

ОБ'ЄДНАННЯ РІЗНИХ РОЗДІЛІВ МАТЕМАТИКИ В ОДИН НАВЧАЛЬНИЙ ПРЕДМЕТ

Ведуча рубрики А. О. Агафонова, м. Харків

У жовтні 1916 року в журналі «Математическое образование» № 6 було надруковано статтю В. Добровольського «Злиття різних розділів математики в один навчальний предмет». Ця стаття має підзаголовок: «Проект організації викладання математики в середній школі на нових засадах». Оскільки сьогодні перед освітянами стоять задачі оновлення, осучаснення програм, створення концепції Нової української школи, ми вважаємо, що наших читачів зацікавлять міркування автора щодо реформування математичної освіти сторіччя тому, адже складно рухатись уперед, не вивчивши історії питання.

**Сліяніє различных отдѣловъ математики въ одинъ учеб-
ный предметъ.**

**«Проектъ организаціи преподаванія математики въ средней школѣ
на новыхъ началахъ».**

В. Добровольскій (Москва).

Математика, як і будь-яка інша наука, має два шляхи свого історичного розвитку:

- ✓ шлях спеціальних, окремих досліджень у обмежених галузях, відкриття все нових і нових фактів;
- ✓ шлях зіставлення відомих раніше фактів і вивчення їх із нової, узагальнювальної позиції.

Якщо в середній школі вивчатиметься наука (а це, на наш погляд, має бути саме наука), то виникає питання: який із зазначених шляхів потрібно обрати для викладання математики?

До останнього часу школа йшла майже виключно першим шляхом: математика поділялася на арифметику, алгебру, геометрію (з підрозділом на планіметрію і стереометрію),

а останніми роками до цих окремих предметів додалися (також у вигляді окремих предметів) аналітична геометрія й аналіз. Щоправда, у геометрії нерідко спираються на алгебраїчні пізнання, але це завжди має характер допоміжний, а не принциповий, і навіть є спроби, наслідуючи Евкліда, зовсім обійтися без цієї допомоги.

Але, придивившись до такого розподілу навчального матеріалу, ми помічаємо, що, з одного боку, межі цих предметів (за винятком геометрії) є невиразними; так одні вчені вважають достатнім застосування букв, щоб відділити алгебру від арифметики, інші вважають, що всі властивості чисел (навіть ірраціональних і комплексних) належать до арифметики, залишаючи алгебрі лише рівняння, а вивчення функцій позначають як аналіз. З іншого боку, ми помічаємо, що й ці розмиті межі нерідко порушуються. На уроках арифметики ознайомлюють із «квадратними і кубічними» мі-

* Від редакції. На прохання читачів відтепер статті цієї рубрики ми друкуватимемо українською мовою.

СТОРІНКАМИ СТАРОВИННИХ ВИДАНЬ

рами, тобто з геометричними поняттями площ і об'ємів, розв'язують задачі, у яких «приховані» рівняння.

На уроках алгебри практикуються в добуванні квадратних коренів із чисел і в логарифмічних обчисленнях, хоча це має належати до арифметики. Якщо за основу поділу арифметики і алгебри взяти застосування букв, то теорію дробів і пропорцій доведеться вивчати двічі: один раз на числах у арифметиці, другий — на буквах у алгебрі, що для учнів є нудним і незрозумілим повторенням.

На уроках геометрії, хоча і як допоміжні, вивчають теореми аналізу (про границі), на уроках тригонометрії говорять про функції.

Складність розмежування математичного матеріалу не є випадковою. Вона криється в сутності справи: чи існують насправді такі чіткі межі, щоб можна було сказати, що цей факт повністю належить до галузі арифметики, а інший — до галузі алгебри? Як приклад, розглянемо числа і дії з ними. Означенням будь-якої оберненої дії є по суті означення того рівняння, коренем якого є шуканий результат цієї дії. Так, означення віднімання числа 5 від числа 9 може бути записаним у вигляді рівняння

$$5 + x = 9.$$

Або ще один приклад — рівняння. Властивості рівняння — це по суті властивості функції, що записана в його лівій частині.

Поділ геометрії на планіметрію і стереометрію дає привід здивуватися через відсутність евдеметрії — геометрії на прямій. Утім уже в «Началах» Евкліда існують геометричні факти, яким сьогодні ми надаємо арифметичного (точніше, алгебраїчного) значення, наприклад,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ тощо.}$$

За допомогою методу координат ви встановлюєте повний паралелізм між аналізом (алгебраїчним і нескінченно малих) і геометрією. Сьогодні математики так звикли з цим паралелізмом, що вислів «розв'язання системи двох рівнянь із двома невідомими» обов'язково викликає уяву про перетин двох кривих на площині.

