

**Урок геометрії**  
**11 клас**  
**Смичинська ЗОШ І-ІІІ ступенів**

*Вчитель: Книр Лариса Володимирівна*

*2014 рік*



# Геометрія є пізнання всього існуючого



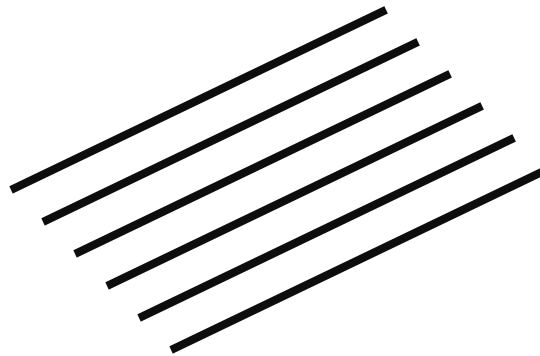
Платон

## **Запитання для повторення.**

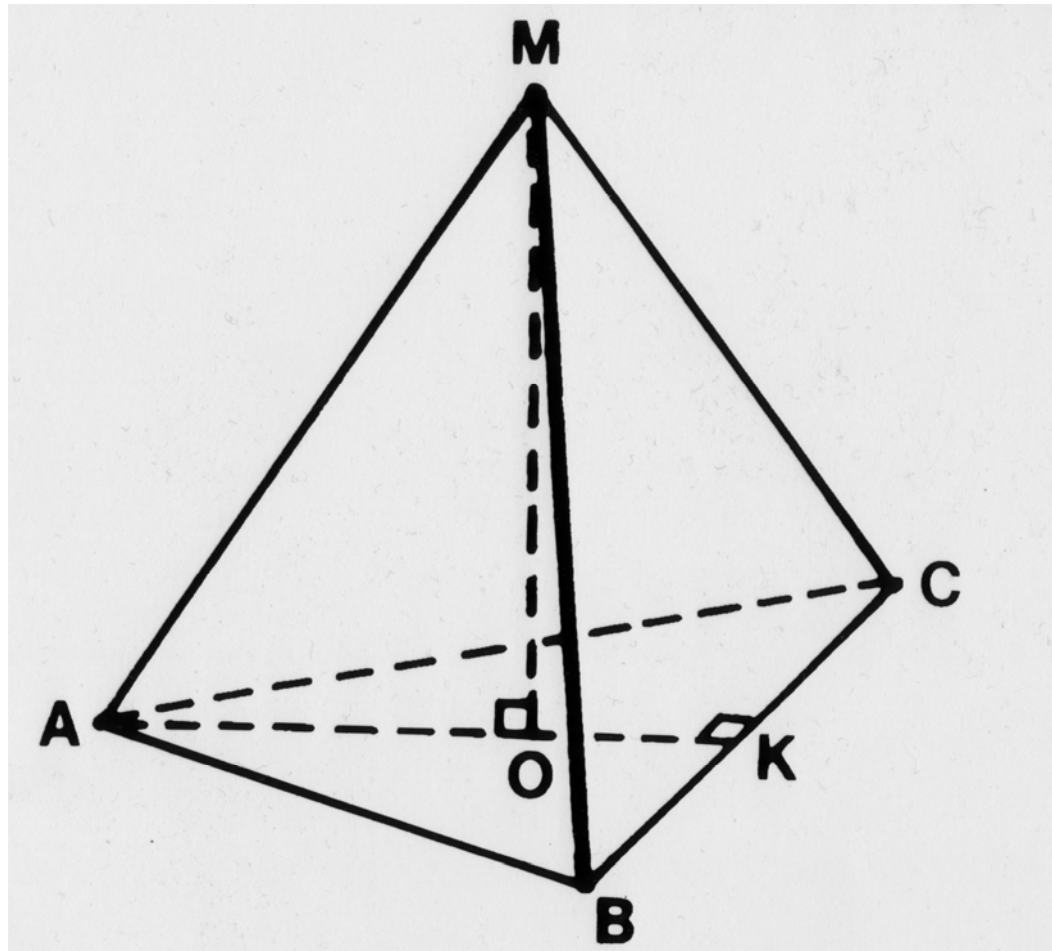
1. Яка фігура називається пірамідою?
2. Що собою представляє кожна бічна грань піраміди?
3. Чи може прямокутник бути гранню піраміди?
4. Скільки граней має шестикутна піраміда?
5. Скільки ребер в п'ятикутній піраміді?
6. Чи існує піраміда, в якій 33 ребра?
7. Чи існує піраміда, в якій 33 грані?
8. Який багатокутник лежить в її основі?
9. Що називається висотою піраміди?
10. Скільки висот можна провести в піраміді?

## Завдання.

З шести однакових паличок скласти 4 однакові рівносторонні трикутники.



# Правильна трикутна піраміда (тетраєдр)



**Тема уроку:** *Правильна піраміда.  
Площа бічної поверхні  
правильної піраміди.*

## Мета уроку

*Формування понять: “правильна піраміда”,  
“апофема правильної піраміди”; вивчення  
властивостей і теореми про знаходження  
бічної поверхні правильної піраміди.  
Розвивати вміння розв’язувати задачі.*

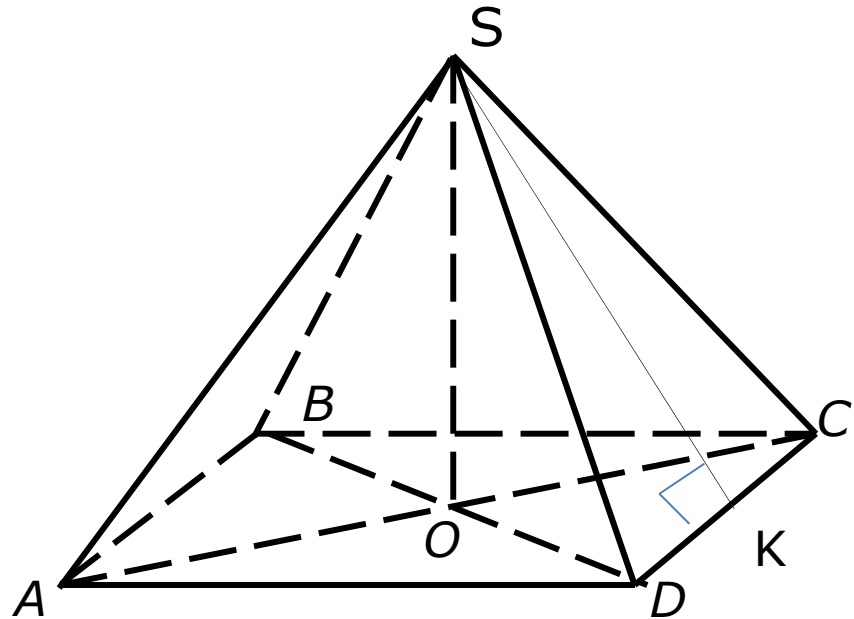


***Правильною пірамідою*** називається  
піраміда , в основі якої лежить  
правильний многокутник, а основа  
висоти піраміди збігається з центром  
цього многокутника

## Правильна піраміда

Піраміда називається правильною, якщо її основою є правильний многокутник, а основа висоти збігається з центром цього многокутника.

