

КОМП'ЮТЕРНА МАТЕМАТИКА

Концепція

— Ю. І. Шеремет, науковий керівник науково-дослідної лабораторії фундаментальних досліджень «High-Technologies в освіті», м. Вінниця

1. ЗОВНІШНЄ СЕРЕДОВИЩЕ — ВІДПОВІДЬ НА ЗАПИТИ

Більша частина сучасної шкільної математики була сформована в першій половині XIX сторіччя. Швидкий розвиток індустріального капіталізму потребував знань у таких сферах, як механіка, теплотехніка та електротехніка.

Приблизно до 60–70-х років XX сторіччя запити науки та техніки шкільна математика задовольняла.

Починаючи з кінця XX сторіччя, шкільна математика перестала давати знання «з переднього краю» і стала потроху деградувати.

Наприкінці минулого сторіччя запити почали надходити із зовсім нових царин, таких, як радіоелектроніка, хвильова оптика, комп'ютерні технології, інженерне моделювання (комп'ютерне проектування), комп'ютерний дизайн та хай-тек технології в навчанні.

Подивимось, у яких галузях та на які знання ВЖЕ сформовано запити до шкільної математики.

1. Програмування: потребує системного підходу, вміння ставити задачі, засвоєння таких понять, як структура, об'єкти та множини.

2. Область інтелекту більш високого рівня пропонує у вигляді принципів поєднання абстрактності та деталізації, системного аналізу та засвоєння набору універсальних понять.

3. Чисельні методи: чисельне диференціювання, інтегрування, апроксимації, комп'ютерний аналіз функцій, знаходження значень функцій за допомогою рядів, розв'язання великих систем лінійних рівнянь.

4. Хвильова оптика, квантова фізика, радіоелектроніка, голографія мають справу з періодичними функціями та їх базовою основою — перетворенням Фур'є.

5. Комп'ютерний дизайн та інженерне моделювання (проектування) вимагають таких знань: обертання та криволінійний рух (кривизна, сегмент, контур, дотична, нормаль, згладжування, заливки та градієнти).

6. Дискретна математика пропонує способи дискретизації функцій, кінцево-елементні уявлення та означення (перетворення диференціального обчислення на алгебру), матричні та векторні уявлення, формалізм та дії з матрицями й векторами, перетворення координат, різновиди Методу Кінцевих Елементів, розрахункові комплекси МКЕ та презентація отриманих результатів у графічному вигляді.

Де взяти на все це навчальний час? — Там, де він втрачається.

Що сьогодні вже не потрібно? — Пошук кратного, визначення коренів, складні та неправильні дроби, алгебраїчні формули (квадрати та куби), алгебраїчні перетворення, нерівності. Розв'язання сотень задач із незрозумілою структурою замість одиничних, повних та глибоко опрацьованих прикладів.

Навчальні години на ТАКУ математику повинні бути зменшені.

Що необхідно сильно скоротити? — Тригонометрію необхідно звести до задач інженерної геодезії (трикутник, висота, синус, косинус, площа), роздуми про прямі, точки та площини, паралелі та кути між ними лишити їх авторам. Суттєво скоротити в частині математичного аналізу розгляд неперервностей, монотонності, границь та інших настільки ж корисних абстракцій. Класичні методи диференціювання та інтегрування повинні бути поступово замінені на чисельні.

2. НЕПЕРЕРВНІСТЬ ТА ДИСКРЕТНІСТЬ

Під час виведення формул інтегрування та диференціювання класичної вищої математики авторами підручників зроблено припущення та на його основі відкинуті «малі» члени, які в результаті зменшення інтервала диференціювання прямують до нуля. Ці «малі» члени вважають несуттєвими та такими, що не впливають на остаточний результат. Однак детальний аналіз свідчить про те, що таке припущення можливе лише для відносно простих

задач: стаціонарних фізичних задач із простими граничними та початковими умовами.

