

ЗАДАЧІ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Д. Г. Левковець, смт Дружба, Олевський р-н, Житомирська обл.

Розвиток математики як науки, а також удосконалення математичної освіти молоді завжди привертала увагу не тільки провідних учених, а й усього суспільства. Особливо це відчувається в умовах входження України до Європейського освітнього простору.

Сучасний стан і перспективи розвитку математичної освіти в нашій державі викликають серйозне занепокоєння. На жаль, падає престиж математичних професій, зокрема вчителя і викладача математики, математика, математика-аналітика, прикладного математика.

Водночас із цим спостерігається нагальна потреба суспільства у фахівцях саме такого профілю. Бурхливий розвиток науки й техніки ставить завдання не тільки озброїти учнівську молодь системою математичних знань і вмінь, а й забезпечити цілісне орієнтування юної особи в сучасному світі з позицій її власних інтересів, ефективного використання набутих у школі математичних знань і вмінь для безперервної освіти впродовж усього життя, для практичного їх використання у своїй діяльності.

Прикро, але на сьогодні в загальноосвітній школі предмету «математика» відводиться другорядна роль серед шкільних предметів. Про це свідчить зокрема зменшення кількості годин на вивчення математики. Так рівень стандарту передбачає в старших класах лише три навчальних години на тиждень, що забезпечує вивчення математичних понять і фактів лише на ознайомлювальному рівні.

На думку дидактів, не на користь якості математичної підготовки учнів стала відмова від перевідних іспитів із математики. Державна підсумкова атестація в 9 класах не виконує вповні покладених на неї функцій.

Поки що не набула досконалої форми і система зовнішнього незалежного оцінювання випускників середньої школи [6].

Це призвело до того, що учні не мають можливості якісно засвоювати пропонувані

обсяг навчального матеріалу, стає проблемним формування в них умінь доказово, логічно і несуперечливо мислити, помітний спад інтересу до вивчення математики.

Одним із напрямів поліпшення якості шкільної математичної освіти є посилення її практичного, прикладного та професійного змісту.

Практичне спрямування курсу математики загальноосвітньої школи передбачає вироблення в учнів бажання та вмінь застосовувати здобуті знання під час вивчення як самої математики, так і інших навчальних дисциплін, використовувати раціональні обчислювальні прийоми, користуватися обчислювальними пристроями, комп'ютерними технологіями.

Пояснювальна записка до оновленої програми з математики 2017 р. орієнтує вчителя на вироблення в дітей умінь і навичок застосовувати набуті знання в реальних життєвих ситуаціях. Сьогодні практична компетентність є важливим показником якості математичної підготовки школяра.

Використання прикладних задач дозволяє вчителю не тільки вдало створювати проблемні ситуації, стимулювати учнів до здобуття нових знань, а й давати їм відповідь на запитання, навіщо їм потрібне вивчення математики.

Задачу називають прикладною, якщо її умова містить нематематичні поняття. Прикладна задача — це задача, яка виникла поза математикою, але яку можна розв'язати математичними засобами.

Вона повинна задовольняти такі умови:

- 1) задачу формулюють так, як її зазвичай формулюють у житті;

2) розв'язок задачі повинен мати практичну значимість;

3) задані та шукані величини, що є в задачі, мають бути реальними і взятими з практики життя [4].

Розв'язання будь-якої прикладної задачі здійснюється в процесі трьох логічних кроків;

1) аналізу умови задачі і створення її математичної моделі;

2) розв'язування відповідної математичної задачі;

3) дослідження розв'язку та аналізу відповіді.

Моделлю називають спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта.

Зменшені моделі турбіни, будинку, вітрильника — приклади фізичних моделей. Математичними моделями можуть бути геометричні фігури, числа, вирази, функції, рівняння, нерівності, їхні системи.

Схематично три етапи розв'язання прикладної задачі можна зобразити так (рис. 1).

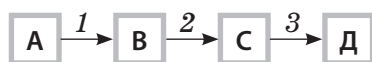


Рис. 1

Тут **A** — задана прикладна задача, **B** — її математична модель, **C** — відповідь для моделі, **D** — відповідь для прикладної задачі [8].

Перехід **A** $\xrightarrow{1}$ **B** називають моделюванням, створенням потрібної моделі прикладної задачі.

Перехід **B** $\xrightarrow{2}$ **C** — це розв'язування задачі за допомогою математичної моделі.

Важливим є останній перехід **C** $\xrightarrow{3}$ **D**.

Відповідь **C** для абстрактної математичної задачі **B** може не задовольняти задану задачу **A** або задовольняти її не повністю. Відповідь **C** може бути точною для задачі **B**, але відповідь для прикладної задачі **A** може бути наближеною.

Цей особливий перехід називають інтерпретацією відповіді прикладної задачі.

Учитель повинен показати учням, що для прикладної задачі можна скласти кілька

математичних моделей. Це можна показати на прикладі такої задачі.

Задача 1

Із міст **M** і **N** виїхали одночасно назустріч один одному два велосипедисти. Перший приїхав до **B** через 25 хвилин після зустрічі, а другий — до **A** через 16 хвилин. Скільки хвилин вони їхали до зустрічі? [8]

Розв'язання

Спосіб 1

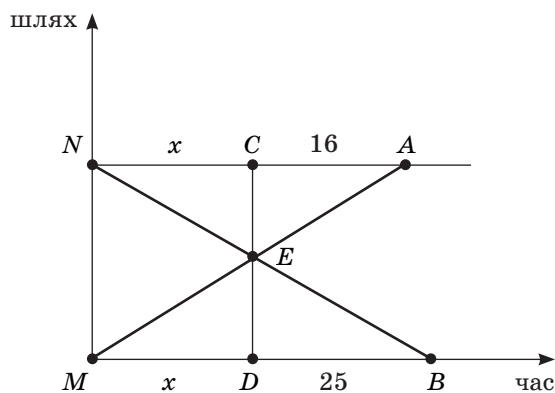


Рис. 2

1. Математичне моделювання задачі

Нехай **MA** і **NB** — графіки руху першого та другого велосипедистів, які їхали до зустрічі x хвилин.

Тоді $NC = MD = x$, $CA = 16$, $DB = 25$ (рис. 2).

$\triangle NCE \sim \triangle BDE$ і $\triangle ACE \sim \triangle MDE$, звідси $\frac{NC}{BD} = \frac{CE}{ED} = \frac{CA}{MD}$, тоді $\frac{NC}{DB} = \frac{CA}{MD}$.

Отже, математична модель задачі — графік руху велосипедистів.

2. Розв'язування математичної задачі

Ураховуючи, що $CA = 16$ і $DB = 25$, дістанемо $\frac{x}{16} = \frac{25}{x}$, звідки матимемо, що $x = 20$ або $x = -20$.

3. Інтерпретація відповіді

Оскільки x — час руху велосипедистів до зустрічі в хвилинах, то x не може бути від'ємним. Отже, до зустрічі велосипедисти їхали 20 хвилин.

Відповідь. 20 хв.

Спосіб 2

1. Нехай велосипедисти до зустрічі їхали x хвилин, тоді $(x+25)$ хвилин — час руху першого велосипедиста від M до B , $(x+16)$ хвилин — час руху другого велосипедиста від N до A . Позначивши початкову відстань між велосипедистами через S (км), дістанемо:

$$\frac{S}{x+25} \text{ км/хв і } \frac{S}{x+16} \text{ км/хв — швидкості руху першого і другого велосипедистів. Тоді маємо:}$$

$$\frac{S}{x+16} \cdot 16 + \frac{S}{x+25} \cdot 25 = S \text{ або } \frac{16}{x+16} + \frac{25}{x+25} = 1.$$

Це рівняння і є математичною моделлю задачі.

2. Розв'язавши одержане рівняння, дістанемо: $x=20$ або $x=-20$.

3. Оскільки x — час руху велосипедистів, то $x>0$.

4. Відповідь. 20 хв.

Як свідчить практика, під час вивчення шкільного курсу математики найбільш широко використовуються прикладні задачі з числовими даними. Такі задачі потребують складання певної моделі. Найчастіше це може бути вираз, формула, рівняння чи нерівність. Розв'язання потребує обчислень, іноді наближених. Прикладом такої задачі може бути вищенаведена задача про зустрічний рух двох велосипедистів.

Цікавими для дітей є так звані задачі-розповіді, у яких не треба шукати числову відповідь, а потрібно знаходити спосіб обчислення тих чи інших величин.

Задача 2

Нехай, наприклад, за допомогою кутомірного інструмента (астролябії) і мірної стрічки треба визначити відстань між двома недоступними об'єктами X і Y , що розташовані на іншому боці річки (рис. 3) [3].

Розв'язання

На протилежному доступному березі провішуємо за допомогою віх базисну пряму MN . За допомогою кутоміра на MN знаходимо точки A і B такі, що $AX \perp MN$

і $BY \perp MN$. На відрізку AB позначаємо точку C та вимірюємо $\angle ACX = \alpha$ і $\angle BCY = \beta$. Тоді $\angle XCY = 180^\circ - (\alpha + \beta)$.

