

КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ. 10 КЛАС. ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

Н. С. Біла, м. Славута, Хмельницька обл.

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Числові множини.

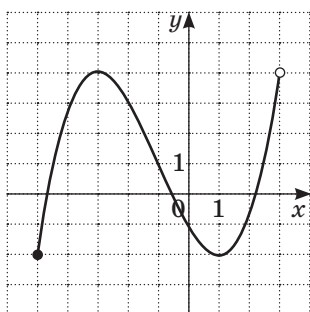
Числові функції, їхні властивості

Варіант 1

1. (0,5 бала) Яке з наведених чисел раціональне?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{2}$	π	$\sqrt{8,1}$	$\sqrt{0,25}$	$\sqrt{1,1}$

2. (0,5 бала) Функція задана графіком. Укажіть область визначення цієї функції.

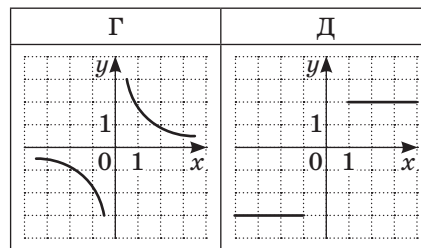
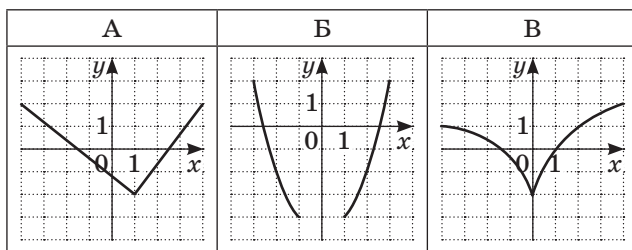


А	Б	В	Г	Д
$[-2; 4)$	$[-5; 3)$	$[-2; 4]$	$[-5; 3]$	$(-2; 4]$

3. (0,5 бала) Знайдіть область значень функції $f(x) = x^2 - 6$.

А	Б	В	Г	Д
$[6; +\infty)$	$(6; +\infty)$	$(-\infty; -6]$	$[-6; +\infty)$	$(0; +\infty)$

4. (0,5 бала) Укажіть рисунок, на якому зображено графік парної функції.



5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між геометричним перетворенням графіка функції $y = \sqrt{x}$ (1–4) та функцією, одержаною в результаті цього перетворення (А–Д).

1	Графік функції $y = \sqrt{x}$ паралельно перенесли вздовж осі Ox на дві одиниці ліворуч	А	$y = \sqrt{x-2}$
2	Графік функції $y = \sqrt{x}$ паралельно перенесли вздовж осі Oy на дві одиниці вниз	Б	$y = \sqrt{x} - 2$
3	Графік функції $y = \sqrt{x}$ стиснули до осі Ox у два рази	В	$y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$
4	Графік функції $y = \sqrt{x}$ стиснули до осі Oy у два рази	Г	$y = \sqrt{x+2}$
		Д	$y = \sqrt{2x}$

6. (1 бал) Розташуйте в порядку зростання числа: $\sqrt{10}$; 3; $\sqrt{8,9}$; 3,(3).

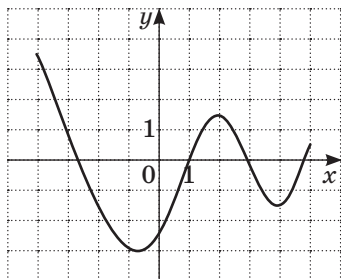
7. (1 бал) Задано функцію

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & \text{якщо } x \leq -2, \\ x^2 - x, & \text{якщо } -2 < x < 3, \\ 4, & \text{якщо } x \geq 3. \end{cases}$$

Знайдіть $f(-2) + f(5)$.

8. (2 бали) Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{4x - x^2} + \frac{7}{\sqrt{x-2}}$.

9. (2 бали) Користуючись графіком функції $y=f(x)$, поданим на рисунку, установіть найважливіші її властивості. При яких значеннях a рівняння $f(x)=a$ має рівно два корені?



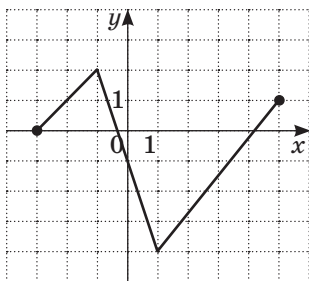
10. (2 бали) Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{|x - 2|}$. Знайдіть область значень функції.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Серед заданих чисел укажіть натуральне число.

А	Б	В	Г	Д
0	$\sqrt{25}$	$-\sqrt{8,1}$	$\frac{2}{3}$	π

2. (0,5 бала) Функція задана графіком. Укажіть область визначення цієї функції.

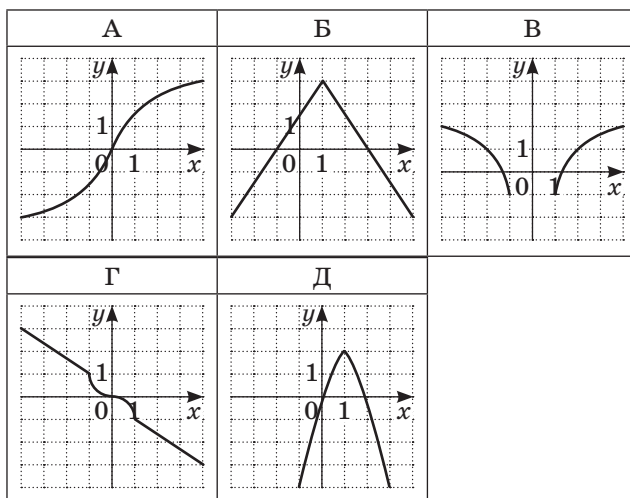


А	Б	В	Г	Д
$(-4; 2)$	$(-3; 5)$	$[-4; 2]$	$[-3; 5]$	$(-3; 5]$

3. (0,5 бала) Знайдіть область значень функції $y = \sqrt{x} + 2$.

А	Б	В	Г	Д
$[0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0]$	$[2; +\infty)$	$(2; +\infty)$

4. (0,5 бала) Укажіть рисунок, на якому зображено графік непарної функції.



5. (За кожен відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між геометричним перетворенням графіка функції $y=|x|$ (1–4) та функцією, одержаною в результаті цього перетворення (А–Д).

1	Графік функції $y= x $ паралельно перенесли вздовж осі Ox на три одиниці праворуч	А	$y= x +3$
2	Графік функції $y= x $ паралельно перенесли вздовж осі Oy на три одиниці вгору	Б	$y=3 x $
3	Графік функції $y= x $ розтягнули від осі Ox у три рази	В	$y=\left \frac{1}{3}x\right $
4	Графік функції $y= x $ розтягнули від осі Oy у три рази	Г	$y= x+3 $
		Д	$y= x-3 $

6. (1 бал) Розташуйте в порядку спадання числа: $\sqrt{17}$; 4; $\sqrt{11,4}$; 4,(3).

