

# ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

## Урок алгебри в 9 класі

С. В. Нарожна, смт Солоницівка, Дергачівський р-н, Харківська обл.

**Мета:** узагальнити й систематизувати знання учнів із теми «Геометрична прогресія»; удосконалити вміння та навички застосовувати набуті знання до розв'язування задач на геометричну прогресію; ознайомити учнів із цікавими фактами історії — числами Фібоначчі; залучити учнів до опрацювання додаткової математичної літератури; використовуючи різні форми самостійної роботи, сприяти розвитку розумової, пізнавальної діяльності учнів, формуванню вміння працювати самостійно.

**Тип уроку:** узагальнення та систематизація знань.

**Обладнання:** таблиці-рисунок, що ілюструють числа Фібоначчі, кодоплівка, картки-завдання, ТЗН (графопроектор), переносна дошка, кольорова крейда.

### ХІД УРОКУ

#### I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Ознайомлення учнів із метою і планом уроку.

**Учитель**

І сурова, й соловоїна  
Математики країна.  
Праця тут іде завзято,  
Вмій лиш спритно працювати.  
Вмій ділити, віднімати,  
Множить швидко й додавати.  
Вмій кмітливо все збагнути,  
Першим у відповіді бути.  
Ледарів у нас немає,  
Вирушаймо всі у путь,  
Нас цікаві речі ждуть.

#### II. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

За готовим розв'язанням, записаним на дошці заздалегідь, учні перевіряють правильність виконання найскладнішої задачі домашнього завдання.

**Задача.** Дано рівнобедрений прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють 1 см.

Гіпотенуза цього трикутника є катетом іншого рівнобедреного прямокутного трикутника і т. д. Знайдіть довжину гіпотенузи десятого такого трикутника.

**Розв'язання**

$$(b_n): b_1 = 1, b_2 = \sqrt{2}, b_3 = 2 \dots$$

$$q = \sqrt{2}, b_{10} = b_1 \cdot q^9 = 1 \cdot (\sqrt{2})^9 = 16\sqrt{2} \text{ (см).}$$

**Відповідь.**  $16\sqrt{2}$  см.

### III. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

#### » Фронтальне опитування

1. Охарактеризуйте кожну з числових послідовностей:

- 1) 1, 2, 3, 4, 5, ...; 2) 3, 3, 3, 3, 3, ...;
- 3) -2, 2, -2, 2, -2, ...; 4) 4, 7, 10, ...;
- 5) 9, 7, 4, 3, ...; 6) 2, 4, 8, 16, 32, ...;
- 7) 4, 2, 1, ...; 8) 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Назвіть перший член послідовності, укажіть закономірність визначення наступних членів послідовності. Назвіть серед наведених послідовностей арифметичну, геометричну прогресії. Назвіть різницю  $d$  арифметичної прогресії, знаменник  $q$  геометричної прогресії.

За якою формулою визначаємо знаменник геометричної прогресії, якщо відомі два її перші члени?

(Учень записує формулу на дошці.)

2. Знайдіть третій член геометричної прогресії  $(b_n)$ , перший член якої

$$b_1 = -\frac{1}{9},$$

знаменник  $q = -3$ .

За якою формулою знаходимо  $n$ -й член геометричної прогресії, якщо відомі її перший член та знаменник?

(Учень записує на дошці.)

3. Чому дорівнює знаменник геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1=18$ ,  $b_3=2$ ?

4. Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , перший член якої  $b_1=-2$ , знаменник  $q=3$ .

За якою формулою знаходимо суму перших  $n$  членів геометричної прогресії?

(Учень записує на дошці.)

5. Сформулюйте характеристичну властивість геометричної прогресії.

6. Обчисліть суму нескінченної геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1=2$ ,  $b_2=1$ .

За якою формулою знаходимо суму нескінченної геометричної прогресії, у якої  $|q|<1$ ?

(Учень записує на дошці.)

7. Як подати число  $0,(3)$  у вигляді звичайного дробу?

(У результаті фронтального опитування учні записали на дошці всі формули, пов'язані із геометричною прогресією. Упродовж усього уроку ці записи залишаються на дошці.)

