# ПОЛЬСЬКА MATURA З МАТЕМАТИКИ VS УКРАЇНСЬКОГО ЗНО

## Що легше? Що зручніше? Що цікавіше?

**Укладач К. М. Офіцеров,** м. Львів

Сьогодні в Україні тривають інтеграційні процеси, здійснюються освітні реформи, відбувається модернізація освітньої галузі, обговорюються нові освітні стандарти. Тому досвід європейських країн стане в нагоді. В умовах освітніх перетворень в Україні досвід Польщі становить особливий інтерес, оскільки ця держава є однією з найбільш близьких до нас не тільки за географічним положенням, але й за культурою та багатовіковими історичними зв'язками.

Для України зараз найцікавішим є досвід проведення іспитів на атестат зрілості (матуральних іспитів). Іспит на атестат зрілості — це загальнопольський іспит для випускників ліцеїв та технікумів і відбувається у всіх школах Польщі в один і той же час. Цей іспит не є обов'язковим. Складання цього іспиту є умовою продовження навчання у вищих навчальних закладах.

Matura складається з обов'язкових предметів (польської та іноземної мов, математики!!!) та додаткових (не більше трьох), обраних учнями за бажанням.

В Україні велику увагу приділяють змісту тестів ЗНО. Цікавим є порівняння українських та польських тестів із математики.

У Польщі впроваджено два види тестування з математики: на базовому рівні (як було зазначено вище, обов'язкове для всіх) та на поглибленому (розширеному) рівні (для тих, хто вступає на спеціальність, де математика є профільним предметом).

Пропоную читачу ознайомитися з двома матуральними тестами з математики 2016 року. Переклад завдань українською мовою зроблений наближено до мови оригіналу.

### МАТУРАЛЬНИЙ ТЕСТ ІЗ МАТЕМАТИКИ 2016 РОКУ (ОСНОВНИЙ РІВЕНЬ)

*У завданнях 1–25 вибери і познач у бланку відповідей правильну відповідь.*

**Завдання 1.** (0–1)

Для кожного додатного числа $a$ вираз $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$ дорівнює

A. $a^{-3,9}$ B. $a^{-2}$ C. $a^{-1,3}$ D. $a^{1,3}$

**Завдання 2.** (0–1)

Число $\log_{\sqrt{2}}\left(2\sqrt{2}\right)$ дорівнює

A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

**Завдання 3.** (0–1)

Числа $a$ і $c$ — додатні. Число $b$ становить 48 % числа $a$ і 32 % числа $c$. Правильним є запис

A. $c=1,5a$ B. $c=1,6a$ C. $c=0,8a$ D. $c=0,16a$

**Завдання 4.** (0–1)

Рівність $\left(2\sqrt{2}-a\right)^2=17-12\sqrt{2}$ є правильною при

A. $a=3$ B. $a=1$ C. $a=-2$ D. $a=-3$

**Завдання 5.** (0–1)

Яке із заданих чисел є розв'язком нерівності $-x^5+x^3-x<-2$?

A. 1 B. −1 C. 2 D. −2

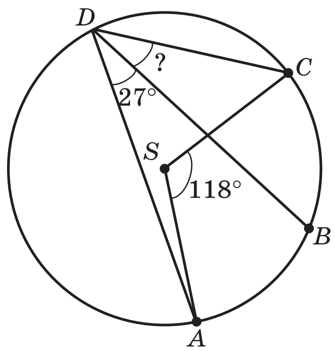
**Завдання 6.** (0–1)

Прямі, задані рівняннями $2x-3y=4$ і $5x-6y=7$, перетинаються в точці $P$. Тоді точка $P$ має координати

A. $P(1;2)$ B. $P(-1;2)$ C. $P(-1;-2)$ D. $P(1;-2)$

**Завдання 7.** (0–1)

Точки $A$, $B$, $C$, $D$ належать колу з центром у точці $S$ (див. рисунок). Градусна міра кута $BDC$ дорівнює




