

Tétel:

Ha F fa, ≥ 2 csúcsú, akkor van benne legalább két 1 fokú csúcs.

Tétel:

Legyen G gráf n csúcsú és m élű, ekkor:

- HA G összefüggő, akkor $m \geq n-1$.
- HA G körmentes, akkor $m \leq n-1$.
- HA G fa, akkor $m = n-1$.

Tétel:

HA G -ben van feszítőfa, akkor G **pontosan** összefüggő.

Tétel:

G legyen összefüggő, ekkor:

- 1) Akkor és csak akkor létezik Euler-séta, ha két csúcs kivételével minden csúcs foka páros.
- 2) Akkor és csak akkor létezik Euler-körséta, ha minden csúcs foka páros.

Tétel:

G gráf, $k \geq 1$ egész, ekkor:

- 1) G -ben létezik Hamilton-kör, akkor, ha bárhogyan k csúcsot törölve a kapott gráfnak maximum k komponense van.
- 2) G -ben létezik Hamilton-út, akkor, ha bárhogyan k csúcsot törölve a kapott gráfnak maximum $k+1$ komponense van.

Tétel:(Dirac)

G egyszerű gráf és $n \geq 3$ csúcsú és minden csúcs foka $\geq n/2$, ekkor G -ben létezik Hamilton-kör.

Tétel:(Ore)

G egyszerű gráf és $n \geq 3$ csúcsú és bármely u, v csúcsokra, amik nem szomszédosok, $d(u)+d(v) \geq n$, ekkor létezik Hamilton-kör G -ben.

Tétel:

Ha G páros, akkor **pontosan** nincs benne páratlan kör.

Tétel:

A mohó eljárás maximum a gráfban lévő legnagyobb foksám + 1 színt használ.

Tétel:

Legyen G gráf, ekkor a G -beli klikkszám alsóbecslése G kromatikus számanak.

Tétel:

A Krushal algoritmus mindig minimális összsúlyú feszítőfát ad.

Tétel:

Ha G intervallumgráf, akkor balvégpontja szerinti növekvő sorrendben a mohó színezés $\chi(G)$ színnel színezi G -t.

Tétel:

$$\alpha(G) + \tau(G) = n.$$

	független max	lefogó min
élhalmaz	$\nu(G)$	$\rho(G)$
csúcshalmaz	$\alpha(G)$	$\tau(G)$

Tétel:(Gallai)

G n db csúcsú, nincs izolált pont: $\nu(G) + \rho(G) = n$:

- 1) Ha létezik k élű párosítás, akkor létezik $\leq n-k$ élű lefogó élhalmaz.
- 2) Ha létezik k élű lefogó élhalmaz, akkor létezik $\geq n-k$ élű párosítás.

Tétel:

$$\nu(G) \leq \tau(G) \text{ ÉS } \alpha(G) \leq \rho(G). \text{ (keresztsszabály)}$$

Tétel:(Hall)

Létezik F -et fedő párosítás, akkor és csak akkor, ha minden F -beli X -re: $|N(X)| \geq |X|$

Tétel:(Frobenius)

$G = (F, L, E)$ páros, akkor és csak akkor létezik teljes párosítás, ha:

- $|F| = |L|$
- minden F -beli X -re: $|N(X)| \geq |X|$

Tétel:

Ha G páros gráfban minden csúcs foka $d \geq 1$, akkor G -ben létezik teljes párosítás.

Tétel:(Kőnig)

Ha G páros gráf, akkor $\nu(G) = \tau(G)$.

Tétel:

$$\text{Hurokélmentes gráf esetén: } \Delta(G) \leq \chi_e(G).$$

Tétel:(Vizing)

$$\text{Minden egyszerű } G \text{ gráfra: } \Delta(G) \leq \chi_e(G) \leq \Delta(G) + 1.$$

Tétel:(Shannon)

Minden G gráfhoz $\chi_e(G) \leq 3/2 \cdot \Delta(G)$.

Tétel:(Kőnig)

G páros gráfra $\chi_e(G) = \Delta(G)$.

Tétel:

Ha f -re nézve nincs javítóút, akkor f maximális folyam.

Tétel:(Edmonds-Karp, Dinitz)

Ha a segédgráfban mindig (élszámát tekintve) a legrövidebb $s \rightarrow t$ utak egyikét választjuk javítóútnak, akkor az algoritmus megáll $\leq n^2 m$ javítás után.

Tétel:(Ford-Fulkerson)

$\max \text{ flow} = \min \text{ cut}$

Tétel:(Egészértékűségi – lemma)

Ha minden $e : c(e) \in \mathbb{Z}$, akkor létezik, olyan max folyam : minden $e : f(e) \in \mathbb{Z}$.