

ЗАДАЧІ НА РУХ БЕЗ ГРОМІЗДКИХ ОБЧИСЛЕНЬ

В. М. Бас, С. В. Бас, І. Левін, м. Кривий Ріг

Складно навіть уявити життя людини без математики. Проте вчителі математики на своїх уроках часто стикаються з такими фразами: «Навіщо мені ваша математика? Де вона мені знадобиться?» Сьогодні без математики не може обійтися жодна сфера людської діяльності. Математика потрібна інженерам, технологам, менеджерам, агрономам, психологам, лінгвістам. Але все це учні починають розуміти ближче до випускних класів (тому, на жаль, і такі результати ЗНО). Безумовно, у звичайному житті людині потрібно небагато знань і вмінь із математики. Але вміти застосовувати їх для розв'язування життєво важливих завдань потрібно добре. Це особливо важливо у світі сучасних технологій і комунікацій. Тому математична грамотність, що полягає в умінні застосовувати математику для розв'язування повсякденних задач, потрібна всім.

В основі застосування математики до розв'язування різних завдань лежить математичне моделювання, тобто переклад мовою математики умов і вимог задачі. У результаті такого перекладу отримуємо математичну задачу про числа, фігури, рівняння та інші математичні об'єкти. Окреме місце серед практичних задач посідають задачі на рух. Ці задачі корисні для розуміння особливостей одного з найважливіших різновидів руху — рівномірного прямолінійного. Крім того, вони допомагають навчитися розраховувати час вашого руху і його планувати. У задачах на рух, як правило, нас цікавить з одного пункту чи ні рухаються об'єкти, чи одночасно вони почали рух, із якими швидкостями тощо. Типів задач на рух дуже багато. Ми розглядаємо основні різновиди, кожному з яких присвячено окремий блок.

Наша мета — навчити учнів розв'язувати задачі на рух, використовуючи аналіз, синтез та логічні міркування, не складаючи рівняння, не використовуючи складні та громіздкі обчислення.

ЗАДАЧІ НА РУХ ОДНОЇ ОСОБИ З РІЗНИМИ ВИДАМИ РУХУ

Такі задачі можна поділити на два типи: задачі, у яких ми працюємо лише з часом; і задачі, у яких ми працюємо лише з відстанню. Розглянемо перший тип.

1 Якщо Ганна йде до школи пішки, а назад їде автобусом, то всього на дорогу вона ви-

трачає півтори години. Якщо ж вона їде автобусом в обидва кінці, то весь шлях у неї займає 30 хв. Скільки часу витрачає Ганна на дорогу, якщо і в школу і зі школи вона йде пішки?

Розв'язання

Ганна в школу йде пішки, а назад їде автобусом і це в неї займає півтори години. А якщо вона їде автобусом в обидва кінці, то в неї це займає 30 хвилин. Отже, якщо вона їде автобусом в один бік, це в неї займає 15 хвилин. Ми віднімаємо від півтори години 15 хвилин. Отже, якщо Ганна йде пішки в один бік, то це в неї займає 1 годину та 15 хвилин, а якщо вона йде пішки в обидва боки, то вона витрачає 2 години та 30 хвилин.

Як бачимо, під час розв'язування задач першого типу великих проблем не виникає. У другому ж типі задач будуть потрібні поняття «частини від цілого» або елементарні знання звичайних дробів.

2 Коли велосипедист проїхав $\frac{2}{3}$ шляху, велосипед зламався. На решту шляху, яку він ішов пішки, він витратив удвічі більше часу, ніж на велосипедну їзду. У скільки разів велосипедист їхав швидше, ніж ішов?

Розв'язання

Нехай третину шляху велосипедист проїжджає за деякий час. Тоді $\frac{2}{3}$ шляху він проїжджає за два таких проміжки часу. Оскільки пішки він ішов удвічі більше за часом, то

це означає, що він пройшов третину шляху за проміжок часу, що в чотири рази більше, ніж час, що він ішов пішки. Звідси, швидкість велосипедиста в 4 рази більша.

Задачі для самостійного розв'язування

3 Шлях від дому до школи в Петра займає 20 хв. Одного разу по дорозі в школу він згадав, що забув удома ручку. Якщо тепер він продовжить свій шлях із тією самою швидкістю, то прийде в школу за 3 хв до дзвінка, а якщо повернеться додому за ручкою, то запізниться на 7 хв. Яку частину шляху він пройшов до того, як згадав про ручку?

