

# Навчальний проект «МАГІЯ ПАРКЕТУ»\*



Презентація

Н. Л. Кулик, Калінінська 30Ш, Липоводолинський р-н, Сумська обл.

**Тип проекту:** інформаційний, груповий.

**Орієнтовний час проекту:** 14 днів.

**Ключове питання:** Як може геометрія многокутників допомогти мені зрозуміти навколошній світ?

**Знання, уміння та навички учнів:**

**a) сформовані:**

- ✓ **знають:** означення многокутника, опуклого многокутника, правильного многокутника, властивості опуклих і правильних многокутників, означення і властивості геометричних переміщень: паралельного перенесення, центральної симетрії, осьової симетрії, повороту;
- ✓ **уміють:** будувати правильні трикутники, чотирикутники, шестикутники; застосовувати вивчені означення, властивості та формули до розв'язування задач;
- ✓ **зображують і знаходять** на рисунках фігури, у які переходят задані фігури за різних видів переміщень;

**b) формуються:**

- ✓ **знатимуть:** поняття «геометричного паркету», правильного й напівправильного паркету, художнього паркету М. Ешера, якими многокутниками можна замостили площину, способи побудови паркетів; основні економічні переваги й недоліки використання паркетів.

**Інформаційне поле**

1. Паркет (геометрія) — [https://ru.wikipedia.org/wiki/паркет\\_\(геометрія\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/паркет_(геометрія))
2. Паркети — <http://geometrv-and-art.ru/parquett.html>
3. Математические мозаики — <http://log-in.ru/articles/mathematicheskie-mozaiki/>
4. Паркеты — <http://geometrv2006.narod.ru/Lecture/Parketv/Parketv.htm>

\* Презентацію до цієї статті розміщено на нашому сайті <http://journal.osnova.com.ua>, в архіві журналу «Математика в школах України» № 07–09 (595–597), під назвою «Навчальний проект «Магія паркету»».

5. Исследовательская работа Геометрические паркеты — <http://newfound.ru/shkolniku/ll-klass/issledovatelskaia-rabota-geometricheskie-parkety>.

6. Заславский А. Паркеты и разрезания // Квант. — 1999. — № 2. — С. 32.

7. Лэнгтон Н., Снейп Ч. С математикой в путь: Пер. Л33 с англ. — М.: Педагогика, 1987. — 48 с. : ил.

**Етапи проекту**

✓ **Етап орієнтування** (за 14 днів до презентації проекту). Мотивація учнів шляхом створення проблемної ситуації, визначення спільно з учнями мети проекту та ключового питання.

✓ **Створення проблемної ситуації.** За 14 днів до презентації проекту вчитель пропонує учням переглянути, які малюнки паркетів знаходяться на підлозі палаців, які фантастичні многокутники можна побачити в роботах великого майстра ілюзій і головоломок, математика й дизайнера Мауріца Ешера.

Як можна створити захоплючу красу художнього паркету, знаючи закони математики?

**Мета проекту:** З'ясувати, які геометричні прийоми використовуються при створенні паркетів, познайомитися з практичним застосуванням геометричних паркетів.

**Етап розробки:** Тематичні та змістові питання проекту озвучує вчитель та визначає завдання проекту. Учні обговорюють та затверджують план дій із виконання проекту.

**Тематичні питання**

1. Для чого на практиці можуть бути потрібні правильні багатокутники?
2. Чи можна вважати паркети витворами мистецтва?

**Змістові питання**

1. Що таке геометричні паркети?
2. Який паркет називається правильним?
3. Який паркет називається напівправильним?
4. Як побудувати паркети?

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

5. Які паркети створював математик і дизайнер Маріус Ешер?

6. Що таке мозаїка Пенроуза?

### Етап реалізації проекту:

- Організація учнів у групи прийомом «за вибором лідера» (капітана, командира, організатора). Лідера обирає вчитель (або колективно клас), лідер збирає групу. Лідер виходить до дошки й по черзі називає імена учнів, яких хоче взяти у свою групу. Як правило, школярі перш за все обирають тих однокласників, які справді здатні працювати й досягати результату. Хоча дружні стосунки також ураховуються.
- Підбір літератури та інших джерел інформації, обробка інформації.
- Підготовка презентації проекту.

### Завдання

- ✓ I група «Теоретики». Підготувати презентацію з теми «Магія паркетів».
- ✓ II група «Історики». Підготувати презентацію з теми «Біля воріт чарівного саду».
- ✓ III група «Художники». Підготувати презентацію з теми «Способи побудови паркетів».

### Етап оцінювання проекту.

- Презентація результатів роботи.
- Оцінка, аналіз, висновки.

### Орієнтовні критерії оцінювання

Учні оцінюють внесок кожного члена групи в загальну роботу із реалізації проекту (по 0 або 1 бал за кожний пункт):

- Участь в обговоренні ключових питань.
  - Уміння розподіляти послідовність дій кожного члена команди.
  - Результативна співпраця з іншими учасниками проекту.
  - Висування нових ідей.
  - Унесення конструктивних пропозицій.
  - Уміння вислухати й дослухатися.
  - Ретельне осмислення інформації.
  - Уміння порівнювати та узагальнювати ідеї.
  - Уміння коректно відстоювати власну позицію.
  - Уміння з'ясовувати те, що не зрозуміло.
  - Уміння приймати допомогу товаришів.
  - Підбадьорювання та підтримка товаришів.
- Критерії оцінювання проекту вчителем (0, 1 або 2 бали за кожний пункт):**
- Змістовність і правильність розуміння питання.
  - Повнота висвітлення теми.

3. Логічність викладу інформації.

4. Цікаві рішення.

5. Легкість сприйняття поданої інформації.

6. Культура мовлення.

### Перспективи розвитку проблеми проекту:

- ✓ продовження дослідження класифікації опуклих 5-кутників, якими можна замостити площину. Ця проблема упродовж останніх 100 років не має повного розв'язання;
- ✓ на основі правильних многокутників можна побудувати величезну кількість паркетів. Усе залежить від фантазії;
- ✓ використання художніх паркетів у житті людини.

### Сфера, у якій може бути впроваджений проект:

- ✓ при виробництві паркетів для застилання підлоги;
- ✓ у повсякденному житті;
- ✓ на заняттях гуртків, факультативів, під час проведення позакласних заходів (тижня математики, лінійки «Нові відкриття геометричної комбінаторики»).

### Захист проекту

Математики знаходять шлях до брами саду.

Але вони ніколи не заходять усередину,

щоб оцінити його насолоду.

*Мауріц Корнеліус Ешер*

### ХІД ЗАНЯТТЯ (2 години)

#### I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ МОМЕНТ

#### II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

##### 1. Заповніть таблицю

Геометричне перетворення	Чи є геометричне перетворення рухом?	Формули
1. Паралельне перенесення	+	$X = x + a$ , $Y = y + b$
2. Симетрія відносно початку координат	+	$X = -x$ , $Y = -y$
3. Симетрія відносно осі абсцис	+	$X = x$ , $Y = -y$
4. Симетрія відносно осі ординат	+	$X = -x$ , $Y = y$
5. Поворот	+	

**2. Задана точка  $A(-3; -1)$ . Знайдіть:**

- координати точки  $A_1$ , симетричної точці  $A$  відносно осі абсцис;
- координати точки  $A_2$ , симетричної точці  $A$  відносно осі ординат;
- координати точки  $A_3$ , симетричної точці  $A$  відносно початку координат;
- координати точки  $A_4$ , що отримана з точки  $A$  поворотом на  $270^\circ$  відносно початку координат за годинниковою стрілкою.

**3. Поясніть взаємозв'язок між:**

- поворотом і центральною симетрією. (Поворот на  $180^\circ$  є центральною симетрією);
- паралельним перенесенням і осьовою симетрією. (Паралельне перенесення можна отримати в результаті послідовного застосування двох осьових симетрій);
- поворотом навколо деякої точки й осьовою симетрією. (Поворот можна отримати в результаті послідовного застосування двох осьових симетрій)

### ІІІ. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

**Учитель.** Історія паркетів бере початок із сивої давнини, коли люди почали викладати підлогу звичайними дерев'яними колодами.

