

КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ З МАТЕМАТИКИ. 10 КЛАС. ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

Н. С. Біла, м. Славута, Хмельницька обл.

ГЕОМЕТРИЯ

Систематизація й узагальнення фактів
і методів планіметрії

Контрольна робота № 1

Варіант 1

1. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

А	Б	В	Г
Діагоналі паралелограма перетинаються і точкою перетину діляться навпіл	Діагоналі квадрата перетинаються під прямим кутом	Діагоналі ромба рівні	Діагоналі прямокутника рівні

2. (0,5 бала) Чому дорівнює радіус кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною 12 см?

А	Б	В	Г
$12\sqrt{3}$ см	$6\sqrt{3}$ см	$4\sqrt{3}$ см	$2\sqrt{3}$ см

3. (0,5 бала) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Чому дорівнює синус кута, що лежить проти меншого катета?

А	Б	В	Г
$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{12}{5}$

4. (0,5 бала) Середня лінія рівнобічної трапеції, у яку можна вписати коло, дорівнює 12 см. Знайдіть бічну сторону трапеції.

А	Б	В	Г
6 см	12 см	24 см	Не можна визначити

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між фігурою (1–4) та її площею у см^2 (А–Д).

1	Ромб, діагоналі якого дорівнюють 4 см і 6 см	А	84 см^2
2	Площа трикутника зі сторонами 13 см, 14 см, 15 см	Б	50 см^2
3	Паралелограм, сторони якого дорівнюють 8 см і 12 см, а кут між ними — 30°	В	48 см^2
4	Рівнобічна трапеція, основи якої дорівнюють 2 см і 8 см, бічна сторона — 5 см	Г	12 см^2
		Д	20 см^2

6. (1 бал) Перпендикуляр, проведений із точки перетину діагоналей ромба до його сторони, ділить її на відрізки 3 см і 12 см. Знайдіть площу ромба.

7. (2 бали) Продовження бічних сторін AB і CD трапеції $ABCD$ перетинаються в точці M , $DC:CM=3:5$, BC — менша основа трапеції. Сума основ трапеції дорівнює 26 см. Знайдіть BC .

8. (2 бали) Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника ділить гіпотенузу на відрізки завдовжки 15 см і 20 см. Знайдіть площу трикутника.

9. (3 бали) Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, а основи дорівнюють 28 см і 100 см. Знайдіть довжини відрізків, на які висота трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить діагональ.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

А	Б	В	Г
Протилежні сторони паралелограма рівні	Діагоналі трапеції перетинаються і точкою перетину діляться навпіл	Діагоналі прямокутника рівні	Діагоналі ромба є бісектрисами його кутів

2. (0,5 бала) Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , якщо $AB = 6\sqrt{3}$ см, $\angle C = 60^\circ$.

А	Б	В	Г
6 см	8 см	12 см	16 см

3. (0,5 бала) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Чому дорівнює синус кута, що лежить проти більшого катета?

А	Б	В	Г
$\frac{5}{13}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{12}{5}$

4. (0,5 бала) Бічні сторони трапеції дорівнюють 3 см і 7 см. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо в неї можна вписати коло.

А	Б	В	Г
4 см	5 см	6 см	Не можна визначити

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між фігурою (1–4) та її площею (А–Д).

1	Паралелограм, висоти якого дорівнюють 3 см і 4 см, кут між ними — 30°	А	80 см ²
2	Трикутник, дві сторони якого дорівнюють 3 см і 2 см, а кут між ними — 30°	Б	24 см ²
3	Прямокутник, бісектриса кута якого ділить його сторону на відрізки 2 см і 8 см, якщо рахувати від вершини протилежного кута	В	3 см ²
4	Рівнобічна трапеція з основами 2 см і 6 см, гострий кут якої при основі дорівнює 45°	Г	12 см ²
		Д	8 см ²

6. (1 бал) Перпендикуляр, проведений із точки перетину діагоналей ромба до його сторони, ділить її на відрізки 4 см і 25 см. Знайдіть площу ромба.
7. (2 бали) Продовження бічних сторін AB і CD трапеції $ABCD$ перетинаються в точці O . Знайдіть AB , якщо $AO = 18$ см, $BC : AD = 5 : 9$.
8. (2 бали) Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника ділить катет на відрізки завдовжки 6 см і 10 см. Знайдіть площу трикутника.

9. (3 бали) Менша діагональ прямокутної трапеції ділить її тупий кут навпіл, а другу діагональ ділить у відношенні 5:2, рахуючи від вершини гострого кута. Знайдіть периметр трапеції, якщо її менша бічна сторона дорівнює 12 см.

Контрольна робота №2

Варіант 1

1. (0,5 бала) Знайдіть координати середини відрізка AB , де $A(-3;0)$, $B(1;-8)$.

А	Б	В	Г
$(-3;7)$	$(-1;-4)$	$(-2;-2)$	$(-6;14)$

2. (0,5 бала) Знайдіть скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a}(-1;3)$ і $\vec{b}(0;5)$.

А	Б	В	Г
11	-15	15	0

3. (0,5 бала) Діагоналі паралелограма $ABCD$ перетинаються в точці O . Виразіть вектор \vec{BC} через $\vec{AO} = \vec{a}$ і $\vec{OB} = \vec{b}$.

А	Б	В	Г
$\vec{a} + \vec{b}$	$\vec{b} - \vec{a}$	$\vec{a} - \vec{b}$	$\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

4. (0,5 бала) Знайдіть відстань від центра кола, заданого рівнянням $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$, до точки $(-2;0)$.

А	Б	В	Г
25	$\sqrt{5}$	5	7

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між геометричним перетворенням (1–4) над колом, заданим рівнянням $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 3$, та рівнянням його образу (А–Д) за цього геометричного перетворення.

1	Паралельне перенесення, задане формулами $x' = x - 1$, $y' = y + 1$	А	$(x+3)^2 + (y+1)^2 = 3$
2	Симетрія відносно початку координат	Б	$(x-2)^2 + y^2 = 3$
3	Симетрія відносно осі Ox	В	$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 3$
4	Симетрія відносно осі Oy	Г	$(x+3)^2 + (y+1)^2 = 3$
		Д	$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 3$

6. (16 бал) Знайдіть координати вершини A паралелограма $ABCD$, якщо $B(5;5)$, $C(8;-1)$, $D(6;-2)$.

7. (1 бал) Пряма проходить через точку $A(4;2)$ і має кутовий коефіцієнт $0,75$. Знайдіть рівняння прямої.

8. (2 бали) Вершинами трикутника є точки $D(1;3)$, $E(-6;3)$, $F(-8;-1)$. Знайдіть довжину медіани DA трикутника DEF .

9. (2 бали) На стороні CD паралелограма $ABCD$ позначено точку M таку, що $CM:MD=2:3$. Виразіть вектор \overrightarrow{AM} через вектори \vec{a} і \vec{b} , де $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$.

10. (2 бали) Вектори \vec{a} і \vec{c} утворюють кут 60° , $|\vec{a}|=1$, $|\vec{c}|=2$. Знайдіть $|2\vec{a}-3\vec{c}|$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Знайдіть координати середини відрізка AB , де $A(-5;6)$, $B(1;-10)$.