4 На рибалку Володя йшов пішки, а повертався на велосипеді. На весь шлях він витратив 50 хвилин. Іншим разом «туди» і «назад» він проїхав на велосипеді за 24 хвилини. За скільки хвилин Володя пройде весь шлях в обидва кінці пішки?

5 Щоб потрапити додому з Палацу Спорту, я можу вийти або на станції метро Математична, або на наступній станції — Фізична. Від станції Математична я йду додому втричі довше, ніж від станції Фізична, але поки потяг підходить до станції Фізична, я встигаю пройти третину шляху від станції Математична до свого будинку. Який шлях коротший?

6 Вінні-Пух вирушив до дерева з дуплом, де живуть бджоли. Коли він пройшов половину шляху, то збільшив свою швидкість руху на 25 %, оскільки йому аж занадто захотілося поласувати медом. Тому Вінні-Пух прийшов до дерева з дуплом на 30 хв раніше, ніж зазвичай. Скільки часу витратив Вінні-Пух на весь шлях?

7 Якщо Сергійко поїде на дачу мотоциклом, а назад поїде велосипедом, то він витратить на весь шлях дві години тридцять хвилин. А якщо в обидва кінці він поїде мотоциклом, то він витратить усього 50 хвилин. Скільки часу витратить Сергійко, якщо поїде на дачу і назад велосипедом?

8 Автомобіль проїхав з пункту А в пункт В за шість годин, але дорогою назад через туман зменшив швидкість удвічі. Скільки часу в нього зайняв зворотній шлях?

9 Мурашка був у гостях у сусідньому мурашнику. Туди він ішов пішки, а назад їхав. Першу половину шляху він їхав на гусениці — їхав удвічі повільніше, ніж ішов пішки. Іншу половину шляху він їхав на конику — їхав у п'ять разів швидше, ніж ішов пішки. На який шлях Мурашка витратив часу менше: у гості чи назад?

ЗАДАЧІ НА РУХ РІЗНИХ ОСІБ

Задачі на рух для різних осіб вимагають більше знань із математики і неабиякого логічного мислення.

1 Мурашка і Мурашин знайшли три пшеничних зернятка. Мурашин поніс два зернятка, Мурашка — одне. Мурашин може донести до мурашника двоє зернят за 12 хв. Мурашка ж з одним зернятком або без нього рухається вдвічі швидше. Якщо Мурашин понесе одне зерно, то він рухатиметься з такою самою швидкістю, як Мурашка з одним зернятком. У мурах строго: тільки сонечко сяде, мурахи всі ходи і виходи закривають — і спати. А хто запізнився, той буде ночувати на вулиці. До закриття мурашника залишилося 11 хв. Як Мурашці і Мурашину встигнути в мурашник до його закриття?

Розв'язання

Одночасно до мурашника вийшли Мурашин і Мурашка. Вони знайшли троє зернят. Мурашин, коли несе 2 зерна, рухається в два рази повільніше. Коли Мурашка подолала весь шлях, Мурашин — півшляху. Мурашка поклала зерно та пішла до Мурашина, це ще зайняло 2 хв, оскільки Мурашин рухається у два рази швидше, Мурашин пройшов 6 хвилин, потім ще дві, та ще дві, усього вийшло, що за 10 хвилин Мурашин та Мурашка принесуть троє зернят у мурашник.

Задачі для самостійного розв'язування

2 Вінні-Пух та П'ятачок одночасно вирушили відвідати один одного, але оскільки обидва всю дорогу рахували галок, що пролітали повз них, то не помітили один одного в момент зустрічі. Після зустрічі П'ятачок підійшов до будинку Вінні-Пуха через 4 хв, а Вінні-Пух до будинку П'ятачка через 1 хв. Скільки хвилин ішов кожен із них?

3 Вінні-Пух і П'ятачок вийшли одночасно з будинку Вінні-Пуха в гості до ослака Іа. Один крок П'ятачка на 20 % коротший від кроку Вінні-Пуха. Проте П'ятачок встигає за одиницю часу робити на 20 % кроків більше за Вінні-Пуха. Хто з них прийде до ослака Іа раніше?

