

### Жовтень

Ну, ось і жовтень туманіє,  
Мов молоком залите все.  
На сході сонце рожевіє,  
Сюрпризи осінь нам несе.  
У жовтій листі і в тумані,  
В холодній і важкій росі...  
Повсюди квіти полум'яні  
Пишаються в п'яній красі.  
Та листячко в садку рідіє  
Летить додолу із гілля.  
Травичка де-не-де рудіє,  
У жовтій килимі земля...  
Хоч жовтень вже і на порозі,  
Земля ще радістю цвіте.  
Простує осінь по дорозі,  
Сміється листя золоте...

Надія Красоткіна

## У НОМЕРІ:

### Майстер-клас

Кушнір І. А.

Чудеса формули  
вписаного півкола . . . . . 2

### Мистецтво розв'язувати задачі

Барановська С. О.

Нестандартні логарифмічні  
рівняння . . . . . 4

### Керівнику гуртка

Мазур Н. В.

Чотирикутники.  
Усний інтерактивний журнал  
(8 клас). . . . . 9

### Задачі на кожний день

Михайленко Л. І.

Жовтень 2018 року. Вивчаємо історію  
і математику . . . . . 15

### Новини математики

Українські школярі виграли  
Міжнародну олімпіаду  
з ментальної арифметики . . . . 23

Шукай простоту і не вір їй! А. Н. Уайтхед



# ЧУДЕСА ФОРМУЛИ ВПИСАНОГО ПІВКОЛА

І. А. Кушнір, м. Київ

Математика - це  
широкий розкішний  
краєвид, відкритий  
всім тим, для кого  
мислення становить  
справжню радість.

В. Фухс

Вписаним півколом назвемо півколо, діаметр якого належить одній зі сторін трикутника  $ABC$  (рис. 1).

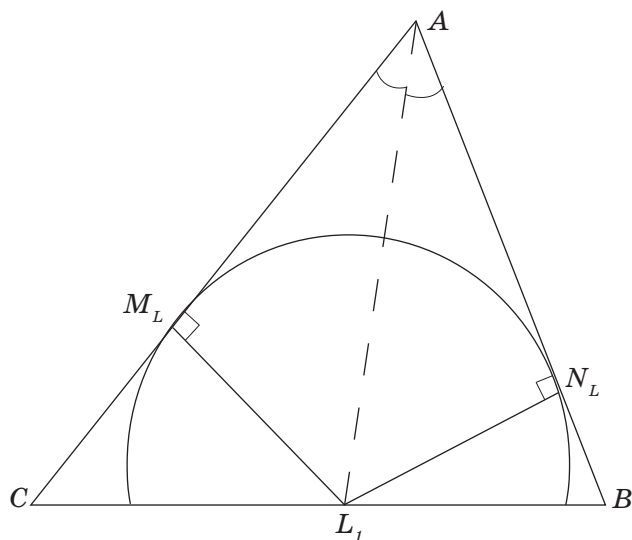


Рис. 1

Позначимо радіуси трьох півкіл  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ , а точки дотику сторін  $AC$  і  $AB$  — відповідно  $M_L$  і  $N_L$ .

Формулу радіуса півкола  $R_a = \frac{2S}{b+c}$  можна довести різними способами, крім того, вона є мімікрійною, тобто «ховається» в різних виглядах.

## ДОВЕДЕННЯ

### ПЕРШИЙ СПОСІБ

Найбільш природний спосіб знаходження  $R_a$  є аналогічним до способу знаходження радіуса  $r$  вписаного кола:

$$S = S_{ABL_1} + S_{ACL_1}, \quad S = \frac{1}{2} R_a \cdot b + \frac{1}{2} R_a \cdot c = \frac{1}{2} R_a (b+c),$$

$$\text{отже, } R_a = \frac{2S}{b+c}. \quad (1)$$

### ДРУГИЙ СПОСІБ

Нехай  $AL_1 = l_a$ . Із трикутника  $AL_1M_L$

$$\text{знаходимо: } R_a = l_a \cdot \sin \frac{A}{2}.$$

Застосувавши формулу  $l_a = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2}$ , маємо:

$$R_a = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} = \frac{bc \cdot \sin A}{b+c} = \frac{2S}{b+c}.$$

### ТРЕТІЙ СПОСІБ

Застосуємо формулу-трійцю:  $bc = AW_1 \cdot l_a$ ,

де  $W_1$  — середина дуги  $BC$ .

Із трикутника  $AL_1C$  знаходимо:

$$R_a = l_a \cdot \sin \frac{A}{2} = \frac{bc}{AW_1} \cdot \sin \frac{A}{2}.$$

$$\text{Застосуємо формулу Архімеда: } AW_1 = \frac{b+c}{2 \cos \frac{A}{2}}.$$

$$\text{Дістанемо: } R_a = \frac{bc \cdot 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2S}{b+c}.$$

### ДИВО ПЕРШЕ

Формула (1) перетворюється на середнє гармонічне.

Маємо:

$$R_a = \frac{2S}{b+c}, \text{ тоді}$$

$$\frac{1}{R_a} = \frac{b+c}{2S} = \frac{2p-a}{2S} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p+p-a}{S} = \frac{1}{2} \left( \frac{p}{S} + \frac{p-a}{S} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r_a} \right),$$

$$\text{звідки } R_a = \frac{2r_a \cdot r}{r_a + r}. \quad (2)$$

### ДИВО ДРУГЕ

Мімікрія: формула радіуса вписаного півкола і гармонічна формула бісектриси є тотожними.

Для доведення досить почленно поділити формулу (2) на  $\sin \frac{A}{2}$ :

$$\frac{R_a}{\sin \frac{A}{2}} = l_a \text{ (із трикутника } AL_1M_L),$$

$$\frac{r}{\sin \frac{A}{2}} = AI \text{ і } \frac{r_a}{\sin \frac{A}{2}} = AI_a.$$

Маємо:

$$\frac{R_a}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{2rr_a \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{A}{2}}}{\sin \frac{A}{2} \cdot (r+r_a) \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{A}{2}}},$$

$$l_a = \frac{2AI \cdot AI_a}{AI + AI_a}.$$

### ДИВО ТРЕТЄ

Формулу (3) можна отримати за допомогою радіусів  $R_a$ ,  $r$ ,  $r_a$  і подібності трикутників  $AIK$ ,  $AL_1M_L$ ,  $AI_aT_2$  (рис. 2).

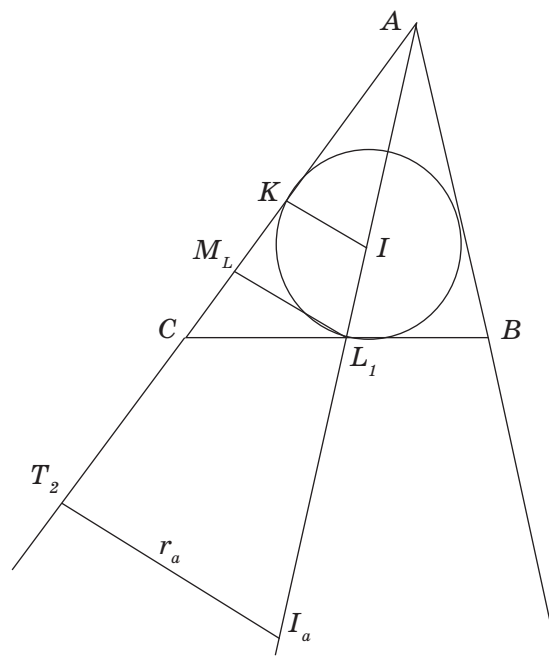


Рис. 2

Із подібності зазначених трикутників маємо:  $\frac{R_a}{r} = \frac{l_a}{AI}$ , а також  $\frac{R_a}{r_a} = \frac{l_a}{AI_a}$ , звідки

$$R_a \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r_a} \right) = l_a \left( \frac{1}{AI} + \frac{1}{AI_a} \right).$$

Ураховуючи формулу (2),

$$\frac{2r \cdot r_a}{r+r_a} \cdot \left( \frac{r+r_a}{r \cdot r_a} \right) = l_a \frac{AI + AI_a}{AI \cdot AI_a},$$

$$l_a = \frac{2r \cdot r_a}{r+r_a}. \quad (4)$$

### ДИВО ЧЕТВЕРТЕ

Аналогія формул:

$$(1) \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \quad (1^0) \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} = \frac{2}{r}$$

$$(3) \quad (2) r_a + r_b + r_c = 4R + r \quad (2^0) \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} - \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$

# НЕСТАНДАРТНІ ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ

С. О. Барановська, м. Мирноград, Донецька обл.

*Я дивуюся тому, що ніхто не винайшов логарифмів раніше, такими вони здаються простими після того, як про них дізнаєшся.*

**Г. Брігґз, англійський математик**

Відкриття логарифмів спричинило справжню революцію в математиці, особливо в галузі обчислень. Логарифмічні лінійки широко використовували для виконання інженерних розрахунків приблизно до початку 1980-х років, і хоча сьогодні їх практично витіснили з інженерного використання мікрокалькулятори, можна без сумніву сказати, що без логарифмів і логарифмічної лінійки не були б створені ні комп'ютери, ні калькулятори.

На початку ХХІ століття логарифмічні лінійки отримали друге народження в наручних годинниках: виробники деяких марок випустили моделі з убудованою логарифмічною лінійкою, шкали якої виконано у вигляді кілець, що обертаються навколо циферблата.

Їхнє достоїнство — можна відразу, на відміну від мікрокалькулятора, отримувати інформацію, що відповідає табличній формі подання (наприклад, таблиця витрат палива на пройденому відстань, переведення миль у кілометри, обчислення пульсу, визначення швидкості потяга тощо).

Отже, логарифми рано вважати історичним минулим. Тому ми розглянемо декілька нестандартних логарифмічних рівнянь, які можна пропонувати учням на заняттях гуртків і факультативів для самостійного розв'язування, як завдання для шкільних олімпіад і інтелектуальних турнірів, для підготовки до ДПА і ЗНО.