Зародженням паркету світ зобов'язаний готичній Європі, де з кінця XIII — початку XIV століття в будинках заможної знаті підлога стала застилатися оригінально підібраними дощечками із різних порід дерев, що створювали дивовижні орнаменти.



Слово «паркет» має французьке походження. Проте в середні віки у Франції цим

словом називали невеликий парк, згодом — призначений для аудієнції частину зали, застелену килимом. Килими поступово зникли, а назва закріпилася за настилом із дерев'яних планок і розповсюдилася за межами Франції.

Як можна створити захоплючу красу художнього паркету, знаючи закони математики?

**Мета проекту:** з'ясувати, які геометричні прийоми використовуються при створенні паркетів, познайомитися з практичним застосуванням геометричних паркетів.

### ІV. ЗАХИСТ ПРОЕКТІВ

#### Група «Теоретики»

##### Магія паркету

Паркетом називається таке заповнення площини однаковими фігурами (елементами паркету), які не перекриваються і не залишають на площині порожнього простору. Іноді паркетом називають заповнення площини декількома фігурами, наприклад, правильними многокутниками.

Аркуш із зошита в клітинку являє собою найпростіший паркет. Елементом паркету тут є квадрат. Прикладом шестикутного паркету є стільники, зроблені бджолами.

**Завдання.** Дослідити, що не будь-якими правильними многокутниками можна замостити площину.

Сума кутів опуклого многокутника дорівнює  $180^\circ(n-2)$ .

Усі кути правильного многокутника рівні, тому кожний із них дорівнює  $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$ .

Заповнимо таблицю, яка складається із кутів  $\alpha$  правильних  $n$ -кутників.

$n$	3	4	5	6	7
$\alpha$	$60^\circ$	$90^\circ$	$108^\circ$	$120^\circ$	$\left(128\frac{4}{7}\right)^\circ$
$n$	8	9	10	11	12
$\alpha$	$135^\circ$	$140^\circ$	$144^\circ$	$\left(147\frac{3}{11}\right)^\circ$	$150^\circ$

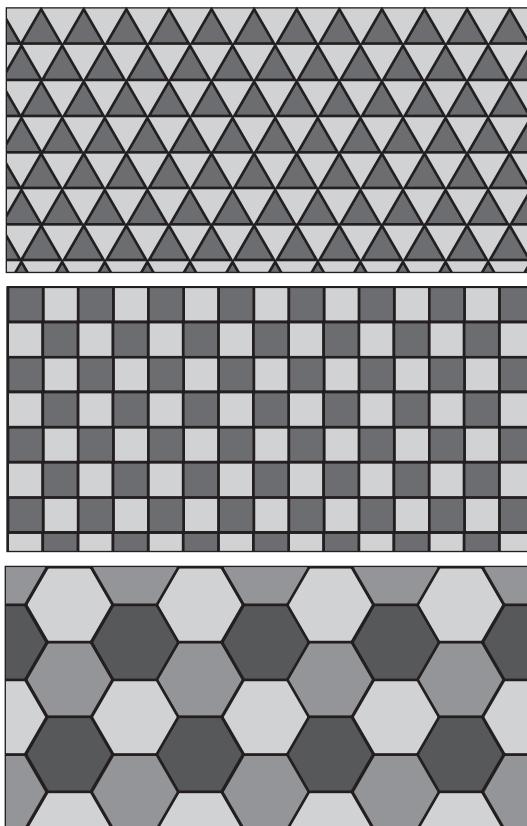
## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

Якщо в одній вершині паркету сходиться  $m$  правильних  $n$ -кутників, то повинна виконуватися рівність  $360^\circ = m\alpha$  (або  $m = \frac{360^\circ}{\alpha}$ ).

Можливими допустимими значеннями  $n$  є 3, 4 і 6.

Отже, можна отримати паркети, складені із правильних трикутників, квадратів і шестикутників. При інших значеннях числа  $m$  є дробовим.

**Паркет називається правильним**, якщо він складається із правильних многокутників і навколоожної вершини правильні многокутники розміщені одним і тим же способом. Існує три правильних заміщення площини: трикутний паркет, квадратний паркет і шестикутний паркет. Правильні паркети називають Платоновими паркетами.



Правильні многокутники в природі

Бджоли — дивовижні комахи, відомі своєю неймовірною працелюбністю. Варто придиви-

тися до них уважніше — і ми помітимо, що це не просто бездумні комахи, а неймовірно розумні створіння.

Геометричні здібності бджіл проявляються при побудові стільників. Якщо розрізати бджолині стільники площиною, перпендикулярно до їх ребер, то стане видно рівні один одному правильні шестикутники, розміщені у вигляді паркету. Виникає питання: «Чому бджоли будують чарунки саме так: вони надають перевагу правильним шестикутникам, а не правильним трикутникам або квадратам, адже, здається, їх простіше сконструювати?»

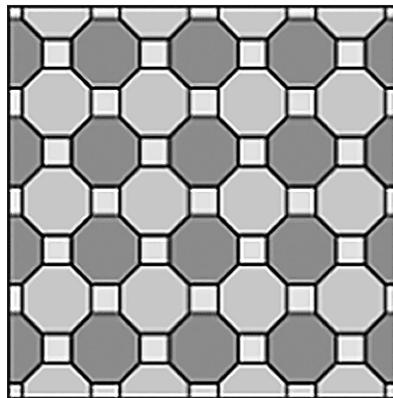
Будуючи шестикутні чарунки, бджоли найбільш економно використовують площу всередині вулика і віск для виготовлення чарунок.

Причому бджолині стільники являють собою не плоский, а просторовий паркет, оскільки заповнюють простір так, що не залишають порожнин.

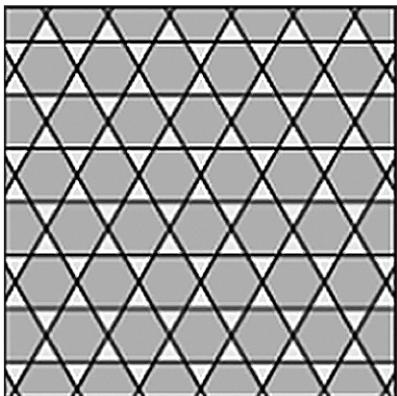
Як не погодитися із думкою Бджоли із казки «Тисяча й одна ніч»: «Мій будинок побудований згідно з законами найбільш строгої архітектури. Сам Евклід міг би повчитися, пізнаючи геометрію моїх стільників».

### Напівправильні паркети

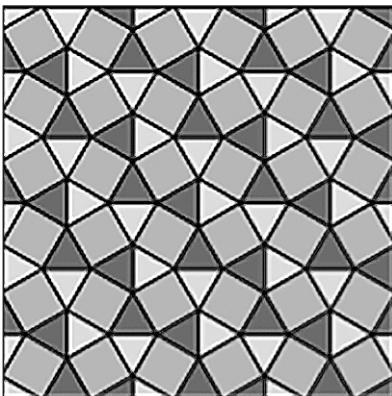
Паркети, що складаються з правильних многокутників двох або більше типів, такі, що для будь-яких двох вершин паркету існує перетворення симетрії (самопоєдання), що переводить одну з них в іншу, називаються напівправильними паркетами, або Архімедовими. Існує 8 напівправильних паркетів.