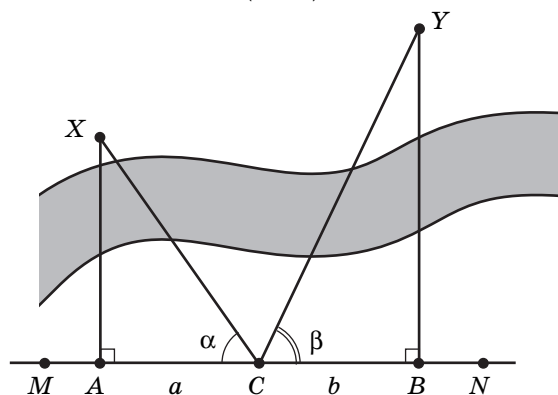


Рис. 3

Вимірявши мірною стрічкою відрізки $AC=a$ і $BC=b$, із прямокутних трикутників AXC і BYC дістанемо: $XC = \frac{a}{\cos \alpha}$ і $YC = \frac{b}{\cos \beta}$.

За теоремою косинусів із трикутника XYC маємо:

$$XY^2 = XC^2 + YC^2 - 2XC \cdot YC \cdot \cos XCY,$$

$$XY^2 = \frac{a^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{b^2}{\cos^2 \beta} + \frac{2ab \cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

або

$$XY = \sqrt{\frac{a^2}{\cos^2 \alpha} + \frac{b^2}{\cos^2 \beta} + \frac{2ab \cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}}.$$

Розв'язком такої задачі є послідовність (алгоритм) дій (побудов, вимірювань), що приводить до бажаного результату. Він дає відповідь на запитання: як знайти відстань між недоступними об'єктами.

Серед поданих задач без числових даних є так звані задачі-запитання. Найчастіше їх використовують на уроках фізики і хімії, біології тощо. У таких задачах чітко сформульоване запитання, але їхня умова не повна, даних не вистачає або й зовсім немає. Прикладами таких задач можуть бути такі завдання.

1. Як знайти діаметр дерева в сонячну погоду? (На властивості паралельного проєкування)

2. Як визначити товщину сторінки вашого підручника з математики?
3. Як без мікрометра визначити діаметр тонкого мідного дроту?
4. Серед ромбів зі стороною 3 см знайдіть ромб найбільшої площі.
5. Як визначити місткість пляшки з круглим плоским дном? (рис. 4) [3]

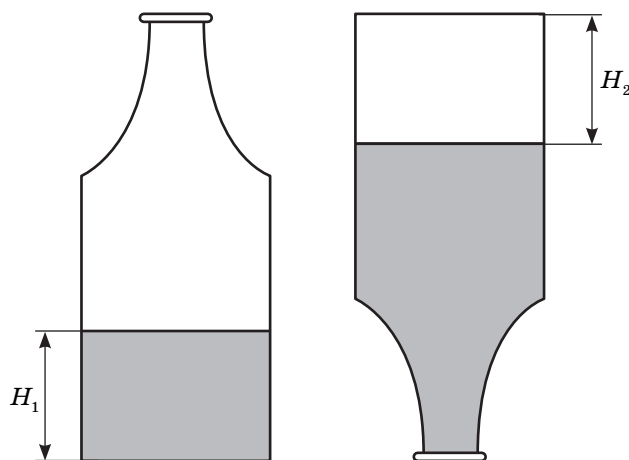


Рис. 4

Дуже корисними є практичні заняття з математики, які дають можливість пов'язувати навчальний матеріал з реально можливими способами його застосування.

Маються на увазі математичні екскурсії на природу, виробництво, лабораторні та практичні заняття, вимірювання на місцевості.

Такі заняття допомагають усвідомлювати здобуті знання, розкривають практичну і логічну сутність багатьох математичних тверджень і фактів.

Так, вивчаючи стереометрію, старшокласники часто відчують труднощі під час обчислення поверхні чи об'єму просторових тіл. Опорою для розв'язання відповідних вправ можуть бути моделі, рисунки, креслення тощо.

Щоб практичні роботи з математики зацікавлювали учнів, досвідчені вчителі в навчальних кабінетах комплектують набори однойменних фігур різної величини і форми: прямокутників, трикутників, паралелограмів, паралелепіпедів, пірамід, призм, циліндрів, конусів.

Дуже добре мати для кожного виду фігур каталог із параметрами кожної фігури. Це дає змогу миттєво переконатися, хто з учнів працює правильно, а хто допускає помилки.

Дуже корисною для розвитку логічного, доказового мислення учнів є додаткова робота над прикладною задачею після її розв'язання. Така робота спонукає замислюватися над змістом задач, узагальнювати їх, а то й перебудовувати.

Під перебудовою задачі слід розуміти такі її зміни, за яких деякі відомі величини розглядають як шукані, а невідомі — як задані.

Продемонструємо, як таку роботу можна проводити на уроці.

Задача 3

Кожна з бічних сторін рівнобедреного трикутника дорівнює 5 метрів. Із точки, позначеної на основі цього трикутника, проведемо дві прямі, паралельні бічним сторонам. Знайдіть периметр утвореного паралелограма (рис. 5).

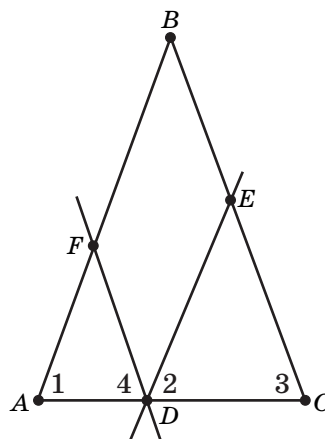


Рис. 5

Розв'язання

Оскільки $DE \parallel AB$ і $DF \parallel BC$, то $\angle 1 = \angle 2$ і $\angle 4 = \angle 3$, але $\angle 1 = \angle 3$.

Отже, $\angle 1 = \angle 4$, тоді трикутник AFD — рівнобедрений, тобто, $BE = DF = AF$ (рис. 5).

Маємо:

$$\begin{aligned} P_{DFBE} &= DF + FB + BE + DE = \\ &= (DF + BE) + (FB + DE) = 2(AF + FB) = \\ &= 2AB = 2 \cdot 5 = 10 \text{ (м)}. \end{aligned}$$

Відповідь. 10 м.

Якщо вчитель вимагає від учня знайти тільки шуканий периметр, то тим самим він збіднює дидактичні можливості задачі. Знайшовши периметр, корисно запропонувати ще такі завдання:

- 1) На які фігури прямі DE і DF ділять трикутник ABC ?
- 2) Знайдіть суму більших сторін двох трикутників, які відтинають ці прямі.
- 3) Чи залежить довжина периметра утвореного паралелограма $DFBE$ від вибору точки D на основі трикутника.

Додаткову роботу над прикладною задачею можна виконувати за таким алгоритмом:

- ✓ досконале вивчення умови задачі;
- ✓ розв'язування задачі;
- ✓ перевірка і дослідження відповіді;
- ✓ розв'язування вправ, споріднених із задачею, зокрема обернених та протилежних;
- ✓ узагальнення та створення складнішої задачі.

Прикладну орієнтацію шкільного курсу математики не слід розглядати як розв'язування суто прикладних задач.

Учням у школі найчастіше доводиться опрацьовувати теоретичний матеріал, розв'язувати задачі з абстрактним змістом, до яких вони не завжди виявляють інтерес. У них часто виникає думка, що такі задачі в житті їм не потрібні. Щоб запобігти цим помилковим думкам і уявленням, учителям математики слід використовувати всі можливості для розкриття практичного значення теоретичного матеріалу, наближати зміст текстової абстрактної задачі до реалій життєвих проблем.

Часто вчителі недооцінюють натуральні об'єкти як найважливіший вид наочності. Тому деякі старшокласники не можуть показати в навколишньому середовищі мимобіжні прямі, визначити кут між діагоналлю кімнати і стелею, установити перпендикулярність стіни до підлоги тощо.

Прикладне спрямування шкільного курсу математики можна здійснювати й за допомогою окремих традиційних задач, які є в шкільних підручниках. Для цього тексти таких задач наближують до практичних по-

треб, якими цікавляться учні, батьки, населення.

Задача 4

Підлога шкільної актової зали має форму прямокутника розміром $11 \text{ м} \times 8,8 \text{ м}$. Підлогу потрібно встелити плитками квадратної форми розміром $20 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ кожна. Скільки потрібно таких плиток? [5]

Учні 5–6 класів легко розв'язують цю задачу:

$$S = 11 \cdot 8,8 = 96,8 \text{ (м}^2\text{)}, S_1 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\text{або } 0,04 \text{ м}^2, n = 96,8 : 0,04 = 2420.$$

Усього потрібно 2420 плиток.

Щоб підвищити практичну цінність цієї задачі, слід дещо змінити її умову. Нехай довжина зали буде не 11 м , а $10,15 \text{ м}$. Учні розв'язують цю задачу за аналогією.

$$S = 10,15 \cdot 8,8 = 89,32 \text{ (м}^2\text{)},$$

$$S_1 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\text{або } 0,04 \text{ м}^2, n = 89,32 : 0,04 = 2233.$$

Відповідь. 2233 плитки.

Відповідь формальна і неправильна. У чому причина? По ширині зали можна вкласти ціле число плиток: $8,8 : 0,2 = 44$ (шт.)

