



# МІЖ АКСІОМ І ТЕОРЕМ

## Календар від «Серенади Математиці»

Олександр Василенко, заслужений учитель України

Грай музику свою, сивий музиканте...  
Призабуті гарні п'єси, серенади й полонези...  
Грай, людям додавай щастя на землі...

Анатолій Матвійчук

Від автора: Читачу мій! Рішуче переступай часті тут крапки (...) і, щоб пізнати ще й таїну знаків запитання (?), завзято заходь до бібліотек, впевнено гортай там першоджерела, довідники, енциклопедії...

### БЕРЕЗЕНЬ 2017 (третя декада)

**21** 255 років тому помер (Париж) народжений у Рюмьні (сім'я військового) французький абат **Нікола Луї де Лакайль** (1713–1762), який пізнав математику й механіку, оптику й геодезію, а ще десять тисяч (!) південних зірок, залишив власні підручники і став кратером на Місяці...

**22** 100 років тому народився (канадське Торонто) американець **Ірвінг Капланський** (1917), який пізнав «Введение в дифференциальную алгебру» (М., 1959) та «Алгебры Ли и локально компактные группы» (М., 1974)...

*Теорема Капланського:* Будь-яка ортодоповнена медулярна сітка є неперервною геометрією...

*Гурману:* Василий Латышев дал отрицательный ответ на одну из проблем Капанского (*Володимир Андрунакієвич*) (Запитаннячко: Яку саме?)...

**22** 175 років тому народився (полтавські Гриньки, сім'я військового) **Микола Віталійович Лисенко** (1842–1912), який починав на фізматі, а став сонцем української музики (*Костянтин Станіславський*)...

(Див.: Василенко О. О. Серенада Математиці–3: Розвідки до класиків. — Х. : Вид. група «Основа», 2011)...

P.S. Лисенко помер (Київ) 6 листопада — 105 років тому...

**23** 135 років тому народилася (німецький Ерланген, сім'я математика) легендарна **Еммі Амалі Нетер** (1882–1935), найбільш видатний творчий математичний геній жіночої статі (*Альберт Ейнштейн*)...

(Див.: Василенко О. О. Жінки й Математика (Серенада Математиці–4). — Х. : Вид. група «Основа», 2013)...

**23** 175 років тому помер (Париж) **Стендаль** (Анрі Марі Бейль, 1783–1842), який у зрілості розказав свою таємну юнацьку пристрасть до математики...

(Див.: Василенко О. О. Серенада Математиці–4: Розвідки до класиків. — Х. : Вид. група «Основа», 2013)...

**23** 155 років тому народився (німецький Кобург) **Едуард Штуди** (1862–1930), який пізнав «Старі й нові дослідження про системи комплексних чисел» та «Комплексні числа й групи перетворень», обґрунтував чисельну геометрію та замість координатних систем застосовував алгебраїчний аналіз, а ще залишив математиці терміни «власний», «невласний» та «інтегральний варіант».

(Див.: Математика в школах України. — 2010. — № 1. — С. 45)...

+ *Гурману:* Александр Котельников в своей магистерской диссертации «Винтовое счисление» (1895) нашел (+ Штуди) метод перене-

сения. У всех винтов, отличающихся лишь комплексным скалярным множителем, ось одна и та же. Поэтому если винты нормировать, приведя их модули к единице, то точки комплексной единичной сферы (единичные винты) будут поставлены во взаимно однозначное соответствие с ориентированными прямыми (лучами) евклидова пространства. При этом оказывается, что сферическое расстояние двух точек такой комплексной сферы равно комплексному углу  $\theta = \varphi + \omega\delta$  между прямыми, где  $\varphi$  — обычный угол,  $\delta$  — кратчайшее расстояние. Отсюда вытекает, что движения евклидова пространства изображаются вращениями комплексной сферы. Таким образом, устанавливается соответствие между группой движений евклидова пространства и группой бикватернионов (?.) единичного модуля (*Борис Лаптев*)...

**24**

125 років тому народився (Уотервіль) американець **Гарольд Кальвін Мерстон Морс** (1892–1977), який пізнав «Топологические методы в теории функций комплексного переменного» (М., 1951) та залишив варіаційному численню власну нерівність, а звичайним диференціальним рівнянням — ще й індекс (*До речі: Его результаты получили применение в физике и географии, биологии и экономике (Олексій Боголюбов)*)...

*Одкровення Морса:* Понять математику — значит понять и ее ограниченность, и ее силу (*Переклад Ніни Вірченко*)...