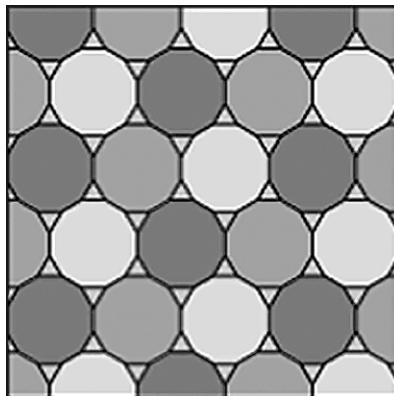
Усіченій квадратний паркет (4.8.8)



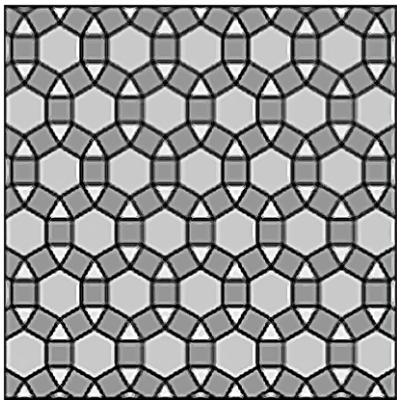
Тришестикутний паркет  
(3.6.3.6)



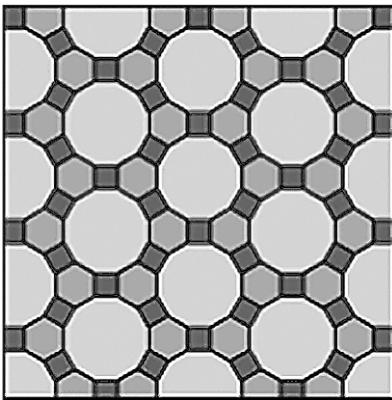
Кирпатий квадратний паркет  
(3.3.4.3.4)



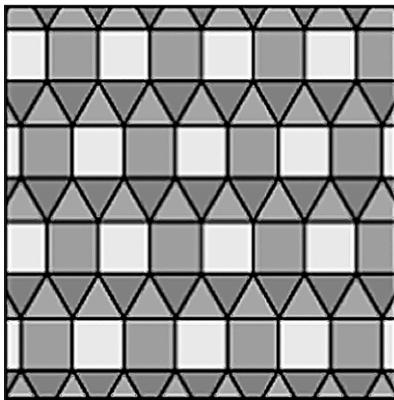
Усічений шестикутний паркет  
(3.12.12)



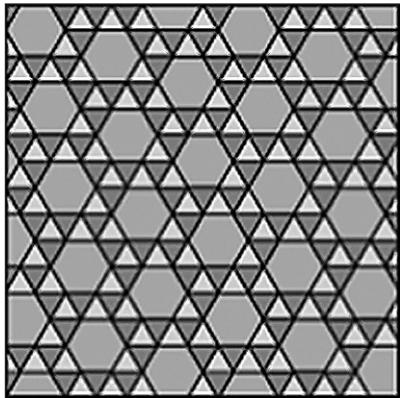
Ромботришестикутний паркет  
(3.4.6.4)



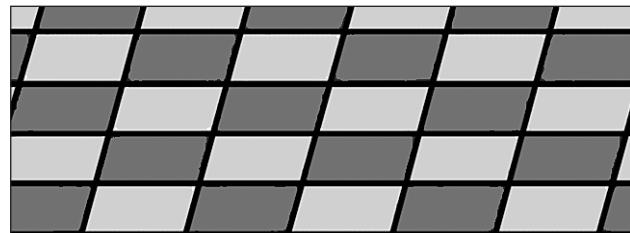
Ромбоусічений тришестикутний  
паркет (4.6.12)



Ізокирпатий трикутний паркет  
(3.3.3.4.4)



Кирпатий тришестикутний паркет  
(3.3.3.3.6)

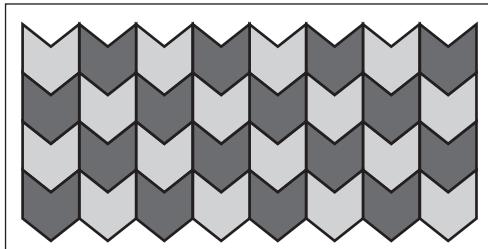


#### *Паркет із неправильних многокутників*

Не складно замостити площину паралелограмами.

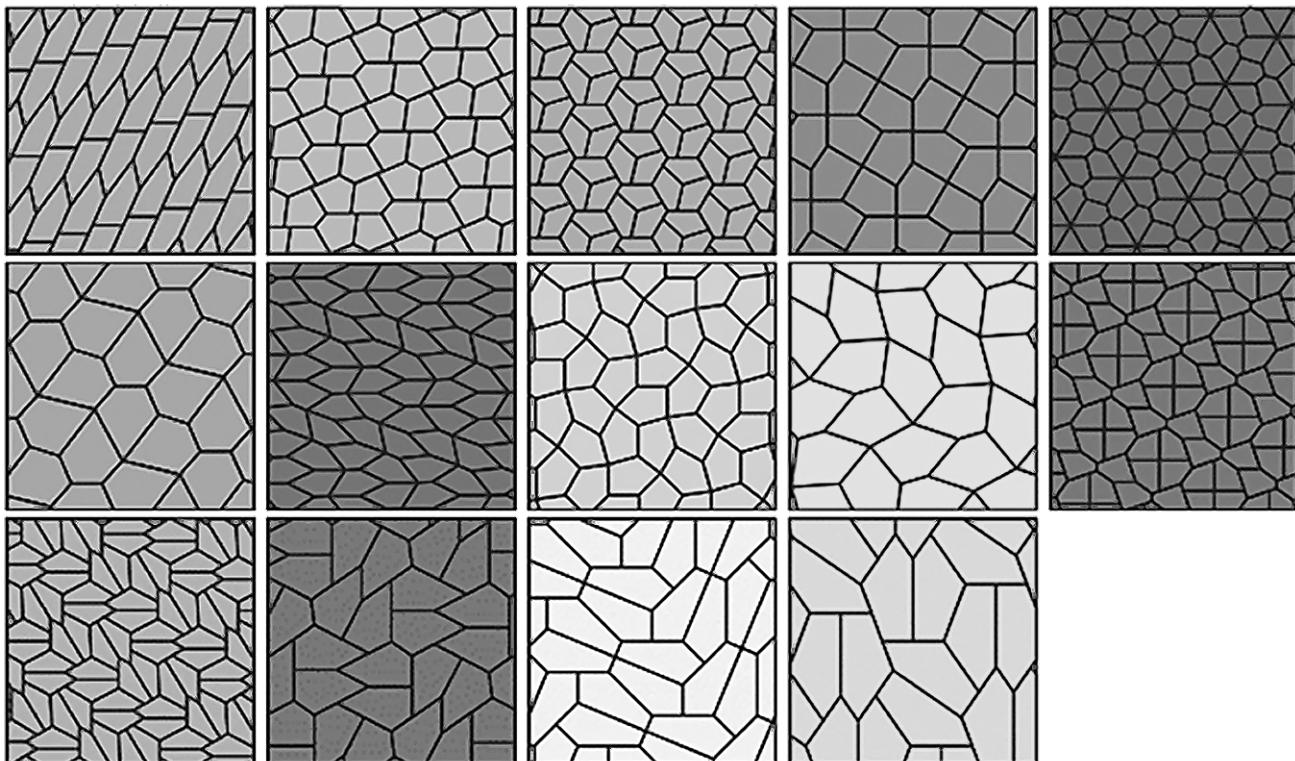
Можна побудувати паркет із довільного трикутника: два рівних трикутники скласти в паралелограм і замостити площину утвореними паралелограмами.

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

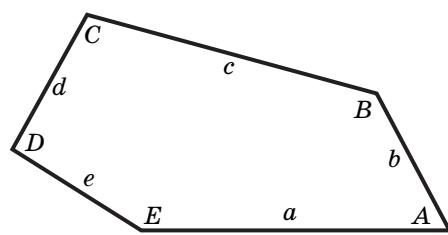
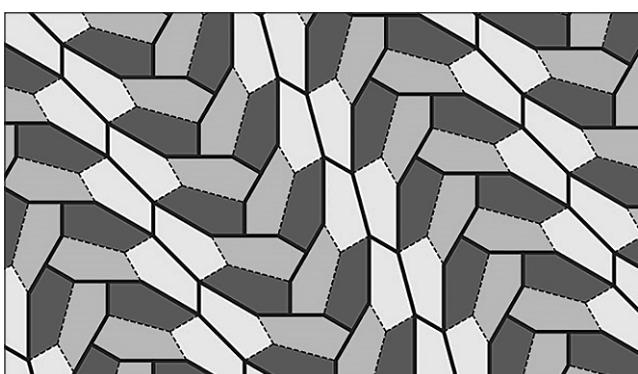


### П'ятикутний паркет

Математик Карл Рейнхард (Франкфуртський університет) 1918 року здійснив першу класифікацію опуклих п'ятикутників, якими можна замостити площину. Він описав 5 типів фігур. З 1968-го по 1985 рік четверо інших учених знайшли ще 9 типів аналогічних многокутників.



