

# DISTRIBUCIÓN DE VIAJES EN SAN CARLOS DE APOQUINDO

**Bernardo Caprile Canala-Echevarría y Pedro Tomás Valenzuela Bejares**  
Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes, Santiago de Chile  
e-mail: [bcaprile@miuandes.cl](mailto:bcaprile@miuandes.cl), [ptvalenzuela@miuandes.cl](mailto:ptvalenzuela@miuandes.cl)

## RESUMEN

El presente informe aborda la distribución de viajes en San Carlos de Apoquindo utilizando matrices origen-destino, generadas mediante el modelo gravitacional y el método de Furness. En primer lugar, se obtuvo una matriz inicial con el modelo gravitacional, utilizando datos de origen-destino y una función de costos. Posteriormente, para mejorar la precisión y ajustar los totales de viajes, se aplicó el método de Furness, el cual permitió equilibrar la matriz iterativamente. Se observó que las zonas E1, E2, E3 y E4 presentaron las mayores diferencias, tanto antes como después del ajuste, debido a que el método iterativo busca alinear la matriz con los valores esperados para 2024. Los resultados indican que, aunque estos métodos son efectivos para modelar la distribución de viajes, presentan limitaciones, ya que no capturan ciertos factores como la congestión o cambios en infraestructura y transporte. Finalmente, se concluye que la matriz modelada para 2024 ofrece una aproximación coherente, pero puede diferir de la realidad debido a factores imprevistos.

*Palabras clave:* Matriz origen-destino, método de Furness, modelo gravitacional, distribución de viajes, San Carlos de Apoquindo.

# 1. Introducción

El flujo de vehículos en hora punta de la mañana en San Carlos de Apoquindo es un problema significativo, ya que esta zona, además de ser un barrio residencial, se caracteriza por tener una alta concentración de colegios y universidades. Por lo tanto, el tráfico matutino afecta tanto a los residentes que salen como a los estudiantes que ingresan a esta área. Para poder tomar decisiones respecto al flujo vehicular, no solo en San Carlos de Apoquindo, sino en todo Santiago, se realiza periódicamente la encuesta origen-destino, la cual permite conocer la cantidad de viajes que se realizan en la ciudad y su distribución.

Con esta información, se pueden generar modelos y tomar decisiones, las cuales optimicen las rutas de las personas, disminuyendo el tráfico y el tiempo de viaje. Por esta razón, es importante contar con una matriz origen-destino actualizada y precisa, la cual permita realizar análisis y proyecciones de la distribución de viajes en la ciudad. A continuación, se presenta la figura 1, la cual muestra la zonificación de una parte de Las Condes enfocada en San Carlos de Apoquindo.

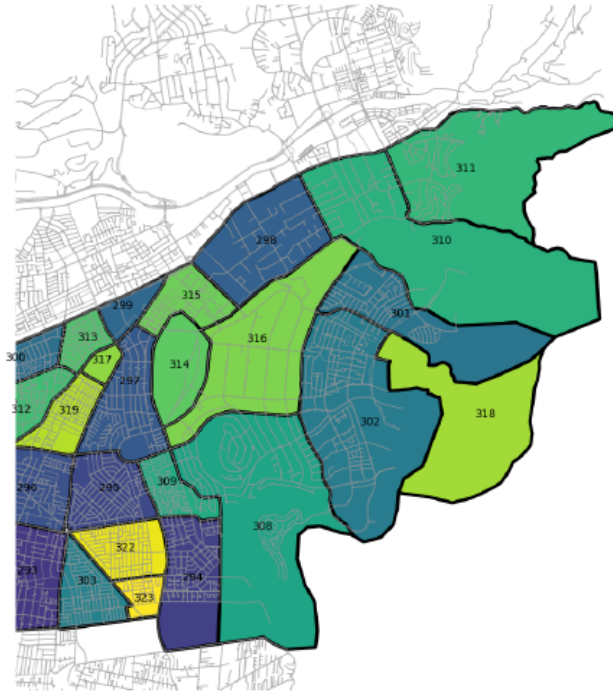


Figura 1: Mapa de San Carlos de Apoquindo.

Para esta tarea, se generarán 3 matrices origen-destino en base a esta zonificación mediante un código Python: La primera ocupando un modelo gravitacional con matriz de costos, luego se le aplicará el método de Furness con vectores del 2024. Finalmente, se calibrará la matriz minimizando el error cuadrático medio y se compararán los resultados obtenidos con la matriz original.