*Погляд:* Одним из основных вопросов при изучении некоторой вариационной задачи является вопрос о числе ее решений. В решении этой проблемы, которой занимались многие известные математики, большие сдвиги произошли, когда Морс разработал топологические методы оценки числа решений различных экстремальных задач. Вначале рассматривались экстремальные задачи для функций конечно-го числа переменных, а затем разработанные методы были применены и на функциональный случай. Рассматривались дважды непрерывно дифференцируемые функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , заданные на дифференцируемом многообразии  $M^n$ . Минимальное число критических точек

функции  $f$  (то есть точек, в которых  $df=0$ ) определяется топологическим свойством многообразия  $M^n$ . Например, на сфере легко задать функцию, имеющую лишь две критические точки — точку минимума и точку максимума, но на торе или на проективной плоскости любая дважды непрерывно дифференцируемая функция имеет не менее трех критических точек. В работах Морса оценивалось число невырожденных критических точек, то есть

точек, в которых определитель  $\left| \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right|$  отличен

от нуля. Если же точки были вырожденными, то им приписывалась некоторая кратность. Тем самым оценивалось не число геометрически различных критических точек, а сумма их кратностей — число аналитически различных критических точек. Оказалось, что число аналитически различных критических точек не меньше суммы чисел Бетти mod 2 многообразия  $M^n$ . Были даны также оценки числа точек различных типов, причем критической точкой типа  $k$  называлась точка, в которой приведенная к каноническому виду квадратичная формула имеет  $k$  отрицательных членов. В дальнейшем Морс перенес эти результаты на функциональный случай и получил оценки числа аналитически различных решений многих вариационных задач (*Лев Ельсгольц*)...

Р.С. Морс помер (?.) 40 років тому...

**25**

155 років тому народився (Париж) французький інженер **Моріс д'Окань** (1862–1938), який умів будувати номограми з вирівняних точок...

(*Див.: Математика в школах України. — 2012. — № 9. — С. 37*)...

+ *Гурману:* На собрании математического общества в Париже на молодого Давида Гильберта большое впечатление произвел д'Окань — своими приятными манерами и простотой в обращении. Прямо на заседании Общества Гильберту пришел в голову набросок более прямого доказательства одной теоремы, приведенной в сообщении д'Оканя, и он набрался смелости показать этот новый способ доказательства. Д'Окань тут же попросил Гильберта

написать это доказательство, чтобы опубликовать его во французском научном журнале. Однако Гильберт отказался, так как считал, что ни сама теорема, ни ее доказательство не такие уж важные (*Констанс Рид, переклад І. Долгачева*)...

**26**

365 років тому помер (?.) народжений 1 березня — 420 років тому — голландський чернець — єзуїт **Жан Шарль де ла Файль** (1597–1652), який знав «Про центр ваги частин круга і еліпса», доводив вичерпуванням та сприяв формуванню числення нескінченно малих...

(Див.: Цейтен Г. Г. История математики в XVI и XVII веках. — М.-Л., 1938)...

**27**

100 років тому народився (Яковцеве) **Олексій Федорович Леонтьєв** (1917), який пізнав апроксимацію та інтерполяцію функцій у комплексній області, «Ряды полиномов Дирихле и их обобщения» (М., 1951. — 214 с.) та «Ряды экспонент» (М., 1976)...

*Одкровення Леонтьєва:* Любую функцію, аналитическую в ограниченной выпуклой области, можно разложить в ряд экспонент, сходящихся равномерно внутри области...

*Гурману:* Леонтьєв рассмотрел задачу: Пусть система  $\{f_n(z)\}$  полная во всей плоскости и  $F(z)$  — целая функция. Тогда существует последовательность линейных комбинаций  $P_n(z)$  функций рассматриваемой системы, которая сходится к  $F(z)$  на всей плоскости, равномерно на любом ограниченном множестве. Ясно, что такая последовательность не единственная; существует бесконечное множество различных последовательностей  $\{P_n(z)\}$ , каждая из которых сходится к одной и той же функции  $F(z)$ . Задача состоит в том, чтобы из всех таких последовательностей выбрать последовательность  $P_n(z)$ , имеющую в некотором смысле наименьший рост.

Чтобы уточнить постановку задачи, выведем понятие порядка последовательности. Число  $\rho$  называется порядком последовательности  $P_n(z)$ , если для любого  $\varepsilon > 0$  существует  $r_0(\varepsilon)$ , не зависящее от  $n$ , такое, что выполняется неравенство:

$$|P_n(z)| < \exp(|z|^{\rho+\varepsilon}), \quad |z| > r_0(\varepsilon), \quad n=1,2,\dots$$

и не существует меньшего числа  $\rho$  с таким свойством. Например, последовательность многочленов

$$1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!}, \quad n=1,2,\dots$$

имеет порядок  $\rho=1$  (хотя каждый из многочленов имеет порядок, равный нулю).

Теперь задачу можно сформулировать более точно: Среди последовательностей  $\{P_n(z)\}$ , сходящихся к  $F(z)$ , выбрать последовательности с наименьшим порядком и оценить это порядок.