2015 року професори Кейсі Манн і Дженніфер Маклауд та бакалавр Девід Дюрей із Вашингтонського університету в Ботеллі відкрили новий тип 5-кутного паркету.

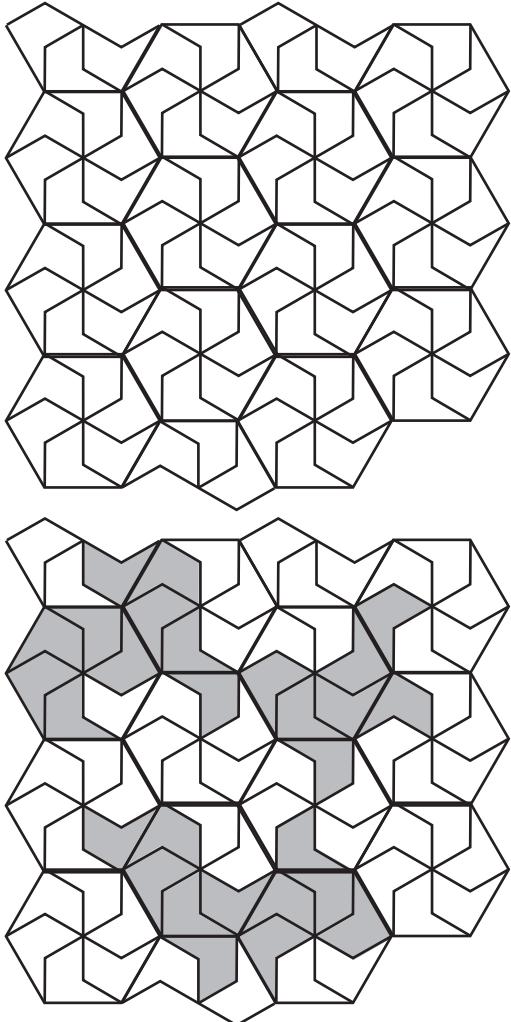


Дослідження 5-кутних паркетів має не лише академічний, а й практичний інтерес. Деякі із структур, які ми бачимо в природі, наприклад, капсули вірусів, мають схожу будову.

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= \frac{1}{2} \\ B &= 135^\circ \\ C &= 105^\circ \\ D &= 90^\circ \\ E &= 150^\circ \\ & \quad c = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} \\ & \quad d = \frac{1}{2} \\ & \quad e = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

дову. Ця проблема упродовж останніх 100 років нерозв'язана остаточно. Дослідження полягає в переборі на комп'ютері всіх можливих варіантів.

На малюнку наведено паркет, елементами якого є однакові п'ятикутники з кутами  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $240^\circ$  і  $30^\circ$ , що вийшли з розбиттям правильного шестикутника. З цих п'ятикутників утворені фігури.



**Група «Історики»**

#### **Біля воріт чарівного саду**

Паркети із давніх часів приваблювали до себе погляди людей. Ними оздоблювали підлогу в приміщеннях, стіни будинків, використовували в декоративно-прикладному мистецтві.



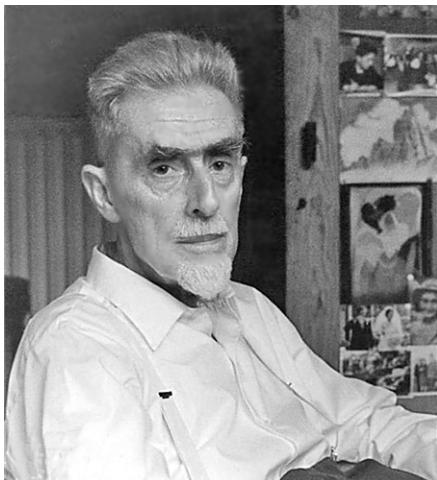
Європейський паркет XVII ст. можна порівнювати з мистецтвом виготовлення килима або мозаїки: примхливий орнамент вручну викладався із дерев'яних плиток різних відтінків або інкрустувався в суцільну дерев'яну основу. Такий паркет отримав назву «художній».



Сьогодні ми хочемо розповісти вам про неймовірну людину, яка загальновизнано вважається першовідкривачем багатьох типів кольорової симетрії. Нобелівський лауреат Ян Чженънін використовував свою картину «Вершники» для пояснення принципів симетрії в квантовій механіці. Сам він говорив: «Хоча я абсолютно нічого не розумію в точних науках, іноді мені здається, що я ближче до математиків, ніж до моїх колег художників».

Про кого йде мова і що пов'язує його з художніми паркетами?

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

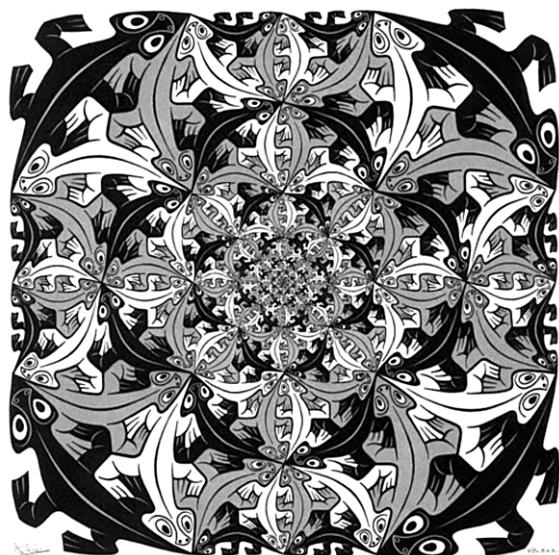
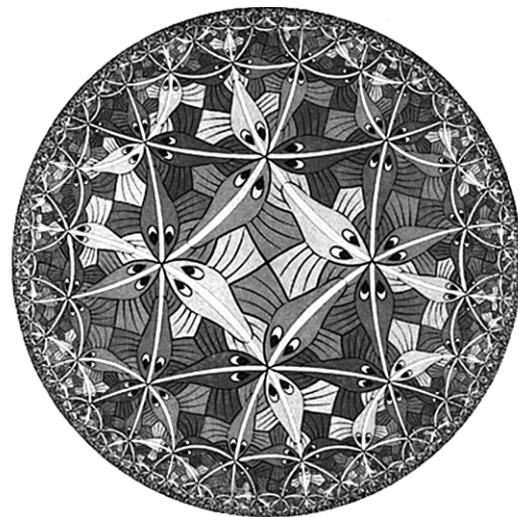


**Мауріц Корнеліус Ешер** народився 17 червня 1898 р. у м. Леуварден в Нідерландах, помер 27 березня 1972 р. Зацікавлення мозаїкою в художника з'явилося в 1936 р. під час подорожі до Іспанії під впливом геометричних орнаментів Альгамбри (палац в іспанському місті Гранада). Але Ешер швидко відходить від простих геометричних фігур і починає «одушевляти» їх — на зміну квадратам і трикутникам приходять тварини, птахи і рептилії, — а потім і їх «оживає», змушуючи намальованих ящірок виходити за межі малюнка.