- Віссю правильної піраміди називається пряма, яка містить її висоту.
- У правильній піраміді бічні ребра рівні, отже, бічні грані – рівні рівнобедрені трикутники.
- Висота бічної грані правильної піраміди, проведена з її вершини, називається апофемою.



SABCD – піраміда

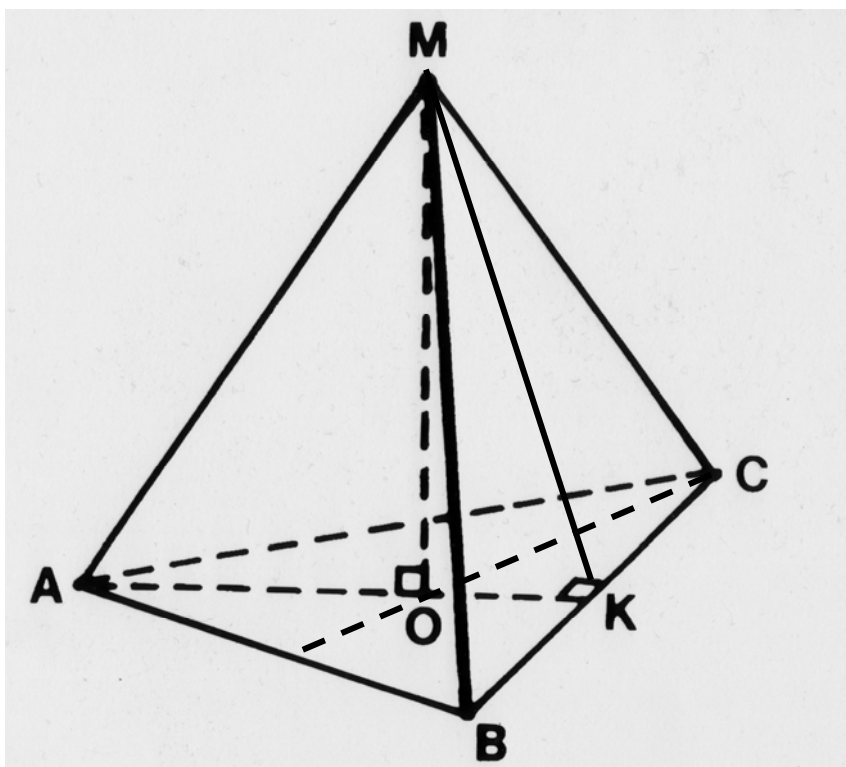
SA, SB, SC, SD – бічні ребра

ABCD – основа піраміди

SAD, SAB, SBC, SCD – бічні грані, SK – апофема.