А	Б	В	Г
$(-6;-4)$	$(-4;8)$	$(-3;-2)$	$(-2;-2)$

2. (0,5 бала) Знайдіть скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} , якщо $\vec{a}(0;9)$ і $\vec{b}(-1;2)$.

А	Б	В	Г
-18	-15	18	0

3. (0,5 бала) Діагоналі паралелограма $ABCD$ перетинаються в точці O . Виразіть вектор \overrightarrow{DC} через $\overrightarrow{AO}=\vec{a}$ і $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$.

А	Б	В	Г
$\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{a}-\vec{b}$	$\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$	$\vec{b}-\vec{a}$

4. (0,5 бала) Знайдіть відстань від центра кола, заданого рівнянням $(x+2)^2+(y-1)^2=16$, до точки $(3;-1)$.

А	Б	В	Г
$\sqrt{29}$	29	5	1

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між геометричним перетворенням (1-4) над колом, заданим рівнянням $(x-2)^2+(y-1)^2=5$, та рівнянням його образу (А-Д) за цього геометричного перетворення.

1	Паралельне перенесення, задане формулами $x'=x-1$, $y'=y+1$	А	$(x-1)^2+(y-2)^2=5$
2	Симетрія відносно початку координат	Б	$(x-3)^2+y^2=5$
3	Симетрія відносно осі Ox	В	$(x-2)^2+(y+1)^2=5$
4	Симетрія відносно осі Oy	Г	$(x+2)^2+(y+1)^2=5$
		Д	$(x+2)^2+(y-1)^2=5$

6. (16 бал) Знайдіть координати вершини C паралелограма $ABCD$, якщо $A(-3;3)$, $B(-1;4)$, $D(1;1)$.

7. (1 бал) Пряма проходить через точку $B(-8;2)$ і має кутовий коефіцієнт $0,25$. Знайдіть рівняння прямої.

8. (2 бали) Вершинами трикутника є точки $A(-3;1)$, $B(2;-2)$, $C(-4;6)$. Знайдіть довжину медіани AM трикутника ABC .

9. (2 бали) На сторонах AB і BC паралелограма $ABCD$ позначено відповідно точки M і K такі, що $AM:MB=1:2$, $BK:KC=2:3$. Виразіть вектор \overrightarrow{KM} через вектори \vec{a} і \vec{b} , де $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$.

10. (2 бали) Вектори \vec{a} і \vec{c} утворюють кут 120° , $|\vec{a}|=9$, $|\vec{c}|=5$. Знайдіть $|\vec{a}-\vec{c}|$.

Вступ до стереометрії

Варіант 1

1. (0,5 бала) Скільки різних площин можна провести через три точки, що не лежать на одній прямій?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Жодної або безліч	Жодної	Безліч

2. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

А	Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку
Б	Через пряму і точку можна провести площину, і тільки одну
В	Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині
Г	Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, і тільки одну
Д	Через дві точки простору можна провести одну пряму

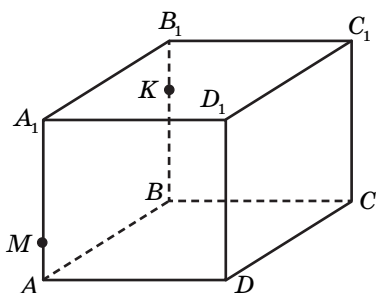
3. (0,5 бала) Задано чотирикутник $ABCD$ і точку K , що не лежить у його площині. Визначте пряму перетину площин KAB і KAC .

А	Б	В	Г	Д
AB	KC	AD	KA	AC

4. (0,5 бала) Пряма лежить у площині α . Скільки точок прямої належить площині α ?

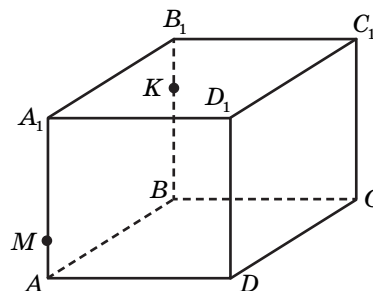
А	Б	В	Г	Д
Одна	Дві	Три	Безліч	Жодної

5. (За кожену відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між точкою перетину прямої та площини (1–4) і прямою (А–Д), на якій вона міститься.



1	Точка перетину прямої MK із площиною ABC	А	BC
2	Точка перетину прямої MK із площиною $A_1 B_1 C_1$	Б	AD
3	Точка перетину прямої $C_1 K$ із площиною ABC	В	AB
4	Точка перетину прямої $D_1 M$ із площиною ABC	Г	DC
		Д	$A_1 B_1$

6. (1 бал) Задано три точки A , B , C . Скільки площин можна провести через них, якщо $AB=4$ см, $BC=3$ см, $AC=7$ см?
7. (2 бали) Площини α і β перетинаються по прямій n . Пряма a лежить у площині α , а пряма b — у площині β . Прямі a і b перетинаються у точці K . Доведіть, що точка K належить прямій n .
8. (2 бали) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Побудуйте лінію перетину площин MKS і $A_1 B_1 C_1$.



9. (3 бали) Задано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки A , B , C_1 . Знайдіть периметр і площу перерізу, якщо ребро куба дорівнює 4 см.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Скільки різних площин можна провести через пряму і точку, що належить прямій?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Жодної	Одну або безліч	Безліч

2. (0,5 бала) Укажіть правильне твердження.

А	Якщо дві точки прямої належать площині, то пряма перетинає цю площину
Б	Через будь-яку пряму можна провести площину, і до того ж тільки одну
В	Якщо дві площини перетинаються, то вони мають тільки одну спільну точку
Г	Якщо дві прямі мають спільну точку, то через них можна провести одну площину
Д	Через дві точки в просторі можна провести безліч прямих

3. (0,5 бала) Задано паралелограм $ABCD$ і точку P , що не лежить у його площині. Визначте пряму перетину площин PAB і PAD .

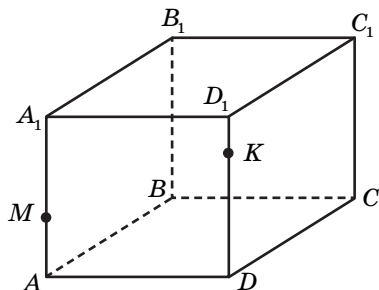
А	Б	В	Г	Д
PA	PC	AB	PD	AD

4. (0,5 бала) Точка A належить площині α і β . Скільки спільних точок мають ці площини?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Три	Чотири	Безліч

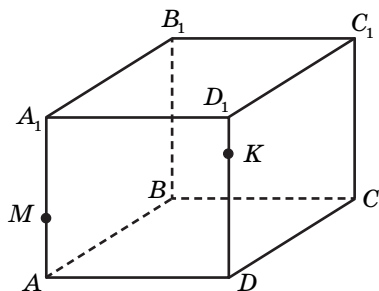
НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між точкою перетину прямої та площини (1–4) і прямою (А–Д), на якій вона міститься.