Тільки в цьому випадку існує можливість отримати розв'язання за допомогою математичних перетворень у явному вигляді (у вигляді формул). Як правило, такі розв'язання є неперервними, монотонними функціями, що не мають розривів та мають стійкість в усій області існування або, у крайньому випадку, в області, що розглядається.

У сучасних інженерних та дослідницьких задачах такі розв'язання давно вичерпані. Простих граничних умов ми не зустрінемо; натомість ми бачимо кути, електромагнітні поля складної конфігурації, точкове прикладення сил, зворотні зв'язки, утрату стійкості в областях з високими градієнтами, неоднорідні армовані або композитні матеріали з включеннями інших матеріалів із зовсім іншими характеристиками та законами поведінки, що пов'язані із середовищами (задачі аеро- та гідропружності), контактні задачі та задачі взаємодії. Плюс задачі, у яких поведінка середовища змінюється стрибкоподібно (вибухи, кавітація, флатер). В усіх цих задачах класична математика не в змозі запропонувати ані дослідникам, ані інженерам нічого путнього.

Тим не менш, усі ці задачі розв'язуються чисельними методами та за допомогою чисельного моделювання. Автомобілі, кораблі, ракети та літаки проектуються, тунелі, мости та гідроспоруди будуються, однак неперервність та її концепція з цим нічого спільного не мають — в усьому цьому домінують кінцево-елементні уявлення та моделі. Таким же чином не має до них відношення і сучасна школа з її математикою, що побудована на концепції неперервності.

3. МАТЕМАТИЧНЕ ТА «КОМП'ЮТЕРНЕ» МИСЛЕННЯ

Математичне мислення, яке сьогодні формує шкільна програма, зводиться до засвоєння алгоритмів, основне призначення яких — це отримання чисельних розв'язань найпростіших та елементарних задач.

Однак сьогодні чисельні рішення не цікавлять навіть продавців та бухгалтерів, — продавці використовують калькулятори, а бухгалтери, до того ж, користуються спе-

ціальними комп'ютерними програмами-комплексами із достатньо складною структурою. А інженери вже років із десять як перейшли до проектування за допомогою програмних комплексів типу Автокад або Архікад.

Користувачів сьогодні цікавить отримання СПОСОБУ розв'язання для достатньо складних та загальних задач (класів) за допомогою програм із розвинутим та досить простим (наочним та доступним розумінню) інтерфейсом. Цей спосіб має також гарантувати зручне подальше програмування.

Усе це потребує розуміння суті програмування. Не в частині кодування із використанням певної мови програмування, а в частині постановки задачі, а найголовніше — визначення структури системи, що моделюється або проектується.

Усі ті прямокутнички та стрілки, які рисують учителі інформатики, називаючи їх алгоритмами, мають до всього сказаного дуже віддалене відношення.

Чим далі відходить математика від програмування та комп'ютерної техніки, тим більш безпомічними стають учителі, тим нижчою є якість навчання.

Необхідно постійно зближувати ці два напрямки в царині, що не стосується безпосередньо кодування, яке далекі від цієї справи люди називають програмуванням.

Однак, так чи інакше, неможливо вивчати алгоритми та структури, не орієнтуючись на будь-яку комп'ютерну мову. Із позиції навчання структурного програмування такою мовою є Паскаль, але він сьогодні вже мало використовується програмістами. Мова C++ орієнтована на об'єкти, але максимальна фрагментація та поділ на функції у якості примітивів не дозволяє використовувати її для навчання. Тому орієнтуватися потрібно на деяку умовну мову, щось середнє між Паскалем та C++, яка не має серйозної формалізації, є максимально вільною та доступною для розуміння.

4. ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИЙ АСПЕКТ

Нова математика потребує нових принципів мислення, засвоєння нових, більш абстрактних та більш універсальних понять. Умовно їх можна поділити на світоглядні та інтелектуальні.

Почнемо зі *світоглядних*.

1. Систему «Людина — Задача» потрібно перетворити на тріаду «Людина — Комп'ютер — Задача». Комп'ютер повинен стати частиною мозку та підвищити тим самим його можливості на декілька порядків.