A. $91^\circ$ B. $72{,}5^\circ$ C. $18^\circ$ D. $32^\circ$

**Завдання 8.** (0–1)

Задано лінійну функцію $f(x)=\dfrac{3}{4}x+6$. Нулем функції є число

A. 8 B. 6 C. −6 D. −8

**Завдання 9.** (0–1)

Задане рівняння $\dfrac{3x-1}{x+5}=3$, де $x\neq -5$

A. не має дійсних коренів

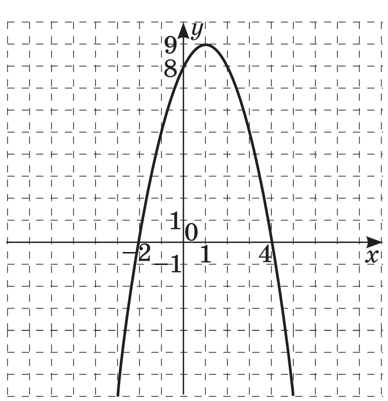
B. має тільки один дійсний корінь

C. має тільки два дійсних корені

D. має тільки три дійсних корені

*Інформація до завдань 10 і 11.*

На рисунку зображена парабола, яка є графіком квадратичної функції $f$. Вершиною цієї параболи є точка з координатами $(1;9)$. Числа $-2$ і $4$ є нулями функції $f$.




**Завдання 10.** (0–1)

Областю значень функції $f$ є проміжок

A. $(-\infty;-2]$ B. $[-2;4]$ C. $[4;+\infty)$ D. $(-\infty;9]$

**Завдання 11.** (0 – 1)

Найменше значення функції $f$ на проміжку $[-1;2]$ дорівнює

A. 2 B. 5 C. 8 D. 9

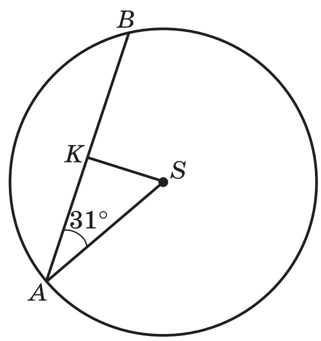
**Завдання 12.** (0–1)

Функція $f$ задана формулою $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^6+1}$ для кожного дійсного значення $x$. Тоді значення $f\left(-\sqrt[3]{3}\right)$ дорівнює

A. $-\dfrac{\sqrt[3]{9}}{2}$ B. $-\dfrac{3}{5}$ C. $\dfrac{3}{5}$ D. $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$

**Завдання 13.** (0–1)

У колі з центром у точці $S$ проведено хорду $AB$, яка утворює з радіусом $AS$ кут $31^\circ$ (див. рисунок). Радіус цього кола дорівнює 10. Відстанню від точки $S$ до хорди $AB$ є число, що належить проміжку




A. $\left[\dfrac{9}{2};\dfrac{11}{2}\right]$ B. $\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{13}{2}\right]$

C. $\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{19}{2}\right]$ D. $\left(\dfrac{19}{2};\dfrac{37}{2}\right]$

**Завдання 14.** (0–1)

Чотирнадцятий член арифметичної прогресії дорівнює 8, а різниця цієї прогресії дорівнює $-\dfrac{3}{2}$. Сьомий член цієї прогресії дорівнює

A. $\dfrac{37}{2}$ B. $-\dfrac{37}{2}$ C. $-\dfrac{5}{2}$ D. $\dfrac{5}{2}$

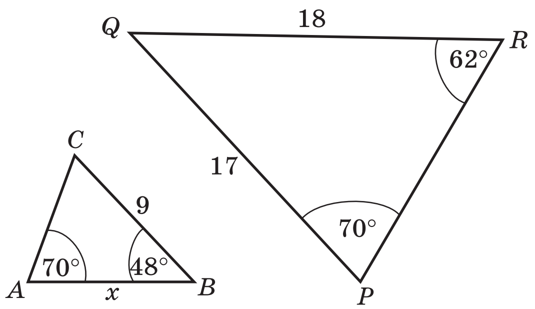
**Завдання 15.** (0–1)

Числа $(x;\ 2x+3;\ 4x+3)$ утворюють геометричну прогресію. Перший член цієї прогресії дорівнює

A. –4 B. 1 C. 0 D. –1

**Завдання 16.** (0–1)

Зображені на рисунку трикутники $ABC$ і $PQR$ подібні. Сторона $AB$ трикутника $ABC$ має довжину




A. 8 B. 8,5 C. 9,5 D. 10

**Завдання 17.** (0–1)

Кут $\alpha$ є гострим і $\operatorname{tg}\alpha=\frac{2}{3}$. Тоді правильним є запис

A. $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{26}$ B. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{13}}{13}$

C. $\sin\alpha=\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

**Завдання 18.** (0–1)

Довжини трьох відрізків задаються виразами: 5; $2a+1$; $a-1$. При якому значенні $a$ з цих відрізків можна побудувати рівнобедрений трикутник?