По довжині може бути вкладено:

$$10,15 : 0,2 = 50,75 \text{ (шт.)}$$

Отже, в повздовжніх рядах буде по 50 цілих плиток і одній обрізаній. Оскільки обрізана плитка становить $0,75$ цілої (більше половини), то для останнього поперечного ряду слід придбати 44 цілих плитки.

Тоді правильне розв'язання таке: $44 \cdot 50 = 2200$ — буде вкладено цілих плиток і 44 плитки обрізаних.

Тобто всіх плиток потрібно:

$$2200 + 44 = 2244 \text{ (шт.)}$$

Правильна відповідь. 2244 плитки.

Прикладні задачі шкільного курсу математики сприяють розвитку конструкторських здібностей учнів, формують у них прагнення технічної творчості. Такі задачі мають і неабияку практичну цінність.

МЕТОДИКА ТА ПОШУК

Пояснимо це на прикладах конструювання поїлок для свійських тварин.

Задача 5

Поїлку для свійської птиці часто збивають з двох однакових дощок. Під яким кутом треба збити дошки, щоб отримати жолоб найбільшого об'єму? [2]

Розв'язання

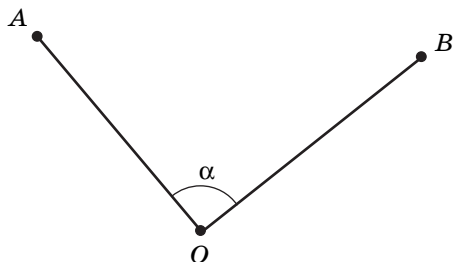


Рис. 6

Оскільки жолоб має форму трикутної призми певної фіксованої довжини, то його об'єм буде найбільшим тоді, коли він матиме найбільшу площу поперечного перерізу. Нехай дошки мають ширину a і збиті під кутом α , де $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ (рис. 6).

Очевидно, що площа поперечного перерізу жолоба може бути обчислена за формулою:

$$S(\alpha) = \frac{1}{2} AO \cdot OB \cdot \sin AOB, \text{ тобто } S(\alpha) = \frac{1}{2} a^2 \sin \alpha.$$

Оскільки $0 \leq \sin \alpha \leq 1$, то об'єм поїлки буде найбільшим при $\alpha = 90^\circ$.

Відповідь. 90° .

Задача 6

Із прямокутного залізного листа шириною a потрібно вигнути жолоб із найбільшою площею прямокутного перерізу. Визначте висоту і ширину жолоба [5].

Розв'язання

Нехай ширина залізного листа $AB = a$, а ширина загинів $AK = BL = x$.

Тоді ширина дна жолоба $KL = a - 2x$.

Маємо: $S_{\text{пер.}} = (a - 2x) \cdot x = -2x^2 + ax$. Функція $S(x) = -2x^2 + ax$ є квадратичною.

За рис. 7 бачимо, що $0 < x < \frac{a}{2}$.

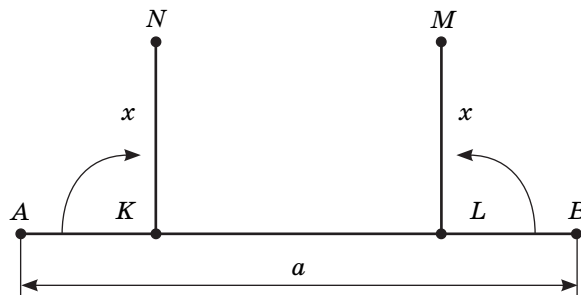


Рис. 7

$S'(x) = -4x + a$, звідки функція має найбільше значення при $x = \frac{a}{4}$.

Це значення дорівнює $\frac{a}{2}$.

Отже, висота жолоба $KN = \frac{a}{4}$, ширина

$$KL = \frac{a}{2}.$$

Відповідь. $\frac{a}{4}, \frac{a}{2}$.

Задача 7

Під яким кутом треба збити три однакові дошки, щоб виготовити водопійний жолоб найбільшої місткості? [2]

Розв'язання

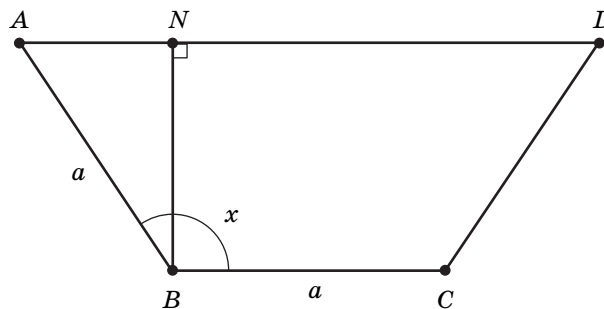


Рис. 8

Найбільшу місткість матиме жолоб із поперечним перерізом у формі рівнобічної трапеції $ABCD$ (рис. 8).

Нехай $AB = BC = CD = a$. $\angle ABC = \angle BCD = x$. Очевидно, що $\angle NAB = 180^\circ - x$.

Тоді

$$BN = AB \sin NAB = a \sin(180^\circ - x) = a \sin x,$$

$$AN = -a \cos x, \quad AD = a - 2a \cos x.$$

Знайдемо площу трапеції $ABCD$:

$$S(x) = \frac{BC + AD}{2} = \frac{a + a - 2a \cos x}{2} \cdot a \cos x = a^2 (1 - \cos x) \sin x.$$

Знайдемо похідну функції $S(x)$:

$$\begin{aligned} S'(x) &= a^2 \sin^2 x + a^2 (1 - \cos x) \cos x = \\ &= a^2 (\sin^2 x - \cos^2 x + \cos x) = \\ &= a^2 (\cos x - \cos 2x) = 2a^2 \sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2}. \end{aligned}$$

Очевидно, що $0^\circ < x < 180^\circ$. На цьому інтервалі $2a^2 \sin \frac{3x}{2} \sin \frac{x}{2} = 0$ при $x = \frac{2\pi}{3}$.

Відповідь. $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$.

Мають широке застосування і практичне значення задачі із сільськогосподарської практики.

Задача 8

Виведіть формулу для обчислення об'єму скирти (рис. 9).

Розв'язання

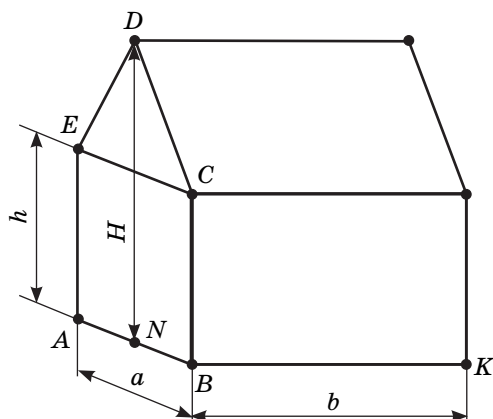


Рис. 9

Скирта має форму п'ятикутної призми з основою $ABCDE$ і висотою BK .

Вимірявши a , b , H і h , знайдемо об'єм скирти.

$$V = S_{ABCDE} \cdot BK = 2 \cdot \frac{h+H}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot b = \frac{h+H}{2} \cdot ab.$$

Відповідь. $V = \frac{h+H}{2} \cdot ab$.

Задача 9

Виведіть наближену формулу для обчислення стіжка скирти, провівши необхідні заміри (рис. 10).

Розв'язання

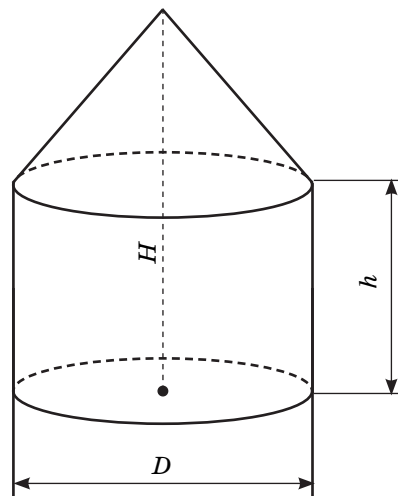


Рис. 10

Стіжок має форму комбінації циліндра і конуса з однаковими основами.

Вимірявши величини D , H і h , дістанемо:

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{ц}} + V_{\text{к}} = \frac{\pi D^2}{4} \cdot h + \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi D^2}{4} (H - h) = \\ &= \frac{\pi D^2 h}{4} + \frac{\pi D^2 H}{12} - \frac{\pi D^2 h}{12} = \frac{\pi D^2}{6} \left(\frac{H}{2} + h \right). \end{aligned}$$

Відповідь. $V = \frac{\pi D^2}{6} \left(\frac{H}{2} + h \right)$.

Велику практичну цінність у житті, особливо для хлопчиків, мають такі практичні задачі.

Задача 10

Відомо, що на лісопилках, щоб вирізати з круглої колоди брус найбільшої міцності на згин проводять діаметр колоди AC , ділять його на три рівні частини точками M і N . У точках поділу M і N проводять перпендикуляри MB і ND до діаметра AC (рис. 11). Прямокутник $ABCD$ буде шуканим. Знайдіть відношення ширини і довжини цього перерізу [2], [1].

