

ДОЛГОЖДАННЫЕ ПРИШЕЛЬЦЫ ИЗ ГАЛАКТИКИ М-81

Г. Б. Филипповский, г. Киев

Как важно знать, что мы не одиноки во Вселенной! Что жизнь есть не только на планете Земля и не только в Млечном Пути. А, например, в Галактике М-81. Потому что разве может без вмешательства разумных существ получиться такое равенство:

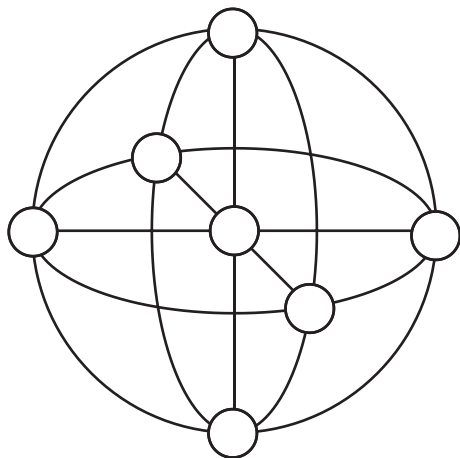
$$\frac{81}{8+1} = 8+1?$$

Так вот, дорогие земляне, несколько дней назад — свершилось! Именно из Галактики М-81 с планеты номер 12321 к нам на Землю прибыли долгожданные гости! Что называется, есть контакт!.. Наступает эра межпланетных взаимодействий, эпоха межгалактического сотрудничества!..

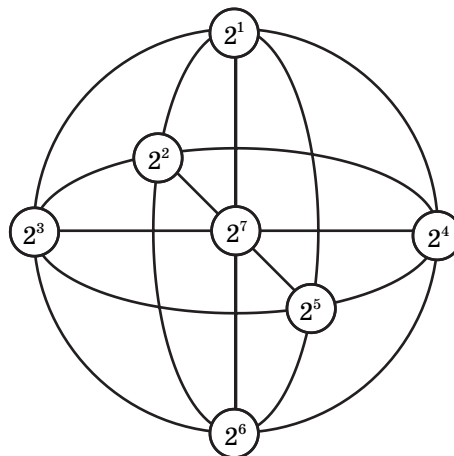
Конечно, вопросов здесь пока что значительно больше, чем ответов. Но всё же на некоторые вопросы уже сейчас ответы могут быть найдены. Об этом и речь!..

► Вопрос 1

Три инопланетных корабля оказались на трёх околоземных орбитах. Они передают сигналы в кружки колец в виде степени двойки (от 2^1 до 2^7) так, что вдоль каждой из трёх орбит и трёх диаметров Земли считывается одинаковое произведение. Какие сигналы передают пришельцы?



Ответ 1. Гости из космоса передают следующие сигналы:



► Вопрос 2

Все три корабля вращаются по своим орбитам с постоянными скоростями. Когда первый сделал X оборотов вокруг Земли, он на 80 оборотов обогнал второй и на 100 оборотов — третий. Когда второй корабль сделал X оборотов, он обогнал третий на 25 оборотов. Чему равно X ?

Ответ 2. Когда первый корабль сделал X оборотов, преимущество второго над третьим составляло 20 оборотов. А во втором случае — 25 оборотов. Следовательно, второй момент произошёл, когда первый корабль сделал $\frac{5x}{4}$ оборотов, второй — на 100 оборотов меньше, а третий — на 125 меньше. Тогда составляем уравнение:

$$\frac{5x}{4} - 100 = x,$$

откуда $x = 400$.

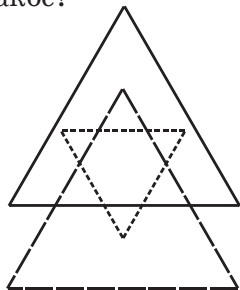
► Вопрос 3

Получив «добро» от Земли, они включили тормозные двигатели и вскоре осуществили посадку в одной из пустынь. При этом каждый корабль густо усыпал небольшой участок пу-

ЗРОБИМО УРОК ЦІКАВИШИМ

стыни порошком своего цвета: зелёного, синего, красного. Земляне с удивлением обнаружили, что пересечение зелёного и красного — это треугольник. Синего и красного — четырёхугольник. Зелёного и синего — пятиугольник. А пересечение всех трёх участков — шестиугольник. Может ли быть такое?