1	Точка перетину прямої MK із площиною ABC	А	DC
2	Точка перетину прямої MK із площиною $A_1 B_1 C_1$	Б	AD
3	Точка перетину прямої $C_1 K$ із площиною ABC	В	AB
4	Точка перетину прямої $B_1 M$ із площиною ABC	Г	$A_1 D_1$
		Д	BC

6. (1 бал) Задано три точки A , B , C . Скільки площин можна провести через них, якщо $AB=5$ см, $BC=6$ см, $AC=10$ см?
7. (2 бали) Площини α і β перетинаються по прямій m . Пряма n лежить у площині α і перетинає площину β у точці M . Доведіть, що точка M лежить на прямій m .
8. (2 бали) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Побудуйте лінію перетину площин MKS і ABC .



9. (3 бали) Задано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Побудуйте переріз куба площиною, яка проходить через точки B_1 , C , D . Знайдіть периметр і площу перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см.

Паралельність прямих і площин

Варіант 1

1. (0,5 бала) Скільки можна провести прямих, паралельних заданій площині через точку, яка не належить цій площині?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Жодної	Три	Безліч

2. (0,5 бала) Яке з наведених тверджень є ознакою паралельності прямих у просторі?

А	Дві прямі паралельні в просторі, якщо вони лежать в одній площині і не перетинаються
Б	Дві прямі, паралельні до однієї площини, паралельні
В	Якщо дві прямі не перетинаються, то вони паралельні
Г	Через дві паралельні прямі можна провести площину, і тільки одну
Д	Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою

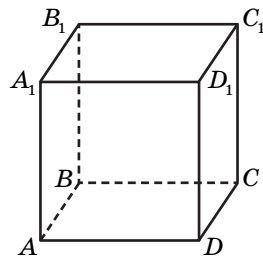
3. (0,5 бала) Задано паралельні прямі a і b . Скільки існує площин, які проходять через пряму a і паралельні прямій b ?

А	Б	В	Г	Д
Жодної	Одна	Дві	Три	Безліч

4. (0,5 бала) Точки A , B , C , D не лежать в одній площині. Як розміщені прямі AB і CD ?

А	Б	В	Г	Д
Паралельні	Перетинаються	Лежать в одній площині	Мимобіжні	Перетинаються або паралельні

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між фігурами (1–4) та їхнім взаємним розташуванням (А–Д).



1	Прямі AB і AC	А	Паралельні
2	Пряма AB і площина CDD_1	Б	Перетинаються в точці A
3	Прямі AB і DC_1	В	Мимобіжні
4	Пряма DC і площина BB_1C_1	Г	Перетинаються в точці C
		Д	Перетинаються в точці B

6. (1 бал) Точка P не належить площині паралелограма $ABCD$. Доведіть, що пряма AB паралельна площині PCD .

7. (2 бали) Через кінці відрізка AB і його середину M проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 , B_1 , M_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка MM_1 , якщо $AA_1 = 10$ см, $BB_1 = 12$ см і відрізок AB перетинає площину α .

8. (2 бали) Площина α , паралельна стороні BC трикутника ABC , перетинає його сторони AB і AC у точках M і K відповідно. $MK = 5$ см, $AK : KC = 3 : 4$. Знайдіть довжину сторони BC трикутника.

9. (3 бали) Через вершину A паралелограма $ABCD$ проведено площину, через точки B , C , D — паралельні прямі, які перетинають цю площину в точках B_1 , C_1 , D_1 . Знайдіть BB_1 , якщо $DD_1 = 14$ см, $CC_1 = 18$ см.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Скільки спільних точок мають пряма, паралельна заданій площині, і пряма, яка належить цій площині?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Жодної або безліч	Жодної	Безліч

2. (0,5 бала) Яке з наведених тверджень є ознакою паралельності прямої й площини в просторі?

А	Якщо пряма і площина не перетинаються, то вони паралельні
Б	Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна якій-небудь прямій у цій площині, то вона паралельна і площині
В	Пряма і площина паралельні, якщо вони перетинаються в одній точці

Г	Якщо пряма в площині паралельна якій-небудь прямій у цій площині, то вона паралельна площині
Д	Дві площини, паралельні третій, паралельні між собою

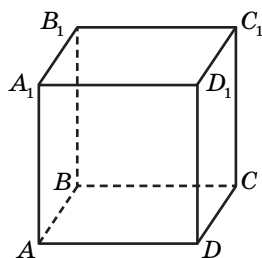
3. (0,5 бала) Задано мимобіжні прямі a і b . Скільки існує площин, які проходять через пряму a і паралельні прямій b ?

А	Б	В	Г	Д
Жодної	Одна	Дві	Три	Безліч

4. (0,5 бала) Точки K , P , M , O не лежать в одній площині. Як розміщені прямі KP і MO ?

А	Б	В	Г	Д
Паралельні	Перетинаються	Лежать в одній площині	Мимобіжні	Неможливо визначити

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між фігурами (1–4) та їхнім взаємним розташуванням (А–Д).



1	Прямі BC і BB_1	А	Паралельні
2	Пряма BB_1 і площина CDD_1	Б	Перетинаються в точці A
3	Прямі BB_1 і DC	В	Перетинаються в точці C
4	Пряма CC_1 і площина ABC	Г	Мимобіжні
		Д	Перетинаються в точці B

6. (1 бал) Точка K не належить площині трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$). Доведіть, що пряма BC паралельна площині AKD .

7. (2 бали) Через кінці відрізка AP і його середину S проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках A_1 ,

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

P_1 , C_1 відповідно. Знайдіть довжину відрізка CC_1 , якщо $AA_1 = 8$ см, $PP_1 = 14$ см і відрізок AP перетинає площину α .

8. (2 бали) Площина α , паралельна стороні AB трикутника ABC , перетинає його сторони BC і AC у точках K і O відповідно. $AB = 12$ см, $BK:KC = 1:5$. Знайдіть довжину відрізка OK .

9. (3 бали) Задано паралелограм і площину, що не перетинає його. Через вершину паралелограма проведено паралельні відрізки, які кінцями впираються у площину. Довжини трьох послідовних відрізків дорівнюють 15 см, 18 см і 33 см. Обчисліть довжину четвертого відрізка.

Паралельність площин.

Властивості паралельного проектування

Варіант 1

1. (0,5 бала) Скільки площин, паралельних площині α , можна провести через деяку точку A ?

А	Б	В	Г	Д
Жодної	Дві	Безліч	Одну	Одну або жодної

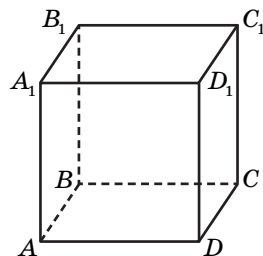
2. (0,5 бала) Укажіть правильне твердження.

А	Якщо в одній із площин є пряма, паралельна прямій, що належить іншій площині, то площини паралельні
Б	Паралельні відрізки фігури зображуються на площині паралельними прямими
В	Паралельною проекцією трапеції є паралелограм
Г	За паралельного проектування величини кутів зберігаються
Д	Відрізки паралельних прямих, що містяться між двома паралельними площинами, рівні

3. (0,5 бала) Яка фігура не може бути паралельною проекцією ромба?

А	Б	В	Г	Д
Паралелограм	Ромб	Прямокутник	Трапеція	Відрізок

4. (0,5 бала) Користуючись зображенням куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, укажіть пару паралельних площин.