Леонтьєв получил решение этой задачи в случае системы  $\{f(\lambda_n z)\}$ . Пусть

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n, \quad a_n \neq 0$$

— целая функция порядка  $\rho$  и  $\{\lambda_n\}$  — последовательность комплексных чисел, такая, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{|\lambda_n|^{\rho_1}} = \infty, \quad \rho_1 > \rho.$$

При этих условиях система  $\{f(\lambda_n(z))\}$  полная во всей плоскости. Пусть  $F(z)$  — целая функция порядка  $\omega$ . Используя интерполяционный метод Гельфонда, Леонтьєв показал, что существует последовательность

$$P_n(z) = \sum_{k=1}^{P_n} a_{n,k} f(\lambda_k z), \quad n=1,2,\dots,$$

не превосходит величину

$$\max \left\{ \omega, \frac{\rho_1 \rho}{\rho_1 - \rho} \right\}$$

(Сергій Мергелян)...

**28**

115 років тому помер (?.) народжений у Готі 27 травня — 190 років тому, німецький геометр **Ріхард Еміль Людвіг Беец** (1827–1902), який знав «Про міру кривизни в многовидах вищого порядку» та залишив «Метод числових фігур»...

*Теорема Бееца:* Поверхня  $n$ -вимірного простору при  $n > 3$  незгинна в основному випадку (*Курйоз:* А спочатку ж це здавалося йому безглуздом!)...

(Див.: Розенфельд Б. А. Многомерные пространства. — М. — 1966)...

**29** 245 років тому помер (?.) народжений у Стокгольмі шведський філософ **Емануїл Сведенборг** (1688–1772), який пізнав вихровий Всесвіт Декарта, «Принципи природи», потойбічне життя й безтілесних духів, чим захопив романтиків...

*Одкровення Сведенборга:* Планети сформувались в результаті виникнення і поступового розвитку в Сонці вихря матерії, который, ускоряясь, расширялся под действием центробежных сил (*Переклад Алли Корсунь*)...

**30** 125 років тому народився (Краків) польський самоук **Стефан Банах** (1892–1945), який пізнав функціональний аналіз і ансамблі (?.) та залишився простором і алгебрами, решіткою і кільцем...

(Див.: Математика в школах України. — 2015. — № 22–24. — С. 116)...

*Парадокс Банаха:* Разрезав земной шар на кусочки и переложив их в другом порядке, можем получить футбольный мяч (*Переклад Юлія Данилова*)...

**31** 100 років тому народився (Берн) швейцарець **Бено Екман** (1917), який організував колоквиум (?.) з гомологічної алгебри та ввів рівномірно розподілені послідовності елементів топологічної групи...

*Гурману:* Хорошо известный в топологии интуитивный параллелизм, существующий между многими понятиями и теоремами алгебраической топологии (например, между гомотопиями и когомологиями) подробно рассматривал и Экман. Однако ему не удалось математически ясно осмыслить эту двойственность (Див.: Фукс Д. Б. Двойственность Экмана–Хилтона и теория функторов в категории топологических пространств. — 1966)...

## ДЛЯ ЗРУЧНОСТІ ПЕРЕДПЛАТНИКІВ!

Шановні передплатники! Щоб не загубилися ваші особисті номери журналів, повідомляємо графік їхнього виходу на наступні три місяці.

Квітень	Дата виходу друком	Очікуйте на своєму поштовому відділенні
№ 10-11	07.04.2017	21.04.2017
№ 12	21.04.2017	05.05.2017
Травень	Дата виходу друком	Очікуйте на своєму поштовому відділенні
№ 13-14	05.05.2017	19.05.2017
№ 15	12.05.2017	26.05.2017
Червень	Дата виходу друком	Очікуйте на своєму поштовому відділенні
№ 16-17	09.06.2017	23.06.2017
№ 18	23.06.2017	07.07.2017



Нагадуємо, що всі журнали потрапляють на поштове відділення точно в строк! За відсутності журналу негайно звертайтеся до завідувача вашого поштового відділення або до редакції, тел. (057) 731-96-35, програма «Загублені номери».

**ОСНОВА**  
видавнича група



# Оформте передплату найзручнішим для вас способом!

## 1. Замовте скретч-картку для передплати журналу «Математика в школах України»

Картку можна замовити: за тел. (057) 731-96-36, на сайті <http://book.osnova.com.ua>  
Активувати картку просто — необхідно дотримувати інструкцій, зазначених на звороті.