SO – висота

# Правильна трикутна піраміда



**O** – центр

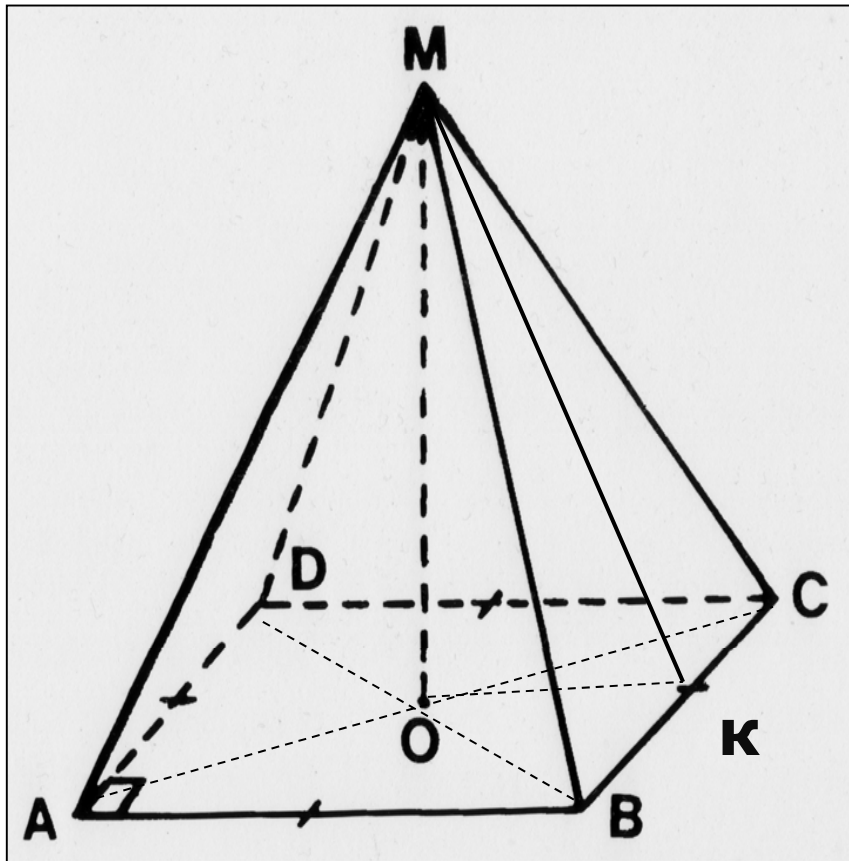
ОСНОВИ

**МО** – висота

піраміди

**МК** – апофема

# Правильна чотирикутна піраміда

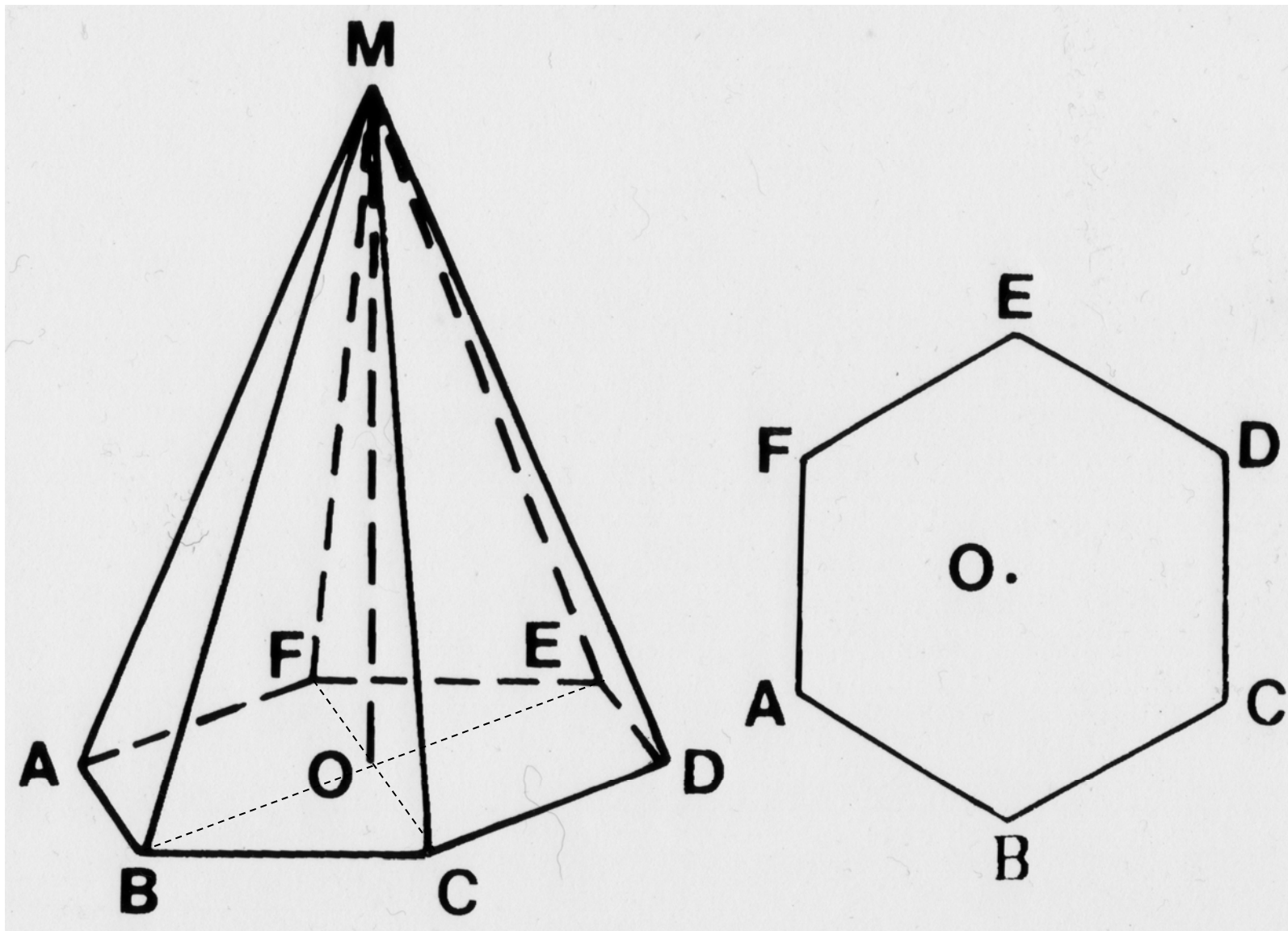


**ABCD** – квадрат

**МО** – висота  
піраміди

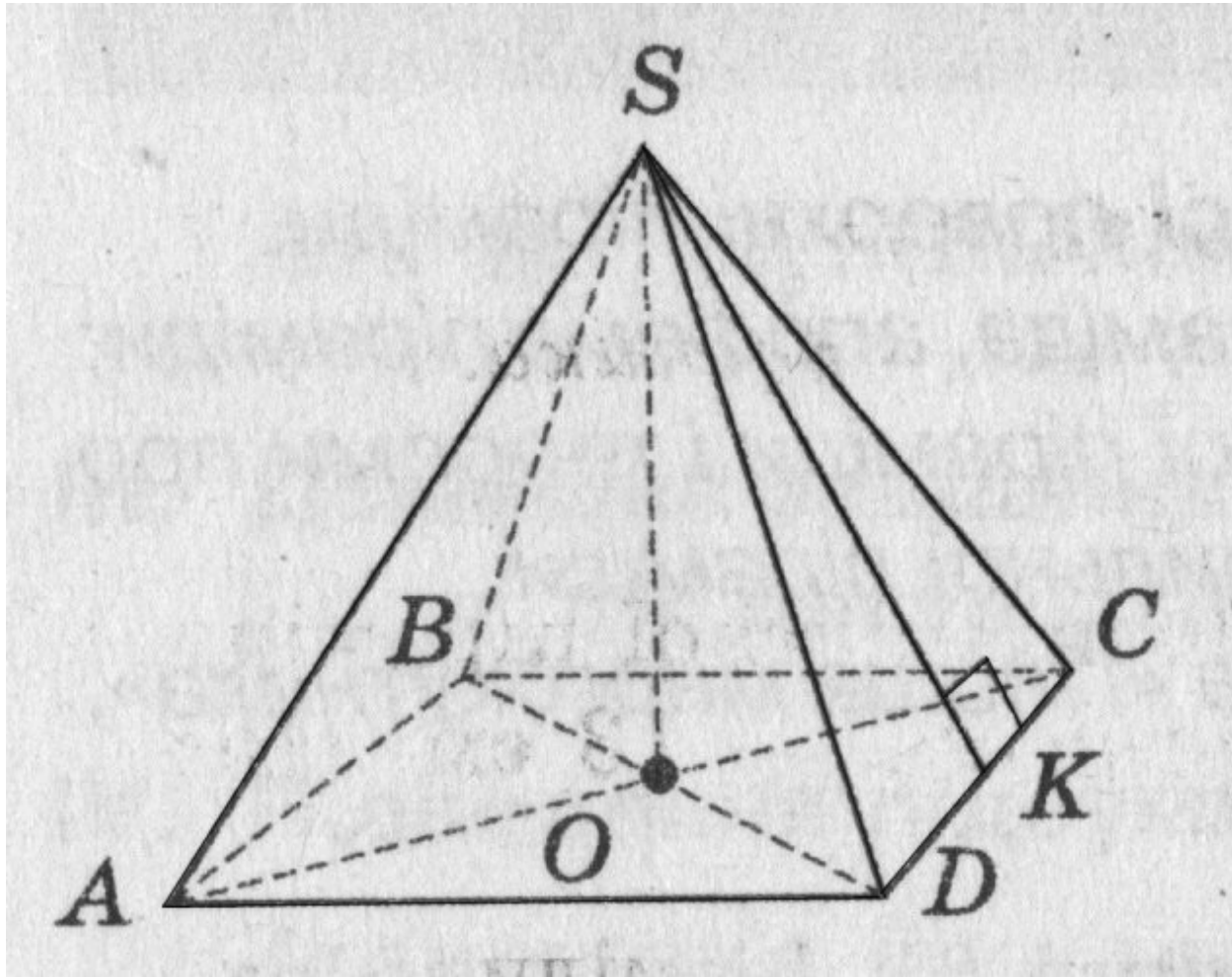
**МК** - апофема

# Правильна шестикутна піраміда



## Властивості правильної піраміди

- 1) *Всі бічні ребра рівні, всі ребра при основі рівні;*
- 2) *Всі бічні грані рівні рівнобедрені трикутники;*
- 3) *Всі апофеми рівні;*
- 4) *Двогранні кути при основі рівні;*
- 5) *Двогранні кути при бічних ребрах рівні;*