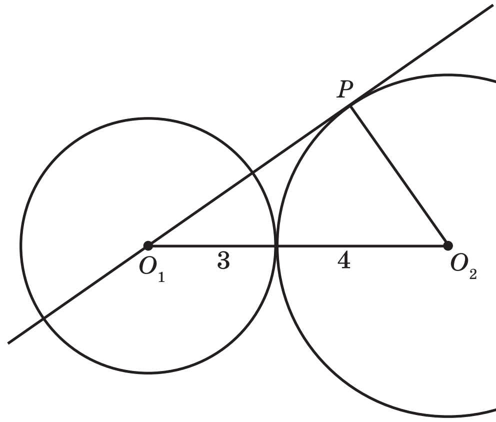
A. $a=6$ B. $a=4$ C. $a=3$ D. $a=2$

**Завдання 19.** (0–1)

Два кола з радіусами 3 і 4 мають зовнішній дотик. Дотична до кола з радіусом 4 в точці $P$ проходить через центр кола з радіусом 3 (див. рисунок).

Площа трикутника з вершинами в центрах кіл і точці дотику $P$ дорівнює

A. 14 B. $2\sqrt{33}$ C. $4\sqrt{33}$ D. 12




**Завдання 20.** (0–1)

Прямі, задані рівняннями

$$y=\frac{2}{m-1}x+m-2 \text{ і } y=mx+\frac{1}{m+1},$$

будуть перпендикулярними, якщо

A. $m=2$ B. $m=\frac{1}{2}$ C. $m=\frac{1}{3}$ D. $m=-2$

**Завдання 21.** (0–1)

У прямокутній системі координат задано точки $A(a;6)$ і $B(7;b)$. Серединою відрізка $AB$ є точка $M(3;4)$. Це можливо при

A. $a=5$ і $b=5$ B. $a=-1$ і $b=2$

C. $a=4$ і $b=10$ D. $a=-4$ і $b=-2$

**Завдання 22.** (0–1)

Кидають три рази одну й ту ж саму монетку. Нехай $p$ — імовірність того, що в результаті випадуть дві цифри. Тоді

A. $0\le p<0{,}2$ B. $0{,}2\le p\le 0{,}35$

C. $0{,}35<p\le 0{,}5$ D. $0{,}5<p\le 1$

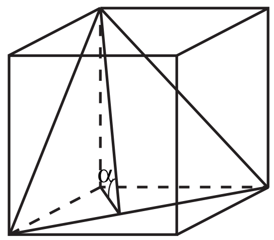
**Завдання 23.** (0–1)

Кут розгортки бічної поверхні конуса дорівнює 120°, а твірна конуса — 4. Об'єм цього конуса дорівнює

A. $36\pi$ B. $18\pi$ C. $24\pi$ D. $8\pi$

**Завдання 24.** (0–1)

Діагональ основи правильної чотирикутної призми в 2 рази більша за висоту призми. Через діагональ нижньої основи призми і одну з вершин верхньої основи проведено переріз (див. рисунок).




Кут нахилу цього перерізу до площини нижньої основи дорівнює

A. 30°  B. 45°  C. 60°  D. 75°

**Завдання 25.** (0–1)

Середнє арифметичне шести натуральних чисел 31; 16; 25; 29; 27; $x$ дорівнює $\frac{x}{2}$. Медіана цього ряду чисел дорівнює

A. 26  B. 27  C. 28  D. 29

*Завдання відкритої частини*

**Завдання 26.** (0–2)

У таблиці наведено розподіл за річним приростом довжини деякої сосни протягом шести років.

| Рік | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Приріст (у см) | 10 | 10 | 7 | 8 | 8 | 7 |

Обчисліть середньорічний приріст довжини цієї сосни протягом усього терміну дослідження. Отриманий результат округліть до 1 см. Обчисліть відносну похибку отриманого округлення. Запишіть цю похибку у відсотках.

**Завдання 27.** (0–2)

Розв'яжіть нерівність $2x^2-4x>3x^2-6x$.