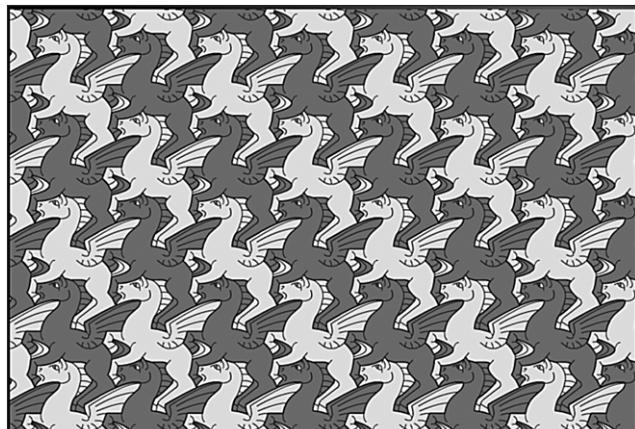
### Цікаві факти із життя

#### Мауріца Корнеліуса Ешера

- ✓ Малював лівою рукою, а писав правою.
- ✓ Перша персональна виставка відбулася 1923 року, коли йому було лише 25 років. Багато його сучасників про таке могли лише мріяти.
- ✓ 1929 року його популярність досягла такого рівня, що за 1 рік пройшли 5 персональних виставок у Голландії і Швейцарії.
- ✓ Він, художник-графік, на маючи математичної освіти, виступав із доповіддю про симетрію в кристалах.
- ✓ Багато подорожував, був посвячений у лицарі.
- ✓ Його картина «Метаморфози» була продана за 200 000 доларів.
- ✓ 6 вересня 1985 року був відкритий астероїд і названий його ім'ям.

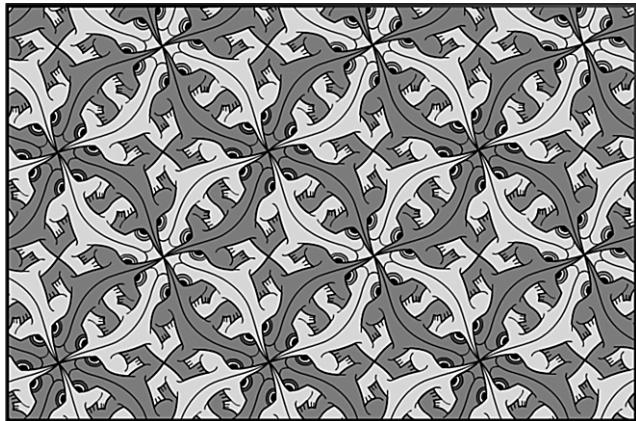


Картина «Усе менше й менше»

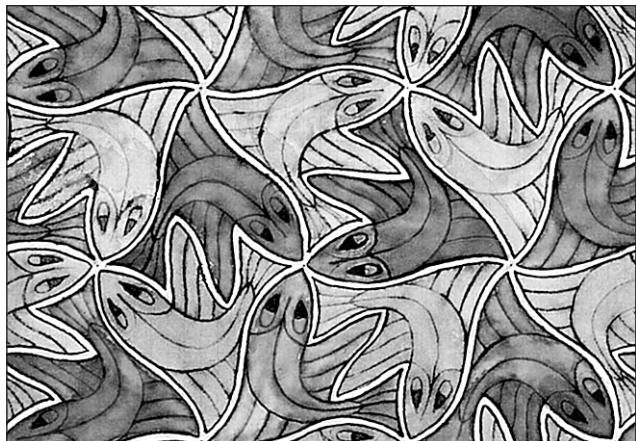


Мозаїка «Пегас» М. Ешера

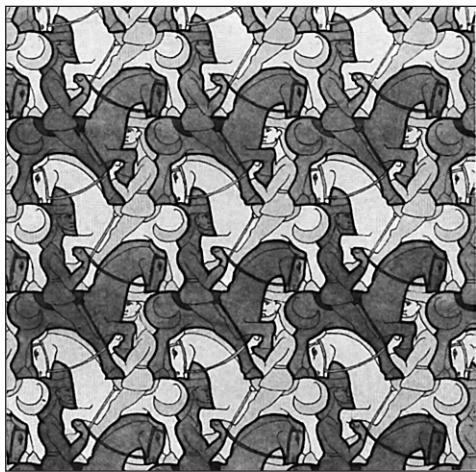
## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА



Паркет Мауріца Ешера



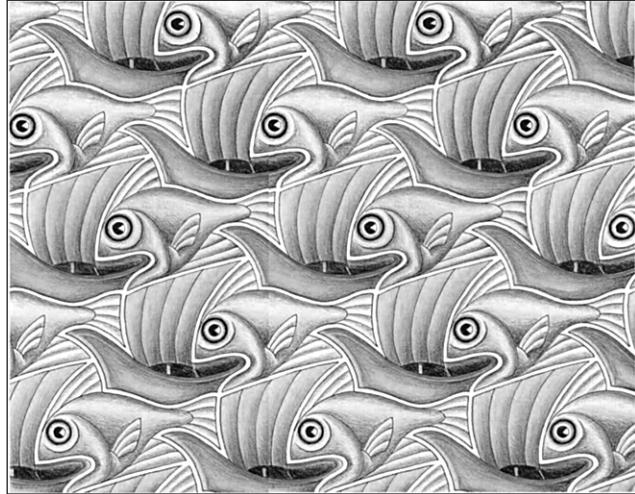
Фрагмент картини «Риби»



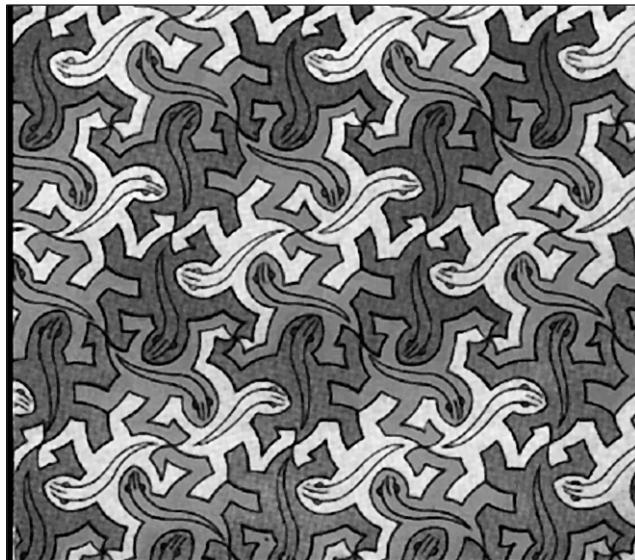
Фрагмент картини «Вершник на коні»

М. Ешер створив безліч фантастичних многокутників. На його картині «Вершник на коні» кожний вершник із конем — фігу-

ра паркетна. Сумістити двох таких однаково орієнтованих вершників можна за допомогою паралельного перенесення, а протилежно орієнтованих — ковзно симетрією.



Фрагмент мозаїки «Риба, яка поглинає корабель»



Мозаїка «Ящірки» М. Ешера

М. Ешер усе життя мріяв, що його численні мозаїки стануть прикрасою підлоги і стін. Одного замовника так зачарував візерунок «Ящірки», що він побажав бачити його в себе на підлозі. Паркет з настільки складним малюнком розробили в іспанській компанії Arbore, яка спеціалізується на дизайні підлоги. Проект був реалізований в одній квартирі в Мадриді. Малюнок був істотно

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

спрощений, але будь-хто, навіть мигцем поглянувши на нього, відразу впізнає фірмовий візерунок у вигляді ящірок.

**Учитель.** Діти, ви побачили в паркетах М. Ешера паралельне перенесення, симетрію й поворот. Хоча М. Ешер не володів глибоким розумінням математики, але його художнє бачення містить у собі надзвичайно дивовижну математичну логіку. Геометрія присутня в усіх картинах художника.

Діти, поясніть, як ви розумієте слова Маріїца Ешера: «Математики знаходять шлях до брами саду. Але вони ніколи не заходять усередину, щоб оцінити його насолоду».