2. Уявлення про неперервну реальність повинні поступитися місцем реальності дискретній, але прихованій від людини за допомогою інерційності її системи сприйняття, у першу чергу, — зору.

3. Ми бачимо, що телебачення, відео-та комп'ютерні монітори працюють із дискретними фрагментами — пікселями, клітинками та з бітами інформації. Усюди ми бачимо тільки комірки, пікселі та біти.

4. Поняттю часу необхідно надати інший зміст: замість неперервного потоку часу ми маємо уявити собі неперервний ряд повторення моментів «зараз». Таке уявлення (усвідомлено чи ні) давно вже закріпилося в телевізійників, творців комп'ютерних ігор та аніматорів, які мають справу з «кадрами» й можуть керувати їхнім рухом, а тим самим керувати і часом.

Тепер звернімося до *інтелектуального аспекту* комп'ютерного мислення.

1. Сьогодні ми маємо справу з фрагментарним мисленням та світом, поділеним і не пов'язаним між собою в єдине ціле. Це пояснюється відсутністю науки, яка надала б людині цілісне уявлення про світ.

«Зв'язати» світ у єдине ціле дозволяє тільки метод, заснований на системному підході, який ми назвали *Загальним методом дослідження, пізнання та проектування*. Цей метод оперує універсальними категоріями та поняттями із базового набору і заснований на системному аналізі. Математичною базою для нього є об'єкти та множини.

2. Наступним Інтелектуальним принципом, що лежить в основі комп'ютерної математики, є принцип поєднання методів деталізації та абстракції. Нам потрібно навчити наш мозок легко змінювати власний фокус уваги та невимуслено переходити від концентрації на невеликих деталях до досить високих абстракцій, тобто навчитися будувати абстрактні класи.

Ці два процеси є двома гілками процесу пізнання та дослідження, які не виключають, а доповнюють одне одну. Дослідження, аналіз дозволяють визначити деталі (суттєві або ні) процесу чи явища, а пізнання дає можливість виявити їх приховану структуру та сенс.

5. РІЗНОВИДИ ТА МОЖЛИВОСТІ КЛАСИЧНОГО Й ДИСКРЕТНОГО ПІДХОДІВ

Тепер ми хотіли б розглянути ті можливості, які створюються за різних підходів до розв'язання задач — дискретного та «класичного». Ми розглядатимемо ту царину, у якій виникає проблема, а далі потрібно дивитися, як у тому чи іншому випадку задача розв'язується (або не розв'язується зовсім).

Класична математика	Дискретний підхід
Математичний апарат	
Функції, графіки, формули	Матриці, вектори, множини, упорядковані множини, бази даних
Відношення отриманих розв'язань до програмування	
НЕ РОЗГЛЯДАЄТЬСЯ	Алгоритм повинен зручно програмуватися та бути орієнтованим на об'єктно-орієнтовану мову
Складні задачі	
Розв'язки ДУ математики в явному вигляді — неперервні функції	Розв'язки в чисельному вигляді, у вигляді таблиці чи масиву
Презентації дискретних розв'язків графіками	
НЕ РОЗГЛЯДАЄТЬСЯ	Апроксимації
Складні задачі	
НЕ РОЗВ'ЯЗУЮТЬСЯ	Кінцево-елементні уявлення та означення, програмні комплекси
Програмування комп'ютерних ігор, фізичні та математичні моделі, методи, що лежать в основі цих моделей	
ВІДСУТНЄ	Фізика ігор, матричне уявлення, перетворення систем координат
Знаходження розв'язків задач	
Знаходять числовий розв'язок	Знаходять спосіб розв'язання