А	Б	В	Г	Д
ABC і $A_1 B B_1$	ABC і $B_1 C_1 D_1$	ABC і $D C C_1$	$AA_1 D_1$ і $D C C_1$	$A_1 B_1 C_1$ і $AA_1 B_1$

5. (За кожну відповідність 1 бал) Установіть відповідність між відрізком (1–4) та його довжиною (А–Д).

1	$A_1 B_1$ — проекція відрізка AB на площину α . $AB = 10$ см. Точка C лежить на відрізку AB . $AC = 5$ см, $A_1 B_1 = 6$. Знайдіть довжину відрізка $A_1 C_1$	А	10 см
2	Відрізок прямої AB поділений точкою C так, що $AC:CB = 2:3$. A_1 , B_1 , C_1 — проекції точок A , B , C на площину α . Знайдіть $A_1 C_1$, якщо $A_1 B_1 = 25$ см	Б	3 см
3	Задано паралельні площини α і β . Точки A і B лежать у площині β , а точки C і D — у площині β . Відрізки AC і BD перетинаються в точці O . Знайдіть AO , якщо $AB = 6$ см, $DC = 4$ см, $OC = 12$ см	В	5 см
4	Площини α і β паралельні, точки A і B лежать у площині α , точки M і P — у площині β , причому $AM \parallel BP$, $AM = 5$ см. Знайдіть довжину відрізка BP	Г	15 см
		Д	18 см

6. (1 бал) Задано зображення ромба $ABCD$. Точка K належить стороні BC . Побудуйте зображення перпендикуляра, проведеного з точки K до прямої AC .

7. (2 бали) Доведіть, що паралельні площини перетинаються січною площиною по паралельних прямих.

8. (2 бали) Дві площини паралельні між собою. Із точки K , що не лежить у цих пло-

щинах або між ними, проведено дві прямі, які перетинають ці площини відповідно в точках A_1 і A_2 та B_1 і B_2 . $KA_1 = 3$ см, $B_1B_2 = 12$ см, $A_1A_2 = KB_1$. Знайдіть KA_2 .

9. (3 бали) У кубі $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведено переріз через середини ребер $A_1 B_1$, $A_1 D_1$ і вершину A . Побудуйте переріз через середину $D_1 C_1$, паралельно заданому перерізу. Знайдіть його площу, якщо ребро куба дорівнює 4 см.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Якщо дві площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони...

А	Б	В	Г	Д
збігаються	паралельні	перетинаються	паралельні чи перетинаються	неможливо визначити

2. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

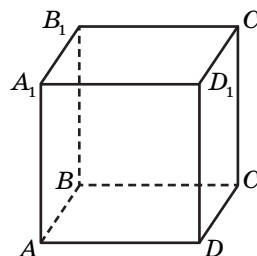
А	Якщо дві прямі, що перетинаються однією площиною, відповідно паралельні двом прямим другої площини, то ці площини паралельні
Б	Площини називають паралельними, якщо вони не перетинаються
В	Через точку поза заданою площиною можна провести площину, паралельну заданій, і до того ж тільки одну
Г	За паралельного проектування величини кутів зберігаються
Д	За паралельного проектування зберігається відношення відрізків однієї прямої або паралельних прямих

3. (0,5 бала) Яка фігура не може бути паралельною проекцією квадрата?

А	Б	В	Г	Д
Паралелограм	Ромб	Трапеція	Квадрат	Відрізок

4. (0,5 бала) Користуючись зображенням куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, укажіть, які з пар прямих, що належать паралельним площинам BAA_1 і $D_1 C_1 C$, є мимобіжними.

А	Б	В	Г	Д
AB і DD_1	AB і $C_1 D_1$	AD і $C_1 D_1$	AA_1 і CC_1	BB_1 і CC_1



5. (За кожную відповідність 1 бал) Установіть відповідність між відрізком (1–4) та його довжиною (А–Д).

1	$A_1 M_1$ — проекція відрізка AM на площину α . $AM = 8$ см. Точка K належить відрізку AM . $AK = 4$ см, $A_1 M_1 = 10$ см. Знайдіть $A_1 K_1$	А	6 см
2	Площини α і β паралельні, точки C і D лежать у площині α , точки M і P — у площині β , причому $CP \parallel DP$, $CD = 6$ см. Знайдіть довжину відрізка MP	Б	10 см
3	Відрізок прямої AB поділили точкою M так, що $AM : MB = 1 : 2$. A_1 , B_1 , M_1 — проекції точок A , B , M на площину α . Знайдіть $M_1 B_1$, якщо $A_1 B_1 = 15$ см	В	5 см
4	Дві паралельні площини α і β перетинають сторону BA кута ABC у точках D і D_1 , а сторону BC — у точках E і E_1 . Знайдіть DE , якщо $BD = 3$ см, $BD_1 = 15$ см, $D_1 E_1 = 10$ см	Г	2 см
		Д	18 см

6. (1 бал) Задано зображення квадрата $ABCD$. Побудуйте зображення перпендикуляра, проведеного з точки перетину діагоналей квадрата до сторони AB .

7. (2 бали) Доведіть, що відрізки паралельних прямих, які відтинаються паралельними площинами, рівні.

8. (2 бали) Через точку O , що лежить між паралельними площинами α і β , проведено прямі a і b , які перетинають площину α відповідно в точках A_1 і B_1 , а площину β — у точках A_2 і B_2 . Обчисліть OB_1 , якщо $A_1 B_1 = 15$ см, $A_2 B_2 = 27$ см, $B_1 B_2 = 14$ см.

9. (3 бали) У кубі $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведено переріз через AC і середину BB_1 . Побудуйте переріз через середину $A_1 D_1$ паралельно заданому перерізу. Знайдіть його периметр, якщо ребро куба дорівнює 4 см.

Перпендикулярність прямої й площини.
Кут між прямими

Варіант 1

1. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

А	Дві прямі називають перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом
Б	Якщо пряма перпендикулярна до якої-небудь прямої, що лежить у площині, то вона перпендикулярна і до площини
В	Дві прямі, перпендикулярні до однієї і тієї площини, паралельні
Г	Якщо пряма перпендикулярна до однієї з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і до другої прямої
Д	Перпендикуляр коротший за довільну похилу, проведену до площини з тієї самої точки

2. (0,5 бала) Скільки прямих, перпендикулярних до прямої, можна провести у просторі через точку, що лежить на заданій прямій?

А	Б	В	Г	Д
Одну	Дві	Три	Жодної	Безліч

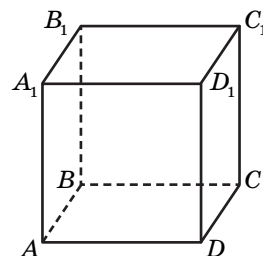
3. (0,5 бала) Якщо відрізок AO — перпендикуляр до площини α , AB — похила, то...

А	Б	В	Г	Д
$AO = AB$	$AO < AB$	$AO > AB$	$BO > AB$	$BO = AB$

4. (0,5 бала) Із точки A до площини проведено перпендикуляр і похилу, довжина якої дорівнює 20 см. Кут між похилою та її проекцією на площину становить 60° . Знайдіть довжину перпендикуляра.