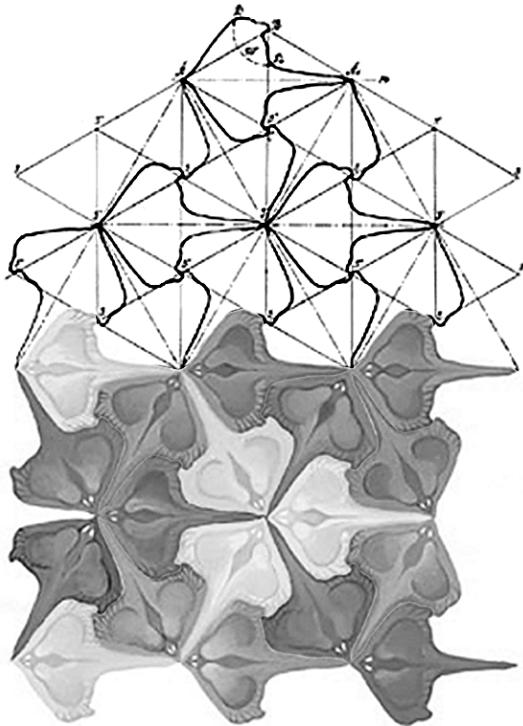
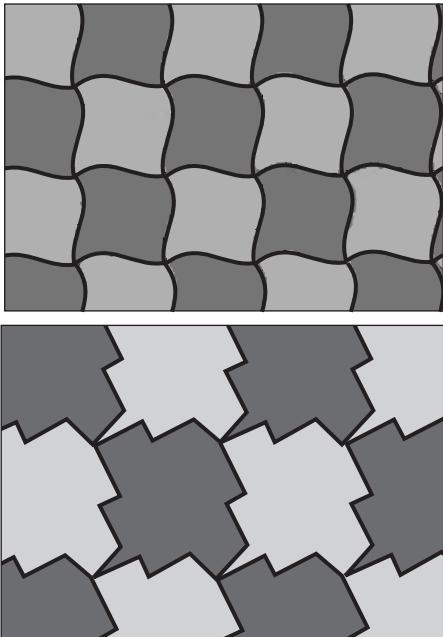
### Група «Художники»

#### Способи побудови паркетів

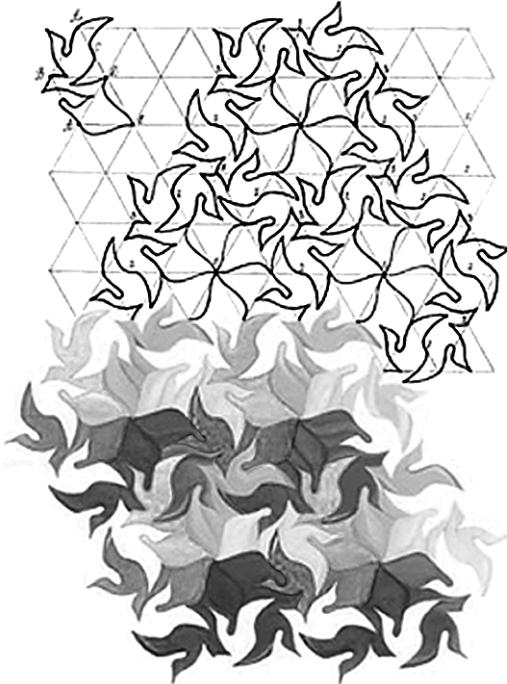
##### Спосіб перший

Беремо деяку сітку (уже відомий нам паркет) — із правильних трикутників, квадратів, шестикутників або із довільних многокутників, і виконуємо всі можливі перетворення: стиснення, розтягнення, заміна прямолінійних відрізків кривими з початком і кінцем в тих самих точках, що й у відрізків.

Наприклад: паркети, утворені заміною відрізків «квадратної» сітки деякими кривими або ламаними.



Орнамент із мотивів, утворених однією кривою, побудованій на трикутній сітці

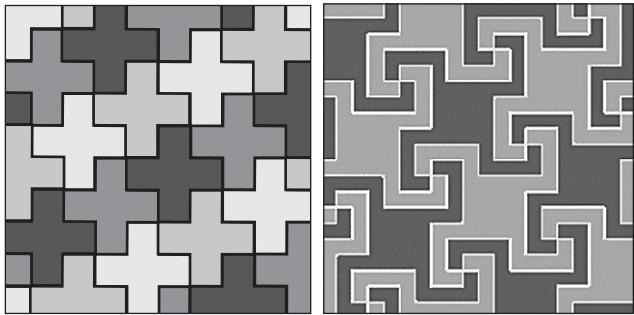


Орнамент, побудований на основі правильного шестикутника і вписаних в нього правильних трикутників

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

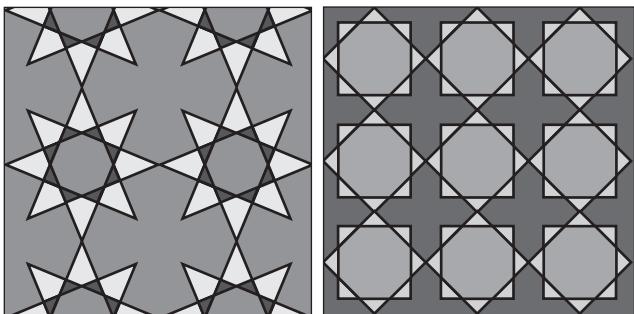
### *Спосіб другий*

Об'єднуємо окремі елементи уже існуючих паркетів. Паркети із фігур, отримані комбінаціями квадратів:



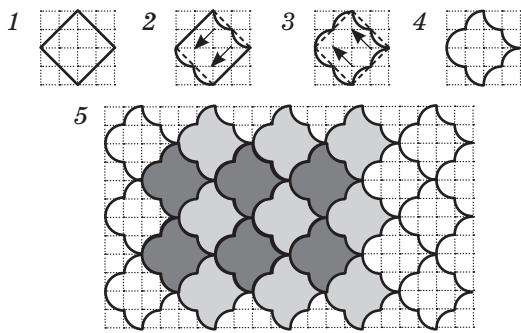
### *Спосіб третьї*

Вибираємо деяку криву або ламану й починаємо її переносити на деякий вектор, повертуючи, відображаючи. Утворені криві або ламані розміщуємо на площині таким чином, щоб вони утворювали замкнуті контури (які в подальшому будуть розглядатися як елементи паркету).



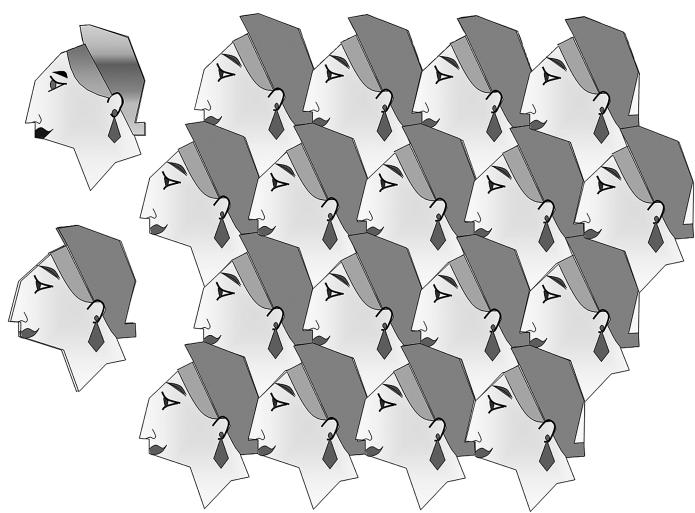
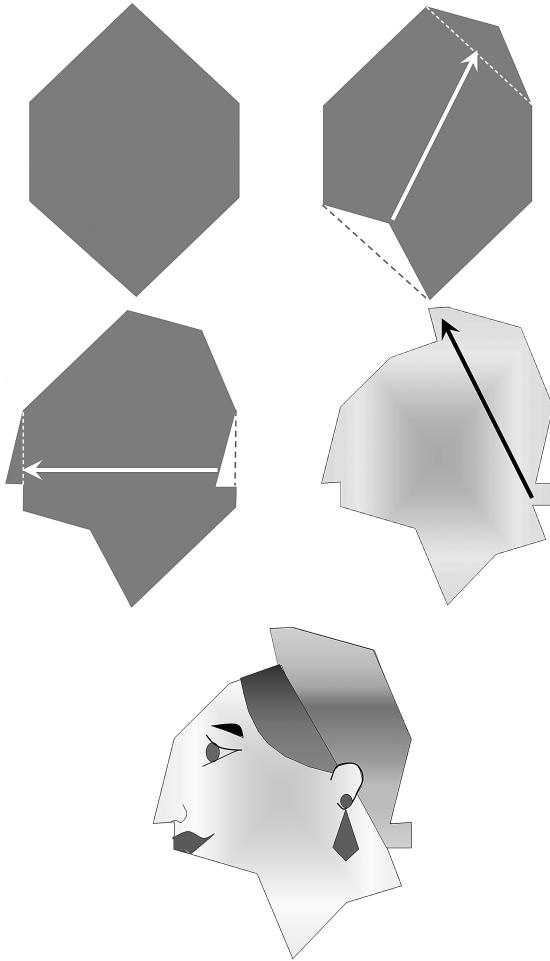
### *Спосіб четвертій*