- 6) *Кожна точка висоти правильної піраміди рівновіддалена від всіх вершин основи;*
- 7) *Кожна точка висоти правильної піраміди рівновіддалена від усіх бічних граней.*



SK – апофема

SO – висота

SKC – бічна  
грань

**Бічною поверхнею піраміди називається сума площ її бічних граней**

$$S_{\text{бп}} = S_{\text{бг}} \cdot n$$



## Теорема 23.

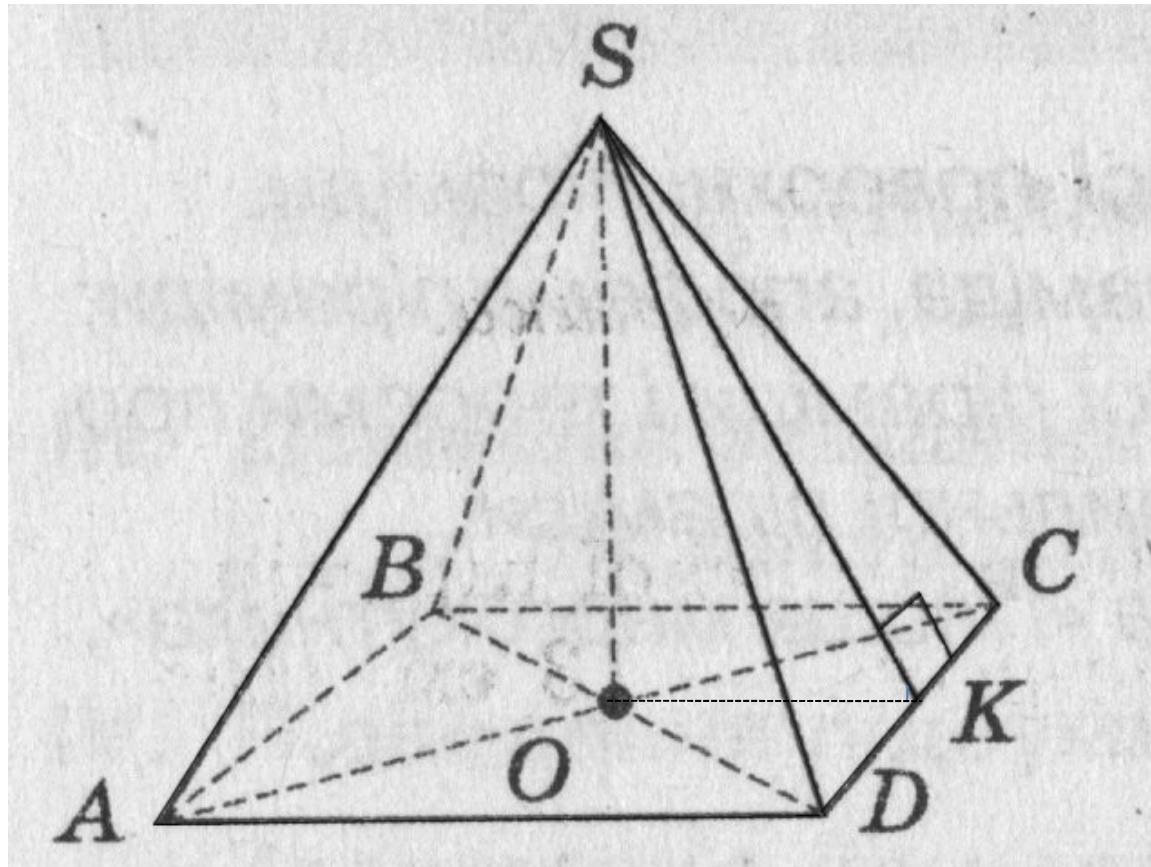
Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює добутку півпериметра її основи на апофему.

$$S = (P / 2) \cdot L$$

Площа поверхні піраміди дорівнює сумі площі її бічної поверхні та площі основи.