Розв'язання

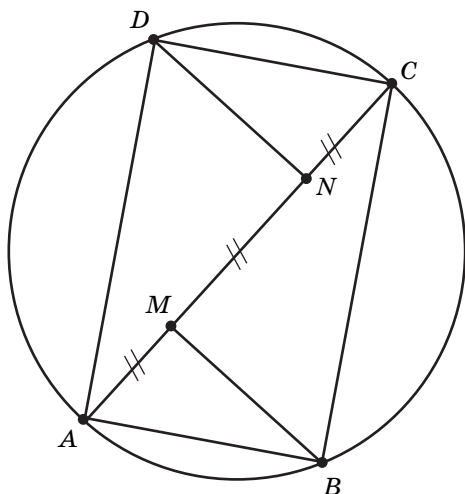


Рис. 11

Нехай $AC = d$, тоді $AM = MN = NC = \frac{d}{3}$.

Із співвідношень у прямокутному трикутнику ADC маємо: $DC^2 = AC \cdot NC = d \cdot \frac{d}{3} = \frac{d^2}{3}$,

$$AD^2 = AC \cdot AN = d \cdot \frac{2d}{3} = \frac{2d^2}{3}.$$

$$\frac{DC}{AD} = \sqrt{\frac{d^2}{3} : \frac{2d^2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 1 : \sqrt{2}.$$

Відповідь. $1 : \sqrt{2}$.

Морякам відомо, що якщо залізний трос намотано на залізний баран x разів, то внаслідок тертя меншою силою F_0 можна зрівноважити більшу силу F , причому залежність між силами F і F_0 виражається формулою $F = F_0 \cdot 3^x$.

Цим законом користуються під час швартування суден до пристані.

Задача 11

Скільки разів потрібно намотати трос на баран-стійку пристані, щоб людина силою 400 Н могла зрівноважити силу $3,6 \cdot 10^3$, яку чинить на трос пришвартований катер?

Розв'язання

$$F = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Н}, F_0 = 400 \text{ Н}.$$

Із формули $F = F_0 \cdot 3^x$ маємо:

$$3,6 \cdot 1000 = 400 \cdot 3^x,$$

звідки $3^x = 9$, $x = 2$.

Відповідь. 2 рази.

Важливими в практичній діяльності людини є відсоткові розрахунки. Не дивлячись на їх простоту, такі задачі викликають труднощі навіть у старшокласників. Крім того, задач на відсотки достатньо в матеріалах ДПА і ЗНО.

Задача 12

Липовий цвіт у результаті сушіння втрачає 74 % своєї маси. Скільки треба взяти свіжого липового цвіту, щоб дістати 500 г сухого? [3]

Розв'язання

Нехай m — маса свіжого цвіту. Коли він втрачає в результаті сушіння 74 % своєї маси, то втрати маси становлять $0,74m$.

Сухий цвіт становитиме $m - 0,74m = 0,26m$.

Отже,

$$0,26m = 500, m = 500 : 0,26 \approx 1923 \text{ (г)}.$$

Відповідь. ≈ 1923 г.

Задача 13

У результаті помелу жита дістають 75 % борошна, а житнє борошно дає 44 % припічки. Скільки треба змолоти жита, щоб спекти 2 т хліба? [3]

Розв'язання

Нехай шукана маса жита x т. Тоді з нього одержимо $0,75x$ (т) муки.

Припічка становитиме:

$$0,75x \cdot 0,44 = 0,33x \text{ (т)}.$$

Отже, хліба вийде

$$0,75x + 0,33x = 1,08x \text{ (т)}.$$

Маємо:

$$1,08x = 2, \text{ звідки } x = 2 : 1,08 \approx 1,852 \text{ (т)}.$$

Відповідь. $\approx 1,852$ т.

Задача 14

На елеватор надійшло 700 т жита двох сортів. Перший сорт містив 2 % відходів,

а другий — 3 %. Після очищення залишилося 682 т чистого жита. Скільки жита кожного сорту надійшло на елеватор?

Розв'язання

Нехай першого сорту жита надійшло x т, тоді другого сорту надійшло $(700 - x)$ т.

Після очистки на елеваторі залишилось жита першого сорту $0,98x$ (т), а другого — $0,97(700 - x)$ (т).

Складемо рівняння:

$$0,98x + 0,97(700 - x) = 682,$$

$$0,01x = 3,$$

$$x = 300.$$

Відповідь. 300 т, 400 т.

Багаторічний педагогічний досвід переконує, що будь-яка прикладна задача виконує різні педагогічні функції, які за певних умов можуть виступати явно чи приховано, хоч усі функції прикладних задач взаємопов'язані. Проте основна функція практичної задачі, яка визначається основною метою її постановки перед учнями, має бути реалізована в першу чергу.

Можна виділити такі **основні педагогічні функції прикладних задач**.

- ✓ Історично відомо, що математика виникла з практичних потреб людини і розвивалася паралельно з практикою їх розв'язання. Тому розв'язання задач практичного змісту є важливим фактором формування в школярів наукового світогляду і світорозуміння, глибокого усвідомлення причинності процесів навколишньої дійсності.
- ✓ Розв'язування прикладних задач, зокрема на екстремуми, приводить учнів до розуміння життєвого принципу: виконувати справи так, щоб отримати найбільший ефект із найменшими витратами зусиль. Цей принцип часто проявляється в природі і допомагає людям оптимізувати багато різних процесів трудової діяльності.
- ✓ Прикладні задачі формують прагнення школярів до технічної творчості, допо-

магають розвивати конструкторські здібності дітей.

- ✓ Розв'язування задач і вправ прикладного змісту сприяє ознайомленню учнів із виробничими процесами тих чи інших підприємств, галузей народного господарства, що сприяє ефективності профорієнтації школярів на певні професії.
- ✓ Під час використання в навчально-виховному процесі прикладних задач слід налагоджувати і зміцнювати міжпредметні зв'язки між математикою і фізикою, хімією та іншими навчальними предметами. Це дає змогу різнопланово, науково, усебічно і правильно пояснити певні природні процеси.
- ✓ Задачі прикладного змісту допомагають розкрити наукове і практичне значення навчального матеріалу, що є важливим засобом пробудження в дітей активного, нестандартного мислення, є ефективним стимулом розвитку і зміцнення інтересу до вивчення математики в школі.
- ✓ Використання прикладних задач у процесі вивчення нового матеріалу створює сприятливі умови для використання активних методів навчання, зокрема проблемного і дослідницько-пошукового.
- ✓ Якщо прикладні задачі використовуються в навчально-виховному процесі систематично і системно, то це підвищує рівень навчальних досягнень, забезпечує глибину, міцність та сталість знань із математики.
- ✓ Власний досвід переконує, що кожна навчальна тема повинна передбачати хоч одну практичну чи лабораторну роботу та кілька задач практичного спрямування. Це суттєво покращує результати навчальних умінь учнів із математики і суміжних предметів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гуткин Л. И. Сборник задач по математике с практическим содержанием / Л. И. Гуткин. — М. : Высшая школа, 1968. — 35 с.
2. Петров В. А. Математические задачи из сельскохозяйственной практики / В. А. Петров. — М. : Просвещение, 1980. — 39, 50, 53 с.

3. *Возняк Г. М.* Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики / Г. М. Возняк, М. П. Маранюк. — К. : Радянська школа, 1989. — 15, 80, 99 с.
4. *Насоднюк Т. О.* Використання прикладних задач під час вивчення квадратних рівнянь / Т. О. Насоднюк // Математика в школах України. — 2012. — № 13–15. — С. 42.
5. *Кондрашина О. В.* Математичні задачі прикладного характеру / О. В. Кондрашина // Математика в школах України. — 2012. — № 13–15. — 44–9, 44–13 с.
6. *Про міжнародну науково-математичну конференцію «Проблеми математичної освіти» (ПМО–2009) : Матеріали міжнародної конференції «Проблеми математичної освіти» (м. Черкаси, 7–9 квітня 2009 р. // Математика в школі. — 2009. — № 7–8. — 54 с.*
7. *Груденов Я. М.* Совершенствование методики работы учителя математики / Я. М. Груденов. — М. : Просвещение, 1990. — С. 54–55.

ДОДАТОК

Міні-збірник задач практичного спрямування

5 клас

1. За роки II світової війни школярі колишнього СРСР зібрали для потреб оборонної промисловості 8 млн т чорного та 30 тис т кольорового металобрухту. Запишіть ці числа цифрами, розбийте на класи та розряди.

2. За легендою винахідник шахової гри за нагороду запросив у правителя Індії 1 зернину пшениці за першу клітинку шахової дошки, 2 зернини за другу, 4 зернини за третю, 8 за четверту клітинку тощо. Коли придворні математики обчислили кількість усіх зернин винагороди, то одержали число-велетень: 18 446 744 073 709 551 615.

Розбийте це число на класи та прочитайте його.

3. 1987 року у складі екіпажу американського космічного корабля «Колумбія» у космос полетів перший український космонавт Леонід Каденюк. Це було через 26 років після польоту першого радянського космонавта Юрія Гагаріна. Скільки років пройшло з дня польоту в космос Леоніда Каденюка? Скільки років пройшло після польоту Юрія Гагаріна?