## РІВНЯННЯ 1

$$(1 + \log_5 3) \cdot \log_{15} x = \log_5 28 + \log_{0,2} (x - 3).$$

**Розв'язання**

**ОДЗ:**  $\begin{cases} x > 0, \\ x > 3, \end{cases} \quad x \in (3; +\infty).$

$$(\log_5 5 + \log_5 3) \cdot \log_{15} x = \log_5 28 + \log_{\frac{1}{5}} (x - 3),$$

$$\log_5 15 \cdot \log_{15} x = \log_5 28 - \log_5 (x - 3),$$

$$\log_5 15 \cdot \frac{\log_5 x}{\log_5 15} = \log_5 \frac{28}{x - 3},$$

$$\log_5 x = \log_5 \frac{28}{x - 3}, \quad x = \frac{28}{x - 3},$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0,$$

звідки  $x_1 = -4 \notin (3; +\infty)$  — сторонній корінь;

$$x_2 = 7.$$

**Відповідь.** 7.

## РІВНЯННЯ 2

$$\frac{1}{\log_7 (5 - x)} + \frac{3 \log_{0,125} (x + 3)}{\log_2 (5 - x)} = 1.$$

**Розв'язання**

**ОДЗ:**  $\begin{cases} 5 - x > 0, \\ 5 - x \neq 1, \\ x + 3 > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x < 5, \\ x \neq 4, \\ x > -3, \end{cases} \quad x \in (-3; 4) \cup (4; 5).$

$$\log_{(5-x)} 7 + \frac{3 \log_{2^{-3}} (x + 3)}{\log_2 (5 - x)} = 1,$$

$$\log_{(5-x)} 7 - \frac{\log_2 (x + 3)}{\log_2 (5 - x)} = 1,$$

$$\log_{(5-x)} 7 - \log_{(5-x)} (x + 3) = 1,$$

$$\log_{(5-x)} \frac{7}{x + 3} = \log_{(5-x)} (5 - x),$$

$$\frac{7}{x + 3} = 5 - x,$$

$$5x + 15 - x^2 - 3x - 7 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, \quad \text{звідки } x_1 = -2;$$

$$x_2 = 4 \notin (-3; 4) \cup (4; 5) \text{ — сторонній корінь.}$$

**Відповідь.** -2.

### РІВНЯННЯ 3

$$2\log_x(4+\sqrt{x})=2-\log_{\sqrt{x}}2.$$

**Розв'язання**

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \end{cases} \quad x \in (0;1) \cup (1;+\infty).$$

$$\log_x(4+\sqrt{x})^2 = \log_x x^2 - \log_x 4,$$

$$\log_x(4+\sqrt{x})^2 = \log_x \frac{x^2}{4},$$

$$(4+\sqrt{x})^2 = \frac{x^2}{4}.$$

Ураховуючи ОДЗ, маємо  $4+\sqrt{x}=\frac{x}{2}$ , звідки

$$x=8+2\sqrt{x}, \quad x-2\sqrt{x}-8=0.$$

Нехай  $\sqrt{x}=t$ . Тоді  $t^2-2t-8=0$ ,  $t_1=-2$ ,  $t_2=4$ .  
Повертаючись до початкової змінної, маємо:  $\sqrt{x}=-2$  — коренів немає;

$$\sqrt{x}=4, \quad x=16.$$

**Відповідь.** 16.

### РІВНЯННЯ 4

$$\log_3 x - \frac{2}{1+\log_x 27} = \frac{6}{3+\log_3 x}.$$

**Розв'язання**

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ \log_x 27 \neq -1, \\ \log_3 x \neq -3, \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ x \neq \frac{1}{27}, \end{cases}$$

$$x \in \left(0; \frac{1}{27}\right) \cup \left(\frac{1}{27}; 1\right) \cup (1; +\infty).$$

$$\log_3 x - \frac{2}{1+\frac{3}{\log_3 x}} = \frac{6}{3+\log_3 x}.$$

$$\text{Нехай } \log_3 x = t. \text{ Тоді } t - \frac{2}{1+\frac{3}{t}} = \frac{6}{3+t},$$

$$t - \frac{2t}{3+t} - \frac{6}{3+t} = 0, \quad t - \frac{2(t+3)}{t+3} = 0.$$

$$\text{Рівняння рівносильне системі } \begin{cases} t = 2, \\ t \neq -3, \end{cases}$$

звідки маємо:  $t=2$ .

Повертаючись до початкової змінної, маємо  $\log_3 x = 2$ ,  $x=9$ .

**Відповідь.** 9.

### РІВНЯННЯ 5

$$1+\log_x(5-x)=\log_7 4 \cdot \log_x 7.$$

**Розв'язання**

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 5-x > 0, \\ x > 0, \\ x \neq 1, \end{cases} \quad x \in (0;1) \cup (1;5).$$

$$\log_x x + \log_x(5-x) = \log_x 7^{\log_7 4},$$

$$\log_x(x(5-x)) = \log_x 4,$$

$$5x-x^2-4=0, \quad x^2-5x+4=0, \quad \text{звідки } x_1=1 \text{ — сторонній корінь; } x_2=4,$$

**Відповідь.** 4.

### РІВНЯННЯ 6

$$(\log_9(7-x)+1) \cdot \log_{(3-x)} 3 = 1.$$

**Розв'язання**

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 7-x > 0, \\ 3-x > 0, \\ 3-x \neq 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7, \\ x < 3, \\ x \neq 2, \end{cases} \quad x \in (-\infty; 2) \cup (2; 3).$$

$$(\log_9(7-x) + \log_9 9) \cdot \log_{(3-x)} 3 = 1,$$

$$\log_9(9 \cdot (7-x)) \cdot \frac{1}{\log_3(3-x)} = 1,$$

$$\log_3(9 \cdot (7-x))^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\log_3(3-x)} = 1,$$

$$\log_3(9 \cdot (7-x))^{\frac{1}{2}} = \log_3(3-x),$$

$$\sqrt{63-9x} = 3-x,$$

$$63-9x = 9-6x+x^2,$$

$$x^2+3x-54=0,$$

$$\text{звідки } x_1=-9,$$

$$x_2=6 \notin (-\infty; 2) \cup (2; 3) \text{ — сторонній корінь.}$$

**Відповідь.** -9.

### РІВНЯННЯ 7

$$\lg^2 x - \lg x^6 - \lg^2 3 + 9 = 0.$$

#### Розв'язання

**ОДЗ:**  $x > 0, x \in (0; +\infty)$ .

$\lg^2 x - 6\lg x - \lg^2 3 + 9 = 0$  — квадратне рівняння відносно  $\lg x$ .

Тоді

$$D = 36 - 4(-\lg^2 3 + 9) = 36 + 4\lg^2 3 - 36 = 4\lg^2 3,$$

$$\lg x_1 = \frac{6 + 2\lg 3}{2} = 3 + \lg 3 = \lg 1000 + \lg 3 = \lg 3000,$$

$$x_1 = 3000;$$

$$\lg x_2 = \frac{6 - 2\lg 3}{2} = 3 - \lg 3 = \lg 1000 - \lg 3 = \lg \frac{1000}{3},$$

$$x_2 = \frac{1000}{3}.$$

**Відповідь.** 3000,  $\frac{1000}{3}$ .

### РІВНЯННЯ 8

$$\sqrt{\log_{\sqrt{x}}(5x)} \cdot \log_5 x = -2.$$

#### Розв'язання

**ОДЗ:**  $\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \\ \log_{\sqrt{x}}(5x) \geq 0. \end{cases}$

Оскільки знаходження ОДЗ цього рівняння є досить громіздким, з'ясуємо, чи не є знайдені корені сторонніми, шляхом безпосередньої перевірки.

$$\sqrt{(\log_x(5x))^2} \cdot \frac{1}{\log_x 5} = -2,$$

$$\sqrt{(\log_x(5x))^2} = -2 \cdot \log_x 5,$$

$$\sqrt{2(\log_x 5 + \log_x x)} = -2\log_x 5.$$

Нехай  $\log_x 5 = t$ , тоді:

$$\sqrt{2(t+1)} = -2t,$$

Це рівняння рівносильне системі

$$\begin{cases} 2(t+1) = 4t^2, \\ t \leq 0; \end{cases} \quad 2(t+1) = 4t^2, \quad \begin{cases} 2t^2 - t - 1 = 0, \\ t \leq 0; \end{cases}$$

звідки маємо:  $t = -\frac{1}{2}$ .

Повертаючись до початкової змінної, маємо:

$$\log_x 5 = -\frac{1}{2}, \text{ звідки } x = \frac{1}{25}.$$

Перевірка

$$\begin{aligned} \sqrt{\log_{\frac{1}{25}}\left(5 \cdot \frac{1}{25}\right)} \cdot \log_5 \frac{1}{25} &= \sqrt{\log_{\frac{1}{25}}\left(\frac{1}{5}\right)} \cdot (-2) = \\ &= 1 \cdot (-2) = -2; \\ -2 &= -2 \text{ — рівність правильна.} \end{aligned}$$

**Відповідь.**  $\frac{1}{25}$ .

### РІВНЯННЯ 9

$$\lg^2\left(1 + \frac{4}{x}\right) + \lg^2\left(1 - \frac{4}{x+4}\right) = 2\lg^2\left(\frac{2}{x-1} - 1\right).$$

#### Розв'язання

**ОДЗ:**  $\begin{cases} 1 + \frac{4}{x} > 0, \\ 1 - \frac{4}{x+4} > 0, \\ \frac{2}{x-1} - 1 > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+4}{x} > 0, \\ \frac{x}{x+4} > 0, \\ \frac{3-x}{x-1} > 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x(x+4) > 0, \\ (3-x)(x-1) > 0, \end{cases}$

$$x \in (1; 3).$$

$$\lg^2\left(\frac{x+4}{x}\right) + \lg^2\left(\frac{x}{x+4}\right) = 2\lg^2\left(\frac{3-x}{x-1}\right),$$

$$\lg^2\left(\frac{3-x}{x-1}\right) - \lg^2\left(\frac{x+4}{x}\right) + \lg^2\left(\frac{3-x}{x-1}\right) - \lg^2\left(\frac{x}{x+4}\right) = 0,$$

$$\begin{aligned} &\left(\lg\left(\frac{3-x}{x-1}\right) + \lg\left(\frac{x+4}{x}\right)\right)\left(\lg\left(\frac{3-x}{x-1}\right) - \lg\left(\frac{x+4}{x}\right)\right) + \\ &+ \left(\lg\left(\frac{3-x}{x-1}\right) + \lg\left(\frac{x}{x+4}\right)\right)\left(\lg\left(\frac{3-x}{x-1}\right) - \lg\left(\frac{x}{x+4}\right)\right) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\lg\left(\frac{(3-x)(x+4)}{x(x-1)}\right)\right)\left(\lg\left(\frac{(3-x)x}{(x-1)(x+4)}\right)\right) + \\ &+ \left(\lg\left(\frac{(3-x)x}{(x-1)(x+4)}\right)\right)\left(\lg\left(\frac{(3-x)(x+4)}{x(x-1)}\right)\right) = 0, \end{aligned}$$



$$\left( \lg \left( \frac{(3-x)(x+4)}{x(x-1)} \right) \right) \left( \lg \left( \frac{(3-x)x}{(x-1)(x+4)} \right) \right) = 0.$$

Маємо:  $\lg \left( \frac{(3-x)(x+4)}{x(x-1)} \right) = 0$

або  $\lg \left( \frac{(3-x)x}{(x-1)(x+4)} \right) = 0.$

Розв'яжемо перше рівняння  $\frac{(3-x)(x+4)}{x(x-1)} = 1,$

$x^2 = 6$ , звідки, урахувавши ОДЗ рівняння, маємо  $x = \sqrt{6}$ .

Корінь другого рівняння  $x = \sqrt{2}$ .

**Відповідь.**  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{6}$ .

#### РІВНЯННЯ 10

$$\log_7 |x-1| + \log_7 \left( \frac{2x+9}{7x+9} \right) = 0.$$

**Розв'язання**

**ОДЗ:**  $\begin{cases} x-1 \neq 0, \\ \frac{2x+9}{7x+9} > 0, \end{cases} \begin{cases} x \neq 1, \\ (2x+9)(7x+9) > 0, \end{cases}$

$$x \in \left( -\infty; -\frac{9}{2} \right) \cup \left( -\frac{9}{7}; 1 \right) \cup (1; +\infty).$$

$$\log_7 \left( |x-1| \cdot \frac{2x+9}{7x+9} \right) = \log_7 1,$$

$$|x-1| \cdot \frac{2x+9}{7x+9} = 1.$$

**1)** Якщо  $x > 1$ , то  $|x-1| = x-1$ , тобто  $\frac{(x-1)(2x+9)}{7x+9} = 1$ , звідки  $2x^2 - 18 = 0$ ,  $x = 3$  —

не задовольняє умову  $x > 1$ , або  $x = 3$ ;

**2)** якщо  $x < 1$ , то  $|x-1| = 1-x$ , тобто  $\frac{(1-x)(2x+9)}{7x+9} = 1$ , звідки  $2x^2 + 14x = 0$ ,  $x = -7$

або  $x = 0$ .

