Laboratorio: Problemas de contorno unidimensionales, métodos de disparo

**Objetivos**

Con esta actividad vas a conseguir poner en práctica los conceptos relacionados con los problemas de frontera unidimensionales estudiados en la asignatura. Concretamente, se aplicará el método de disparo con secante y con Newton a un problema de frontera cuyas condiciones no son de tipo Dirichlet.

**Descripción**

Consideremos el siguiente problema de frontera:

.

Describe el método de disparo para este problema, utilizando el esquema de secante para determinar los valores del parámetro .

Nos encontramos ante un problema de frontera no lineal con condiciones de tipo Natural. Para poder aproximar la solución numérica, vamos a definir una serie problemas de valor inicial, de tal forma que buscaremos un tk en una sucesión que satisfaga la condición de frontera en π.

Al comienzo del intervalo, tenemos que la condición es , por lo tanto nuestra sucesión de PVI’s va a ser de la forma:

Esto nos asegura que se cumple . Como es un PVI de orden 2, debemos pasar el problema de valor inicial a un sistema de PVI, para poder resolverlo. Por lo tanto, se tiene:

SPVI :

Donde y tiene condiciones iniciales .

Vamos a ir iterando t, para asegurarnos que se cumple , como vamos a buscar una aproximación, tendremos que asegurarnos que se cumple lo siguiente:

Esta inecuación define uno de los criterios de parada del método. En caso de no acercarnos suficiente, debemos poner un máximo de iteraciones para evitar que el bucle sea infinito y el programa no termine.

La forma de aproximarnos a esta solución de la ecuación no lineal es, por ejemplo, utilizar el método de secante. El método consiste en, a partir de dos aproximaciones iniciales, aproximar la pendiente de la recta que une la función evaluada en el punto de estudio y en la iteración anterior, de tal forma que nos iremos aproximando a la raíz de la ecuación propuesta. Se suele utilizar el método de la secante ya que no necesitamos calcular la derivada de la función ni hacer evaluaciones en esta, en definitiva, es una variación del método de Newton donde el coste computacional de derivar y evaluar no aparece y hace que el método sea más eficiente en este sentido.

La forma iterativa del método es la siguiente:

Aproxima la solución del problema mediante el método del apartado (a), tomando 10 subintervalos, una tolerancia de y un valor inicial del parámetro . Indica el número de iteraciones y el último valor de .

Describe el método de disparo para este problema, utilizando el esquema de Newton para determinar los valores del parámetro

Utilizando el esquema de Newton, la construcción de nuestro PVI es de la misma manera. Por lo tanto, se tiene:

Donde transformamos el problema de valor inicial en el siguiente sistema de PVI:

SPVI :

Donde y tiene condiciones iniciales .

Vamos a ir iterando t, para asegurarnos que se cumple , como vamos a buscar una aproximación, tendremos que asegurarnos que se cumple lo siguiente:

Como ya mencionamos, el método de Newton utiliza la evaluación de las derivadas para resolver la ecuación . Por lo tanto, el método iterativo de Newton quedaría de la siguiente forma.

Donde es la siguiente ecuación:

Utilizando el mismo método que para PVI 1, obtenemos el sistema de PVIs:

SPVI :

Donde y tiene condiciones iniciales ;.

Al resolver este sistema, obtenemos los elementos necesarios para poder iterar con Newton.

Aproxima la solución del problema mediante el método del apartado (c), tomando 10 subintervalos, una tolerancia de y un valor inicial del parámetro . Indica el número de iteraciones y el último valor de .

Compara las aproximaciones obtenidas en los apartados (b) y (d), tanto gráfica como numéricamente.

**Extensión máxima:** 10 páginas, fuente: Calibri12, interlineado 1.5.

**Rúbrica**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Problemas de contorno unidimensionales, métodos de disparo | Descripción | Puntuación máxima  (puntos) | Peso  % |
| Criterio 1 | Calidad en la presentación: expresiones matemáticas escritas con editor de ecuaciones, tablas en formato tabla, legibilidad de gráficos… La no presentación en Word supone un 0 en este apartado. | 1.5 | 15 % |
| Criterio 2 | Problema 1. Apartado a. El planteamiento teórico es correcto. | 1.5 | 15 % |
| Criterio 3 | Problema 1. Apartado b. Tabla de resultados correcta. | 2 | 20 % |
| Criterio 4 | Problema 1. Apartado c. El planteamiento teórico es correcto | 1.5 | 15 % |
| Criterio 5 | Problema 1. Apartado d.  Tabla de resultados correcta | 2 | 20 % |
| Criterio 6 | Problema 1. Apartado e. Gráfica correcta. | 0.75 | 7.5 % |
| Criterio 7 | Problema 1. Apartado e. Tabla de resultados correcta | 0.75 | 7.5 % |
|  |  | **10** | **100 %** |