4 Сашко та Гриша часто їздили велосипедами стежкою від одного кінця лісу до іншого. Одного разу Гриша, проїхавши 2 км лісом, зустрів Сашка, що лагодив свій велосипед. Друзі обговорили свої шкільні справи, і Гриша поїхав далі. Доїхавши до галявини лісу, він поїхав в інший бік і через 2 км знову зустрів Сашка, який лагодив свій велосипед, але вже в іншому місці, бо йому вдалося проїхати лише 900 м. Визначте час їх першої розмови, якщо відомо, що Гриша їздив увесь час зі швидкістю 10 км/год, а відстань від лісу до повороту він проїхав за 24 хв.

РУХ ПО СТОВПУ

Цей тип задач не є складним. Учні, які один раз розв'язали хоч одну таку задачу, надалі вже розв'язують їх без проблем.

1 На стовп висотою 10 м підіймається равлик. За день він піднімається по стовпу на 5 м, а за ніч опускається на 4 м. Скільки діб йому потрібно, щоб піднятися на вершину стовпа?

Розв'язання

Равлик повзе по стовпу. За перші 5 діб він підніметься на 5 м. Йому ще залишається 5 метрів, щоб залізти на вершину стовпа, і це він робить за один день, тому що за день він залізає на 5 метрів. Отже, усього равлик ліз на вершину стовпа 6 діб.

2 По вертикальному стовпу висотою 6 м рухається равлик. За день він піднімається по стовпу на 4 м, за ніч опускається на 3 м. Скільки діб йому потрібно, щоб піднятися на вершину стовпа?

Розв'язання

Равлик повзе по стовпу. За перші дві доби равлик піднявся на 2 м. Йому ще залишилось 4 м, щоб залізти на вершину стовпа, і він це робить за один день. Отже, равлику знадобилося 3 доби, щоб залізти на вершину стовпа.

До цього типу задач можна віднести і такі задачі, у яких не рухаються по стовпу, а в інших узагалі в умові нічого про рух невідомо, але спосіб розв'язання такий самий.

3 Хлопчик іде до клітки з тигром. Кожного разу, коли він робить два кроки вперед, тигр гарчить, і хлопчик відступає на крок назад. За який час він дійде до клітки, якщо до неї 5 кроків, а 1 крок хлопчик робить за 1 секунду?

4 За 3 хв мама пече порцію з 5 пампухів і кладе її на тарілку. Під час випікання наступної порції діти з'їдають 2 пампухи з попередньої порції. Через який час у матері вперше на тарілці буде 17 пампухів?

ЗАДАЧІ НА ТЕМУ «НАЗДОЖЕНИ»

Цей тип задач ми розділили на два типи: коли задіяні всього два учасники; і коли учасників руху більше ніж два. Другий тип є складнішим. Тому варто розв'язувати такі задачі, починаючи із задач першого типу.

1 Капітан Врунгель погнався за кенгурою, у сумку якого потрапив м'ячик від гольфу. Кенгуру за хвилину робить 70 стрибків, кожен стрибок дорівнює 10 м. Капітан Врунгель біжить зі швидкістю 10 м/с. Чи наздожене він кенгуру?

Розв'язання

Капітан Врунгель біжить зі швидкістю 10 м/с, отже за хвилину він пробігає 600 метрів. А кенгуру за хвилину робить 70 стрибків, кожен із яких дорівнює 10 м, отже кенгуру за хвилину пробігає 700 метрів. Маємо: Капітан Врунгель не зможе наздогнати Кенгуру, тому що він бігає повільніше за тварину.

2 Маленький Мук і королівський Скороход змагалися з бігу доріжкою довжиною 30 км, яка йшла навколо великої галявини. За умовами змагання виграє той, хто обжене іншого, пробігши на коло більше. Скороход пробігає коло за 10 хв, а Маленький Мук — за 6 хв. Через скільки хвилин Маленький Мук обжене скорохода?