7. (1 бал) Задано функцію

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{якщо } x \leq 0, \\ 4x^2 + 2x - 1, & \text{якщо } 0 < x < 4, \\ 1 - x, & \text{якщо } x \geq 4. \end{cases}$$

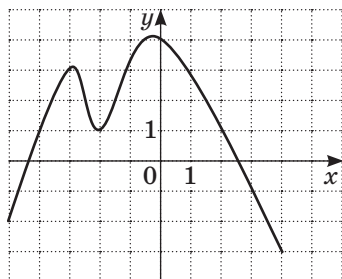
Знайдіть $f(-9) + f(8)$.

8. (2 бали) Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{56 - x - x^2} + \frac{3}{x^2 - 49}$.

9. (2 бали) Користуючись графіком функції $y=f(x)$, поданим на рисунку, установіть найважливіші її властивості. При яких

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

значеннях a рівняння $f(x)=a$ має рівно три корені?



10. (2 бали) Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 - x - 2}{|x + 1|}$. Знайдіть область значень функції.

Рівняння та нерівності

Варіант 1

1. (0,5 бала) Розв'яжіть нерівність $\frac{5-x}{x+2} > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(-2; 5]$	$(-2; 5)$	$(5; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$

2. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\frac{x+2}{x+2} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
Рівняння не має коренів	-2	$(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	1

3. (0,5 бала) Розв'яжіть нерівність $\frac{5}{x} \leq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(-2; 5]$	$(-\infty; 5]$	$[5; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup [5; +\infty)$

4. (0,5 бала) Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 1]$	$(-2; 1)$	$(-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup [2; +\infty)$	$(-\infty; 1]$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між рівнянням (1-4) та множиною його коренів (А-Д).

1	$ 2x-3 =1$	А	$\frac{7}{3}$
2	$\frac{2x^2-4x}{x-2}=0$	Б	0
3	$\frac{2x-3}{3}=\frac{x+1}{6}$	В	Рівняння не має розв'язків
4	$x^2-x+2=0$	Г	0; 2
		Д	1; 2

6. (1 бал) При якому значенні a рівняння $3x=7-ax$ і $|x+5|=3-x$ рівносильні?

7. (1 бал) Знайдіть суму натуральних розв'язків нерівності $\frac{x^2(x-1)^3(x+2)}{x-3} \leq 0$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $|x-3|-|x-1|=1$.

9. (2 бали) Розв'яжіть нерівність

$$(x^2-9)\sqrt{x^2+x-2} \geq 0.$$

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a має єдиний розв'язок рівняння $\frac{x^2-(2a+2)x+6a-3}{\sqrt{2+x-x^2}}=0$?

Варіант 2

1. (0,5 бала) Розв'яжіть нерівність $\frac{5+x}{x-2} > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5)$	$(-5; 2]$	$(-5; 2)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$

2. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\frac{x-3}{x-3} = 1$.

А	Б	В	Г	Д
Рівняння не має коренів	1	$(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	3

3. (0,5 бала) Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{x} \geq 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; 3]$	$(-\infty; 3]$	$[3; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$

4. (0,5 бала) Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 2)$	$(-2; 1)$	$(-\infty; -2) \cup [1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; -1]$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між рівнянням (1–4) та множиною його коренів (А–Д).

1	$ 2x-5 =4$	А	$-\frac{5}{3}$
2	$\frac{x^2-4x+3}{x-1}=0$	Б	0,5; 4,5
3	$\frac{x-3}{8}=\frac{2x+1}{4}$	В	Рівняння не має розв'язків
4	$x^2-2x+9=0$	Г	3
		Д	1; 3

6. (1 бал) При якому значенні a рівняння $ax=7-5x$ і $|x+7|=x-1$ рівносильні?

7. (1 бал) Знайдіть найбільший цілий розв'язок нерівності $\frac{(x+3)^3(x-1)^2(x+7)}{x^2-6x+9} \leq 0$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $|x+3|+|x-1|=4$.

9. (2 бали) Розв'яжіть нерівність $(x^2-2x)\sqrt{3x^2-10x+3} \geq 0$.

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a має єдиний розв'язок рівняння

$$\frac{x^2-2ax+a^2-1}{\sqrt{x^2-1}}=0?$$

Многочлени. Дії над многочленами

Варіант 1

1. (0,5 бала) Знайдіть остачу від ділення многочлена $P(x)=3x^2-2x+1$ на многочлен $Q(x)=x+1$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	6	5

2. (0,5 бала) Остача від ділення многочлена $P(x)=x^3-x^2+ax+3$ на $Q(x)=x-2$ дорівнює 9. Знайдіть a .

А	Б	В	Г	Д
7	-2	-1	5	1

3. (0,5 бала) На який многочлен ділиться націло многочлен x^3+8 ?

А	Б	В	Г	Д
$x+8$	$x+2$	$x-2$	$x+1$	$x-3$

4. (0,5 бала) Розкладіть многочлен

$$x^3+2x^2-x-2$$

на множники.

А	Б
$(x-1)(x+2)(x-2)$	$(x-1)(x+1)(x-2)$
В	Г
$(x-1)(x+1)(x+2)$	$(x-1)(x+2)(x-3)$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між часткою многочлена $P(x)$ і многочлена $Q(x)=x-2$ (1–4) та остачею (А–Д).

1	$P(x)=x^2-3x-1$	А	4
2	$P(x)=x^2-5x+1$	Б	-4
3	$P(x)=4x^2-3x+2$	В	12
4	$P(x)=x^3-3x^2$	Г	-5
		Д	-3

6. (1 бал) Поділіть з остачею многочлен $x^4-5x^3-6x^2+x+1$ на многочлен x^2+x+2 .

7. (1 бал) Побудуйте графік рівняння $y=\sqrt{1-x^2}$.

8. (2 бали) Зобразіть на координатній площині фігуру, що задається нерівністю $|x|+|y| \leq 4$, і обчисліть її площу.

9. (2 бали) Методом математичної індукції доведіть, що при всіх цілих невід'ємних n вираз $4^n+15n-1$ ділиться на 9.

10. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$x^3+5x^2+3x-9=0.$$

Варіант 2

1. (0,5 бала) Знайдіть остачу від ділення многочлена $P(x)=3x^3+x^2+1$ на многочлен $Q(x)=x+2$.

А	Б	В	Г	Д
1	-12	3	-19	5

2. (0,5 бала) Остача від ділення многочлена $P(x)=x^3-ax^2+2x-1$ на $Q(x)=x-1$ дорівнює -3. Знайдіть a .

