

ВИКОРИСТАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛОГІЧНИХ ЗАВДАНЬ

В. М. Бас, І. Грібанов, м. Кривий Ріг, Дніпропетровська обл.

Останнім часом ми чуємо, як деякі «вчені», «методисти», під гаслами «спростити навчання для дітей», говорять: «... не треба вчити таблицю множення, розвивати усний рахунок, бо ми живемо в часі швидкого розвитку комп'ютерних технологій». Так, машини спростили життя людини. І ми згодні, коли важку фізичну працю замість людей виконують машини. Але розумову...?

Людина з гордістю називає себе «людина-розумна». Так от, якщо ми так «спростимо» навчання дітей, про другу частину цієї назви ми скоро забудемо. Бо усний рахунок у початковій школі — це розвиток математичного мислення. Без розуміння елементарних арифметичних дій учень не зможе розв'язати складніші та нестандартні задачі.

Дуже часто в олімпіадах для молодших класів або в збірниках задач на кмітливість, логічне мислення та ін. ми зустрічаємо вправи, де учневі треба розставити знаки арифметичних дій, дужки так, щоб дістати правильну рівність. Ми вирішили проаналізувати найпопулярніші з них, розв'язати та вивести правила, які допоможуть розв'язувати подібні вправи.

Розглянемо деякі вправи на використання властивостей арифметичних дій.

Завдання 1. Розставте арифметичні дії та дужки так, щоб дістати правильну рівність:

- 1) $123=1$;
- 2) $1234=1$;
- 3) $12345=1$;
- 4) $123456=1$;
- 5) $1234567=1$;
- 6) $12345678=1$;
- 7) $123456789=1$.

Відповідь

- 1) $(1+2):3=1$;
- 2) $1\cdot2+3-4=1$;
- 3) $1+2-3-4+5=1$;
- 4) $1+2+3-4+5-6=1$;
- 5) $(1+2-3-4+5+6):7=1$;
- 5) $(1+2+3-4+5-6+7):8=1$.

Але іноді варіантів відповідей може бути декілька, наприклад:

$$12:3:4=1; ((1+2)\cdot3-4):5=1;$$

$$(1\cdot2+3-4+5):6=1;$$

$$(((1+2)\cdot3-4):5+6):7=1;$$

$$((1+2):3\cdot4+5+6-7):8=1;$$

$$(1\cdot2+3+4-5+6+7-8):9=1.$$

Завдання 2. У запису 88888888 розставте між деякими числами знак додавання так, щоб дістати вираз, значення якого дорівнює 1000.

Відповідь. $888+88+8+8+8=1000$.

Завдання 3. Розставте знаки дій та дужки так, щоб рівність $12345=18$ стала правильною.

Відповідь. $(1+2)\cdot3+4+5=18$;
 $12-3+4+5=18$.

Завдання 4. Задачі з чотирма цифрами

- 1) Подайте число 60 за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, знаків дій та дужок.
- 2) Подайте число 25 за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, знаків дій та дужок.

Відповідь. 1) $60=(12+3)\cdot4$. 2) $25=1+2\cdot3\cdot4$.

Завдання 5. Між цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 треба розставити знаки арифметичних дій і дужки так, щоб отриманий вираз дорівнював 100.

Відповідь. $12+3+4+5-6-7+89=100$.

ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

Виникає запитання: «Як підступитися до виконання таких вправ, щоб розв'язання цих завдань було цікавим, логічним і не нудним?»

Перше правило — розв'язувати починайте з кінця.

Наприклад:

$$8888=10.$$

Щоб дістати 10, треба останню 8 або додати до 2, або відняти від 18, і нарешті, 80 поділити на 8. Це означає, що з трьох вісімок треба дістати всі ці варіанти: або 10, або 2, або 18, чи 88. Відразу можна побачити, що $88-8=80$. Отже, уже є один варіант відповіді:

$$(88-8):8=10.$$

Розглянемо інші випадки.

Число 2 можна дістати з трьох однакових будь-яких цифр: $(a+a):a=2$.

У нашому випадку

$$2=(8+8):8.$$

Отже, цей варіант влаштовує, маємо:

$$(8+8):8+8=10.$$

Число 18 подати за допомогою 8 складніше. 18 із трьох вісімок ми ніяк не отримаємо. Тоді маємо дві відповіді.

$$(88-8):8=10, (8+8):8+8=10.$$

Друге правило — треба знати властивості арифметичних дій.