#### IV. ЗАСТОСУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ ТА НАВИЧОК

##### ► Розв'язування задач

(Учні розв'язують запропоновані задачі самостійно, потім відбувається перевірка за готовими розв'язаннями.)

1. Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо

$$b_5=3b_3, \quad b_6-b_2=48.$$

2. При якому значенні  $x$  значення виразів  $2x+1$ ,  $x+5$  і  $x+11$  будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

3. Знайдіть геометричну прогресію, яка містить 6 членів, якщо сума трьох перших її членів дорівнює 168, а сума трьох останніх дорівнює 21.

4. Знайдіть суму квадратів шести перших членів геометричної прогресії, перший член якої дорівнює  $2\sqrt{3}$ , а знаменник дорівнює  $\sqrt{3}$ .

5. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії:  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ ,  $1$ ,  $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ , ...

6. Було це 100 років тому. Селянин продавав 20 овець за 200 грн.

Але це було давно і не зовсім цікаво. Нехай я продаю 20 мобільних телефонів за 20 000 грн. Сашко хоче купити їх і каже, що дорого. Я пропоную йому перший телефон за 10 грн, другий — за 20 грн, третій — за 40 грн і т. д. Чи погодиться Сашко на такі умови? Якщо так, то хто ж виграє від цієї справи?

$$b_1=10, \quad b_2=20, \quad b_3=40, \quad q=2.$$

$$S_{20} = \frac{10 \cdot (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 10485750 \text{ (грн.)}$$

##### ► Самостійна робота

###### Варіант 1

1. У геометричній прогресії  $(b_n)$

$$b_3=45, \quad q=-3.$$

Знайдіть перший член цієї прогресії.

А	Б	В	Г
5	-15	-5	15

2. Знайдіть суму чотирьох перших членів геометричної прогресії  $-0,5$ ;  $1$ ;  $-2$ ; ...

А	Б	В	Г
$-2\frac{1}{2}$	$-2\frac{5}{6}$	$2\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{2}$

3. Установіть відповідність між нескінченною геометричною прогресією (1-4) та її сумою (А-Д).

1	$2; 1; \frac{1}{2}; \dots$	А	$-\frac{2}{3}$
2	$-1; \frac{1}{2}; -\frac{1}{4}; \dots$	Б	$\frac{2}{3}$
3	$\frac{1}{2}; \frac{1}{8}; \frac{1}{32}; \dots$	В	4
4	$2; -\frac{1}{2}; \frac{1}{8}; \dots$	Г	$-1\frac{3}{5}$
		Д	$1\frac{3}{5}$

4. Послідовність  $(b_n)$  є геометричною прогресією. Знайдіть  $b_1$ , якщо  $b_5=4$ ,  $b_6=-8$ .

5. При якому значенні  $x$  значення виразів  $x$ ,  $3x$  і  $18$  будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

## ПРОГРАМНА «КЛАСИКА»

## Варіант 2

1. У геометричній прогресії
- $(b_n)$

$$b_3 = -27, \quad q = -3.$$

Знайдіть перший член цієї прогресії.

А	Б	В	Г
3	-3	9	-9

2. Знайдіть суму п'яти перших членів геометричної прогресії
- $(b_n)$
- , якщо
- $b_1 = 3, \quad q = -2$
- .

А	Б	В	Г
-31	11	33	31

3. Установіть відповідність між нескінченною геометричною прогресією (1-4) та її сумою (А-Д).

1	$3; 1; \frac{1}{3}; \dots$	А	4,5
2	$1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$	Б	$\frac{2}{3}$
3	$-\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; -\frac{1}{27}; \dots$	В	$\frac{3}{4}$
4	$3; -\frac{1}{3}; \frac{1}{27}; \dots$	Г	$-\frac{1}{4}$
		Д	2,7

4. Сума перших трьох членів прогресії дорівнює 516, перший член дорівнює 12. Знайдіть знаменник прогресії.
5. При якому значенні  $x$  значення виразів  $-1, 2x$  і  $-18$  будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.