4. Прямокутну ділянку розміром $43 \text{ м} \times 21 \text{ м}$ треба огородити парканом. На 1 м огорожі йде 8 штахетин. Скільки штахетин потрібно, щоб огородити всю ділянку?

5. Стіни житлової кімнати розміром $5 \text{ м} \times 4 \text{ м} \times 3 \text{ м}$ господар планує обклеїти шпалерами. У кімнаті є два вікна загальною площею 5 м^2 та двері площею 2 м^2 . Рулон шпалер має розміри $1 \text{ м} \times 10 \text{ м}$. Скільки рулонів шпалер повинен закупити господар?

6. За санітарними нормами на одного учня в класній кімнаті повинно припадати $6,5 \text{ м}^3$ повітря. 20 учнів 5 класу навчаються в класній кімнаті розмірами $8 \text{ м} \times 6 \text{ м} \times 3 \text{ м}$. Чи дотримано санітарних вимог для навчання п'ятикласників у такій класній кімнаті?

7. В обійсті Оленчиної бабусі вирощуються кролики і гуси — усього 27 голів. Коли Оленка порахувала ноги гусей і кроликів, то одержала 78. Скільки в бабусиному господарстві доглядається кроликів і скільки гусей?

8. Фермер засіяв пшеницею два поля площею 12 га і 20 га. Для засіву 1 га він витрачав a кг зерна. Скільки зерна пшениці витратив фермер, щоб засіяти обидва поля?

Складіть формулу для обчислення кількості посіяного зерна, позначивши її масу буквою m . Обчисліть m , якщо $a = 235$ кг.

9. Визначте кут між стрілками годинника, якщо він показує:

- 1) 9 год; 2) 11 год; 3) 12 год; 4) 16 год.

10. Накресліть кілька різних трикутників. За допомогою транспортира виміряйте кути кожного з трикутників та визначте для кожного трикутника їх суми. Зробіть висновок.

11. На аркуші паперу позначте точки A і B . Сполучіть їх відрізком AB та ламаною $ACDB$. Виміряйте за допомогою лінійки довжину відрізка AB та довжину ламаної $ACDB$. Зробіть висновок.

12. Знайдіть масу дубового бруса розмірами $0,15 \text{ м} \times 0,2 \text{ м} \times 4 \text{ м}$, якщо 1 м^3 деревини має масу 0,8 т.

13. Результати збору металобрухту п'ятикласниками були занесені в таку таблицю:

Клас	Кількість учнів	Зібрано металобрухту
5-А	24	1560 кг
5-Б	25	1550 кг
5-В	22	1540 кг
5-Г	20	1500 кг

Учні якого класу попрацювали найкраще?

14. Із 20 учнів 5 класу на кінець навчального року 4 мали високий рівень навчальних досягнень, 9 — достатній, 7 — середній, 1 — низький. Який відсоток учнів класу закінчив навчальний рік із високим рівнем навчальних досягнень, із достатнім, середнім, низьким? За обчисленнями побудуйте кругову діаграму успішності 5 класу.

15. У басейн розміром $5,2 \text{ м} \times 3,5 \text{ м} \times 1,1 \text{ м}$ проведено дві труби. Через одну трубу до басейну щосекунди вливається 1,2 л води, а через другу щосекунди виливається 0,8 л. За який час наповниться порожній басейн, якщо відкрити обидві труби?

16. Із двох міст, відстань між якими дорівнює 420 км, виїхали одночасно назустріч легковий автомобіль зі швидкістю 75 км/год і мотоцикліст зі швидкістю 45 км/год. Яка відстань між ними буде через 2 години після початку руху? Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

17. Відстань між залізничними станціями становить 75 км. Із першої станції в напрямку, протилежному до другої станції, вийшов товарний потяг зі швидкістю 67 км/год. Через дві години після виходу товарного потяга з другої станції в тому ж напрямку вийшов пасажирський потяг, швидкість якого становить 92 км/год. Через скільки часу після початку свого руху пасажирський потяг наздожене товарний? На якій відстані від першої станції це відбудеться?

18. Під час навчально-виробничої практики учні пропололи посіви на шкільній дослідній ділянці за три дні. Першого дня пропололи 35 % усієї ділянки, другого — 33 %, а

третього дня — решту ділянки. Знайдіть площу дослідної ділянки, якщо третього дня пропололи на 0,06 га менше, ніж першого дня.

19. Канаву, що має форму прямокутного паралелепіпеда розмірами $1,5 \text{ м} \times 1 \text{ м} \times 64 \text{ м}$, один екскаватор може викопати за 12 год, а другий — за 8 год. За який час викопують цю канаву два екскаватори, працюючи разом?

20. Відстань між Житомиром і Києвом на карті, масштаб якої 1:10 000 000, дорівнює 1,3 см. Обчисліть швидкість автобуса на маршруті Житомир — Київ, якщо він був у дорозі 2 години.

6 клас

1. На запитання, чи існує прямокутник площею 3403 см^2 , довжини сторін якого виражені двома послідовними натуральними числами сантиметрів, шестикласник Тимко дав негативну відповідь. Поясніть, чому такий прямокутник не існує.

2. Яку найменшу довжину повинна мати шовкова стрічка, якщо її можна без обрізків розрізати на частини завдовжки як 20 см, так і 30 см, а також 75 см?

3. На новорічному святі шестикласники одержали однакові подарунки. В усіх подарунках було 82 яблука, 123 апельсини та 205 мандаринів. Скільки на святі було шестикласників? Яким був склад новорічного подарунка?

4. 1 вересня 2017 року з порту одночасно відійшли два теплоходи. Тривалість рейсу одного з них 15 діб, а другого — 12 діб. Якого числа теплоходи знову зустрінуться в порту? Скільки рейсів за цей час зробить перший теплохід і скільки другий?

5. Шестикласниці Маринка, Софійка та Оксана зустрілися разом на тенісному корті в неділю. Маринка тренується один раз на 2 дні, Софійка — раз на 3 дні, а Оксана — раз на 4 дні. Через скільки днів і в який день тижня вони зустрінуться на корті наступного разу?

6. Для свята першого дзвоника шестикласники придбали 24 айстри червоного кольору, 36 — рожевого і 48 айстр білого кольору. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти з придбаних квітів? Скільки коштував такий букет, якщо вартість айстри становить 7,5 грн?

7. Петрик може пофарбувати паркан за 4 години, Миколка — за 5 годин. Почавши фарбування одночасно, хлопчики через 2 години роботи побігли грати в футбол. Яка частина паркана залишилася недофарбованою?

8. Овочевий магазин продав першого дня $\frac{1}{2}$ завезеної моркви, другого дня — $\frac{1}{3}$, а третього дня — решту 80 кг. Скільки моркви було завезено до магазину?

9. Дві друкарки можуть разом передрукувати рукопис за 6 год. За скільки годин передрукує рукопис друга друкарка, якщо перша це може зробити за 9 год?

10. За три тижні було відремонтовано 108 км дороги. Першого тижня було відремонтовано $\frac{4}{9}$ всієї дороги, а другого — $\frac{11}{15}$ решти. Скільки кілометрів дороги було відремонтовано третього тижня?

11. Цементовоз має бункер ємністю 8 м³. У бункер завантажили 9,28 т цементу. Чи повністю завантажений бункер, якщо маса 1 м³ цементу дорівнює 1,17 т?

12. У районному центрі три школи: середня, неповна середня і початкова. У середній школі навчається 850 учнів, у неповній середній — 0,6 від кількості учнів у середній школі, а в початковій — 0,5 від кількості учнів у неповній середній школі. Скільки учнів навчається в цих трьох школах разом?

13. У результаті перемелювання пшениці на борошно витрачається 0,2 її маси, а під час випікання одержується припічка, що становить 0,4 маси борошна. Скільки спеченого хліба матимемо з 7,5 т пшениці?

14. Читальна зала бібліотеки має розміри 96 м × 20 м × 3,5 м. На скільки місць роз-

рахована ця зала, якщо на кожну читача необхідно 5 м³ повітря?

15. Щодня протягом тижня шестикласники записували покази температури повітря на шкільному географічному майданчику. Покази термометра такі: 20°; 20,1°; 22,2°; 23,2°; 23,8°; 21,1°; 20,1°. Знайдіть середню температуру повітря за тиждень.

16. Уважаючи Землю кулею і приймаючи її радіус рівним приблизно 6370 км, обчисліть довжину земного екватора ($\pi \approx 3,14$). Відповідь округліть до сотень кілометрів.

17. Клумбу у формі круга радіусом 1,5 м хочуть обнести газоном по колу. Ширину газону планують зробити 20 см. Яку площу дерну доведеться використати під час виконання цієї роботи?

18. У шестикласника Іванка на одній етажерці було в 4 рази менше книжок, ніж на другій. Коли він на першу етажерку поклав ще 17 книжок, а з другої забрав 25, то на обох етажерках книжок стало порівну. Скільки книжок було на кожній етажерці спочатку?

19. Вирушивши в похід, турист перші 2 години рухався маршрутом зі швидкістю 4 км/год. Перепочивши 1 годину, він продовжував рухатися ще 2 години, але зі швидкістю 3 км/год, після чого влаштував 3-годинний привал. Після привалу турист за 4 години повернувся на місце старту. Накресліть графік руху туриста.