**Завдання 28.** (0–2)

Розв'яжіть рівняння

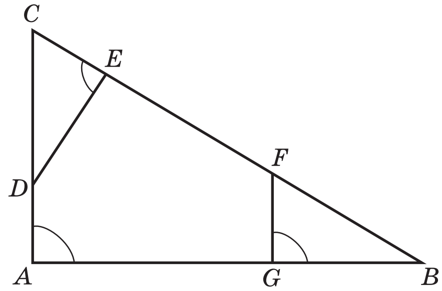
$$(4-x)(x^2+2x-15)=0.$$

**Завдання 29.** (0–2)

Задано прямокутний трикутник $ABC$. На катетах $AC$ і $AB$ цього трикутника відповідно позначено точки $D$ і $G$. На гіпотенузі $BC$ позначено такі точки $E$ і $F$, що

$$\angle DEC=\angle BGF=90°$$

(див. рисунок). Доведіть, що трикутник $CDE$ подібний трикутнику $FBG$.




**Завдання 30.** (0–2)

Послідовність $(a_n)$ задана формулою $n$-го члена

$$a_n=2n^2+2n$$

для $n\geq 1$. Доведіть, що сума будь-яких двох послідовних членів цієї послідовності дорівнює квадрату натурального числа.

**Завдання 31.** (0–2)

Шкалу Ріхтера використовують для оцінки сили землетрусу, яка задається формулою

$$R=\lg\frac{A}{A_0},$$

де $A$ виражає амплітуду землетрусу, виражену в см; $A_0=10^{-4}$ см — стала величина, яку називають зразковою амплітудою. 5 травня 2014 року в Таїланді мав місце землетрус силою 6,2 за шкалою Ріхтера. Обчисліть амплітуду землетрусу в Таїланді і з'ясуйте, вона менша чи більша за 100 см.

**Завдання 32.** (0–4)

Один із кутів трикутника в три рази більший за менший із решти двох, різниця яких дорівнює 50°. Знайдіть кути цього трикутника.

**Завдання 33.** (0–5)

Дано правильну трикутну піраміду, висота якої дорівнює висоті основи піраміди. Об'єм піраміди дорівнює 27. Обчисліть площу бічної поверхні піраміди і косинус кута між бічною гранню піраміди і площиною її основи.

**Завдання 34.** (0–4)

Із множини всіх натуральних двоцифрових чисел навмання вибирають два різних числа. Обчисліть ймовірність того, що сума двох навмання вибраних чисел дорівнюватиме

30. Відповідь запишіть у вигляді правильного нескоротного дробу.

*Відповіді.* 1. A. 2. D. 3. A. 4. A. 5. C. 6. C. 7. D. 8. D. 9. A. 10. D. 11. B. 12. B. 13. A. 14. A. 15. D. 16. B. 17. C. 18. D. 19. B. 20. C. 21. B. 22. C. 23. D. 24. B. 25. C. 26. $8\frac{1}{3}$; 4 %. 27. $(0;2)$. 28. $-5$; 3; 4. 31. $A=10^{2,2}$. 32. 26°; 76°; 78°. 33. $S_{\text{бічн.}}=9\sqrt{30}$; $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$. 34. $\frac{1}{801}$.

### МАТУРАЛЬНИЙ ТЕСТ ІЗ МАТЕМАТИКИ 2016 РОКУ (ПОГЛИБЛЕНИЙ РІВЕНЬ)

*У завданнях 1–5 вибери і познач у бланку відповідей правильну відповідь.*

**Завдання 1.** (0–1)

Після відкриття дужок виразу $\left(2\sqrt{3}x+4y\right)^3$ коефіцієнт при одночлені $xy^2$ дорівнює

A. $32\sqrt{3}$ B. 48 C. $96\sqrt{3}$ D. 144

**Завдання 2.** (0–1)

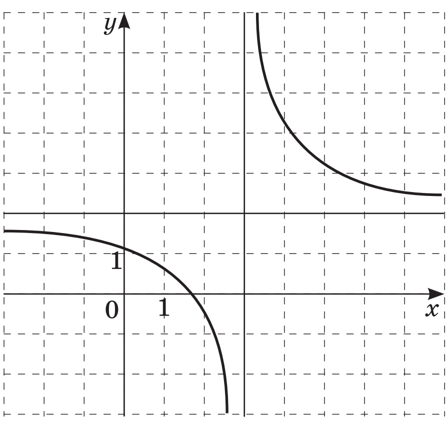
Многочлен $W(x)=6x^3+3x^2-5x+p$ ділиться без остачі на двочлен $x-1$ при значенні $p$, яке дорівнює