Методи навчання математики, які довго стояли на місці і, здавалося б, назавжди застигли, нарешті зрушили зі своїх колишніх позицій. Тепер викладач не боїться ілюструвати алгебраїчну тотожність за допомогою відрізків або площ, не сторониться від графічного розв'язання рівнянь. Фузіонізм у викладанні геометрії — це сміливе посягання на традиції; тригонометрію сьогодні вважають складовою частиною планіметрії, а нарисну геометрію — складовою частиною стереометрії.

Після всього сказаного зрозуміло, що наша пропозиція полягає в доведенні педагогічних тенденцій у галузі математики до логічного завершення — повного об'єднання різних розділів математики в один навчальний предмет. Зрозуміло, що цей предмет має викладати один учитель, який навчатиме своїх учнів протягом усього курсу.

Поговоримо про характер викладання цієї об'єднаної математики. Не викликає сумніву той факт, що сучасна освічена людина, якою б професією вона не володіла, потребує доволі глибоких математичних знань і навичок, потребує практично, як інструменти для своєї професійної діяльності. Такі знання вона має набути в загальному для всіх відділів середньої школи, де математика відіграватиме роль хоча і допоміжного, але обов'язкового, а не другорядного предмета. Таке службове значення математики втім не означає вилучення з неї матеріалу, «байдужого» у вузькопрактичному смислі, але цікавого самого по собі, по-перше, тому що нерідко неможливо визначити, що «байдуже» і що «корисно», а по-друге, інтерес до суто математичних фактів, наприклад, до числових співвідношень або геометричного матеріалу, притаманний майже всім дітям і підліткам, і позбавити їх цього матеріалу означає забути, що ми не тільки виховуємо майбутніх професіоналів, але й спілкуємось із живою душею дитини.

Виходячи з цих міркувань, знання не мають бути нав'язаними, а їхнє набуття має узгоджуватися з віковими особливостями учнів так, щоб природне запитання «чому?» знаходило відповідь на різних ступенях різними шляхами.

Другим принципом навчання в середній школі є принцип об'єднання учнів старшої школи в групи за їх схильностями до тієї чи іншої галузі знань. Ми вважаємо, що математику як науку (а саме такий характер має носити викладання математики в старших класах) не можливо викладати однаково для учнів, які мають інтерес і здібності саме до цієї галузі знань, і учнів, які мають схильності до, наприклад, біології або гуманітарних наук. Для перших це має бути систематичний курс математики, який містить як факти, уже відомі учням із попередніх класів, так і нові, необхідні для загального зв'язку. Якщо при цьому викладач більш детально розгляне одні задачі, можливо, навіть нехтуючи іншими і не піклуючись про повноту і цілісність курсу, але примусить учнів відчувати всю красу, притаманну математичним проблемам, і хоча б один раз надасть можливість учням відчувати той захват, який можна порівняти тільки з відчуттями людини, що слухає чудове виконання прекрасної класичної музики, то це наповнить учителя найвищою доступною для людини радістю.

Для тих учнів, яких приваблюють інші проблеми, хто відчуває більше радості від вивчення, скажімо, електромагнітних хвиль, рослинної клітини або суспільних стосунків, корисно з'ясувати взаємовідношення наук, у тому числі й математики, її історичну роль і логічну основу.

У результаті такого викладання математики ми очікуємо здобути:

- ✓ цілісність освіти, у центрі якої стоятиме улюблена наука;
- ✓ тверде підґрунтя для вироблення загально-го світогляду;
- ✓ ставлення до науки як до носія чистих знань, незалежно від її практичного застосування;
- ✓ повагу до істини.

ПРОГРАМА ПЕРШОГО СТУПЕНЯ

1 клас (4 години)

Обчислення з цілими числами. Ознайомлення з метричними мірами. Ознайомлення з основними геометричними образами (пря-

ма, площа, відрізок, лінійний і двограний кути) та їхнім взаємним розміщенням (паралельність, перпендикулярність). Побудова найпростіших геометричних фігур на площині і геометричних тіл. Площа прямокутника і квадрата. Об'єм прямокутного паралелепіпеда і куба. Здобуття найпростіших дробів шляхом дроблення і вимірювання величин. Перетворення мішаного числа на неперервний дріб і навпаки. Скорочення дробів і зведення дробів до нового знаменника (шляхом здогадки і підбору, на простих прикладах, без заучування правил). Поняття про десятковий дріб. Додавання і віднімання звичайних і десятих дробів. Множення і ділення дробу на ціле число. Застосування букв і знаків «=», «<», «>». Ілюстрація дій із дробами за допомогою відрізків, кутів і кола.