## 2. Resultados y Discusiones

Los cálculos se realizaron en Python, utilizando las librerías Pandas y Numpy. El código se encuentra en el repositorio de GitHub [Código](#)

### 2.1. Matriz Origen-Destino con el Modelo Gravitacional

Primero, se generó una Matriz Origen-Destino utilizando el modelo gravitacional, aplicando la ecuación 1 proporcionada junto con la matriz de costos entre zonas (Tabla 8) y los vectores de origen y destino de 2012 (Tabla 6).

$$T_{ij} = \alpha \cdot O_{i,2012} \cdot D_{j,2012} \cdot C_{ij}^k \cdot e^{-\beta \cdot C_{ij}} \quad (1)$$

Donde:

- $T_{ij}$  es la cantidad de viajes entre la zona  $i$  y la zona  $j$ .
- $O_{i,2012}$  es la cantidad de viajes de origen en la zona  $i$ .
- $D_{j,2012}$  es la cantidad de viajes de destino en la zona  $j$ .
- $C_{ij}$  es el costo entre la zona  $i$  y la zona  $j$ .
- $\alpha$  y  $k$  son parámetros a calibrar.
- $\beta$  es un parámetro equivalente a 0.2176.

Con todos los valores se procede a calcular el parámetro  $\alpha$  con un  $k$  igual a 1. Para ello, se ocupó la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{\sum_i O_{i,2012}}{\sum_i \sum_j O_{i,2012} \cdot D_{j,2012} \cdot C_{ij}^k \cdot e^{-\beta \cdot C_{ij}}} \quad (2)$$

Luego de aplicar la ecuación 2, se obtuvo un  $\alpha$  igual a  $3,249 \cdot 10^{-5}$ , con el cual se procedió a calcular la matriz de viajes que se muestra a continuación:

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4	Oi,2024
301	64.1	849.2	243.6	232.3	120.1	57.9	196.3	102.6	266.5	191.7	2324.3
302	556.4	2127.7	1047.0	633.0	306.5	276.8	651.7	310.3	961.7	727.7	7598.8
308	412.0	2702.6	555.9	471.3	281.3	326.2	556.8	249.5	880.2	727.1	7163.1
314	2.9	12.0	3.5	1.1	1.1	1.8	3.2	1.3	4.1	3.8	34.6
316	236.9	922.7	328.1	169.3	84.7	145.8	290.6	124.0	368.6	312.2	2982.8
318	0.0	0.3	0.2	0.1	0.1	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	1.1
E1	118.8	601.8	199.2	158.2	89.1	73.2	0.0	0.0	0.0	0.0	1240.3
E2	124.5	574.8	179.1	126.3	76.3	75.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1155.9
E3	767.0	4225.4	1498.2	946.0	538.0	468.6	0.0	0.0	0.0	0.0	8443.1
E4	298.3	1728.2	669.0	471.1	246.3	190.9	0.0	0.0	0.0	0.0	3603.9
Dj, 2024	2580.9	13744.7	4723.6	3208.8	1743.5	1616.2	1698.8	787.8	2481.1	1962.6	34548.0

Tabla 1: Matriz Origen-Destino con método global

Como se puede apreciar, la matriz obtenida no es precisa respecto a la original, ya que los vectores de origen-destino no concuerdan con los obtenidos en la encuesta.

## 2.2. Implementación del Método Furness

Para poder mejorar la precisión de la matriz obtenida (Tabla 1), se implementó el método Furness, este método es un algoritmo iterativo que equilibra la matriz de viajes para que las sumas de sus columnas y filas coincidan con los totales proyectados, manteniendo la distribución proporcional de los viajes según una matriz base. A continuación se muestra la matriz obtenida:

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4	Oi,2024
301	31.4	147.7	51.5	25.1	45.4	16.4	314.3	128.9	361.2	622.1	1744.0
302	251.1	341.0	204.0	63.0	106.8	72.1	961.5	359.3	1201.4	2175.7	5736.0
308	173.9	405.0	101.3	43.8	91.7	79.5	768.2	270.2	1028.3	2033.1	4995.0
314	0.9	1.4	0.5	0.1	0.3	0.3	3.5	1.1	3.7	8.2	20.0
316	103.8	143.6	62.1	16.4	28.7	36.9	416.4	139.4	447.2	906.6	2301.0
318	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.1	0.2	0.4	1.0
E1	671.5	1208.0	486.2	197.1	389.2	238.9	0.0	0.0	0.0	0.0	3191.0
E2	542.8	889.9	337.2	121.4	256.9	188.8	0.0	0.0	0.0	0.0	2337.0
E3	3069.2	6003.3	2588.5	834.4	1662.1	1082.5	0.0	0.0	0.0	0.0	15240.0
E4	2892.2	5949.0	2800.6	1006.7	1844.0	1068.5	0.0	0.0	0.0	0.0	15561.0
Dj, 2024	7737.0	15089.0	6632.0	2308.0	4425.0	2784.0	2464.0	899.0	3042.0	5746.0	51126.0

Tabla 2: Matriz Origen-Destino con método Furness

Como se puede observar, los vectores son más precisos respecto a los obtenidos en la encuesta.