А	Б	В	Г	Д
10 см	$10\sqrt{2}$ см	$10\sqrt{3}$ см	$\sqrt{20}$ см	$20\sqrt{3}$ см

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).



1	Кут між прямими AB_1 і AD_1	А	0°
2	Кут між прямими AA_1 і DC_1	Б	30°
3	Кут між прямими AC і $B_1 D_1$	В	45°
4	Кут між прямими BB_1 і DD_1	Г	60°
		Д	90°

6. (1 бал) У ромбі $ABCD$ O — точка перетину діагоналей. Точка M не належить площині ромба і $MD = MB$. Доведіть, що BD — перпендикуляр до площини MOC .

7. (2 бали) Через вершину C прямокутного трикутника ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) до його площини проведено перпендикуляр KC . Знайдіть довжину AC , якщо $AB = 15$ см, $KC = 5$ см, $KB = 13$ см.

8. (2 бали) Сторона рівностороннього трикутника дорівнює $5\sqrt{3}$ см. Точка A рівновіддалена від кожної вершини трикутника на 13 см. Обчисліть відстань від точки A до площини трикутника.

9. (3 бали) Із точки M до площини α проведено дві рівні взаємно перпендикулярні похилі MA і MB . Знайдіть кут між похилою MA та її проекцією на площину α , якщо кут між проекціями похилих дорівнює 120° .

Варіант 2

1. (0,5 бала) Укажіть неправильне твердження.

А	Якщо дві прямі, що перетинаються, паралельні відповідно двом перпендикулярним прямим, то вони теж перпендикулярні
Б	Пряма, перпендикулярна до однієї з двох паралельних площин, паралельна другій площині
В	Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які лежать у площині і перетинаються, то вона перпендикулярна до заданої площини

Г	Кутом між мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються і паралельні заданим мимобіжним прямим
Д	Перпендикуляр коротший за будь-яку похилу

2. (0,5 бала) Як розміщені прямі, перпендикулярні до однієї і тієї площини?

А	Б	В	Г	Д
Мимобіжні	Паралельні	Перпендикулярні	Перетинаються	Неможливо визначити

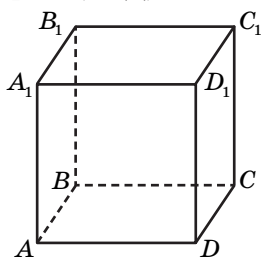
3. (0,5 бала) Із точки A до площини α проведено перпендикуляр AO і похилі AB і AC . Якщо $AB=12$ см, $AC=7$ см, то...

А	Б	В	Г	Д
$BO=OC$	$BO<OC$	$BO>OC$	$AO>AB$	$AB>OC$

4. (0,5 бала) Із точки A до площини проведено перпендикуляр, довжиною 8 см і похилу. Кут між похилою та її проекцією на площину дорівнює 30° . Знайдіть довжину перпендикуляра.

А	Б	В	Г	Д
16 см	$8\sqrt{2}$ см	$8\sqrt{3}$ см	8 см	$16\sqrt{3}$ см

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).



1	Кут між прямими AB_1 і DD_1	А	30°
2	Кут між прямими BC і $A_1 D_1$	Б	0°
3	Кут між прямими BD і BC_1	В	45°
4	Кут між прямими BC і DD_1	Г	60°
		Д	90°

6. (1 бал) У паралелограмі $ABCD$ O — точка перетину діагоналей. Точка M не нале-

жить площині паралелограма, $MA=MC$ і $MD=MB$. Доведіть, що MO — перпендикуляр до площини $ABCD$.

7. (2 бали) Через вершину A прямокутного трикутника ABC ($\angle ACB=90^\circ$) до його площини проведено перпендикуляр AK . Знайдіть довжину AB , якщо $BC=5$ см, $KC=17$ см, $KA=8$ см.

8. (2 бали) Відстані від точки M до всіх вершин квадрата дорівнюють 13 см. Обчисліть відстань від точки M до площини квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 10 см.

9. (3 бали) Із точки K до площини α проведено дві рівні похилі KM і KP , кут між якими дорівнює 60° . Знайдіть кут між похилою KM та її проекцією на площину α , якщо проекції похилих утворюють кут 120° .

Перпендикулярність площин.

Кути між площинами

Варіант 1

1. (0,5 бала) Скільки площин, перпендикулярних до заданої площини, проходить через пряму, що не перпендикулярна до цієї площини?

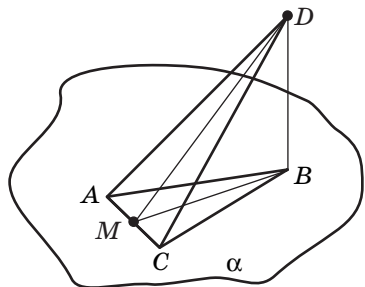
А	Б	В	Г	Д
Одна	Дві	Безліч	Жодної	Інша відповідь

2. (0,5 бала) MA — перпендикуляр до площини трикутника ABC . Як розміщені площини ABC і AMC ?

А	Б	В	Г	Д
Збігаються	Паралельні	Перетинаються, але не перпендикулярні	Перпендикулярні	Визначити неможливо

3. (0,5 бала) Трикутник ABC належить площині α . Точка D не належить цій площині, причому $BD \perp \alpha$. BM — висота трикутника ABC . Укажіть кут між площинами ACD і α (див. рис. на с. 32).

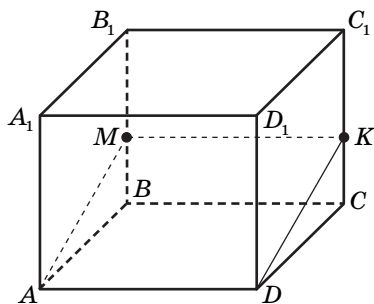
А	Б	В	Г	Д
$\angle DAB$	$\angle DMB$	$\angle DCB$	$\angle MBD$	$\angle ABD$



4. (0,5 бала) Знайдіть відстань від вершини C куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ до площини AA_1D_1 , якщо ребро куба дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г	Д
12 см	3 см	6 см	$6\sqrt{2}$ см	$6\sqrt{3}$ см

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCA_1B_1C_1D_1$. Точки M , K — середини бічних ребер куба. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).



1	Кут між площинами ABC і $A_1B_1C_1$	А	0°
2	Кут між площинами ABC і AMK	Б	90°
3	Кут між площинами ABC і DCD_1	В	45°
4	Кут між площинами ABC і AB_1C_1	Г	60°
		Д	$\arctg \frac{1}{2}$

6. (1 бал) AK — перпендикуляр до площини прямокутника $ABCD$. Доведіть, що площини AKB і AKD перпендикулярні.
7. (2 бали) Кінці відрізка, довжина якого дорівнює 24 см, належать двом перпендикулярним площинам. Відстані від кінців відрізка до лінії перетину цих площин

відповідно дорівнюють 12 см і $12\sqrt{2}$ см. Обчисліть кути, утворені відрізком із цими площинами.