A. 4 B. $-2$ C. 2 D. $-4$

**Завдання 3.** (0–1)

На рисунку зображено ескіз графіка функції $y=f(x)$, областю значень якої є множина

$$D=(-\infty;3)\cup(3;+\infty).$$




Рівняння

$$|f(x)|=p$$

із невідомою $x$ має єдиний корінь

A. у двох випадках: $p=0$ або $p=3$

B. у двох випадках: $p=0$ або $p=2$

C. тільки тоді, якщо $p=3$

D. тільки тоді, якщо $p=2$

**Завдання 4.** (0–1)

Функція

$$f(x)=\frac{3x-1}{x^2+4}$$

визначена при будь якому дійсному значенні $x$. Похідна цієї функції дорівнює

A. $f'(x)=\frac{-3x^2+2x+12}{\left(x^2+4\right)^2}$

B. $f'(x)=\frac{-9x^2+2x-12}{\left(x^2+4\right)^2}$

C. $f'(x)=\frac{3x^2-2x-12}{\left(x^2+4\right)^2}$

D. $f'(x)=\frac{9x^2-2x+12}{\left(x^2+4\right)^2}$

**Завдання 5.** (0–1)

Границя

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(pn^2+4n\right)^3}{5n^6-4}=-\frac{8}{5}.$$

Тоді

A. $p=-8$ B. $p=4$ C. $p=2$ D. $p=-2$

*Відповідь на завдання 6 запишіть у відповідну частину бланку відповідей.*

**Завдання 6.** (0–2)

Серед 10 тисяч мешканців певного міста було проведено опитування щодо будівництва дитячого садочка. Результати опитування подані в таблиці.

Знайдіть імовірність того, що навмання вибрана особа серед опитуваних однієї статі підтримує будівництво садочка, якщо відомо, що ця особа є чоловіком. У відповідь запишіть перших три цифри отриманого десяткового нескінченного дробу, що містяться після коми.

| Група досліджуваних | Кількість осіб, які підтримують будівництво садочка | Кількість осіб, які не підтримують будівництво садочка |
|---|---|---|
| Жінки | 5140 | 1860 |
| Чоловіки | 2260 | 740 |

*Завдання відкритої частини*

**Завдання 7.** (0–2)

Геометрична прогресія $(a_n)$ задана формулою свого $n$-го члена

$$a_n = \left(\frac{1}{2x-371}\right)^n$$

при $n \geq 1$. Усі члени послідовності є додатними. Знайдіть найменше ціле значення $x$, при якому нескінченний ряд

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$$

збігається.

**Завдання 8.** (0–3)

Доведіть, що для довільних додатних дійсних чисел $x$ і $y$ таких, що

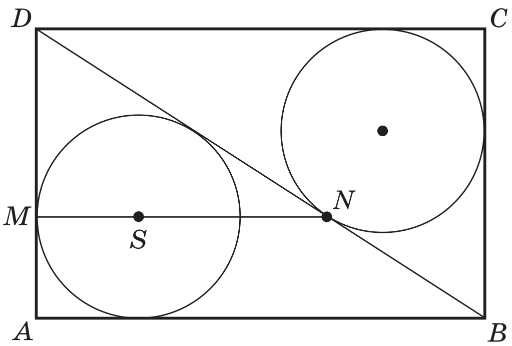
$$x^2 + y^2 = 2,$$

виконується нерівність

$$x + y \leq 2.$$

**Завдання 9.** (0–3)

Задано прямокутник $ABCD$. Коло, вписане в трикутник $BCD$, дотикається до сторони $BD$ у точці $N$. Коло, вписане в трикутник $ABD$, дотикається до сторони $AD$ у точці $M$, а точка $S$, центр цього кола, належить відрізку $MN$, як зображено на рисунку.




Доведіть, що

$$MN = AD.$$

**Завдання 10.** (0–4)

Знайдіть усі значення параметра $a$, при яких графіки функцій

$$f(x) = x - 2 \text{ і } g(x) = 5 - ax$$

перетинаються в точці, координати якої є додатними.

**Завдання 11.** (0–4)

Розв'яжіть нерівність

$$\frac{2\cos x - \sqrt{3}}{\cos^2 x} < 0$$

на проміжку $[0; 2\pi]$.