А	Б	В	Г	Д
7	-2	-1	5	1

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

3. (0,5 бала) На який многочлен ділиться націло многочлен $x^3 - 8$?

А	Б	В	Г	Д
$x+8$	$x+2$	$x-2$	$x+1$	$x-3$

4. (0,5 бала) Розкладіть многочлен $x^3 - x^2 - 4x + 4$ на множники.

А	Б
$(x-1)(x+2)(x-2)$	$(x-1)(x+1)(x-2)$
В	Г
$(x-1)(x+1)(x+2)$	$(x-1)(x+2)(x-3)$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між часткою многочлена $P(x)$ на многочлен $Q(x) = x+1$ (1–4) та остачею (А–Д).

1	$P(x) = x^2 - 3x + 2$	А	5
2	$P(x) = x^2 - 3x + 1$	Б	9
3	$P(x) = 4x^2 - 3x + 2$	В	-6
4	$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$	Г	6
		Д	-3

6. (1 бал) Поділіть з остачею многочлен $x^6 - x + 1$ на многочлен $x^3 - x^2 + 1$.

7. (1 бал) Побудуйте графік рівняння $y = \sqrt{4 - x^2}$.

8. (2 бали) Зобразіть на координатній площині фігуру, що задається нерівністю $|x| + |y| \leq 3$, і обчисліть її площу.

9. (2 бали) Методом математичної індукції доведіть, що при всіх цілих невід'ємних n вираз $10^n - 9n - 1$ ділиться на 81.

10. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0.$$

Корінь n -го степеня та його властивості

Варіант 1

1. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[5]{25}$	$\sqrt[6]{-25}$	$\sqrt[4]{35}$	$-\sqrt[4]{48}$	$\sqrt[7]{-37}$

2. (0,5 бала) Спростіть вираз $\sqrt[3]{\sqrt{m^{15}}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{m^9}$	$\sqrt[3]{m^5}$	$\sqrt{m^3}$	$\sqrt{m^5}$	$\sqrt[5]{m^3}$

3. (0,5 бала) Скоротіть дріб $\frac{\sqrt{x} - 16}{\sqrt[4]{x} + 4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{x} + 4$	$\sqrt[4]{x} - 4$	$\sqrt[4]{x} + 4$	$\sqrt{x} - 4$	Інша відповідь

4. (0,5 бала) Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt[3]{9}$	$3\sqrt[3]{3}$	$2\sqrt[3]{9}$	$2\sqrt[3]{3}$	$4\sqrt[3]{9}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	$3 \cdot \sqrt{1\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{1\frac{3}{13}} + \sqrt{(-4)^4}$	А	10
2	$\sqrt[4]{(2 - \sqrt{5})^4} + \sqrt[3]{(3 - \sqrt{5})^3}$	Б	0
3	$\sqrt[3]{-216} + 2\sqrt[3]{27}$	В	8
4	$\frac{\sqrt[3]{2000}}{\sqrt[3]{2}}$	Г	20
		Д	1

6. (1 бал) Спростіть вираз

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}.$$

7. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3 - 2x} = x$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{8 - x} - \sqrt{1 + x} = 3.$$

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt[5]{\frac{5-x}{x+3}} + \sqrt[5]{\frac{x+3}{5-x}} = 2.$$

10. (2 бали) Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 4 - x.$$

Варіант 2

1. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[7]{-7}$	$\sqrt[6]{6}$	$-\sqrt[4]{12}$	$\sqrt[8]{0}$	$\sqrt[4]{-16}$

2. (0,5 бала) Спростіть вираз $\frac{b^3\sqrt{b}}{\sqrt[3]{b}}$.

А	Б	В	Г	Д
$b^6\sqrt{b}$	$\sqrt[6]{b^5}$	$\sqrt[4]{b^3}$	$\sqrt[3]{b^2}$	$\sqrt[6]{b}$

3. (0,5 бала) Скоротіть дріб $\frac{\sqrt[4]{m}-3}{\sqrt{m}-9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[4]{m}-3$	$\frac{1}{\sqrt[4]{m}+3}$	$\sqrt[4]{m}+3$	$\frac{1}{\sqrt[4]{m}-3}$	Інша відповідь

4. (0,5 бала) Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{8}{\sqrt[3]{16}}$.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt[3]{4}$	$4\sqrt[3]{2}$	$\frac{\sqrt[3]{16}}{2}$	$2\sqrt[3]{2}$	$8\sqrt[3]{2}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	x^2+6x+9 при $x=\sqrt{7}-3$.	А	$\frac{1}{5}$
2	$\frac{3\cdot\sqrt[3]{\frac{8}{27}}+\sqrt{0,25}}{0,5}$	Б	5
3	$4\sqrt[3]{8}+5\sqrt[5]{-32}$	В	7
4	$\sqrt[4]{(1-\sqrt{7})^4}+\sqrt[3]{(2-\sqrt{7})^3}$	Г	-2
		Д	1

6. (1 бал) Спростіть вираз

$$\left(\frac{\sqrt[4]{a}+4}{\sqrt[4]{a}-4}+\frac{\sqrt[4]{a}-4}{\sqrt[4]{a}+4}\right):\frac{4\sqrt{a}+64}{16-\sqrt{a}}.$$

7. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $\sqrt{6-5x}=x$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+6}-\sqrt{7-x}=1$.

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{\frac{3x+1}{x-1}}+\sqrt[3]{\frac{x-1}{3x+1}}=2$.

10. (2 бали) Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x^2-x-2}\leq x-1$.

Степень із раціональним показником

Варіант 1

1. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$27^{\frac{1}{3}}$	0^3	$(-9)^{-2}$	$(-3)^{-\frac{1}{3}}$	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-6}$

2. (0,5 бала) Подайте у вигляді степеня вираз

$$\frac{b^3\sqrt{b}}{\sqrt[3]{b}}.$$

А	Б	В	Г	Д
$b^{\frac{5}{6}}$	$b^{\frac{7}{6}}$	$b^{\frac{4}{3}}$	$b^{\frac{2}{3}}$	$b^{\frac{1}{6}}$

2. (0,5 бала) Подайте у вигляді степеня з дробовим показником $\sqrt[3]{\sqrt{m^{15}}}$

А	Б	В	Г	Д
$m^{\frac{2}{3}}$	$m^{\frac{15}{3}}$	$m^{\frac{5}{2}}$	$m^{\frac{2}{5}}$	m

3. (0,5 бала) Знайдіть значення виразу $\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{5}{3}}}$, якщо $x=2$.

А	Б	В	Г	Д
4	64	$2^{-\frac{1}{5}}$	2	Інша відповідь

4. (0,5 бала) Скоротіть дріб $\frac{x^{\frac{1}{2}}-9}{x^{\frac{1}{4}}-3}$.