8. (2 бали) Кут між площинами трикутників ABC і ABD дорівнює 45° . Трикутник ABC — рівносторонній зі стороною $4\sqrt{3}$ см, трикутник ABD — рівнобедрений, $AD=BD=\sqrt{14}$ см. Знайдіть довжину відрізка CD .
9. (3 бали) Через сторону правильного трикутника проведено площину, яка утворює з площиною трикутника кут 30° . Знайдіть кути, які утворюють дві інші сторони трикутника з цією площиною.

Варіант 2

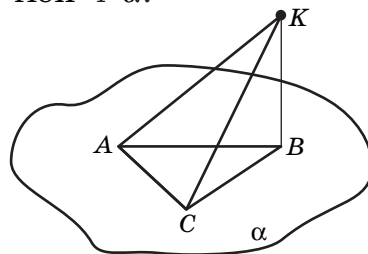
1. (0,5 бала) Пряма a перпендикулярна до площини β , а площина α паралельна прямій a . Як розміщені площини α і β ?

А	Б	В	Г	Д
Паралельні	Перпендикулярні	Перетинаються під гострим кутом	Паралельні або збігаються	Неможливо визначити

2. (0,5 бала) MO — перпендикуляр до площини ромба $ABCD$ (O — точка перетину діагоналей ромба). Як розміщені площини BMO і CMO ?

А	Б	В	Г	Д
Збігаються	Паралельні	Перетинаються, але не перпендикулярні	Перпендикулярні	Визначити неможливо

3. (0,5 бала) Прямокутний трикутник ABC ($\angle C=90^\circ$). Точка K належить площині α , $BK \perp \alpha$. Укажіть кут між площинами ACK і α .

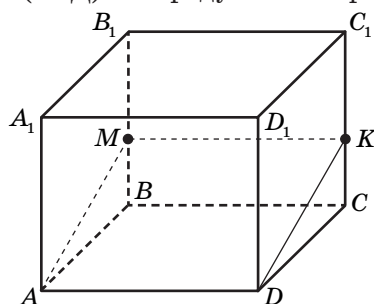


А	Б	В	Г	Д
$\angle KAB$	$\angle KCB$	$\angle KBC$	$\angle KBA$	$\angle KAC$

4. (0,5 бала) Знайдіть відстань від вершини A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ до площини $BB_1 C_1$, якщо ребро куба дорівнює 4 см.

А	Б	В	Г	Д
8 см	4 см	2 см	$4\sqrt{2}$ см	$4\sqrt{3}$ см

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точки P , N — середини бічних ребер куба. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його величиною (А–Д) і їх градусними мірами (А–Д).



1	Кут між площинами $DA_1 B_1$ і $DD_1 C_1$	А	0°
2	Кут між площинами ABC і APN	Б	90°
3	Кут між площинами $AA_1 B_1$ і $DD_1 C_1$	В	45°
4	Кут між площинами $AA_1 B_1$ і $A_1 B_1 C_1$	Г	60°
		Д	$\arctg \frac{1}{2}$

6. (1 бал) OP — перпендикуляр до площини квадрата $ABCD$ (O — точка перетину діагоналей квадрата). Доведіть, що площини BOP і COP перпендикулярні.
7. (2 бали) Із кінців відрізка, що належить двом взаємно перпендикулярним площинам, до лінії перетину цих площин проведено перпендикуляри, відстань між основами яких дорівнює 3 см. Проекції відрізка на ці площини дорівнюють $3\sqrt{2}$ см і $3\sqrt{3}$ см. Обчисліть кути, утворені відрізком із заданими площинами.
8. (2 бали) Кут між площинами трикутників ABC і AKC дорівнює 60° . $AC=24$ см, $BC=BA=20$ см, $KC=KC=15$ см. Знайдіть довжину відрізка BK .

9. (3 бали) Через катет прямокутного рівнобедреного трикутника проведено площину, яка утворює з площиною трикутника кут 60° . Знайдіть кути, які утворюють дві інші сторони трикутника з цією площиною.

Координати і вектори в просторі

Варіант 1

1. (0,5 бала) Яка з наведених точок належить площині Oxy ?

А	Б	В	Г	Д
$M(-1;6;2)$	$K(0;3;-9)$	$P(0;0;-2)$	$C(5;0;9)$	$B(4;-5;0)$

2. (0,5 бала) Яка з точок є серединою відрізка AB , якщо $A(1;-1;1)$, $B(1;-1;1)$?

А	Б	В	Г	Д
$C(2;-2;0)$	$D(1;-1;0)$	$M(-1;1;1)$	$K(0;1;-1)$	$N(2;0;1)$

3. (0,5 бала) Знайдіть довжину відрізка AB , якщо $A(1;0;-2)$, $B(-1;2;0)$.

А	Б	В	С	Д
12	$2\sqrt{3}$	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	8

4. (0,5 бала) Знайдіть координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(3;-5;0)$, $B(-2;7;1)$.

А	Б	В
$\overrightarrow{AB}(1;-12;-1)$	$\overrightarrow{AB}(-5;12;1)$	$\overrightarrow{AB}(5;-12;-1)$
Г	Д	
$\overrightarrow{AB}(1;2;1)$	$\overrightarrow{AB}(-5;2;1)$	

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між векторами (1–4) і співвідношенням між ними (А–Д).

1	$\vec{a}(6;-9;3)$ і $\vec{b}(2;-3;1)$	А	Вектори перпендикулярні
2	$\vec{c}(-5;2;-7)$ і $\vec{d}(6;-4;3)$	Б	Вектори колінеарні
3	$\vec{m}(1;2;-1)$ і $\vec{n}(2;-3;-4)$	В	Вектори мають рівні довжини
4	$\vec{p}(2;-2;2)$ і $\vec{k}(1;-3;\sqrt{2})$	Г	Сума векторів дорівнює $(1;-2;4)$
		Д	Вектори рівні

6. (1 бал) Задано $ABCD$ — паралелограм. $A(-4;1;5)$, $B(-5;4;2)$, $C(3;-2;-1)$. Знайдіть координати вершини D .

7. (1 бал) При яких значеннях a вектори $\vec{c}(2; -3; 8)$ і $\vec{d}(-7; -2; a)$ перпендикулярні?
8. (2 бали) Знайдіть на осі Oy точку, рівновіддалену від точок $A(-3; 7; 4)$ і $B(2; -5; -1)$.
9. (2 бали) Задано вектори $\vec{a}(5; 2; 1)$ і $\vec{b}(0; -3; 2)$. Знайдіть довжину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$.
10. (2 бали) Знайдіть кут між векторами \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD} , якщо $A(1; 0; 2)$, $B(1; \sqrt{3}; 3)$, $C(-1; 0; 3)$, $D(-1; -1; 3)$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Яка з наведених точок належить площині Oyz ?

А	Б	В	Г	Д
$M(0; 6; 2)$	$K(9; 3; -9)$	$P(3; 0; 0)$	$C(5; 0; 9)$	$B(4; -5; 0)$

2. (0,5 бала) Яка з точок є серединою відрізка AB , якщо $A(6; -2; 8)$, $B(-2; 6; -2)$?