**Відповідь.**  $-7$ ;  $0$ ;  $3$ .

#### РІВНЯННЯ 11

$$\left| \log_{\frac{1}{3}} (1 + \sin 2x) \right| + \left| \log_{\frac{1}{3}} (1 - \sin 2x) \right| = 1.$$

**Розв'язання**

**ОДЗ:**  $\sin 2x \neq \pm 1$ ,  $x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

Нехай  $\sin 2x = t$  ( $|t| < 1$ ),

тоді  $\left| \log_{\frac{1}{3}} (1+t) \right| + \left| \log_{\frac{1}{3}} (1-t) \right| = 1.$

Областю визначення функції

$$f(t) = \left| \log_{\frac{1}{3}} (1+t) \right| + \left| \log_{\frac{1}{3}} (1-t) \right|$$

є проміжок  $(-1; 1)$ .

Цьому проміжку належить єдиний нуль функції  $t = 0$ .

**1)** Якщо  $t \in (-1; 0]$ , то  $\left| \log_{\frac{1}{3}} (1+t) \right| = \log_{\frac{1}{3}} (1+t)$ ,

$$\left| \log_{\frac{1}{3}} (1-t) \right| = -\log_{\frac{1}{3}} (1-t), \text{ тобто}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} (1+t) - \log_{\frac{1}{3}} (1-t) = 1, \quad \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1+t}{1-t} \right) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3},$$

$$\frac{1+t}{1-t} = \frac{1}{3}, \text{ звідки } t = -\frac{1}{2};$$

**2)** якщо  $t \in (0; 1)$ , то  $\left| \log_{\frac{1}{3}} (1+t) \right| = -\log_{\frac{1}{3}} (1+t)$ ,

$$\left| \log_{\frac{1}{3}} (1-t) \right| = \log_{\frac{1}{3}} (1-t), \text{ тобто}$$

$$-\log_{\frac{1}{3}} (1+t) + \log_{\frac{1}{3}} (1-t) = 1, \quad \log_{\frac{1}{3}} \left( \frac{1-t}{1+t} \right) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3},$$

$$\frac{1-t}{1+t} = \frac{1}{3}, \text{ звідки } t = \frac{1}{2}.$$

Повертаючись до початкової змінної, маємо:

**1)**  $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ ,  $2x = (-1)^{k+1} \arcsin \frac{1}{2} + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,

$$2x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z};$$

**2)**  $\sin 2x = \frac{1}{2}$ ,  $2x = (-1)^m \arcsin \frac{1}{2} + \pi m$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,

$$2x = (-1)^m \frac{\pi}{6} + \pi m, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad x = (-1)^m \frac{\pi}{12} + \frac{\pi m}{2},$$

$$m \in \mathbb{Z}.$$

**Відповідь.**  $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z};$

$$(-1)^m \frac{\pi}{12} + \frac{\pi m}{2}, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

## РІВНЯННЯ 12

$$2\log_9(-\cos x) - \log_9 \sin x + \log_9(2\sqrt{3}) = 0.$$

### Розв'язання

**ОДЗ:**  $\begin{cases} \cos x < 0, \\ \sin x > 0, \end{cases} \quad x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right), \quad n \in \mathbb{Z}.$

$$\log_9 \left( \frac{\cos^2 x}{\sin x} \cdot 2\sqrt{3} \right) = \log_9 1,$$

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin x} \cdot 2\sqrt{3} = 1,$$

$$(1 - \sin^2 x) \cdot 2\sqrt{3} = \sin x,$$

$$2\sqrt{3} \sin^2 x + \sin x - 2\sqrt{3} = 0.$$

Нехай  $\sin x = t$  ( $|t| \leq 1$ ), тоді маємо:

$$2\sqrt{3}t^2 + t - 2\sqrt{3} = 0,$$

$$D = 1 + 4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 49,$$

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{4\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{— не задовольняє умову}$$

$$|t| \leq 1;$$

$$t_2 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Повертаючись до початкової змінної, дістаємо:

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Ураховуючи ОДЗ, отримаємо  $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k,$

$$k \in \mathbb{Z}.$$

**Відповідь.**  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$

## РІВНЯННЯ 13

$$\log_7 x + \log_{\frac{1}{x}} 7 = \log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{x} + \log_x^2 7 - \frac{7}{4}$$

### Розв'язання

**ОДЗ:**  $\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 1, \end{cases} \quad x \in (0; 1) \cup (1; +\infty).$

$$\log_7 x + \log_x 7 = \log_7^2 x + \log_x^2 7 - \frac{7}{4} = 0,$$

$$\left( \log_7 x + \frac{1}{\log_7 x} \right) - \left( \log_7^2 x + \frac{1}{\log_7^2 x} \right) + \frac{7}{4} = 0.$$

Нехай  $\log_7 x + \frac{1}{\log_7 x} = t$ , тоді

$$\log_7^2 x + \frac{1}{\log_7^2 x} = t^2 - 2.$$

Маємо рівняння:

$$t - (t^2 - 2) + \frac{7}{4} = 0, \quad \text{звідки}$$

$$4t^2 - 4t - 15 = 0, \quad t_1 = -\frac{3}{2}, \quad t_2 = \frac{5}{2}.$$

Повертаючись до початкової змінної, дістаємо:

1)  $\log_7 x + \frac{1}{\log_7 x} = -\frac{3}{2},$

$$2\log_7^2 x + 3\log_7 x + 2 = 0.$$

Нехай  $\log_7 x = y$ , тоді маємо:  $2y^2 + 3y + 2 = 0,$

$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -7 < 0$ , отже, рівняння коренів не має.

2)  $\log_7 x + \frac{1}{\log_7 x} = \frac{5}{2},$

$$2\log_7^2 x - 5\log_7 x + 2 = 0.$$

Нехай  $\log_7 x = y$ , тоді маємо:

$$2y^2 - 5y + 2 = 0,$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9, \quad y_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}, \quad y_2 = \frac{5+3}{4} = 2.$$

Отже,  $\log_7 x = \frac{1}{2}$ , звідки  $x = \sqrt{7}$ , або

$$\log_7 x = 2. \quad \text{звідки } x = 49.$$

**Відповідь.**  $\sqrt{7}; 49.$



# ЧОТИРИКУТНИКИ

## УСНИЙ ІНТЕРАКТИВНИЙ ЖУРНАЛ (8 КЛАС)

Н. В. Мазур, м. Кременчук, Полтавська обл.

**Мета:** удосконалити й поглибити знання учнів про чотирикутники, набуті на уроках; розвивати логічне мислення, увагу, кмітливість, допитливість, уміння чітко висловлювати власні думки; виховувати зацікавленість у пізнанні нового, активність, працелюбність, дисциплінованість.

### ХІД ЗАХОДУ

#### СТОРІНКА ПЕРША

##### ПОЕТИЧНА

Учні читають вірші І. Ф. Лебедко.

##### Паралелограм

Дозвольте, друзі, першим  
Відрекомендуватись вам,  
Бо звуть мене не легко — Паралелограм!  
Ім'я таке дали мені тому, напевно,  
Що сторони мої попарно паралельні.  
І хоч не всі однаковими є мої кути,  
Та протилежні — рівні, як близнюки-брати.

##### Квадрат

Е ні, не вихваляйся, брате,  
Дай познайомитись з Квадратом!  
Як не крути, а неодмінно  
Побачиш ти: все в мене рівне:  
Прямі кути, діагоналі,  
І рівні сторони я маю.

##### Прямокутник

Та можна не лише Квадрату  
Прямі кути у себе мати.  
Услухайся в ім'я уважно,  
І зрозуміти все не важко.  
Я — Прямокутник, і мені  
Кути дали лише прямі,  
Та із сторін є більша й менша,  
Однакові лиш протилежні.

##### Ромб

Я — Ромб. Дозволь узяти слово, брате.  
Про себе хочу розказати.  
Своїми сторонами, я мов квадратик сам,  
Але кутами схожий на Паралелограм.  
Мої діагоналі від інших відрізняються,

Тому що під прямим кутом вони перетинаються.

Цих помічниць старанних хвалю я ненавмисне,

У мене одночасно вони ще й бісектриси.

##### Трапеція

Але у цих братів зухвалих, хвалькуватих,  
Молодша є сестра — Трапецією звати.

Одна в сім'ї серед братів сестриця,

Я навіть формою нагадую спідницю.

Дві сторони я паралельні маю —

Основами своїми називаю.

Дві інші — то бічні, з'єднай їх середини,

І лінію середню одержиш в ту ж хвилину.

А довжину її, якщо ти хочеш знати,

Додай основи дві і поділи їх навпіл.

Як сторони бічні у мене будуть рівні,

То рівнобічною я буду неодмінно.

#### СТОРІНКА ДРУГА

##### ЧОМУ МИ ЇХ ТАК НАЗИВАЄМО?

##### Походження й історія математичних термінів

##### Паралелограм

Термін «паралелограм» утворився від грецького  $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\omicron\gamma\rho\alpha\mu\iota\omicron\nu$ , що складається з двох слів:  $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$  — паралельний і  $\gamma\rho\alpha\mu\mu\eta$  — лінія. Слово «паралельний», що дало основу терміна «паралелограм», уперше застосовували в школі Піфагора понад 2500 років тому. Спочатку для позначення паралельності використовували знак «=», і тільки після того, як Р. Рекорд увів знак рівності (1557), для позначення паралельності почали використовувати знак «||».

##### Ромб

Походження слова «ромб» пояснюють по-різному. Його утворюють від грецького  $\rho\omicron\mu\beta\zeta$  — «бубон», пояснюючи це тим, що ромб схожий на чотирикутний бубон. Існує й інше пояснення: слово  $\rho\omicron\mu\beta$  означало «тіло, що обертається, веретено». У геометрію термін увійшов

## КЕРІВНИКУ ГУРТКА

тому, що таку форму має переріз, проведений в обмотаному веретені. У «Началах» Евкліда слово «ромб» зустрічається тільки в означеннях, властивості ромба Евклід не вивчав. Термін «ромб» застосовували Герон, Папп.

**Квадрат**

Термін «квадрат» утворився як буквальный переклад латинського слова «квадро» — чотири. У нас слово «квадратум» уперше зустрічається 1499 року. Від нього утворені такі слова, як «квадратний» (Л. Ф. Магніцький (1703) і «квадратичний» (кінець XVIII ст.).

**Трапеція**

У «Началах» Евкліда словом «трапеція» називались усі чотирикутники, крім квадрата, ромба і прямокутника, а також зрізана піраміда. У грецькій слово *τραπέζιον* означає «стол» від *τράπεζα* — «стіл». У сучасному смислі термін уперше зустрічається в давньогрецького філософа Посідонія (I ст. до н. е.).

**Діагональ**

Слово «діагональ» походить від грецького *διαγώνιος* і складене з двох слів: *δια* — «через» і *γωνία* — «кут»; буквально — «та, що проходить через кут». Уперше цей термін зустрічається в Евкліда. Архімед, Аполлоній та інші стародавні геометри застосовували інше слово — «діаметр». Цей термін був природним для чотирикутників, вписаних у коло, а згодом розповсюдився на всі многокутники. У Середні віки застосовували обидва терміни. Лише у XVIII ст. ці терміни були чітко розмежовані.

**Периметр**

Слово «периметр» утворене з двох грецьких слів: *περι* — «навколо» і *μετρον* — «вимірювати». Цим терміном користувалися ще Архімед, Герон, Папп. Але в деяких підручниках геометрії до кінця XIX ст. однаково часто зустрічалися слова «периметр» і «обвід».