Паркет можна створити, починаючи із квадрата. Відріж від нього частинку й додай із протилежної сторони. Повтори цю операцію декілька разів. Трохи фантазії — і фігура перетвориться в...



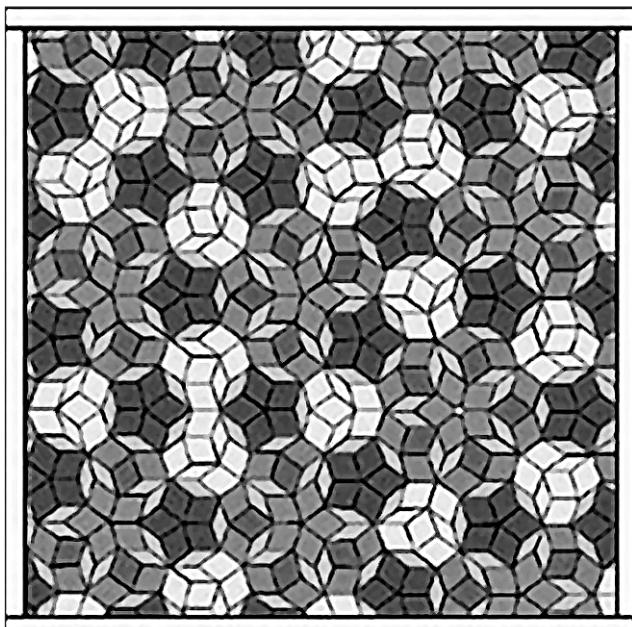
Розглянемо іншу фігуру й виконаємо ті самі операції.

**Перетворення шестикутника в...**



## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

### Мозаїка Роджера Пенроуза



Мозаїка Роджера Пенроуза — замощення площини ромбами двох типів (з кутами  $72^\circ$  і  $108^\circ$ ,  $36^\circ$  і  $144^\circ$ ) таким чином, що будь-які два сусідні ромби не утворюють разом паралелограм.

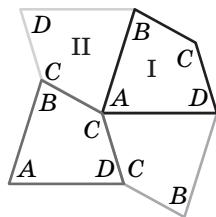
#### Завдання 1

Дослідить, чи можна чотирикутником довільної форми заповнити всю площину.

#### Розв'язання.

Нехай задано чотирикутник  $ABCD$ . Розглянемо центрально-симетричний йому чотирикутник відносно середини сторони  $AB$ . Початковий чотирикутник позначимо цифрою 1, а симетричний — цифрою 2. Тепер чотирикутник 2 відобразимо симетрично відносно середини сторони  $BC$ . Отриманий чотирикутник позначимо цифрою 3 і відобразимо симетрично відносно середини сторони  $CD$ . Отриманий чотирикутник позначимо цифрою 4.

Чотирикутники 1, 2, 3 і 4 прилягають до спільної вершини кутами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ . А оскільки сума кутів чотирикутника дорівнює  $360^\circ$ , то ці чотирикутники заповнюють площину навколо спільної вершини. Таку побудову можна виконати навколо кожної нової верши-



ни, що й дасть шукане заповнення площини.

Чотирикутники, зафарбовані одним кольором, отримуються один із одного паралельним перенесенням.

#### Завдання 2

- Побудуйте фігуру за координатами точок:  $(3; 1)$ ,  $(3; 4)$ ,  $(4; 4)$ ,  $(4; 5)$ ,  $(5; 5)$ ,  $(5; 7)$ ,  $(6; 7)$ ,  $(6; 1)$ ,  $(5; 1)$ ,  $(5; 3)$ ,  $(4; 3)$ ,  $(4; 1)$ ,  $(3; 1)$ .

- За допомогою паралельного перенесення  $X = x + 3$ ,  $Y = y + 1$  заповніть заданою фігурою площину. Трішки фантазії — і ви отримаєте:

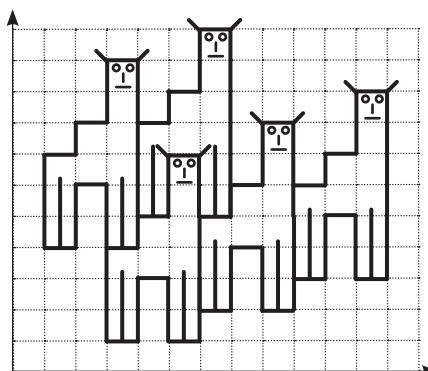
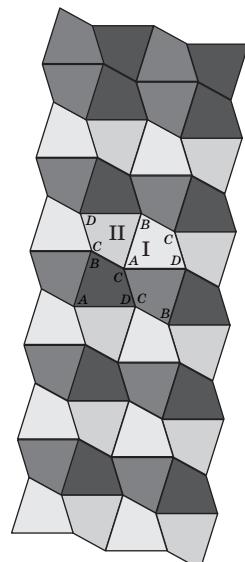


Рис. 1

- Напишіть ще декілька пар чисел, які дають паралельне перенесення, що суміщує цей паркет із самим собою.

*Відповідь:*  $(-6; -2)$ ,  $(-2; 3)$ ,  $(-5; 2)$ .

#### Завдання 3. (Робота в групах)

За допомогою паралельного перенесення заповніть заданою фігурою всю площину (кожна група отримує свій малюнок). Запишіть формули паралельного перенесення.

Заповнення площини елементами паркету за допомогою паралельного перенесення є одним зі способів побудови паркету. Інші види руху — симетрія відносно точки та прямої, поворот — теж лежать в основі створення певних видів паркету.

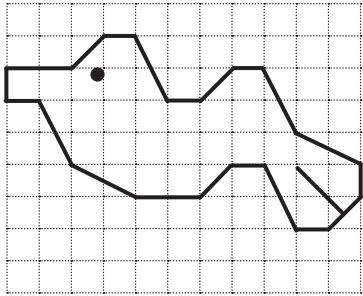
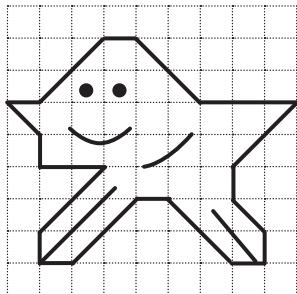
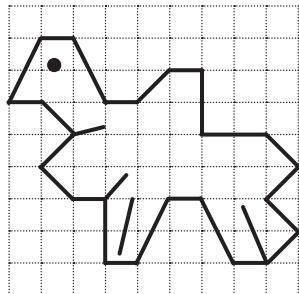


Рис. 2

**Завдання 4**

Побудуйте фігуру, симетричну заданій щодо кожної з двох зазначених точок (рис. 3). Заповніть задану фігурою площину.

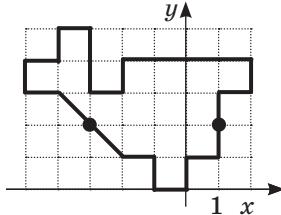


Рис. 2

**Завдання 5**

Для кожної вузлової точки фігури, зображеного на рис. 3, знайдіть її координати  $(x; y)$  і побудуйте в тій же системі точки з координатами  $(X; Y)$ , знайденими за формулами:  $X = -x - 6$ ,  $Y = -y + 4$ . З'єднайте отримані точки в тому ж порядку. Що у вас вийшло?