Ответ 3. Да, вполне. Например, так (зелёный цвет показан пунктиром, синий — точками и красный цвет — сплошной линией):



» Вопрос 4

Довольно быстро удалось составить переводческий словарь с инопланетного. Было радостно, что цивилизации нашли общий язык. Вот «кусочек» перевода:

Гам тум дум сям	Наша Галактика любит Землю
Тум лям бум гам	Землю знает наша планета
Шум лям тум сям	Галактика знает Землю хорошо

Что чему соответствует?

Ответ 4. Тум — Земля (встречается 3 раза), гам — наша (есть в первой и второй строке), сям — Галактика (в первой и третьей строках), лям — знает (вторая и третья). Остальное очевидно!..

» Вопрос 5

Прибывшие к месту посадки кораблей земляне сначала выстроились в квадрат, а потом перестроились в прямоугольник. При этом количество шеренг увеличилось на 5. Сколько землян прибыло встречать гостей?

Ответ 5. Пусть квадрат состоял из x шеренг по x землян. А прямоугольник — из $(x+5)$ шеренг по y землян. Тогда

$$x^2 = (x+5)y,$$

откуда

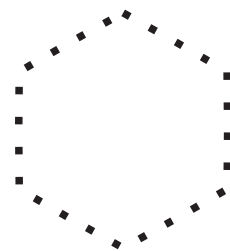
$$y = \frac{x^2}{x+5} = \frac{x^2 - 25 + 25}{x+5} = x - 5 + \frac{25}{x+5}.$$

Последняя дробь будет целым числом только при $x=20$. Тогда землян прибыло $x^2 = 400$.

» Вопрос 6

Из трёх кораблей вышли 24 инопланетянина и стали в 6 рядов так, что каждый ряд состоял из 5 гостей нашей планеты. Как они стали?

Ответ 6. Вот как:



» Вопрос 7

Инопланетяне подтвердили, что прилетели к нам из Галактики М-81 с планеты номер 12321 и попросили получить номер их планеты с помощью пяти цифр «2», а также знаков математических действий и скобок. Как это сделать?

Ответ 7. $(222:2)^2$.

» Вопрос 8

Гости из космоса уверены, что сумма

$$1+2+3+4+\dots+12321$$

делится на 12321. Так ли это?

Ответ 8. Это действительно так. Запишем данную сумму следующим образом:

$$(1+12320)+(2+12319)+(3+12318)+\dots+(6160+6161)+12321.$$

Поскольку каждое слагаемое делится на 12321, то и вся сумма делится на это число.

» Вопрос 9

Число 12321 — палиндром (читается одинаково слева направо и справа налево). Инопланетяне сообщили, что на Земле благоприятными для контакта с другими цивилизациями являются даты-палиндромы. Например, 21 февраля 2012 года, которое записывается так: 21.02.2012. Сколько всего таких дат-палиндромов будет у землян в XXI веке?

Ответ 9. Таких дат будет 29. Благоприятные даты будут иметь вид:

$$**02.20**,$$

то есть будут являться какими-то числами февраля. Например, 15.02.2051. В феврале может быть 28 или 29 дней. Но 29.02.2092 — верная дата (2092 делится на 4, год високосный). Поэтому благоприятных дней для контакта с другими цивилизациями в XXI веке будет 29.

» Вопрос 10

Земляне, в свою очередь, предложили гостям решить такую задачу: $***+***=*****$, где каждое число — тоже палиндром. Инопланетяне, подумав, ответили. Каков ответ?

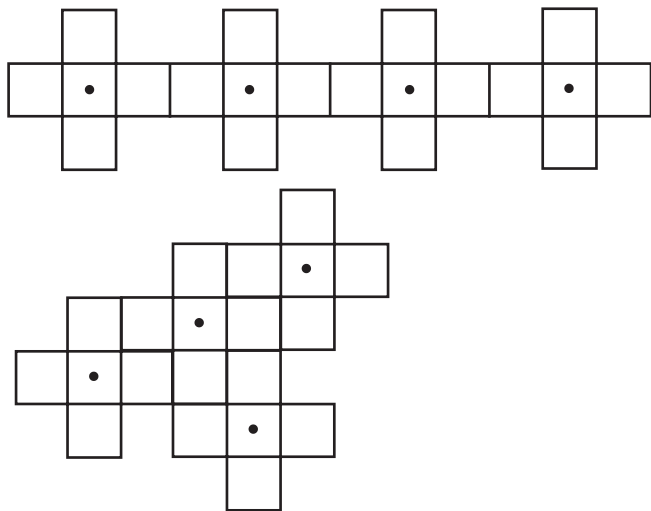
Ответ 10. $22+979=1001$.