$$S_{\pi} = S + S_{\text{б}}$$





$$S = p \cdot SK$$

$$S = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + AD) \cdot SK$$



**ПІРАМІДА ХЕОПСА**

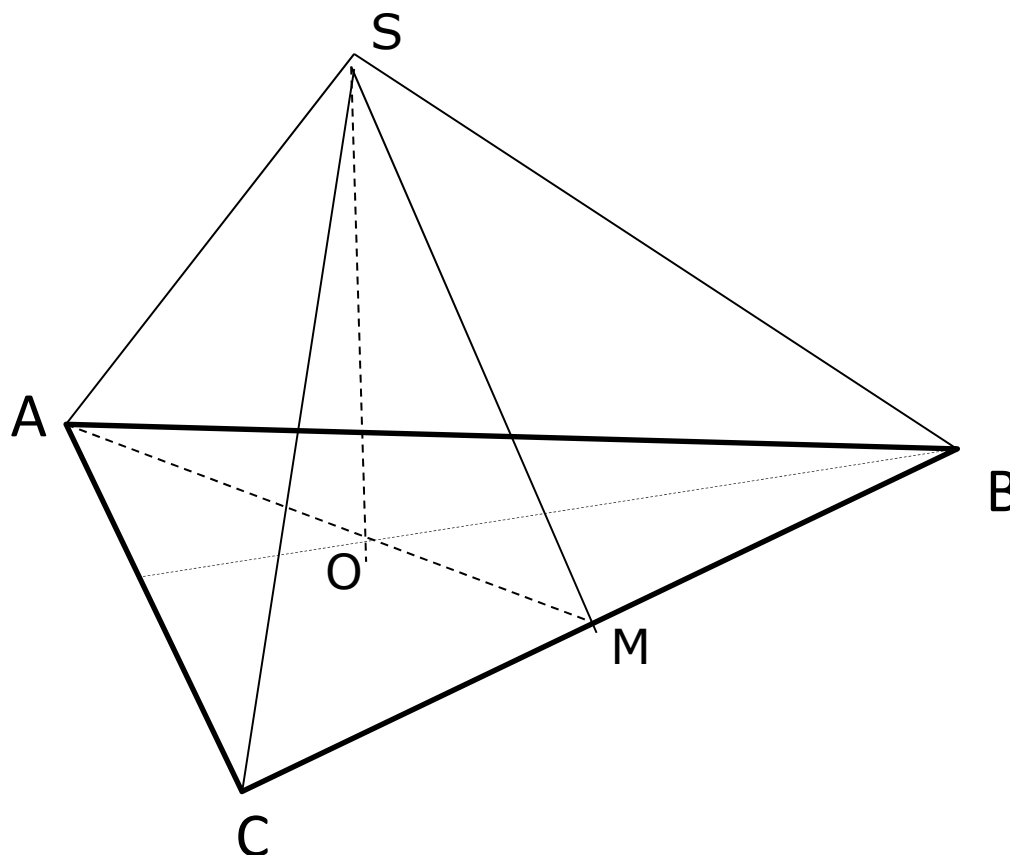
**Параметри піраміди: правильна**  
**чотирикутна,**

**висота (H) – 147 м, сторона основи піраміди –**  
**230-233 м, бічне ребро – 220 м.**

**Площа бічної поверхні піраміди 5,3 га.**

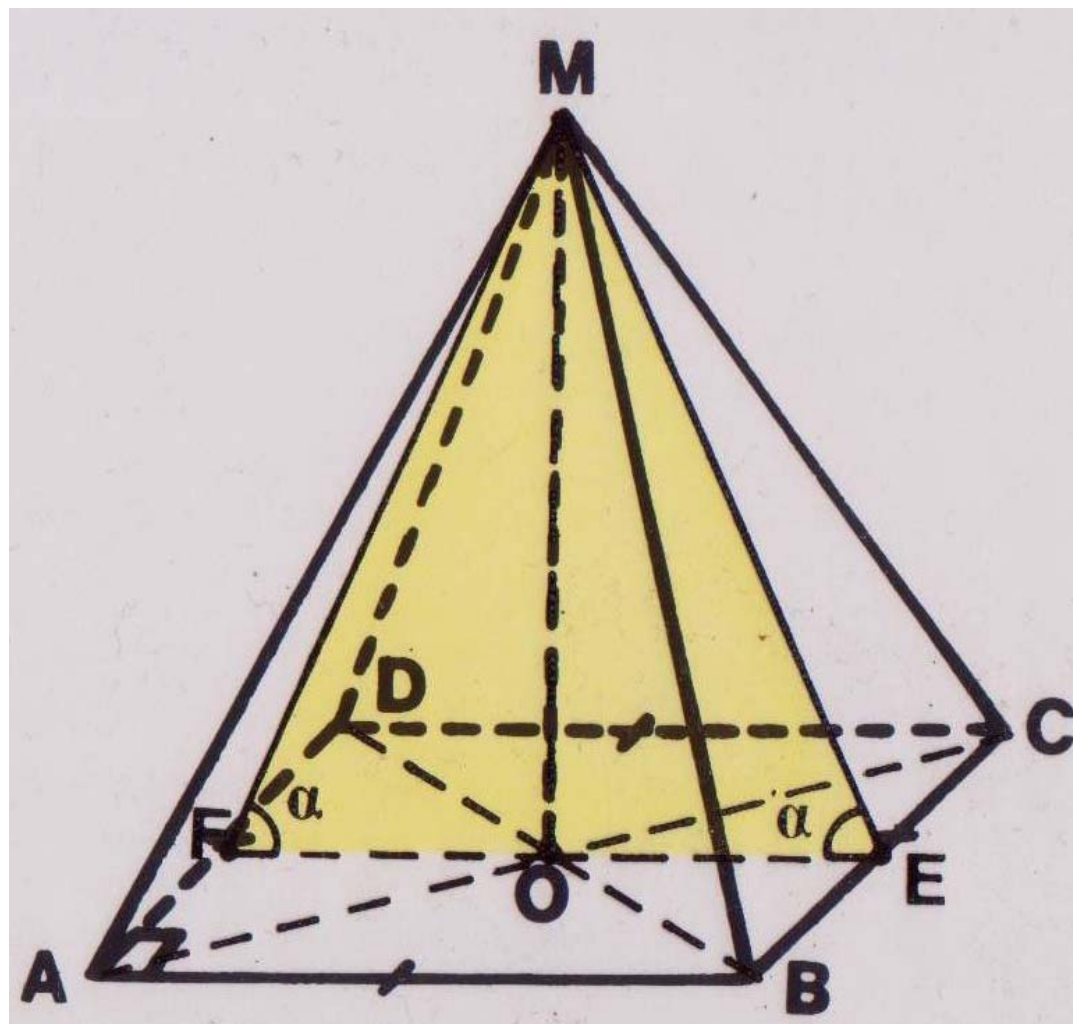
## Задача

Знайдіть площу  
поверхні  
правильної  
трикутної  
піраміди у якої  
сторона основи  
дорівнює **10см**,  
а апофема – **6см**.