### 2.2.1. Error Cuadrático Medio

Luego, se calculó el error cuadrático medio respecto a la original con el siguiente código:

```
1 mse = np.mean((Tij_df - df1_1) ** 2)
```

Donde:

- $Tij\_df$  es la matriz de viajes obtenida. (Tabla 2)
- $df1\_1$  es la matriz original. (Tabla 5)

El error que se obtuvo fue de 350710.81, por lo que, para minimizar el error, se tiene que modificar el  $k$ .

## 2.3. Calibración de la Matriz Origen-Destino con el Modelo Gravitacional

Para determinar el valor óptimo de  $k$ , se realizaron iteraciones sobre diferentes valores de  $k$ , desde 0.001 hasta 10, con incrementos de 0.001, para luego aplicar el error cuadrático 2.2.1

hasta encontrar el mínimo. El error mínimo se obtuvo con un  $k$  de 0.001 y un  $\alpha$  de 0.00011, resultando en un error de 345361.66. A continuación, se presenta la matriz resultante:

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4	Oi,2024
<b>301</b>	443.1	1588.3	550.9	258.5	187.2	259.8	70.1	69.0	104.3	41.5	3572.7
<b>302</b>	1040.6	5617.8	1347.2	986.8	679.7	725.4	244.7	175.4	450.9	170.7	11439.1
<b>308</b>	931.6	3477.5	1538.1	900.9	537.7	488.7	213.9	128.3	504.0	185.9	8906.6
<b>314</b>	3.2	18.7	6.6	5.6	2.9	2.1	1.6	0.8	2.1	1.0	44.6
<b>316</b>	369.2	2046.2	627.1	468.3	295.8	231.4	130.1	82.9	171.9	77.1	4500.0
<b>318</b>	0.2	0.9	0.2	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	1.9
<b>E1</b>	42.4	226.0	76.5	77.9	39.9	25.9	0.0	0.0	0.0	0.0	488.6
<b>E2</b>	83.7	324.8	92.0	78.9	51.0	43.5	0.0	0.0	0.0	0.0	673.9
<b>E3</b>	300.3	1981.0	857.8	482.0	250.9	180.2	0.0	0.0	0.0	0.0	4052.3
<b>E4</b>	64.6	405.4	171.0	124.5	60.8	41.8	0.0	0.0	0.0	0.0	868.2
<b>Dj, 2024</b>	3279.1	15686.5	5267.5	3383.5	2106.1	1999.1	660.4	456.3	1233.2	476.2	34548.0

Tabla 3: Matriz Origen-Destino con método gravitacional

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4	Oi,2024
<b>301</b>	121.5	142.5	53.6	13.0	34.7	41.8	301.6	155.0	298.9	581.6	1744.0
<b>302</b>	257.9	455.7	118.5	44.7	114.0	105.5	952.5	356.4	1168.2	2162.6	5736.0
<b>308</b>	205.8	251.4	120.6	36.4	80.4	63.3	742.1	232.3	1163.7	2099.0	4995.0
<b>314</b>	0.5	1.0	0.4	0.2	0.3	0.2	4.2	1.1	3.6	8.5	20.0
<b>316</b>	83.8	151.9	50.5	19.4	45.4	30.8	463.5	154.2	407.5	894.0	2301.0
<b>318</b>	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.1	0.2	0.3	1.0
<b>E1</b>	676.5	1180.1	433.5	227.2	430.8	242.8	0.0	0.0	0.0	0.0	3191.0
<b>E2</b>	658.3	836.0	257.0	113.4	271.4	200.8	0.0	0.0	0.0	0.0	2337.0
<b>E3</b>	2830.9	6111.3	2870.6	831.0	1599.7	996.5	0.0	0.0	0.0	0.0	15240.0
<b>E4</b>	2901.7	5958.9	2727.2	1022.6	1848.3	1102.3	0.0	0.0	0.0	0.0	15561.0
<b>Dj, 2024</b>	7737.0	15089.0	6632.0	2308.0	4425.0	2784.0	2464.0	899.0	3042.0	5746.0	51126.0

Tabla 4: Matriz Origen-Destino calibrada con método Furness

## 2.4. Discusiones

Luego de aplicar el método de Furness, la matriz se ajusta para que las sumas de las filas y columnas coincidan con los totales proyectados. Esto genera cambios en la matriz, y se observa en las Tablas 1 y 2 que las zonas E1, E2, E3 y E4 presentan las mayores diferencias respecto a la matriz original. Esto se debe a que, al ser un método iterativo, es necesario ajustar la matriz para cumplir las restricciones deseadas. Además, al cambiar el valor de  $k$ , se afectan otras variables como  $\alpha$ , lo que genera cambios en la función de costos. Un valor de  $k$  bajo genera mayor atracción hacia las zonas más cercanas o con un menor costo. En el caso de las zonas mencionadas, E1, E2, E3 y E4, tuvieron que ajustarse significativamente para alinearse con los vectores de destino y origen de 2024. Además, los valores de generación de viajes del cuadrante de los 300 en la Tabla 3 son muy altos y difieren de lo esperado para 2024, por lo que, al aplicar el método de Furness, estos valores disminuyen notablemente y se logran adaptar a lo esperado para 2024, generando una matriz más coherente. Al comparar la matriz original con la final (Tablas 5 y 4 respectivamente), se observa que las zonas E1, E2,