**Теорема**

Назва «теорема» пішла від грецького *θεωρημα*, що означає «видовище, вистава». У математиці греків це слово стали вживати в смислі «істина, доступна спогляданню». У свою чергу слово *θεωρημα* походить від

грецьких «розглядаю», «обмірковую». Як математичний термін це слово вперше застосував Архімед.

## СТОРІНКА ТРЕТЯ

**ВІКТОРИНА «ЧИ ПРАВИЛЬНЕ ТВЕРДЖЕННЯ?»**

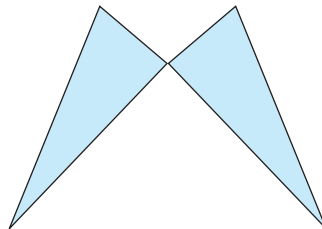
На початку вікторини кожний учень має 12 балів (за кількістю запитань). Якщо учень вважає, що твердження неправильне, він встає, якщо — ні, залишається сидіти. За кожну неправильну відповідь знімають по 1 балу.

1. Діагоналі ромба рівні.
2. Усі сторони паралелограма рівні.
3. Усі кути ромба рівні.
4. Діагоналі прямокутника рівні.
5. Діагоналі квадрата взаємно перпендикулярні.
6. Діагоналі квадрата є бісектрисами його кутів.
7. Діагоналі паралелограма точкою перетину діляться навпіл.
8. Усі кути прямокутника рівні.
9. Протилежні кути трапеції рівні.
10. Діагоналі паралелограма є бісектрисами його кутів.
11. Діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні.
12. Діагональ прямокутника ділить його на два рівних трикутники.

## СТОРІНКА ЧЕТВЕРТА

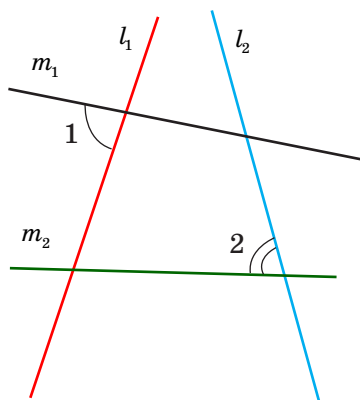
**ПРО ЩО НЕ ПИШУТЬ У ПІДРУЧНИКАХ?  
АНТИПАРАЛЕЛОГРАМ І ДЕЛЬТОЇД****Антипаралелограм**

Антипаралелограмом називають чотирикутник, у якому кожні дві протилежні сторони рівні між собою, але не паралельні, на відміну від паралелограма. Довгі протилежні сторони перетинаються між собою в точці, що розміщена між їхніми кінцями; перетинаються між собою також і продовження коротких сторін.



■ Антипаралелограм

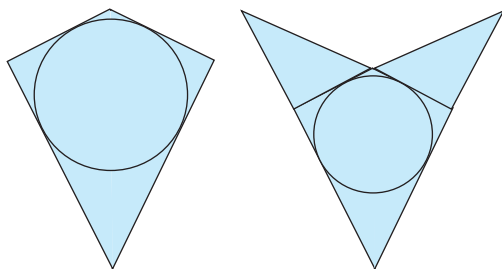
Якщо чотирикутник є антипаралелограмом, то дві пари його протилежних сторін антипаралельні, тобто такі, що утворюють при перетині двох поданих прямих рівні кути, але з протилежних боків. Вершинами антипаралелограма є вершини рівнобедреної трапеції, тобто бічні сторони рівнобедреної трапеції є антипаралельними, також антипаралельними є діагоналі рівнобедреної трапеції.



- Прямі  $l_1$  і  $l_2$  є антипаралельними відносно прямих  $m_1$  і  $m_2$

### Дельтоїд

Дельтоїд — це чотирикутник, у якому дві пари суміжних сторін мають рівні довжини.



- Опуклий і неопуклий дельтоїди

### Властивості дельтоїда

- ♦ Кути між сторонами різної довжини рівні.
- ♦ Діагоналі дельтоїда (чи їхні продовження) перпендикулярні.
- ♦ Точка перетину діагоналей дельтоїда ділить одну з них навпіл; друга діагональ є бісектрисою його кутів.
- ♦ Одна з діагоналей ділить дельтоїд на два рівнобедрені трикутники.

**Зауваження.** Наведені означення і властивості доцільно роздрукувати й роздати гуртківцям як пам'ятки.

## СТОРІНКА П'ЯТА

### «ПРАЦЮЮТЬ» ВЛАСТИВОСТІ ЧОТИРИКУТНИКІВ

На рисунках зображено паралелограм, прямокутник, квадрат і трапецію. Учням пропонують знайти невідомі сторони і периметри цих фігур. За кожну правильну відповідь нараховують 1 бал.

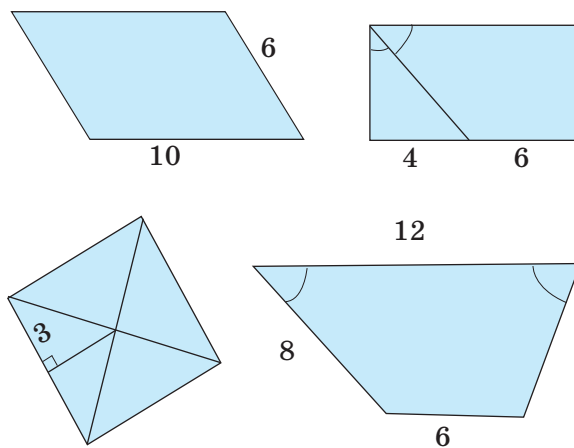


Рис. 1

## СТОРІНКА ШОСТА

### ПРО ЩО НЕ ПИШУТЬ У ПІДРУЧНИКАХ? МЕТРИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ В ЧОТИРИКУТНИКАХ

#### 1. Нерівність чотирикутника

Модуль різниці будь-яких двох сторін чотирикутника не більший від суми двох інших сторін:  $|a - b| \leq c + d$ .

Або: у будь-якому чотирикутнику сума довжин трьох його сторін не менша за довжину четвертої сторони, тобто:

$$a \leq b + c + d, \quad b \leq a + c + d, \quad c \leq a + b + d, \quad d \leq a + b + c.$$

Рівність у нерівності чотирикутника досягається тільки в тому випадку, якщо він вироджений, тобто всі його вершини лежать на одній прямій.

## КЕРІВНИКУ ГУРТКА

## 2. Нерівність Птолемея

Для сторін  $a, b, c, d$  і діагоналей  $e, f$  опуклого чотирикутника виконується нерівність:

$$|e| \cdot |f| \leq |a| \cdot |c| + |b| \cdot |d|,$$

причому рівність досягається тоді і тільки тоді, коли чотирикутник є вписаним у коло або його вершини лежать на одній прямій.

## 3. Співвідношення між сторонами і діагоналями чотирикутника

Для сторін  $a, b, c, d$  і діагоналей  $e, f$  опуклого чотирикутника виконується співвідношення

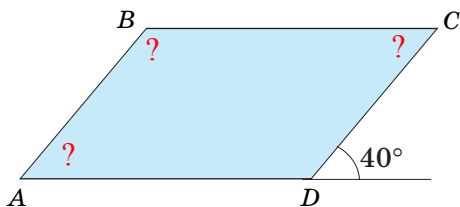
$$\begin{aligned} & a^2 c^2 (b^2 + d^2 + e^2 + f^2 - a^2 - c^2) + \\ & + b^2 d^2 (a^2 + c^2 + e^2 + f^2 - b^2 - d^2) + \\ & + e^2 f^2 (a^2 + c^2 + b^2 + d^2 - e^2 - f^2) = \\ & = (abc)^2 + (bcd)^2 + (cde)^2 + (daf)^2. \end{aligned}$$

**Зауваження.** Наведені співвідношення доцільно роздрукувати і роздати гуртківцям як пам'ятки.

## СТОРІНКА СЬОМА

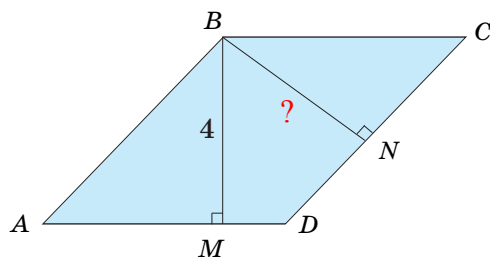
## НЕВІДОМИЙ ЕЛЕМЕНТ

Учням пропонують знайти невідомі сторони або кути чотирикутників, зображених на рисунках. Учневі, який першим правильно виконає завдання, нараховують 1 бал.



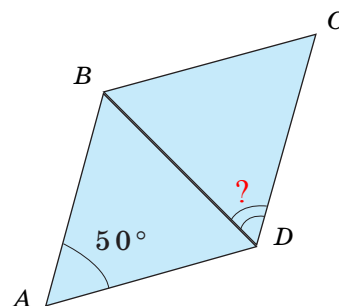
$ABCD$  — паралелограм

Рис. 2



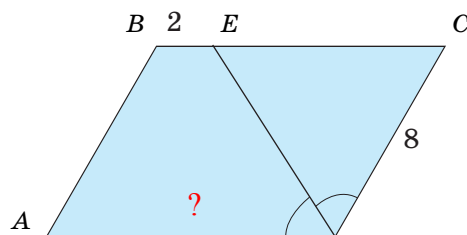
$ABCD$  — ромб

Рис. 3



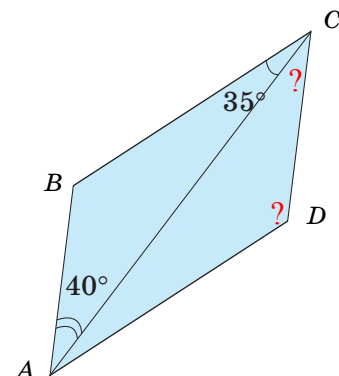
$ABCD$  — ромб

Рис. 4



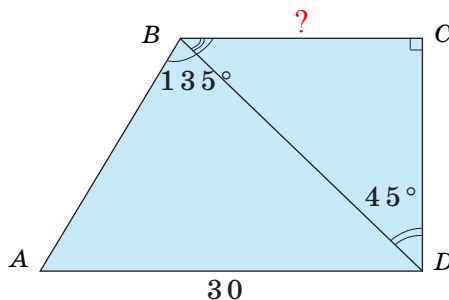
$ABCD$  — паралелограм

Рис. 5



$ABCD$  — паралелограм

Рис. 6



$ABCD$  — трапеція

Рис. 7

## СТОРІНКА ВОСЬМА

## ПРО ЩО НЕ ПИШУТЬ У ПІДРУЧНИКАХ?

## БІМЕДІАНИ ЧОТИРИКУТНИКА

Бімедіанами чотирикутника називають відрізки, що сполучають середини його протилежних сторін. Точку перетину бімедіан називають центроїдом вершин чотирикутника.

Дві бімедіани чотирикутника і відрізки, що сполучають середини діагоналей цього чотирикутника, перетинаються в одній точці.

Для опуклого чотирикутника зі сторонами  $a, b, c, d$  і діагоналями  $p$  і  $q$  довжина бімедіани, що сполучає середини сторін  $a$  і  $c$ , дорівнює  $m = \frac{1}{2}\sqrt{-a^2 + b^2 - c^2 + d^2 + p^2 + q^2}$ , а довжина бімедіани, що сполучає середини сторін  $b$  і  $d$ , дорівнює  $n = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + p^2 + q^2}$ . Звідси випливає, що  $p^2 + q^2 = 2(m^2 + n^2)$ .

