

КООРДИНАТИ СЕРЕДИНИ ВІДРІЗКА

Пленерний урок із геометрії. 9 клас

Т. Ю. Злидник, м. Львів

Мета:

- ✓ навчальна: сприяти розумінню формул для знаходження координат середини відрізка; формувати вміння застосовувати ці формули до розв'язування задач;
- ✓ розвивальна: формувати вміння аналізувати, логічно мислити, робити висновки;
- ✓ виховна: виховувати інтерес до вивчення математики.

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Форма проведення уроку: пленерний урок.

Місце проведення: футбольне поле стадіону ССЗШ № 37 м. Львова.

Обладнання: рулетки (5 м), робочі зошити (додаток 1), мотузки, п'ять поліетиленових плівок із зображенням системи координат, п'ять комплектів табличок із буквами латинського алфавіту.

Очікувані результати: учні зможуть формулювати та доводити теорему про координати середини відрізка, записувати та пояснювати формули координат середини відрізка, обчислювати координати середини відрізка, застосовувати вивчені формули до розв'язування задач практичного змісту.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ МОМЕНТ

Налаштування учнів на роботу, ознайомлення учнів із формою проведення уроку та обладнанням.

II. ФОРМУЛЮВАННЯ МЕТИ І ЗАВДАНЬ УРОКУ

» Слово вчителя

Сьогодні на уроці кожен із вас може уявити себе точкою на декартовій системі координат. Координатною площиною буде футбольне поле (учні вибирають собі таблички із буквами латинського алфавіту для позначення точок). Середину заданого відрізка можна знайти різними відомими нам способами: за допомогою рулетки або методом гео-

метричних побудов). А чи можна обчислити координати середини відрізка, якщо відомі координати його кінців?

Отже, завдання уроку — вивести формули для обчислення координат середини відрізка, якщо відомі координати його кінців, і навчитися застосовувати ці формули до розв'язування задач.

III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

» Фронтальне опитування

1. Що таке координатна площина? (*Площина, на якій зображено дві перпендикулярні координатні прямі зі спільним початком відліку.*)
2. Яку вісь називають віссю абсцис? Як записати координати точки, яка належить цій осі? (*Горизонтальна вісь; вісь Ox ; $(x;0)$*)
3. Яку вісь називають віссю ординат? Як записати координати точки, яка належить цій осі? (*Вертикальна вісь; вісь Oy ; $(0;y)$*)
4. Як знайти відстань між двома точками, заданими своїми координатами, на координатній площині? (*Якщо $A(x_1;y_1)$*

і $B(x_2;y_2)$, то $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)

5. Як поділити заданий відрізок навпіл? (*За допомогою рулетки або методом геометричних побудов.*)
6. Як знайти на координатній прямій координату середини відрізка, якщо відомі координати його кінців? (*Потрібно знайти середнє арифметичне координат початку і кінця відрізка. Наприклад, $A(x_1)$ і $B(x_2)$, тоді середина відрізка AB — точка $O(x_0)$, де $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$.*)

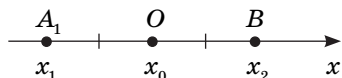
IV. ЗАСВОЄННЯ НОВИХ ЗНАНЬ

Із метою спонукання учнів брати активну участь у вивченні нового матеріалу, розглянемо конкретний приклад.

Приклад. Двом учням — точкам A і B — надаємо координати: $A(-2;3)$ і $B(4;-5)$. Учні розміщуються на координатній площині відповідно до заданих координат. Інший учень за допомогою рулетки знаходить середину відрізка AB — точку O та визначає її координати ($O(1;-1)$). Після цього просимо «точки» змінити місце розташування (щоб відстань між ними збільшилась) та знову визначити координати середини відрізка з кінцями в цих точках. Учні доходять висновку, що такий метод не завжди є ефективний та результати не завжди є точними.

Чи можна обчислити координати середини відрізка, якщо відомі координати його кінців?

Ми знаємо, як на координатній прямій обчислити координати середини відрізка, якщо відомі координати його кінців (див. рисунок): для відрізка з кінцями в точках $A(x_1)$ і $B(x_2)$ маємо його середину — точку $O(x_0)$, де $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$.