7 клас

1. Присадибна ділянка прямокутної форми огорожена парканом довжиною 256 м. Довжина ділянки більша за ширину в три рази. Знайдіть площу присадибної ділянки, виразіть її в арах.

2. Сторона одного квадрата у два рази менша від сторони другого квадрата, а різниця їхніх периметрів становить 96 см. Знайдіть площі кожного з квадратів.

3. Токар мав виконати тижневий план за 5 робочих днів, а виконав завдання

за 4 дні, бо виточував щодня на 5 деталей більше. Скільки деталей виготовив токарь?

4. Учні 7 класу здійснили прогулянку катером річкою від однієї пристані до іншої і назад, витративши 3,5 год. Власна швидкість катера дорівнює 14 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Яка відстань між пристанями?

5. Поле має форму, як зображено на рис. 1. Складіть формулу для знаходження периметра поля та його площі. Виконайте обчислення, якщо $a=64$ м, $b=30$ м, $c=12$ м, $d=15$ м.

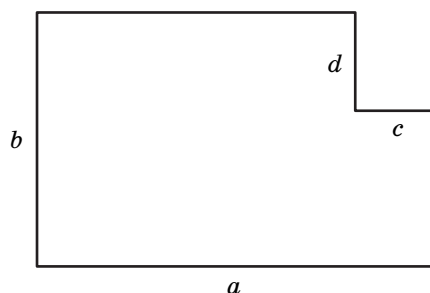


Рис. 1

6. Прямокутний і квадратний листи жерсті мають однакову площу. Прямокутний лист має розміри 64 см \times 121 см. Знайдіть сторону квадратного листа жерсті.

7. Із села до міста вирушив велосипедист зі швидкістю v_1 км/год, а через годину назустріч йому з міста до села вирушив мотоцикліст зі швидкістю v_2 км/год. Зустрілися вони через півгодини після виїзду мотоцикліста. Знайдіть відстань між містом і селом. Виконайте обчислення, якщо $v_1=22$ км/год, а $v_2=80$ км/год.

8. Доведіть, що сума довільних дев'яти послідовних натуральних чисел завжди ділиться на 9. Який висновок можна зробити, якщо взяти не 9, а m послідовних натуральних чисел? Відповідь обґрунтуйте.

9. Для поливу городу господар тримає 198 л води в одній бочці і 114 л у другій. Через скільки днів у першій бочці води стане в три рази більше, ніж у другій, якщо господар щодня витрачає 24 л води з першої бочки і 20 л з другої?

10. Скільки 10-відсоткового і скільки 2-відсоткового розчину солі треба змішати, щоб одержати 400 г 5-відсоткового розчину?

11. Семикласник Михайлик купив 6 зошитів і 10 олівців, заплативши за них 15,8 грн, а його однокласниця Оленка за 8 таких же зошитів і 4 олівці заплатила 10,8 грн. Знайдіть ціну зошита і ціну олівця.

12. Площу плоских фігур наближено знаходять за допомогою палетки (прозорої пластинки з нанесеною сантиметровою і міліметровою квадратною сіткою). Нарисуйте в зошиті довільну плоску фігуру, зафарбуйте її кольоровим олівцем. Накладіть на рисунок палетку.

1. Порахуйте, скільки повних квадратних сантиметрів уміщується в заштрихованій фігурі.
2. Порахуйте, скільки неповних квадратних сантиметрів міститься у фігурі, їх число поділіть на два.
3. Додайте числа отримані в п.1 та п.2. Одержите наближену площу зафарбованої фігури.

13. Аналогічно знайдіть площу фігури (задача 12), використавши замість палетки аркуш зошита в клітинку. Площа однієї клітинки зошита становить $0,25 \text{ см}^2$. У якій із задач площа зафарбованої фігури обчислена точніше?

14. Прямолінійною тротуарною доріжкою до школи йдуть семикласники Андрійко, Василько і Миколка. Василько йде попереду Андрійка на відстані 45 м. А Миколка знаходиться від Василька на відстані 53 м. Якою може бути відстань між Андрійком та Миколкою? Покажіть це за допомогою рисунків.

15. На координатній площині xOy побудуйте точку $M(-3;3)$ та побудуйте промінь OM . За допомогою транспортира виміряйте кути XOM і YOM (точки X і Y позначені на осі абсцис і осі ординат відповідно). Чи є ці кути суміжними? Чому?

16. По обидва боки стадіону обладнано дві прямолінійні бігові доріжки AB і CD . Як перевірити, чи паралельні ці доріжки?

17. На скільки частин можуть розділити аркуш шкільного зошита:

- 1) дві проведені на ньому прямі;
- 2) три проведені прямі?

Виконайте відповідні рисунки, розгляньте різні випадки розміщення прямих.

18. Прямолінійний тунель XU пробивають із двох протилежних боків гори. Для цього на місцевості побудували рівнобедрений трикутник ABC . Отриманий у результаті побудови кут $\angle C = 108^\circ$. Під якими кутами A і B треба вибрати напрямки проходки AX і BU , щоб не було зміщення під час зустрічного пробивання тунелю (рис. 2)?

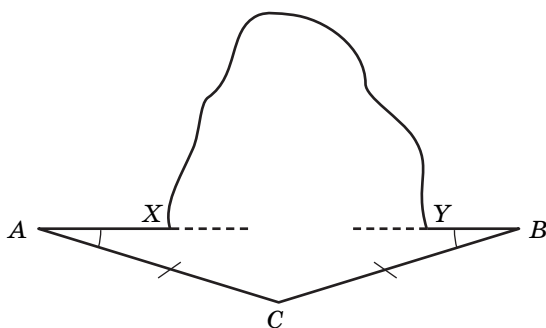


Рис. 2

19. Периметр трикутної ділянки становить 85 м. Одна сторона цієї ділянки, що примикає до дороги, коротша за другу в 2 рази, а за третю — на 1 м. Скільки метрів паркану потрібно, щоб огородити ділянку понад дорогою?

20. Накресліть: 1) гострокутний трикутник, 2) прямокутний трикутник; 3) тупокутний трикутник. Знайдіть для кожного з трикутників центр описаного кола. Зробіть висновки про його розміщення.

21. Накресліть гострокутний трикутник та за допомогою косинця проведіть його висоти. Точку перетину висот називають ортоцентром. Дослідіть, де знаходиться ортоцентр: 1) у гострокутному трикутнику; 2) у прямокутному трикутнику; 3) у тупокутному трикутнику.

22. Василько вирізав із жерсті круг та хоче в його центрі просвердлити отвір. Допоможіть Василькові, як, використовуючи циркуль та лінійку, знайти центр цього круга.

8 клас

1. Відстань між двома містами становить 140 км. Із них одночасно назустріч один одному зі швидкістю 70 км/год і v км/год виїхали два автомобілі, які зустрілися через t годин. Запишіть вираз, за допомогою якого можна визначити час t . Обчисліть t , якщо $v = 42$ км/год.

2. На однаковій висоті від землі розміщено два однакових резервуари, днища яких з'єднані трубою з краном. У першому резервуарі міститься 3800 л води, а в другому — 15 000 л. Щохвилини труба здатна пропустити 200 л води. Через скільки хвилин води в резервуарах стане порівну, якщо відкрити кран?

3. Периметр прямокутної клумби дорівнює 14 м. Якщо довжину клумби зменшити на 1 м, а ширину збільшити на 1 м, то її площа збільшиться на 2 м². Знайдіть довжину і ширину клумби. На скільки відсотків збільшиться її площа після зміни її довжини і ширини?

4. Від спортклубу одночасно в протилежних напрямках виїхали двоє мотоциклістів. Яка відстань буде між ними через t годин, якщо швидкість першого мотоцикліста дорівнює v_1 км/год, а другого — v_2 км/год. Складіть математичну модель для розв'язування цієї задачі. Якою буде математична модель, якщо мотоциклісти почали одночасно рухатися в одному напрямку?

5. Відстань між залізничними станціями A і B пасажирський потяг долає за 3 год швидше, ніж товарний. Знайдіть швидкості обох потягів, якщо швидкість товарного потяга менша в 2 рази, ніж швидкість пасажирського, а відстань між станціями A і B дорівнює 360 км.

6. Восьмикласник Микола може впорядкувати спортивний майданчик за 9 годин, а разом із другом цю роботу вони виконають за 6 годин. За який час може впорядкувати майданчик друг Миколи, працюючи самостійно?

7. Швидкість світла становить 300 000 км/с. Яку відстань подолає світло за 1 год? Відповідь запишіть у стандартному вигляді.

8. Прямокутну фермерську ділянку розмірами $144 \text{ м} \times 25 \text{ м}$ було використано під будівництво ЛЕП (лінії електропередачі). Узамін йому було виділено в іншому місці квадратну ділянку такої ж площі. Знайдіть розмір нової ділянки.

9. Покупець для придбання холодильника взяв у банку кредит у розмірі 3000 грн на 3 роки під 24 % річних. Яку суму повинен сплатити покупець банку за три роки? Яка місячна сума погашення кредиту?