**Завдання 12.** (0–6)

Задано квадратний тричлен

$$f(x) = x^2 + 2(m+1)x + 6m + 1.$$

Знайдіть усі дійсні значення параметра $m$, при яких цей тричлен має два різні корені $x_1$, $x_2$ одного знака і які задовольняють умову

$$|x_1 - x_2| < 3.$$

**Завдання 13.** (0–5)

Точки $A(30;32)$ і $B(0;8)$ є сусідніми вершинами квадрата $ABCD$, вписаного в коло. Пряма, задана рівнянням

$$x - y + 2 = 0,$$

є віссю симетрії цього квадрата і містить сторону $AC$. Знайдіть координати $C$ і $D$ цього квадрата.

**Завдання 14.** (0–3)

Розглянемо усі десятицифрові натуральні числа, у запису яких зустрічаються тільки цифри 1, 2, 3, причому цифра 1 використовується тричі. Доведіть, що таких чисел 15 360.

**Завдання 15.** (0–6)

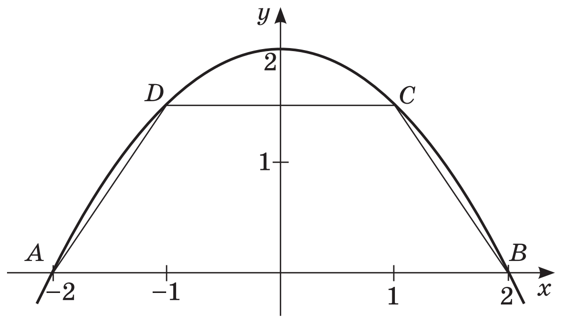
У правильній чотирикутній піраміді $ABCDS$ з основою $ABCD$ висота дорівнює 5, а кут між сусідніми бічними гранями — 120°. Обчисліть об'єм цієї піраміди.

**Завдання 16.** (0–7)

Парабола, задана рівнянням

$$y = 2 - \frac{1}{2}x^2,$$

перетинає вісь $Ox$ у точках із координатами $A(-2;0)$ і $B(2;0)$. Розглянемо всі можливі рівнобічні трапеції $ABCD$, для яких відрізок $AB$ є більшою основою, а точки $C$ і $D$ належать параболі (див. рисунок).




Обчисліть площу трапеції $ABCD$ залежно від абсциси вершини $C$. Знайдіть координати вершини $C$, при яких площа трапеції набуватиме найбільшого значення.

*Відповіді*

1. C. 2. D. 3. B. 4. A.

5. D. 6. 753. 7. 187.

10. $-1 < a < \dfrac{5}{2}$.

11. $\left(\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{11\pi}{6}\right)$.

12. $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

13. $C\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{14}{3}\right)$; $D(6;2)$.

15. $\dfrac{500}{3}$.

16. $S(x)=4+2x-x^2-\dfrac{1}{2}x^3$; $C\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{16}{9}\right)$.

Розглянемо та порівняємо основні характеристики цих тестових робіт з характеристиками сертифікаційної роботи ЗНО з математики. Дані наведемо у вигляді таблиці.

Аналізуючи дані, наведені в таблиці, можна зробити висновок, що за кількістю завдань певного типу польська матура з математики більше спрямована на перевірку того, як учень розмірковує, установлює причинно-наслідкові зв'язки, проводить ланцюжок логічних міркувань, а не на знання певних формул і теорем, як українське ЗНО з математики.

*Відповідь на запитання: «Чий тест кращий: польський чи український?»,* залишаю на розсуд читачеві.

**Література**


1. https://cke.edu.pl
2. https://osvita.ua


| Характеристика | Матура (базовий рівень) | Матура (поглиблений рівень) | ЗНО |
|---|---|---|---|
| 1. Загальна кількість завдань | 34 | 16 | 33 |
| 2. Час на виконання роботи | 170 хв | 180 хв | 180 хв |
| 3. Максимальна кількість балів за роботу | 50 | 50 | 62 |
| 4. Кількість завдань із вибором однієї правильної відповіді | 25 | 5 | 20 |
| 5. Кількість завдань на встановлення відповідності | 0 | 0 | 4 |
| 6. Кількість завдань відкритої форми з короткою відповіддю | 0 | 1 | 6 |
| 7. Кількість завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю | 9 | 10 | 3 |
| 8. Гарантована кількість завдань на доведення | 2 | 3 | 0 |