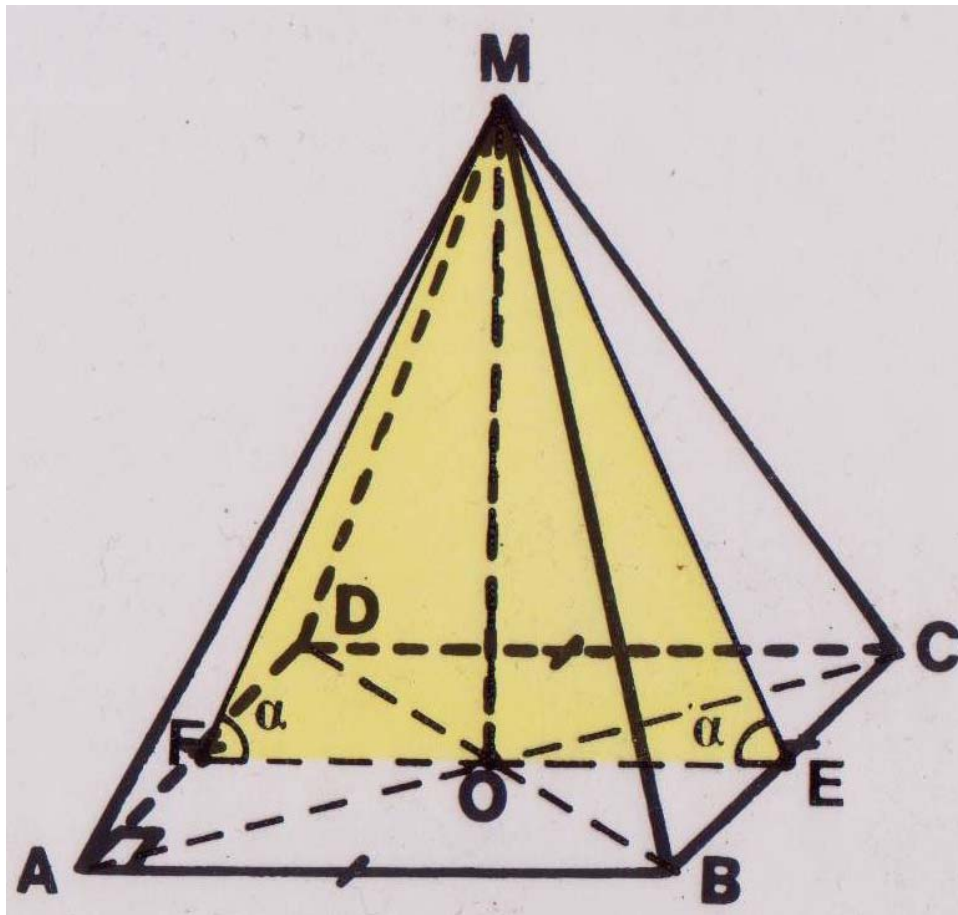


Якщо кожний  
двогранний кут  
при основі  
піраміди  
дорівнює  $\alpha$ , а  
площа її основи  
 $S_0$ , то площа  
бічної поверхні:

$$S = S_0 / \cos \alpha$$



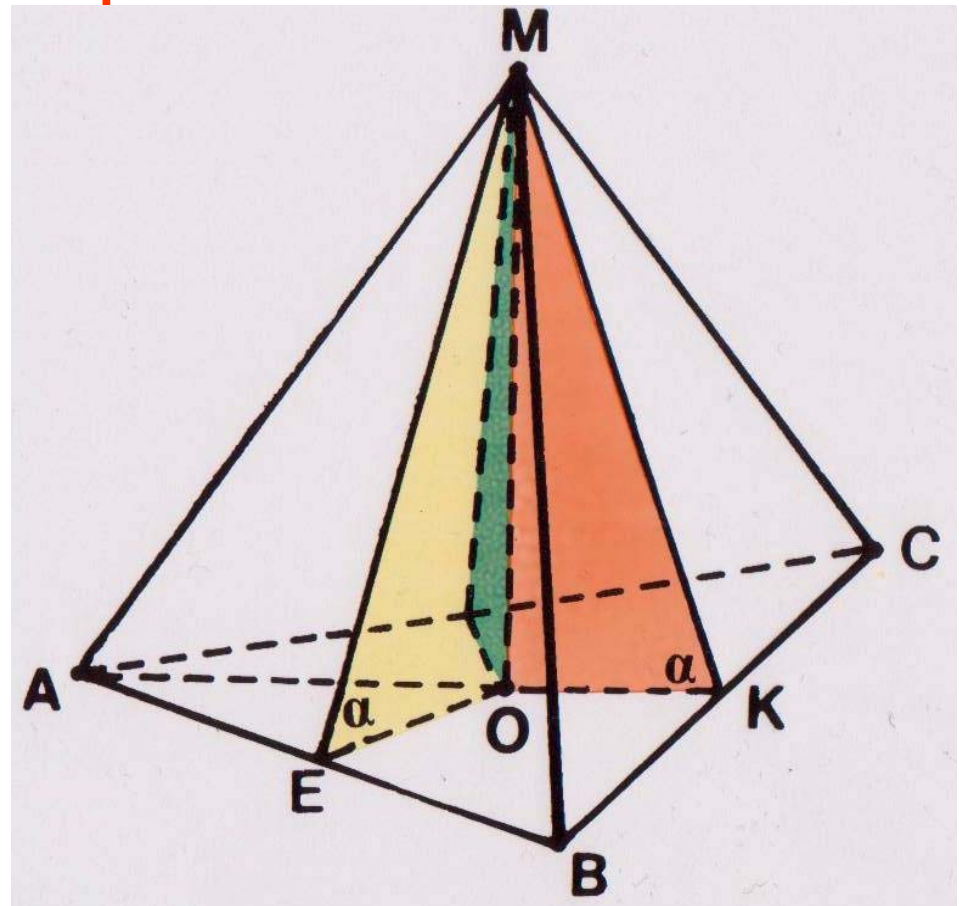
## Самостійна робота



I варіант

Дано:  $MO = 4\sqrt{3}\text{см}$ ;  $\alpha = 60^\circ$

Знайти:  $S_6$ .



II варіант

Дано:  $BC = 4\text{см}$ ;  $\alpha = 60^\circ$

Знайти:  $S_6$ .

## **Основні формули стосовно піраміди**

<b>Назва формули</b>	<b>Формула</b>	<b>Позначення</b>
<i>Площа повної поверхні</i>	$S_{\text{п}} = S + S_{\text{б}}$	$S$ – площа основи; $S_{\text{б}}$ – площа бічної поверхні
<i>Площа бічної поверхні</i>	$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot l$ $S_{\text{б}} = S / \cos \alpha$	$P$ – периметр основи; $l$ – апофема; $\alpha$ – двогранний кут при основі

### Варіант I

1 Якщо чотирикутна піраміда правильна, то її основою є...