Розв'язання

Маленький Мук пробігає за шість хвилин коло, яке має довжину 30 км, а скороход пробігає

коло за 10 хв. Отже швидкість Маленького Мука дорівнює 5 км/хв, а швидкість Скорохода — 3 км/хв. Визначимо, на скільки км за хвилину біжить швидше Маленький Мук, ніж Скороход. Різниця швидкостей дорівнює 2 км/хв. Тепер довжину кола ділимо на 2. Маємо число 15. 15 — це час, за який Маленький Мук обжене королівського Скорохода рівно на одне коло. Маленький Мук пробіг 2,5 кола, а королівський Скороход пробіг 1,5 кола.

3 Поросята Ніф-Ніф і Нуф-Нуф бігли від вовка до будиночка Наф-Нафа. Вовк може добігти до поросят (якби вони стояли на місці) за 4 хв. Поросята можуть добігти до будиночка Наф-Нафа за 6 хв. Вовк біжить удвічі швидше за поросят. Чи встигнуть поросята добігти до будиночка Наф-Нафа?

Розв'язання

Поросята можуть добігти від вовка до будиночка Наф-Нафа за 6 хв. Вовк може добігти до поросят (якщо вони не рухаються) за 4 хв. Вовк біжить удвічі швидше за поросят, тому може добігти до будиночка Наф-Нафа за 3 хв. Ще додати 4 хвилини бігу до поросят — усього 7 хвилин. Отже, вовк не встигне наздогнати поросят.

4 Сашко йде від будинку до школи 30 хв, а брат його Петрик — 40 хв. Петрик вийшов із дому на 5 хв раніше за Сашка. Через скільки хвилин Сашко наздожене Петрика?

Розв'язання

Перевіримо, де хлопці знаходяться. Половину шляху Сашко подолає за 15 хв, а Петя — за 20 хв, а оскільки Петя вийшов на 5 хв раніше, то на середині шляху вони зустрінуться через 15 хв.

5 Пасажир, проїжджаючи в трамваї, побачив знайомого, який ішов вздовж лінії трамвая в протилежний бік. Через 10 с пасажир вийшов із трамвая і пішов наздоганяти свого знайомого. Через скільки секунд він наздожене знайомого, якщо він рухається в два рази швидше за знайомого і в 5 разів повільніше ніж трамвай?

Розв'язання

Коли пасажир вийшов із трамвая, знайомий ішов 10 секунд. Щоб пройти до місця,

де він побачив знайомого, йому потрібно ще 50 с. Оскільки він іде в 5 разів повільніше, ніж трамвай, отже і його знайомий пройшов ще 50 с. Щоб наздогнати знайомого, пасажиру треба ще 50 с, оскільки він рухається в два рази швидше. Усього йому знадобилось 110 с.

6 Буратіно, Мальвіна і П'єро, рятуючись від Карабаса Барабаса, вибігли на берег озера. Мальвіна і П'єро сіли на черепаху Тортілли. Буратіно ж місця не вистачило, тому він кинувся вплав. Буратіно може перепливати озеро за 30 хв, а Тортілла в 3 рази швидше (з вантажем або без нього). Карабас Барабас побіг навколо озера, і на це йому буде потрібно 30 хв. Як швидше перепливати озеро всім втікачам?

Розв'язання

Буратіно і черепаха одночасно відплили від берега. Через 10 хв Буратіно проплив лише третину, а черепаха дісталася до протилежного берега. Черепаха повернулася назад і попливла назустріч Буратіно. Оскільки Буратіно залишилося пливати 20 хв, а швидкість черепахи втричі більша, то вони зустрінуться через 5 хв. Буратіно всього проплив 15 хв, отже половину шляху. Тоді черепаха пропливе половину шляху за 5 хв. Разом вони плили 20 хв.

Задачі для самостійного розв'язування

7 Олена йде до школи 40 хв, а її брат Петрик — 20 хв. Олена вийшла з дому на 10 хв раніше за Петрика. Через скільки хвилин Петрик наздожене Олену?

8 Старший брат іде від дому до школи 30 хв, а молодший — 40 хв. Через скільки хвилин старший брат наздожене молодшого, якщо той вийшов на 5 хв раніше?

9 Я їхав у трамваї і з вікна побачив свого друга, який ішов у напрямку, протилежному руху трамвая. Через хвилину я вийшов із трамвая і щоб наздогнати друга, пішов удвічі швидше за нього, але в чотири рази повільніше за трамвай. Через скільки хвилин я наздогнав друга після того, як вийшов із трамвая?