Для опуклого чотирикутника існує взаємозв'язок між бімедіанами і діагоналями:

- ♦ Дві бімедіани мають однакову довжину тоді і тільки тоді, коли діагоналі чотирикутника є взаємно перпендикулярними.
- ♦ Дві бімедіани є перпендикулярними тоді і тільки тоді, коли діагоналі чотирикутника мають однакову довжину.

**Зауваження.** Наведені означення і властивості доцільно роздрукувати і роздати гуртківцям як пам'ятки.

## СТОРІНКА ДЕВ'ЯТА

## ВИПРАВ ПОМИЛКУ!

Учням пропонують виправити помилки, яких припустилися в зображеннях паралелограмів. За кожну правильну відповідь нараховують 1 бал.

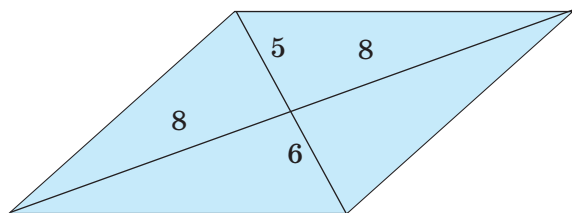


Рис. 8

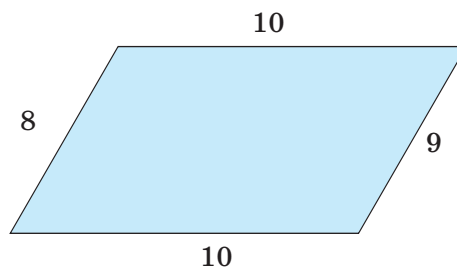


Рис. 9

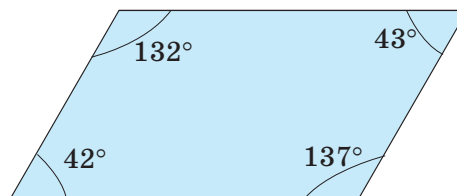


Рис. 10

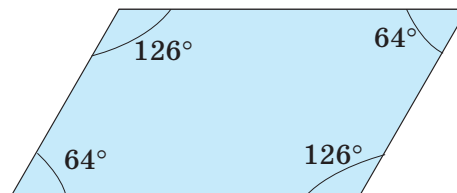


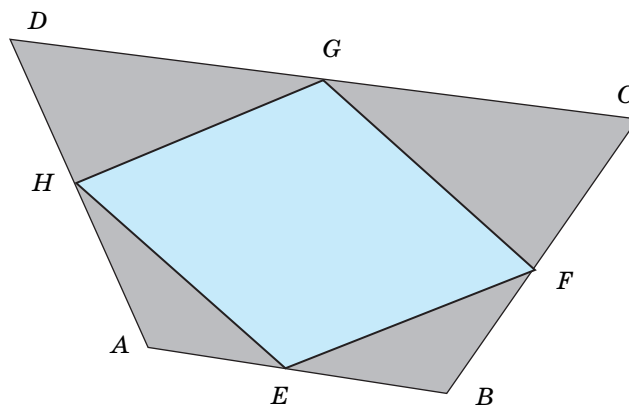
Рис. 11

## СТОРІНКА ДЕСЯТА

## ПРО ЩО НЕ ПИШУТЬ У ПІДРУЧНИКАХ?

## ПАРАЛЕЛОГРАМ ВАРІНЬОНА

Середини сторін будь-якого чотирикутника є вершинами паралелограма, що називають паралелограмом Варіньона.



■ Паралелограм Варіньона EFGH

**Властивості паралелограма Варіньона**

- ♦ Протилежні сторони паралелограма Варіньона є паралельними відповідним діагоналям початкового чотирикутника.
- ♦ Довжина сторони паралелограма Варіньона дорівнює половині довжини діагоналі початкового чотирикутника, якій ця сторона є паралельною.
- ♦ Периметр паралелограма Варіньона дорівнює сумі довжин діагоналей початкового чотирикутника.
- ♦ Площа паралелограма Варіньона дорівнює половині площі початкового чотирикутника.
- ♦ Діагоналі паралелограма Варіньона є бімедіанами початкового чотирикутника.

**Зауваження.** Наведені означення і властивості доцільно роздрукувати і роздати гуртківцям як пам'ятки.

## СТОРІНКА ОДИНАДЦЯТА

### ГЕОМЕТРИЧНИЙ АУКЦІОН

На аукціон виставляють предмети, що мають форму чотирикутників (зошит, хустинка, рушник, спідниця у формі трапеції тощо). Гуртківцям пропонують по черзі сформулювати по одній властивості відповідної геометричної фігури. Право придбати предмет має учень, який назвав властивість останнім.

## СТОРІНКА ДВАНADЦЯТА

**ПІДСУМКИ**

Учитель підбиває підсумки заняття, називає найактивніших гуртківців, відзначає переможця — учня, що набрав найбільшу кількість балів.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. *Александрова Н. В.* История математических терминов, понятий, обозначений. — М. : Издательство ЛКИ, 2008.
2. *Панішева О. В.* Математичні пасажі. — Х. : Видавнича група «Основа», 2010.
3. *Рабинович Е. М.* Геометрия 7–9. Задачи и упражнения на готовых чертежах. — Х. : Гимназия, 1998.
4. Старова О. О. Дидактична картотека. Геометрія. 8 клас. — Х. : Видавнича група «Основа», 2012.
5. <https://uk.wikipedia.org/wiki/Чотирикутник>
6. <http://www.teacherjournal.com.ua/shkola/matematika/> І. Ф. Лебедко. Власні вірші до теми «Чотирикутники» (8 клас).

**У БЛОКНОТ ВИКЛАДАЧА МАТЕМАТИКИ****ФОРМУЛИ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩІ ЧОТИРИКУТНИКІВ**

Позначення:  $a, b, c, d$  — довжини сторін чотирикутника,  $l, f$  — довжини діагоналей чотирикутника,  $\varphi$  — кут між діагоналями,  $p$  — півпериметр,  $S$  — площа.

**1. Довільний чотирикутник**

- ♦  $S = \frac{1}{2}(h_1 + h_2)f$ , де  $h_1, h_2$  — висоти, проведені до діагоналі, що дорівнює  $f$ .
- ♦  $S = \frac{1}{2}lf \sin \varphi$ .
- ♦  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd \cos^2 \varphi}$ .
- ♦  $S^2 = \frac{1}{16}(2lf + a^2 + c^2 - b^2 - d^2) \times (2lf - a^2 - c^2 + b^2 + d^2)$ .

**2. Вписаний чотирикутник**

- ♦  $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$  (формула Брахмагупти).
- ♦  $S = \frac{1}{4R} \sqrt{(ab+cd)(ac+bd)(ad+bc)}$ , де  $R$  — радіус описаного кола.

**3. Описаний чотирикутник**

- ♦  $S = rp$ , де  $r$  — радіус вписаного кола.

**4. Ромб**

- ♦  $S = \frac{4r^2}{\sin \alpha}$ , де  $r$  — радіус вписаного кола,  $\alpha$  — будь-який із кутів ромба.

**5. Трапеція**

- ♦  $S = \frac{a+b}{2} \sqrt{c^2 - \left( \frac{(a-b)^2 + c^2 - d^2}{2(a-b)} \right)^2}$ , де  $a$  і  $b$  — основи трапеції,  $c$  і  $d$  — бічні сторони.

**6. Дельтоїд**

- ♦  $S = ab \sin \alpha$ , де  $a$  і  $b$  — нерівні сторони дельтоїда,  $\alpha$  — кут між ними.



# ЖОВТЕНЬ 2018 РОКУ

## Вивчаємо історію й математику

Л. І. Михайленко, м. Харків

**Жовтень** — десятий місяць року в григоріанському календарі, він має 31 день. Назву «жовтень» місяць отримав через те, що на нього припадає час жовтіння листя. За характерні погодні умови в народі його називали також грязень, хмурень, листопадник, зазимник, а також весільник — після закінчення пори польових робіт і обмолоту хліба наступав час весіль.

### 1 ЖОВТНЯ

1881 рік. Народився Вільям Едвард Боїнг — американський літакобудівник, засновник американської авіабудівельної компанії «Boeing». Сьогодні Компанія «Боїнг» — одна з найбільших світових аерокосмічних та оборонних корпорацій. «Боїнг» є найбільшим у світі виробником літаків за кількістю замовлень, поставок, а також за доходами. 2015 року в Києві було відкрито перше в Україні Конструкторське Бюро «Боїнг».

#### Задача 1

Знайдіть значення виразу

$F_1 + F_2 + \dots + F_{15} + 320$ , де  $F_1, F_2, \dots, F_{15}$  — перші 15 чисел послідовності Фібоначчі, і ви дізнаєтесь, якого року Боїнгом була заснована компанія «The Pacific Aero Products Company», незабаром перейменована в «Boeing Airplane Company».

### 2 ЖОВТНЯ

2002 рік. У Японії надійшов у продаж перший у світі робот-інкасатор. Робот (від чеськ. *robot*) — автоматичний пристрій, що призначений для виконання виробничих та інших операцій, які зазвичай виконувались безпосередньо людиною. Перше креслення людиноподібного робота було зроблене Леонардо да Вінчі.

#### Задача 2

Збільште в 5 разів число, що на одиницю менше від добутку найменшого простого числа,

найменшого досконалого числа і квадрата числа 5, і ви дізнаєтесь, яким роком датується перше креслення людиноподібного робота, зроблене Леонардо да Вінчі.

### 3 ЖОВТНЯ

1925 рік. Відкрито Харківський державний театр опери та балету — перший український стаціонарний оперний театр. Спочатку театр мав назву Українська Державна Столична Опера. Із 1931 театр іменувався Харківським театром опери і балету, 1934 року отримав статус академічного, із того ж часу широко відомий під аббревіатурою ХАТОБ.

#### Задача 3

Установіть відповідність між виразами та їхніми значеннями, і ви дізнаєтесь, чие ім'я носить Харківський національний академічний театр опери та балету.

1	$650000:13000$	И	500 000
2	$6500:0,013$	Н	5
3	$6500000:1300$	С	5000
4	$65000:130$	Е	500
5	$0,065:0,013$	К	50 000
6	$6500:0,13$	О	0,5
7	$0,065:0,13$	Л	50

### 4 ЖОВТНЯ

1957 рік. Із космодрому Тюратам у Казахській РСР запущено перший у світі штучний супутник Землі під назвою «Супутник-1». ООН проголосила цей день Днем початку космічної ери людства. Політ супутника розпочався 4 жовтня 1957 року, а закінчився 4 січня 1958 року. За цей час супутник здійснив 1440 обертів навколо Землі.



## ЗАДАЧІ НА КОЖНИЙ ДЕНЬ

## Задача 4

Знайдіть тривалість (кількість діб) польоту «Супутника-1».

## 5 ЖОВТНЯ

1864 рік. Народився Луї Жан Люм'єр, винахідник кінематографа, брат Огюста Люм'єра.

Брати Люм'єри вважаються творцями кінематографа. Молодший брат Луї винайшов запатентований у лютому 1895 року апарат «Сінематограф», що був призначений як для зйомки, так і для демонстрації відзнятого матеріалу. Старший брат Огюст — організатор бізнесу їхнього підприємства.