- А) прямокутник; Б) ромб;  
В) квадрат; Г) трапеція.

2 У правильній трикутній піраміді сторона основи 2 см, периметр основи дорівнює:

- А) 6 см; Б) 4 см;  
В) 8 см; Г) інша відповідь.

3 У правильної чотирикутної піраміди всі бічні грані:

- А) прямокутні трикутники;  
Б) різносторонні трикутники;  
В) рівнобедрені трикутники;  
Г) квадрати.

4 Якщо площа бічної грані правильної шестикутної піраміди  $5 \text{ см}^2$ , то площа бічної поверхні дорівнює...

- А)  $25 \text{ см}^2$ ; Б)  $30 \text{ см}^2$ ;  
В)  $15 \text{ см}^2$ ; Г) інша відповідь.

### Варіант II

1 Якщо піраміда має шість вершин, то вона...

- А) шестикутна; Б) п'ятикутна;  
В) чотирикутна; Г) трикутна.

2 У правильній чотирикутній піраміді сторона основи 5 см, апофема 3 см.

Площа бічної грані...

- А)  $15 \text{ см}^2$ ; Б)  $7,5 \text{ см}^2$ ;  
В)  $16 \text{ см}^2$ ; Г)  $30 \text{ см}^2$ .

3 У правильної трикутної піраміди  $SABC$  в основі лежить трикутник...

- А) прямокутний;  
Б) різносторонній;  
В) тупокутний;  
Г) рівносторонній.

4 Якщо периметр основи правильної трикутної піраміди 12 см, апофема 5 см, то площа бічної поверхні дорівнює...

- А)  $30 \text{ см}^2$ ; Б)  $60 \text{ см}^2$ ;  
В)  $17 \text{ см}^2$ ; Г)  $8,5 \text{ см}^2$ .



Варіант I	Варіант II
<p>1 Якщо чотирикутна піраміда правильна, то її основою є...</p> <p>А) прямокутник; Б) ромб;  <b>В) квадрат;</b> Г) трапеція.</p> <p>2 У правильній трикутній піраміді сторона основи 2 см, периметр основи дорівнює:</p> <p><b>А) 6 см;</b> Б) 4 см;  В) 8 см; Г) інша відповідь.</p> <p>3 У правильної чотирикутної піраміди всі бічні грані:</p> <p>А) прямокутні трикутники;  Б) різносторонні трикутники;  <b>В) рівнобедрені трикутники;</b>  Г) квадрати.</p> <p>4 Якщо площа бічної грані правильної шестикутної піраміди <math>5 \text{ см}^2</math>, то площа бічної поверхні дорівнює...</p> <p>А) <math>25 \text{ см}^2</math>; <b>Б) <math>30 \text{ см}^2</math>;</b>  В) <math>15 \text{ см}^2</math>; Г) інша відповідь.</p>	<p>1 Якщо піраміда має шість вершин, то вона...</p> <p>А) шестикутна; <b>Б) п'ятикутна;</b>  В) чотирикутна; Г) трикутна.</p> <p>2 У правильній чотирикутній піраміді сторона основи 5 см, апофема 3 см. Площа бічної грані...</p> <p>А) <math>15 \text{ см}^2</math>; Б) <math>7,5 \text{ см}^2</math>;  В) <math>16 \text{ см}^2</math>; <b>Г) <math>30 \text{ см}^2</math>.</b></p> <p>3 У правильної трикутної піраміди <math>SABC</math> в основі лежить трикутник...</p> <p>А) прямокутний;  Б) різносторонній;  В) тупокутний;  <b>Г) рівносторонній.</b></p> <p>4 Якщо периметр основи правильної трикутної піраміди 12 см, апофема 5 см, то площа бічної поверхні дорівнює...</p> <p><b>А) <math>30 \text{ см}^2</math>;</b> Б) <math>60 \text{ см}^2</math>;  В) <math>17 \text{ см}^2</math>; Г) <math>8,5 \text{ см}^2</math>.</p>





<p>1.</p> <p>Діагональ основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює <math>m</math>, а двогранний кут при ребрі основи <math>\beta</math>. Обчислити площу бічної поверхні піраміди.</p>	<p>2.</p> <p>Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює <math>60^\circ</math>, а бічне ребро – 6 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.</p>
<p>3.</p> <p>Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює <math>\sqrt{3}</math> см. Обчисліть бічну поверхню піраміди.</p>	<p>4.</p> <p>Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а плоский кут при вершині – <math>90^\circ</math>. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.</p>

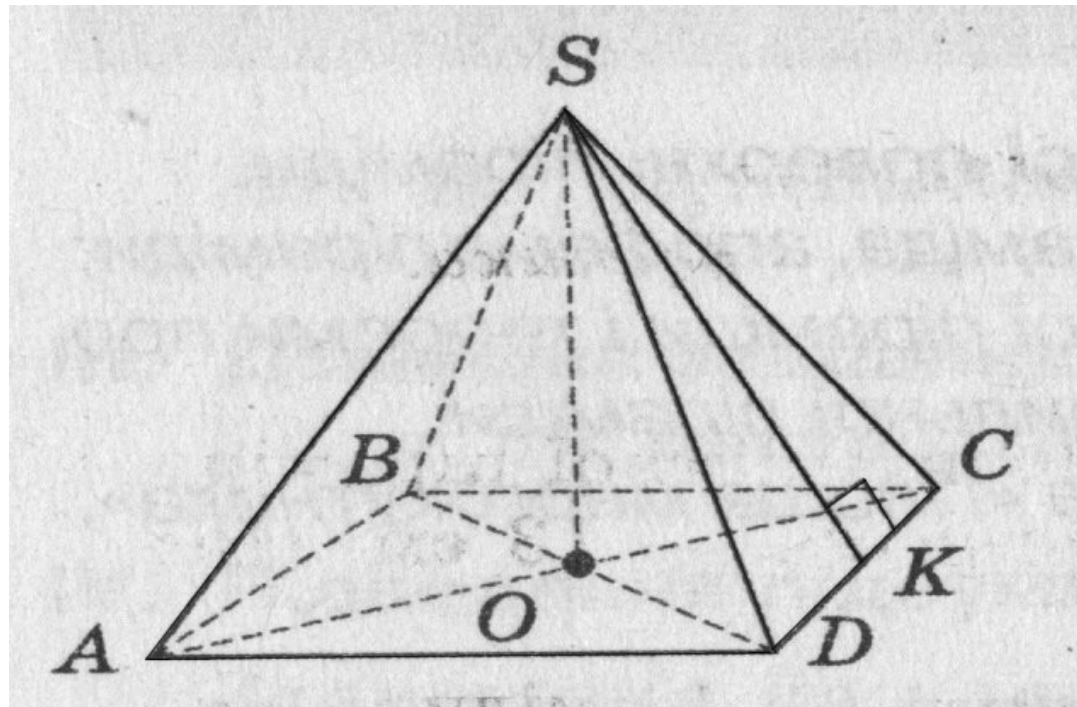
$$27\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$m^2/2\cos\alpha$$