10 Стрибок собаки вдвічі довший за стрибок лисиці. За той час, як лисиця робить три стрибки, собака робить два стрибки. Хто бігає швидше?

11 — Ну почекай,— закричав Вовк, помітивши за тридцять метрів від себе зайця, і кинувся за ним. На якій відстані вони будуть один від одного через п'ять хвилин, якщо заєць пробігає за хвилину 500 м, а Вовк — 450 м?

12 Три стрибки собаки дорівнюють семи стрибкам лисиці. За той час, поки собака робить 6 стрибків, лисиця 9. Хто бігає швидше?

13 Велосипедисти Андрій і Сергій виїхали з одного пункту. Андрій виїхав на дві години пізніше за Сергія, але їхав він удвічі швидше. Через скільки часу Андрій наздогнав Сергія?

14 Кожного ранку, ідучи до школи, Івасик виходив на шість хвилин пізніше за свою сестру Оленку, але йшов удвічі швидше ніж вона. До школи вони приходили разом. Через скільки хвилин Івасик наздоганяв Олену?

15 Двоє хлопчиків рухаються з однаковою швидкістю 80 м/хв. Вирушили вони один на зустріч одному. Відстань між ними становить 960 м. Із одним хлопчиком був собака, який біг учетверо швидше, ніж ішли хлопчики. Собака, не зупиняючись, бігає від одного хлопчика до другого і назад. Скільки метрів пробіг собака, поки хлопчики йшли один на зустріч одному?

16 Пастух вирушив на пасовище, що знаходиться за 3 км від села. З ним побіг собака. Коли пастух пройшов 1 км, собака вже добіг до череди. Потім собака повернувся до пастуха і знов побіг до череди. Так собака бігав, поки пастух ішов до череди. Яку відстань пробіг собака за час, який пастух витратив на шлях від села до пасовища?

17 Відстань між будинками Віні-Пуха і П'ятачка становить 1 км. П'ятачок за одну хвилину долає 75 м, а Вінні-Пух — 50 м. Одного разу Вінні-Пух і П'ятачок одночасно вийшли зі своїх будинків на прогулянку і пішли на зустріч один одному. Гуляючи, вони доходять до будинку один одного і в той самий час повертають назад. Через скільки

хвилин після виходу вони зустрінуться вперше? Удруге?

18 Тато і син плывуть на човні. У якийсь момент син упустив за борт татів капелюх. Тільки через 15 хв тато помітив пропажу, швидко розвернув човна, і вони попливли вниз за течією з тією самою власною швидкістю. За скільки хвилин вони наздоженуть капелюх?

19 Два моторні човни відходять від протилежних берегів затоки, відстань між якими дорівнює 800 м, і перетинають його перпендикулярно до берегів. Швидкості човнів стали, але одного більша за швидкість іншого. Після зустрічі човни продовжували рух. Досягнувши берегів, вони відразу вирушають у зворотному напрямі. По дорозі назад вони зустрічаються. Яку відстань подолали човни разом від початку руху до моменту другої зустрічі?

І на завершення запропонуємо вам нестандартну задачу. Спробуйте її розв'язати, не підглядаючи у відповідь.

1 Мандрівник хоче перетнути пустелю. Його шлях дорівнює 70 км. За один день він проходить 20 км і може нести запас їжі й води на 3 дні. Тому він повинен робити проміжні зупинки, щоб поповнити запас продуктів. За скільки днів він може перетнути пустелю?

Розв'язання

Мандрівник спочатку візьме їжі на три дні і після того, як він подолає 20 км, сховає їжу, і повернеться назад. Потім він знову набере їжі і вирушить у подорож. Після перших 20 кілометрів, коли він з'їсть один припас, він дістане сховану їжу і дійде до кінця.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бродський Я. С., Павлов О. Л. Математика в дії / Посібник для додаткового навчання математики в 5–6 класах / Я. С. Бродський, О. Л. Павлов. — Львів : Каменяр, 2013. — 172 с.
2. Кострикіна Н. П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 4–5 классов / Книга для учителя / Н. П. Кострикіна — М. : Просвещение, 1986. — 96 с.
3. Русанов В. Н. Математические олимпиады младших школьников / Книга для учителя / Из опыта работы / В. Н. Русанов — М. : Просвещение, 1990. — 77 с.