» Вопрос 11

Командир-инопланетянин Грени рассказал о четырёх чёрных дырах в созвездии Лебедя, угрожавших их кораблям на пути к Земле. На звёздной карте чёрная дыра может поглотить всё, что находится в своей клетке и во всех соседних с ней по сторонам клеткам. Так, чёрная дыра на рисунке угрожает своей клетке и клеткам 1, 2, 3, 4. Как назло, четыре чёрные дыры расположились таким образом, чтобы угрожать как можно большему числу клетчатых участков космического пространства. Экипажи инопланетянина разгадали расположение чёрных дыр и облетели их. Как расположились эти опасные чёрные дыры?

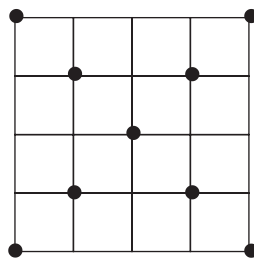
	2	
1	•	3
	4	

Ответ 11. Скорее всего, чёрные дыры, которые часто называют «вампирами», расположились так, как показано на рисунках, угрожая 20 клетчатым участкам в космосе.

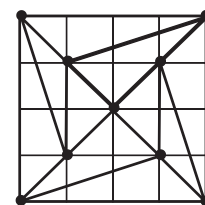


» Вопрос 12

Грени также отметил, что в Галактике М-81 существует 9 цивилизаций, указанных на схематической карте Галактики. Каждая цивилизация имеет ровно 4 маршрута к другим, причём маршруты не пересекаются. Как они проходят?

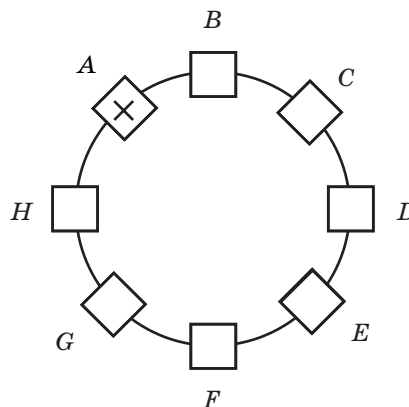


Ответ 12. Схема расположения маршрутов указана на рисунке.



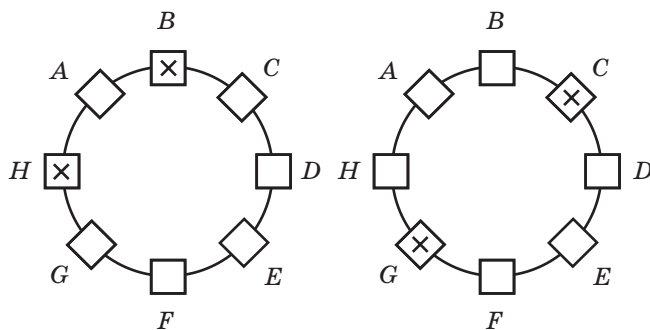
» Вопрос 13

Что касается продолжительности жизни на планете 12321, то Грени сообщил следующее: «Наш организм состоит из 8 многофункциональных, крупных клеток. При рождении активная клетка находится в точке А. Раз в столетие она перемещается в две соседние клетки. В следующее столетие эта клетка остаётся активной, если по соседству с ней — только одна активная клетка. Если же две или ни одной, клетка погружается в сон. Наш организм живёт до тех пор, пока хотя бы одна его клетка является активной». Какова продолжительность жизни на планете 12321?



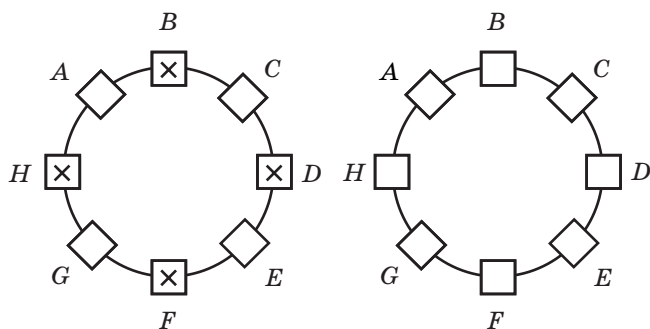
Ответ 13. 400 лет.