10. В актовій залі школи, у якій кількість рядів на 10 менша, ніж кількість місць у ряду, можна посадити 264 учні. Визначте кількість рядів у актовій залі та кількість місць у кожному з рядів.

11. Город має чотирикутну форму, причому одна сторона городу в 1,5 рази більша за кожну з решти сторін. Периметр городу становить 180 м. Більша сторона прилягає до дороги і потребує огороження парканом. Скільки штахетин треба для цього огороження, якщо на 1 м огорожі йде 8 штахетин?

12. Під час будівництва чотирикутного фундаменту під склад будівельники не тільки перевіряли рівність протилежних сторін чотирикутника, а й рівність його діагоналей. Для чого це робилось будівельниками?

13. Кусок фанери має форму прямокутної трапеції з гострим кутом 30° і периметром 144 см, у яку можна вписати круг. Знайдіть площу цього круга.

14. Клумба має форму ромба. Які вимірювання треба провести, щоб найбільш раціонально знайти її площу?

15. Димова труба шкільної котельні утримується від падіння трьома ланцюговими розтяжками, закріпленими на трубі на висоті 12 м. Біля землі кожна розтяжка закріплена на відстані 16 м від основи труби. Скільки метрів ланцюга пішло на виготовлення розтяжок?

16. Фронтон будинку має форму рівнобедреного прямокутного трикутника з основою 12 м. Чи вистачить 3 кг фарби, щоб пофарбувати цей фронтон, якщо витрати фарби становлять 95 г/м^2 ?

17. Опівдні сонце знаходиться під кутом 60° до горизонту. Знайдіть висоту дерева, що росте на горизонтальній ділянці поля, якщо тінь від нього має довжину 3,5 м.

18. На вершину гори висотою 2400 м можна дістатися за допомогою фунікулера. Під яким кутом до поверхні землі розташована траса фунікулера, якщо швидкість його руху становить 16 км/год, а час підйому — 18 хв?

19. Двоє трактористів разом можуть зорати поле на 18 годин швидше, ніж окремо перший і на 32 години швидше, ніж окремо другий. Скільки часу потрібно кожному трактористові, щоб виорати поле самостійно?

20. З аеропорту одночасно вилітають два літаки і летять у пункт призначення, який знаходиться на відстані 2520 км від аеропорту. Швидкість одного з літаків на 80 км/год менша від швидкості другого, тому він прилітає на місце призначення на 2 години пізніше. Знайдіть швидкість кожного літака.

9 клас

1. Прямокутник має довжину a см і ширину b см. Відомо що $3,4 < a < 3,5$, $2,2 < b < 3,2$. Оцініть площу цього прямокутника та його периметр. Оцініть площу та периметр сторінки вашого зошита, вважаючи, що довжина двох клітинок становить 1 см.

2. У яких межах знаходиться кут A трикутника ABC , якщо $25^\circ \leq \angle B \leq 26^\circ$ і $83^\circ \leq \angle C \leq 84^\circ$? Визначте вид цього трикутника.

3. Сільськогосподарський кооператив повинен не пізніше як за 5 днів засіяти пшеницею поле площею 205 га. Визначте, яку площу має засівати кооператив щодня.

4. Потяг, рухаючись рівномірно, долає відстань 110 км. Якщо його швидкість збільшити на 6 км/год, то за 2 год він може подолати відстань більшу за 110 км. Якщо ж він зменшить швидкість на 6 км/год, то навіть за 2,5 год не подолає 110 км. Знайдіть швидкість потяга.

5. Прямокутну ділянку огорожують парканом довжиною 96 м. Якими повинні бути сторони цієї ділянки, щоб її площа була найбільшою?

6. Лист картону має форму прямокутного трикутника з катетами 48 см і 16 см. Із нього потрібно вирізати прямокутник найбільшої площі так, щоб дві його сторони лежали на катетах трикутника, а одна з його вершин — на гіпотенузі. Знайдіть розміри цього прямокутника.

7. Вкладник поклав у банк 5400 грн. Скільки відсоткових грошей на цю суму нарахують за 2 місяці і 10 днів, якщо банк виплачує 2 % місячних за простими відсотками?

8. Яку суму грошей треба покласти на депозит під 20 % річних, щоб через 4 роки одержати 20 736 грн, якщо банк нараховує прибутку за складними відсотками?

9. Телефонний кабель довжиною 18 км, що з'єднує село з райцентром, обірвався в невідомому місці. Яка ймовірність того, що обрив стався не далі як за 2 км від райцентру?

10. Місячну зарплату бригади складальників механічного цеху подано в такій таблиці:

Місячна зарплата (x_i) грн	2200	2600	3200	3800	4200
Число робітників бригади n_i чол.	2	4	8	16	10

Визначте середню місячну платню робітника. Побудуйте полігон статистичного розподілу вибірки.

11. Підшипниковий завод закупив і здійснив у виробництві нове обладнання на суму 3 600 000 грн. Щороку вартість цього обладнання зменшується на 150 000 грн через амортизацію. Знайдіть, скільки коштуватиме закуплене обладнання через 10 років.

12. У рівносторонній трикутник зі стороною 16 см вписано сполученням середин його сторін новий трикутник; у цей трикутник таким самим способом вписано новий трикутник — і так до нескінченності. Знайдіть суму периметрів усіх трикутників.

13. Прямолінійне шосе і прямолінійна залізниця перетинаються під кутом 45° . На шосе на відстані 8,5 км від перехрестя знаходиться автобусна зупинка. Знайдіть найкоротшу відстань від автобусної зупинки до залізниці.

14. За поданим *рисунком* знайдіть відстані між недоступними точками A і B на місцевості.

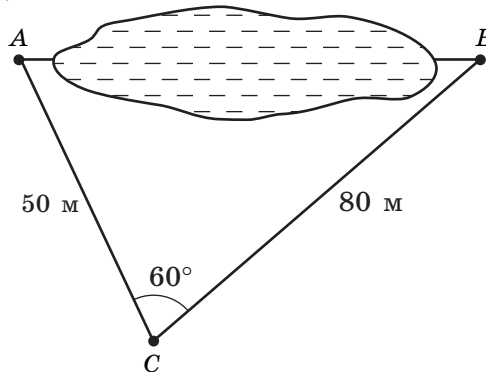


Рис. 3

15. Над метеостанцією знаходиться вимірювальний зонд, який видно з точки, віддаленої від метеостанції на 2,5 км, під кутом 50° до горизонту. На якій висоті знаходиться зонд?

16. Із залізної жерсті вирізано плоский трикутник зі сторонами 58 см, 70 см і 96 см. Знайдіть масу цього трикутника, якщо квадратний метр листового заліза має масу 41 кг.

17. Обчисліть довжину екватора Землі, знаючи, що радіус земної кулі приблизно дорівнює 6370 км. Яка площа уявного перерізу, що ділить Землю на північну і південну півкулі?

18. У якому місці на залізниці слід побудувати зупинку C та прокласти до неї асфальтовані прямолінійні доріжки з населених пунктів A і B , щоб витрати будівельних мате-

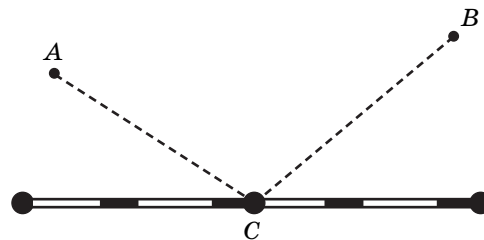


Рис. 4

ріалів на доріжки AC і BC були найменшими (щоб відстань $AC+BC$ була найкоротшою)?

19. Юнак перемістив санки на 20 м, прикладаючи до них силу 90 Н. Кут між напрямком сили і напрямком переміщення становить 45° . Яку роботу виконав юнак?

20. Купа щебеню має форму конуса, довжина кола основи якого становить 31,4 м, а твірна — 6 м. Скільки десятитонних вантажівок потрібно, щоб вивезти цей щебінь? Маса 1 м^3 щебеню становить 1,8 т.

10 клас

1. Із 200 старшокласників спеціалізованої школи з поглибленим вивченням іноземних мов тільки німецьку мову вивчають 36 учнів, німецьку, але не англійську — 46, німецьку — 52, французьку — 96, англійську і французьку — 16, жодної іноземної мови не вивчають — 48. Скільки учнів вивчають англійську мову? Скільки учнів вивчають англійську мову і німецьку мови, але не французьку?

2. Ділянку землі прямокутної форми огородили парканом завдовжки 100 м.

1) Позначивши довжину ділянки через y , а ширину — через x , запишіть функціональну залежність $y=f(x)$.

2) Позначивши ширину ділянки через x , а її площу — через S , запишіть аналітичну функцію $S=g(x)$.

3. Дві труби подають воду до басейну. Перша труба може заповнити басейн за 4,5 год, а друга — за 6 год. Спочатку 3 год була відкрита перша труба, потім її закрили, але відкрили другу. За скільки годин було заповнено басейн?

4. Накресліть графік функції $y=x^2$ при $x \geq 0$. За допомогою графіка продемонструйте, у скільки разів збільшиться площа квадрата, якщо його сторону:

- 1) збільшити в 2 рази, у 3 рази;
- 2) зменшити в 2 рази.