2 клас (4 години)

Чотири дії зі звичайними і десятичними дробами. Перетворення десятичного дробу на звичайний і навпаки. Округлення чисел. Наближене значення частки двох чисел. Відношення, відсоткові обчислення (надбавка і скидка). Число π (емпірично). Найпростіші геометричні побудови. Перетворення геометричних фігур шляхом розрізання і складання частин в іншому порядку. Обчислення площ прямолінійних фігур, складання для них буквених формул. Обчислення об'єму і ваги призматичних тіл. Обчислення з дужками. Знаходження похибки (абсолютної) під час додавання, віднімання, множення наближених чисел і під час ділення наближеного числа на точне.

3 клас (4 години)

Зміна величин у заданому відношенні. Подібність. Пропорційність. Перші поняття про функцію і її графік. Найпростіші рівняння першого степеня з числовими коефіцієнтами з одним і двома невідомими. Лінійна функція та її графік. Застосування рівнянь для означення обернених дій. Степені і корені. Добування квадратного кореня (механічно, без доведення, але з перевіркою). Обчислення за готовими формулами (наприклад, площі трикутника за

СТОРІНКАМИ СТАРОВИННИХ ВИДАНЬ

трьома сторонами, об'єму кулі тощо). Найпростіші буквені рівняння (наприклад, знаходження d із рівняння

$$S = \frac{\pi d^2}{4}).$$

Обчислення площі правильного многокутника, круга і сектора. Відношення площ подібних фігур.

4 клас
(4 години)

Найпростіші алгебраїчні перетворення (шість дій з одночленами і многочленами). Формули для наближених обчислень. Пропорція на числах і на відрізках. Середнє пропорційне. Теорема про перпендикуляр і катети. Теорема Піфагора. Об'єм повного і зрізаного конусів. Об'єм і площа поверхні кулі. Дії з відносними числами (відносні — числа зі знаками «+» або «-», прим. ред.). Найпростіші алгебраїчні функції; параболічний і гіперболічний графіки. Квадратні рівняння. Комплексні числа. Геометричні місця першого степеня і найпростіші приклади місць другого степеня на площині і в просторі (побудова й аналітично). Тригонометричні функції гострого кута. Розв'язування прямокутних трикутників.

5 клас
(4 години)

Показникова функція. Поняття про від'ємні і дробові показники та дії з ними. Логарифмічна функція. Властивості логарифмів. Тригонометричні функції. Поняття про метод проекцій (початки нарисної геометрії).

ПРОГРАМА ДРУГОГО СТУПЕНЯ

6 клас
(фізико-математичне відділення,
6 годин)

Узагальнення поняття числа: натуральні числа — дробі — ірраціональні числа — відносні числа — комплексні числа. Алгебраїчні рівняння. Показникові, логарифмічні і тригонометричні рівняння. Формули трикутника: алгебраїчна і тригонометрична. Підсумовування арифметичних та інших рядів. Прогресія.

Про збіжність рядів. Біноміальний і показниковий ряди. Розкладання в ряд функцій $\sin x$ і $\cos x$. Поняття про похідну і диференціал, застосування їх у геометрії (дотична і нормаль). Поняття про визначений і невизначений інтеграл. Обчислення площ і об'ємів.

6 клас
(природне і новогуманітарне відділення,
4 години)

Повторення і узагальнення дій із числами. Розв'язування алгебраїчних рівнянь. Формули трикутника. Поняття про похідну та інтеграл, їх застосування до обчислення швидкості, площі тощо.

6 клас
(класичне відділення,
3 години)

Попередня програма з деякими скороченнями.

7 клас
(фізико-математичне відділення,
4 години)

Означення конічних перерізів на основі їхніх метричних властивостей. Фокуси, директриси, діаметри, дотична тощо. Аналітичне означення конічних перерізів (дослідження загального рівняння другого степеня). Перетворення координат і зведення рівняння до найпростішого вигляду. Проективне означення конічних перерізів. Основні типи поверхонь другого порядку та їхні властивості. Приклади алгебраїчних кривих вищих порядків, трансцендентних кривих, а також деяких поверхонь (наприклад, лінійчатих (лінійчаті — поверхні утворені шляхом обертання прямої лінії, прим. ред.) поверхонь обертання).

7 клас
(природне, новогуманітарне і класичне відділення,
2 год)

Математика як логічна система. Роль математики у вивченні природних і суспільних наук. Особливе значення геометрії.

Примітка. Запропоновані програми тільки окреслюють основні пункти курсу і його характер. Детальна розробка програми і його групування надається вчителю.