

HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN FLOYD

TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

1. Thuật toán Floyd

Cho $G=(X,E)$ là một đồ thị có trọng số không âm gồm n đỉnh. Thuật toán Floyd dùng để tìm đường đi ngắn nhất giữa 2 đỉnh S và F trong đồ thị G như sau:

Gọi L là ma trận lưu lại độ dài đường đi ngắn nhất từ đỉnh i tới đỉnh j trong đồ thị (với qui ước $L[h,k] = +\infty$ nếu không có cạnh nối từ đỉnh h đến đỉnh k).

Ta sử dụng thêm một ma trận $n \times n$ để lưu vết của quá trình tìm đường đi:

Sau_Nut $[i,j]$: lưu chỉ số của đỉnh **ngay sau i** trên đường đi từ i đến j .

Các bước thi hành thuật toán Floyd:

Bước 1: (khởi tạo) : $\forall u, v \in X$:

Nếu $e(u,v) > 0$ thì

$$L[u,v] = e(u,v);$$

$$\text{Sau_Nut}[u,v] = v;$$

Ngược lại

$$L[u,v] = +\infty;$$

$$\text{Sau_Nut}[u,v] = -1;$$

Cuối nếu

Bước 2:

Với mỗi **đỉnh trung gian** k , tìm cặp i, j nào thỏa mãn $L[i,j] = 0$ hoặc $L[i, j] > L[i, k] + L[k, j]$

Nếu thỏa mãn thì

$$L[i,j] = L[i,k] + L[k,j];$$

$$\text{Sau_Nut}[i,j] = \text{Sau_Nut}[i,k];$$

Cuối nếu

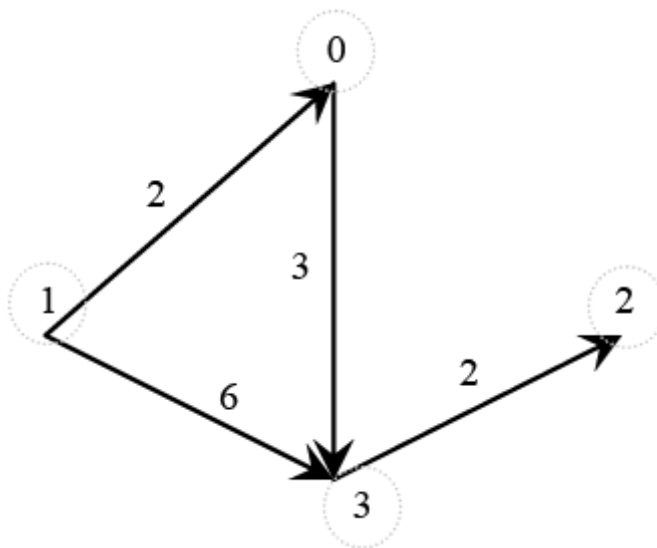
Cuối với mọi k, i, j

Chú ý:

- Đỉnh k được gọi là trung gian của i, j nếu nó có đường đi trực tiếp từ $i \rightarrow k$ và $k \rightarrow j$.
- Khi thuật toán kết thúc, nếu $L[i,j] = +\infty$ hoặc $Sau_Nut[i,j] = -1$ thì không tồn tại đường đi từ i đến j , nếu ngược lại thì $L[i,j]$ là độ dài đường đi ngắn nhất.

2. Ví dụ thi hành thuật toán Floyd

Cho đồ thị sau:



Tìm đường đi ngắn nhất của mọi cặp đỉnh trong đồ thị.

Hướng dẫn thuật toán Floyd

Bước 1: khởi tạo

Ma trận trọng số:

L	0	1	2	3
0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3
1	2	$+\infty$	$+\infty$	6
2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

Sau_Nut sẽ được khởi tạo giá trị là j nếu có cạnh nối i đến j và được khởi tạo giá trị -1 nếu ngược lại

Sau_Nut	0	1	2	3
0	-1	-1	-1	3
1	0	-1	-1	3
2	-1	-1	-1	-1
3	-1	-1	2	-1

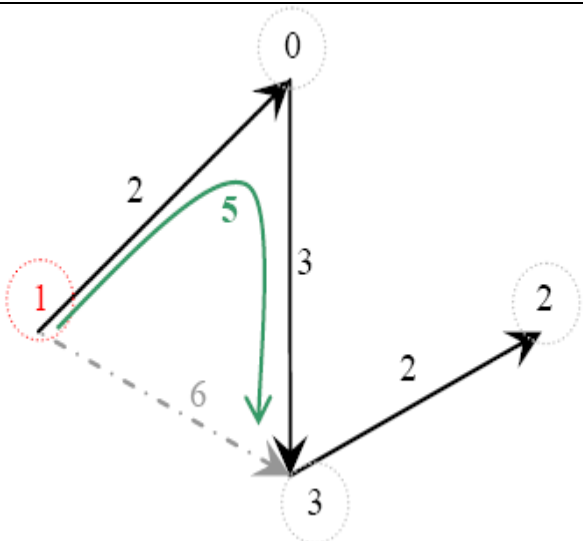
Bước 2:

Xét đỉnh: $k = 0$

- * $[i = 0, j = ?]$: k không là trung gian.
- (? : đại diện cho bất kỳ đỉnh nào trong đồ thị)
- * $[i = 1, j = 0]$: k không là trung gian.
- * $[i = 1, j = 1]$: k không là trung gian.
- * $[i = 1, j = 2]$: k không là trung gian.
- * $[i = 1, j = 3]$:

N/x: $L[i,j] > L[i,k] + L[k,j]$ hay
 $L[1,3] = 6 > L[1,0] + L[0,3] = 5$ nên:
 $L[1,3] = L[1,0] + L[0,3] = 5;$
 $Sau_Nut[1,3] = Sau_Nut[1,0] = 0;$

Hướng dẫn thuật toán Floyd

	<table><tr><th>L</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><th>0</th><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>3</td></tr><tr><th>i --> 1</th><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>6 --> 5</td></tr><tr><th>2</th><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><th>3</th><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	L	0	1	2	3	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3	i --> 1	2	$+\infty$	$+\infty$	6 --> 5	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$
L	0	1	2	3																						
0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3																						
i --> 1	2	$+\infty$	$+\infty$	6 --> 5																						
2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$																						
3	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$																						
	<table><tr><th>Sau_Nut</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr><tr><th>0</th><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>3</td></tr><tr><th>i --> 1</th><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td><td>3 --> 0</td></tr><tr><th>2</th><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><th>3</th><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr></table> <p>* [i= 2, j = ?]: k không là trung gian.</p> <p>* [i = 3, j = ?]: k không là trung gian.</p>	Sau_Nut	0	1	2	3	0	-1	-1	-1	3	i --> 1	0	-1	-1	3 --> 0	2	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	2	-1
Sau_Nut	0	1	2	3																						
0	-1	-1	-1	3																						
i --> 1	0	-1	-1	3 --> 0																						
2	-1	-1	-1	-1																						
3	-1	-1	2	-1																						
	<p>Xét đỉnh: k = 1</p> <p>* [i= ?, j = ?]: k không là trung gian.</p>																									

Hướng dẫn thuật toán Floyd

	<p>Xét đỉnh: $k = 2$</p> <p>* $[i = ?, j = ?]$: k không là trung gian.</p>																																																		
	<p>Xét đỉnh: $k = 3$</p> <p>* $[i = 0, j = 0]$: k không là trung gian.</p> <p>* $[i = 0, j = 1]$: k không là trung gian</p> <p>* $[i = 0, j = 2]$:</p> <p>Vì $L[i, j] = 0$ hay $L[0, 2] = 0$ nên:</p> $L[0, 2] = L[0, 3] + L[3, 2] = 5;$ $\text{Sau_Nut}[0, 2] = \text{Sau_Nut}[0, 3] = 3$ <table><tr><td>L</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$i \rightarrow 0$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty \rightarrow 5$</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>3</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr></table> <table><tr><td>Sau_Nut</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$i \rightarrow 0$</td><td>-1</td><td>-1</td><td>$-1 \rightarrow 3$</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>3</td><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr></table>	L	0	1	2	3	$i \rightarrow 0$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty \rightarrow 5$	3	1	2	$+\infty$	$+\infty$	5	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	Sau_Nut	0	1	2	3	$i \rightarrow 0$	-1	-1	$-1 \rightarrow 3$	3	1	0	-1	-1	0	2	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	2	-1
L	0	1	2	3																																															
$i \rightarrow 0$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty \rightarrow 5$	3																																															
1	2	$+\infty$	$+\infty$	5																																															
2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$																																															
3	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$																																															
Sau_Nut	0	1	2	3																																															
$i \rightarrow 0$	-1	-1	$-1 \rightarrow 3$	3																																															
1	0	-1	-1	0																																															
2	-1	-1	-1	-1																																															
3	-1	-1	2	-1																																															

Hướng dẫn thuật toán Floyd

	<p>* [i= 0, j = 3]: k không là trung gian</p>																									
<p>(K = 3 tiếp tục)</p> <p>* [i= 1, j = 0]: k không là trung gian.</p> <p>* [i= 1, j = 1]: k không là trung gian.</p> <p>* [i= 1, j = 2]:</p> <p>N/x: L[1,2] = 0 nên</p> <p>L[1,2] = L[1,3] + L[3,2] = 5 + 2 = 7;</p> <p>Sau_Nut[1,2] = Sau_Nut[1,3] = 0;</p> <table><tr><td>L</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>+∞</td><td>+∞</td><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>i --> 1</td><td>2</td><td>+∞</td><td>+∞ --> 7</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>+∞</td><td>+∞</td><td>+∞</td><td>+∞</td></tr><tr><td>3</td><td>+∞</td><td>+∞</td><td>2</td><td>+∞</td></tr></table>	L	0	1	2	3	0	+∞	+∞	5	3	i --> 1	2	+∞	+∞ --> 7	5	2	+∞	+∞	+∞	+∞	3	+∞	+∞	2	+∞	
L	0	1	2	3																						
0	+∞	+∞	5	3																						
i --> 1	2	+∞	+∞ --> 7	5																						
2	+∞	+∞	+∞	+∞																						
3	+∞	+∞	2	+∞																						
<p>Sau_Nut</p> <table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>-1</td><td>-1</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>i -->1</td><td>0</td><td>-1</td><td>-1 --> 0</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>3</td><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr></table> <p>* [i= 1, j = 3]: k không là trung gian.</p> <p>* [i= 2, j = ?]: k không là trung gian.</p> <p>* [i= 3, j = ?]:</p> <p>Kết thúc thuật toán.</p>		0	1	2	3	0	-1	-1	3	3	i -->1	0	-1	-1 --> 0	0	2	-1	-1	-1	-1	3	-1	-1	2	-1	
	0	1	2	3																						
0	-1	-1	3	3																						
i -->1	0	-1	-1 --> 0	0																						
2	-1	-1	-1	-1																						
3	-1	-1	2	-1																						

-----HẾT-----