Код картки	Вид	Період, міс.	Ціна
20ПКС024	Паперова передплата	6	220,00
20ПКС008	Паперова передплата + книжковий додаток	6	270,00
20ЕПС015	Електронна передплата на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>	3	94,50

## 2. Оформте передплату через банк

Сплатіть вартість передплати через будь-який комерційний банк на наш рахунок або оформте поштовий переказ (р/р 26009996107648, відділення №4 ПУМБ, м. Харків, МФО 334851, код ЄДРПОУ 32031438). У додатковій інформації на банківській квитанції зазначте своє прізвище, телефон та індекс передплати за каталогом Укрпошти. Надішліть до редакції (до першого числа місяця, що передує місяцю передплати) копію квитанції про сплату. E-mail для квитанцій: [pochta@osnova.com.ua](mailto:pochta@osnova.com.ua)

## 3. Оформте передплату в будь-якому відділенні Укрпошти

## 4. Оформте передплату на сайті <http://journal.osnova.com.ua>

Для цього зареєструйтеся на сайті. Оберіть вид передплати, журнал та період.

Передплатний індекс Укрпошти	Кількість виходів в місяць	3 місяці	6 місяців
		поштова	поштова
01650	3	135,00	270,00
01651	3 + книжковий додаток	160,00	320,00
95932	3 (для передплатників на 6 міс.)	ПІЛЬГОВИЙ	220,00
37055	3 (для передплатників на 6 міс.+ книжковий додаток)	ПІЛЬГОВИЙ ПЛЮС	270,00
Електронна передплата на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>		94,50	189,00
Електронна передплата + книжковий додаток на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>		112,00	224,00

## Залишайтеся зі своїм улюбленим журналом упродовж усього року!

Передплату можна оформити: за тел. (057) 731-96-35, (067) 572-30-37; на сайті <http://journal.osnova.com.ua>; у будь-якому відділенні Укрпошти або у регіонального представника вашого міста.

**ОСНОВА**  
НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНА

## Основа професійного зростання Комплект журналів ВГ «Основа» (індекс — 01631)

01654	Управління школою
90811	Виховна робота в школі
08402	Вивчаємо українську мову та літературу
90814	Зарубіжна література
01656	Англійська мова та література
68764	Англійська мова. Усе для репетитора
01650	Математика в школах України
08417	Фізика в школах України
08408	Історія та правознавство
08405	Географія
90807	Економіка
01660	Біологія
01658	Хімія
08412	Початкове навчання та виховання
37064	Класному керівнику
37063	Інформатика в школі
37071	Фізичне виховання в школах України
37067	Мистецтво в школі
37068	Трудове навчання в школі
37059	Завучу. Усе для роботи
37070	Шкільному психологу. Усе для роботи
49672	Основи здоров'я
49673	Педагогічна майстерня
49677	Шкільний бібліотекар
49670	Логопед
89476	Вихователю ГПД. Усе для роботи

## До складу комплекту не входить

90810	Англійська мова в початковій школі
95929	Дошкільний навчальний заклад
37061	Зростаємо разом
37069	Німецька мова в школі
86364	Дитина з особливими потребами. Інтегративна освіта. Дефектологія. Корекційна педагогіка

## «Математика в школах України».

Три випуски на місяць, індекс 01650

## «Математика в школах України»

з книжковим додатком. Три випуски на місяць плюс книжковий додаток, індекс 01651

Засновник ТОВ «Видавнича група "Основа"»

Свідоцтво серія КВ № 6333 від 10.07.2002 р.

Головний редактор Ірина Маркова

Заступник головного редактора Ганна Новак

Редакція може не поділяти точки зору автора. Автори публікацій відповідають за достовірність фактів, цитат, власних назв. Відповідальність за рекламу інформацію несе рекламодавець. Рукописи не рецензують і не повертаємо.

Адреса для листування: 61001, м. Харків, вул. Плеханівська, 66, «ВГ "Основа"», редакція журналу «Математика в школах України». Тел. (057) 731-96-33 e-mail: [math@osnova.com.ua](mailto:math@osnova.com.ua)

Якщо не отримуєте журнали, телефонуйте: (057) 731-96-36

З питань замовлення книг:

(057) 731-96-35, [pochta2@osnova.com.ua](mailto:pochta2@osnova.com.ua)

Рекламний відділ: (057) 731-96-34, [reklama@osnova.com.ua](mailto:reklama@osnova.com.ua)

Адміністратор сайту: (057) 731-96-33, [site@osnova.com.ua](mailto:site@osnova.com.ua)

**WWW.OSNOVA.COM.UA**

Виготовлено в друкарні «Тріада Принт», м. Харків,

вул. Киргизька, 19.

Підписано до друку 10.03.17. Формат 84х108/16.

Папір друкарський. Гарнітура «Шкільна». Друк офсетний.

Ум. друк. арк. 4,2. Наклад \_\_\_\_\_ прим.

Зам. 17-03/17-03.

Всі права захищені. Будь-яке відтворення матеріалів або фрагментів із них можливе лише за наявності письмового дозволу ТОВ «Видавнича група "Основа"»

© ТОВ «Видавнича група "Основа"», 2017 р.