А саме:

1. Число 2 можна дістати так: $(a+a):a$, число 3 — $(a+a+a):a$, число 4 — $(a+a+a+a):a$ тощо.
2. Записати число, що на 1 менше від заданого, можна так: $a-a:a$ або $(a \cdot a - a):a$.
3. Число, яке разом із заданим у сумі дає 11, можна записати так: $aa:a-a$.
4. Число, яке разом із заданим у різниці дає 11, можна записати так: $aa:a+a$.
5. $a:a \cdot a:a=1$, $a:a+a:a=2$,

$$a+(a-a):a=a, (aa-a):a=10.$$

Як приклад, наведемо завдання.

Завдання 6. Розставте знаки дій та дужки так, щоб рівність $4444=15$ стала правильною.

Відповідь. $4 \cdot 4 - 4 : 4 = 15$; $44 : 4 + 4 = 15$.

Третє правило — намагайтесь знайти не одну відповідь.

Справді, такі вправи іноді мають декілька різних відповідей.

Завдання 7. Розставте знаки дій та дужки так, щоб рівність

$$44444=20$$

стала правильною.

Відповідь. $4 \cdot 4 \cdot 4 - 44 = 20$, $4 \cdot 4 + 4 - 4 + 4 = 20$, $(4 \cdot 4 + 4) \cdot 4 : 4 = 20$.

І наприкінці зазначимо: чим більше цифр у прикладі, тим більше варіантів відповідей. Перевіримо це на практиці.

Розглянемо один із прикладів, поширених у літературі та в Інтернеті.

Розставте знаки дій та дужки так, щоб рівність

$$123456789=100$$

стала правильною.

Одну з відповідей ви вже бачили. Можна запропонувати і таку відповідь

$$123-(45+67)-89=100.$$

Покажемо алгоритм, за допомогою якого можна дістати найбільшу кількість відповідей.

100 можна подати $91+9$, отже, наше завдання спрощується $12345678=91$.

Далі $91=90+1$, звідси

$$2345678=90.$$

$$90=82+8,$$

тоді

$$234567=82.$$

Потім $82=67+15$, тоді

$$2345=15.$$

Ось тепер уже не складно помітити, що

$$2 \cdot 3 + 4 + 5 = 15.$$

Маємо:

$$1+2 \cdot 3+4+5+67+8+9=100.$$

Зауважимо, що під час виконання цього завдання можна вибрати й інший шлях міркувань.

Пропонуємо завдання, які були складені нами. Сподіваємось, що вони стануть у пригоді читачам.

Завдання з чотирма цифрами

Одиниці $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$; $(1+1) \cdot 1 \cdot 1 = 2$; $(1+1+1) \cdot 1 = 3$; $1+1+1+1 = 4$; $11-1-1 = 9$; $11-1 \cdot 1 = 10$	Двійки $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1$; $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 2$; $2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 3$; $2 \cdot 2 + 2 - 2 = 4$; $2 + 2 + 2 \cdot 2 = 5$; $2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 = 6$; $2 + 2 + 2 + 2 = 8$; $22 : 2 - 2 = 9$	Трійки $(3+3) : (3+3) = 1$; $3 : 3 + 3 : 3 = 2$; $3 \cdot 3 - 3 - 3 = 3$; $(3 \cdot 3 + 3) : 3 = 4$; $3 + 3 - 3 : 3 = 5$; $(3+3) \cdot 3 : 3 = 6$; $3 + 3 + 3 : 3 = 7$; $33 : 3 - 3 = 8$; $3 \cdot 3 - 3 + 3 = 9$; $(33-3) : 3 = 10$
Четвірки $4 : 4 + 4 - 4 = 1$; $4 - (4+4) : 4 = 2$; $(4+4+4) : 4 = 3$; $(4-4) \cdot 4 + 4 = 4$; $(4 \cdot 4 + 4) : 4 = 5$; $4 + (4+4) : 4 = 6$; $44 : 4 - 4 = 7$; $4 + 4 - 4 : 4 = 7$; $4 \cdot 4 : 4 + 4 = 8$; $4 + 4 + 4 : 4 = 9$	П'ятірки $5 : 5 + 5 - 5 = 1$; $5 : 5 + 5 : 5 = 2$; $(5+5+5) : 5 = 3$; $(5 \cdot 5 - 5) : 5 = 4$; $55 : 5 - 5 = 6$; $(5+5) : 5 + 5 = 7$; $5 + 5 - 5 : 5 = 9$; $(55-5) : 5 = 10$	Шістки $66 : 66 = 1$; $6 : 6 + 6 : 6 = 2$; $(6+6+6) : 6 = 3$; $6 - (6+6) : 6 = 4$; $66 : 6 - 6 = 5$; $6 + (6-6) \cdot 6 = 6$; $6 + (6+6) : 6 = 8$; $(66-6) : 6 = 10$
Сімки $7 : 7 + 7 - 7 = 1$; $7 : 7 + 7 : 7 = 2$; $(7+7+7) : 7 = 3$; $77 : 7 - 7 = 4$; $7 - (7+7) : 7 = 5$; $(7 \cdot 7 - 7) : 7 = 6$; $7 + (7-7) \cdot 7 = 7$; $7 + (7+7) : 7 = 9$	Вісімки $8 : 8 + 8 - 8 = 1$; $8 : 8 + 8 : 8 = 2$; $(8+8+8) : 8 = 3$; $8 \cdot 8 : (8+8) = 4$; $8 - (8+8) : 8 = 6$; $(8 \cdot 8 - 8) : 8 = 7$; $8 + (8-8) \cdot 8 = 8$; $(8 \cdot 8 + 8) : 8 = 9$; $8 + (8+8) : 8 = 10$	Дев'ятки $9 : 9 + 9 - 9 = 1$; $9 : 9 + 9 : 9 = 2$; $(9+9+9) : 9 = 3$; $9 - (9+9) : 9 = 7$; $(9 \cdot 9 - 9) : 9 = 8$; $9 + (9-9) \cdot 9 = 9$; $(99-9) : 9 = 10$

