdot {}_6C_3 = \frac{1}{4}\cdot \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1} = 5$

11. 2×n개 직사각형. 2×1, 1×2, 2×2로 2×n의 직사각형을 만드는 경우의 수.

Sol)

n=1  1개

n=2  2개

n=3 

n=2, 만큼복, 2×3 -1 = 5개

n=4 

5 5 3 3 1개

$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$