А	Б	В	Г	Д
$x^{\frac{1}{4}}+3$	$x^{\frac{1}{2}}+3$	$\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}+3}$	$\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}+3}$	$\frac{1}{x^{\frac{1}{4}}-3}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1–4) та його числовим значенням (А–Д).

1	$9^{4m}\cdot 9^{-2m}$ при $m=\frac{1}{4}$.	А	4
2	$8^{\frac{1}{3}}+49^{\frac{1}{2}}$	Б	0,5
3	$\left(\frac{8^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{4}}}\right)^{-1}$	В	3
4	$2^{1,3}\cdot 2^{-0,7}\cdot 2^{1,4}$	Г	9
		Д	2

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

6. (1 бал) Знайдіть функцію, обернену до функції $y = \frac{1}{5x+1}$.

7. (1 бал) Побудуйте схематично графік функції: 1) $y = -x^5$; 2) $y = x^{\frac{1}{5}}$.

8. (2 бали) Спростіть вираз

$$\frac{2y^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{2}{3}} - 3y^{\frac{1}{3}}} - \frac{y^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{5}{3}} - y^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3}.$$

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$2x^{0,5} - x^{0,25} - 1 = 0.$$

10. (2 бали) Обчисліть: $\left(\frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}\right)^2 \cdot \left(\frac{10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}}}{10^{-0,1}}\right)^{-4}$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$8^{-\frac{1}{3}}$	$(-5)^2$	$(-1)^{\frac{1}{3}}$	$0^{\frac{3}{4}}$	$4^{\frac{1}{3}}$

2. (0,5 бала) Подайте у вигляді степеня з дробовим показником $\sqrt[3]{\sqrt{m^{15}}}$.

А	Б	В	Г	Д
$m^{\frac{2}{3}}$	$m^{\frac{15}{3}}$	$m^{\frac{5}{2}}$	$m^{\frac{2}{5}}$	m

3. (0,5 бала) Знайдіть значення виразу $\frac{a^{-\frac{1}{4}}}{a^{2,75}}$, якщо $a = 2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	8	4	$\frac{1}{8}$	-8

4. (0,5 бала) Скоротіть дріб $\frac{m^{\frac{1}{2}} - 25}{m^{\frac{1}{4}} + 5}$.

А	Б	В	Г	Д
$m^{\frac{1}{2}} - 5$	$m^{\frac{1}{4}} - 5$	$m^{\frac{1}{2}} + 5$	$m^{\frac{1}{4}} + 5$	Інша відповідь

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1-4) та його числовим значенням (А-Д).

1	$7^{4m} \cdot 7^{-8m}$ при $m = \frac{1}{4}$.	А	$\frac{1}{9}$
2	$27^{\frac{1}{3}} - 25^{\frac{1}{2}}$	Б	7
3	$\left(\frac{27^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{4}}}\right)^{-2}$	В	$\frac{1}{7}$
4	$7^{2,3} \cdot 7^{-2,1} \cdot 7^{1,8}$	Г	-2
		Д	49

6. (1 бал) Знайдіть функцію, обернену до функції $y = \frac{2}{3x+1}$.

7. (1 бал) Побудуйте схематично графік функції: 1) $y = x^4$; 2) $y = -x^{\frac{1}{4}}$.

8. (2 бали) Спростіть вираз

$$\frac{x-1}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 1} \cdot x^{\frac{1}{4}} + 1.$$

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$3x^{0,5} - x^{0,25} - 2 = 0.$$

10. (2 бали) Обчисліть: $\left(\frac{4^{0,7} \cdot 2^{-0,4}}{2^{-1} \cdot 64^{-\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{25^{0,3} \cdot 5^{1,4}}{9^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-2,5}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Тригонометричні функції

Варіант 1

1. (0,5 бала) Градусна міра кута в $\frac{3\pi}{4}$ радіан дорівнює...

А	Б	В	Г	Д
150°	145°	135°	210°	215°

2. (0,5 бала) Точка тригонометричного кола з абсцисою -1 відповідає числу...

А	Б	В	Г	Д
π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{3\pi}{4}$

5. (0,5 бала) Знайдіть множину значень функції $y = \sin x - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1;1]$	$[-2;0]$	$[-3;-1]$	$[-3;0]$	$[-2;1]$

4. (0,5 бала) Яке число є періодом функції $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$?

А	Б	В	Г	Д
π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi}{4}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між тригонометричним виразом (1–4) та його значенням (А–Д).

1	$\cos \pi$	А	0
2	$\sin(-270^\circ)$	Б	1
3	$\cos \frac{7\pi}{3}$	В	0,5
4	$\sin 690^\circ$	Г	-1
		Д	-0,5

6. (1 бал) Визначте знак виразу $\sin 157^\circ \cos 219^\circ$.

7. (1 бала) Знайдіть значення виразу

$$3 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3} \right) \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) + 2 \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right).$$

8. (2 бала) Знайдіть область допустимих значень виразу $\frac{1}{2 - \sin 2\alpha}$.

9. (2 бала) Побудуйте графік функції $f(x) = 3 \sin 2x$. Укажіть її проміжки зростання і спадання.

10. (2 бала) При яких значеннях a можлива рівність $\sin x = 4a - 3$?

Варіант 2

1. (0,5 бала) Радіанна міра кута в 270° дорівнює...

А	Б	В	Г	Д
π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$

2. (0,5 бала) Число 2π відповідає точці тригонометричного кола з ординатою...

А	Б	В	Г	Д
0	1	-1	2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. (0,5 бала) Знайдіть множину значень функції $y = \cos x + 3$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 1]$	$[-2; 0]$	$[-3; -1]$	$[-3; 0]$	$[2; 4]$

4. (0,5 бала) Яке число є періодом функції $y = \cos 4x$?

А	Б	В	Г	Д
π	$\frac{\pi}{2}$	8π	2π	$\frac{\pi}{4}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між тригонометричним виразом (1–4) і його значенням (А–Д).

1	$\cos \frac{3\pi}{2}$	А	0
2	$\cos(-720^\circ)$	Б	0,5
3	$\sin \frac{11\pi}{6}$	В	-0,5
4	$\sin 750^\circ$	Г	1
		Д	-1

6. (1 бал) Визначте знак виразу $\sin \frac{8\pi}{7} \cos \frac{\pi}{9}$.

7. (1 бал) Знайдіть значення виразу

$$4 \cos 30^\circ \cdot \sin(-60^\circ) + \cos(-90^\circ) - \operatorname{tg}(-45^\circ).$$

8. (2 бала) Знайдіть область допустимих значень виразу $\frac{1}{3 + \sin 2\alpha}$.

9. (2 бала) Побудуйте графік функції $f(x) = 3 \cos \frac{x}{2}$. Укажіть її проміжки зростання і спадання.

10. (2 бала) При яких значеннях a можлива рівність $\cos x = 2a + 1$?