Нехай $A(x_1; y_1)$

і $B(x_2; y_2)$ — точки площини xOy . Навчимося знаходити координати $(x_0; y_0)$ точки M — середини відрізка AB .

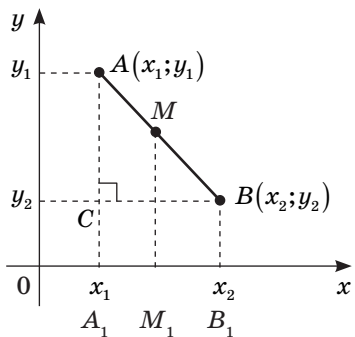
Розглянемо випадок, коли відрізок AB не перпендикулярний до жодної з координатних осей (див. рисунок). Уважатимемо, що $x_2 > x_1$ (випадок, коли $x_2 < x_1$ розглядається аналогічно). Через точки A , M і B проведемо прямі, перпендикулярні до осі абсцис, які перетнуть цю вісь відповідно в точках A_1 , M_1 і B_1 .

За теоремою Фалеса $A_1M_1 = M_1B_1$, тобто $|x_0 - x_1| = |x_2 - x_0|$. Оскільки $x_2 > x_0 > x_1$, то можемо записати: $x_0 - x_1 = x_2 - x_0$. Звідси:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Аналогічно можна показати, що

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$



Формули для знаходження координат середини відрізка виконуються і у випадку, коли відрізок AB є перпендикулярним до однієї з осей координат.

Перевіримо правильність виведених формул на розглянутому вище прикладі:

$$x_0 = \frac{4 + (-2)}{2} = 1, \quad y_0 = \frac{-5 + 3}{2} = -1, \quad \text{тобто, } O(1; -1).$$

V. ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ

Учні об'єднуються в групи по 5–6 учасників, виконують завдання на координатній площині та роблять відповідні записи в робочих зошитах.

Двоє учнів розміщуються на координатній площині в довільних точках.

Завдання 1

Знайдіть координати цих точок. Обчисліть координати середини відрізка, кінцями якого є ці точки. Перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

Завдання 2

Знайдіть довжину відрізка, кінці якого належать осям координат, а серединою є точка $N(-3;4)$, двома способами:

- 1) способом геометричних побудов;
- 2) аналітичним способом.

Порівняйте результати, отримані першим і другим способами. Який із цих методів ефективніший?

Розв'язання

- 1) Беремо мотузку та, зафіксувавши її середину в точці N , пересуваємо одночасно один кінець натягнутої мотузки вздовж осі Ox , а другий — одночасно вздовж осі Oy так, щоб частини мотузки по обидва боки від точки N були доповняльними променями. Шляхом вимірювань знаходимо таке розташування мотузки, за якого відстані від точки N до точок перетину її з осями координат були рівними. Визначаємо координати цих точок $A(-6;0)$, $B(0;8)$. Заміряємо рулеткою довжину відрізка $AB=10$;

НЕСТАНДАРТНИЙ УРОК

- 2) нехай кінці шуканого відрізка мають координати $A(x;0)$ та $B(0;y)$. Оскільки точка $N(-3;4)$ є його серединою, то за умовою задачі складаємо рівняння: $x_N = \frac{x_A + x_B}{2}$ та $y_N = \frac{y_A + y_B}{2}$, звідки $x_A = 2x_N - x_B = 2 \cdot (-3) - 0 = -6$ та $y_B = 2y_N - y_A = 2 \cdot 4 - 0 = 8$. Отже, координати кінців шуканого відрізка: $A(-6;0)$ та $B(0;8)$. Звідси, довжина відрізка AB дорівнює

$$AB = \sqrt{(0 - (-6))^2 + (8 - 0)^2} = \sqrt{36 + 64} = 10.$$

Відповідь. Результати, отримані першим і другим способами однакові: $A(-6;0)$ та $B(0;8)$; $AB=10$. Із цих методів найефективніший другий — аналітичний.

Троє учнів розміщуються на координатній площині в довільних точках, що не лежать на одній прямій. Точки позначають табличками з буквами P , T , R .

Завдання 3

Знайдіть координати цих точок. Обчисліть довжину медіани PM трикутника PTR . Перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання медіани трикутника за допомогою рулетки.

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

На подвір'ї, де ви проживаєте, за допомогою підручних засобів створіть систему координат.