А	Б	В	Г	Д
$C(8; -8; 10)$	$D(1; -1; 0)$	$K(4; 4; 6)$	$M(2; 2; 3)$	$N(2; 0; 1)$

3. (0,5 бала) Знайдіть довжину відрізка KP , якщо $K(2; 1; 0)$, $P(1; 0; -1)$.

А	Б	В	С	Д
3	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	12	$2\sqrt{2}$

4. (0,5 бала) Знайдіть координати вектора \overrightarrow{AB} , якщо $A(1; -3; 5)$, $B(5; -1; 3)$.

А	Б	В
$\overrightarrow{AB}(-4; -2; 2)$	$\overrightarrow{AB}(4; -4; -2)$	$\overrightarrow{AB}(4; 2; -2)$
Г	Д	
$\overrightarrow{AB}(6; -4; 8)$	$\overrightarrow{AB}(-5; 2; 1)$	

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) Установіть відповідність між векторами (1–4) і співвідношенням між ними (А–Д).

1	$\vec{a}(7; -2; 3)$ і $\vec{b}(0; -3; -1)$	А	Вектори перпендикулярні
2	$\vec{c}(-5; 2; 4)$ і $\vec{d}(2; -1; 3)$	Б	Вектори колінеарні
3	$\vec{m}(1; 2; -2)$ і $\vec{n}(0; 0; 3)$	В	Вектори мають рівні довжини
4	$\vec{p}(2; -3; 5)$ і $\vec{k}(-6; 9; -15)$	Г	Сума векторів дорівнює $(7; -5; 2)$
		Д	Вектори рівні

6. (1 бал) Задано $ABCD$ — паралелограм, $A(1; -2; 3)$, $B(2; 3; -5)$, $D(-4; 5; 1)$. Знайдіть координати вершини C .

7. (1 бал) При яких значеннях a вектори $\vec{c}(-2; 4; 1)$ і $\vec{d}(a; -2; 3)$ перпендикулярні?

8. (2 бали) Знайдіть на осі Oz точку, рівновіддалену від точок $A(-2; 0; 3)$ і $B(0; 2; -1)$.

9. (2 бали) У трикутнику з вершинами $A(-1; 2; 0)$, $B(0; 3; -1)$, $C(2; 1; -3)$. Знайдіть довжину медіани AM .

10. (2 бали) Знайдіть кут між векторами \overrightarrow{CA} і \overrightarrow{DB} , якщо $A(2; -1; \sqrt{2})$, $B(1; -2; 0)$, $C(1; -3; 0)$, $D(2; -2; 0)$.

Геометричні перетворення

Варіант 1

1. (0,5 бала) Відносно якої точки симетричні точки $C(3; 5; 6)$ і $A(-1; -3; 4)$?

А	Б	В	Г	Д
$M(-2; 4; -1)$	$K(4; 8; 2)$	$P(0; 0; -2)$	$O(2; 2; 10)$	$B(1; 1; 5)$

2. (0,5 бала) Сферу задано рівнянням $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 25$. Знайдіть координати її центра O і довжину радіуса R .

А	Б	В	Г	Д
$O(0; 1; -1)$ $R = 25$	$O(0; 1; -1)$ $R = 5$	$O(0; -1; 1)$ $R = 5$	$O(0; -1; 1)$ $R = 25$	$O(1; -1; 0)$ $R = 5$

3. (0,5 бала) Унаслідок гомотетії в початку координат трикутник ABC переходить у трикутник $A_1B_1C_1$. Знайдіть координати точки B_1 , якщо $A(2; 0; 0)$, $A_1(6; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -9)$.

А	Б	В	Г	Д
$B_1(0; 3; 0)$	$B_1(3; 0; 0)$	$B_1(0; 0; -3)$	$B_1(-3; 0; 0)$	$B_1(0; -3; 0)$

4. (0,5 бала) Яка з точок належить сфері $x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$?

А	Б	В	Г	Д
$A(0; 0; 1)$	$B(2; 0; -1)$	$C(4; 0; 0)$	$D(0; 1; 2)$	$E(-1; 2; 1)$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) У прямокутній системі координат у просторі задано точку $M(1; -4; 8)$. Установіть відповідність між початком речення (1–4) і його закін-

ченням (А–Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

1	Точка, симетрична точці M відносно початку координат, це точка...	А	$M_1(-1;-4;-8)$
2	Точка, симетрична точці M відносно площини xOy , це точка...	Б	$M_1(-1;4;-8)$
3	Точка, симетрична точці M відносно осі Ox , це точка...	В	$M_1(1;4;-8)$
4	Точка, симетрична точці M відносно площини xOz , це точка...	Г	$M_1(-1;-4;8)$
		Д	$M_1(1;-4;-8)$

6. (1 бал) Унаслідок паралельного перенесення точка $A(-4;-6;2)$ переходить у точку $K(2;3;-1)$. Знайдіть координати точки, у яку за цього паралельного перенесення переходить точка $B(-4;3;2)$.

7. (1 бал) Периметр правильного трикутника ABC дорівнює 21. Знайдіть скалярний добуток векторів $\overline{AB} \cdot \overline{CB}$.

8. (2 бали) Знайдіть радіус і координати центра сфери, заданої рівнянням

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 2z = 26.$$

9. (2 бали) Знайдіть площу трикутника, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо ці вектори утворюють кут 60° і $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$.

10. (2 бали) Знайдіть координати точки перетину прямої AB із віссю абсцис, якщо $A(1;-3;-1)$, $B(2;-1;1)$.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Відносно якої точки симетричні точки $M(20;-18;6)$ і $K(-12;-2;4)$?

А	Б	В
$A(8;-20;10)$	$O(8;-10;5)$	$P(3;0;0)$
Г	Д	
$C(4;-10;5)$	$B(16;-10;5)$	

2. (0,5 бала) Сферу задано рівнянням $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. Знайдіть координати її центра O і довжину радіуса R .

А	Б	В	Г	Д
$O(0;2;-2)$ $R=3$	$O(2;-2;0)$ $R=3$	$O(-2;2;0)$ $R=3$	$O(2;-2;0)$ $R=9$	$O(-2;2;0)$ $R=9$

3. (0,5 бала) Унаслідок гомотетії в початку координат трикутник ABC переходить у трикутник $A_1B_1C_1$. Знайдіть координати точки C_1 , якщо $A(2;0;0)$, $A_1(8;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-2)$.

А	Б	В	С	Д
$C_1(0;0;-8)$	$C_1(0;0;8)$	$C_1(0;8;0)$	$C_1(8;0;0)$	$C_1(-8;0;0)$

4. (0,5 бала) Яка з точок належить сфері $x^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$?

А	Б	В	Г	Д
$A(0;0;1)$	$B(2;0;-1)$	$C(4;0;0)$	$D(6;-4;8)$	$E(-1;2;1)$

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) У прямокутній системі координат у просторі задано точку $K(2;5;-8)$. Установіть відповідність між початком речення (1–4) і його закінченням (А–Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

1	Точка, симетрична точці K відносно початку координат, це точка...	А	$K_1(2;-5;-8)$
2	Точка, симетрична точці K відносно площини xOy , це точка...	Б	$K_1(-2;-5;8)$
3	Точка, симетрична точці K відносно осі Ox , це точка...	В	$K_1(2;-5;8)$
4	Точка, симетрична точці K відносно площини xOz , це точка...	Г	$K_1(-2;-5;-8)$
		Д	$K_1(2;5;8)$

6. (1 бал) Унаслідок паралельного перенесення точка $H(-2;5;-1)$ переходить у точку $N(2;-1;3)$. Знайдіть координати точки, у яку за цього паралельного перенесення переходить точка $A(-2;3;1)$.