## Задача 5

Збільште в 43 рази корінь рівняння  $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} + \frac{x}{10} + \frac{x}{20} + \frac{x}{50} + \frac{13}{100} = 1$  — і ви дізнаєтесь, якою була тривалість (у секундах) першого фільму братів Люм'єр.

## 6 ЖОВТНЯ

1459 рік. Народився Мартін Бегайм, німецький науковець і мореплавець, творець найстарішого зі збережених до сьогодні глобуса. Глобус Бегайма виготовлений 1492 року. Він відбиває знання європейців про навколишній світ на кінець XV століття. На глобусі немає Нового Світу, але є Європа, велика частина Азії та Африки, Євразія зображена занадто витягнутою, розташування Африки неточне, а зображення Америки відсутнє, оскільки існування Америки як окремого континенту було доведено Америго Веспуччі близько 20 років по тому.

## Задача 6

Розмістіть у нижньому рядку таблиці букви, що відповідають виразам, значення яких записані у верхньому рядку, і прочитайте назву найстарішого глобуса.

Б	$2 \cdot 0,9 - 0,8$	Я	$20 : (1,6 + 0,4)$
О	$41 : 5 - 0,2$	Е	$(0,13 + 0,07) \cdot 10$
У	$1,5 \cdot 4 + 3$	Л	$(0,3 + 0,2) : 0,1$
К	$1,9 + 6,3 : 3$	М	$9 \cdot 0,5 + 1,5$
Н	$10 - 2 \cdot 1,5$	З	$2 \cdot (0,7 + 0,8)$

3	2	6	7	2		10	1	5	9	4	8

## 7 ЖОВТНЯ

1952 рік. Отримано патент на штрих-код. Штриховий код — графічна інформація, що надає можливість зчитування її технічними засобами — послідовність чорних і білих смуг або інших геометричних фігур. Першою покупкою з використанням штрих-коду була упаковка жувальної гумки компанії Wrigley. Вона була здійснена в супермаркеті міста Трой (штат Огайо).

## Задача 7

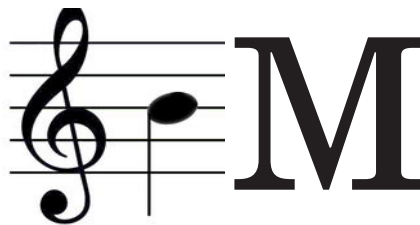
Збільште вдвічі трицифрове число, кожна наступна цифра якого на одиницю менша від попередньої, а сума цифр дорівнює 24, і ви дізнаєтесь, якого року було здійснено першу покупку з використанням штрих-коду.

## 8 ЖОВТНЯ

1886 рік. Харківська міська публічна бібліотека прийняла перших відвідувачів. Нині це Харківська державна наукова бібліотека імені Володимира Короленка — найбільша бібліотека Харкова і Східної України.

## Задача 8

Розгадавши ребус, ви дізнаєтесь, скільки мільйонів видань становить обсяг фондів бібліотеки.



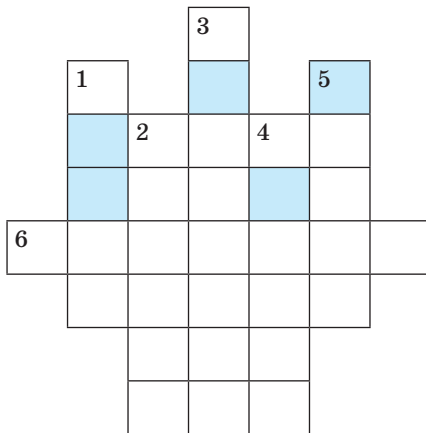
## 9 ЖОВТНЯ

1940 рік. Народився Джон Леннон — британський рок-музикант, співак, композитор, художник, письменник, громадський діяч. Засновник і учасник гурту «The Beatles», один із найвпливовіших музикантів XX століття.

## Задача 9

Джон Леннон писав: «Талант — це здатність вірити в ... Повна маячня, коли говорять, що я раптом відкрив у собі талант. Я просто працював».

Розгадайте кросворд і з букв, розміщених у виділених клітинках, складіть слово, пропущене у висловлюванні Джона Леннона.



1. Вид кута. 2. Компонент дії ділення. 3. Геометрична фігура. 4. Одна зі сторін рівнобедреного трикутника. 5. Відрізок, що сполучає дві точки кола. 6. Геометричне тіло.

## 10 ЖОВТНЯ

1932. У Запоріжжі запустили ДніпроГЕС. Дніпровська ГЕС — п'ятий ступінь нижчої частини каскаду гідроелектростанцій на р. Дніпро. Розташована в Дніпровському районі міста Запоріжжя. Утворює найстаріше на Дніпрі Дніпровське водосховище.

## Задача 10

Збільште суму всіх дільників числа 2003 у 2 млн разів, і ви дізнаєтесь, чому дорівнює (у кВт/год) середньорічне виробництво електроенергії Дніпровською ГЕС.

## 11 ЖОВТНЯ

1672 рік. Народився Пилип Степанович Орлик — український політичний, державний і військовий діяч, Генеральний писар (1702–1709), Гетьман Війська Запорозького у вигнанні (1710–1742), поет, публіцист. Намагаючись завоювати собі під-

тримку, Пилип Орлик склав (згідно з іншими джерелами, схвалив) «Пакти й Конституції прав і вольностей Війська Запорозького» — документ, що пізніше дістав назву Конституція Пилипа Орлика, яку вважають першою українською Конституцією, а також однією з перших конституцій у Європі. Документ написаний латиною і староукраїнською, складається з преамбули та 16 статей. Конституція не набула чинності, оскільки була написана в умовах вигнання.

## Задача 11

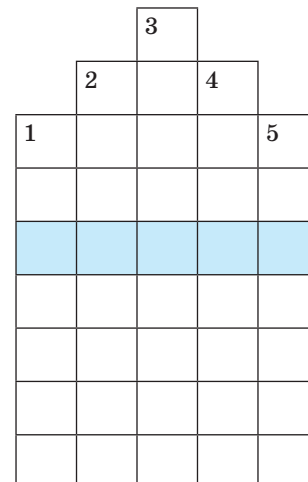
Запишіть число CLXXI арабськими цифрами, збільште його в 10 разів, і ви дізнаєтесь, якого року Пилип Орлик склав Конституцію.

## 12 ЖОВТНЯ

1492 рік. Експедиція Христофора Колумба досягла острова Сан-Сальвадор. Цей день вважають офіційною датою «відкриття Америки». Христофор Колумб — іспанський мореплавець, першовідкривач Америки (Багамських та Антильських островів, узбережжя Центральної та Південної Америки).

## Задача 12

В одному українському місті на честь Христофора Колумба названо вулицю. Розгадайте кросворд і у виділеному рядку прочитайте назву цього міста.



1. Компонент дії ділення. 2. Число. 3. Дія, за допомогою якої знаходять суму чисел. 4. Геометричне тіло. 5. Один із вимірів прямокутного паралелепіпеда.

## 13 ЖОВТНЯ

1875 рік. Відкрито Чернівецький університет. Сьогодні це Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. При університеті є низка дослідних установ: ботанічний сад, біологічна дослідна база, лабораторії фізики напівпровідників і термодинаміки, експериментальний рибзавод, сейсмічна й метеорологічна станції, чотири музеї. Наукова бібліотека університету має одинадцять відділів. Центральний корпус університету включений до списку Світової культурної спадщини ЮНЕСКО.

## Задача 13

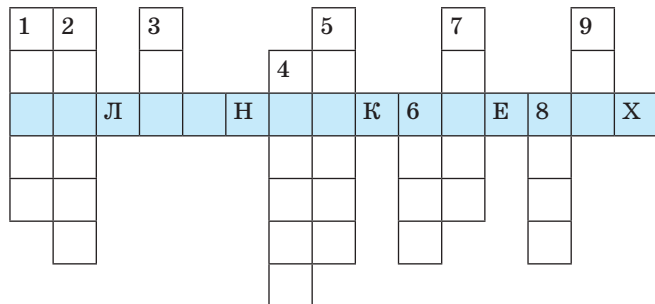
Знайдіть суму квадратів чисел  $a$  і  $2a$ , де  $a$  — число, обернене до 0,05, і ви дізнаєтесь, якого року Чернівецькому державному університету імені Юрія Федьковича надано статус національного.

## 14 ЖОВТНЯ

День захисника України — державне свято, метою якого є вшанування мужності та героїзму захисників незалежності й територіальної цілісності України, військових традицій і звитяг українського народу, сприяння подальшому зміцненню патріотичного духу в суспільстві.

## Задача 14

Запишіть у клітинки кросворда словами значення поданих виразів і відновіть гасло, під яким українці вперше 2015 року відзначали свято захисника України.



1.  $10 \cdot 0,4 + 4$ . 2.  $25 \cdot 60 \cdot 0,2$ . 3.  $1,5 \cdot 4 - 4$ .  
4.  $16 : 2 + 2$ . 5.  $4 \cdot 200 + 200$ . 6.  $1,5 \cdot 2 - 2$ . 7.  $4 + 4 \cdot 9$ .  
8.  $10 \cdot 0,4 - 4$ . 9.  $20 \cdot 0,3 - 3$ .

## 15 ЖОВТНЯ

2000 рік. У Парижі на Монмартрі відкрили Стіну кохання, на якій написано «Я тебе кохаю» багатьма мовами й діалектами світу і навіть шрифтом Брайля, що призначений для незрячих людей. Площа стіни становить  $40 \text{ м}^2$ . Ідея створення стіни належить французькому вокалістові Фредеріку Барону.

## Задача 15

Знайдіть суму перших трьох трицифрових простих чисел, і ви дізнаєтесь скільки мовами світу написано зізнання «Я тебе кохаю» на Стіні кохання в Парижі.

## 16 ЖОВТНЯ

1923 рік. Заснована кінокомпанія Уолта Діснея. Сьогодні The Walt Disney Company — один із найбільших фінансових конгломератів індустрії розваг у світі. Заснована братами Уолтером і Роєм Діснеями як невелика анімаційна студія, сьогодні вона є однією з найбільших голлівудських студій, власником 11 парків розваг і двох аквапарків, а також декількох мереж телерадіомовлення.

## Задача 16

Знайдіть значення виразу  $a : 6 - (a : 15 + 1,9)$ , де  $a = 570$  (саме стільки художників упродовж трьох років працювали над створенням діснеївського мультфільму «Білосніжка і семеро гномів» (1937)), і ви дізнаєтесь, скільки мільярдів доларів становила фінансова виручка компанії 2017 року.

## 17 ЖОВТНЯ

1738 рік. Михайло Ломоносов направив із Марбурга до Петербурга свій перший науковий твір «Про перетворення твердого тіла в рідке». Михайло Васильович Ломоносов (1711–1765) — російський учений-натураліст, геохімік, історик, поет, перший російський академічно освічений науковець.

## Задача 17

Розшифруйте ребус і вставте пропущене слово у висловлювання М. В. Ломоносова:

«... служить лише помічницею розуму в досягненні істинної суті речей. Практика

і вчення — слуги розуму, знаходять йому матеріал для роботи».



## 18 ЖОВТНЯ

1967 рік. Радянський космічний апарат «Венера-4» уперше увійшов у атмосферу Венери і почав її вивчення. Венера — друга планета Сонячної системи. Період обертання навколо Сонця — 224,7 земних діб. За розміром Венера майже така сама, як Земля. Середня відстань Венери від Сонця — 108 млн км.