**Завдання 6**

Знайдіть координати точок  $(x; y)$  — кінців відрізків у контурі намальованої фігури (рис. 4). Потім знайдіть координати  $(X; Y)$  нових точок за правилом:  $X = -x - 3$ ,  $Y = y - 4$ . З'єднайте отримані точки в тому ж порядку.

- ✓ Яка фігура вийшла?
- ✓ Змістіть задану й отриману фігури на 7 одиничних відрізків вправо або вліво. Що у вас вийшло?
- ✓ Заповніть задану фігурою площину, отримавши паркет.

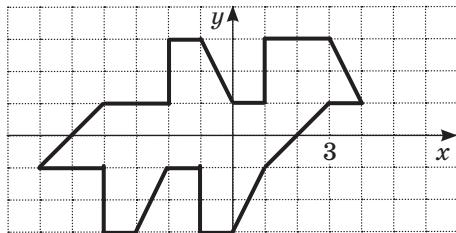


Рис. 4

**Завдання 7**

Побудуйте фігуру, симетричну заданій (рис. 5) відносно прямої  $a$ , а потім змістіть отриману фігуру вниз на чотири клітини.

Заповніть запропонованою фігурою площину, отримавши паркет.

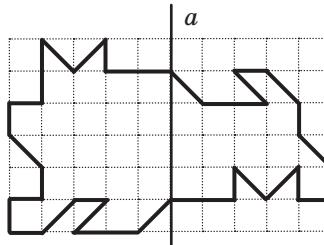


Рис. 5

**Завдання 8**

На рис. 6 показано заповнення площини фігурою, що дає паркет. Визначте центри симетрії цього паркету. Продовжіть заповнення площини заданою фігурою.

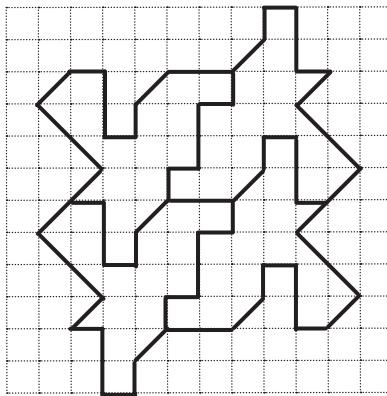


Рис. 6

**Завдання 9**

Кожною з фігурок на рис. 7 заповніть площину, отримавши паркет. Для цього скопіюйте фігурки на кальку.

## ПОЗАКЛАСНА РОБОТА

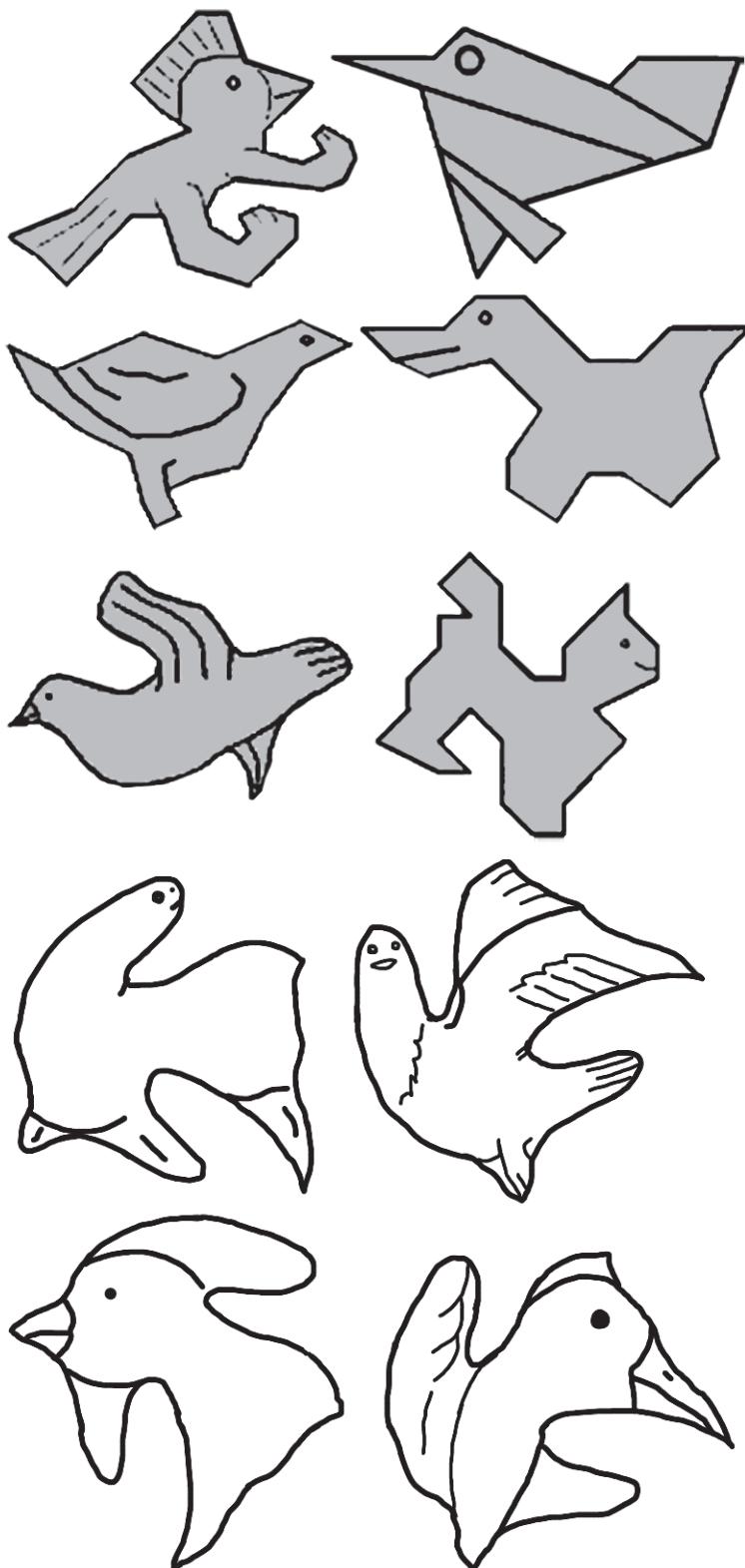


Рис. 7

## V. ПІДСУМОК

Учитель. Сподіваюсь, ви зрозуміли, що створення паркетів — одне із дуже цікавих занять, у якому переплітаються математика і творчість, строгость і довільність, гармонія і краса.

Сьогодні ми:

- ✓ пригадали...
- ✓ дослідили...
- ✓ навчилися...
- ✓ познайомилися з малюнками нідерландського художника-графіка М. Ешера — великого майстра ілюзій і головоломок, які й до сьогодні дарують натхнення. І побачили, що здійснилася його мрія — його складний малюнок «Ящірка» ("Lizard") втілений у формі паркетних дошок.

Хай здійснюються й ваші мрії!  
Оцінюються виступи груп.

## МАТЕМАТИЧНЕ ДОЗВІЛЛЯ

ГАРАМ (див. с. 5, 37, 61, 68)

$\times$	$+ 3 =$	$\times$	$=$
$4$	$=$	$\times$	$=$
$+ =$	$=$	$\times$	$=$
$\times$	$+ 5 =$	$\times$	$=$
$=$	$=$	$\times$	$=$
$1$	$=$	$\times$	$=$
$+ =$	$=$	$\times$	$=$
$\times$	$=$	$\times$	$=$
$=$	$=$	$\times$	$=$
$9$	$=$	$\times$	$=$

Hard

$\times$	$+ 3 =$	$\times$	$=$
$7$	$=$	$\times$	$=$
$=$	$=$	$\times$	$=$
$+ 6 =$	$=$	$\times$	$=$
$- 1 =$	$=$	$\times$	$=$