- Обчисліть координати середини відрізка AB , якщо:
 - $A(0;-8)$ і $B(6;0)$; 2) $A(3;5)$ і $B(7;-1)$;
 - $A(4;-2)$ і $B(1;3)$.

Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

- Обчисліть відстань від початку координат до середини відрізка AB , якщо $A(-2;4)$ і $B(2;-8)$. Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

- Знайдіть довжини медіан трикутника RST , якщо: $R(4;-3)$, $S(1;1)$, $T(4;5)$. Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

VII. ПІДСУМКИ УРОКУ

Технологія «Мікрофон»

Закінчіть речення: «Сьогодні на уроці...».

ЛІТЕРАТУРА

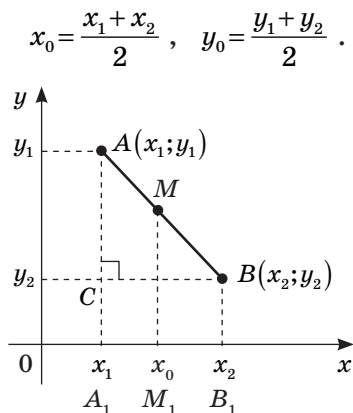
- Навчальна програма для учнів 5–9 класів загальноосвітніх навчальних закладів з математики (авт. М. І. Бурда, Б. В. Кудренко, О. Я. Біляніна, А. І. Азаренкова, О. І. Буковська, Т. С. Кіндюх, О. Є. Лисенко, А. В. Милянник, Н. В. Панова, А. В. Паньков), затверджена наказом МОН України від 07.06.2017 № 804.
- Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2017. — 240 с. : іл.
- Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О. С. Істер. — К. : Генеза, 2017. — 240 с. : іл.
- Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2017. — 272 с. : іл.
- Геометрія : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. — К. : УОВЦ «Оріон», 2017. — 224 с. : іл.
- Погорєлов О. В. Геометрія : Планиметрія : Підруч. для 7–9 кл. серед. шк. — 5-те вид. — К. : Освіта, 2001. — 223 с.
- Роганін О. М. Геометрія. 9 клас: Розробки уроків. — Х. : Видавництво «Ранок», 2009. — 272 с. — (Майстер-клас). + Додаток (16 с).
- Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Збірник задач і контрольних робіт з геометрії для 9 класу. — Х. : Гімназія, 2017. — 112 с.

ДОДАТОК 1

РОБОЧИЙ ЗОШИТ УЧНЯ

Теоретичний матеріал

Формули для обчислення координат середини відрізка AB , якщо $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$:



Двоє учнів розміщуються на координатній площині в довільних точках.

Завдання 1. Знайдіть координати цих точок. Обчисліть координати середини відрізка, кінцями якого є ці точки. Перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

Розв'язання

Завдання 2. Знайдіть довжину відрізка, кінці якого належать осям координат, а серединою є точка $N(-3; 4)$, двома способами:

- 1) способом геометричних побудов;
- 2) аналітичним способом.

Порівняйте результати, отримані першим і другим способами. Який із цих методів ефективніший?

Розв'язання

Троє учнів розміщуються на координатній площині в довільних точках, що не лежать на одній прямій. Точки позначають табличками з буквами P , T , R .

Завдання 3. Знайдіть координати цих точок. Обчисліть довжину медіани PM трикутника PTR . Перевірте правильність обчислень,

здійснивши вимірювання медіани трикутника за допомогою рулетки.

Розв'язання

Домашнє завдання

На подвір'ї, де ви проживаєте, за допомогою підручних засобів створіть систему координат.

1. Обчисліть координати середини відрізка AB , якщо:

- 1) $A(0; -8)$ і $B(6; 0)$; 2) $A(3; 5)$ і $B(7; -1)$;
- 3) $A(4; -2)$ і $B(1; 3)$.

Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

Розв'язання

2. Обчисліть відстань від початку координат до середини відрізка AB , якщо $A(-2; 4)$, і $B(2; -8)$. Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

Розв'язання

3. Знайдіть довжини медіан трикутника RST , якщо: $R(4; -3)$, $S(1; 1)$, $T(4; 5)$. Позначте на координатній площині ці точки та перевірте правильність обчислень, здійснивши вимірювання за допомогою рулетки.

Розв'язання