Тригонометричні перетворення

Варіант 1

1. (0,5 бала) Спростіть вираз $\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\frac{1}{\cos \alpha}$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	1

2. (0,5 бала) Обчисліть $\sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

3. (0,5 бала) Перетворіть на добуток
 $\cos 40^\circ + \cos 10^\circ$.

А	Б	В
$2\sin 25^\circ \cos 15^\circ$	$2\cos 40^\circ \cos 10^\circ$	$2\cos 25^\circ \sin 15^\circ$
Г	Д	
$2\sin 25^\circ \sin 15^\circ$	$2\cos 25^\circ \cos 15^\circ$	

4. (0,5 бала) Обчисліть: $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1–4) та його значенням (А–Д).

1	$\cos 13^\circ \cos 32^\circ - \sin 13^\circ \sin 32^\circ$	А	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$	Б	0
3	$\cos^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha$	В	-1
4	$\sin \alpha + \sin \beta$ при $\alpha - \beta = 180^\circ$	Г	1
		Д	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. (1 бал) Спростіть вираз $\frac{\sin 2\alpha}{2\sin \alpha}$.

7. (1 бал) Спростіть вираз $\frac{\sin^2 \alpha - 1}{\cos^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.

8. (2 бали) Задано: $\cos \alpha = 0,8$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Обчисліть: $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$.

9. (2 бали) Спростіть і обчисліть:

$$\left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin 3\alpha}\right) \cdot (\sin \alpha + \sin 5\alpha) - 2,$$

якщо $\alpha = 15^\circ$.

10. (2 бали) Відомо, що $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Обчисліть: $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Спростіть вираз $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	0	1	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$

2. (0,5 бала) Обчисліть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{7}{25}$	$\frac{7}{25}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$

3. (0,5 бала) Перетворіть на добуток
 $\sin 100^\circ - \sin 40^\circ$.

А	Б	В
$2\sin 140^\circ \cos 60^\circ$	$2\sin 70^\circ \cos 30^\circ$	$2\cos 140^\circ \sin 60^\circ$
Г	Д	
$2\cos 70^\circ \sin 30^\circ$	$2\cos 70^\circ \cos 30^\circ$	

4. (0,5 бала) Обчисліть: $\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1–4) та його значенням (А–Д).

1	$1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$	А	$\frac{1}{4}$
2	$2\sin 75^\circ \cos 75^\circ$	Б	0
3	$\sin 126^\circ \cos 36^\circ - \cos 126^\circ \sin 36^\circ$	В	1
4	$\cos \alpha + \cos \beta$ при $\alpha + \beta = 180^\circ$	Г	2
		Д	$\frac{1}{2}$

6. (1 бал) Спростіть вираз $\frac{\sin 4\alpha}{2\cos 2\alpha}$.

7. (1 бал) Спростіть вираз $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - 1} - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.

8. (2 бали) Задано: $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Обчисліть: $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

9. (2 бали) Спростіть і обчисліть:

$$\left(\frac{\sin \alpha}{\cos 2\alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin 2\alpha}\right) \cdot \frac{(\sin \alpha + \sin 7\alpha)}{\cos \alpha},$$

якщо $\alpha = 20^\circ$.

10. (2 бали) Відомо, що $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Обчисліть: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Тригонометричні рівняння

Варіант 1

1. (0,5 бала) Знайдіть у градусах корінь рівняння $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} = 0$, що належить інтервалу $(0^\circ; 90^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
60°	0°	45°	80°	30°

2. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\cos 3x = -\frac{1}{2}$.

А	Б	В
$(-1)^n \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$
Г	Д	
$\pm \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	

3. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\sin x = 3$.

А	Б	
$\arcsin 3 + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n 3 + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}$	
В	Г	Д
$(-1)^n \arcsin 3 + \pi n, \ n \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{3}$	Коренів немає

4. (0,5 бала) Обчисліть значення виразу

$$\sin \left(\arctg \frac{\sqrt{3}}{3} \right).$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між рівнянням (1–4) та його розв'язками (А–Д).

1	$\cos x = 0$	А	$-\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
2	$\cos x = \frac{1}{2}$	Б	$\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg} x = -1$	В	$\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
4	$\sin x = -1$	Г	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
		Д	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

6. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $2\cos 2x + 1 = 0$.

7. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = 1$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння
 $2\sin^2 x - \sin x \cos x = \cos^2 x$.

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння
 $\frac{\sin 3x - \sin x}{1 + \cos x} = 0$.

10. (2 бали) Розв'яжіть рівняння
 $\sqrt{-3\cos x} = \sqrt{2}\sin x$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Знайдіть у градусах корінь рівняння $\operatorname{ctg} x - 1 = 0$, що належить інтервалу $(0^\circ; 90^\circ)$.

А	Б	В	Г	Д
60°	0°	45°	80°	30°

2. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\sin x = -\frac{1}{2}$.

А	Б	В
$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{6},$ $n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$
Г	Д	
$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3},$ $n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	

3. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = 2$.

А		Б		
$\arctg 6 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$		$3\arctg 2 + 3\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$		
В		Г		Д
$3\arctg 2 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$		$\arctg 6 + 3\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$		Коренів немає

4. (0,5 бала) Обчисліть значення виразу

$$\cos \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між рівняннями (1–4) та його розв'язками (А–Д).

1	$\sin x = -1$	А	$\frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
2	$\cos x = 0$	Б	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
3	$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$	В	$\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
4	$\sin x = \frac{1}{2}$	Г	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
		Д	$\arctg 6 + 3\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

6. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $2\sin 3x - 1 = 0$.

7. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння
 $3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$.

9. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$\frac{\cos 3x + \cos x}{1 - \sin x} = 0.$$

10. (2 бали) Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{1 - \cos x} = \sin x.$$

Тригонометричні нерівності.

Системи тригонометричних рівнянь

Варіант 1

1. (0,5 бала) Серед наведених нерівностей виберіть ту, яка не має розв'язків.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x < -\frac{5}{7}$	$\sin x \geq 0,6$	$\operatorname{tg} x < -5$	$\arctg x \geq 2$	$\arctg x \leq 2$

2. (0,5 бала) Укажіть нерівність, множиною розв'язків якої є проміжок $(-\infty; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x \leq -5$	$\sin x \leq 3$	$\operatorname{ctg} x < -5$	$\operatorname{tg} x \geq 2$	$\cos x \geq 3$

3. (0,5 бала) Укажіть нерівність, розв'язком якої є число 0.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x < -\frac{1}{2}$	$\sin x > \frac{1}{2}$	$\operatorname{tg} x \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\operatorname{tg} x > -1$	$\sin x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. (0,5 бала) Укажіть проміжок, який містить хоча б один розв'язок нерівності $\operatorname{tg} x < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$	$\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$	$\left(-\pi; -\frac{3\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{4}\right)$	$\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та проміжком (А–Д), який повністю міститься в множині розв'язків цієї нерівності.