Завдання з п'ятьма цифрами

Одиниці $1+11-11=1$; $(1\cdot1+1\cdot1)\cdot1=2$; $1+1+1+1-1=3$; $(1+1+1+1)\cdot1=4$; $1+1+1+1+1=5$; $(1+1+1)\cdot(1+1)=6$; $11-(1+1+1)=8$; $11-1-1\cdot1=9$; $11-1\cdot1\cdot1=10$		Двійки $2+22-22=2$; $(2\cdot2+2\cdot2)\cdot2=4$; $2+2+2-2\cdot2=5$; $2+2+2+2-2=6$; $(22\cdot2)-2\cdot2=7$; $(22-2):2-2=8$; $(2+2)\cdot2+2\cdot2=9$; $2+2+2+2+2=10$	
Трійки $33:33\cdot3=3$; $3+3:3+3:3=5$; $3+3-(3-3)\cdot3=6$; $3\cdot3-3+3:3=7$; $3+3+3-3\cdot3=8$; $3\cdot3+(3-3)\cdot3=9$; $3+3+3+3:3=10$		Четвірки $4+4\cdot4\cdot4:4=5$; $4+4\cdot4+4\cdot4=6$; $4\cdot4-4;4+4=7$; $4+4:((4-4):4)=8$; $(44-4-4):4=9$	
П'ятірки $5+((5-5):5:5)=5$; $5\cdot5:5+5:5=6$; $5+5:5+5:5=7$; $5+(5+5+5):5=8$; $(5\cdot5-5):5+5=9$; $55:5-5:5=10$		Шістки $6-(6\cdot6\cdot6:6)=5$; $6\cdot6\cdot6:6:6=6$; $6+(6\cdot6\cdot6:6)=7$; $6+(6:6+6:6)=8$; $6+(6+6+6):6=9$; $66:6-6:6=10$	
Сімки $7-77:77=6$; $77+7-77=7$; $7+77:77=8$; $7+7:7+7:7=9$	Вісімки $8-(8+8+8):8=5$; $8-8:8-8:8=6$; $8-8:8\cdot8:8=7$; $8+(8-8):88=8$; $8+8:8\cdot8:8=9$	Дев'ятки $9-(9+9+9):9=$ $=6$; $9-9:9-9:9=7$; $9-9:9\cdot9:9=8$	

Зауваження. Вочевидь, що наведені не всі можливі способи подання чисел. Запропонуйте учням самостійно скласти нові подання чисел.

ЛІТЕРАТУРА

- Депман И. Я., Виленкин Н. Я. За страницами учебника математики: пособие для учащихся 5–6 кл. сред. школ. — М. : Просвещение, 1989.
- Ігнат'єв О. І. Пізнавальні та логічні задачі з математики. 5–9 класи. — Х. : Вид-во «Ранок», 2011.
- Кордемський Б. А. Математические занимательки. — М. : ООО «Издательство «Мир и Образование», 2005.
- 365 задач на смекалку. — М. : АСТ-ПРЕСС КНИГА, 2005.