

HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN DIJKSTRA TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

1. Thuật toán Dijkstra

Cho $G=(X,E)$ là một đồ thị có trọng số không âm gồm n đỉnh. Thuật toán Dijkstra dùng để tìm đường đi ngắn nhất giữa 2 đỉnh S và F trong đồ thị G như sau:

Gọi L là ma trận trọng lượng (với qui ước $L_{hk} = +\infty$ nếu không có cạnh nối từ đỉnh h đến đỉnh k). Ta sử dụng thêm hai mảng để lưu vết của quá trình tìm đường đi:

- $Dodai[MAX]$: lưu độ dài từ đỉnh đầu i đến các đỉnh trong đồ thị.
- $Nhan[MAX]$: lưu đỉnh liền trước nó trên đường đi.

Các bước thi hành thuật toán Dijkstra:

Bước 1: Gán $T := X$ và gán các nhãn:

$$Dodai[S] = 0;$$

$$Dodai[k] = +\infty \text{ với } \forall k \in X/\{S\};$$

$$Nhan[k] = -1, \forall K \in X$$

Bước 2: Nếu $F \notin T$ thì dừng và giá trị $Dodai[F]$ là độ dài đường đi ngắn nhất từ S đến F và $Nhan[F]$ lưu đỉnh nằm ngay trước F trên đường đi đó.

Bước 3: Chọn đỉnh $v \in T$ sao cho $Dodai[v]$ nhỏ nhất và gán $T := T \setminus \{v\}$.

Bước 4: $\forall k \in T$ và có cạnh nối từ v đến k :

$$\text{Nếu } Dodai[k] > Dodai[v] + L_{vk} \text{ thì}$$

$$Dodai[k] = Dodai[v] + L_{vk};$$

$$Nhan[k] = v;$$

Cuối nếu

Cuối với mọi

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

Trở về bước 2.

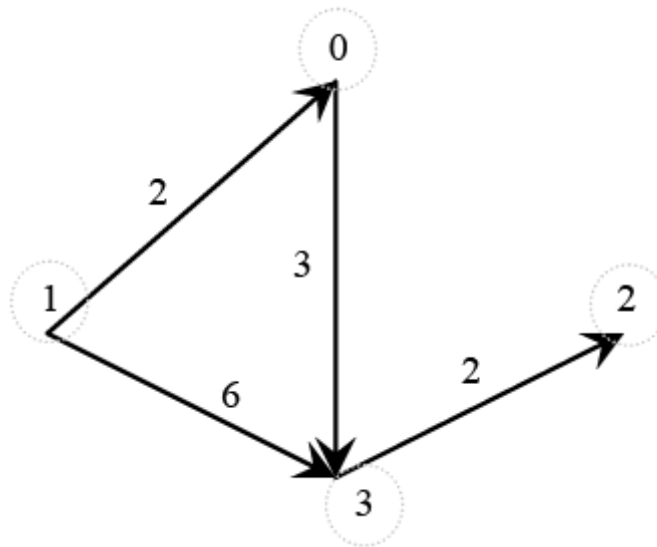
Chú ý: Khi thuật toán dừng, nếu $Dodai[F] = +\infty$ thì không tồn tại đường đi từ S đến F, nếu ngược lại thì $Dodai[F]$ là độ dài đường đi ngắn nhất.

Ghi chú:

- Mảng Nhan[MAX] này tương ứng với mảng LuuVet[MAX] trong phần hướng dẫn code.
- Mảng Dodai[MAX] này tương ứng với mảng DoDaiDuongDiToi [MAX] trong phần hướng dẫn code.
- Tập T tương ứng với mảng ChuaXet [MAX] trong phần hướng dẫn code.

2. Ví dụ thi hành thuật toán Dijkstra

Cho đồ thị sau:



Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 2 trong đồ thị.

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

$$Dodai[0]_0 = \infty$$

$$Nhan[0]_0 = -1$$

0

2

3

$$Dodai[2]_0 = \infty$$

$$Nhan[2]_0 = -1$$

2

2

$$Dodai[3]_0 = \infty$$

$$Nhan[3]_0 = -1$$

3

$$Dodai[1]_0 = 0$$

$$Nhan[1]_0 = -1$$

$$Dodai[0]_1 = 2$$

$$Nhan[0]_1 = 1$$

0

2

3

$$Dodai[2]_1 = \infty$$

$$Nhan[2]_1 = -1$$

2

2

$$Dodai[1]_1 = 0$$

$$Nhan[1]_1 = -1$$

3

$$Dodai[3]_1 = 6$$

$$Nhan[3]_1 = 1$$

Bước 1: khởi tạo

Khởi tạo đỉnh 1 với độ dài min hiện tại là 0, và nhân đỉnh trước là chính nó (hoặc -1, điều này không quan trọng). Các đỉnh còn lại đều được gán độ dài min là ∞ . Dưới đây là bảng mô tả

$T[] \backslash step$	0
0	0
1	1
2	2
3	3

$Dodai[] \backslash step$	0
0	∞
1	0
2	∞
3	∞

$Nhan[] \backslash step$	0
0	-1
1	-1
2	-1
3	-1

Bước 2: đỉnh 2 vẫn thuộc T ta sang bước kế tiếp.

Bước 3: chọn đỉnh có độ dài nhỏ nhất. Ở đây là đỉnh 1, ta loại đỉnh này ra.