1	$\sin x < \frac{1}{2}$	А	$\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$
2	$\sin x > \frac{1}{2}$	Б	$\left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right)$
3	$\cos x > \frac{1}{2}$	В	$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$
4	$\cos x < \frac{1}{2}$	Г	$\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}\right)$
		Д	$\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right)$

6. (1 бал) Розв'яжіть нерівність $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. (1 бал) Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} 6x > -\sqrt{3}$.

8. (2 бали) Розв'яжіть нерівність

$$\sin\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{9}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

У відповідь запишіть найменший додатний цілий розв'язок нерівності.

9. (2 бали) Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x + \sin y = 1. \end{cases}$$

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a нерівність $\cos^2 x - (2a - 1)\cos x + a^2 - a > 0$ виконується при всіх дійсних значеннях x ?

Варіант 2

1. (0,5 бала) Серед наведених нерівностей виберіть ту, яка має розв'язки.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x < -1$	$\sin x \geq 3,6$	$\sin x > 1$	$\arcsin x \leq -\pi$	$\operatorname{tg} x \leq 2$

2. (0,5 бала) Укажіть нерівність, множиною розв'язків якої є проміжок $(-\infty; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x > 3$	$\sin x > 3$	$\operatorname{ctg} x < 3$	$\operatorname{tg} x < -3$	$\cos x > -3$

3. (0,5 бала) Укажіть нерівність, розв'язком якої є число $\frac{\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos x > \frac{1}{2}$	$\sin x > \frac{1}{2}$	$\sin x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\operatorname{tg} x > \frac{1}{2}$	$\cos x > 0$

4. (0,5 бала) Укажіть проміжок, який містить хоча б один розв'язок нерівності $\operatorname{ctg} x > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$	$\left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right)$	$\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між нерівністю (1–4) та проміжком (А–Д), який повністю міститься у множині розв'язків цієї нерівності.

1	$\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$	А	$\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$
2	$\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$	Б	$\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$
3	$\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$	В	$\left(\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$
4	$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$	Г	$\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$
		Д	$\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$

6. (1 бал) Розв'яжіть нерівність $\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. (2 бали) Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg} 4x \leq -1$.

8. (2 бали) Розв'яжіть нерівність

$$\cos\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків нерівності на проміжку $[0; 10\pi]$.

9. (2 бали) Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{2}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a нерівність $\sin^2 x - (2a+1)\sin x + a^2 + a > 0$ виконується при всіх дійсних значеннях x ?

Похідна

Варіант 1

1. (0,5 бала) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{2}{x^3}$.

А	Б	В	Г	Д
$f'(x) = \frac{2}{3x^2}$	$f'(x) = 6x^2$	$f'(x) = \frac{6}{x^2}$	$f'(x) = -\frac{6}{x^4}$	$f'(x) = \frac{6}{x^4}$

2. (0,5 бала) Знайдіть похідну функції $f(x) = \sin x + \cos x$.

А	Б
$f'(x) = \sin x + \cos x$	$f'(x) = \cos x - \sin x$
В	Г
$f'(x) = \sin x - \cos x$	$f'(x) = -\cos x - \sin x$
Д	
$f'(x) = \sin x \cos x$	

3. (0,5 бала) Знайдіть значення похідної функції $y = x + \sqrt{x}$ у точці $x_0 = 4$.

А	Б	В	Г	Д
1,25	1,5	4,25	4,5	3

4. (0,5 бала) Знайдіть кут, який утворює з додатним напрямом осі Ox дотична до графіка функції $y = \frac{1}{5}x^5$ у точці $x_0 = -1$.

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	150°	120°	135°

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між функцією (1–4) та її похідною (А–Д).

1	$y = 3\sin x$	А	$y' = 3\cos x$
2	$y = x \sin 3$	Б	$y' = 3\sin^2 x$
3	$y = \sin^3 x$	В	$y' = 3\sin^2 x \cos x$
4	$y = \sin x^3$	Г	$y' = \sin 3$
		Д	$y' = 3x^2 \cos x^3$

6. (1 бал) Точка рухається за законом $S(t) = 2t^2 - 3t + 1$ (час t вимірюється в секундах, переміщення S — у метрах). Через який час від початку руху ця точка зупиниться?

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

7. (1 бал) Знайдіть похідну функції

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \text{ у точці } x_0 = 3.$$

8. (2 бали) Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$.

9. (2 бали) Знайдіть похідну функції $f(x) = (3x-1) \cdot \sqrt{2x-2}$ у точці $x_0 = 3$.

10. (2 бали) Знайдіть, у якій точці графіка функції $f(x) = \sqrt{2x-1}$ дотична нахилена до осі абсцис під кутом $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Знайдіть похідну функції $f(x) = \frac{5}{x^6}$.

А	Б	В
$f'(x) = \frac{5}{6x^5}$	$f'(x) = 30x^5$	$f'(x) = -\frac{30}{x^7}$
Г	Д	
$f'(x) = -\frac{5}{6x^5}$	$f'(x) = \frac{30}{x^7}$	

2. (0,5 бала) Знайдіть похідну функції $f(x) = \operatorname{tg} x + \cos x$.

А	Б
$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \sin x$	$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \sin x$
В	Г
$f'(x) = -\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x$	$f'(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \sin x$
Д	
$f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} - \sin x$	

3. (0,5 бала) Знайдіть значення похідної функції $y = 2x + \frac{1}{x}$ у точці $x_0 = 2$.

А	Б	В	Г	Д
1,75	2,25	4,5	4,25	1,5

4. (0,5 бала) Знайдіть кут, який утворює з додатним напрямком осі Ox дотична до графіка функції $y = \frac{1}{14}x^{14}$ у точці $x_0 = -1$.

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	120°	135°	150°

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між функцією (1–4) та її похідною (А–Д).

1	$y = 5 \cos x$	А	$-5 \sin x$
2	$y = x \cos 5$	Б	$-5x^4 \sin x^5$
3	$y = \cos^5 x$	В	$-5 \cos^4 x \sin x$
4	$y = \cos x^5$	Г	$\cos 5$
		Д	$\cos 5 - x \sin 5$

6. (1 бал) Точка рухається за законом

$$S(t) = 3t^2 - 5t + 8$$

(час t вимірюється в секундах, переміщення S — у метрах). Через який час від початку руху ця точка зупиниться?

7. (1 бал) Знайдіть похідну функції

$$f(x) = \frac{x^2 - 2}{x} \text{ у точці } x_0 = 2.$$

8. (2 бали) Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4}$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$.

9. (2 бали) Знайдіть похідну функції

$$f(x) = (2x - 3) \cdot \sqrt{3x - 2}$$

у точці $x_0 = 1$.