7. (1 бал) Периметр правильного трикутника ABC дорівнює 18. Знайдіть скалярний добуток $\overline{AB} \cdot \overline{CA}$.

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

8. (2 бали) Знайдіть радіус і координати центра сфери, заданої рівнянням

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z = 4.$$

9. (2 бали) Знайдіть площу паралелограма, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо ці вектори утворюють кут 30° і $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$.

10. (2 бали) Знайдіть координати точки перетину прямої AB із віссю ординат, якщо $A(2;4;1)$, $B(-1;3;1)$.

Підсумкова робота

Варіант 1

1. (0,5 бала) Укажіть правильне твердження.

А	Через пряму і точку можна провести площину, і тільки одну
Б	Ортогональною проекцією трапеції на площину може бути прямокутник
В	Кут між мимобіжними прямими — це кут між прямими, які перетинаються і паралельні заданим мимобіжним прямим
Г	Кут між паралельними прямою і площиною дорівнює 180°
Д	Через точку поза площиною можна провести безліч площин, паралельних заданій площині

2. (0,5 бала) Площини α і β паралельні. Пряма a перетинає площину α . Як розміщена ця пряма відносно площини β ?

А	Б	В	Г	Д
Паралельна площині	Лежить у площині	Перетинає площину	Залежить від розміщення прямої	Неможливо визначити

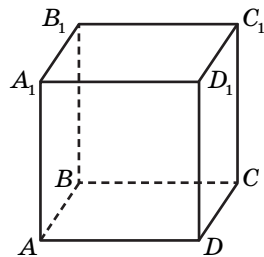
3. (0,5 бала) Знайдіть відстань від точки $A(2;3;6)$ до осі Oz .

А	Б	В	Г	Д
5	6	7	$\sqrt{13}$	$3\sqrt{5}$

4. (0,5 бала) До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр DM . Сторона квадрата дорівнює 5 см. Знайдіть довжину проекції похилої MB .

А	Б	В	Г	Д
$5\sqrt{2}$ см	5 см	3 см	4 см	$5\sqrt{3}$ см

5. (За кожен відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 5 см. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).



1	Кут між прямими AB_1 і AD_1	А	0°
2	Кут нахилу прямої AB_1 до площини ABC	Б	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	Кут між площинами ABC і $BB_1 C_1$	В	45°
4	Кут між прямими BB_1 і DD_1	Г	60°
		Д	90°

6. (1 бал) Задано $\vec{a}(0;1;1)$ і $\vec{b}(4;2;0)$. Знайдіть $|2\vec{a} + \vec{b}|$.

7. (2 бали) Задано трикутник ABC . Площина α , паралельна прямій AB , перетинає сторону AC у точці K , а сторону BC — у точці M . Знайдіть AB , якщо $KC = 12$ см, $AC = 18$ см, $KM = 36$ см.

8. (2 бали) Знайдіть на осі Oy точки, віддалені від точки $A(-6;4;8)$ на відстань 6.

9. (3 бали) Із точки до площини трикутника, сторони якого дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см, проведено перпендикуляр довжиною 16 см. Основою цього перпендикуляра є вершина кута, що лежить проти сторони завдовжки 14 см. Обчисліть відстань від заданої точки до цієї сторони.

Варіант 2

1. (0,5 бала) Дві площини не можуть...

А	Б	В	Г	Д
мати безліч спільних точок	не мати спільних точок	мати рівно одну спільну точку	мати рівно дві спільні точки	мати рівно одну спільну пряму

2. (0,5 бала) Дві прямі перетинаються. Скільки площин можна провести через ці прямі?

А	Б	В	Г	Д
Жодної	Дві	Безліч	Одну	Безліч або одну

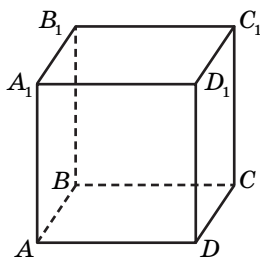
3. (0,5 бала) Знайдіть координати точки M , відносно якої симетричні точки $B(-3;8;7)$ і $C(-9;6;1)$.

А	Б	В
$M(-6;7;4)$	$M(-12;14;8)$	$M(0;0;0)$
Г	Д	
$M(3;1;13)$	$M(6;-7;-4)$	

4. (0,5 бала) До площини квадрата $ABCD$ проведено перпендикуляр AK . Сторона квадрата дорівнює 3 см. Знайдіть довжину проекції похилої KC .

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{2}$ см	5 см	3 см	4 см	$3\sqrt{3}$ см

5. (За кожну відповідність 0,5 бала) На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 4 см. Установіть відповідність між кутом (1–4) та його градусною мірою (А–Д).



1	Кут між прямими AA_1 і DC_1	А	0°
2	Кут нахилу прямої AC_1 до площини ABC	Б	$\arctg \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	Кут між площинами ABC і $A_1 B_1 C_1$	В	45°
4	Кут між прямими BD і $A_1 C_1$	Г	60°
		Д	90°

6. (1 бал) Задано $\vec{a}(-2;4;1)$ і $\vec{b}(-2;2;0)$. Знайдіть $|\vec{a} - 0,5\vec{b}|$.

7. (2 бали) Задано трикутник ABC . Площина α , паралельна прямій AB , перетинає сторону AC у точці K , а сторону BC — у точці M . Знайдіть AC , якщо $KC=3$ см, $AB=12$ см, $KM=4$ см.

8. (2 бали) Знайдіть на осі Oz точки, віддалені від точки $A(-4;0;6)$ на відстань 2.

9. (3 бали) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 12 см. Із вершини прямого кута побудовано перпендикуляр до площини трикутника завдовжки 3 см. Знайдіть відстані від кінців перпендикуляра до гіпотенузи.

ЛІТЕРАТУРА

- Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти.
- Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень.
- Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., Владіміров В. М. Геометрія. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. — К. : Генеза, 2010.
- Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г., Владіміров В. М. Геометрія. Підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень, профільний рівень. — К. : Генеза, 2011.
- Карпик В. В. Відпрацюй навички та перевір себе. Увесь шкільний курс математики у тестах та завданнях. — Х. : Вид. група «Основа», 2010.
- Карпик В. В. Тестовий тренінг. Підготовка до ЗНО. — Х. : Вид. група «Основа», 2012. — (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 3 (111)).
- Карпик В. В. Тестовий контроль. Геометрія. Підготовка до ЗНО. — Х. : Вид. група «Основа», 2015. (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 10 (154)).
- Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Геометрія. 10 клас. Збірник задач і контрольних робіт. — Х. : Гімназія, 2010.
- Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С. Геометрія. 11 клас. Збірник задач і контрольних робіт. — Х. : Гімназія, 2011.
- Погорєлов О. В. Геометрія. Підручник для 7–11 класів середньої школи. — К. : Освіта, 1992.