ЗРОБИМО УРОК ЦІКАВИШИМ



Через 100 лет

Через 200 лет



Через 300 лет

Через 400 лет

» Вопрос 14

24 инопланетянина пожали руку 24 землянам. При этом каждый инопланетянин оказался выше землянина, которому он пожал руку. Затем те же инопланетяне ещё раз пожали руку тем же землянам, но уже другим партнёрам. Могло ли случиться такое, что при повторном рукопожатии более высокими в 23 парах из 24 были земляне?

Ответ 14. Выстроим всех участников рукопожатий по убыванию роста. Пусть они будут строго чередоваться: гость — землянин — гость — землянин — гость... Пусть самый низкий в этом строю землянин пожмёт руку самому высокому гостю. А затем каждая пара для рукопожатия пусть состоит из землянина и следующего за ним по росту инопланетянина. Тогда в 23 парах выше будут земляне.

» Вопрос 15

Во время дружеского фруктового ужина цивилизаций каждый землянин съел по одному грейпфруту, 5 мандаринов и 3 апельсина. А каждый инопланетянин — по 2 грейпфрута,

4 апельсина и 6 мандаринов. Всего грейпфрутов и мандаринов (вместе) было съедено 220. А сколько апельсинов?

Ответ 15. Апельсинов было съедено 110. Действительно, каждый землянин съел грейпфрутов и мандаринов в 2 раза больше, чем апельсинов:

$$(5+1):3=2.$$

Но и каждый инопланетянин тоже:

$$(6+2):4=2.$$

Следовательно, апельсинов было съедено в 2 раза меньше, чем грейпфрутов и мандаринов вместе.

» Вопрос 16

Каждый инопланетянин имеет телепортационную связь с семью другими. Выяснилось, что связей 84. Сколько тогда инопланетян?

Ответ 16. Пусть количество инопланетян равно x . Каждый имеет 7 связей. Поэтому всего связей $\frac{7x}{2}$ (так как без деления на 2 каждая связь получается учтённой дважды). Значит,

$$\frac{7x}{2}=84,$$

откуда $x=24$.

» Вопрос 17

Гости из Галактики М-81, воспользовавшись своими приборами, нашли на Земле 9 метеоритов весом 1 кг, 3 кг, 4 кг, 6 кг, 8 кг, 9 кг, 11 кг, 12 кг и 16 кг. Они решили по возвращении исследовать их в своих лабораториях. Два экипажа поместили в свои корабли по 4 метеорита. При этом общий их вес, доставшийся первому экипажу, был в 3 раза больше. А один метеорит достался экипажу Грени. Каков вес этого метеорита?

Ответ 17. Общий вес 8 метеоритов в первых двух экипажах кратен 4 ($3x+x=4x$). А общий вес всех 9 метеоритов при делении на 4 даёт остаток 2. Следовательно, для экипажа Грени был оставлен метеорит весом 6 кг.

» Вопрос 18

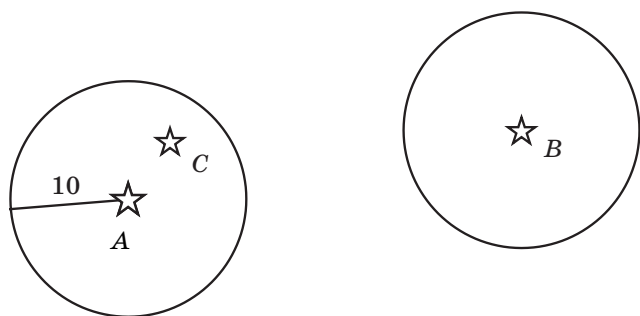
Четверо землян загадали на счастье по двузначному числу, а Грени загадал четырёхзначное

число. Когда они написали свои числа в ряд в каком-то порядке, получилось 132040530321. Какое число загадал Грени?

Ответ 18. Рассмотрев различные варианты с учётом того, что двузначное число не может начинаться с нуля, получим число 5303, загаданное Грени.

» Вопрос 19

Инопланетяне показали землянам 15 звёздочек в Млечном Пути, где тоже живут разумные существа. Среди любых трёх из этих звёздочек найдутся две, находящиеся на расстоянии, меньшем, чем 10 световых лет. Верно ли, что существует сфера радиуса 10 световых лет, содержащая не менее 8 из этих звёздочек?