### Задача 18

Відстань від Венери до Землі змінюється в межах від  $ab$  млн км до  $xuz$  млн км. Знайдіть межі, у яких змінюється відстань від Венери до землі, якщо:

- $a$  — ціла частина числа  $\pi$ ;
- $b$  — кількість вершин куба;
- $x$  — найменше просте число;
- $y$  — найменше досконале число;
- $z$  — найменше натуральне число.

## 19 ЖОВТНЯ

2011 рік. Американець Олександр Йі та японець Сігеру Кондо розраховували значення числа  $\pi$  з точністю в 10 трильйонів цифр після коми. Тепер людство знає, що 10-трильйонна цифра числа  $\pi$  дорівнює п'яти. Навіщо це потрібно? Насамперед для розробки нових обчислювальних алгоритмів і удосконалення програмного забезпечення комп'ютерної техніки.

### Задача 19

Збільште в 100 разів корінь рівняння  $((x+1)+2)+3)+4=13,71$ , і ви дізнаєтесь, скільки діб знадобилось Олександрові Йі та Сігеру Кондо, щоб розрахувати значення числа  $\pi$  з точністю в 10 трильйонів цифр після коми.

До речі. 2013 року Олександр Йі та Сігеру Кондо вирішили покращити свій результат і обчислили число  $\pi$  з точністю до 12,1 трлн знаків після коми. Для цього їм знадобилося 92 доби.

## 20 ЖОВТНЯ

1868 рік. У Києві створений перший в Україні приватний комерційний банк. Комерційний банк — кредитна установа, що здійснює банківські операції для юридичних і фізичних осіб (розрахункові, платіжні операції, залучення вкладів, надання позик, а також операції на ринку цінних паперів і посередницькі операції). Першим відомим у світі комерційним банком був банк Св. Георгія в Генуї (Італія).

### Задача 20

Знайдіть наступне число послідовності 7, 507, 907, 1207, ..., і ви дізнаєтесь, якого року був відкритий перший у світі комерційний банк.

## 21 ЖОВТНЯ

1923 рік. У Німецькому музеї в Мюнхені відкрився перший планетарій. Його продемонстрував професор Вальтер Бауерсфельд. Планетарій — науково-освітня установа, у якій демонструють небесну сферу з зірками, планетами і супутниками, кометами і метеоритами, а також сонячні й місячні затемнення, панорами Місяця, Марса, Венери.

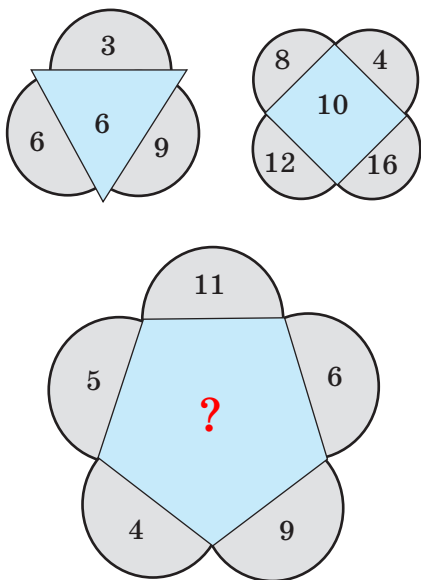
### Задача 21

Знайдіть пропущене число, і ви дізнаєтесь, скільки сьогодні в Україні діючих планетаріїв (с. 20).

## 22 ЖОВТНЯ

1797 рік. Відбувся перший в історії людства стрибок із парашутом. Його здійснив Андре-Жак Гарнерен (1769–1823) — відомий французький повітроплавець, зістрибнувши з повітряної кулі над паризьким парком Монсо.

## СКАРБНИЧКА ВЧИТЕЛЯ



## Задача 22

Знайдіть значення виразу

$$\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{11}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{12}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{19}\right), \text{ і ви ді-}$$

знаєтеся, із якої висоти (у км) А. Ж. Гарнерен здійснив перший в історії людства стрибок із парашутом.

## 23 ЖОВТНЯ

2001 рік. Компанія Apple представила перший iPod. Apple Inc. — американська технологічна компанія з офісом у Купертіно (Каліфорнія), яка проектує та розробляє побутову електроніку, програмне забезпечення та онлайн-сервіси. Apple заснована в Каліфорнії 1 квітня 1976 року Стівом Джобсом, Стівом Возняком та Рональдом Уейном, які зібрали в середині 1970-х свій перший персональний комп'ютер.

## Задача 23

Скориставшись ключем, розшифруйте слово і відновіть висловлювання Стіва Джобса:

«Я переконаний, що половина того, що відрізняє успішних підприємців від невдач, — це ...».

Ключ:

А	В	Г	Е	И	І	Л	Н	О	П	С	Т	Ь
↗	↘	↖	⇒	↙	⇔	⇌	⇕	⇓	⇔	↗	↘	⇕

Слово:

↗ ↘ ⇔ ⇓ ⇌ ⇒ ↘ ⇌ ↙ ⇔ ⇔ ↗ ↘

## 24 ЖОВТНЯ

1857 рік. У Шеффілді (Велика Британія) заснований перший у світі футбольний клуб. Сьогодні він офіційно визнаний ФІФА найстарішим серед усіх діючих клубів у світі. Засновники першого футбольного клубу були авторами перших футбольних правил, що ввійшли в історію як «Шеффілдські правила» і лягли в основу сучасних Правил футболу.

## Задача 24

Складіть чотирицифрове число, перша цифра якого в 3 рази менша від третьої, друга — у 3 рази більша за третю, четверта — на 3 менша за третю, а сума цифр цього числа дорівнює 13, і ви дізнаєтесь, якого року почали проводити чемпіонати світу з футболу.

## 25 ЖОВТНЯ

1811 рік. Народився Еваріст Галуа — французький математик, засновник сучасної алгебри. Роботи Галуа містили остаточний розв'язок проблеми про можливість розв'язання алгебраїчних рівнянь. Його дослідження сьогодні називають теорією Галуа; вони становлять один із найважливіших розділів алгебри. Інший напрямок його досліджень був пов'язаний з інтегралами і відіграв важливу роль у математичному аналізі XIX сторіччя.

## Задача 25

Знайдіть пропущене число, і ви дізнаєтесь, скільки років було талановитому Еварісту Галуа, коли він загинув на дуелі.

$$3x - 1 = x + 3$$

$$5x + 1$$

$$11$$

$$7x - 6 = x + 6$$

$$11x - 2$$

$$?$$

## 26 ЖОВТНЯ

1863 рік. У Женеві утворений Міжнародний Червоний Хрест. Міжнародний рух Червоного Хреста і Червоного Півмісяця — це гуманітарний рух, метою діяльності якого є захист людського



життя та здоров'я, запобігання людським стражданням та їхнього полегшення, незалежно від раси, релігійних та політичних поглядів.

### Задача 26

Знайдіть значення виразу  $4a-b$ , де  $a$  — сума квадратів перших чотирьох натуральних чисел,  $b$  — просте число, записане тими самими цифрами, що й п'ятий степінь парного простого числа, і ви дізнаєтесь, скільки мільйонів добровольців з усього світу беруть участь у Міжнародному русі Червоного Хреста і Червоного Півмісяця.

### 27 ЖОВТНЯ

1782 рік. Народився Нікколо Паганіні — італійський скрипаль-віртуоз, композитор та гітарист. Одна з найяскравіших особистостей музичної історії XVIII-XIX століть. Уперше Паганіні виступив привселюдно одинадцятирічним хлопчиком. Із 1828 по 1834 рік він дав сотні концертів у найбільших містах Європи. Усе скрипкове мистецтво подальших епох розвивалося під впливом стилю Паганіні.

### Задача 27

Розгадайте кросворд і у виділеному рядку прочитайте назву рідного міста Нікколо Паганіні.

1	2		4	5
		3		

1. Давньогрецький математик. 2. Відрізок, що сполучає дві точки кола. 3. Результат віднімання. 4. Умовний запис числами, буквами, знаками будь-яких величин і відношень між ними. 5. Число.

### 28 ЖОВТНЯ

2007 рік. У британській газеті The Daily Telegraph опубліковано список «100 геніїв сучасності». До нього увійшов український художник Іван Марчук. Марчук Іван Степанович (нар. 12 травня 1936, с. Москалівка, Тернопільська обл.) — український живописець, народний художник України, лауреат Національної премії України ім. Шевченка. Почесний громадянин Тернополя і Києва. Його картини вражають мистецтвознавців Європи, Америки, Австралії, йому пропонують виставлятися в найкращих залах світу. Картини Івана Марчука зберігаються в багатьох колекціях у різних країнах світу.

### Задача 28

Збільште в 125 разів значення виразу  $7\frac{7}{8} \cdot 7\frac{1}{5} - 2\frac{1}{5} \cdot 2\frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot 7\frac{1}{5} - 2\frac{1}{5} \cdot 5\frac{5}{7}$ , і ви дізнаєтесь, скільки творів налічує доробок Марчука Івана Степановича.

### 29 ЖОВТНЯ

2011 рік. Відкрито Арену Львів — футбольний стадіон у Львові, збудований для проведення матчів чемпіонату Європи з футболу 2012 року. 15 листопада 2011 на стадіоні відбулася перша офіційна гра — товариський матч між національними збірними України та Австрії. Матч закінчився перемогою української збірної з рахунком 2:1.

### Задача 29

Знайдіть значення виразу  $a+b+x+y$ , якщо  $a+b+z=50000$ ,  $z-x-y=15085$ , і ви дізнаєтесь, на скільки місць для глядачів розрахований стадіон Арена Львів.

### 30 ЖОВТНЯ

1888 рік. Лауд Джон (США) запатентував кулькову ручку — пишучий прилад, що передає пас-топодібне чорнило з контейнера за допомогою невеликої кульки. Для досягнення зносостійкості кульки виготовляють із твердого матеріалу, наприклад, зі сталі або карбіду вольфраму. Кулькові ручки найдешевші, досить надійні й прості, а тому найпоширеніші, найпопулярніші інструменти для писання, що витіснили чорнильні пера.

## СКАРБНИЧКА ВЧИТЕЛЯ

## Задача 30

Знайдіть значення виразів

$$a_1 = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} + \frac{x}{12}, \text{ якщо } x = 0,48,$$

$$\text{і } a_2 = 3,2y - \frac{y}{2} - \frac{y}{5}, \text{ якщо } y = \frac{12}{25}, \text{ і ви дізна-}$$

єтесь, який найбільший і найменший діаметр (у мм) мають кульки в кулькових ручках.

## 31 ЖОВТНЯ

1815 рік. Народився Карл Теодор Вільгельм Вейєрштрасс, німецький математик. Дослідження Вейєрштрасса присвячені математичному аналізу, теорії функцій, варіаційному численню, диференціальній геометрії й лінійній алгебрі.

## Задача 31

Розташуйте букви в порядку зростання значень виразів, що їм відповідають, і ви прочитаєте слово, якого не вистачає у висловлюванні

Карла Вейєрштрасса (із листа до С. В. Ковалевської): «Якщо математик — не ..., він ніколи не стане досконалим математиком».

Е	П	Т	О
0,01:0,1	0,01:10	0,1:0,01	0,1:10

## Відповіді

1. 1916 року.
2. 1495 роком.
3. Лисенко.
4. 92 доби.
5. 43 с.
6. Земне яблуко.
7. 1974 року.
8. 7 000 000.
9. Успіх.
10. 4 008 000 000 кВтгод.
11. 1710 року.
12. Львів.
13. 2000 року.
14. Сила нескорених.
15. 311 мовами.
16. 55,1 млрд.
17. Наука.
18. Від 38 до 261 млн км.
19. 371 доба.
20. 1407 рік.
21. 7 планетаріїв.
22. 1 км.
23. Наполегливість.
24. 1930 року.
25. 20 років.
26. 97 млн.
27. Генуя.
28. 5000 творів.
29. 34 915 місць.
30. 0,7 мм і 1,2 мм.
31. Поет.

