

# Отчёт по лабораторной работе

## Часть 1. Случайные графы

Долгих Д. Д.

### 1 Постановка задачи

Исследуются два типа случайных графов:

- KNN-графы.
- DIST-графы.

**Гипотезы:**

$$H_0 : X_i \sim \text{Exp}(\lambda_0), \lambda_0 = 1 \quad (1)$$

$$H_1 : X_i \sim \Gamma\left(\frac{1}{2}, \lambda_1\right), \lambda_1 = \sqrt{0.5} \quad (2)$$

**Характеристики:**

- KNN-граф: число треугольников.
- DIST-граф: хроматическое число.

### 2 Методика

Для каждой гипотезы было сгенерировано нами по 300 графов. Пороговое значение мы выбрали следующее: 95-й перцентиль  $T$  при  $H_0$ . Множество  $A$ :

$$A = \{T : T > \text{Threshold}\} \quad (3)$$

**Мощность** оценивалась как доля случаев, когда  $T > \text{Threshold}$  при  $H_1$ .

### 3 Анализ параметров распределений при фиксированных параметрах графа

#### 3.1 KNN-граф (n=1000, k=60)

- При  $\lambda_0 = 0.3$ ,  $\lambda_1 = 0.3 - 1.0$ : AUC ROC и мощность близки к 1.0.
- При  $\lambda_1 \geq 1.5$ : снижение мощности и AUC.
- При больших  $\lambda_0$  (1.5-3.0): критерий теряет чувствительность.

### 3.2 DIST-граф (n=1000, d=0.5)

- При  $\lambda_0 \leq 0.5$ ,  $\lambda_1 \leq 1.0$ : высокая эффективность критерия.
- При  $\lambda_1 \geq 1.5$ : резкое падение мощности и AUC.
- При  $\lambda_0 \geq 1.5$ : критерий полностью теряет чувствительность.

## 4 Анализ зависимости от параметров графа при фиксированных распределениях

### 4.1 KNN-граф ( $\lambda_0 = 1$ , $\lambda_1 = \sqrt{0.5}$ )

- При малом  $k$  и  $n$  (100–200): низкая мощность и AUC.
- При  $n = 1000$ ,  $k = 50 - 100$ : AUC и мощность близки к 1.0.

### 4.2 DIST-граф ( $\lambda_0 = 1$ , $\lambda_1 = \sqrt{0.5}$ )

- При  $d = 0.05 - 0.1$  и малом  $n$ : высокая эффективность.
- При  $d = 1.0$  и выше: снижение мощности и AUC.
- При  $d \geq 1.5$ : критерий теряет различимость.

## 5 Вывод

#### 1. При малых значениях $\lambda_0 = 0.3$ и $\lambda_1 = 0.3-1.0$ :

- AUC ROC близок к 1.0.
- Мощность критерия почти 1.0.
- Критерий уверенно отличает  $H_0$  и  $H_1$ .
- Ошибка первого рода стабильно около 0.05 (контроль  $\alpha$  соблюдается).

#### 2. При увеличении $\lambda_1$ до 1.5 и выше (при фиксированном $\lambda_0 = 0.3$ ):

- Мощность заметно снижается.
- При  $\lambda_1 = 1.5$  мощность падает до 0.533.
- При  $\lambda_1 \geq 2.0$  мощность становится 0.0, критерий теряет чувствительность.
- AUC резко падает.

#### 3. При больших $\lambda_0$ (1.5–3.0) независимо от $\lambda_1$ :

- AUC падает до 0.0–0.2.
- Мощность стремится к 0.0.
- Критерий полностью теряет способность отличать  $H_0$  и  $H_1$ .