Ответ 19. Пусть A и B — две самые дальние из указанных 15 звёздочек. Построим две сферы с центрами в A и B радиуса 10 световых лет. (Напомним, что один световой год — это путь, который проходит свет за 1 год). Возьмём какую-то звёздочку C . Поскольку AB — самое дальнее расстояние, то C находится на расстоянии, меньшем десяти световых лет либо от A , либо от B . Пусть $CA < 10$ световых лет. Тогда звёздочка C находится внутри сферы с центром в A . И так каждая следующая звёздочка будет находиться или внутри сферы с центром A , или внутри сферы с центром B . Так как звёздочек всего 15, то внутри одной из сфер окажется не менее 8 звездочек.

» Вопрос 20

За несколько дней пребывания на планете Земля гости из космоса познакомились со многими мужчинами и женщинами. Если это количество мужчин станет в несколько раз

больше, то всех познакомившихся с гостями землян станет 2018. Если во столько же раз станет больше женщин (а количество мужчин не изменится), то всего землян, познакомившихся с инопланетянами станет 2017. Сколько в действительности мужчин и женщин познакомились с инопланетянами?

Ответ 20. Пусть x — число познакомившихся мужчин и y — число познакомившихся женщин. Тогда

$$nx + y = 2018 \text{ и } x + ny = 2017.$$

Вычтя из первого уравнения второе, получим:

$$x(n-1) - y(n-1) = 2018 - 2017,$$

или

$$(n-1)(x-y) = 1.$$

Поскольку n , x , y — натуральные числа, то получаем систему:

$$\begin{cases} n-1=1, \\ x-y=1, \end{cases}$$

откуда

$$n=2, \quad x=y+1.$$

Подставим эти значения, например, в первое уравнение:

$$2(y+1) + y = 2018, \quad 3y = 2016 \text{ и } y = 672.$$

Тогда

$$x = y + 1 = 673.$$

Инопланетяне познакомились с 673 мужчинами и 672 женщинами!..

Много интересного, важного узнали мы об инопланетных гостях, а они о нас, о планете Земля, о Млечном пути.

Однако — ничего не поделаешь — приходит время прощаться... В Галактике М-81 на планете 12321 с нетерпением ждут возвращения наших гостей!.. Поскольку им действительно есть что рассказать!

«Поехали!» — Грени приглашает три экипажа в свои космические корабли. Много взаимных улыбок, симпатий, слов благодарности, обещаний дружить Галактиками!..

И тут, конечно же, не обходится без вопросов, на которые непременно следует находить ответы...

ЗРОБИМО УРОК ЦІКАВИШИМ

- » **Вопрос 21.** Правила хорошего тона запрещают инопланетянам стоять в очереди впереди землян. Первым в очереди за мороженым стоит Грени. Есть ли в этой очереди земляне?
- » **Вопрос 22.** В небезопасной близости от Земли пролетали 4 астероида. Инопланетные гости лучами своих устройств разбили некоторые из них на 8 частей, затем некоторые из получившихся частей ещё на 8 осколочков и так далее. Могло ли в какой-то момент получиться 1000 осколков астероидов?
- » **Вопрос 23.** Как и мы, инопланетяне любят «магические квадраты». Поскольку у них в почёте степени числа 2, то они просят в клетках таблицы 3×3 расставить числа 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 и 512 таким образом, чтобы произведения по всем вер-

тикалям, горизонталям и двум диагоналям были равны.

- » **Вопрос 24.** За пять лет (времени своей планеты) Грени летал в космические путешествия 31 раз. При этом в каждый следующий год путешествий было больше, чем в предыдущий. В пятый год количество путешествий было в 3 раза большим, чем в первый год. Сколько путешествий совершил Грени в четвёртый год?
- » **Вопрос 25.** Инопланетяне полагают, что год на Земле является особенно счастливым, если в его записи используются четыре последовательные цифры. Например, год 2013 был именно таким. Понятно, что в ближайшем будущем таким у нас будет 2031 год. А вот какой год был особенно счастливым перед 2013 годом?
Ответ. 1432.

Чудова новина!

Відтепер на сайті <http://book.osnova.com.ua>

ЗНИЖКИ ЩОТИЖНЯ!





Створено новий розділ — «Книги тижня»!

- Щотижня — нові пропозиції, нові книги!
- Заходьте та купуйте посібники за низькими цінами!