## В. О. СУХОМЛИНСЬКИЙ ПРО ВИХОВАННЯ ТА НАВЧАННЯ

Пропонуємо вашій увазі добірку влучних висловлювань видатного українського педагога Василя Олександровича Сухомлинського. Його мудрі слова заставляють замислитися і направляють на правильний шлях у вихованні дітей.

- ♦ Дати дітям радість праці, радість успіху в навчанні, збудити в їхніх серцях почуття гордості, власної гідності — це найперша заповідь виховання.
- ♦ Роки дитинства — це насамперед виховання серця.
- ♦ Головною потребою кожного школяра мають стати праця, самостійна думка, відкриття істини.
- ♦ Залізо іржавіє, не знаходячи собі застосування, стояча вода цвіте, а на холоді вкривається кригою, розум же людини, не знаходячи собі застосування, хиріє.
- ♦ Вільний час учителя — це корінь, що живить джерела педагогічної творчості.
- ♦ Хоча б над тобою було сто вчителів — вони будуть безсилі, якщо ти не зможеш сам змусити себе до праці і сам вимагати її від себе.
- ♦ Праця — це одне з найчистіших і найшляхетніших джерел емоційного стану, радості діяння, творення. Думка, що народжена, збуджена, витончена в праці, стає радісною, оптимістичною.
- ♦ У наших школах не повинно бути нещасливих дітей, душу яких гнітить думка, що вони ні на що не здібні. Успіх у навчанні — єдине джерело внутрішніх сил дитини, які породжують енергію для переборення труднощів, бажання вчитися.
- ♦ Працю вчителя ні з чим не можна ні порівняти, ні зіставити. Ткач уже через годину бачить плоди своїх турбот. Сталевар через кілька годин радіє з вогненного потоку металу. А вчителю треба працювати роки й роки, щоб побачити предмет свого творіння. Буває минають десятиріччя, і ледве-ледве починає позначатися те, що ти замислив. Нікого так часто не відвідує почуття незадоволення, як учителя. У жодній справі помилки й невдачі не призводять до таких тяжких наслідків, як в учительській.



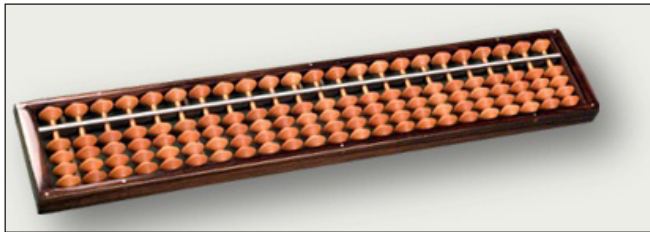
# УКРАЇНСЬКІ ШКОЛЯРІ ВИГРАЛИ МІЖНАРОДНУ ОЛІМПІАДУ З МЕНТАЛЬНОЇ АРИФМЕТИКИ

23–24 червня в Дубаї (ОАЕ) відбулася Міжнародна олімпіада WAMAS з ментальної арифметики, що об'єднала 371 учнів, які представляють 23 школи з 12 країн світу. Абсолютну перемогу на Олімпіаді і звання «Чемпіон чемпіонів» завоював 11-річний Владислав Безгінов з Кривого Рогу. Для збірної України це був дебютний виступ на міжнародній арені. Двоє інших учасників збірної України, Олександр Сарна з Мукачеве та Данило Бесараб з Кривого Рогу також виступили в Дубаї гідно і посіли призові місця.

## Що таке ментальна арифметика?

**Ментальна арифметика** — методика усної лічби, що використовує в навчанні спеціальні рахівниці Абакус.

**Абакус** (або соробан) — це японська рахівниця, що походить від китайського суангпані, завезеного в Японію в Середні віки (за деякими відомостями, у XVI ст.). Абакус має непарну кількість спиць, що розташовані вертикально. На кожній спиці нанизано по 5 кісточок, причому верхня кісточка на кожній спиці відокремлена від нижньої рамкою. Чотири нижні кісточки називають «земними», і кожна з них вважають за одиницю. Верхню кісточку називають «небесною» і вважають за п'ять «земних».



Поступово діти тренуються обходитися без рахівниці, починається візуалізація, тобто дитина уявляє рахівницю перед собою і виконує обчислення усно (ментально), при цьому підвищується складність усних обчислень. Популярність ментальної арифметики пов'язана з низкою досліджень учених, які підтвердили, що ця методика розвиває одночасно обидві півкулі мозку і зв'язки між півкулями, завдяки чому у дітей стрімко підвищується швидкість мислення, концентрація уваги, уява і образне мислення, а також здатність швидко аналізувати інформацію і приймати рішення.

Специфічне вміння обчислювати усно незвичайним способом додає впевненості в собі, сміливості, наполегливості, що сприяє подоланню труднощів у навчанні, підвищенню успішності.

Ментальна арифметика — одна з найпопулярніших на сьогодні методик тренування та гармонійного розвитку головного мозку, що поширена в понад 70 країнах світу, а спосіб обчислення за допомогою рахівниці внесений до нематеріального спадку ЮНЕСКО.

У різні роки ментальну арифметику освоїли понад мільйон учнів. У Японії і Китаї ментальна арифметика входить до шкільної програми.

## Ментальна арифметика в Україні

В Україні ментальна арифметика в серпні 2017 року одержала схвалення Інституту модернізації змісту освіти при Міністерстві освіти. А в січні 2018 року на базі університету Драгоманова почалася унікальна для Східної Європи програма — уперше викладачі отримують підвищення кваліфікації і навчаються дисципліни «Ментальна арифметика» на базі Національного педагогічного університету. Уже в кінці 2018 року в школах України стартує експеримент із дослідження впливу ментальної арифметики на розвиток дітей. У разі успіху, ментальна арифметика може бути схвалена для впровадження в шкільну програму України.

До речі, наступна Міжнародна олімпіада з ментальної арифметики WAMAS відбудеться в червні 2019 року в Анталії (Туреччина).

**Джерело:** <https://www.unian.ua/society/10164449-ukrajinskiy-uchen-zdobuv-absolyutnu-peremogu-na-mizhnarodniy-olimpiadi-z-mentalnoji-arifmetici-v-dubaji.html>

# Оформте передплату у найзручніший для вас спосіб!

## 1. Замовте скретч-картку для передплати журналу «Математика в школах України»

Картку можна замовити: за тел. (057) 731-96-36, на сайті <http://book.osnova.com.ua>

Активувати картку просто — необхідно дотримувати інструкцій, зазначених на звороті.



Код картки	Вид	Період, міс.	Ціна
20ПКС032	Паперова передплата	6	320,00
20ПКС010	Паперова передплата + книжковий додаток	6	360,00
20ЕПС018	Електронна передплата на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>	3	126,00

## 2. Оформте передплату через банк

Сплатіть вартість передплати через будь-який комерційний банк на наш рахунок або оформте поштовий переказ (р/р 26009996107648, відділення № 4 ПУМБ, м. Харків, МФО 334851, код ЄДРПОУ 32031438). У додатковій інформації на банківській квитанції зазначте свої прізвище, телефон та індекс передплати за каталогом Укрпошти. Надішліть до редакції (до першого числа місяця, що передує місяцю передплати) копію квитанції про сплату. E-mail для квитанцій: [pochta@osnova.com.ua](mailto:pochta@osnova.com.ua)

## 3. Оформте передплату в будь-якому відділенні Укрпошти

## 4. Оформте передплату на сайті <http://journal.osnova.com.ua>

Для цього зареєструйтеся на сайті. Оберіть вид передплати, журнал та період.

Передплатний індекс Укрпошти	Кількість виходів на місяць	3 місяці	6 місяців
		поштова	поштова
01650	3	180,00	360,00
01651	3 + книжковий додаток	210,00	420,00
95932	3 (для передплатників на 6 міс.)	ПІЛЬГОВИЙ	320,00
37055	3 (для передплатників на 6 міс. + книжковий додаток)	ПІЛЬГОВИЙ ПЛЮС	360,00
Електронна передплата на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>		126,00	252,00
Електронна передплата + книжковий додаток на сайті: <a href="http://journal.osnova.com.ua">http://journal.osnova.com.ua</a>		147,00	294,00

## Залишайтеся зі своїм улюбленим журналом упродовж усього року!

Передплату можна оформити: за тел. (057) 731-96-35, (067) 572-30-37; на сайті <http://journal.osnova.com.ua>; у будь-якому відділенні Укрпошти або у регіонального представника вашого міста.



### Основа професійного зростання Комплект журналів ВГ «Основа» (індекс — 01631)

01654	Управління школою
90811	Виховна робота в школі
08402	Вивчаємо українську мову та літературу
90814	Зарубіжна література
01656	Англійська мова та література
68764	Англійська мова. Усе для репетитора
01650	Математика в школах України
08417	Фізика в школах України
08408	Історія та правознавство
08405	Географія
90807	Економіка
01660	Біологія
01658	Хімія
08412	Початкове навчання та виховання
37064	Класному керівнику
37063	Інформатика в школі
37071	Фізичне виховання в школах України
37067	Мистецтво в школі
37068	Трудове навчання в школі
37059	Завучу. Усе для роботи
37070	Шкільному психологу. Усе для роботи
49672	Основи здоров'я
49673	Педагогічна майстерня
49677	Шкільний бібліотекар
49670	Логопед
89476	Вихователю ГПД. Усе для роботи

### До складу комплекту не входить

90810	Англійська мова в початковій школі
95929	Дошкільний навчальний заклад
37061	Зростаємо разом
37069	Німецька мова в школі
86364	Дитина з особливими потребами. Інклюзивна освіта. Дефектологія. Корекційна педагогіка

«Математика в школах України. Позакласна робота» один випуск на місяць

Засновник ТОВ «Видавничка група «Основа»

Свідцтво серія КВ № 16537-5009Р від 06.04.2010 р.

Головний редактор Ірина Маркова

Редакція може не поділяти точки зору автора. Автори публікацій відповідають за достовірність фактів, цитат, власних назв. Відповідальність за рекламну інформацію несе рекламодавець. Рукописи не рецензують і не повертаємо.

Адреса для листування: ВГ «Основа», вул. Плеханівська, 66, м. Харків, 61001, Тел. факс: (057) 731-96-33 E-mail: [office@osnova.com.ua](mailto:office@osnova.com.ua)

**WWW.OSNOVA.COM.UA**

редакція журналу «Математика в школах України. Позакласна робота». Тел. (057) 731-96-33 e-mail: [math@osnova.com.ua](mailto:math@osnova.com.ua)

Якщо не отримуєте журнали,

телефонуйте: (057) 731-96-36

З питань замовлення книг:

(057) 731-96-35, [pochta2@osnova.com.ua](mailto:pochta2@osnova.com.ua)

Рекламний відділ:

(057) 731-96-34, [reklama@osnova.com.ua](mailto:reklama@osnova.com.ua)

Адміністратор сайту:

(057) 731-96-33, [site@osnova.com.ua](mailto:site@osnova.com.ua)

Підписано до друку 21. 09. 2018. Формат 84х108/16.

Всі права захищені. Будь-яке відтворення матеріалів або фрагментів із них можливе лише за наявності письмового дозволу ТОВ «Видавничка група «Основа»  
© ТОВ «Видавничка група «Основа», 2018 р.