Класична математика	Дискретний підхід
<i>Дослідження структури задачі</i>	
НЕ ПРОВІДИТЬСЯ	Має основне значення, оскільки задачі, що мають однакову структуру, розв'язуються за одними й тими самими алгоритмами
<i>Постановка задачі</i>	
НЕ РОЗГЛЯДАЄТЬСЯ	Є обов'язковою
<i>Розуміння того, як задачі розв'язуються за допомогою комп'ютера</i>	
НЕ ПОТРІБНО	Чисельні методи: диференціювання, інтегрування, знаходження коренів, апроксимації, комп'ютерний аналіз, графічні презентації
<i>Складні задачі: динаміка, анізотропія, граничні умови, взаємодія багатьох об'єктів, неоднорідність та виділення дрібних фрагментів</i>	
НЕ РОЗВ'ЯЗУЮТЬСЯ	Кінцево-елементні уявлення, програмні комплекси
<i>Знання основ диференційної геометрії (кривизна, дотичні та нормалі до кривої)</i>	
НЕ ПОТРІБНІ	Комп'ютерний дизайн
<i>Обертання, другий закон Ньютона для обертання, швидкість та прискорення, векторні уявлення</i>	
ПОВЕРХНЕВЕ	Квантова фізика
<i>Хвилі: хвильова оптика, голографія, дифракція, стоячі хвилі</i>	
ПОВЕРХНЕВЕ Механіка, акустика	Квантова фізика, оптика, радіоелектроніка

Ми бачимо, наскільки відрізняються своїми можливостями ці два підходи. Чи є сенс триматися за підхід, можливості якого давно вичерпані?

5. МАТЕМАТИКА ТА «ПРОГРАМУВАННЯ»

Що таке програмування? Для того щоб це зрозуміти, назвемо всі етапи, які мусить пройти програміст у процесі написання програми.

1. Постановка задачі: контекст, фактори та параметри. Результатом є МОДЕЛЬ.
2. Визначення структури задачі та алгоритма її розв'язання. Алгоритм дає способи взаємозв'язку, структура демонструє нам, якими саме засобами (об'єктами, модулями або підсистемами) буде цей алгоритм реалізований.

3. Дискретні визначення — дані та методи: об'єкти, масиви, різноманітні типи даних (рядки, логічні типи), матриці, вектор-стовпці. Визначення та формування модулів.

4. Визначення структури: структурний аналіз: мета, задачі, функції, об'єкти, модулі, інтерфейси та взаємозв'язок між ними.

5. Безпосереднє програмування (кодування), тестування окремих фрагментів та модулів, тестування всієї програми.

Зрозуміло, що кожен програміст орієнтується в різні моменти своєї праці на можливості конкретної мови, однак під час реалізації пунктів із першого по четвертий із мовою він безпосередньо не має справи.

Виникає резонне питання: «Якщо така величезна у відсотковому відношенні праця виконується без залучення мови програмування, то ЯК назвати ЦЮ роботу; як назвати ту людину, яка цю працю виконує, і, загалом, хто її мусить виконувати — програміст чи математик?

Де, у якій навчальній дисципліні мають існувати необхідні такому спеціалісту знання?

І чи не є це можливістю шкільної математики відновити свої давно втрачені позиції та перетворити їх на основу світогляду та інтелекту людини?

Висновок. Упродовж останніх 20 років в інтелектуальному середовищі в суспільстві охоче говорять про революції в царині комп'ютерних технологій та інформації. Останнім часом більшість із певним ентузіазмом відзначає також технологічну революцію — у сенсі переходу до сфери високих технологій.

Концепція, що пропонується, належить до хай-тек технологій у такій специфічній царині, як освіта. Чому специфічній? — Тому що вона визначається мисленням десятків мільйонів людей та рівнем їхньої свідомості, сформованої на базі традиційної школи. Тієї школи, яка існує без суттєвих змін уже впродовж 800 років.

Як усі ці люди зіштовхнуться з новою концепцією, — питання більш ніж гамлетівське. Оскільки трансформувати треба буде не будинки шкіл, класні приміщення, підручники та комп'ютерну техніку, а власне мислення та інтелект. Тобто змінювати власну ідентичність та виводити її на більш високий рівень.