$$108 \text{ cm}^2$$

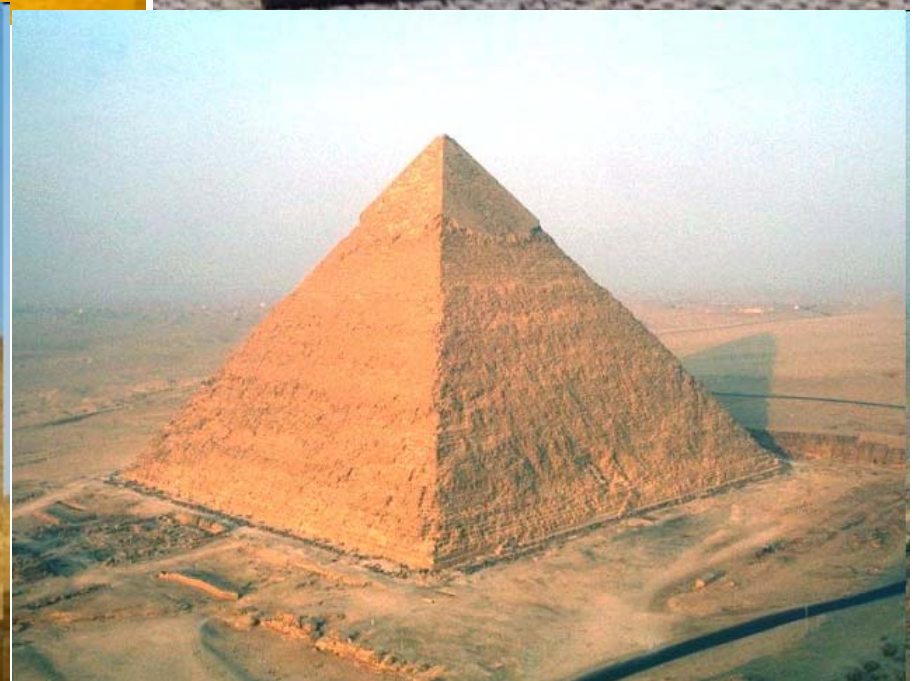
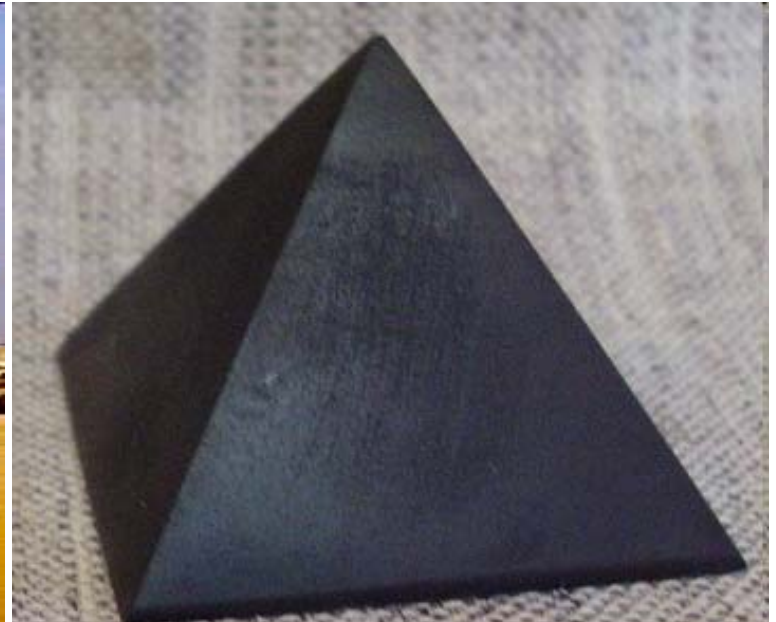
$$54 \text{ cm}^2$$

**ЗАДАЧА.** Дах будинку має форму правильної чотирикутної піраміди, сторона основи якої 10 м, а бічне ребро 13м. Дах потрібно покрити залізом, розмір листа якого 1х1,5 м, а ціна – 120 грн. за лист. Скільки квадратних метрів покрівельного матеріалу потрібно і яка буде вартість покупки, якщо на з'єднання витрачається 5%?





# Піраміди



# Домашнє завдання

Вивчити §22,

виконати

№803 (а,б,в)

№805

№829

додатково

№ 840

**Повторення, узагальнення вивченого  
ТЕСТУВАННЯ "Перевір себе"**

**1. Якщо сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема 1 см, то бічна поверхня піраміди дорівнює:**

**а)  $1 \text{ см}^2$ ; б)  $3 \text{ см}^2$ ; в)  $1,5 \text{ см}^2$ ; г)  $4,5 \text{ см}^2$ .**

**2. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $d$ , а плоский кут при її вершині  $\beta$ . Визначити сторону основи піраміди.**

**а)  $d \sin \beta/2$ ; б)  $d \cos \beta/2$ ; в)  $2d \sin \beta/2$ ; г)  $2d \tan \beta/2$ .**

**1. Якщо периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а апофема – 1 см, то двогранний кут при основі піраміди дорівнює:**

**а)  $30^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $\arctg 2$ ; г)  $\arctg \frac{1}{2}$ .**

**2. Відстань від центра основи правильної піраміди до бічної грані дорівнює  $d$ , бічна грань нахилена до площини основи під кутом  $\varphi$ . Визначити апофему піраміди.**

**а)  $2d/\sin 2\varphi$ ; б)  $d \sin 2\varphi$ ; в)  $d/\sin^2 \varphi$ ;  
г)  $d/\cos^2 \varphi$ .**



- Яку фігуру називають пірамідою?  
Перерахуйте її елементи.
- Як обчислити бічну поверхню піраміди?
- Як обчислити повну поверхню піраміди?
- Яку піраміду називають правильною?
- Що таке апофема піраміди?