E3 y E4 siguen siendo las que más difieren respecto a las otras zonas. Esto puede deberse a que, como se mencionó antes, el método de Furness y el modelo gravitacional son ajustes para lograr una representación coherente, pero pueden existir diferencias con la realidad debido a factores que no captura este tipo de modelos.

Con respecto a las limitaciones que tiene el método de Furness y el modelo gravitacional se puede mencionar que este modelo solo considera ciertos impulsos sobre los viajes como lo son el costo y el tamaño de la zona de origen y destino, lo cual puede no captar otros factores importantes como la congestión, cambios de transporte público o privado, entre otros. Además, el método de Furness ajusta de manera proporcional, lo que puede significar que no se refleje con precisión los patrones de viaje o los cambios en este. Luego agregar que los parámetros como  $k$ , pueden variar en la zona, por lo que no son del todo correctas en cada ocasión.

Finalmente, la matriz modelada para 2024 podría diferir de la realidad debido a que no se consideran factores como la pandemia, cambios en la infraestructura, cambios en la densidad poblacional, conflictos sociales, teletrabajo, entre otros. Por lo que se debe tener en cuenta que estos modelos son una aproximación y no una representación exacta de la realidad.

### 3. Conclusion

En este trabajo se generaron matrices origen-destino para la zona de San Carlos de Apoquindo, utilizando el método gravitacional y el método Furness. Se obtuvo una matriz calibrada con el método gravitacional y se comparó con la matriz original, obteniendo un error cuadrático medio de 345361.66. Se concluye que el método Furness es una herramienta útil para ajustar matrices origen-destino y que el modelo gravitacional es una buena aproximación para la distribución de viajes en una ciudad. Sin embargo, se debe tener en cuenta que estos modelos no consideran todos los factores que influyen en la distribución de viajes, por lo que pueden existir diferencias respecto a la realidad.

## 4. Anexos

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4
301	0	0	0	0	0	0	709	0	714	821
302	284	845	0	0	1202	0	369	894	3514	3671
308	0	0	107	0	0	0	39	0	1457	1886
314	0	0	0	0	0	0	126	25	1208	949
316	0	171	0	0	0	0	37	97	728	344
318	0	0	0	0	108	0	107	0	529	650
E1	811	1622	0	0	193	0	0	0	0	0
E2	98	836	0	25	0	0	0	0	0	0
E3	121	1029	1563	0	529	0	0	0	0	0
E4	645	1663	3480	0	338	0	0	0	0	0

Tabla 5: Matriz Origen-Destino de 2012

Zona	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4
Oi,2012	1960	6166	5150	25	2371	1	1387	1016	8150	8322
Dj,2012	2245	10780	3488	2307	1377	1395	2626	959	3243	6126

Tabla 6: Vectores de Oi,2012 y Dj,2012 por zona

Zona	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4
Oi,2024	7737	15089	6632	2308	4425	2784	2464	899	3042	5746
Dj,2024	1744	5736	4995	20	2301	1	3191	2337	15240	15561

Tabla 7: Vectores  $O_{i2024}$  y  $D_{j2024}$  por zona

Zona O\D	301	302	308	314	316	318	E1	E2	E3	E4
301	0.50	1.85	1.53	3.11	2.22	0.77	9.71	5.15	8.85	16.01
302	1.85	1.31	2.69	2.22	1.56	1.32	9.23	6.13	7.39	14.78
308	1.53	2.69	1.25	1.81	1.81	2.31	9.02	6.74	6.05	13.56
314	3.11	2.22	1.81	0.65	1.25	2.95	7.04	5.55	6.80	13.12
316	2.22	1.56	1.81	1.25	0.99	2.18	7.74	5.18	7.43	14.04
318	0.77	1.32	2.31	2.95	2.18	0.50	9.78	5.97	9.01	15.82
E1	9.71	9.23	9.02	7.04	7.74	9.78	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
E2	5.15	6.13	6.74	5.55	5.18	5.97	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
E3	8.85	7.39	6.05	6.80	7.43	9.01	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
E4	16.01	14.78	13.56	13.12	14.04	15.82	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Tabla 8: Tabla de costos entre zonas