5. Із курсу фізики відомо, що за рівнозмінного руху $S(t)=V_0t+\frac{at^2}{2}$. Через скільки

секунд тіло, кинуте вертикально вгору зі швидкістю 60 м/с, досягне висоти 100 м? Розв'язання задачі проілюструйте схематичним графіком $\left(a=-g \approx -10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$.

6. Закон Ома має вигляд $I=\frac{U}{R}$. Зобразіть графік цієї залежності, якщо $U=2B$, I — виражено в амперах, R — в омах.

7. Формула періоду коливання математичного маятника має вигляд $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, де l —

довжина маятника в м, g — прискорення вільного падіння в м/с². Перетворивши формулу до вигляду $T=\frac{2\pi}{\sqrt{g}}\cdot\sqrt{l}$, побудуйте графік залежності T від l . За графіком визначте період коливань маятника, якщо $l=0,5$ м; 1 м; 2 м; 5 м.

8. Формула сили змінного струму має вигляд $I=I_0\sin(\omega t+\varphi)$, де I_0 — максимальне значення струму в А, ω — кутова швидкість генератора в об/с, t — час у секундах, φ — початкова фаза в радіанах. Побудуйте графік сили змінного струму, якщо $I_0=3$ А, $\omega=2$ об/с, $\varphi=\pi$.

9. На вал лебідки накручено n шарів троса. Діаметри вала і канату відповідно дорівнюють D і d мм, а вздовж усього вала поміщається m витків троса. Виведіть формулу для визначення довжини троса, накрученого на вал лебідки.

10. Емпіричні формули для знаходження об'єму сіна в скиртах і стіжках мають вигляд:

1) $V=(0,5\Pi-0,45\Pi\Pi)\cdot\Pi\cdot D$, де Π — довжина перекидки скирти через її вершину до основи з обох боків; Π — ширина скирти; D — довжина скирти в метрах.

2) $V=\frac{\Pi}{2}\left(\frac{L}{6}\right)^2$, де Π — довжина перекидки стіжка через вершину до основи; L — довжина кола його основи. Використайте вище знайдені формули у своєму підсобному господарстві.

11. Чому стіл на трьох ніжках, поставлений навіть на нерівну підлогу, ніколи не хитається? Відповідь обґрунтуйте.

12. Як за допомогою двох ниток перевірити, чи не буде хитатися стіл із чотирма ніжками на рівній підлозі? Відповідь обґрунтуйте.

13. Електричний стовп висотою 6 м знаходиться від стіни будинку на відстані 12 м. Від нього проведено до будинку електричний дріт, який уведений у стіну на висоті 3 м. Знайдіть довжину електричного дроту.

14. Горизонтальний прямокутний оглядовий майданчик установлений на схилі, подібному до похилої площини, на чотирьох вертикальних опорах, розміщених по кутах майданчика. Видима висота першої опори дорівнює 8 м, другої — 5 м, третьої — 6 м. Знайдіть видиму висоту четвертої опори.

15. Вертикально закопаний стовп висотою 5 м за освітлення сонцем кидає тінь довжиною 3 м. Обчисліть кут нахилу сонця до горизонту.

16. Опора для флюгера утримується трьома дрютинами розтяжками, закріпленими біля вершини опори і на землі в точках A , B і C , що є вершинами рівностороннього трикутника зі стороною 6 м. На якій висоті розміщений флюгер, якщо довжина кожної розтяжки дорівнює 9 м?

17. Якої довжини треба взяти перекладину, щоб її можна було покласти кінцями на дві вертикальні опори висотами 4 м і 7 м, розміщених на відстані 4 м одна від другої?

18. Гараж розміром 4 м \times 6 м має односкатну покрівлю, розміщену під кутом 20° до горизонтальної поверхні. Знайдіть площу покрівлі, якщо її напуск по всьому периметру гаража становить 40 см.

19. Основою чотирисхилого даху є прямокутник 20 м \times 12 м. Кути нахилу схилів на даху однакові та дорівнюють 45° . Скільки черепиці потрібно для покриття даху, якщо на 1 м^2 даху витрачається 14 штук черепиці?

11 клас

1. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $S(t) = t^3 - 4t^2$. Знайдіть швидкість і прискорення точки в момент $t = 5$ с. Шлях вимірюється в м.

2. Знайдіть силу F , яка діє на кульку масою 0,1 кг, що рухається прямолінійно за законом $S(t) = t^2 + t$, у моменти $t_1 = 2$ с і $t_2 = 10$ с. Який вид руху здійснює кулька? Зробіть висновок. S вимірюється в м.

3. У кожному куті металевого прямокутного листа розміром 0,8 м \times 1 м треба вирізати такі квадрати, щоб після згинання країв можна було зварити ящик найбільшої місткості. Як це зробити?

4. Формула Ціолковського для польоту ракети має вигляд $\frac{M+m}{M} = e^{\frac{V}{\omega}}$, де M — маса ракети, m — маса пального, V — швидкість ракети, ω — швидкість витікання газів. Із якою швидкістю повинні витікати гази з сопла ракети масою 1 т, заправленої 2 т пального, щоб вона набула першої космічної швидкості 7,9 км/с?

5. Тіло з висоти 20 м кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 50 м/с. У який момент швидкість зміни висоти тіла дорівнює нулю? Чому дорівнює при цьому висота підйому тіла над поверхнею землі?

6. Два кораблі плывуть зі сталими швидкостями $V_1 = 20$ км/год і $V_2 = 30$ км/год по прямих, кут між якими дорівнює 60° , у напрямку точки перетину цих прямих. Знайдіть найменшу відстань між кораблями, якщо в початковий момент часу відстань кораблів від точки перетину прямих були відповідно 10 км і 20 км.

7. Точка рухається по прямій зі сталим прискоренням $a = 8$ м/с². Знайдіть рівняння руху $S = S(t)$, якщо відомо, що в момент часу $t = 0$ с точка знаходиться на відстані 24 м від початкового розташування і має початкову швидкість 5 м/с.

8. Знайдіть кількість електрики, яка проходить через поперечний переріз провідника

за 20 с, якщо сила струму змінюється за законом $I(t) = 2t + 1(\text{А})$.

9. Обчисліть роботу, яку слід витратити, щоб розтягнути пружину на 0,06 м, якщо сила 12 Н розтягує її на 0,01 м. Скористайтеся законом Гука $F = kx$.

10. Будівельна бригада виділила на допомогу в ремонті школи групу з 5 робітників. У бригаді працює 15 осіб, у тому числі 5 мулярів, 4 теслярі і 2 штукатури, решта — різноробочі. Скількома способами можна укомплектувати групу для ремонту школи, щоб вона складалася з муляра, тесляра, штукатура і двох різноробочих?

11. Відомо, що в багатодітній сім'ї 10 дітей. Уважаючи однаково ймовірним народження хлопчика і дівчинки, знайдіть ймовірність того, що в цій сім'ї:

- 1) порівну хлопчиків і дівчаток;
- 2) буде 3 дівчинки і 7 хлопчиків;
- 3) будуть лише дівчатка.

12. Кругла мішень для лучника вписана в квадрат. Відомо, що в результаті пострілу лучник влучає в квадрат. Яка ймовірність того, що стріла попаде в круг мішені?

13. Господар планує спорудити квадратний басейн об'ємом 32 м³. Визначте розміри басейну так, щоб на облицювання його стін і дна пішло щонайменше облицювальної плитки.

14. Обчисліть об'єм переважної більшості тіл, що вивчаються в середній школі, можна за формулою Симпсона $V = \frac{H}{6}(S_H + 4S_C + S_B)$, де H — висота тіла, S_H — площа нижньої

основи, S_B — площа верхньої основи, S_C — площа середнього перерізу тіла, паралельного основам, який проходить через середину висоти. Перевірте справедливості цієї формули для призм, пірамід, зрізаних пірамід, циліндрів, конусів, зрізаних конусів, куль, кульових сегментів тощо.

15. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди в 2 рази більша за площу основи. Знайдіть кут нахилу бічної грані піраміди до площини основи.

16. Із кругового сектора радіусом R із центральним кутом α потрібно виготовити конічну лійку найбільшого об'єму. При якому куті α це можливо?

17. Із куба об'ємом 1 дм³ виточують кулю найбільшого об'єму. Який відсоток матеріалу куба йде в стружку?

18. Над океаном запущено стратостат на висоту 20 км. Яка відстань від стратостата до лінії горизонту, видимої з цього стратостата? Радіус Землі приблизно дорівнює 6400 км.

19. Необхідно виготовити циліндричну цистерну об'ємом V за найменших витрат листового матеріалу на її виготовлення. Знайдіть її радіус та довжину.

20. Потужність електричного гальванічного елемента визначають за формулою $P = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$, де E — стала електрорушійна сила елемента, r — його сталий внутрішній опір. При якому зовнішньому опорі R елемента його потужність P буде найбільшою?

Усе наше сучасне життя немов пройняте математикою. Вона позначилася і на спорудженні будинків, і на повсякденних наших вчинках, впливу її не уникали ані наші естетичні враження, ані наше моральне життя.

П. Монтель