$T[] \backslash step$	0	1
0	0	0
1	1	+
2	2	2
3	3	3

Bước 4: Các đỉnh còn lại đều có $Dodai[]$ cực đại nên ta cập nhật lại như sau

$Dodai[] \backslash step$	0	1
0	∞	2
1	0	0
2	∞	∞
3	∞	6

$Nhan[] \backslash step$	0	1
0	-1	1
1	-1	-1
2	-1	-1
3	-1	1

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

$Dodai[0]_2 = 2$
 $Nhan[0]_2 = 1$

$Dodai[1]_2 = 0$
 $Nhan[1]_2 = -1$

$Dodai[2]_2 = \infty$
 $Nhan[2]_2 = -1$

$Dodai[3]_2 = 5$
 $Nhan[3]_2 = 0$

Bước 2 (lần 2): đỉnh 2 vẫn thuộc T ta sang bước kế tiếp.

Bước 3 (lần 2): trong T, chọn đỉnh có độ dài nhỏ nhất. Ở đây là đỉnh 0, nên:

T[]\step	0	1	2
0	0	0	0
1	1		
2	2	2	2
3	3	3	3

Bước 4 (lần 2): tính độ dài từ đỉnh 0 vừa xét ở trên đến các đỉnh còn lại trong T.

Đỉnh số 3 có chi phí mới là $2+3=5$ nhỏ hơn chi phí cũ (6), vì vậy ta cập nhật lại đỉnh này.

Dodai[]\step	0	1	2
0	∞	2	2
1	0	0	0
2	∞	∞	∞
3	∞	6	5

Nhan[]\step	0	1	2
0	-1	1	1
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1
3	-1	1	0

$Dodai[0]_3 = 2$
 $Nhan[0]_3 = 1$

$Dodai[1]_3 = 0$
 $Nhan[1]_3 = -1$

$Dodai[2]_3 = 7$
 $Nhan[2]_3 = 3$

$Dodai[3]_3 = 5$
 $Nhan[3]_3 = 0$

Bước 2 (lần 3): đỉnh 2 vẫn thuộc T ta sang bước kế tiếp.

Bước 3 (lần 3): lấy đỉnh 3 ra khỏi T vì có độ dài nhỏ nhất:

T[]\step	0	1	2	3
0	0	0		
1	1			
2	2	2	2	2
3	3	3	3	4

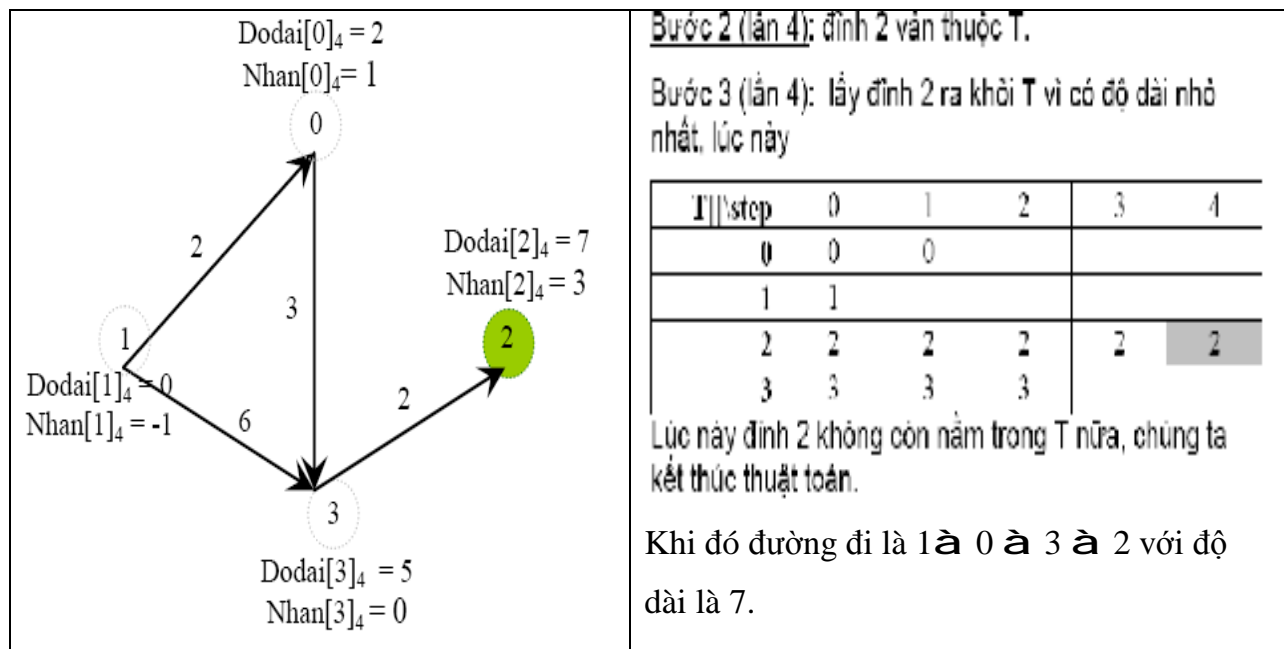
Bước 4 (lần 3): tương tự ta cũng tính độ dài từ đỉnh 3 đến đỉnh còn lại trong T.

Đỉnh số 2 có chi phí mới là $5+2=7 < \infty$.

Dodai[]\step	0	1	2	3
0	∞	2	2	2
1	0	0	0	0
2	∞	∞	∞	7
3	∞	6	5	5

Nhan[]\step	0	1	2	3
0	-1	1	1	1
1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	3
3	-1	1	0	0

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra



-----HẾT-----