10. (2 бали) Знайдіть, у якій точці графіка функції $f(x) = x\sqrt{3} - \frac{x^3}{3}$ дотична нахилена до осі абсцис під кутом $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Застосування похідної

Варіант 1

1. (0,5 бала) Тіло рухається за законом $S(t) = \frac{2}{3}t^3 - t^2 + t$ (час t вимірюється в секундах, шлях S — у метрах). Знайдіть швидкість через 2 секунди після початку руху.

А	Б	В	Г	Д
4	1	5	7	3

2. (0,5 бала) Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$	$[1; 3]$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; 2]$	\emptyset

3. (0,5 бала) Знайдіть критичні точки функції $f(x) = x^3 - 3x$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	-1; 1	7	Не існує

4. (0,5 бала) Відомо, що похідна функції $y = f(x)$ на проміжку $[2; 5]$ дорівнює $-2x$. Тоді функція $f(x)$ на цьому проміжку...

А	Б	В	Г	Д
не спадає	не зростає	спадає	зростає	Неможливо визначити

5. (За кожную відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між функцією (1–4) і тангенсом кута, який утворює дотична, проведена до графіка функції в точці з абсцисою $x = 0$ з додатним напрямком осі Ox (А–Д).

1	$y = 2\sin x$	А	6
2	$y = 8\cos 2x$	Б	4
3	$y = 2\operatorname{tg} \frac{x}{2}$	В	2
4	$y = 4x + x^3$	Г	0
		Д	1

6. (1 бал) Знайдіть проміжки зростання і спадання функції $f(x) = 3x + \sin 3x$.

7. (1 бал) Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = x^3 - x^2 - x + 8$.

8. (2 бали) Знайдіть екстремуми функції $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

9. (2 бали) Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = -x^3 + 3x|x - 3|$ на відрізку $[0; 4]$.

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a функція $f(x) = x^3 - ax^2 + 3ax + 1$ зростає на всій числовій прямій?

Варіант 2

1. (0,5 бала) Тіло рухається за законом $S(t) = 2 + 20t - 5t^2$ (час t вимірюється в секундах, шлях S — у метрах). Знайдіть швидкість через 1 секунду після початку руху.

А	Б	В	Г	Д
12	30	10	7	3

2. (0,5 бала) Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = 3x^2 - 6x + 7$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$[1; 3]$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1]$	$(-\infty; +\infty)$

3. (0,5 бала) Знайдіть критичні точки функції $f(x) = 12x - x^3$.

А	Б	В	Г	Д
2	-2	-2; 2	4	Не існує

4. (0,5 бала) Відомо, що похідна функції $y = f(x)$ на проміжку $[-5; -1]$ дорівнює $2x$. Тоді функція $f(x)$ на цьому проміжку...

А	Б	В	Г	Д
не спадає	не зростає	спадає	зростає	Неможливо визначити

5. (За кожную відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між функцією (1–4) і тангенсом кута, який утворює дотична, проведена до графіка функції в точці з абсцисою $x = 0$ з додатним напрямком осі Ox (А–Д).

1	$y = 4\sin 4x$	А	3
2	$y = \cos x$	Б	4
3	$y = 6\operatorname{tg} \frac{x}{2}$	В	1
4	$y = x - x^2$	Г	0
		Д	16

6. (1 бал) Знайдіть проміжки зростання і спадання функції $f(x) = \cos 3x - 5x$.

7. (1 бал) Знайдіть проміжки спадання функції $f(x) = 4x^3 - x^4$.

8. (2 бали) Знайдіть екстремуми функції $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 3}$.

9. (2 бали) Знайдіть найменше значення функції $f(x) = x^2 + |2x + 1|$ на відрізку $[-1; 0]$.

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

10. (2 бали) При яких значеннях параметра a функція $f(x) = x^3 + ax^2 - 2ax + 3$ зростає на всій числовій прямій?

Застосування похідної до розв'язування задач
Варіант 1

1. (0,5 бала) Знайдіть другу похідну функції $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$.

А	Б	В	Г	Д
$6x^2 - 8x + 3$	6	$6x - 8$	$3x^2 - 8x$	$3x^2 - 8x + 3$

2. (0,5 бала) Знайдіть прискорення тіла, яке рухається за законом $S(t) = t^2 - 4t + 3$ (S вимірюється у метрах, t — у секундах).

А	Б	В	Г	Д
8	2	4	3	5

3. (0,5 бала) Знайдіть абсциси точок перегику функції $f(x) = x^3 - 3x$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	-1; 1	7	Не існує

4. (0,5 бала) Відомо, що друга похідна функції $y = f(x)$ на проміжку $[2; 5]$ дорівнює $2x$. Тоді функція $f(x)$ на цьому проміжку...

А	Б	В	Г	Д
опукла вгору	опукла вниз	спадає	стала	Неможливо визначити

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між властивістю функції (1–4) і твердженням (А–Д).

1	Функція на проміжку опукла вгору	А	Друга похідна додатна
2	Функція на проміжку спадає	Б	Друга похідна дорівнює нулю
3	Функція в точці має перегин	В	Друга похідна від'ємна
4	Функція має горизонтальну асимптоту	Г	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$
		Д	Перша похідна від'ємна

6. (1 бал) Знайдіть проміжки опуклості функції $f(x) = x^3 - x^2 - x + 8$.

7. (2 бали) Знайдіть асимптоти графіка функції $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

8. (2 бали) Розкладіть число 6 на два невід'ємних доданки так, щоб добуток їх квадратів був найбільшим.

9. (3 бали) Дослідіть функцію і побудуйте її графік $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$. Знайдіть кількість коренів рівняння $2x^3 + 3x^2 - 12x = a$, де $a \in \mathbb{R}$, залежно від значень параметра a .

Варіант 2

1. (0,5 бала) Знайдіть другу похідну функції $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 7x$.

А	Б	В	Г	Д
$9x^2 - 12x + 7$	27	$6x - 8$	$18x - 12$	$3x^2 - 6x + 7$

2. (0,5 бала) Знайдіть прискорення тіла, яке рухається за законом $S(t) = 2 + 20t + 5t^2$ (S вимірюється у метрах, t — у секундах).

А	Б	В	Г	Д
12	30	10	7	3

3. (0,5 бала) Знайдіть абсциси точок перегику функції $f(x) = 12x - x^3$.

А	Б	В	Г	Д
12	-2	-2; 2	4	0

4. (0,5 бала) Відомо, що друга похідна функції $y = f(x)$ на проміжку $[-5; -1]$ дорівнює $2x$. Тоді функція $f(x)$ на цьому проміжку...

А	Б	В	Г	Д
опукла вниз	опукла вгору	спадає	стала	Неможливо визначити

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між властивістю функції (1–4) і твердженням (А–Д).