## V. ІЗ ІСТОРІЇ МАТЕМАТИЧНИХ ВІДКРИТТІВ

## Числа Фібоначчі

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$$

Ім'я Леонардо Фібоначчі (Леонардо Пізанського) — великого італійського математика, автора книги про абак (1202), яка декілька століть залишалась основним сховищем відомостей з арифметики і алгебри, зараз зустрічається найчастіше у зв'язку з чудовою послідовністю: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... Цю послідовність визначають умовами

$$u_1 = 1, \quad u_2 = 1, \quad u_{n+1} = u_n + u_{n-1}.$$

Її члени називають числами Фібоначчі. Вони виникають у різноманітних математичних си-

туаціях — комбінаторних, числових, геометричних.

У живій природі ці числа зустрічаються в різних спіральних формах, якими так багатий світ рослин.

Багато цікавого в арифметиці чисел Фібоначчі. Кожне третє число Фібоначчі парне, кожне четверте ділиться на 3, кожне п'ятнадцяте закінчується нулем, для кожного  $d$  числа Фібоначчі, що діляться на  $d$ , зустрічаються періодично. Два сусідніх числа Фібоначчі взаємно прості;  $u_m$  ділиться на  $u_n$  тоді й тільки тоді, коли  $m$  ділиться на  $n$ .

Учитель. Розв'яжіть задачу (Український математичний конкурс «Золотий ключик» для учнів 4-9 класів).

$$a, b, c, d, 0, 1, 1, 2, 3, 5, \dots$$

Знайдіть  $a$ . (Відповідь.  $a = -3$ .)

Оцінювання діяльності учнів на уроці (жетони з балами 4, 5, 6, ..., 11, 12).

## VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

1. Знайдіть перший член і знаменник геометричної прогресії
- $(b_n)$
- , якщо

$$b_4 - b_2 = 30, \quad b_4 - b_3 = 24.$$

2. При якому значенні  $x$  значення виразів  $x+6, x+2$  і  $3x-4$  будуть послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
3. Знайдіть суму кубів чотирьох перших членів геометричної прогресії, перший член якої дорівнює 3, другий дорівнює  $-6$ .
4. Знайдіть суму нескінченної геометричної

прогресії:  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}, \frac{1}{2-\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$

## ЛІТЕРАТУРА

1. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. — Х. : Гімназія, 2009.
2. Бурда М. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 9 клас / М. І. Бурда, О. П. Вашуленко, Н. С. Прокопенко. — Х. : Гімназія, 2010.
3. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики : 9-й кл. / О. І. Глобін та ін. — К. : Центр навч.-метод. л.-ри, 2013.

# 9 аргументів «ЗА» електронну передплату 2017 року!

ОСНОВА  
освітня думка


**❓ Ви звикли готуватися до уроків за комп'ютером?**

**❓ Бажаєте, щоб якісні методичні матеріали  
були завжди поруч?**

**Оформлюйте електронну передплату на журнали!**



**Зробіть прості кроки та  
користуйтеся безперечними  
перевагами:**

-  Оформте передплату на сайті:  
<http://journal.osnova.com.ua>
-  Сплатіть одразу карткою (без комісії).
-  Коли на сайті з'явиться новий номер журналу, на вашу електронну пошту буде надіслано листа.

**Електронна передплата — це:**

- ✓ **Вигідно** — передплата електронної версії коштує на 40-60 % дешевше!
- ✓ **Сучасно** — ви опановуєте сучасні технології, «розмовлятимете» однією мовою з вашими учнями.
- ✓ **Економно** — більше вільного місця у вашій оселі та на роботі.
- ✓ **Раціонально** — роздруковуєте тільки те, що необхідно для роботи саме зараз.
- ✓ **Екологічно** — немає газетного пилу та свинцю у повітрі, збереження дерев.
- ✓ **Зручно** — матеріал завжди у вас напхваті.
- ✓ **Мобільно** — електронний журнал потрапляє до вас швидше за паперову версію.
- ✓ **Надійно** — інформація на електронних носіях вічна.
- ✓ **Нові можливості** — не тільки тексти, а й презентації, кольорові ілюстрації, аудіо тощо.

**Оформлюйте передплату та користуйтеся  
матеріалами для роботи! Усе легко!**

Оформте передплату на сайті: <http://journal.osnova.com.ua>  
Деталі та інструкція: <http://osnova.com.ua/help/8>