1	Функція на проміжку опукла вниз	А	Друга похідна додатна
2	Функція на проміжку зростає	Б	Друга похідна дорівнює нулю
3	Функція в точці має перегин	В	Друга похідна від'ємна
4	Функція має горизонтальну асимптоту	Г	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$
		Д	Перша похідна додатна

6. (1 бал) Знайдіть проміжки опуклості функції $f(x) = 4x^3 - x^4$.

7. (2 бали) Знайдіть асимптоти графіка функції

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 3}.$$

8. (2 бали) З усіх прямокутників, що мають периметр 20 см, знайдіть той, у якого діагональ найменша.

9. (3 бали) Дослідіть функцію і побудуйте її графік $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$. Знайдіть кількість коренів рівняння $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 = a$, де $a \in \mathbb{R}$, залежно від значень параметра a .

Підсумкова робота

Варіант 1

1. (0,5 бала) Спростіть вираз $\sin 4\alpha \cos \alpha - \cos 4\alpha \sin \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 3\alpha$	$\cos 3\alpha$	$\sin 5\alpha$	$\sin 4\alpha$	$\cos 5\alpha$

2. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$0^{\frac{1}{2}}$	$(-25)^4$	$0^{\frac{1}{3}}$	$9^{\frac{1}{4}}$	$(-1)^{\frac{1}{3}}$

3. (0,5 бала) Чому дорівнює значення функції $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ у точці $x_0 = 9$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	-2

4. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\sin x = 3$.

А	Б
$\arcsin 3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \cdot 3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
В	Г
$(-1)^n \arcsin 3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{3}$
	Коренів немає

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1-4) та його значенням (А-Д).

1	Значення похідної функції $y = x + \sqrt{x}$ у точці $x_0 = 4$	А	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$\sin\left(\arctg \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	Б	3
3	$\sqrt[4]{9 - \sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9 + \sqrt{65}}$	В	1,25
4	$\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$	Г	2
		Д	$\frac{1}{2}$

6. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $|2-x| = 2x - 10$.

7. (1 бал) Розв'яжіть нерівність $x - 1 > \frac{4x}{3-x}$.

8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $\cos x - \cos 3x = 0$.

9. (2 бали) Розв'яжіть нерівність $(x-4)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0$.

10. (2 бали) Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = x^3 - 2x|x-2|$ на проміжку $[0;3]$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Спростіть вираз $\cos 6\alpha \cos \alpha - \sin 6\alpha \sin \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 5\alpha$	$\cos 5\alpha$	$\sin 6\alpha$	$\sin 7\alpha$	$\cos 7\alpha$

2. (0,5 бала) Який із виразів не має змісту?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[6]{64}$	$\sqrt[9]{100}$	$\sqrt[3]{-111}$	$\sqrt[8]{-48}$	$-\sqrt[6]{25}$

3. (0,5 бала) Чому дорівнює значення функції $f(x) = \sqrt[4]{x+1}$ у точці $x_0 = 15$?

А	Б	В	Г	Д
15	2	3	4	-2

4. (0,5 бала) Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = 2$.

А	Б
$\arctg 6 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$3\arctg 2 + 3\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
В	Г
$3\arctg 2 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$	$\arctg 6 + 3\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$
	Коренів немає

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між виразом (1-4) і його значенням (А-Д).

1	$\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	А	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
2	Значення похідної функції $y = 2x + \frac{1}{x}$ у точці $x_0 = 2$	Б	0
3	$\sqrt{2^2 - \sqrt[6]{(-8)^2}}$	В	1,75
4	$2\sin 75^\circ \cos 75^\circ$	Г	2,25
		Д	1

6. (1 бал) Розв'яжіть рівняння $|2x-3|=x$.
7. (1 бал) Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{x+3} > \frac{1}{x-1}$.
8. (2 бали) Розв'яжіть рівняння $\sin 2x + \sin 6x = 0$.
9. (2 бали) Розв'яжіть нерівність $(x-1)\sqrt{x^2+2x-8} \geq 0$.
10. (2 бали) Знайдіть найбільше та найменше значення функції $f(x) = -x^3 + 3x|x-3|$ на проміжку $[0;4]$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти.
2. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.
3. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів : проф. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіров-

ський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2012.

4. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів : проф. рівень / Є. П. Нелін. — Х. : Гімназія, 2010.
5. Галицкий М. Л. и др. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа : Метод. рекомендации и дидакт. материалы : Пособие для учителя / М. Л. Галицкий, М. М. Мошкович, С. И. Шварцбурд. — 2-е изд., дораб. — М. : Просвещение, 1990.
6. Захарийченко Ю. А., Школьный А. В., Захарийченко Л. И., Школьная Е. В. Полный курс математики в тестах. — Х. : Издательство «Ранок», 2013.
7. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. — М. : Просвещение, 1990.
8. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егеров, В. А. Кордемский, В. В. Зайцев и др. / Под ред. М. И. Сканави. — М. : Высшая школа, 1988.

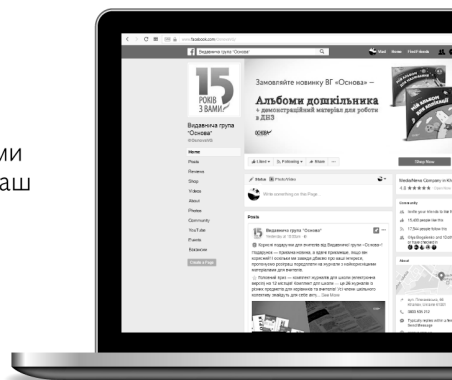
Завжди корисна інформація в сучасному форматі!

Запрошуємо вас долучитися до нашої сторінки у соціальній мережі Facebook!

Ми ретельно підбираємо цікавий та корисний контент, який стане в пригоді у вашій професійній діяльності. І ці зусилля не даремні: лише за останній рік наша сторінка у Фейсбуці виросла більше, ніж удвічі: з 7 058 до 15 102 учасників!

На сторінці зручно стежити за виходом новинок видавництва, акціями та розпродажами. І саме там ми регулярно розігруємо призи — це ваш шанс отримати корисну літературу абсолютно безкоштовно!

Також у червні цього року ми створили окрему сторінку для Інтернет-марафону www.facebook.com/InternetMarafon, щоб вам було зручніше стежити за освітніми вебінарами для вчителів. Наразі з нами вже 1 845 учасників групи, які першими дізнаються про найголовніші освітні події України! Тож приєднуйтеся до нас, запрошуйте колег та обговорюйте новини разом з ними!



Щоб не пропустити важливі новини, приєднуйтеся до нас у Facebook!

Сторінка видавничої групи «Основа»: www.facebook.com/OsnovaVG
Сторінка Інтернет-марафону: www.facebook.com/InternetMarafon

ОСНОВА
видавництво